

"EFECTOS DE CICLOS DE PRECIOS DE METALES: ESTIMACIÓN DE UN MODELO DE EQUILIBRIO GENERAL CON TIME TO BUILD PARA LA ECONOMÍA PERUANA, 2001-2015"

Trabajo de Investigación presentado para optar al Grado Académico de Magíster en Economía

Presentado por

Sr. Álvaro Andrés Contreras Mellado Sr. Bryan Richard Gutiérrez Cortez

Asesor: Profesor Marco Antonio Ortiz, PhD.

Resumen ejecutivo

En el presente documento se estudia el desempeño que ha tenido Perú durante la última fase expansiva del ciclo de precios de *commodities*, específicamente entre los años 2001 y 2015. Para esto, se desarrolla un modelo de equilibrio general estocástico y dinámico, basado en Medina y Soto (2007) y Fornero y Kichner (2014), que incorpora un sector productor de *commodities* con inversión del tipo *time to build*. El modelo es estimado de forma lineal y a partir de este se muestra la importancia que tienen los choques de precios *commodities* sobre el resto de la actividad económica.

Asimismo, se analizan distintos tipos de políticas fiscales y monetarias, ante este tipo de choques. También se obtienen políticas monetarias óptimas a partir de la función de pérdida de la autoridad monetaria. Los resultados de la investigación apuntan a que, cuando hay un incremento en el precio de los *commodities*, se genera una dinámica procíclica en el valor de la producción de todos los sectores, en la inversión, el consumo y el gasto del Gobierno.

Además, se encuentra que la incorporación del mecanismo de *time to build* permite explicar mejor la dinámica observada. Dicho mecanismo ayuda a comprender que el choque en cuestión demora en propagarse, ya que los proyectos mineros toman tiempo en construirse. Este aporte metodológico es de particular relevancia en los ejercicios de modelamiento y predicción que se quieran realizar sobre la economía peruana.

Índice

ndice de tablas	•••••
ndice de gráficos	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •
ndice de anexos	•••••
Capítulo I. Introducción	•••••
Capítulo II. Hechos estilizados	•••••
1. El precio de los metales y su relación con el PBI	
2. Inversión minera	
3. Ingresos fiscales	•••••
Capítulo III. Revisión de literatura	•••••
Ciclos de los minerales y su relación con el crecimiento	
2. Efectos sobre la cuenta corriente	
3. Efectos sobre el tipo de cambio	
Capítulo IV. Metodología y modelo	
I. Hogares	
1.1 Hogares ricardianos	
1.2 Oferta de trabajo y fijación de salarios	
1.3 Hogares no ricardianos	
1.4 Canasta de consumo	
2. Inversión y bienes de capital	
3. Producción de bienes domésticos	
4. Importación de bienes	
5. Sector de producción de <i>commodities</i>	
5. Política fiscal y monetaria	
7. Resto del mundo	
3. Equilibrio agregado	
Capítulo V. Estimación y pruebas adicionales	••••••
l. Metodología de estimación	
Variables observables	

3.	Parámetros calibrados	29					
4.	Distribución a priori y a posteriori de parámetros estimados	30					
5.	5. Mecanismo time to build: ¿Qué tan importante es?						
5.	1 Bayes Factor (BF)	33					
5.2	2 El Criterio de Información Bayesiano (BIC)	35					
5.3	3 El Criterio de Akaike Bayesiano (AIC)	37					
Ca	apítulo VI. Análisis de resultados	39					
1.	Efectos de un choque en el precio de los commodities	39					
2.	Experimentos de política monetaria ante choques de precios de <i>commodities</i>	40					
3.	Experimentos de política fiscal	41					
4.	Reglas simples de política monetaria óptima ante choques de precios de <i>commodities</i>	42					
Ca	apítulo VII. Extensiones para trabajos futuros	46					
Co	onclusiones y recomendaciones	48					
1.	Conclusiones.	48					
2.	Recomendaciones	48					
Bi	bliografía	49					
Aı	nexos	54					
No	otas biográficas	73					

Índice de tablas

Tabla 1.	Variables utilizadas para la estimación del modelo Perú, 2001-2015	28
Tabla 2.	Parámetros calibrados	30
Tabla 3.	Estimación de parámetros para Perú	31
Tabla 4.	Estimación de parámetros de choques exógenos para Perú	31
Tabla 5.	Reglas de política monetaria ante choque positivo de <i>commodities</i>	43

Índice de gráficos

Gráfico 1.	Precio real de metales seleccionados, 2000-2015		
Gráfico 2.	Relación entre precios de metales y crecimiento económico, Perú		
Gráfico 3.	Relación entre precios de metales y crecimiento económico, Chile	5	
Gráfico 4.	Relación entre precios de metales y crecimiento económico, Australia	5	
Gráfico 5.	Peso de la inversión minera según país	6	
Gráfico 6.	Ingresos fiscales provenientes del sector minero		
Gráfico 7.	Respuesta a choque positivo de precios de <i>commodities</i> en modelos distintos de <i>time to build</i>	39	
Gráfico 8.		41	
Gráfico 9.	Respuestas de política fiscal a choque positivo de precios de <i>commodities</i>	42	
Gráfico 10.	Reglas óptimas de política monetaria ante choque de <i>commodities</i> en modelos distintos de <i>time to build</i>	44	
Gráfico 11.	Reglas óptimas de política monetaria ante choque de <i>commodities</i>	45	

Índice de anexos

Anexo 1.	Modelo completo	55
Anexo 2.	Versión log linealizada del modelo	63
Anexo 3.	Distribuciones <i>a priori</i> y <i>a posteriori</i> de la estimación para Perú	72

Capítulo I. Introducción

Durante la última década, se presentó un fuerte aumento en los precios de metales preciosos (oro y plata) e industriales (cobre, plomo, zinc, entre otros) a nivel global. Esta fase expansiva del ciclo generó un aumento en las utilidades de las empresas mineras y produjo una nueva ola de inversiones en proyectos mineros (Connolly y Orsmond 2011). Por su parte, la entrada de capitales y la mayor recaudación fiscal benefició a diversos países productores de este tipo de *commodities*, pero también despertó temores relacionados a la sostenibilidad de este crecimiento en el mediano plazo (Adler y Sosa 2011). La expansión del ciclo comenzó a deteriorarse a fines del año 2011, tendencia que se mantuvo durante la presente década y que —en caso continúe—implicaría un menor crecimiento económico para el promedio de economías exportadoras de *commodities* (Gruss 2014).

Los ciclos expansivos de precios de *commodities* son periodos determinantes para las economías de países productores de metales. En estos países, la importancia de los sectores extractivos puede medirse de diversas formas, como el peso de las divisas generadas por sus exportaciones o como su contribución directa al Producto Bruto Interno (PBI). En los casos de Perú, Chile y Australia, la minería representa actualmente entre 8% y 9% del PBI. Desde el punto de vista de las exportaciones, esta influencia es más notoria. Solamente en el año 2015, el sector minero aportó al 40% del valor de las exportaciones en Australia, 52% para Chile y 55% en el caso de Perú.

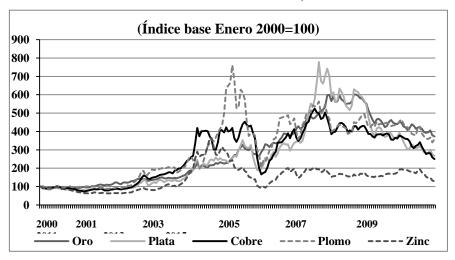


Gráfico 1. Precio real de metales seleccionados, 2000-2015 1/

 $1/\operatorname{Precios}$ deflactados por el IPC de EE.UU.

Fuente: Fuente: BCRP (2000-2015), Bloomberg (2000-2015). Elaboración propia 2016.

En ese sentido, resulta evidente que las fluctuaciones del precio de los minerales tienen efectos sobre el comportamiento de estas economías. La literatura que explora el efecto de los movimientos en los precios de *commodities* sobre países productores es amplia: Deaton y Miller (1995), Raddatz (2007), Collier y Goderies (2007), Williamson (2008), Broda y Tille (2003). En el caso particular de Perú, existen algunas aproximaciones a este tema (Tovar y Chuy 2000; Córdova y Rojas 2010; Castillo y Rojas 2014).

En ese contexto, los modelos de equilibrio general dinámico y estocástico (DSGE, por sus siglas en inglés) han ganado importancia dentro de la literatura macroeconómica durante la última década. Estos modelos permiten realizar simulaciones del comportamiento de una economía desde un punto de vista estructural, manteniendo las relaciones microfundamentadas entre distintas variables de la economía. En ese sentido, un número importante de estudios ha utilizado este tipo de modelos para explicar la dinámica de los países productores de *commodities*: Medina y Soto (2007), Bjørnland y Throrsud (2013), Malakhovskaya y Minabutdinov (2014), Fornero y Kirchner (2014).

De esta forma, el objetivo de la presente investigación es analizar el efecto que genera un incremento en los precios de *commodities* sobre la economía peruana. Además, se busca comparar las posibles respuestas que podrían adoptar los hacedores de la política fiscal y monetaria en dicho contexto. Esto último resulta relevante ya que la incorporación del *time to build* en el sector de *commodities* puede generar cambios en el tipo de políticas y en el *timing* en el que se adoptan. Así, un tercer objetivo es verificar la importancia del mecanismo de *time to build* para la economía peruana.

Los resultados de la investigación apuntan a que, cuando hay un incremento en el precio de los *commodities*, se genera una dinámica procíclica en el valor de la producción de todos los sectores, en la inversión, el consumo y el gasto del Gobierno. A diferencia de los modelos tradicionales, el mecanismo de *time to build* hace que los efectos del choque no se propaguen automáticamente, ya que existe un tiempo de construcción, el cual produce que los proyectos tomen más tiempo en afectar a la economía. La incorporación del *time to build* permite explicar mejor la dinámica observada y este aporte metodológico resulta de particular importancia en los ejercicios de modelamiento y predicción que se realicen sobre la economía peruana.

El documento se divide en siete secciones. En esta sección se ha presentado la introducción. Posteriormente, se presentan algunos hechos estilizados relacionados a los ciclos de *commodities*

y sus efectos en variables macroeconómicas de economías abiertas. En la tercera sección se desarrolla la revisión de literatura del estado en cuestión. En la cuarta, se presenta el modelo utilizado. En la quinta, se presenta la estimación del modelo, lo cual incluye las variables observables y la calibración. En la sexta se presentan los resultados de un *shock* en el precio de los metales, se realizan simulaciones de política fiscal y monetaria y se encuentran reglas óptimas a partir de la función de pérdida de la autoridad monetaria. En la séptima sección se presentan posibles extensiones para trabajos futuros. Finalmente, se muestran las conclusiones y recomendaciones de política.

Capítulo II. Hechos estilizados

En esta sección se muestran algunos hechos estilizados que son relevantes para los países productores de metales en un contexto de cambios en los ciclos de los precios de estos productos. Son estos hechos los que motivan el desarrollo del modelo que presentaremos en la tercera sección. Se presentan los hechos estilizados para Perú, Chile y Australia ya que estos tres países cuentan con sectores mineros importantes para sus economías, apertura comercial, y esquemas de políticas similares. Dado que estos países cuentan con niveles de desarrollo económico y calidad institucional distintos, se podrían generar matices interesantes con respecto a su interacción con ciclos de *commodities*.

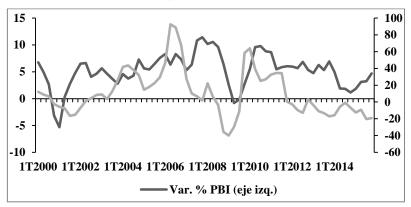
1. El precio de los metales y su relación con el PBI

Los gráficos 2, 3 y 4 muestran que existe cierto grado de relación entre estas variables para los tres países, aunque de manera más marcada para Perú y Chile. Esto da indicios de que tanto los ciclos de los minerales como los ciclos económicos de dichos países pueden estar relacionados. América Latina se ha beneficiado enormemente del auge de precios de materias primas de la última década (Adler y Sosa 2011). Este fenómeno ha sido más persistente que los auges anteriores, y se asocia con mayores incrementos en los ingresos (Adler y Magud 2013). Spatafora y Warner (1995) encuentran que, en países productores de materias primas, los términos de intercambio están relacionados con incrementos en los componentes de la demanda agregada: consumo privado, consumo público e inversión.

Tanto en el caso peruano y chileno, se observa que el crecimiento del PBI mantuvo una tendencia similar que la variación de los precios de metales relevantes para sus economías, especialmente durante el periodo 2002-2010. Sin embargo, luego de la recuperación económica posterior a la crisis financiera del 2008-2009, se observa un desacoplamiento en las sendas de crecimiento de ambas variables. Esta dinámica podría ser reflejo del rol de la inversión minera en la economía, la cual se incrementó durante la primera fase del ciclo y dinamizó la actividad económica por la construcción de proyectos mineros. Luego de la caída de precios, el efecto de la inversión de años anteriores repercutió en mayores niveles de producción minera, lo cual podría explicar este desacoplamiento.

En el caso australiano, la relación entre el PBI y los precios de *commodities* también es positiva, pero más débil a lo largo del mismo periodo de análisis. Esto muestra que una posible dependencia entre ambas variables no es generalizable y que además es reflejo de las diferencias entre el comportamiento de economías en diferentes etapas de desarrollo económico.

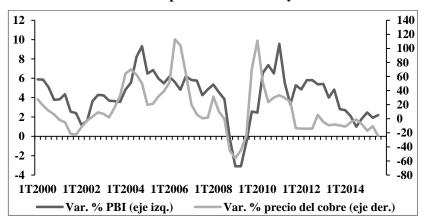
Gráfico 2. Relación entre precios de metales y crecimiento económico, Perú



Nota: Variaciones porcentuales anuales. Índice de precios construido a partir de las cotizaciones de metales relevantes para las exportaciones peruanas.

Fuente: BCRP (2000-2015). Elaboración propia 2016.

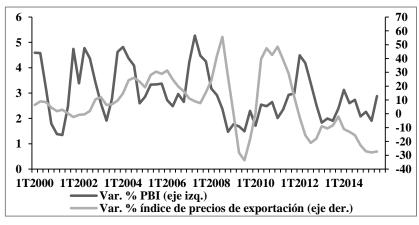
Gráfico 3. Relación entre precios de metales y crecimiento económico, Chile



Nota: Variaciones porcentuales anuales.

Fuente: Banco Central de Chile (2000-2015). Elaboración propia 2016.

Gráfico 4. Relación entre precios de metales y crecimiento económico, Australia



Nota: Variaciones porcentuales anuales.

Fuente: Australian Bureau of Statistics (2000-2015) y Reserve Bank of Australia (2000-2015). Elaboración propia 2016.

2. Inversión minera

La actividad minera requiere de la realización de una inversión importante para poder explotar el recurso en cuestión, debido a que es un sector intensivo en capital. En ese sentido, los mayores precios de metales observados durante el ciclo de metales, incrementó la rentabilidad de los proyectos y generó que la inversión aumente. De esta forma, el gráfico 5 muestra la evolución de la importancia de la inversión minera en el contexto de ciclo de metales para los países bajo análisis.

Harchaoui y Lasserre (1995) señalan que las inversiones en capacidad de las minas son un buen ejemplo de inversión irreversible en condiciones de incertidumbre. La teoría de Pindyck (1993) señala que existe un tipo de inversión que es irreversible debido a que la mayor parte de los costos fijos no pueden ser recuperados. Además, debido a la incertidumbre, la decisión de invertir implica eliminar una opción y, en este caso, esperar a que llegue nueva información permite que los agentes puedan evaluar nuevamente lo deseable, que es la decisión. En este caso, la incertidumbre sobre los precios de los minerales tiene efectos sobre la inversión. De hecho, Harchaoui y Laserre (1995) presentan evidencia de que los modelos de inversión irreversible explican bien los niveles de capacidad de las minas de Canadá, pero fallan en explicar las fechas en las cuales se realizarán dichas inversiones. Es importante precisar también que el tiempo de ejecución de la inversión varía dependiendo de la escala del proyecto y las condiciones legales del país para llevar a cabo trámites.

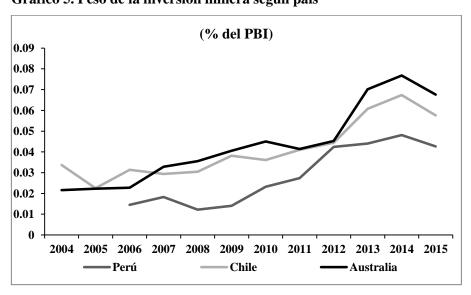


Gráfico 5. Peso de la inversión minera según país

Fuente: Ministerio de Energía y Minas del Perú (2006-2015), Banco Central de Chile (2004-2015) y Australian Bureau of Statistics (2004-2015). Elaboración propia 2016.

Cabe resaltar que los precios de los *commodities* se han deteriorado desde el 2011, lo cual ha reducido la rentabilidad esperada de proyectos por ejecutar. Paralelamente, los costos de financiación externa aumentaron tras el anuncio de la política monetaria de la Reserva Federal de Estados Unidos. Como resultado de estos efectos, la inversión privada se ha ralentizado. En el caso de Perú disminuyó en más del 20% en el primer trimestre del 2013 (Ross y Tashu 2015).

3. Ingresos fiscales

El sector minero es importante no solo por la dinámica que genera en la actividad económica sino también por los ingresos que otorga al Gobierno. Con la caída de los precios de los minerales es posible que se genere una presión sobre el déficit fiscal de los tres países. De hecho, el efecto que generen va a depender de los tipos de regla o política fiscal que tengan y del tamaño del sector de *commodities* en la recaudación. El gráfico 6 muestra que los ingresos provenientes de la minería han tenido una importante variabilidad durante el periodo 2005-2010. En el caso de Perú y Chile se observan similitudes: los ingresos fiscales provenientes del sector minero aumentaron hasta alcanzar su mayor nivel en el 2007. Sin embargo, con la crisis internacional y la subsecuente caída de la demanda externa y de los precios internacionales, los ingresos del sector minero se vieron afectados, lo cual se tradujo en menores ingresos fiscales durante los años 2008 y 2009, principalmente (Del Valle 2013).

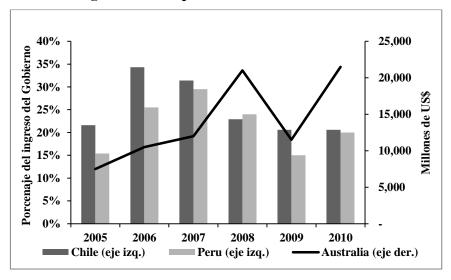


Gráfico 6. Ingresos fiscales provenientes del sector minero

Fuente: Del Valle (2013)), Codelco (2005-2010), Banco Central de Chile (2005-2010) y Australian Taxation Office (2005-2010). Elaboración propia 2016.

La política óptima ante la volatilidad de los precios resultaría una que no se guíe por los cambios transitorios sino por los permanentes, es decir, que se base en los ingresos estructurales de la

economía (Frankel 2011). Según el Ross y Tashu (2015), si el valor de los términos de intercambio de los *commodities* se reduce en una desviación estándar, la recaudación fiscal en Perú caería en casi 0,3%, mientras que en Chile¹ se reduciría en 0,5%.

Según Medina (2010) las posiciones fiscales de los países de América Latina reaccionan generalmente de manera fuerte a los choques de precios de los productos, sin embargo, también destacan que existe un espectro de respuestas. De esto señalan que Chile se comporta como el valor atípico en la región de América Latina, con respuestas fiscales dinámicas a fluctuaciones de los precios que son muy similares a los países exportadores de materias primas de altos ingresos, tales como Australia, Canadá, Nueva Zelanda, y Noruega. Una posible explicación de este fenómeno es la regla fiscal que mantienen y su cumplimiento. Perú también cuenta con una regla fiscal que incluye una proyección de la canasta de precios de metales, la cual ha permitido mantener la disciplina fiscal durante la última década.

_

¹ La caída en una desviación estándar de los términos de intercambio para Chile es equivalente a una caída en 12% del precio del cobre.

Capítulo III. Revisión de literatura

1. Ciclos de los minerales y su relación con el crecimiento

Una primera aproximación de la relación entre estas variables es la que propone Schumpeter (1939). Bajo su teoría, los precios de las materias primas están directamente relacionados con estas fases de prosperidad y estancamiento que forman los ciclos. En la parte de auge, la competencia inicial por bienes productivos, como los metales, tienden a incrementarse en comparación con los productos relacionados a la innovación. La imitación gradual de innovaciones por parte de otros productores y la reducción de oportunidades para obtener ganancias reduce la demanda de materias primas, haciéndolas baratas nuevamente (Erten y Ocampo 2012).

Por otra parte, la maldición de los recursos naturales es un resultado empírico que muestra una relación negativa entre la abundancia y dependencia de recursos naturales en un país y su desarrollo económico (Torres *et al.* 2013). Este tipo de estudios entraron al debate académico con una investigación de Sachs y Warner (1995), en la cual se comparan los crecimientos de un grupo de países durante el periodo 1971-1989 diferenciándolos por el nivel de importancia de las exportaciones extractivas en el PBI en 1971. En particular, este estudio toma directamente el periodo de la crisis del petróleo y la consecuente crisis de la deuda, la cual afectó a un gran número de países con dependencia en las exportaciones basadas en recursos naturales, entre los cuales está Perú, Chile, México, Brasil, entre otros.

Entre las teorías que buscan explicar este tipo de fenómenos está la tesis de la "Enfermedad holandesa". En este esquema, el auge de un sector extractivo por un choque exógeno provoca cambios en la estructura de producción, dejando a los sectores manufactureros en una situación de contracción (Brahmbhatt *et al.* 2010). Este choque exógeno puede tener varias formas (descubrimiento de recursos, incremento en los precios internacionales de un *commodity* o la presencia de flujos sostenidos de inversión externa), pero el resultado que se espera es una apreciación del tipo de cambio real.

Esto puede desencadenar dos efectos. En primer lugar, un efecto de gasto impulsado por mayores ingresos que provocará mayor demanda por bienes no transables y un incremento en su precio, presionando al alza los salarios de ese sector y causando mayores costos para esa industria. Asimismo, un efecto de movimiento de recursos se genera debido a que el capital y el trabajo se trasladan hacia el sector extractivo, reduciendo la producción en el resto de sectores. Una vez que el choque inicial se diluye, el sector extractivo reduce su producción y la industria manufacturera

se encuentra en una situación peor a la inicial. Sin embargo, los resultados empíricos han sido mixtos en este tema (Torres *et al.* 2013), y se han hecho más avances relacionando la abundancia de los recursos con la precariedad de las instituciones y la corrupción en los países.

En América Latina, este fenómeno empírico causa preocupación, precisamente por el último periodo de recuperación en los términos de intercambio que ha promovido un crecimiento de las exportaciones primarias. Sinnott *et al.* (2010), detallan que las exportaciones de bienes primarios son importantes para la mayor parte de la región y que estos bienes primarios cuentan con efectos derrame positivos para el resto de la economía, similares a la manufactura. Asimismo, descartan la validez del argumento de Prebisch-Singer, en el cual se dice que los precios de los bienes primarios tienen una tendencia a la baja. Sin embargo, se acepta también que este tipo de producción es más susceptible a la búsqueda de rentas y que los precios son más volátiles que los bienes manufacturados.

Dentro de los estudios empíricos de esta literatura Deaton y Miller (1995) encontraron que los ingresos adicionales que obtenía África en los *booms* de los precios de *commodities* ayudaron a estas economías de la misma forma que las perjudicó cuando hubo una caída en los precios durante las recesiones. Por otra parte, Raddatz (2007) concluye que los choques externos tienen un impacto significativo en el PBI per cápita de los países de bajos ingresos, especialmente cuando se compara con su rendimiento típico. Un *shock* positivo de una desviación estándar de los precios de los minerales genera un incremento en 1% del PBI per cápita de los países en vías de desarrollo. Collier y Goderis (2007) encuentran una fuerte evidencia en apoyo de la hipótesis de la maldición de los recursos naturales. En particular, en los auges de los *commodities* se observan efectos a corto plazo positivos sobre el producto, pero en el largo plazo solo se identifican efectos adversos que se limitan a la alta renta de las materias primas no agrícolas.

2. Efectos sobre la cuenta corriente

Cuando los precios de los *commodites* se incrementan, los ingresos de las exportaciones generan que haya una acumulación de activos extranjeros o una menor desacumulación debido a que el precio relativo de las exportaciones respecto a las importaciones se reduce. En los ciclos de descenso se ejercen presiones sobre la cuenta corriente manteniéndose así una dinámica entre la cuenta corriente y el precio de los *commodities*.

Los primeros que estudiaron esta relación fueron Harberger (1950) y Laursen y Metzler (1950), mediante la representación de una economía abierta sin movilidad de capitales, donde se producía un solo bien. Su principal predicción era que un *shock* adverso de los términos de intercambio

tendría un impacto negativo sobre la cuenta corriente. Para Obstfeld y Rogoff (1994), los primeros modelos que se desarrollaron no incorporaban intertemporalidad en las decisiones de los agentes o si lo hacían no consideraban que los precios pueden ser rígidos y esto ofrecía una respuesta insatisfactoria a lo que se observaba en los datos. Así, con la incorporación de estos supuestos encuentran que el impacto va a depender de la naturaleza y de la duración del *shock*.

Cashin y McDermott (1998) resumen los principales hallazgos en la literatura y señalan que el impacto de los términos de intercambio sobre la cuenta corriente es ambiguo debido a que un *shock* transitorio adverso va a tener tres efectos: en primer lugar, va a reducir el ingreso nacional actual respecto al ingreso nacional futuro; en segundo lugar, va a incrementar el precio actual de las importaciones respecto a su precio futuro; y el precio relativo de los bienes transables respecto a los no transables va a aumentar.

En el caso de los *commodities*, Fornero *et al.* (2014) estudian la dinámica de la cuenta corriente y tienen como predicción central de su modelo que durante un incremento persistente de los precios de los productos básicos los agentes creen al principio que este incremento es temporal, pero finalmente revisan sus expectativas al alza, ya que son sorprendidos por precios altos. Con lo cual la inversión interna se expande de una manera gradual impulsada por la inversión en el sector de los productos básicos, mientras que el ahorro interno disminuye de tal manera que se generan descensos en la cuenta corriente a través del tiempo. Por otra parte, Kilian *et al.* (2009) encuentran, para el caso del petróleo, que el efecto de un *shock* sobre la balanza comercial y la cuenta corriente depende de qué tan grande sea la respuesta de la balanza comercial no petrolera.

3. Efectos sobre el tipo de cambio

Para modelar el impacto que tienen los términos de intercambio o el que tiene el precio de los *commodities* sobre el tipo de cambio real generalmente se determinan dos sectores: sector transable y no transable como lo hacen Neary (1988), Chen y Rogoff (2003) y Cashin, *et al.* (2004). Por otra parte, cuando se busca incorporar los posibles efectos de la enfermedad holandesa se incluye un tercer sector que es el de bienes transables que no son recursos naturales (Coudert *et al.* 2008). Cabe resaltar que también existen modelos que incorporan *spillovers* positivos del sector transable hacia el no transable como el de Zain (2014).

Neary (1988) asume que existe una economía pequeña que produce un número de bienes arbitrarios de bienes transables y no transables bajo condiciones competitivas. Bajo este marco, el tipo de cambio real depende de las elasticidades de los precios de la oferta y demanda en los

sectores no transables y de la elasticidad del ingreso de la demanda. De esta forma, una mejora en los términos de intercambio puede llevar a una apreciación o depreciación real del tipo de cambio dependiendo de las elasticidades. Los efectos de la demanda provienen del supuesto que el bien transable también se puede consumir localmente. Cuando se elimina este supuesto, todos los efectos que existen sobre el tipo de cambio son básicamente por factores de oferta, como en el modelo de Cashin, *et al.* (2004). Para Chen y Rogoff (2003), el fracaso de los modelos estándar es evidente por su incapacidad para conciliar el ritmo extremadamente lento de las desviaciones del poder de paridad de compra con la enorme volatilidad que se observa a corto plazo, a esto se le conoce como el PPP *puzzle*. Para entender este *puzzle* demuestran que se necesitan considerar factores reales que influyen en el tipo de cambio real como los términos de intercambio, la productividad relativa de transables y no transables, etc.

Cashin, Céspedes y Sahay (2004) encuentran que un incremento en el precio real de los commodities generará una reducción en el tipo de cambio real. Este efecto se debe a que un aumento en el precio de los commodities va a aumentar los salarios de los trabajadores de este sector y dado que el trabajo es un factor móvil los trabajadores de los otros sectores van a buscar participar en la producción de commodities. Así, el precio relativo de los no transables se va a incrementar y como el de los transables se determina en el mercado mundial entonces se va a generar una apreciación del tipo de cambio real. Este mecanismo es parecido al efecto Balassa-Samuelson que afirma que las diferencias entre la productividad relativa del sector no transable y del transable pueden afectar al tipo de cambio a través de su impacto sobre los salarios relativos. En particular, las mejoras en productividad que se lleven a cabo se van a extender a toda la economía y van a generar que el tipo de cambio real se reduzca.

Finalmente, resulta importante resaltar que las teorías sobre la enfermedad holandesa señalan que el incremento del precio de los *commodities* va a generar un ingreso de flujos de divisas que va a disminuir el tipo de cambio real. Según estas teorías, esto va a llevar a que se reduzca la rentabilidad de otros sectores como el de manufacturas, ya que pierden competitividad y además van a pasar a competir con importaciones de bienes similares de menor costo. De esta forma, se va a producir un fenómeno de desindustrialización que generará que la tasa de crecimiento de largo plazo se vea afectada adversamente.

Capítulo IV. Metodología y modelo

La metodología planteada para esta investigación consiste en la aplicación de un modelo de equilibrio general estocástico y dinámico (DSGE, por sus siglas en inglés) que recoge el efecto de choques de precios de metales en la inversión minera de una economía abierta. Este se utilizará para realizar una estimación bayesiana de los parámetros Perú, a partir de data comprendida entre los años 2001 y 2015.

El modelo está basado en Fornero y Kirchner (2014) y Medina y Soto (2007). Consiste en una economía abierta que incorpora un sector productor de *commodities*². Los agentes del modelo incluyen hogares (ricardianos y no ricardianos), sector no transable, sector transable no minero, sector importador, dueños de capital minero y no minero, y autoridades fiscal y monetaria. El modelo considera hábitos de consumo, precios y salarios rígidos, costos de ajuste en la inversión y *time to build* para la inversión minera.

1. Hogares

Esta economía cuenta con un continuo de hogares indexados por $j \in [0,1]$. Estos se dividen en dos grupos: ricardianos y no ricardianos. Los hogares ricardianos toman sus decisiones de consumo intertemporal en función a sus expectativas racionales, debido a que cuentan con acceso al sistema financiero para almacenar su ahorro o endeudarse, en cada periodo. En cambio, los hogares no ricardianos (una fracción λ) no ahorran, por lo que consumen sus ingresos salariales íntegramente en cada periodo. Esta modelación se utiliza en la literatura para explicar que el suavizamiento del consumo no es perfecto, contexto que sirve para mostrar efectos de choques de gasto en la economía (Coenen y Straub 2004).

1.1 Hogares ricardianos

El problema de maximización intertemporal de la utilidad de los hogares ricardianos se representa de la siguiente manera:

$$\max E_{t} \sum_{i=0}^{\infty} \beta^{i} \zeta_{C,t+i} \left[\log \left(C_{t+i}^{R}(j) - h C_{t+i-1}^{R} \right) - \zeta_{L,t+i} \frac{l_{t+i}(j)^{1+\sigma_{L}}}{1 - \sigma_{L}} \right], \qquad j \in (1 - \lambda, 1],$$

sujeto a la siguiente restricción presupuestaria:

² El modelo completo se presenta en el anexo 1. La representación log lineal se muestra en el anexo 2.

$$\begin{split} P_{C,t}C_t^R(j) + E_t \big\{ d_{t,t+1}D_{t+1}(j) \big\} + \frac{B_t(j)}{r_t} + \frac{\varepsilon_t B_{P,t}^*(j)}{r_t^*\Theta_t} \\ &= W_t(j)l_t(j) + \Pi_t(j) - TAXN_t(j) + D_t(j) + B_{t-1}(j) + \varepsilon_t B_{P,t-1}^*(j), \end{split}$$

donde $C_t^R(j)$ es el consumo de bienes del hogar j y C_t^R es el agregado de consumo para los hogares ricardianos. Por su parte, $l_t(j)$ es el empleo del hogar j, medido en horas de trabajo. Las variables $\zeta_{C,t}$ y $\zeta_{L,t}$ corresponden, respectivamente, a choques de preferencia al factor subjetivo de descuento y a la preferencia por trabajo. $P_{C,t}$ es el precio agregado que enfrenta el consumidor, $W_t(j)$ es el salario nominal del hogar j, $\Pi_t(j)$ representa los ingresos obtenidos por la propiedad de las firmas y $TAXN_t$ son los impuestos de suma alzada del Gobierno. El precio de los bonos contingentes de un periodo $(D_t(j))$ viene dado por $d_{t,t+1}$, normalizados por la ocurrencia del estado de la naturaleza³. ε_t , es el tipo de cambio nominal, en términos de unidades de moneda local por unidades de moneda extranjera. r_t es la tasa de interés de los bonos denominados en moneda local, $B_t(j)$, mientras que r_t^* es la tasa de interés extrajera del financiamiento en bonos del exterior, $B_{P,t}^*(j)$. Finalmente, Θ_t es una prima por riesgo que enfrenta la economía local por acceder a créditos del exterior, la cual se expresa:

$$\Theta_t = \overline{\Theta} \exp \left[-\varrho_{BY} (BY_t - \overline{BY}) - \varrho_{NIR} (NIR_t - \overline{NIR}) + \frac{\zeta_{\Theta,t}}{\overline{\zeta_{\Theta}}} - 1 \right]$$

donde BY_t representa el ratio de posición de deuda con respecto al PBI ($BY_t = \varepsilon_t B_t^* / P_{Y,t} Y_t$), NIR representa el ratio de reservas internacionales netas con respecto al PBI, y $\zeta_{\Theta,t}$ es un choque a la prima por riesgo⁴.

1.2 Oferta de trabajo y fijación de salarios

Cada hogar *j* es un ofertante monopolista de un servicio de trabajo diferenciado. Por su parte, hay una serie de agentes perfectamente competitivos que adquieren estos servicios de trabajo, para crear una unidad de trabajo agregada. La tecnología de agrupación del trabajo de los hogares viene dada por:

$$l_t = \left(\int_0^1 l_t(j)^{\frac{\epsilon_L - 1}{\epsilon_L}} dj\right)^{\frac{\epsilon_L}{\epsilon_L - 1}}$$

³ La existencia de un set completo de bonos contingentes asegura que el consumo de los hogares ricardianos sea el mismo, independientemente de los ingresos que reciban por trabajo.

⁴ Las barras expuestas en la parte superior de las variables indican valores de estado estacionario.

El parámetro ϵ_L representa la elasticidad de sustitución entre diferentes servicios de trabajo. Esta unidad de trabajo es utilizada posteriormente como insumo para la producción de bienes intermedios.

La minimización de costos por parte de los agentes agrupadores de trabajo desprende las siguientes funciones de demanda:

$$l_t(j) = \left[\frac{W_t(j)}{W_t}\right]^{-\epsilon_L} l_t$$

donde

$$W_t = \left(\int_0^1 W_t(j)^{1-\epsilon_L} dj\right)^{1-\epsilon_L}$$

Los hogares fijan sus salarios siguiendo un esquema de precios a la Calvo indexados por inflación, siguiendo a Erceg et al. (2000). En cada periodo, una fracción de los hogares enfrenta una probabilidad $1-\phi_L$ de reoptimizar su salario nominal. En ese sentido, el parámetro ϕ_L recoge la rigidez de salarios, ya que al aumentar, un menor número de hogares tiene la posibilidad de alcanzar un salario óptimo en cada periodo. Los hogares que sí pueden hacerlo, enfrentarán el siguiente problema de maximización de retornos descontados:

$$\max_{W_{t}(j)} = E_{t} \sum_{i=0}^{\infty} \phi_{L}^{i} \Lambda_{t,t+i} \left[\Gamma_{W,t}^{i} W_{t}(j) l_{t+i}(j) - \zeta_{L,t} \frac{l_{t+i}(j)^{1+\sigma_{L}}}{1-\sigma_{L}} \left(C_{t+i}^{R}(j) - h C_{t+i-1}^{R} \right) \right]$$

Sujeto a la demanda de trabajo y a la regla de actualización del salario nominal, definida por $\Gamma_{W,t}^{i}$ ⁵. La variable $\Omega_{t,t+i}$ corresponde al factor de descuento intertemporal entre el periodo t y el periodo $t + i^6$. Aquellos hogares que no pueden reoptimizar en un periodo t definirán su salario siguiendo el promedio ponderado de la inflación pasada y el objetivo de inflación del Banco Central⁷. La cantidad de oferta de trabajo se ajusta en función al salario asumido para cada hogar.

El factor de descuento se define, considerando la presencia de hábitos de consumo, de la siguiente manera:
$$\Lambda_{t,t+i} = \beta^i \left(\frac{\zeta_{C,t+i}}{\zeta_{C,i}} \right) \left(\frac{C_t^R(j) - hC_{t-1}^R}{C_{t+i}^R(j) - hC_{t+i-1}^R} \right) \left(\frac{P_{C,t}}{P_{C,t+i}} \right), \quad j \in (\lambda,1]$$
 Los hogares que no actualizan sus salarios entre los periodos t y $t+i$, fijan sus salarios de la siguiente manera:

Esta regla se define como $\Gamma_{W,t}^i = (T_{t+i}/T_{t+i-1}) (1 + \pi_{C,t+i-1})^{\chi_L} (1 + \bar{\pi}_{t+i})^{1-\chi_L} \Gamma_{W,t}^{i-1}$, donde $\Gamma_{W,t}^0 = 1$. T_t es una tendencia estocástica en la productividad, término que permite evitar la dispersión de los salarios reales entre hogares en la senda de crecimiento del estado estacionario.

 $W_{t+i}(j) = \Gamma_{W,t}^i W_t(j).$

1.3 Hogares no ricardianos

Los hogares ricardianos consumen íntegramente su salario disponible en cada periodo, ya que no poseen métodos para ahorrar o endeudarse:

$$P_{C,t}C_t^{NR}(j) = W_t l_t(j) - TAXN_t(j), \qquad j \in [0, \lambda]$$

Se asume que el salario que reciben los hogares no ricardianos son iguales al salario promedio fijado por los hogares ricardianos. En ese sentido, el nivel de trabajo ofertado por los hogares no ricardianos coindice con el ofertado por los ricardianos.

1.4 Canasta de consumo

El consumo de bienes por parte de los hogares consiste en una canasta de agregación de elasticidad constante (CES, por sus siglas en inglés) que se compone del consumo básico, $C_{Z,t}(j)$, y del consumo de petróleo, $C_{O,t}(j)$.

$$C_t(j) = \left[\alpha_C^{\frac{1}{\omega_C}} \left(C_{Z,t}(j) \right)^{\frac{\omega_C - 1}{\omega_C}} + (1 - \alpha_C)^{\frac{1}{\omega_C}} \left(C_{O,t}(j) \right)^{\frac{\omega_C - 1}{\omega_C}} \right]^{\frac{\omega_C}{\omega_C - 1}}$$

La optimización de la composición de las canastas de consume desprende las siguientes demandas:

$$C_{Z,t}(j) = \alpha_C \left(\frac{P_{Z,t}(j)}{P_{C,t}}\right)^{-\omega_C} C_t(j), \qquad C_{O,t}(j) = (1 - \alpha_C) \left(\frac{P_{O,t}(j)}{P_{C,t}}\right)^{-\omega_C} C_t(j),$$

donde $P_{Z,t}$ y $P_{O,t}$ son, respectivamente, el precio de los bienes de consumo básicos y el precio local del petróleo. El nivel agregado de precios viene dado por $P_{C,t} = \left[\alpha_C \left(P_{Z,t}\right)^{1-\omega_C} + (1-\alpha_C)\left(P_{O,t}\right)^{1-\omega_C}\right]^{\frac{1}{1-\omega_C}}$.

A su vez, el consumo básico es una canasta CES de bienes finales domésticos, $C_{H,t}(j)$, y bienes importados, $C_{F,t}(j)$.

$$C_{Z,t}(j) = \left[\gamma_C^{\frac{1}{\eta_C}} \left(C_{H,t}(j) \right)^{\frac{\eta_C - 1}{\eta_C}} + (1 - \gamma_C)^{\frac{1}{\eta_C}} \left(C_{F,t}(j) \right)^{\frac{\eta_C - 1}{\eta_C}} \right]^{\frac{\eta_C}{\eta_C - 1}}$$

donde η_C es la elasticidad de sustitución entre bienes domésticos y bienes importados y γ_C es el

peso de cada grupo en la canasta. La optimización de la composición de las canastas de consumo desprende las siguientes demandas:

$$C_{H,t}(j) = \gamma_C \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{Z,t}}\right)^{-\eta_C} C_{Z,t}(j), \qquad C_{F,t}(j) = (1 - \gamma_C) \left(\frac{P_{F,t}(j)}{P_{Z,t}}\right)^{-\eta_C} C_{Z,t}(j),$$

donde $P_{H,t}$ y $P_{Z,t}$ son, respectivamente, el precio de los bienes domésticos finales y el de los bienes importados. El nivel agregado de precios viene dado por $P_{Z,t} = \left[\gamma_C \left(P_{H,t}\right)^{1-\eta_C} + (1-\gamma_C)\left(P_{F,t}\right)^{1-\eta_C}\right]^{\frac{1}{1-\eta_C}}$.

2. Inversión y bienes de capital

La economía cuenta con una firma representativa que alquila capital a los productores intermedios y que decide cuánto capital no minero se invierte en cada periodo. La inversión efectiva, I_t , es una agregación CES de inversión local y extranjera:

$$I_{t} = \left[\gamma_{l}^{\frac{1}{\eta_{l}}} (I_{H,t})^{\frac{\eta_{l}-1}{\eta_{l}}} + (1 - \gamma_{l})^{\frac{1}{\eta_{l}}} (I_{F,t})^{\frac{\eta_{l}-1}{\eta_{l}}} \right]^{\frac{\eta_{l}}{\eta_{l}-1}}$$

donde η_I es la elasticidad de sustitución entre la inversión local y extranjera y donde γ_I es el peso de los bienes locales en la inversión. Además, $I_{H,t}$ es un agregado de inversión privada y pública:

$$I_{H,t} = \left[\gamma_G^{\frac{1}{\eta_I}} (I_{P,t})^{\frac{\eta_I - 1}{\eta_I}} + (1 - \gamma_G)^{\frac{1}{\eta_I}} (I_{G,t})^{\frac{\eta_I - 1}{\eta_I}} \right]^{\frac{\eta_I}{\eta_I - 1}}$$

Las demandas resultantes del problema de optimización son las siguientes:

$$I_{P,t} = \gamma_I \left(\frac{P_{H,t}}{P_{I,t}}\right)^{-\eta_I} I_t, \qquad I_{F,t} = (1 - \gamma_I) \left(\frac{P_{F,t}}{P_{I,t}}\right)^{-\eta_I} I_t, \qquad I_{G,t} = (1 - \gamma_I) \left(\frac{P_{G,t}}{P_{I,t}}\right)^{-\eta_I} G_t$$

donde $P_{I,t}$ es el precio de la inversión no minera, dado por $P_{I,t} = \left[\gamma_I \left(\gamma_G \left(P_{H,t} \right)^{1-\eta_I} + (1-\gamma_I) \left(P_{F,t} \right)^{1-\eta_I} \right]^{\frac{1}{1-\eta_I}} \right]$

Los productores de capital cuentan con costos de ajuste que encarecen los cambios en la inversión, con el objetivo de evitar cambios bruscos en los niveles de inversión. La firma representativa considera el siguiente problema de optimización:

$$\max E_t \sum_{i=0}^{\infty} \Lambda_{t,t+i} [Z_{t+i} K_{t+i-1} - P_{I,t+i} I_{t+i}],$$

sujeto a la ley de movimiento del capital:

$$K_t = (1 - \delta)K_{t-1} + \left[1 - \Phi\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right)\right]\zeta_{I,t}I_t,$$

Donde Z_t es el precio de alquiler del capital no minero y K_t es el capital mencionado. $\zeta_{I,t}$ es un choque específico a la inversión y donde $\Phi(.)$ es una función que cumple con $\Phi(1+g_Y)=\Phi'(1+g_Y)=0$ y $\Phi''(1+g_Y)=\mu>0$, y donde g_Y es el crecimiento de estado estacionario de la economía.

3. Producción de bienes domésticos

Existe un grupo de empresas que utilizan una tecnología de agregación CES para producir bienes locales utilizando insumos intermedios domésticos. Estos bienes son luego vendidos en el país y en el exterior. Las demandas para una variedad particular de estos bienes, z_H , son:

$$Y_{H,t}(z_H) = \left(\frac{P_{H,t}(z_H)}{P_{H,t}}\right)^{-\epsilon_H} Y_{H,t}, \qquad Y_{H,t}^*(z_H) = \left(\frac{P_{H,t}^*(z_H)}{P_{H,t}^*}\right)^{-\epsilon_H} Y_{H,t}^*,$$

donde $P_{H,t}(z_H)$ y $P_{H,t}^*(z_H)$ son los precios de la variedad z_H utilizada en la producción de bienes locales que se venden en el país y en la producción de los bienes locales que se venden en el exterior, respectivamente.

Los productores de bienes intermedios escogen la combinación de trabajo, capital y petróleo más eficiente. La tecnología de producción es la siguiente:

$$Y_{H,t}(z_H) = a_{H,t} \left[\alpha_H^{\frac{1}{\omega_H}} V_{H,t}(z_H)^{\frac{(\omega_H - 1)}{\omega_H}} + (1 - \alpha_H)^{\frac{1}{\omega_H}} O_{H,t}(z_H)^{\frac{(\omega_H - 1)}{\omega_H}} \right]^{\frac{\omega_H}{\omega_H - 1}}$$

donde $V_{H,t}$ representa el valor agregado del trabajo y el capital, y $O_{H,t}$ es el nivel de petróleo usado como insumo intermedio. Por su parte, $a_{H,t}$ es un choque estacionario de productividad, común a todas las firmas. El valor agregado es una función del tipo Cobb-Douglas:

$$V_{H,t}(z_H) = [T_t l_t(z_H)]^{\eta_H} [K_{t-1}(z_H)]^{1-\eta_H},$$

donde, $l_t(z_H)$ es el nivel de trabajo utilizado, $K_{t-1}(z_H)$ es el *stock* de capital almacenado en el periodo anterior y T_t es una tendencia estocástica en la productividad del trabajo. Esta última variable cambia periodo a periodo según la expresión:

$$\frac{T_t}{T_{t-1}} = \zeta_{T,t}$$
, $\zeta_{T,t} = (1 + g_Y)^{1-\rho_T} \zeta_{T,t-1}^{\rho_T} \exp \varepsilon_{T,t}$

donde $\varepsilon_{T,t} \sim N(0, \sigma_T^2)$ es un choque i.i.d.

Los productores intermedios tienen poder monopólico y suministran su producto al mercado interno y externo, con precios de venta $P_{H,t}(z_H)$ y $P_{H,t}^*(z_H)$, respectivamente. Ambas decisiones se sostienen en una maximización de beneficios sujeta a la demanda del producto. Adicionalmente, esta decisión se establece en un esquema de precios a la Calvo. En cada periodo, la firma recibe una señal para reoptimizar su decisión de precios, con una probabilidad de $1 - \phi_{H_D}$ para el mercado interno y una probabilidad $1 - \phi_{H_F}$ para el externo. Si la empresa no recibe la señal, solamente actualiza su precio siguiendo una regla de indexación a la inflación. El problema de maximización para la producción orientada al mercado interno es:

$$\max E_t \sum_{i=0}^{\infty} \phi_{H_D}^i \Lambda_{t,t+i} \left[\Gamma_{H_D,t}^i P_{H,t}(z_H) - M C_{H,t+i} \right] Y_{H,t+i}(z_H),$$

sujeto a la demanda de bienes domésticos finales en el mercado interno. $MC_{H,t}(z_H)$ es el costo marginal de producir una unidad del bien de variedad z_H y $\Gamma^i_{H_D,t}$ es una regla de actualización del precio del bien doméstico⁸. De manera análoga, el problema de maximización de beneficios de productos orientados al mercado externo es:

Esta regla se define como $\Gamma^i_{H_D,t} = \left(1 + \pi_{H_D,t+i-1}\right)^{\chi_{H_D}} (1 + \bar{\pi}_{t+i})^{1-\chi_{H_D}} \Gamma^{i-1}_{H_D,t}$, donde $\Gamma^0_{H_D,t} = 1$. Las empresas que no actualizan sus precios entre los periodos t y t+i, fijan sus salarios de la siguiente manera: $P_{H_D,t+i}(z_H) = \Gamma^i_{H_D,t} P_{H_D,t}(z_H)$.

$$\max E_t \sum_{i=0}^{\infty} \phi_{H_F}^i \Lambda_{t,t+i} \left[\varepsilon_{t+i} \Gamma_{H_F,t}^i P_{H,t}^*(z_H) - M C_{H,t+i} \right] Y_{H,t+i}^*(z_H),$$

sujeto a la demanda de bienes domésticos finales en el mercado externo. $\Gamma_{H_F,t}^i$ viene a ser la regla de actualización del precio del bien exportado⁹.

4. Importación de bienes

En la economía, se tienen agrupadores competitivos que utilizan tecnología CES para combinar diferentes variedades de bienes importados para producir un bien final importado Y_F . La demanda obtenida por estos bienes, a partir de la optimización de estos agentes, es:

$$Y_{F,t}(z_F) = \left(\frac{P_{F,t}(z_F)}{P_{F,t}}\right)^{-\epsilon_F} Y_{F,t} ,$$

donde $-\epsilon_F$ es la elasticidad de sustitución entre las variedades importadas y $P_{F,t}(z_F)$ es el precio doméstico de la variedad importada z_F .

Las empresas importadoras adquieren estas variedades en el exterior y las venden a los agrupadores. Cada empresa importadora tiene poder monopólico sobre la venta local de un tipo de variedad de producto. Estas empresas ajustan sus precios siguiendo un esquema a la Calvo, con $1 - \phi_F$ de probabilidad de reoptimizar precios en ese periodo. Si la firma no recibe la señal para optimizar sus precios, esta solo los actualiza siguiendo una regla de indexación de inflación ¹⁰. El problema de maximización del importador de bienes es:

$$\max E_t \sum_{i=0}^{\infty} \phi_F^i \Lambda_{t,t+i} \left[\Gamma_{F,t}^i P_{F,t}(z_F) - \varepsilon_{t+i} P_{F,t}^*(z_F) \right] Y_{F,t+i}^*(z_F),$$

sujeto a la demanda de bienes importados.

Esta regla se define como $\Gamma^i_{H_F,t} = \left(1 + \pi^*_{H_F,t+i-1}\right)^{\chi_{H_F}} (1 + \bar{\pi}^*)^{1-\chi_{H_F}} \Gamma^{i-1}_{H_F,t}$, donde $\Gamma^0_{H_F,t} = 1$. Las empresas que no actualizan sus precios entre los periodos t y t+i, fijan sus salarios de la siguiente manera: $P^*_{H,t+i}(z_H) = \Gamma^i_{H_D,t} P^*_{H,t}(z_H)$.

¹⁰ Esta regla se define como $\Gamma_{F,t}^i = \left(1 + \pi_{F,t+i-1}\right)^{\chi_F} (1 + \bar{\pi})^{1-\chi_F} \Gamma_{F,t}^{i-1}$, donde $\Gamma_{F,t}^0 = 1$. Las empresas que no actualizan sus precios entre los periodos t y t+i, fijan sus salarios de la siguiente manera: $P_{F,t+i}(z_F) = \Gamma_{F,t}^i P_{F,t}(z_F)$.

5. Sector de producción de commodities

Esta especificación busca *endogeneizar* la producción de *commodities* a las fluctuaciones de sus precios, a través de un modelo de inversión con costos de ajuste y *time to build*, al igual que en Fornero y Kirchner (2014). Se asume que toda la producción es exportada y que una parte de los ingresos obtenidos por la actividad son redirigidos al Estado, mientras que el resto se destina al inversionista extranjero¹¹.

Existe una empresa en el sector S que utiliza capital específico a este sector, $K_{S,t}$, para producir commodities, $y_{S,t}$. La tecnología de producción es la siguiente:

$$Y_S = a_{S,t} F^S (T_t, K_{S,t-1}) ,$$

donde $F^S(.)$ es una función homogénea de grado uno y con retornos decrecientes en el capital específico. Se considera un solo factor de insumo para la producción debido a que se busca modelar un sector intensivo en capital, como la minería, con poca presencia de trabajo y otros insumos. $a_{S,t}$ es un choque de productividad específico al sector.

Los ingresos brutos de la empresa productora de commodities están dados por:

$$\Pi_{S,t} = P_{S,t} y_{S,t} - P_{C,t} T_t \kappa_{S},$$

donde $P_{s,t}$ es el precio doméstico del *commodity* exportado, el cual depende del tipo de cambio y del precio internacional del *commodity*, $P_{s,t}^*$, a través de la siguiente igualdad:

$$P_{s,t} = \varepsilon_t P_{s,t}^*$$

Por otra parte, $P_{C,t}T_t\kappa_S$ es un costo fijo de producción que crece a la misma tasa que el PBI nominal. Este costo funciona como una transferencia de suma alzada para los hogares ricardianos. El flujo de caja para la empresa es $CF_{S,t} = \Pi_{S,t} - P_{I_S,t}I_{S,t}$, donde $P_{I_S,t}I_{S,t}$ es el valor de la inversión de la empresa en el periodo t. El problema de maximización de beneficios es el siguiente 12:

¹¹ En el caso de Chile, el Estado recibe directamente recursos de la minería debido a que es propietaria de la empresa Codelco. En el caso peruano y australiano, el Estado obtiene recursos a través del impuesto a la renta y regalías mineras

¹² $\Lambda_{t,t+i}(S)$ es el factor de descuento del inversionista del exterior, el cual se asume igual al doméstico $\Lambda_{t,t+i}(S) = \Lambda_{t,t+i}$.

$$\max \sum_{i=0}^{\infty} \Lambda_{t,t+i}(S) \frac{CF_{S,t+i}}{P_{C,t+i}}$$

La inversión en este sector S se basa en un esquema del tipo *time to build*. Este consiste en que, en cada periodo, el *stock* de capital se incrementa en función a proyectos de inversión $X_{S,t}$. Además, se consideran costos de ajuste que permiten que la trayectoria de la inversión sea más suave. Estos proyectos de inversión toman $n \ge 1$ periodos en madurar y trasladarse a la producción del bien. La ley de movimiento de capital resultante es la siguiente:

$$K_{S,t} = (1 - \delta_S)K_{S,t-1} + \left[1 - \Phi_S\left(\frac{X_{S,t-n+1}}{X_{S,t-n}}\right)\right]X_{S,t-n+1},$$

Donde $\Phi_S(.)$ es una función que recoge los costos de ajuste del modelo y que cumple con $\Phi_S(1+g_Y) = \Phi_S'(1+g_Y) = 0$ y $\Phi_S''(1+g_Y) = \mu_S > 0$. Por otro lado, el flujo efectivo de inversión en el periodo t está dado por la agregación de los proyectos de inversión en marcha:

$$I_{S,t} = \sum_{j=0}^{n-1} \varphi_j \, X_{S,t-j},$$

Donde φ_j expresa la fracción de proyectos que iniciaron en t-j y que son financiados en el periodo t con $\sum_{j=0}^{n-1} \varphi_j = 1$. Asumiremos que se cumple que $\varphi_0 = \varphi_1 = \varphi_2 = \cdots = \varphi_{n-1}$, por lo que el costo de un proyecto se distribuye de manera igual en el horizonte de instalación. Del problema de maximización del dueño del capital se obtienen condiciones de primer orden que determinan la evolución de la inversión en el sector de *commodities* y su valor, dado por $Q_{S,t}$.

La unidad de inversión requerida en el sector S es una canasta CES de bienes domésticos, $I_{H,t}(S)$, y bienes importados, $I_{F,t}(S)$.

$$I_{S,t} = \left[\gamma_{I_S}^{\frac{1}{\eta_{I_S}}} I_{H,t}(S)^{1 - \frac{1}{\eta_{I_S}}} + \left(1 - \gamma_{I_S} \right)^{\frac{1}{\eta_{I_S}}} I_{F,t}(S)^{1 - \frac{1}{\eta_{I_S}}} \right]^{\frac{\eta_{I_S}}{\eta_{I_S} - 1}}$$

A partir de la minimización de costos de $P_{I_{S,t}}I_{S,}=P_{H,t}I_{H,t}(S)+P_{F,t}I_{F,t}(S)$, se obtienen las demandas derivadas para insumos de inversión del sector S:

$$I_{H,t}(S) = \gamma_{I_S} \left(\frac{P_{H,t}(S)}{P_{I_S,t}} \right)^{-\eta_{I_S}} I_{S,t}(S), \qquad I_{F,t}(S) = \left(1 - \gamma_{I_S} \right) \left(\frac{P_{F,t}(S)}{P_{I_S,t}} \right)^{-\eta_{I_S}} I_{S,t}(S)$$

6. Política fiscal y monetaria

Se ha preservado la modelación del sector fiscal presentada en Fornero y Kirchner (2014) y Medina y Soto (2007), debido a que especifica la influencia que tienen los balances fiscales con respecto a la producción del sector de *commodities*. Asimismo, incorpora una regla o estrategia de gasto estructural generalizada, política que es utilizada por la autoridad fiscal en Perú.

Una fracción χ del flujo de caja generado en el sector S es entregado al Gobierno en forma de regalías. Por otra parte, el Gobierno además cobra impuestos a las utilidades netas de depreciación de los inversionistas extranjeros, mediante la tasa τ_S . La restricción presupuestaria del Gobierno es la siguiente:

$$P_{G,t}G_{t} + \frac{\varepsilon_{t}B_{G,t}^{*}}{r_{t}^{*}\Theta_{t}} = \varepsilon_{t}B_{G,t-1}^{*} + \tau_{t}P_{Y,t}Y_{t} + \chi CF_{S,t} + \tau_{S}(1-\chi)(\Pi_{S,t} - \delta_{S}Q_{S,t}K_{S,t-1}),$$

donde $P_{G,t}G_t$ es el valor nominal del gasto del Gobierno, $B_{G,t}^*$ es el nivel de deuda extranjera del Gobierno y τ_t son impuestos de suma alzada dirigidos a los hogares. Se cumple que el gasto del Gobierno se dirige enteramente al sector doméstico, cumpliéndose $G_t = G_{H,t} + I_{G,t}$ y $P_{G,t} = P_{H,t}$.

El gasto del Gobierno sigue una regla o estrategia que ordena el déficit fiscal en función a una estimación del balance estructural:

$$\frac{P_{G,t}G_t}{P_{Y,t}Y_t} = \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{1}{r_{t-1}^*\Theta_{t-1}}\right) \frac{\varepsilon_t B_{G,t-1}^*}{P_{Y,t}Y_t} + \tau_t \frac{P_{Y,t}\hat{Y}}{P_{Y,t}Y_t} + \chi \frac{CF_{S,t}}{P_{Y,t}Y_t} \\ + \tau_S (1 - \chi) \frac{\left(\Pi_{S,t} - \delta_S Q_{S,t} K_{S,t-1}\right)}{P_{Y,t}Y_t} - \frac{VC_t}{P_{Y,t}Y_t} - \bar{s}_B \end{bmatrix} \frac{P_{G,t}\zeta_{G,t}T_t}{P_{Y,t}Y_t},$$

donde $VC_t = \left[\chi + \tau_S(1-\chi)\varepsilon_t \left(P_{S,t}^* - \widehat{P}_{S,t}^*\right)\right] Y_{S,t}$ es la parte de ajuste cíclico que depende entre la diferencia del precio efectivo del *commodity* y su nivel de referencia de largo plazo, $\widehat{P}_{S,t}^*$. Asimismo, \widehat{Y} viene a representar el nivel potencial del PBI real y el parámetro \overline{s}_B es el balance estructural objetivo. La variable $\zeta_{G,t}$ es un choque específico que captura desviaciones del gasto del Gobierno a la regla fiscal.

El Banco Central cumple una regla de política monetaria de tasa de interés que depende de la inflación subyacente, de la inflación del consumidor y de desviaciones de corto plazo del producto:

$$\frac{r_t}{\bar{r}} = \left(\frac{r_{t-1}}{\bar{r}}\right)^{\psi_r} \left[\left(\frac{\pi_{Z,t}}{\bar{\pi}}\right)^{\psi_\pi \psi_{\pi_Z}} \left(\frac{\pi_{t-1}}{\bar{\pi}}\right)^{\psi_\pi (1-\psi_{\pi_Z})} \left(\frac{Y_t/Y_{t-1}}{T_t/T_{t-1}}\right)^{\psi_Y} \right]^{1-\psi_r} \exp(\zeta_{m,t}),$$

donde ζ_m , t es un choque aleatorio que capta desviaciones de la tasa de interés de la política monetaria óptima.

Por otro lado, el Banco Central cuenta con una herramienta de intervención cambiaria, basada en Benes *et al.* (2015), con el objetivo de estabilizar las variaciones del tipo de cambio en el corto plazo. La regla es la siguiente:

$$\ln(NIR) = \ln(\overline{NIR}) + \psi_{NIR} * \ln\left(\frac{1}{\pi_{\varepsilon,t}}\right)$$

Donde, \overline{NIR} es el nivel de estado estacionario de reservas internacionales con respecto al PBI. El último término permite capturar el mecanismo de "flotación sucia" que Perú mantiene, bajo el cual el Gobierno acumula reservas internacionales cuando el tipo de cambio se aprecia (baja).

7. Resto del mundo

Agentes del exterior demandan bienes exportados de la economía doméstica y la producción del sector de *commodities*. Por otra parte, estos agentes suministran petróleo y variedades de bienes importados a la economía local. Se asume que la demanda de *commodities* es perfectamente elástica a cualquier nivel de precios internacionales, $P_{S,t}^*$. Por su parte, la oferta de petróleo se asume perfectamente elástica al precio internacional del petróleo, $P_{O,t}^*$, por simplicidad. La demanda exterior de bienes finales domésticos depende del ratio de precios $\left(P_{H,t}^*/P_t^*\right)$, el cual relaciona el precio en el exterior del bien local con respecto al índice general de precios en el exterior. Finalmente, la demanda agregada del exterior cumple con $Y_{H,t}^* = \zeta^* \left(\frac{P_{H,t}^*}{P_s^*}\right)^{-\eta^*} Y_t^*$.

8. Equilibrio agregado

La condición de limpieza de mercados para la producción doméstica es:

$$Y_{H,t}(z_H) = \left(\frac{P_{H,t}(z_H)}{P_{H,t}}\right)^{-\epsilon_H} Y_{H,t}, + \left(\frac{P_{H,t}^*(z_H)}{P_{H,t}^*}\right)^{-\epsilon_H} Y_{H,t}^*,$$

donde $Y_{H,t} = C_{H,t} + I_{P,t} + I_{H,t}(S) + G_t$. El PBI real se define por $Y_t = C_t + I_t + I_{S,t} + G_t + X_t - M_t$, mientras que el PBI nominal es $P_{Y,t}Y_t = P_{C,t}C_t + P_{I,t}I_t + P_{I_S,t}I_{S,t} + P_{G,t}G_t + P_{X,t}X_t - P_{G,t}G_t + P_{X,t}X_t$

 $P_{M,t}M_t$, donde $P_{X,t}X_t$ es el valor de las exportaciones y $P_{M,t}M_t$ es el valor de las importaciones. Estas últimos componentes cumplen, respectivamente con $P_{X,t}X_t = \varepsilon_t \left(P_{H,t}^*Y_{H,t}^* + P_{S,t}^*Y_{S,t}\right)$ y $P_{M,t}M_t = \varepsilon_t \left(P_{F,t}^*Y_{F,t} + P_{O,t}(C_{O,t} + O_{H,t})\right)$, donde $Y_{F,t} = C_{F,t} + I_{F,t} + I_{F,t}(S)$.

Combinando la restricción presupuestaria de los hogares y la del Gobierno, se obtiene la siguiente expresión para la evolución del endeudamiento externo:

$$\frac{\varepsilon_t B_t^*}{r_t^* \Theta_t} = P_{X,t} X_t - P_{M,t} M_t + \varepsilon_t B_{t-1}^* - (1 - \chi) C F_{S,t} + \tau_S (1 - \chi) \left(\Pi_{S,t} - \delta_S Q_{S,t} K_{S,t-1} \right)$$

El término al lado derecho de la ecuación representa las exportaciones netas, amortizaciones netas de deuda externa menos el flujo de caja del sector de *commodities* que pertenecen al inversionista extranjero y las transferencias del inversionista extranjero debido al impuesto a la renta neta de depreciación del capital.

Finalmente, la cuenta corriente de la economía se determina por:

$$CAY_{t} = \frac{1}{P_{Y,t}Y_{t}} \left[\frac{\varepsilon_{t}B_{t}^{*}}{r_{t}^{*}\Theta_{t}} - \frac{\varepsilon_{t}B_{t-1}^{*}}{r_{t-1}^{*}\Theta_{t-1}} \right] - (1 - \chi) \frac{Q_{S,t}(K_{S,t} - K_{S,t-1})}{P_{Y,t}Y_{t}}$$

El modelo cuenta con 14 secuencias de choques exógenos.

$$\left\{ \zeta_{C,t}, \zeta_{T,t}, \zeta_{I,t}, \zeta_{G,t}, \zeta_{m,t}, \zeta_{L,t}, \zeta_{\Theta,t}, a_{H,t}, a_{S,t}, r_t^*, \pi_t^*, Y_t^*, P_{O,t}^*, P_{S,t}^* \right\}_{t=0}^{\infty}$$

Todos los choques son aleatorios con una distribución i.i.d.

Capítulo V. Estimación y pruebas adicionales

1. Metodología de estimación

Al modelo presentado se le realiza una aproximación log lineal a un estado estacionario no estocástico, normalizando el índice de precios al consumidor, $P_{C,t}$ y retirando la tendencia estocástica del choque de productividad, T_t , con el objetivo de alcanzar una solución estacionaria de este. Este acápite está basado principalmente en Griffoli (2007), Lubik y Schorfheide (2006), An y Schorfheide (2007).

La metodología para la estimación es el enfoque bayesiano estándar que se basa en la función de máxima verosimilitud del modelo log linealizado. La información que existe en la función está compuesta por la generada por la data y la que se incorpora mediante el *prior*. El modelo se puede expresar como:

$$E_t[f_{\theta}(z_{t+1}, z_t, z_{t-1}, \epsilon_t)] = 0$$

con:

$$E_t[\epsilon_{t+1}] = 0$$

$$E_t[\epsilon_{t+1}\epsilon'_{t+1}] = \Sigma_{\epsilon}$$

donde z es el vector de variables endógenas, ϵ es el vector de variables estocásticas exógenas y θ es el vector de parámetros estructurales.

En particular, la solución del sistema log linealizado se puede expresar como:

$$\hat{z}_t = \Omega_z(\theta)\hat{z}_{t-1} + \Omega_\epsilon(\theta)\epsilon_t$$

donde \hat{z}_t es un vector que contiene las variables del modelo expresadas en log desviaciones de sus valores de estado estacionario. Por su parte Ω_z y Ω_ϵ son funciones de los parámetros estructurales.

La solución de la versión linealizada del sistema se obtiene a partir de un estado de espacios reducido de la forma:

$$z_t^* = M\bar{z}(\theta) + M\hat{z}_t + \eta_t$$

$$\hat{z}_t = \Omega_z(\theta)\hat{z}_{t-1} + \Omega_\epsilon(\theta)\epsilon_t$$

$$E_t[\epsilon_t \epsilon_t'] = \Sigma_\epsilon$$

$$E_t[\eta_t \eta_t'] = V$$

Asumiendo que las innovaciones están normalmente distribuidas se puede obtener la verosimilitud condicional de tal forma que se puede usar el filtro de Kalman para obtener los parámetros estructurales de la siguiente forma:

$$\begin{split} v_t &= z_t^* - \bar{z}(\theta) - M\hat{z}_t \\ F_t &= MP_tM' + V \\ K_t &= \Omega_z(\theta)P_tM'F_t^{-1} \\ \hat{z}_{t+1} &= \Omega_z(\theta)\hat{z}_t + K_tv_t \\ P_{t+1} &= \Omega_z(\theta)P_t(\Omega_z(\theta) - K_tM)' + \Omega_\epsilon(\theta)\Sigma_\epsilon\Omega_\epsilon(\theta)' \end{split}$$

Para poder generar dinámica en el sistema se asignan valores iniciales a y_1 y P_1 . Mediante la recursión del filtro de Kalman es posible derivar la log verosimilitud que está dada por:

$$\ln \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{Y}_{\mathrm{T}}^{*}) = -\frac{Tk}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}|F_{t}| - \frac{1}{2}v_{t}'F_{t}^{-1}v_{t}$$

Finalmente se obtiene la distribución de los parámetros. Como es una función no lineal en los parámetros, pero lineal en las variables log desviadas no se puede obtener de una forma explícita. Por ello, se procede a utilizar el algoritmo de Metropolis-Hastings de la siguiente manera:

- a. Escoger un punto inicial θ^0 , que típicamente es la moda de la distribución *a posteriori*, y repetir los pasos b, c y d.
- b. Tomar un θ^* propuesto desde una distribución enlace:

$$J(\boldsymbol{\theta}^*|\boldsymbol{\theta}^{t-1}) = \mathcal{N}(\boldsymbol{\theta}^{t-1}, c\Sigma_m)$$

donde Σ_m es la inversa del hessiano computado en la moda de la distribución a posteriori.

c. Computar el siguiente ratio de aceptación:

$$r = \frac{p(\boldsymbol{\theta}^*|\mathbf{Y}_{\mathrm{T}}^*)}{p(\boldsymbol{\theta}^{t-1}|\mathbf{Y}_{\mathrm{T}}^*)} = \frac{\mathcal{K}(\boldsymbol{\theta}^*|\mathbf{Y}_{\mathrm{T}}^*)}{\mathcal{K}(\boldsymbol{\theta}^{t-1}|\mathbf{Y}_{\mathrm{T}}^*)}$$

d. Aceptar o descartar el θ^* propuesto, de acuerdo a la siguiente regla, y actualizar, de ser necesario, la distribución de enlace:

$$\boldsymbol{\theta}^t = \begin{cases} \boldsymbol{\theta}^* & \text{con probabilidad min}(r, 1) \\ \boldsymbol{\theta}^{t-1} & \text{de otro modo.} \end{cases}$$

2. Variables observables

Para fines de esta investigación, la cual busca identificar los efectos de la última fase expansiva del ciclo de precios de metales ocurrida en los últimos años, se utiliza data con frecuencia trimestral, entre los años 2001 y 2015. En total se cuenta con 15 variables observadas. La tabla 1 resume estas variables y sus fuentes. La variable precio internacional de *commodities* ($P_{S,t}^*$) fue adaptada teniendo en cuenta la canasta de exportación de bienes. Para Perú se utilizó un índice de precios ponderado por la canasta de exportaciones referencial del año 2007, el cual incluye los precios de oro, plata, cobre, zinc, plomo, estaño y hierro.

Se realizaron transformaciones a las variables utilizadas en la estimación. Además, se utilizó el filtro de Hodrick y Prescott para retirar la tendencia del logaritmo del PBI de los componentes de la demanda agregada y de los precios de los *commodities*. En el caso de las inflaciones fueron incorporadas en el modelo a través de tasas de crecimiento respecto a su valor del año anterior. Las demás variables fueron logaritmadas y desviadas de su media histórica.

Tabla 1. Variables utilizadas para la estimación del modelo Perú, 2001-2015

Símbolo	Variable	Referencia
Y_t	Producto Bruto Interno real	Estadísticas del Banco Central de Reserva (2001-2015).
$Y_{S,t}$	Producción minera real	Instituto Nacional de Estadística e Informática (2001-2015) (serie de base 2007 empalmada con serie de base 1994).
$(I_{S,t}+I_t)$	Inversión total real	Estadísticas del Banco Central de Reserva (2001-2015).
G_t	Gasto público real	Estadísticas del Banco Central de Reserva (2001-2015).
l_t	Empleo formal	Empleo en empresas de 10 a más trabajadores. Estadísticas del Banco Central de Reserva (2001-2015).
$\pi_{\mathcal{C},t}$	Inflación del índice de precios al consumidor	Estadísticas del Banco Central de Reserva (2001-2015).
$\pi_{Z,t}$	Inflación subyacente	Estadísticas del Banco Central de Reserva (2001-2015).
r_t	Tasa de interés de política monetaria	Se utiliza la tasa de depósitos <i>overnight</i> . Estadísticas del Banco Central de Reserva (2001-2015).
rer_t	Tipo de cambio real	Tipo de cambio real multilateral. Estadísticas del Banco Central de Reserva (2001-2015).
CAY_t	Cuenta corriente	Estadísticas del Banco Central de Reserva (2001-2015).
$Y_{F,t}$	Demanda externa	Índice de crecimiento promedio del PBI de China, EE.UU., Europa y Japón. Información de Bloomberg (2001-2015) y Trademap (2001-2015).
π_t^*	Inflación externa	Índice de inflación promedio de China, EE.UU., Europa y Japón. Información de Bloomberg (2001-2015) y Trademap (2001-2015).
r_t^*	Tasa de interés externa	Tasa LIBOR a tres meses. Bloomberg (2001-2015).
Θ_t	Prima de riesgo	Spread EMBIG Perú. Estadísticas del Banco Central de Reserva (2001-2015).
$P_{0,t}^*$	Precio internacional del petróleo	Precio US\$ por barril de petróleo WTI. Bloomberg (2001-2015).
$P_{S,t}^*$	Índice de precios de metales	Índice de precios promedio de cobre, oro, plata, estaño, hierro, zinc y plomo, ponderado por canasta de exportación. Información de Bloomberg (2001-2015) y BCRP (2001-2015).

Fuente: Elaboración propia 2016.

3. Parámetros calibrados

La tabla 2 resume la lista de parámetros calibrados.

La senda de crecimiento (g_Y) de la economía peruana se asume por simplicidad en 4%, en línea con Dancourt *et al.* (2004). La inflación de estado estacionario se fija en el rango meta que maneja el Banco Central de Reserva. Asimismo, se considera una tasa de interés externa de 2%. La inflación externa y la prima por riesgo del país se ubican en 2%. La proporción de habitantes no ricardianos (λ) se fija en 0,75, en línea con el porcentaje de personas con acceso al crédito en el sistema financiero peruano.

El factor de descuento (β) se fija en 0,99, que implica una tasa de interés local de estado estacionario de 4,1%. La elasticidad inversa de trabajo de Frisch (σ_L) se ubica en 3.

Para α_C , se tomó el peso del consumo subyacente en la canasta del Índice de Precios del Consumidor, equivalente a 0,652. De esta fuente también se obtiene el peso del consumo de bienes no importados (γ_C), equivalente a 0,8892. La tasa de depreciación se fija en 2,5%, al igual que Carrera y Vega (2012). El peso de los bienes domésticos sobre la inversión se obtiene de calcular el peso de la construcción sobre la inversión total debido a que los bienes de capital suelen tener un mayor componente importado. Este valor equivale a 0,7489.

El peso del trabajo en el valor agregado (η_H), se basa en Dancourt *et al.* (2004) y se fija en 0,573. La elasticidad de sustitución del trabajo (ϵ_L) tiene un valor de 1,2, en línea con la literatura del tema.

Los parámetros relacionados al sector de *commodities* (κ_S , η_S , γ_{I_S}) y otros del sector doméstico (γ_H), son tomados de Fornero y Kirchner (2014) por simplicidad, debido a las similaridades entre el sector minero peruano y chileno. El parámetro χ , en la aproximación de Fornero y Kirchner (2014), se utilizó para establecer el porcentaje de propiedad del Gobierno sobre los ingresos del sector minero. En el caso de Chile, este está fijado en 0,31 por el peso que tiene Codelco, empresa estatal de explotación minera, en el sector minero de ese país. En el caso peruano, el Gobierno no cuenta con una empresa similar. Sin embargo, el Gobierno peruano aplica un impuesto sobre la utilidad operativa de las empresas mineras, en un rango de 1% y 12% dependiendo del nivel de margen obtenido, referencia que es utilizada para fijar el valor de χ en 6%. El impuesto a la

renta se fija en 30%, nivel que ha sido vigente por la mayor parte del periodo de análisis ¹³. Por otro lado, la depreciación del capital del sector de *commodities* se asume igual que en el sector productivo tradicional. El parámetro n denota el número de periodos que tardan los proyectos mineros en realizarse. Se fijó este valor igual a 6 periodos debido a que se busca analizar ciclos de corto plazo y que solo se cuenta con data de 60 trimestres, lo cual tiene serias implicancias para la estimación a medida que se incrementa el valor de n. Cabe resaltar que si se quisiera darle un mayor valor al parámetro, los principales mecanismos de transmisión no cambian, solo lo hacen en el caso que se elimine dicha característica. Esto sucede cuando toma el valor de 1.

Tabla 2. Parámetros calibrados

Parámetro	Descripción	Perú
g_{Y}	Senda de crecimiento de la economía (anualizado)	4,0%
$ar{\pi}$	Inflación meta de estado estacionario (anualizado)	2,0%
$ar{\pi}^*$	Inflación externa de estado estacionario (anualizado)	2,0%
$ar{r}^*$	Tasa de interés externa de estado estacionario (anualizado)	2,0%
$\overline{\Theta}$	Prima por riesgo de estado estacionario (anualizado)	2,0%
λ	Proporción de habitantes no ricardianos	0,75
β	Factor de descuento (trimestral)	0,99
σ_L	Elasticidad inversa de trabajo de Frisch	3
α_{C}	Peso del consumo subyacente sobre el consumo total	0,652
γ _c	Peso del consumo de bienes domésticos sobre el consumo total	0,8892
δ	Tasa de depreciación, sector H (anualizado)	0,025
γ_H	Peso de los insumos distintos a combustibles en la producción, sector <i>H</i>	0,99
η_H	Peso del trabajo en el valor agregado, sector H	0,573
ϵ_L	Elasticidad de sustitución entre variedades de trabajo	1,2
γ_I	Peso de los bienes domésticos en la inversión, sector <i>H</i>	0,7489
χ	Regalías mineras sobre utilidad operativa del sector S	0,06
$ au_S$	Impuesto a la renta	0,30
κ_S	Costo fijo de producción, sector S	0,009
η_S	Elasticidad del trabajo sobre la producción, sector S	0,686
$\delta_{\scriptscriptstyle S}$	Tasa de depreciación, sector S (anualizado)	0,025
γ_{I_S}	Peso de los bienes domésticos en la inversión, sector S	0,59
n	Periodos de demora en construcción de proyectos	6

Fuente: Elaboración propia 2016.

4. Distribución a priori y a posteriori de parámetros estimados

En esta sección se presentan los resultados del ejercicio de estimación de parámetros para Perú. Las tablas 3 y 4 presentan los parámetros estimados. Similar a Fornero y Kirchner (2014) los *priors* se eligen de acuerdo con el dominio en el que se definen los parámetros individuales, mientras que las medias y las desviaciones estándar de las distribuciones se seleccionan de acuerdo con las creencias sobre las regiones plausibles para los parámetros.

13 En el 2014 se redujo el impuesto a la renta a 28%.

Tabla 3. Estimación de parámetros para Perú

Parámetro	Descripción	Prior			Posterior		90% HPD interval	
		mean	dist.	s.d.	mean	mode		
h	Formación de hábitos	0,65	Beta	0,1	0,9506	0,9261	0,9272	0,9700
$\omega_{\mathcal{C}}$	E.S petróleo y consumo	0,3	Inv.Gm.	Inf.	1,0152	0,8275	0,7260	1,3213
$\eta_{\it C}$	E.S cons. domést. y exter.	1,12	Inv.Gm.	Inf.	0,3600	0,3735	0,2330	0,4879
ϕ_L	Prob. Calvo para salarios	0,82	Beta	0.1	0,9178	0,9084	0,8675	0,9654
χ_L	Indexación salarios	0,44	Beta	0,2	0,0472	0,0247	0,0028	0,0919
ϕ_{H_D}	Prob. Calvo precios domést.	0,75	Beta	0,05	0,5567	0,5800	0,5274	0,5911
ϕ_{H_F}	Prob. Calvo precios export.	0,6	Beta	0,05	0,5171	0,4733	0,4735	0,5517
ϕ_F	Prob. Calvo precios import.	0,66	Beta	0,05	0,8197	0,8150	0,8058	0,8356
χ_{H_D}	Indexación precios domést.	0,35	Beta	0,2	0,7183	0,5689	0,6029	0,8661
χ_{H_F}	Indexación precios export.	0,3	Beta	0,2	0,2684	0,1692	0,0487	0,451
χ_F	Indexación precios import.	0,3	Beta	0,2	0,0400	0,0085	0,0005	0,0685
ω_H	E.S. insumos de prod.	0,3	Inv.Gm.	Inf.	0,5818	1,0044	0,1686	1,1206
η_I	E.S. inv. domést. y del exter., H	0,5	Inv.Gm.	Inf.	0,3466	0,3541	0,2541	0,4267
η_{I_S}	E.S. inv. domést. y del exter., S	0,5	Inv.Gm.	Inf.	0,4034	0,3290	0,2547	0,5413
μ	Costo de ajuste inv., sect. H	1,2	Gamma	0,5	3,9813	3,8350	3,5834	4,4079
μ_S	Costo de ajuste inv., sect. S	1,5	Gamma	0,5	3,3050	3,6388	2,7919	3,6686
Q	Elast. prima riesgo país	0,01	Inv.Gm.	Inf.	1,3337	0,9648	1,0231	1,7178
ψ_r	Suavizac. tasa interés	0,67	Beta	0,1	0,5763	0,5424	0,5171	0,6336
$\psi_{\mathcal{Y}}$	Rpta. interés a crec. PBI	0,125	Normal	0,005	0,1209	0,1228	0,1154	0,1254
ψ_{π}	Rpta. interés a crec. inflación	1,3	Normal	0,1	1,2745	1,2655	1,2270	1,3534
ψ_{π_Z}	Rpta. interés a crec. inflac. subyac.	0,5	Beta	0,2	0,3056	0,1179	0,0761	0,5095

Fuente: Elaboración propia 2016.

Tabla 4. Estimación de parámetros de choques exógenos para Perú

Parámetro	Descripción	Prior			Posterior		90% HPD interval	
		mean	dist.	s.d.	mean	mode		
$ ho_H$	Coef. AR(1). Neutro-Product.	0,75	Beta	0,1	0,6133	0,6964	0,5205	0,7144
$ ho_T$	Coef. AR(1). Productividad	0,5	Beta	0,1	0,1925	0,1898	0,1199	0,2557
$ ho_{C}$	Coef. AR(1). Preferencias	0,75	Beta	0,1	0,8029	0,8368	0,7663	0,8393
$ ho_I$	Coef. AR(1). Inversión	0,75	Beta	0,1	0,7136	0,7333	0,6823	0,7437
$ ho_g$	Coef. AR(1). Fiscal	0,75	Beta	0,1	0,8019	0,7975	0,7320	0,8679
$ ho_{ heta}$	Coef. AR(1). Prima por riesgo	0,75	Beta	0,1	0,9575	0,9620	0,9228	0,9952
$ ho_{\mathcal{S}}$	Coef. AR(1). Product. Commod.	0,75	Beta	0,1	0,8746	0,8301	0,7926	0,9596
$ ho_{p_S}$	Coef. AR(1). Precios de Commod.	0,75	Beta	0,1	0,7197	0,6850	0,6380	0,8173
u_H	Desv. Estand. Neutro-Product.	0,005	Inv.Gm.	Inf.	0,2912	0,1880	0,1409	0,4605
u_T	Desv. Estand. Productividad	0,005	Inv.Gm.	Inf.	0,0959	0,0940	0,0795	0,1112
u_{c}	Desv. Estand. Preferencias	0,005	Inv.Gm.	Inf.	1,4309	0,8645	0,8730	1,9236
u_I	Desv. Estand. Inversión	0,005	Inv.Gm.	Inf.	1,5193	1,5255	1,2399	1,7928
u_g	Desv. Estand. Fiscal	0,005	Inv.Gm.	Inf.	0,1565	0,1477	0,1358	0,1808
u_{θ}	Desv. Estand. Prima por riesgo	0,005	Inv.Gm.	Inf.	0,9118	0,5599	0,6269	1,2775
u_{p_S}	Desv. Estand. Product. Commod.	0,005	Inv.Gm.	Inf.	0,0882	0,0878	0,0751	0,1013
u_m	Desv. Estand. Precios de Commod.	0,005	Inv.Gm.	Inf.	0,2809	0,2719	0,2323	0,3268

Fuente: Elaboración propia 2016.

Para la formación de los hábitos de consumo (h) se asume una distribución beta con media 0,65 y desviación estándar 0,1. El grado de sustitución del petróleo en la tecnología de producción de los productos nacionales (ω_c) y la elasticidad de sustitución entre en consumo interno y externo (η_c) está dada por una distribución gamma inversa con varianza difusa del *prior*.

Las pendientes de los precios y de los salarios en la curva de Phillips (ϕ_L , ϕ_{H_D} , ϕ_{H_F} , ϕ_F) están caracterizados por distribuciones tipo beta con medias entre 0,6 y 0,85 y con desviaciones estándar menores a 0,1. De igual forma, a los parámetros de indexación (χ_L , χ_{H_D} , χ_{H_F} , χ_F) se les otorga *priors* no informativos cuya distribución es tipo beta, con medias entre 0,45 y 0,3 y desviaciones estándar de 0,2.

A la elasticidad entre la inversión doméstica y extranjera de los sectores tradicional y el de *commodities* se les asigna una distribución gamma inversa con un *prior* difuso que permite capturar principalmente la información de la data. En el caso de los costos de ajuste (μ) y (μ_s) se considera una distribución gamma con medias entre 1,2 y 1,5 y desviaciones estándar de 0,5.

En el módulo de política monetaria, los parámetros de suavización de tasa de interés y la respuesta a la inflación subyacente son modelados bajo distribuciones beta con *priors* no informativos con desviaciones de 0,1 y 0,2, respectivamente. Mientras que los parámetros del crecimiento del producto y de la inflación responden a distribuciones normales.

Finalmente, todos los parámetros de los choques del modelo están caracterizados por procesos autorregresivos de primer orden. Se asume que la persistencia de estos choques se comportan como una distribución tipo beta con media 0,75 y desviación estándar de 0,1. En el caso de los errores de estos procesos, se consideran que responden a una distribución gamma inversa con media 0,005 y desviación estándar infinita.

5. Mecanismo time to build: ¿Qué tan importante es?

Los diversos modelos de equilibrio general estocástico y dinámico que se han elaborado para Perú no incorporan el mecanismo de *time to build*. La discusión sobre la importancia de este cobra particular relevancia en el contexto de las predicciones macroeconómicas. En particular, si un modelo sin *time to build* explica casi tanto como un modelo con este mecanismo, el costo de incorporarlo se incrementa en términos de parsimonia y, bajo el enfoque clásico, en grados de libertad.

Para poder conocer si el mecanismo aporta a capturar mejor la dinámica de la data, el procedimiento que se debe seguir es el de comparar dos tipos de modelo: uno que contenga el *time to build* (M_1) y otro que no (M_2) . La aproximación bayesiana resulta propicia para este propósito. En particular, los modelos a comparar se pueden diferenciar en términos de la distribución del *prior* o del espacio de parámetros.

De esta forma, se ha definido un modelo *benchmark* que no posee *time to build*, por lo cual se fija el valor de n igual a 1 en el modelo. Las condiciones de primer orden con esta condición son menos extensas y toman la siguiente forma:

$$k_{S,t} = (1 - \delta) \left(\frac{k_{S,t-1}}{\zeta_{T,t}} \right) + \left(1 - \Phi_{S,t} \right) x_{S,t} \frac{1}{\zeta_{T,t}}$$
 (1)

$$\Phi_{S,t} = \left(\frac{\mu_{I_S}}{2}\right) \left[\left(\frac{x_{s,t}}{x_{s,t-1}}\right) \zeta_{T,t} - (1+g_Y) \right]^2$$
 (2)

$$\Phi'_{S,t} = \mu_{I_S} \left[\left(\frac{x_{s,t}}{x_{s,t-1}} \right) \zeta_{T,t} - (1 + g_Y) \right]$$
 (3)

$$\Omega_{t,t} p_{I_{S},t} = E_{t} \left\{ \Omega_{t} q_{s,t} \left[1 - \Phi_{S,t} - \left(\frac{x_{s,t}}{x_{s,t-1}} \right) \zeta_{T,t} \Phi'_{S,t} \right] \zeta_{I_{S},t} + \Omega_{t,t+1} q_{S,t+1} \left[\left(\frac{x_{s,t+1}}{x_{s,t}} \right) \zeta_{T,t+1} \right]^{2} \Phi'_{S,t} \zeta_{I_{S},t+1} \right\}$$
(4)

$$q_{S,t} = E_t \left\{ \Omega_{t,t+1} \left(q_{S,t+1} (1 - \delta) + p_{S,t+1} a_{S,t+1} \left(\frac{k_{S,t}}{\zeta_{T,t+1}} \right)^{1 - \eta_S} \right) \right\}$$
 (5)

$$i_{S,t} = \frac{x_{S,t}}{\zeta_{T,t}} \tag{6}$$

Las ecuaciones descritas son similares a las ecuaciones del sector productivo de capital en el sector tradicional. En este esquema, la dinámica de la inversión en el sector de *commodities* tiene un efecto inmediato ante un choque de sus precios. En ese sentido, la firma toma en cuenta solamente los periodos t y t+1 para definir su decisión de inversión y los proyectos toman un solo periodo en madurar.

El objetivo de esta parte del documento es hacer competir los modelos y ver cuál es mejor. Para ello, se va a recurrir a tres criterios de comparación de modelos bayesianos: *Bayes factor*, el criterio de información bayesiana y el criterio de Akaike. Para ello, primero se procederá a la derivación de cada uno de estos criterios de forma que sea aplicable para los modelos en cuestión y se hará el cálculo respectivo para corroborar la pertinencia de los modelos en la data.

5.1 Bayes Factor (BF)

Denotemos a los dos modelos en cuestión como M_1 y M_2 . Donde cada uno tiene un set de parámetros θ_1 y θ_2 que cuentan con una distribución $g(\theta_1)$ y $g(\theta_2)$, respectivamente. Además, cuentan con una verosimilitud $L_1(x|\theta_1)$ y $L_2(x|\theta_2)$. Definamos a la probabilidad de que el modelo i sea verdadero como $p(M_i)$. Bajo estas especificaciones, usando la regla de

Bayes, se puede escribir a la probabilidad de que el modelo 1 sea el verdadero dada la data como:

$$\begin{split} p(M_1|x) &= \frac{p(M_1)p(x|M_1)}{p(x)} = \frac{p(M_1)L_1(x|M_1)}{L(x)} \\ p(M_1|x) &= \frac{p(M_1)\int L_1(x,\theta_1|M_1)d\theta_1}{L(x)} \\ p(M_1|x) &= \frac{p(M_1)\int L_1(x|\theta_1,M_1)g(\theta_1|M_1)d\theta_1}{L(x)} \\ p(M_1|x) &= \frac{p(M_1)\int L_1(x|\theta_1,M_1)g(\theta_1|M_1)d\theta_1}{p(M_1)\int L_1(x|\theta_1,M_1)g(\theta_1|M_1)d\theta_1} \end{split}$$

De manera análoga, la probabilidad de que el modelo 1 sea el verdadero dada la data está dada por:

$$p(M_2|x) = \frac{p(M_2) \int L_2(x|\theta_2, M_2) g(\theta_2|M_2) d\theta_2}{p(M_1) \int L_1(x|\theta_1, M_1) g(\theta_1|M_1) d\theta_1 + p(M_2) \int L_2(x|\theta_2, M_2) g(\theta_2|M_2) d\theta_2}$$

Se pueden dividir ambas expresiones y se obtiene:

$$\frac{p(M_1|x)}{p(M_2|x)} = \frac{p(M_1) \int L_1(x|\theta_1, M_1) g(\theta_1|M_1) d\theta_1}{p(M_2) \int L_2(x|\theta_2, M_2) g(\theta_2|M_2) d\theta_2} = \frac{p(M_1) k(x, \theta_1)}{p(M_2) k(x, \theta_2)}$$

donde $\int L_i(x|\theta_i, M_i)g(\theta_i|M_i)d\theta_i$ es conocida como la distribución marginal o kernel. Asimismo, en el enfoque bayesiano se suele denominar *bayes factor* (BF) a la división entre kernels. Este factor permite comparar dos modelos que compiten entre sí, y, a diferencia del enfoque clásico, estos no necesitan estar anidados. Podemos expresar nuevamente la división como:

$$\frac{p(M_1|x)}{p(M_2|x)} = \frac{p(M_1)}{p(M_2)} * BF$$

$$\frac{p(M_1|x)}{p(M_2|x)} * \frac{p(M_2)}{p(M_1)} = BF$$

Usando la regla de Bayes, es equivalente a:

$$\frac{p(M_1, x)}{p(x)p(M_1)} * \frac{p(M_2)p(x)}{p(M_2, x)} = BF$$

$$\frac{p(M_1, x)}{p(M_1)} * \frac{p(M_2)}{p(M_2, x)} = BF$$

$$\frac{p(x|M_1)}{p(x|M_2)} = BF = \frac{L(x|M_1)}{L(x|M_2)} = \frac{k(x, \theta_1)}{k(x, \theta_2)}$$

donde $p(x|M_i)$ es la probabilidad de que cierta parte de la data se producida por el modelo i, es decir, el *bayes factor* indica qué modelo representa mejor a la data. Este resultado es análogo al obtenido en Rabanal y Rubio-Ramírez (2005) donde se discute los fundamentos bayesianos y en el documento se usa el *bayes factor* para evaluar distintos DSGEs neo-keynesianos.

Para los modelos en cuestión se ha calculado el BF y es mayor que 10. Siguiendo a Jeffreys (1961), con este valor se puede decir que existe una evidencia robusta de que el modelo con *time to build* es preferido al modelo sin *time to build*, ya que minimiza la pérdida de información.

5.2 El Criterio de Información Bayesiano (BIC)

Bajo condiciones adecuadas, a medida que $N \to \infty$, la distribución del *posterior* puede ser aproximada por una especie de teorema del límite central:

$$\theta_i | x \sim N(\widehat{\theta}_i, [I(\widehat{\theta}_i)]^{-1})$$

Donde $\widehat{\theta}_l$ es el estimador de máxima verosimilitud e $I(\widehat{\theta}_l)$ es la matriz de información observada y evaluada en $\widehat{\theta}_l$. La matriz está definida como el negativo del hessiano del logaritmo del *posterior*, es decir, la matriz de segundas derivadas del logaritmo del *posterior* con respecto a los elementos de θ_i .

Si bien este teorema es parecido al del enfoque clásico, la principal diferencia radica en la incorporación del *prior*. No obstante, de manera intuitiva se podría decir que a medida que el tamaño de la muestra crece, la información de la máxima verosimilitud se vuelve más importante que la que otorga el *prior*. La aplicabilidad de esta proposición radica en excluir ciertas patologías del *prior* como que no se le otorgue un peso de cero a aquellas regiones del espacio de parámetros que se encuentran cerca del estimado de la máxima verosimilitud. También, se busca excluir ciertos casos donde la dimensión del espacio de parámetros incrementa con el tamaño de la muestra.

Cuando la aproximación descrita resulta correcta, se puede encontrar la densidad del *posterior*, ya que es igual a la de la distribución normal. Se conoce que la densidad del *prior* está representada por:

$$L(\theta_i|x) = (2\pi)^{\frac{n_i}{2}} |V|^{\frac{1}{2}} p(\theta_i|x)$$

Así, la del posterior, por la regla de Bayes, será proporcional a:

$$L(x|\theta_i) = (2\pi)^{\frac{n_i}{2}} |V|^{\frac{1}{2}} p(x|\theta_i) p(\theta_i) = (2\pi)^{\frac{n_i}{2}} |V|^{\frac{1}{2}} k(x,\theta_i)$$

Siguiendo a Sims (2008), cuando la muestra es grande, la matriz $V * T \to \overline{V}$, donde \overline{V} es un valor constante. Esto se deduce por dos condiciones:

$$\log(p(x|\theta_i)p(\theta_i)) = \sum_{1}^{T} \log(p(x_t|\{x_s, s < t), \theta_i)) = \log(k(x, \theta_i))$$

$$\frac{1}{T} \frac{\partial^2 k(x, \theta_i)}{\partial \theta_i \partial \theta_i'} \to E\left[\frac{\partial^2 \log(p(x_t|\{x_s, s < t), \theta_i)}{\partial \theta_i \partial \theta_i'}\right]$$

La segunda ecuación presenta a la matriz de información, que es la inversa de V. De esta forma, asumiendo que el proceso x_t es un proceso ergódico y que x_t depende de x_{t-s} solo para rezagos finitos de s, la matriz de información, al ser de una distribución normal, no va a depender de θ_i sino únicamente de la varianza del error del modelo.

Bajo las condiciones anteriores, se corrobora que $V * T \to \overline{V}$, esto se puede reemplazar de la siguiente forma en la verosimilitud del modelo i:

$$L(x|\theta_i) = (2\pi)^{\frac{n_i}{2}} |\bar{V}/T|^{\frac{1}{2}} p(x|\theta_i) p(\theta_i)$$

Como n_i representa la longitud de los parámetros se puede reordenar la verosimilitud como:

$$L(x|\theta_i) = (2\pi/T)^{\frac{n_i}{2}} |\overline{V}|^{\frac{1}{2}} k(x,\theta_i)$$

El logaritmo de la verosimilitud del modelo se reduce a:

$$\log(L(x|\theta_i)) = \frac{n_i}{2}\log(2\pi) - \frac{n_i}{2}\log(T) + \frac{1}{2}\log(|\bar{V}|) + \log(k(x,\theta_i))$$

Así, el criterio de información bayesiano (BIC) se basa en la comparación de $L(x|\theta_i)$ para los dos modelos.

$$BIC = \log(L(x|\theta_1)) - \log(L(x|\theta_2))$$

Usando lo encontrado anteriormente se obtiene:

$$\mathrm{BIC} = \log(2\pi) \left(\frac{n_1 - n_2}{2}\right) + \log(T) \left(\frac{n_2 - n_1}{2}\right) + \log(k(x, \theta_1)) - \log(k(x, \theta_2))$$

Este criterio de información penaliza los modelos con más parámetros, especialmente cuando la muestra crece y la forma en que lo hace es diferente al *bayes factor*: mientras el primero lo hace

directamente cuando se integran los parámetros, el BIC lo incorpora explícitamente en la comparación y se ve afectado a medida que la muestra crece.

Para los modelos que se buscan comparar en esta parte del documento, se ha calculado el valor del BIC y es mayor que 50. Esto, nuevamente, presenta evidencia a favor del modelo con *time to build*.

5.3 El Criterio de Akaike Bayesiano (AIC)

En el caso del criterio de Akaike, se busca minimizar la distancia Kullback-Leibler (KL) que mide la diferencia entre la log-verosimilitud del modelo con la distribución verdadera y la estimada:

$$KL_i = \int p(x) \log(p(x,\theta)) dx - \int p(x) \log(\hat{p}_i(x,\theta_1)) dx$$

La lógica de optimizar esta distancia radica en tener un modelo cuya distribución se asemeje más a la verdadera, es decir, si se busca minimizar este valor bastaría con obtener el máximo valor de la log-verosimilitud del modelo estimado, ya que la parte de la distribución verdadera es constante.

$$KL_i = \int p(x) \log(\hat{p}_i(x, \theta_i)) dx$$

Luego, siguiendo el procedimiento de Wasserman (2013) se puede derivar que:

$$KL_i \approx \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \log \hat{p}_i(x, \theta_i) - \frac{n}{T}$$

Para corroborar esto se aproxima mediante una expansión de Taylor de segundo orden a KL_i :

$$KL_i \approx \int p(x) \left(\log(\hat{p}_i(x,\theta)) + (\theta_i - \theta)' s(x,\theta) + \frac{1}{2} (\theta_i - \theta)' H(x,\theta) (\theta_i - \theta) \right) dy$$

Debido a que se está maximizando la log-verosimilitud, el valor esperado de la primera derivada o el $score\ s(x,\theta)$ es igual a 0, con lo cual se obtiene una expresión menos extensa.

$$KL_i \approx \int p(x) \left(\log(\hat{p}_i(x,\theta)) + \frac{1}{2} (\theta_i - \theta)' H(x,\theta) (\theta_i - \theta) \right) dy$$

Análogamente se puede realizar la expansión de Taylor para $\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\log\hat{p}_i(x,\theta_i)$

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \log \hat{p}_i(x, \theta_i) \approx \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \log \hat{p}_i(x, \theta) + (\theta_i - \theta)' s(x, \theta) + \frac{1}{2} (\theta_i - \theta)' H(x, \theta) (\theta_i - \theta)$$

Para probar lo requerido se necesitan restar ambas expresiones y tomando el esperado se pueden encontrar expresiones equivalentes, cuando el tamaño de la muestra es grande:

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \log \hat{p}_i(x,\theta) \to \int p(x) \left(\log \left(\hat{p}_i(x,\theta) \right) \right) dy$$

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{2} (\theta_i - \theta)' H(x,\theta) (\theta_i - \theta) \to \int p(x) \left(\frac{1}{2} (\theta_i - \theta)' H(x,\theta) (\theta_i - \theta) \right) dy$$

De esta forma:

$$E\left[KL_{i} - \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\log\hat{p}_{i}(x,\theta_{i})\right] \approx E\left[\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(\theta_{i} - \theta)'s(x,\theta)\right]$$
$$E\left[KL_{i} - \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\log\hat{p}_{i}(x,\theta_{i})\right] \approx E\left[\frac{1}{T}(\theta_{i} - \theta)'\sum_{t=1}^{T}s(x,\theta)\right]$$

Usando las propiedades de la traza:

$$E\left[KL_{i} - \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\log\hat{p}_{i}(x,\theta_{i})\right] \approx \frac{Traza(V^{-1}VVV^{-1})}{T} \approx \frac{Traza(I)}{T}$$

$$KL_{i} \approx \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\log\hat{p}_{i}(x,\theta_{i}) - \frac{n}{T} \approx \frac{\log(k(x,\theta_{i}))}{T} - \frac{n_{i}}{T}$$

Así, al comparar modelos se obtiene:

$$KL_1 - KL_2 \approx \frac{\log(k(x, \theta_1)) - \log(k(x, \theta_2))}{T} + \frac{n_2 - n_1}{T}$$

Respecto al BIC, este modelo penaliza de forma diferente al número de parámetros. Incluso, como los modelos a comparar son para el mismo periodo, se puede realizar una transformación al criterio que no genera mayores cambios:

$$T(KL_1 - KL_2) \approx \log(k(x, \theta_1)) - \log(k(x, \theta_2)) + n_2 - n_1$$

Usando este criterio para comparar los modelos en cuestión, se encuentra nuevamente evidencia nuevamente de que el modelo con *time to build* se ajusta mejor a los datos que el modelo que no lo incorpora. El valor del criterio es mayor que 50, lo cual muestra que hay evidencia robusta para afirmar que el mejor modelo es el que incorpora el mecanismo.

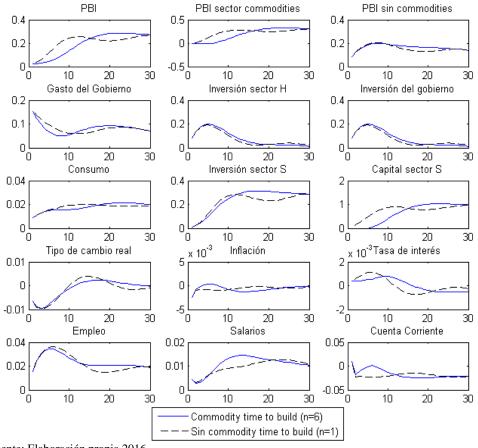
Capítulo VI. Análisis de resultados

En esta sección se presentan los resultados del modelo. En primer lugar, se analizan los efectos de un choque en el precio de los *commodities* y se analiza el rol del *time to build*. Luego se presentan distintos experimentos de política fiscal y monetaria. Finalmente, se plantean ejercicios de reglas simples de políticas óptimas.

1. Efectos de un choque en el precio de los commodities

Los resultados del gráfico7 muestran los efectos de un choque con y sin el mecanismo de *time to build*. Se observa que existe un incremento en el valor de la producción de los distintos sectores. El gasto del Gobierno aumenta como producto de una mayor recaudación. La inversión en todos los sectores se ve incentivada por este choque. Además, el tipo de cambio real se reduce y esto genera presión sobre la cuenta corriente debido a que las exportaciones se ven afectadas por un menor tipo de cambio y las importaciones se abaratan.

Gráfico 7. Respuesta a choque positivo de precios de commodities en modelos distintos de time to build



Fuente: Elaboración propia 2016.

Como producto de la incorporación del *time to build*, los principales impactos son el que ocurre con el PBI de la economía y en el sector de *commodities*. Cuando se incorpora el mecanismo, ambos se incrementan más en los periodos posteriores al choque y no instantáneamente debido a que los proyectos toman tiempo en construirse. Esta diferencia resulta relevante para la política monetaria: lo que se observa es que en un comienzo la tasa de interés reacciona de forma contracíclica y luego procíclica; sin embargo, cuando no se incorpora este mecanismo la tasa interés se reduce antes de lo que debería en el caso que se incorpore el *time to build*. Esto es de particular importancia para la elaboración de políticas ya que adelantar la respuesta de la política monetaria va a generar efectos no deseados sobre el ciclo económico.

2. Experimentos de política monetaria ante choques de precios de commodities

La regla de Taylor que se asume en el documento es una versión general del comportamiento de los hacedores de política monetaria. No obstante, pueden existir diferencias respecto a los objetivos que mantienen. Por esta razón, se realizan ejercicios contrafactuales a dicha regla. En primer lugar, existe una discusión sobre qué medidas de inflación deben importarle al Banco Central; por ello, se retira el supuesto de que está interesado en la inflación subyacente. En segundo lugar, la otra preocupación creciente en la literatura es si la autoridad monetaria debe preocuparse y responder a los valores pasados, presentes o futuros del crecimiento del producto. Así, en esta sección se realiza un ejercicio en el cual lo que importa es el crecimiento futuro del producto. De manera compacta, las reglas contrafactuales que asumimos son:

$$(I) \ \frac{r_{t}}{\bar{r}} = \left(\frac{r_{t-1}}{\bar{r}}\right)^{\psi_{r}} \left[\left(\frac{\pi_{t-1}}{\bar{\pi}}\right)^{\psi_{\pi}(1-\psi_{\pi_{Z}})} \left(\frac{Y_{t}/Y_{t-1}}{T_{t}/T_{t-1}}\right)^{\psi_{Y}} \right]^{1-\psi_{r}}$$

$$(II) \ \frac{r_{t}}{\bar{r}} = \frac{r_{t}}{\bar{r}} = \left(\frac{r_{t-1}}{\bar{r}}\right)^{\psi_{r}} \left[\left(\frac{\pi_{Z,t}}{\bar{\pi}}\right)^{\psi_{\pi}\psi_{\pi_{Z}}} \left(\frac{\pi_{t-1}}{\bar{\pi}}\right)^{\psi_{\pi}(1-\psi_{\pi_{Z}})} \left(\frac{Y_{t+1}/Y_{t}}{T_{t+1}/T_{t}}\right)^{\psi_{Y}} \right]^{1-\psi_{r}}$$

El gráfico 8 presenta los resultados de estos experimentos comparados con el caso base. De esto se aprecia que los cambios en el objetivo sobre la importancia de la temporalidad del crecimiento del producto generan muy ligeras variaciones respecto a las variables del modelo. A diferencia de este ejercicio, cuando se elimina la inflación subyacente de la regla se observa una mayor amplificación en la reacción de las variables del modelo, especialmente del consumo. Asimismo, existe un efecto sobre la inversión en el sector de *commodities*, pero que tiene ligera repercusión en su PBI respectivo.

Consumo Inversión sector S 0.4 0.03 0.02 0.2 0.2 0.01 0 0 20 20 30 2 × 10⁻³ x 10⁻³Tasa de interés PBI sector commodities Inflación 0.4 0.2 0 0 -2 0 -4 ò -0.210 20 0 30 30 Cuenta Corriente 0.01 Objetivos Taylor: r(-1),π_z, π_c, Δy 0 Objetivos Taylor: r(-1),π_c, Δy -0.01 Objetivos Taylor: r(-1), π_z, π_c, Δy(+1) -0.02 10

Gráfico 8. Respuestas de política monetaria a choque positivo de precios de commodities

Fuente: Elaboración propia 2016.

3. Experimentos de política fiscal

Los instrumentos de política fiscal asociados al sector minero son básicamente el impuesto a la renta y las regalías. Estos impuestos deben tener un balance para asegurar el uso responsable de recursos naturales no renovables. Las regalías, impuestos que gravan directamente el *cash flow* de la empresa, el componente más cercano a la producción, puede ser fijado en una tasa óptima (Boadway y Keen 2014). Sin embargo, este tipo de impuestos suele ser distorsionador, debido a que alcanzar esta senda de extracción óptima es difícil por la incertidumbre ante los precios futuros. Asimismo, las regalías mineras son vulnerables al problema de inconsistencia intertemporal, por parte del Gobierno, problema que no afecta al impuesto a la renta, mecanismo con mayor eficiencia.

El gráfico 9 presenta los resultados de realizar dos experimentos y compararlos con el caso base: el primer ejercicio es reducir la tasa de regalías a 0; en el segundo se reduce el impuesto a la renta del sector minero a 0. Como producto de estas simulaciones se obtiene que la reducción del impuesto amplifica más el ciclo económico y tiene impactos en todos los sectores de la economía. A diferencia de esto, la reducción generada por las regalías tiene un impacto mínimo debido principalmente a que su valor inicial es menor. Por ello, el instrumento fiscal que tiene mayor margen de manejo es el impuesto a la renta.

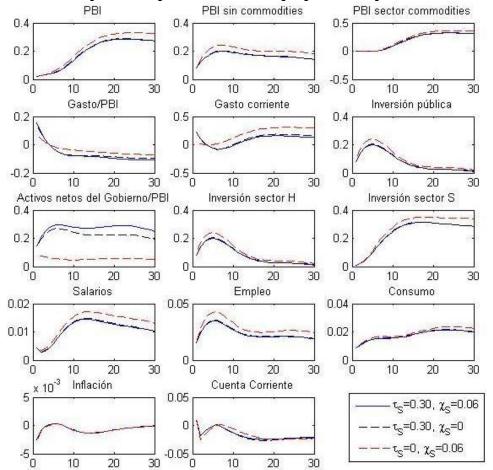


Gráfico 9. Respuestas de política fiscal a choque positivo de precios de commodities

Fuente: Elaboración propia 2016.

4. Reglas simples de política monetaria óptima ante choques de precios de commodities

Los hallazgos del modelo permiten entender el comportamiento de la política monetaria, no obstante, esto no asegura que sean óptimas. Por ello, en esta parte se busca encontrar políticas óptimas. En particular, sobre la base de las posibles reglas de intervención de la política monetaria desarrolladas en la subsección anterior, se busca encontrar los parámetros óptimos que permitan minimizar la función de pérdida del Banco Central. Uno de los primeros en resolver el problema de instrumentos óptimos fue Poole (1970) quien encontró que, para determinados valores de los parámetros, una política en la tasa de interés es superior a una política de incremento de masa monetaria, mientras que para otros valores de los parámetros lo contrario era cierto.

De esta forma, en el problema a resolver lo que se busca es minimizar la función de pérdida que está dada por:

$$Min E_t[\hat{z}_t V \hat{z}_t]$$

Sujeta a todas las ecuaciones que se obtuvieron del modelo, que se pueden reescribir de la siguiente forma:

$$A_1 E_t \hat{z}_{t+1} + A_2 \hat{z}_t + A_3 \hat{z}_{t-1} + C e_t = 0$$

donde \hat{z}_t son las log desviaciones de las variables respecto al estado estacionario, A_1, A_2, A_3 y C contienen los coeficientes del modelo, V captura las varianzas y covarianzas en la función de pérdida y e_t representa los choques.

Resolver este problema es equivalente a minimizar una suma ponderada de las variables del modelo. Para simplificar la función de pérdida se asume que el Banco Central busca minimizar la suma ponderada de la varianza del logaritmo de la brecha de producto y del logaritmo de la desviación de la inflación respecto a la meta inflacionaria, es decir, el problema a resolver será:

$$Min \ \lambda_1 Var(\hat{y}_t) + \lambda_2 Var(\hat{\pi}_{c,t})$$

sujeto a:

$$A_1 E_t \hat{z}_{t+1} + A_2 \hat{z}_t + A_3 \hat{z}_{t-1} + C e_t = 0$$

Con esto se podrán obtener los parámetros óptimos de la regla de Taylor ante un choque de precios de *commodities*. En el ejercicio a realizar también se obtendrán los parámetros óptimos para las modificaciones de la regla de Taylor que se describieron en la parte anterior. También se ha analizado el mecanismo en el cual no hay *time to build*. Se asume que la autoridad monetaria se preocupa más por las desviaciones del producto que de la inflación, por lo cual fijamos $\lambda_1 = \delta \lambda_2$.

Tabla 5. Reglas de política monetaria ante choque positivo de commodities

n	Tipo de Regla de Taylor	ψ_r	ψ_{π}	ψ_{π_Z}	$\psi_{\scriptscriptstyle \mathcal{Y}}$
1	I	0,9849	1,7209	0,6448	-0,0140
6	I	0,9829	1,7008	0,6503	0,2873
6	II	0,9619	1,7070	0,5858	0,0410
6	III	0,9777	1,7384	0,6571	0,0677
6	IV	0,8280	1,7333	0,6560	0,116

Nota: La regla de Taylor de tipo I corresponde al caso base. La regla tipo II no incluye la inflación subyacente. La III considera la brecha futura del producto y la regla tipo IV es la regla estimada en el modelo. El valor de n representa el número de periodos del *time to build*. Además, se asume que es igual a 2.

Fuente: Elaboración propia 2016.

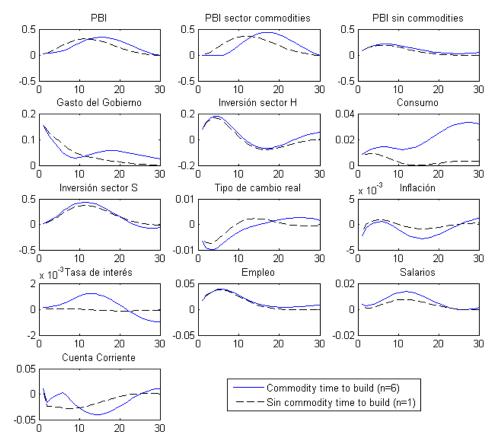
Una primera característica de los parámetros obtenidos es que la regla de Taylor estimada para el caso peruano difiere de los que deberían ser los parámetros óptimos: la importancia con la que cuentan las inflaciones es ligeramente mayor que la optimizada, mientras que los parámetros de la

tasa de interés pasada y de la brecha del producto son menores a los estimados. Esta última conclusión no cambia si se fija $\lambda_1=\lambda_2$.

Otro hecho que se puede apreciar es que cuando no se incorpora el *time to build* la principal diferencia que se encuentra es respecto a la importancia del producto en la regla de la autoridad monetaria. En específico, cuando no existe el mecanismo, la política óptima prácticamente no va a responder a cambios en la brecha del producto, mientras que en el primer caso sí va a haber una respuesta importante para minimizar su varianza.

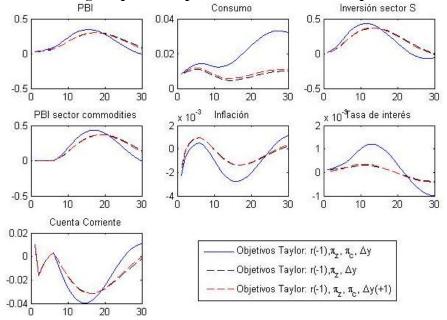
A partir de los parámetros que se obtuvo, se han simulado los efectos de un choque de precios de *commodities*. En los gráficos 10 y 11 se presentan dichos ejercicios. La nueva dinámica de las variables está principalmente caracterizada por una menor fluctuación, principalmente del producto, debido al objetivo con el que cuenta la autoridad monetaria. Asimismo, se observa que la convergencia del sistema ante un choque exógeno es más veloz que en las simulaciones anteriores.

Gráfico 10. Reglas óptimas de política monetaria ante choque de *commodities* en modelos distintos de *time to build*



Fuente: Elaboración propia 2016.

Gráfico 11. Reglas óptimas de política monetaria ante choque de commodities



Fuente: Elaboración propia 2016.

Capítulo VII. Extensiones para trabajos futuros

El presente documento permite comprender los efectos de un incremento en el precio de los minerales y los mecanismos bajo el cual se transmite. Sin embargo, aún existen extensiones importantes que ayudarán a responder preguntas para el contexto futuro de la economía peruana, que probablemente pueda estar acompañado por una caída en el precio de los minerales. En particular, existen tres extensiones importantes para documentos futuros.

En primer lugar, se debe considerar el efecto asimétrico del *time to build* ante un incremento del precio de los minerales. En el modelo desarrollado, cuando los precios se incrementan, el número de proyectos que realizan los inversionistas del sector minero aumenta. No obstante, ante una reducción en los precios, en principio, los inversionistas no pueden reducir el número de proyectos que mantienen. En efecto, en los periodos de auge de los precios, se van a crear más proyectos porque es la decisión óptima; sin embargo, cuando se pasa a un ciclo recesivo, los inversionistas van a tener que mantener los proyectos que han adquirido. Por ello, el incorporar un efecto asimétrico permitiría entender mejor la dinámica de la inversión en un contexto de caída en los precios de los minerales.

En segundo lugar, la incorporación de un acelerador financiero en el modelo podría hacerlo más completo y permitiría comprender de mejor manera la dinámica con el sector financiero. La importancia de incorporar un acelerador financiero es que los choques adversos pueden ser amplificados de manera endógena debido a que las condiciones en el sector financiero empeoran y se propagan al sector real. En la literatura de acelerador financiero, el modelo de Bernanke *et al.* (1996) relaciona inversamente la prima de financiamiento externa (la diferencia entre los costos de los fondos obtenidos externamente y el costo de oportunidad de los fondos internos) y la riqueza neta de los prestatarios. Esto se debe a que cuando la riqueza neta de los agentes es menor, como existe selección adversa, en equilibrio, los bancos deben ser compensados con un mayor costo de agencia y por ende la prima de financiamiento externa se incrementa.

En el caso estudiado, una reducción en el precio de los minerales puede afectar las condiciones crediticias. En particular, la riqueza de los prestatarios se va a reducir ante dicho aumento debido a que van a tener menores ingresos producto del choque, mientras que la prima se comportará de manera contracíclica. La incorporación de esta característica va a repercutir en la amplificación y persistencia de variables como la inversión, el gasto y la producción.

Una tercera extensión importante al modelo es la incorporación de una aproximación no lineal en vez de log-lineal. Esto va a relajar el supuesto de equivalencia cierta y va a generar que los mecanismos de propagación del modelo sean no lineales. La dinámica no lineal permite capturar las asimetrías de la data como los efectos asimétricos que generan los choques de productividad en los precios o en la inflación. Además, mediante esta extensión se podrán realizar ejercicios de bienestar, ya que en los modelos de primer orden, como existe equivalencia cierta, no se puede realizar dicho análisis. Con una versión no lineal se pueden computar políticas óptimas para la parte fiscal a través de la optimización de la función de bienestar del agente o del planificador central, lo cual permitiría hallar el impuesto óptimo al sector minero.

Conclusiones y recomendaciones

1. Conclusiones

En este documento se ha buscado entender los principales efectos de un choque del precio de los *commodities* y los canales bajo el cual se transmite. Uno de los principales mecanismos en el modelo es la incorporación del *time to build*, que considera que los proyectos del sector minero toman tiempo en desarrollarse. De esta forma, la predicción central del modelo es que, cuando hay un incremento en el precio de los *commodities*, se va a generar una dinámica procíclica en el valor de la producción de todos los sectores, en la inversión, el consumo y el gasto del Gobierno. A diferencia de los modelos tradicionales, el mecanismo de *time to build* hace que los efectos del choque no se propaguen automáticamente debido a que hay un tiempo de construcción de los proyectos y esto va a tardar en afectar a la economía.

El segundo aporte del documento es metodológico. Existe un gran número de documentos de investigación que buscan modelar el comportamiento de la economía peruana. Sin embargo, no incorporan el mecanismo del *time to build*. Se ha probado que cuando el modelo incorpora esta característica es robustamente mejor a uno que no cuenta con *time to build*. Esto también es de particular importancia cuando se realizan ejercicios de predicción sobre la economía peruana, ya que el primero va a tener una mayor capacidad predictiva.

2. Recomendaciones

Las recomendaciones de política que se derivan para la política macroeconómica son el tercer aporte del documento. En primer lugar, resulta importante que la autoridad monetaria incorpore completamente el mecanismo de *time to build* porque, cuando no ocurre esto, la autoridad monetaria adelantaría su respuesta de política al choque del precio de los metales. En segundo lugar, el problema de reglas óptimas monetarias simples muestra que si el Banco Central está interesado en minimizar la suma ponderada de la varianza de las desviaciones del producto y la inflación respecto a sus valores de equilibrio, entonces, en su regla que determina la tasa de interés debería darle una mayor importancia al producto.

Bibliografía

- Adler, G., y Magud, N. E. (2013). "Four decades of terms-of-trade booms: Saving-investment patterns and a new metric of income windfall". *IMF Working Papers*, vol. 13 (103), p. 1-31.
- Adler, G., y Sosa, S. (2011). "Commodity price cycles: The perils of mismanaging the boom".
 IMF Working Papers, vol. 11 (328), p. 1-38.
- An, S. y Schorfheide, F. (2007). "Bayesian analysis of DSGE models". *Econometric reviews*, vol. 26 (2-4), p. 113-172.
- Benes, Jaromir; Berg, Andrew; Portillo, Rafael; y Vavra, David (2015). "Modeling sterilized interventions and balance sheet effects of monetary policy in a New-Keynesian framework".
 Open Economies Review, vol. 26(1), 81-108.
- Bernanke, Ben; Gertler, Mark; y Gilchrist, Simon (1996). "The Financial Accelerator and the Flight to Quality". *The Review of Economics and Statistics*, vol. 78(1), p. 1-15.
- Bjørnland, H. C. y Thorsrud, L. A. (2013). Boom or gloom? Examining the Dutch disease in a two-speed economy [En Línea]. Oslo: Norwegian Business School. Fecha de publicación: sin fecha. Fecha de consulta: 01/02/2016. Disponible en:
 http://www.bi.edu/InstitutterFiles/Samfunns%C2%B0konomi/CAMP/Working_CAMP_6-2013.pdf>.
- Boadway, R. & Keen, M. (2014). Rent taxes and royalties in designing fiscal regimes for non-renewable resources [En línea]. Washington DC: Queen's University. Fecha de publicación: sin fecha. Fecha de consulta: 21/03/2016. Disponible en: http://www.sv.uio.no/econ/english/research/news-and-events/events/guest-lectures-seminars/ofs-seminar/documents/Boadway-Keen.pdff.
- Brahmbhatt, M.; Canuto, O.; y Vostroknutova, E. (2010). "Dealing with Dutch Disease". *The World Bank Economic Premise*. Note N° 16, p. 1-7.
- Broda, C. M. y Tille, C. (2003). "Coping with terms-of-trade shocks in developing countries". Current issues in Economics and Finance, vol. 9 (11), p. 1-7.
- Carrera, C. y Vega, H. (2012). "Interbank market and macroprudential tools in a DSGE model". *BIS paper*, vol. 3, p. 1-47.
- Cashin, P.; Céspedes, L. F.; y Sahay, R. (2004). "Commodity currencies and the real exchange rate". *Journal of Development Economics*, vol. 75 (1), p. 239-268.
- Cashin, P. y McDermott, C. (1998). "Are Australia's current account deficits excessive?" *Economic Record*, vol. 74 (227), p. 346-361.
- Castillo, P. y Rojas, Y. (2014). "Términos de intercambio y productividad total de factores:
 Evidencia empírica de los mercados emergentes de América Latina". Revista Estudios

- *Económicos*, vol. 28, p. 27-46.
- Chen, Y. C. y Rogoff, K. (2003). "Commodity currencies". *Journal of international Economics*, vol. 60(1), p. 133-160.
- Coenen, G. y Straub, R. (2004). *Non-Ricardian households and fiscal policy in an estimated DSGE model of the euro area*. Manuscript, European Central Bank, 1.
- Collier, P. y Goderis, B. (2007). "Prospects for Commodity Exporters: Hunky Dory or Humpty Dumpty?" World Economics, vol. 8, p. 1-15.
- Connolly, E. y Orsmond, D. (2011). *The mining industry: from bust to boom.* Australia: Economic Analysis Department, Reserve Bank of Australia.
- Córdova, J. P. y Rojas, Y. (2010). "Reglas fiscales y términos de intercambio". *Revista Estudios Económicos*, Banco Central de Reserva del Perú, vol. (19), 7-32.
- Coudert, Virgine; Couharde, Cécile; y Mignon, Valerie (2008). "Do Terms of Trade Drive Real Exchange Rates? Comparing Oil and Commodity Currencies". *CEPPI*, vol. 32, p. 58-74.
- Dancourt, O.; Jiménez, F.; Mendoza, W.; Morón, E.; & Seminario, B. (2004). El modelo de corto plazo. Lima: Departamento de Economía, Universidad del Pacífico. Chapters of Books, 1, 75-122.
- Deaton, A. y Miller, R. I. (1995). International commodity prices, macroeconomic performance, and politics in Sub-Saharan Africa. Pinceton: International Finance Section, Department of Economics, Princeton University.
- Del Valle, Mariele (2013). "Ingresos Fiscales por Explotación de Recursos Mineros e Hidrocarburos en Perú". *Inter-American Development Bank PB*, vol. 197, p. 1-52.
- Erceg, C. J.; Henderson, D. W.; y Levin, A. T. (2000). "Optimal monetary policy with staggered wage and price contracts". *Journal of monetary Economics*, 46(2), 281-313.
- Fornero, J. y Kirchner, M. (2014). Learning About Commodity Cycles and Saving-Investment Dynamics in a Commodity-Exporting Economy. In Central Bank of Chile, working papers 727.
- Fornero, J.; Kirchner, M.; y Yani, A. (2014). *Terms of Trade Shocks and Investment in Commodity Exporting Economies*. Santiago: Banco Central de Chile.
- Frankel, J. A. (2011). A solution to fiscal procyclicality: The structural budget institutions pioneered by Chile (N° w16945). National Bureau of Economic Research.
- Griffoli, Tommaso Mancini. (2007). Dynare User Guide. An introduction to the solution and estimation of DSGE models. Fecha de publicación: sin fecha. Fecha de consulta: 01/12/2015.
 Disponible en: http://www.cepremap.cnrs.fr/dynare
- Gruss, B. (2014). "After the Boom–Commodity Prices and Economic Growth in Latin America and the Caribbean" (N° 14-154). *International Monetary Fund*.

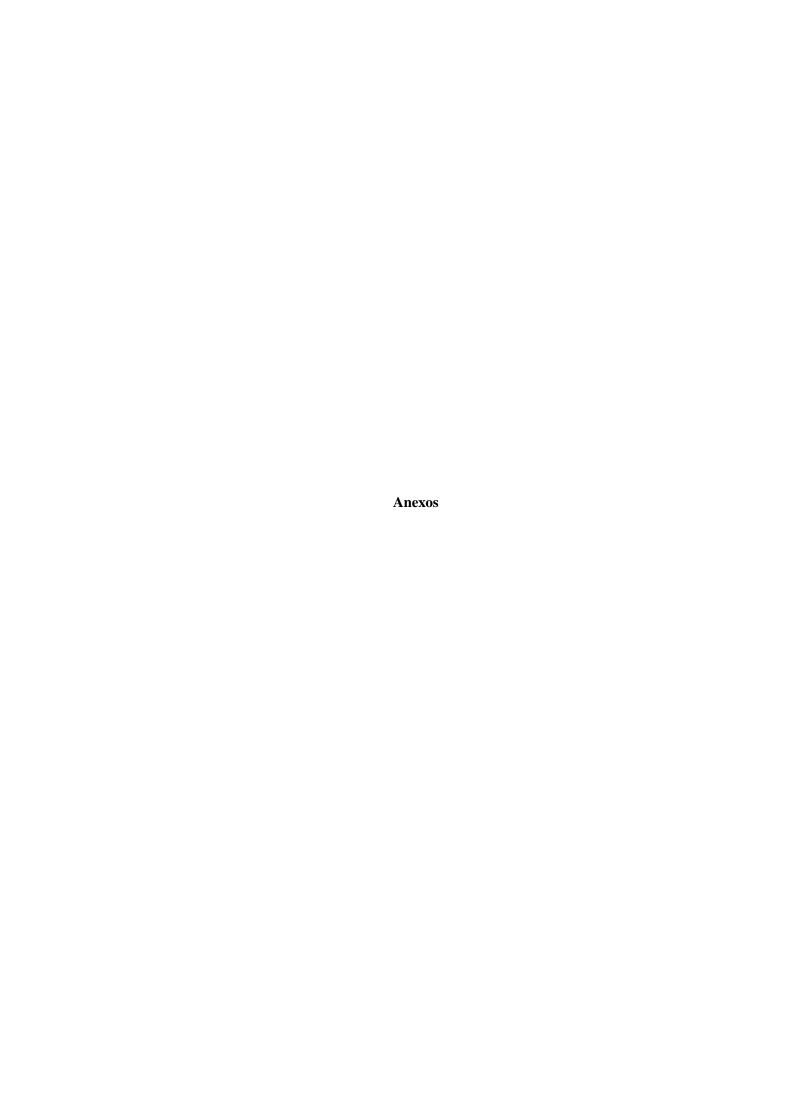
- Harberger, A. C. (1950). "Currency depreciation, income, and the balance of trade". *The Journal of Political Economy*, 47-60.
- Harchaoui, T. M. y Lasserre, P. (1995). "Testing the impact of taxation on capacity choice: A 'putty clay'approach". *Journal of Public Economics*, 56(3), 377-411.
- Jeffreys, Harold (1961). Theory of Probability. 3ra ed. Oxford: Oxford University Press.
- Kilian, Lutz; Rebucci, Alessandro; y Spatafora, Nikola (2009). "Oil shocks and external balances". *Journal of International Economics*, vol. 77(2), 181-194.
- Laursen, S. y Metzler, L. A. (1950). "Flexible exchange rates and the theory of employment". The Review of Economics and Statistics, 281-299.
- Lubik, T. y Schorfheide, F. (2006). "A Bayesian look at the new open economy macroeconomics". *In NBER Macroeconomics Annual* 2005, Volume 20 (pp. 313-382). MIT Press.
- Malakhovskaya, O. y Minabutdinov, A. (2014). "Are commodity price shocks important? A
 Bayesian estimation of a DSGE model for Russia". *International Journal of Computational
 Economics and Econometrics*, 4(1-2), 148-180.
- Medina, L. (2010). "The dynamic effects of commodity prices on fiscal performance in Latin America". *IMF Working papers*, 1-27.
- Medina, J. P. y Soto, C. (2007). "The Chilean business cycles through the lens of a stochastic general equilibrium model". *Central Bank of Chile Working Papers*, 457.
- Neary, P. (1988). "Determinants of the equilibrium real exchange rate". *The American Economic Review*, 78(1), 210-215.
- Obstfeld, M. y Rogoff, K. (1994). "The intertemporal approach to the current account".
 (N° w4893). National Bureau of Economic Research.
- Ocampo, J. A. y Erten, B. (2013). "Super cycles of commodity prices since the mid-nineteenth century". *World Development*, vol. 44, 14-30.
- Pindyck, R. S. (1993). "Investments of uncertain cost". *Journal of financial Economics*, 34(1), 53-76.
- Poole, William (1970). "Optimal Choice of Monetary Policy Instruments in a Simple Stochastic Macro Model". *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 84(2), p.197-216.
- Rabanal, Paul y Rubio-Ramírez, Juan (2005). "Comparing New Keynesian Models of the Business Cycle: A Bayesian Approach". *Journal of Monetary Economics*, vol. 52, pp. 1151-1166
- Raddatz, C. E. (2007). "Are external shocks responsible for the instability of output in low-income countries?". *World Bank Policy Research*. Working Paper (3680).
- Ross, K. y Tashu, M. (2015). "Investment Dynamics in Peru". IMF Country Report N° 15/134, 4-17.

- Sachs, J. D. y Warner, A. M. (1995). "Natural resource abundance and economic growth". National Bureau of Economic Research. (N° w5398).
- Schumpeter, J. A. (1939). Business cycles. (Vol. 1, pp. 161-74). New York: McGraw-Hill.
- Sims, A. (2008). Model Comparison [En línea]. Nueva Jersey: Princeton University. Fecha de publicación: sin fecha. Fecha de consulta: 15/03/2016. Disponible en: http://sims.princeton.edu/yftp/Times08/ModelComp.pdf>.
- Sinnott, E.; Nash, J.; y De la Torre, A. (2010). Los recursos naturales en América Latina y el Caribe. Más allá de bonanzas y crisis. Washington DC: Estudios del Banco Mundial sobre América Latina y el Caribe. Publicado por Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento/Banco Mundial.
- Spatafora, N. y Warner, A. M. (1995). "Macroeconomic effects of terms-of-trade shocks: the case of oil-exporting countries". (Vol. 1410). *World Bank Publications*.
- Torres, N.; Afonso, Ó.; y Soares, I. (2013). A survey of literature on the resource curse: critical analysis of the main explanations, empirical tests and resource proxies. (N° 1302). Porto: Universidade do Porto, Faculdade de Economia do Porto.
- Tovar, P. y Chuy, A. (2000). "Términos de Intercambio y Ciclos Económicos". Revista Estudios Económicos, 5.
- Wasserman, Larry (2013). All of statistics: a concise course in statistical inference. 1era ed.
 Pittsburgh: Springer Science & Business Media.
- Williamson, J. G. (2008). "Globalization and the Great Divergence: terms of trade booms, volatility and the poor periphery, 1782–1913". *European Review of Economic History*, 12(3), 355-391.
- Zain, A. (2014). Fiscal Policy and Dutch Disease: Antidote or Poison? [En línea]. Sidney:
 The University of New South Wales School of Economics. Fecha de publicación: sin fecha.
 Fecha de consulta: 27/03/2016. Disponible en:
 https://www.business.unsw.edu.au/About-Site/Schools-Site/Economics-Site/Documents/Z
 Ahmed_Thesis.pdf>.

Bases de datos:

- Australian Bureau of Statistics (2001-2015). Statistics. Fecha de publicación: sin fecha. Fecha de consulta: 03/03/2016. Disponible en: http://www.abs.gov.au/>.
- Banco Central de Chile (2001-2015). Base de datos estadísticos. Fecha de publicación: sin fecha. Fecha de consulta: 03/03/2016. Disponible en: http://si3.bcentral.cl/siete/secure/cuadros/home.aspx.

- Banco Central de Reserva del Perú BCRP (2000-2015). Estadísticas Económicas. Fecha de publicación: sin fecha. Fecha de consulta: 03/03/2016. Disponible en: http://www.bcrp.gob.pe/estadisticas.html
- Bloomberg (2000-2015). *Plataforma de datos*. Fecha de publicación: sin fecha. Fecha de consulta: 05/03/2016. No disponible *on-line*.
- Corporación Nacional de Cobre (2005-2010). *CODELCO en números*. Fecha de publicación: sin fecha. Fecha de consulta: 21/02/16. Disponible en: https://www.codelco.com/
- Instituto Nacional de Estadísticas e Informática (2001-2015). Estadísticas. Fecha de publicación: sin fecha. Fecha de consulta: 03/03/2016. Disponible en: https://www.inei.gob.pe/estadisticas/indice-tematico/economia/>
- Ministerio de Energía y Minas MINEM (2006-2015). Estadísticas. Fecha de publicación: sin fecha. Fecha de consulta: 03/03/2016. Disponible en: http://www.minem.gob.pe/_estadisticaSector.php?idSector=1
- Reserve Bank of Australia (2001-2015). *Statistics*. Fecha de publicación: sin fecha. Fecha de consulta: 03/03/2016. Disponible en: http://www.rba.gov.au/statistics/>.
- Trademap (2001-2015). Estadísticas de Comercio. Fecha de publicación: sin fecha. Fecha de consulta: 03/03/2016. Disponible en: http://www.trademap.org/Index.aspx.



Anexo 1. Modelo completo

En esta sección se presenta las ecuaciones del modelo planteado en la metodología. Debido a la tendencia no estacionaria del choque de productividad, T_t , se realiza una transformación a las variables para alcanzar un equilibrio estacionario. En ese sentido, las variables en minúsculas denotan la división por T_t , como por ejemplo $y_t \equiv \frac{Y_t}{T_t}$. La excepción es la utilidad marginal del consumo $\lambda_t \equiv \Lambda_t T_t$, debido a que se reduce a lo largo de la senda de crecimiento. Las variables que terminan en Y_t son ratios estacionarios de variables nominales con respecto al PBI nominal, como por ejemplo $BY_t = \varepsilon_t B_t^*/(P_{Y,t}Y_t)$. Asimismo, el índice de precios del consumidor P_C se encuentra normalizado a 1.

• Utilidad marginal del consumo de los hogares ricardianos:

$$\lambda_t = \left(c_t^R - \frac{hc_{t-1}^R}{\zeta_{T,t}}\right)^{-1}$$

• Desutilidad marginal del trabajo:

$$l_t^{\sigma_L} \zeta_{L,t} = \lambda_t \frac{w_t}{\mu_t}$$

• Factor de descuento entre el periodo t y t + s:

$$\Omega_{t,t+s} = \beta^s E_t \left\{ \left(\frac{\zeta_{C,t+s}}{\zeta_{C,t}} \right) \left(\frac{\lambda_{t+s}}{\lambda_t} \right) \prod_{j=1}^s \frac{1}{\zeta_{T,t+j}} \right\}$$

Condición de primer orden para bonos domésticos:

$$\Omega_{t,t+1} = \left(\frac{1}{r_t}\right) E_t \left\{ \pi_{C,t+1} \right\}$$

Condición de primer orden para bonos del exterior:

$$\Omega_{t,t+1} = \left(\frac{1}{r_t^* \Theta_t}\right) E_t \left\{\frac{\pi_{C,t+1}}{\pi_{E,t+1}}\right\}$$

Prima por riesgo del país:

$$\Theta_t = \overline{\Theta} \exp \left[-\varrho_{BY} (BY_t - \overline{BY}) - \varrho_{NIR} (NIR_t - \overline{NIR}) + \frac{\zeta_{\Theta,t}}{\overline{\zeta_{\Theta}}} - 1 \right]$$

Consumo de los hogares no ricardianos:

$$c_t^{NR} = [w_t l_t - tax_t]$$

• Consumo agregado de los hogares:

$$c_t = (1 - \lambda)c_t^R + \lambda c_t^{NR}$$

• Índice real de precios del consumidor ($P_{C,t} = 1$):

$$1 = \alpha_C p_{Z,t}^{1-\omega_C} + (1 - \alpha_C) p_{0,t}^{1-\omega_C}$$

• Consumo de bienes sin combustibles:

$$c_{Z,t} = \alpha_C p_{Z,t}^{-\omega_C} c_t$$

• Consumo de combustibles por parte de los hogares:

$$c_{0,t} = (1-\alpha_C) p_{0,t}^{-\omega_C} c_t$$

• Índice de precios del consumo subyacente:

$$p_{Z,t} = \left[\gamma_C p_{H_{D,t}}^{1-\eta_C} + (1 - \gamma_C) p_{F,t}^{1-\eta_C} \right]^{\frac{1}{1-\eta_C}}$$

• Inflación subyacente:

$$\pi_{Z,t} = \left(\frac{p_{Z,t}}{p_{Z,t-1}}\right) \pi_{C,t}$$

Consumo de bienes domésticos:

$$c_{H,t} = \alpha_C \gamma_C \left(\frac{p_{H_D,t}}{p_{Z,t}}\right)^{-\eta_C} \left(p_{Z,t}\right)^{-\omega_C} c_t$$

• Consumo de bienes del exterior:

$$c_{F,t} = \alpha_C (1 - \gamma_C) \left(\frac{p_{F,t}}{p_{Z,t}} \right)^{-\eta_C} \left(p_{Z,t} \right)^{-\omega_C} c_t$$

• Fijación de salarios, primer término recursivo:

$$N_{w,t} = \lambda_t \zeta_{C,t} w_t l_t \left(\frac{\widetilde{w}_t}{w_t} \right)^{1-\epsilon_L} \frac{(\varepsilon_L - 1)}{\varepsilon_L} + \beta \phi_L E_t \left\{ \left[\left(\frac{\widetilde{w}_t}{\widetilde{w}_{t+1}} \right) \overline{\pi}^{1-\chi_L} \left(\frac{\pi_{C,t}^{\chi_L}}{\pi_{C,t+1}} \right) \right]^{1-\epsilon_L} N_{w,t+1} \right\}$$

• Fijación de salarios, segundo término recursivo:

$$D_{w,t} = \lambda_t \zeta_{C,t} \left(\frac{w_t}{\mu_t}\right) l_t \left(\frac{\widetilde{w}_t}{w_t}\right)^{-\epsilon_L (1+\sigma_L)} + \beta \phi_L E_t \left\{ \left[\left(\frac{\widetilde{w}_t}{\widetilde{w}_{t+1}}\right) \overline{\pi}^{1-\chi_L} \left(\frac{\pi_{C,t}^{\chi_L}}{\pi_{C,t+1}}\right) \right]^{-\epsilon_L (1+\sigma_L)} D_{w,t+1} \right\}$$

• Fijación de salarios, salario óptimo:

$$w_t = \frac{N_{w,t}}{D_{w,t}}$$

• Agregación de salarios:

•
$$w_t = (1 - \phi_L) w_t^{-\epsilon_L} + \phi_L \left(\bar{\pi}^{1-\chi_L} \left(\frac{\pi_{C,t-1}^{\chi_L}}{\pi_{C,t}} \right) w_{t-1} \right)^{-\epsilon_L}$$

Ecuación de movimiento para el capital del sector H:

$$k_t = (1 - \delta) \frac{k_{t-1}}{\zeta_{T,t}} + (1 - \Phi_t) \zeta_{I,t} i_t$$

Costos de ajuste de la inversión del sector H:

$$\Phi_t = \frac{\mu}{2} \left[\left(\frac{i_t}{i_{t-1}} \right) \zeta_{T,t} - (1 + g_Y) \right]^2$$

Costos de ajuste de la inversión del sector H, primera derivada:

$$\Phi'_t = \mu \left[\left(\frac{i_t}{i_{t-1}} \right) \zeta_{T,t} - (1 + g_Y) \right]$$

• Condición de primer orden para la inversión, sector *H*:

$$p_{l,t} = q_t \left[1 - \Phi_t - \left(\frac{i_t}{i_{t-1}} \right) \zeta_{T,t} \Phi_t' \right] \zeta_{l,t} + E_t \left\{ \Omega_{t,t+1} q_{t+1} \left[\left(\frac{i_{t+1}}{i_t} \right) \zeta_{T,t+1} \right]^2 \Phi_{t+1}' \zeta_{l,t+1} \right\}$$

• Precio sombra del capital, sector *H*:

$$q_t = E_t \{ \Omega_{t,t+1} [z_{t+1} + q_{t+1} (1 - \delta)] \}$$

• Inversión de bienes domésticos:

$$i_{P,t} = \gamma_I \left(\frac{p_{H_D,t}}{p_{I,t}}\right)^{-\eta_I} i_t$$

• Inversión de bienes del exterior:

$$i_{F,t} = (1 - \gamma_I) \left(\frac{p_{F,t}}{p_{I,t}}\right)^{-\eta_I} i_t$$

• Inversión de bienes del exterior:

$$i_{G,t} = (1 - \gamma_I) \left(\frac{p_{G,t}}{p_{I,t}}\right)^{-\eta_I} g_t$$

• Precio real de la inversión, sector *H*:

$$p_{l,t} = \left[\gamma_l \left(\gamma_G p_{H_D,t}^{1-\eta_I} + (1-\gamma_G) p_{F,t}^{1-\eta_I} \right) + (1-\gamma_I) p_{F,t}^{1-\eta_I} \right]^{\frac{1}{1-\eta_I}}$$

Tecnología de producción, sector H

$$y_{H,t} = a_{H,t} \left[\alpha_H^{\frac{1}{\omega_H}} v_{H,t}^{\frac{(\omega_H - 1)}{\omega_H}} + (1 - \alpha_H)^{\frac{1}{\omega_H}} o_{H,t}^{\frac{(\omega_H - 1)}{\omega_H}} \right]^{\frac{\omega_H}{\omega_H - 1}}$$

• Valor agregado, sector *H*:

$$v_{H,t} = l_t^{\eta_H} \left[\frac{k_{t-1}}{\zeta_{T,t}} \right]^{1-\eta_H}$$

Demanda relativa del trabajo y capital:

$$\frac{w_t}{z_t} = \left[\frac{\eta_H}{(1 - \eta_H)}\right] \frac{k_{t-1}}{l_t} \frac{1}{\zeta_{T,t}}$$

• Demanda relativa del trabajo y combustibles:

$$\frac{w_t}{p_{o,t}} = \eta_H \left[\left(\frac{\alpha_H}{1 - \alpha_H} \right) \right]^{\frac{1}{\omega_H}} v_{H,t}^{\frac{(\omega_H - 1)}{\omega_H}} o_{H,t}^{\frac{1}{\omega_H}} \left(\frac{1}{l_t} \right)$$

· Costo marginal de los bienes domésticos:

$$mc_{h,t} = \left(w_t l_t + z_t \left(\frac{k_{t-1}}{\zeta_{T,t}}\right) + p_{0,t} o_{H,t}\right) \left(\frac{1}{y_{H,t}}\right)$$

• Fijación de precios del bien doméstico, primer término recursivo:

$$\begin{split} N_{H_{D},t} &= \left(\frac{\tilde{p}_{H_{D},t}^{-\epsilon_{H}}}{p_{H_{D},t}}\right) m c_{H,t} \left[c_{H,t} + i_{H,t} + i_{H,t}(S) + g_{H,t}\right] \\ &+ \phi_{H_{D}} E_{t} \left\{\Omega_{t,t+1} \zeta_{T,t+1} \left[\left(\frac{\tilde{p}_{H_{D},t}}{\tilde{p}_{H_{D},t+1}}\right) \bar{\pi}^{1-\chi_{H_{D}}} \left(\frac{\pi_{H_{D},t}^{\chi_{H_{D}}}}{\pi_{H_{D},t+1}}\right)\right]^{-\epsilon_{H}} \left(\frac{\pi_{H_{D},t+1}}{\pi_{C,t+1}}\right) N_{H_{D},t+1} \right\} \end{split}$$

Fijación de precios del bien doméstico, segundo término recursivo:

$$\begin{split} D_{H_D,t} &= \tilde{p}_{H_D,t}^{1-\epsilon_H} \left[c_{H,t} + i_{H,t} + i_{H,t}(S) + g_{H,t} \right] \frac{(\epsilon_H - 1)}{\epsilon_H} \\ &+ \phi_{H_D} E_t \left\{ \Omega_{t,t+1} \zeta_{T,t+1} \left[\left(\frac{\tilde{p}_{H_D,t}}{\tilde{p}_{H_D,t+1}} \right) \bar{\pi}^{1-\chi_{H_D}} \left(\frac{\pi_{H_D,t}^{\chi_{H_D}}}{\pi_{H_D,t+1}} \right) \right]^{-\epsilon_H} \left(\frac{\pi_{H_D,t+1}}{\pi_{C,t+1}} \right) D_{H_D,t+1} \right\} \end{split}$$

• Precio doméstico óptimo:

$$\tilde{p}_{H_D,t} = \frac{N_{H_D,t}}{D_{H_D,t}}$$

Agregación del precio de bienes domésticos:

$$1 = (1 - \phi_{H_D}) p_{H_{D,t}^{1-\varepsilon_H}} + \phi_{H_D} \left(\bar{\pi}^{1-\chi_{H_D}} \left(\frac{\pi_{H_D,t-1}^{\chi_{H_D}}}{\pi_{H_D,t}} \right) \right)^{1-\varepsilon_H}$$

Inflación de bienes domésticos:

$$\pi_{H_D,t} = \left(\frac{p_{H_D,t}}{p_{H_D,t-1}}\right) \pi_{C,t}$$

• Fijación de precios de bienes exportados, primer término recursivo:

$$\begin{split} N_{H_F,t} &= \frac{\left(\tilde{p}_{H_F,t}^*\right)^{-\epsilon_H}}{p_{H_F,t}} m c_{H,t} y_{H,t}^* \\ &+ \phi_{H_F} E_t \left\{ \Omega_{t,t+1} \zeta_{T,t+1} \left[(\bar{\pi}^*)^{1-\chi_{H_F}} \left(\frac{\left(\pi_{H_F,t}^*\right)^{\chi_{H_F}}}{\pi_{H_F,t+1}^*} \right) \left(\frac{\tilde{p}_{H_F,t}^*}{\tilde{p}_{H_F,t+1}^*} \right) \right]^{-\epsilon_H} \left(\frac{\pi_{H_F,t+1}^*}{\pi_{t+1}^*} \right) N_{H_F,t+1} \right\} \end{split}$$

• Fijación de precios de bienes exportados, segundo término recursivo:

$$\begin{split} &D_{H_{F},t} \\ &= \frac{\left(\tilde{p}_{H_{F},t}^{*}\right)^{1-\epsilon_{H}}}{p_{H_{F},t}} rer_{t} y_{H,t}^{*} \frac{(\epsilon_{H}-1)}{\epsilon_{H}} \\ &+ \phi_{H_{F}} E_{t} \left\{ \Omega_{t,t+1} \zeta_{T,t+1} \left[(\bar{\pi}^{*})^{1-\chi_{H_{F}}} \left(\frac{\left(\pi_{H_{F},t}^{*}\right)^{\chi_{H_{F}}}}{\pi_{H_{F},t+1}^{*}} \right) \left(\frac{\tilde{p}_{H_{F},t}^{*}}{\tilde{p}_{H_{F},t+1}^{*}} \right) \right]^{1-\epsilon_{H}} \left(\frac{\pi_{H_{F},t+1}^{*}}{\pi_{t+1}^{*}} \right) D_{H_{F},t+1} \right\} \end{split}$$

• Precio óptimo de bienes exportados:

$$\tilde{p}_{H_F,t} = \frac{N_{H_F,t}}{D_{H_F,t}}$$

• Agregación de precios de bienes exportados:

$$1 = (1 - \phi_{H_F})(p_{H_F,t}^*)^{1 - \epsilon_H} + \varphi_{H_F} \left((\pi^*)^{1 - \chi_{H_F}} \left(\frac{\left(\pi_{H_F,t-1}^*\right)^{\chi_{H_F}}}{\pi_{H_F,t}^*} \right) \right)^{1 - \epsilon_H}$$

• Inflación de bienes exportados:

$$\pi_{H_F,t}^* = \left(\frac{p_{H_F,t}^*}{p_{H_F,t-1}^*}\right) \pi_t^*$$

• Fijación de precios de bienes importados, primer término recursivo:

$$N_{F,t} = \frac{\left(\tilde{p}_{F,t}\right)^{-\epsilon_F}}{p_{F,t}} rer_t y_{F,t} + \phi_F E_t \left\{ \Omega_{t,t+1} \zeta_{T,t+1} \left[(\bar{\pi})^{1-\chi_F} \left(\frac{\pi_{F,t}^{\chi_F}}{\pi_{F,t+1}} \right) \left(\frac{\tilde{p}_{F,t}}{\tilde{p}_{F,t+1}} \right) \right]^{-\epsilon_F} \left(\frac{\pi_{F,t+1}}{\pi_{C,t+1}} \right) N_{F,t+1} \right\}$$

• Fijación de precios de bienes importados, segundo término recursivo:

$$\begin{split} D_{F,t} &= \frac{\left(\tilde{p}_{F,t}\right)^{1-\epsilon_F}}{p_{F,t}} y_{F,t} \frac{(\epsilon_F - 1)}{\epsilon_F} \\ &+ \phi_F E_t \left\{ \Omega_{t,t+1} \zeta_{T,t+1} \left[(\overline{\pi})^{1-\chi_F} \left(\frac{\pi_{F,t}^{\chi_F}}{\pi_{F,t+1}} \right) \left(\frac{\tilde{p}_{F,t}}{\tilde{p}_{F,t+1}} \right) \right]^{1-\epsilon_F} \left(\frac{\pi_{F,t+1}}{\pi_{C,t+1}} \right) D_{F,t+1} \right\} \end{split}$$

• Precio óptimo de bienes importados:

$$\tilde{p}_{F,t} = \frac{N_{F,t}}{D_{F,t}}$$

• Agregación de precios de bienes importados:

$$1 = (1 - \phi_F) \tilde{p}_{F,t}^{1 - \epsilon_F} + \phi_F \left(\bar{\pi}^{1 - \chi_F} \left(\frac{\pi_{F,t-1}^{\chi_F}}{\pi_{F,t}} \right) \right)^{1 - \epsilon_F}$$

• Inflación de bienes importados:

$$\pi_{F,t} = \left(\frac{p_{F,t}}{p_{F,t-1}}\right) \pi_{C,t}$$

• Tecnología de producción, sector S:

$$y_{S,t} = a_{S,t} \left(\frac{k_{S,t-1}}{\zeta_{T,t}}\right)^{1-\eta_S}$$

• Ley de movimiento del capital, sector *S*:

$$k_{S,t} = (1 - \delta) \left(\frac{k_{S,t-1}}{\zeta_{T,t}} \right) + \left(1 - \Phi_{S,t-n+1} \right) x_{S,t-n+1} \prod_{j=0}^{n-2} \frac{1}{\zeta_{T,t-j}}$$

• Costos de ajuste a la inversión en proyectos, sector S:

$$\Phi_{S,t} = \left(\frac{\mu_{I_S}}{2}\right) \left[\left(\frac{x_{s,t}}{x_{s,t-1}}\right) \zeta_{T,t} - (1+g_Y) \right]^2$$

• Primera derivada a costos de ajuste a la inversión en proyectos, sector S:

$$\Phi_{S,t}' = \mu_{I_S} \left[\left(\frac{x_{S,t}}{x_{S,t-1}} \right) \zeta_{T,t} - (1+g_Y) \right]$$

• Condición de primer orden para proyectos de inversión, sector S:

$$\begin{split} \sum_{j=0}^{n-1} \varphi_{j} \, E_{t} \big\{ \Omega_{t,t+j} p_{I_{S},t+j} \big\} \\ &= E_{t} \left\{ \Omega_{t+n-1} q_{s,t+n-1} \left[1 - \Phi_{S,t} - \left(\frac{x_{s,t}}{x_{s,t-1}} \right) \zeta_{T,t} \Phi_{S,t}' \right] \zeta_{I_{S},t} \right. \\ &+ \Omega_{t,t+n} q_{S,t+n} \left[\left(\frac{x_{s,t+1}}{x_{s,t}} \right) \zeta_{T,t+1} \right]^{2} \Phi_{S,t}' \zeta_{I_{S},t+1} \bigg\} \end{split}$$

• Precio sombra del capital, sector S:

$$q_{S,t} = E_t \left\{ \Omega_{t,t+1} \left(q_{S,t+1} (1 - \delta) + p_{S,t+1} a_{S,t+1} \left(\frac{k_{S,t}}{\zeta_{T,t+1}} \right)^{1 - \eta_S} \right) \right\}$$

• Ley de movimiento de la inversión, sector S:

$$i_{S,t} = \sum_{j=0}^{n-1} \varphi_j \, \chi_{S,t-j} \sum_{h=0}^{j-1} \frac{1}{\zeta_{T,t-h}}$$

• Inversión de bienes domésticos, sector S:

$$i_{H,t}(S) = \gamma_{I_S} \left(\frac{p_{H_D,t}}{p_{I_S,t}}\right)^{-\eta_{I_S}} i_{S,t}$$

• Inversión de bienes del exterior, sector *S*:

$$i_{F,t}(S) = (1 - \gamma_I) \left(\frac{p_{F,t}}{p_{I_{S,t}}}\right)^{-\eta_{I_{S}}} i_{S,t}$$

• Precio real de la inversión, sector S:

$$p_{I_S,t} = \left(\gamma_{I_S} p_{H_D,t}^{1-\eta_{I_S}} + (1 - \gamma_{I_S}) p_{F,t}^{1-\eta_{I_S}}\right)^{\frac{1}{1-\eta_{I_S}}}$$

• Evolución de la posición de activos netos del Gobierno:

$$\frac{BGY_t}{r_t^*\Theta_t} = BGY_{t-1} \left(\frac{\pi_{\varepsilon,t}}{\pi_{C,t}}\right) \left(\frac{p_{y,t-1}}{p_{y,t}}\right) \left(\frac{y_{t-1}}{y_t}\right) \left(\frac{1}{\zeta_{T,t}}\right) + FIY_t - GY_t$$

· Ingresos fiscales:

$$FIY_{t} = TAXY_{t} + \chi \left[YSY_{t} - \kappa_{S} \left(\frac{1}{p_{Y,t}y_{t}} \right) - p_{I_{S,t}}i_{S,t} \left(\frac{1}{p_{y,t}y_{t}} \right) \right]$$

$$+ \tau_{S}(1 - \chi) \left[YSY_{t} - \kappa_{S} \left(\frac{1}{p_{y,t}y_{t}} \right) - \delta_{S}q_{S,t}k_{S,t-1} \left(\frac{1}{\zeta_{T,t}p_{y,t}y_{t}} \right) \right]$$

Impuesto a la renta:

$$TAXY_t = tax_t \left(\frac{1}{p_{y,t}y_t}\right)$$

• Ingresos del sector de commodities:

$$YSY_t = p_{S,t} y_{S,t} \left(\frac{1}{p_y y_t} \right)$$

Ingreso fiscal estructural:

$$\begin{split} \widetilde{FIY_t} &= \widetilde{TAXY_t} + \chi \left[\widetilde{YSY_t} - \kappa_S \left(\frac{1}{p_{y,t} y_t} \right) - p_{I_S,t} i_{S,t} \left(\frac{1}{p_{y,t} y_t} \right) \right] \\ &+ \tau_S (1 - \chi) \left[\widetilde{YSY_t} - \kappa_S \left(\frac{1}{p_{y,t} y_t} \right) - \delta_S q_{S,t} k_{S,t-1} \left(\frac{1}{\zeta_{T,t} p_{y,t} y_t} \right) \right] \end{split}$$

• Ingresos estructurales por impuesto a la renta:

$$\widetilde{TAXY_t} = TAXY_t \left(\frac{\overline{y}}{y_t}\right)$$

• Ingresos estructurales del sector de *commodities*:

$$\widetilde{YSY_t} = \left(\frac{\widetilde{p}_{S,t}y_{S,t}}{p_{V,t}y_t}\right)$$

• Precio de commodities de referencia:

$$\tilde{p}_{S,t} = \overline{p_S}$$

• Regla fiscal de gasto público:

$$GY_{t} = \left[\left(1 - \frac{1}{r_{t-1}^{*} \theta_{t-1}} \right) BGY_{t-1} \left(\frac{\pi_{\varepsilon,t}}{\pi_{C,t}} \right) \left(\frac{p_{y,t-1}}{p_{y,t}} \right) \left(\frac{y_{t-1}}{y_{t}} \right) \left(\frac{1}{\zeta_{T,t}} \right) + \widetilde{FIY_{t}} - s_{B} \right] \left(\frac{p_{G,t} \zeta_{G,t}}{p_{y,t} y_{t}} \right)$$

• Instrumento fiscal:

$$TAXY_t = \overline{TAXY}$$

• Consumo público de bienes domésticos:

$$g_{H,t} = g_t$$

• Consumo público de bienes del exterior:

$$g_{F,t}=0$$

• Índice de precios del consumo público:

$$p_{G,t} = p_{H,t}$$

Definición del gasto público:

$$g_t = g_{H,t} + i_{G,t}$$

• Regla de política monetaria:

$$\left(\frac{r_t}{\bar{r}}\right) = \left(\frac{r_{t-1}}{\bar{r}}\right)^{\psi_r} \left[\left(\frac{\pi_{Z,t}}{\bar{\pi}}\right)^{\psi_\pi \psi_{\pi_Z}} \left(\frac{\pi_{C,t}}{\bar{\pi}}\right)^{\psi_\pi \left(1-\psi_{\pi_Z}\right)} \left(\frac{y_t}{y_{t-1}}\right)^{\psi_y} \right]^{1-\psi_r} exp(\zeta_{m,t})$$

Regla de intervención cambiaria:

$$\ln(NIR_t) = \ln(\overline{NIR}) + \psi_{NIR} * \ln\left(\frac{1}{\pi_{\varepsilon,t}}\right)$$

• Tipo de cambio real:

$$\left(\frac{rer_t}{rer_{t-1}}\right) = \pi_{\varepsilon,t}\pi_t^*\pi_{C,t}$$

• Ley de un solo precio, commodity:

$$p_{S,t} = rer_t p_{S,t}^*$$

• Ley de un solo precio, petróleo:

$$p_{O,t} = rer_t p_{O,t}^*$$

• Demanda del exterior por bienes domésticos:

$$y_{H,t}^* = \zeta^* (p_{H_F,t}^*)^{-\eta^*} y_t^*$$

• Equilibrio doméstico:

$$y_{H,t} = c_{H,t} + i_{P,t} + i_{H,t}(S) + g_t + y_{H,t}^*$$

• Equilibrio del exterior:

$$y_{F,t} = c_{F,t} + i_{F,t} + i_{F,t}(S) + g_{F,t}$$

• Volumen de exportaciones:

$$x_t = y_{H,t}^* + y_{S,t}$$

• Volumen de importaciones:

$$m_t = y_{F,t} + c_{O,t} + o_{H,t}$$

· Precios relativos de las exportaciones:

$$p_{X,t}x_t = rer_t p_{H_F,t}^* y_{H,t}^* + p_{S,t} y_{S,t}$$

• Precios relativos de las importaciones:

$$p_{M.t}m_t = p_{F,t}y_{F,t} + p_{O,t}(c_{O,t} + o_{H,t})$$

• PBI real:

$$y_t = c_t + i_t + i_{S,t} + g_{H,t} + x_t - m_t$$

Deflactor del PBI:

$$p_{y}y_{t} = p_{C,t}c_{t} + p_{I,t}i_{t} + p_{I,t}i_{S,t} + p_{G,t}g_{H,t} + p_{X,t}x_{t} - p_{M,t}m_{t}$$

• Evolución de la posición de activos netos del exterior:

$$\frac{BY_t}{r_t^* \Theta_t} = BY_{t-1} \left(\frac{\pi_{\varepsilon,t}}{\pi_{C,t}} \right) \left(\frac{p_{y,t-1}}{p_{y,t}} \right) \left(\frac{y_{t-1}}{y_t} \right) \left(\frac{1}{\zeta_{T,t}} \right) + NXY_t + RENY_t$$

· Exportaciones netas:

$$NXY_t = \left(\frac{p_{X,t}x_t - p_{M,t}m_t}{p_{Y,t}y_t}\right)$$

• Cuenta financiera:

$$RENY_t = (1 - \chi) \left[\left(\frac{p_{I_S,t} i_{S,t}}{p_{\gamma,t} y_t} \right) - \left(\frac{\tau_S \delta_S q_{S,t} k_{S,t-1}}{\zeta_{T,t} p_{\gamma,t} y_t} \right) \right] - (1 - \chi) (1 - \tau_S) \left[YSY_t - \left(\frac{\kappa_S}{p_{\gamma,t} y_t} \right) \right]$$

• Balanza de cuenta corriente:

$$\begin{split} CAY_{t} &= \left(\frac{BY_{t}}{r_{t}^{*}\theta_{t}}\right) - \left(\frac{BY_{t-1}}{r_{t-1}^{*}\theta_{t-1}}\right) \left(\frac{\pi_{\varepsilon,t}}{\pi_{C,t}}\right) \left(\frac{p_{y,t-1}}{p_{y,t}}\right) \left(\frac{y_{t-1}}{y_{t}}\right) \left(\frac{1}{\zeta_{T,t}}\right) - (1-\chi)q_{S,t}\left(k_{S,t} - \frac{k_{S,t-1}}{\zeta_{T,t}}\right) \frac{1}{p_{y,t}y_{t}} \\ &+ RIN_{t} - RIN_{t-1} \end{split}$$

Anexo 2. Versión log linealizada del modelo

Las variables con acento circunflejo (^), denotan variables desviadas de su estado estacionario.

• Consumo de hogares ricardianos:

$$\begin{split} \hat{c}_{t}^{R} &= -\left(\frac{1-h}{1+h}\right)(\hat{r}_{t} - \hat{\pi}_{t+1}^{C}) + \left(\frac{1}{1+h}\right)\hat{c}_{t+1}^{R} + \left(\frac{h}{1+h}\right)\hat{c}_{t-1}^{R} + \left(\frac{1-h}{1+h}\right)\left(\hat{\zeta}_{C,t} - \hat{\zeta}_{C,t+1}\right) \\ &- \left(\frac{1}{1+h}\right)\left(h\hat{\zeta}_{T,t} - \hat{\zeta}_{T,t+1}\right) \end{split}$$

• Paridad descubierta de tasa de interés:

$$\hat{r}_t = \hat{r}_t^* + \hat{\pi}_{\varepsilon,t+1} + \hat{\Theta}_t$$

Prima por riesgo:

$$\widehat{\mathcal{Q}}_t = \varrho_{BY}\overline{BY} * \widehat{BY}_t + \varrho_{RIN}\overline{RIN} * \widehat{RIN}_t + \widehat{\zeta}_{\theta,t}$$

• Consumo hogares no ricardianos:

$$\hat{c}_t^{NR} = \left(\frac{w}{c}\right)(\widehat{w}_t + \widehat{l}_t) - \left(\frac{tax}{c}\right)\widehat{tax_t}$$

• Consumo agregado de los hogares:

$$\hat{c}_t = (1 - \lambda)\hat{c}_t^R + \lambda\hat{c}_t^{NR}$$

• Agregación de bienes de consumo:

$$0 = \alpha_C \hat{p}_{Z,t} + (1 - \alpha_C) \hat{p}_{O,t}$$

• Consumo de bienes sin combustibles:

$$\hat{c}_{Z,t} = \hat{c}_t - \omega_C \hat{p}_{Z,t}$$

• Consumo de combustibles:

$$\hat{c}_{O,t} = \hat{c}_t - \omega_C \hat{p}_{O,t}$$

• Índice de precios del consumo subyacente:

$$\hat{p}_{Z,t} = \gamma \hat{p}_{H_D,t} + (1 - \gamma_C)\hat{p}_{F,t}$$

• Inflación subyacente:

$$\hat{\pi}_{Z,t} = \hat{p}_{Z,t} - \hat{p}_{Z,t-1} + \hat{\pi}_{C,t}$$

• Consumo de bienes domésticos:

$$\hat{c}_{H,t} = \hat{c}_{Z,t} - \eta_C \big(\hat{p}_{H_D,t} - \hat{p}_{Z,t} \big)$$

• Consumo de bienes del exterior:

$$\hat{c}_{F,t} = \hat{c}_{Z,t} - \eta_C (\hat{p}_{F,t} - \hat{p}_{Z,t})$$

• Oferta de trabajo:

$$[\kappa_L + (1+\beta)] \widehat{w}_t$$

$$=\kappa_L\left(\sigma_L\hat{l}_t+\left(\frac{1}{1-h}\right)\hat{c}_t-\left(\frac{h}{1-h}\right)\hat{c}_{t-1}+\hat{\zeta}_{L,t}\right)+\widehat{w}_{t-1}+\beta\widehat{w}_{t+1}-(1+\beta\chi_L)\widehat{\pi}_{C,t}+\chi_L\widehat{\pi}_{C,t}\\+\beta\widehat{\pi}_{C,t+1}$$

donde:
$$\kappa_L = \frac{(1-\beta\phi_L)(1-\phi_L)}{\phi_L(1+\sigma_L\epsilon_L)}$$
.

• Ley de movimiento del capital:

$$\hat{k}_t = \frac{(1-\delta)}{(1+g_Y)} \left(\hat{k}_{t-1} - \hat{\zeta}_{T,t} \right) + \delta \left(\hat{\zeta}_{I,t} + \hat{\iota}_t \right)$$

• Oferta de bienes de inversión:

$$\hat{p}_{l,t} = \left(\frac{q}{p_l}\right) \left(\hat{q}_t + \hat{\zeta}_{l,t}\right) - \left(\frac{q}{p_l}\right) (1 + g_Y)^2 \mu \left(\hat{\zeta}_{T,t} + \hat{\iota}_t - \hat{\iota}_{t-1}\right) + \left(\frac{1}{1+r}\right) \left(\frac{q}{p_l}\right) (1 + g_Y)^2 \mu \left(\hat{\iota}_{t+1} - \hat{\iota}_t + \hat{\zeta}_{T,t+1}\right)$$

• Demanda de bienes de inversión:

$$\hat{q}_t = \hat{\pi}_{C,t+1} - \hat{r}_t + \left(\frac{1}{1+r}\right) \left(\frac{1}{1+g_y}\right) \left(\frac{z}{q}\right) \hat{z}_{t+1} + \left(\frac{1}{1+r}\right) \left(\frac{1}{1+g_y}\right) (1-\delta) \hat{q}_{t+1}$$

• Inversión de bienes domésticos, sector *H*:

$$\hat{\imath}_{P,t} = \hat{\imath}_t - \eta_I (\hat{p}_{Hp,t} - \hat{p}_{I,t})$$

• Inversión de bienes del exterior, sector *H*:

$$\hat{\imath}_{F,t} = \hat{\imath}_t - \eta_I (\hat{p}_{F,t} - \hat{p}_{I,t})$$

• Inversión pública en bienes domésticos, sector *H*:

$$\hat{\iota}_{g,t} = \hat{g}_t - \eta_I (\hat{p}_{g,t} - \hat{p}_{I,t})$$

• Precio agregado de la inversión, sector *H*:

$$\hat{p}_{I,t} = \gamma_I \hat{p}_{H_D,t} + (1 - \gamma_I) \hat{p}_{F,t}$$

• Tecnología de producción, sector *H*:

$$\hat{y}_{H,t} = \hat{a}_{H,t} + \alpha_H^{\frac{1}{\omega_H}} \left(A_H \frac{v_H}{y_H} \right)^{\frac{(\omega_H - 1)}{\omega_H}} \hat{v}_{H,t} + (1 - \alpha_H)^{\left(\frac{1}{\omega_H}\right)} \left(A_H \frac{o_H}{y_H} \right)^{\frac{(\omega_H - 1)}{\omega_H}} \hat{o}_{H,t}$$

• Valor agregado, sector *H*:

$$\hat{v}_{H,t} = \eta_H \hat{l}_t + (1 - \eta_H) (\hat{k}_{t-1} - \hat{\zeta}_{T,t})$$

Demanda relativa del trabajo y capital:

$$\widehat{w}_t - \widehat{z}_t = \widehat{k}_{t-1} - \widehat{l}_t - \widehat{\zeta}_{T,t}$$

• Demanda relativa del trabajo y combustibles:

$$\widehat{w}_t - \widehat{p}_{0,t} = \left(\frac{\omega_H - 1}{\omega_H}\right) \widehat{v}_{H,t} + \left(\frac{1}{\omega_H}\right) \widehat{o}_{H,t} - \widehat{l}_t$$

• Costo marginal del bien doméstico:

$$\widehat{mc_{H,t}} = \left(\frac{wl}{mc_{H}y_{H}}\right) \left(\hat{l}_{t} + \widehat{w}_{t}\right) + \left(\frac{zk}{mc_{H}y_{H}(1+g_{v})}\right) \left(\hat{z}_{t} + \hat{k}_{t-1} - \hat{\zeta}_{T,t}\right) + \left(\frac{p_{0}o_{H}}{mc_{H}y_{H}}\right) \left(\hat{o}_{H,t} + \hat{p}_{0,t}\right) - \hat{y}_{H,t}$$

• Curva de Phillips de los bienes domésticos consumidos en el país:

$$\hat{\pi}_{H_D,t} = \left(\frac{\beta}{1+\beta\chi_{H_D}}\right) \hat{\pi}_{H_D,t+1} + \left(\frac{\chi_{H_D}}{1+\beta\chi_{H_D}}\right) \hat{\pi}_{H_D,t-1} + \left(\frac{\kappa_{H_D}}{1+\beta\chi_{H_D}}\right) \left(\widehat{mc_{H,t}} - \hat{p}_{H_D,t}\right)$$
 donde $\kappa_{H_D} = \frac{(1-\beta\phi_{H_D})(1-\phi_{H_D})}{\phi_{H_D}}$

• Inflación de los bienes domésticos consumidos en el país:

$$\hat{\pi}_{H_D,t} = \hat{p}_{H_D,t} - \hat{p}_{H_D,t-1} + \hat{\pi}_{C,t}$$

• Curva de Phillips de los bienes domésticos exportados:

$$\hat{\pi}_{H_F,t} = \left(\frac{\beta}{1+\beta\chi_{H_F}}\right) \hat{\pi}_{H_F,t+1} + \left(\frac{\chi_{H_F}}{1+\beta\chi_{H_F}}\right) \hat{\pi}_{H_F,t-1} + \left(\frac{\kappa_{H_F}}{1+\beta\chi_{H_F}}\right) \left(\widehat{mc_{H,t}} - \widehat{rer}_t - \hat{p}_{H_F,t}\right)$$
 donde
$$\kappa_{H_F} = \frac{(1-\beta\phi_{H_F})(1-\phi_{H_F})}{\phi_{H_F}}$$

• Inflación de los bienes domésticos consumidos en el exterior:

$$\hat{\pi}_{H_E t} = \hat{p}_{H_E t} - \hat{p}_{H_E t-1} + \hat{\pi}_t^*$$

• Curva de Phillips de los bienes importados:

$$\hat{\pi}_{F,t} = \left(\frac{\beta}{1+\beta\chi_F}\right)\hat{\pi}_{F,t+1} + \left(\frac{\chi_F}{1+\beta\chi_F}\right)\hat{\pi}_{F,t-1} + \left(\frac{\kappa_F}{1+\beta\chi_F}\right)\left(r\widehat{er}_t - \hat{p}_{F,t}\right)$$
 donde $\kappa_F = \frac{(1-\beta\phi_F)(1-\phi_F)}{\phi_F}$

• Tecnología de producción, sector *S*:

$$\hat{y}_{S,t} = \hat{a}_{S,t} + (1 - \eta_S)(\hat{k}_{S,t-1} - \hat{\zeta}_{T,t})$$

• Ley de movimiento del capital, sector S:

$$\hat{k}_{S,t} = \left(\frac{1-\delta_S}{1+g_Y}\right) \left(\hat{k}_{S,t-1} - \hat{\zeta}_{T,t}\right) + \delta_S \left(\hat{x}_{S,t-5} - \hat{\zeta}_{T,t} - \hat{\zeta}_{T,t-1} - \hat{\zeta}_{T,t-2} - \hat{\zeta}_{T,t-3} - \hat{\zeta}_{T,t-4}\right)$$

• Primera condición de primer orden de la inversión, sector S:

$$\begin{split} \phi_0 \hat{p}_{l_S,t} + \phi_1 \big(\hat{\pi}_{C,t+1} - \hat{r}_t + \hat{p}_{l_S,t+1} \big) + \phi_2 \big(\hat{\pi}_{C,t+2} + \hat{\pi}_{C,t+1} - \hat{r}_t + \hat{p}_{l_S,t+2} \big) \\ + \phi_3 \big(\hat{\pi}_{C,t+3} + \hat{\pi}_{C,t+2} + \hat{\pi}_{C,t+1} - \hat{r}_t + \hat{p}_{l_S,t+3} \big) \\ + \phi_4 \big(\hat{\pi}_{C,t+4} + \hat{\pi}_{C,t+3} + \hat{\pi}_{C,t+2} + \hat{\pi}_{C,t+1} - \hat{r}_t + \hat{p}_{l_S,t+4} \big) \\ + \phi_5 \big(\hat{\pi}_{C,t+5} + \hat{\pi}_{C,t+4} + \hat{\pi}_{C,t+3} + \hat{\pi}_{C,t+2} + \hat{\pi}_{C,t+1} - \hat{r}_t + \hat{p}_{l_S,t+5} \big) \\ = \Big(\frac{q_s}{p_l} \Big) \big(\hat{\pi}_{C,t+5} + \hat{\pi}_{C,t+4} + \hat{\pi}_{C,t+3} + \hat{\pi}_{C,t+2} + \hat{\pi}_{C,t+1} - \hat{r}_t + \hat{q}_{S,t+5} + \hat{\zeta}_{l_S,t} \big) \\ - \Big(\frac{q}{p_{l_S}} \Big) (1 + g_Y)^2 \mu_{l_S} \big(\hat{\zeta}_{T,t} + \hat{\chi}_{S,t} - \hat{\chi}_{S,t-1} \big) + \Big(\frac{q_S}{p_l} \big) (1 + g_Y)^3 \mu_{l_S} \big(\hat{\chi}_{S,t+1} - \hat{\chi}_{S,t} + \hat{\zeta}_{T,t+q} \big) \end{split}$$

• Segunda condición de primer orden de la inversión, sector S:

$$\hat{q}_{s,t} = \hat{\pi}_{c,t+1} - \hat{r}_t + \left(\frac{1}{1+r}\right) \left(\frac{1}{1+g_{\gamma}}\right) (1-\delta_S) \hat{q}_{s,t+1} + \left(\frac{1}{1+r}\right) \left(\frac{1}{1+g_{\gamma}}\right) \left(\frac{p_s y_s}{q_s}\right) \left(\hat{p}_{s,t+1} + \hat{y}_{s,t+1}\right)$$

• Agregación de la inversión, sector S:

$$\begin{split} \hat{\imath}_{S,t} &= \phi_0 \delta_S \hat{x}_{s,t} + \frac{\phi_1 \delta_S}{1 + g_y} \big(\hat{x}_{s,t-1} - \hat{\zeta}_{T,t} \big) + \frac{\phi_2 \delta_S}{\big(1 + g_y \big)^2} \big(\hat{x}_{s,t-2} - \hat{\zeta}_{T,t} - \hat{\zeta}_{T,t-1} \big) \\ &+ \frac{\phi_3 \delta_S}{\big(1 + g_y \big)^3} \big(\hat{x}_{s,t-3} - \hat{\zeta}_{T,t} - \hat{\zeta}_{T,t-1} - \hat{\zeta}_{T,t-2} \big) \\ &+ \frac{\phi_4 \delta_S}{\big(1 + g_y \big)^4} \big(\hat{x}_{s,t-4} - \hat{\zeta}_{T,t} - \hat{\zeta}_{T,t-1} - \hat{\zeta}_{T,t-2} - \hat{\zeta}_{T,t-3} \big) \\ &+ \frac{\phi_5 \delta_S}{\big(1 + g_y \big)^5} \big(\hat{x}_{s,t-5} - \hat{\zeta}_{T,t} - \hat{\zeta}_{T,t-1} - \zeta_{T,t-2} - \hat{\zeta}_{T,t-3} - \hat{\zeta}_{T,t-4} \big) \end{split}$$

• Inversión de bienes domésticos, sector S:

$$\hat{\imath}_{H_S} = \hat{\imath}_{S,t} - \eta_{I_S} (\hat{p}_{H_D,t} - \hat{p}_{I_S,t})$$

• Inversión de bienes del exterior, sector *S*:

$$\hat{\imath}_{F_S,t} = \hat{\imath}_{S,t} - \eta_{I_S} \big(\hat{p}_{F,t} - \hat{p}_{I_S,t} \big)$$

• Agregación de precios de inversión, sector S:

$$\hat{p}_{I_S,t} = \gamma_{I_S} \hat{p}_{H_D,t} + (1 - \gamma_{I_S}) \hat{p}_{F,t}$$

• Evolución de la posición de activos netos del Gobierno:

$$\begin{split} \left(\frac{BGY}{p_{y}y}\right) & \left(\frac{1}{r^{*}\theta}\right) \left(\overline{BGY_{t}} - \hat{r}_{t}^{*} - \hat{\theta}_{t}\right) \\ &= \left(\frac{1}{1+g_{y}}\right) \left(\frac{BGY}{p_{y}y}\right) \left(\overline{BGY_{t-1}} + \hat{\pi}_{\varepsilon,t} - \hat{\pi}_{C,t} + \hat{p}_{y,t-1} - \hat{p}_{y,t} + \hat{y}_{t-1} - \hat{y}_{t} - \hat{\zeta}_{T,t}\right) \\ &+ \left(\frac{FIY}{p_{y}y}\right) \overline{FIY_{t}} - \left(\frac{GY}{p_{y}y}\right) \widehat{GY_{t}} \end{split}$$

• Ingresos fiscales:

$$\begin{split} \overline{FIY_t} &= \left(\frac{TAXY}{FIY}\right) T \overline{AXY}_t + \left(\frac{\chi YSY}{FIY}\right) \overline{YSY}_t + \left(\frac{\chi \kappa_S}{FIYp_y y}\right) \left(\hat{p}_{y,t} + \hat{y}_t\right) - \left(\frac{\chi p_{I_S} i_S}{FIYp_y y}\right) \left(\hat{p}_{I_S,t} + \hat{\iota}_{S,t} - \hat{p}_{y,t} - \hat{y}_t\right) \\ &+ \tau_S (1 - \chi) \left(\frac{YSY}{FIY}\right) \overline{YSY}_t + \left(\frac{\tau_S (1 - \chi) \kappa_S}{FIYp_y y}\right) \left(\hat{p}_{y,t} + \hat{y}_t\right) \\ &- \left(\frac{\tau_S (1 - \chi) \delta_S}{1 + g_y}\right) \left(\frac{q_S k_S}{FIYp_y y}\right) \left(\hat{q}_{S,t} + \hat{k}_{S,t-1} - \hat{\zeta}_{T,t} - \hat{p}_{y,t} - \hat{y}_t\right) \end{split}$$

• Impuesto a la renta:

$$\widehat{TAXY_t} = \widehat{tax_t} - \hat{p}_{v,t} - \hat{y}_t$$

• Ingresos del sector de commodites:

$$\widehat{YSY_t} = \hat{p}_{S,t} + \hat{y}_{S,t} - \hat{p}_{v,t} - \hat{y}_t$$

• Ingresos fiscales estructurales:

$$\begin{split} & \widetilde{FIY_t} = \left(\frac{TAXY}{FIY}\right)\widetilde{TAXY_t} + \left(\frac{\chi YSY}{FIY}\right)\widetilde{YSY_t} + \left(\frac{\chi \kappa_S}{FIY}\right)\left(\frac{1}{p_y y}\right)\left(\hat{p}_{y,t} + \hat{y}_t\right) - \left(\frac{\chi}{FIY}\right)\left(\frac{p_{I_S}i_S}{p_y y}\right)\left(\hat{p}_{I_S,t} + \hat{\imath}_{S,t} - \hat{p}_{y,t} - \hat{y}_t\right) + \\ & \tau_S(1-\chi)\left(\frac{YSY}{FIY}\right)\widetilde{YSY_t} + \left(\frac{\tau_S(1-\chi)\kappa_S}{FIY}\right)\left(\frac{1}{p_y y}\right)\left(\hat{p}_{y,t} + \hat{y}_t\right) - \left(\frac{\tau_S(1-\chi)\delta_S}{(1+g_y)}\right)\left(\hat{q}_{S,t} + \hat{k}_{S,t-1} - \hat{\zeta}_{T,t} - \hat{p}_{y,t} - \hat{y}_t\right) \end{split}$$

• Impuesto a la renta estructural:

$$\widetilde{TAXY_t} = \widehat{TAXY_t} - \hat{y}_t$$

• Ingreso estructurales del sector de commodities:

$$\widetilde{YSY_t} = \widetilde{p}_{S,t} + \widehat{y}_{S,t} - \widehat{p}_{v,t} - \widehat{y}_t$$

• Precio de *commodities* de largo plazo:

$$\tilde{p}_{s,t}=0$$

• Regla fiscal para el gasto del Gobierno:

$$\begin{split} \left(\widehat{GY}_{t}\right) &= \left(\frac{p_{g}FIY}{p_{y}yGY}\right)\widehat{FIY}_{t} \\ &+ \left(1 - \frac{1}{\Theta(1+r^{*})}\right)\frac{p_{g}BGY}{p_{y}yGY}\left(\frac{1}{1+g_{y}}\right)\left(B\widehat{GY}_{t-1} + \hat{\pi}_{\varepsilon,t} - \hat{\pi}_{C,t} + \hat{p}_{y,t-1} - \hat{p}_{y,t} + \hat{y}_{t-1} - \hat{y}_{t}\right) \\ &- \hat{\zeta}_{T,t}\right) + \frac{1}{\Theta(1+r^{*})}\frac{p_{g}BGY}{p_{y}yGY}\left(\frac{1}{1+g_{y}}\right)\left(\hat{r}_{t}^{*} + \hat{\Theta}_{t}\right) + \left(\hat{\zeta}_{g,t} + \hat{p}_{g,t} - \hat{p}_{y,t} - \hat{y}_{t}\right) \end{split}$$

• Definición del gasto público:

$$\widehat{GY}_t = \hat{p}_{q,t} + \hat{g}_t - \hat{p}_{v,t} - \hat{y}_t$$

• Instrumento fiscal:

$$\widehat{TAXY_t} = 0$$

• Consumo del Gobierno en bienes domésticos:

$$\hat{g}_{H,t} = \hat{g}_t$$

• Consumo del Gobierno en bienes del exterior:

$$\hat{g}_{F,t}=0$$

• Precio real del consumo del Gobierno:

$$\hat{p}_{g,t} = \hat{p}_{H_D,t}$$

• Definición del gasto público:

$$g_t = \frac{g_H}{g} g_{H,t} + \frac{i_G}{g} i_{G,t}$$

• Regla de política monetaria:

$$\hat{r}_{t} = \psi_{r} \hat{r}_{t-1} + (1 - \psi_{r}) \psi_{\pi} \psi_{\pi_{Z}} \hat{\pi}_{Z,t} + (1 - \psi_{r}) \psi_{\pi} (1 - \psi_{\pi_{Z}}) \hat{\pi}_{C,t} + (1 - \psi_{r}) \psi_{y} (\hat{y}_{t} - \hat{y}_{t-1}) + \zeta_{m,t}$$

• Regla de intervención cambiaria:

$$\widehat{NIR_t} = -\psi_{NIR} * \widehat{\pi_{\varepsilon,t_t}}$$

• Tipo de cambio real:

$$\widehat{rer}_t - \widehat{rer}_{t-1} = \widehat{\pi}_{\varepsilon,t} + \widehat{\pi}_t^* + \widehat{\pi}_{\varepsilon,t}$$

• Ley de un solo precio, bien de commodities:

$$\hat{p}_{st} = r\widehat{er}_t + \hat{p}_{st}^*$$

• Ley de un solo precio, petróleo:

$$\hat{p}_{O,t} = r\widehat{er}_t + \hat{p}_{O,t}^*$$

• Demanda externa por bienes domésticos:

$$\hat{y}_{H,t}^* = -\eta^* \left(\hat{p}_{H_F,t}^* \right) + \hat{y}_t^*$$

Equilibrio doméstico:

$$\hat{y}_{H,t} = \left(\frac{c_H}{y_H}\right)\hat{c}_{H,t} + \left(\frac{i_P}{y_H}\right)\hat{i}_{P,t} + \left(\frac{i_{H_S}}{y_H}\right)\hat{i}_{H_S,t} + \left(\frac{g}{y_H}\right)\hat{g}_t + \left(\frac{y_H^*}{y_H}\right)\hat{y}_{H,t}^*$$

Equilibrio del exterior:

$$\hat{y}_{F,t} = \left(\frac{c_F}{y_F}\right)\hat{c}_{F,t} + \left(\frac{i_F}{y_F}\right)\hat{i}_{F,t} + \left(\frac{i_{F_S}}{y_F}\right)\hat{i}_{F_S,t} + \left(\frac{g_F}{y_F}\right)\hat{g}_{F,t}$$

• Volumen de exportaciones:

$$\hat{x}_t = \left(\frac{y_H^*}{x}\right) \hat{y}_{H,t}^* + \left(\frac{y_S}{x}\right) \hat{y}_{S,t}$$

• Volumen de importaciones:

$$\widehat{m}_t = \left(\frac{y_F}{m}\right)\widehat{y}_{F,t} + \left(\frac{c_O}{m}\right)\widehat{c}_{O,t} + \left(\frac{o_H}{m}\right)\widehat{o}_{H,t}$$

Precio relativo de las exportaciones:

$$\hat{p}_{X,t} + \hat{x}_t = \left(\frac{rerp_{H_F}^* y_H^*}{p_X x}\right) \left(r\widehat{er}_t + \hat{p}_{H_F,t}^* + \hat{y}_{H,t}^*\right) + \left(\frac{p_S y_S}{p_X x}\right) \left(\hat{p}_{S,t} + \hat{y}_{S,t}\right)$$

Precio relativo de las importaciones:

$$\hat{p}_{M,t} + \hat{m}_t = \left(\frac{p_F y_F}{p_M m}\right) (\hat{p}_{F,t} + \hat{y}_{F,t}) + \left(\frac{p_O(c_O + o_H)}{p_M m}\right) \hat{p}_O + \left(\frac{p_O c_O}{p_M m}\right) \hat{c}_{O,t} + \left(\frac{p_O o_H}{p_M m}\right) \hat{o}_{H,t}$$

· PBI real:

$$\hat{y}_t = \left(\frac{c}{y}\right)\hat{c}_t + \left(\frac{i}{y}\right)\hat{\iota}_t + \left(\frac{i_S}{y}\right)\hat{\iota}_{S,t} + \left(\frac{g_H}{y}\right)\hat{g}_{H,t} + \left(\frac{x}{y}\right)\hat{x}_t - \left(\frac{m}{y}\right)\hat{m}_t$$

Deflactor del PBI:

$$\begin{split} \hat{p}_{y,t} + \hat{y}_t &= \left(\frac{p_C c}{p_y y}\right) \left(\hat{p}_{C,t} + \hat{c}_t\right) + \left(\frac{p_I i}{p_y y}\right) \left(\hat{p}_{I,t} + \hat{\iota}_t\right) + \left(\frac{p_I s i s}{p_y y}\right) \left(\hat{p}_{I_S,t} + \hat{\iota}_{S,t}\right) + \left(\frac{p_G g_H}{p_y y}\right) \left(\hat{p}_{G,t} + \hat{g}_{H,t}\right) + \left(\frac{p_X x}{p_y y}\right) \left(\hat{p}_{X,t} + \hat{\iota}_{S,t}\right) \\ \hat{x}_t &- \left(\frac{p_M m}{p_y y}\right) \left(\hat{p}_{M,t} + \hat{m}_t\right) \end{split}$$

Posición neta de activos del extranjero:

$$\left(\frac{BY}{P_{y}y}\right)\left(\frac{1}{r^*\theta}\right)\left(\widehat{BY}_t - \hat{r}_t^* - \widehat{\Theta}_t\right) = \left(\frac{1}{1+g_y}\right)\left(\frac{BY}{P_{y}y}\right)\left(\widehat{BY}_{t-1} + \widehat{\pi}_{\varepsilon,t} - \widehat{\pi}_{C,t} + \widehat{p}_{y,t-1} - \widehat{p}_{y,t} + \widehat{y}_{t-1} - \widehat{y}_t - \widehat{\zeta}_{T,t}\right) + \left(\frac{NXY}{P_{y}y}\right)\widehat{NXY}_t + \left(\frac{RENY}{P_{y}y}\right)\widehat{RENY}_t$$

· Exportaciones netas:

$$\overline{NXY_t} = \left(\frac{p_X x}{NXY p_y y}\right) (\hat{p}_{X,t} + \hat{x}_t) - \left(\frac{p_M m}{NXY p_y y}\right) (\hat{p}_{M,t} + \hat{m}_t) - \hat{p}_{y,t} - \hat{y}_t$$

• Cuenta financiera:

$$\begin{split} \widehat{RENY}_t &= \left(\frac{1-\chi}{RENY}\right) \left(\frac{p_{I_S I_S}}{p_y y}\right) \left(\hat{p}_{I_S,t} + \hat{\iota}_{S,t} - \hat{p}_{y,t} - \hat{y}_t\right) - \left(\frac{1-\chi}{\left(1+g_y\right)p_y y}\right) \left(\frac{\tau_S \delta_S q_S k_S}{RENY}\right) \left(\hat{q}_{S,t} + \hat{k}_{S,t-1} - \hat{p}_{y,t} - \hat{y}_t\right) \\ &- (1-\chi)(1-\tau_S) \left(\frac{YSY}{RENY}\right) \widehat{YSY_t} + \left(\frac{(1-\chi)(1-\tau_S)\kappa_S}{RENYp_y y}\right) \left(-\hat{p}_{y,t} - \hat{y}_t\right) \end{split}$$

• Balanza de cuenta corriente:

$$\begin{split} \left(\frac{CAY}{p_{y}y}\right) \overline{CAY}_{t} &= \left(\frac{1}{r^{*}\theta}\right) \left(\frac{BY}{p_{y}y}\right) \left(B\widehat{Y}_{t} - \hat{r}_{t}^{*} - \hat{\theta}_{t}\right) \\ &- \left(\frac{BY}{\left(1 + g_{y}\right)r^{*}\theta p_{y}y}\right) \left(B\widehat{Y}_{t-1} - \hat{r}_{t-1}^{*} - \hat{\theta}_{t-1} + \hat{\pi}_{\varepsilon,t} - \hat{\pi}_{C,t} + \hat{p}_{y,t-1} - \hat{p}_{y,t} + \hat{y}_{t-1} - \hat{y}_{t}\right) \\ &- \hat{\zeta}_{T,t}\right) - \left(\frac{(1 - \chi)q_{S}k_{S}}{p_{y}y}\right) \left(\hat{q}_{S,t} + \hat{k}_{S,t}\right) \\ &+ \left(\frac{(1 - \chi)q_{S}k_{S}}{\left(1 + g_{y}\right)\left(p_{y}y\right)^{2}}\right) \left(\hat{q}_{S,t} + \hat{k}_{S,t-1} - \hat{\zeta}_{T,t} - \hat{p}_{y,t} - \hat{y}_{t}\right) + RIN_{t} - RIN_{t-1} \end{split}$$

• Choque de consumo:

$$\hat{\zeta}_{C,t} = \rho_C \hat{\zeta}_{C,t-1} + u_{C,t}$$

• Choque de productividad:

$$\hat{\zeta}_{T,t} = \rho_T \hat{\zeta}_{T,t-1} + u_{T,t}$$

• Choque de inversión:

$$\hat{\zeta}_{I,t} = \rho_I \hat{\zeta}_{I,t-1} + u_{I,t}$$

• Choque de gasto público:

$$\hat{\zeta}_{G,t} = \rho_G \hat{\zeta}_{G,t-1} + u_{G,t}$$

• Choque de política monetaria:

$$\zeta_{m,t} = \rho_m \zeta_{m,t-1} + u_{m,t}$$

• Choque de trabajo:

$$\hat{\zeta}_{L,t} = \rho_L \hat{\zeta}_{L,t-1} + u_{L,t}$$

• Choque de prima por riesgo:

$$\hat{\zeta}_{\Theta,t} = \rho_{\Theta} \hat{\zeta}_{\Theta,t-1} + u_{\Theta,t}$$

• Choque de productividad específico al sector *H*:

$$\hat{a}_{H,t} = \rho_H \hat{a}_{H,t-1} + u_{H,t}$$

• Choque de productividad específico al sector *S*:

$$\hat{a}_{S,t} = \rho_S \hat{a}_{S,t-1} + u_{S,t}$$

• Choque de tasa de interés externa:

$$\hat{r}_t^* = \rho_r \hat{r}_{t-1}^* + u_{r,t}$$

• Choque de tasa de inflación externa:

$$\hat{\pi}_t^* = \rho_\pi \hat{\pi}_{t-1}^* + u_{\pi,t}$$

• Choque de tasa de demanda externa:

$$\hat{y}_t^* = \rho_y \hat{y}_{t-1}^* + u_{y,t}$$

• Choque de precios de petróleo:

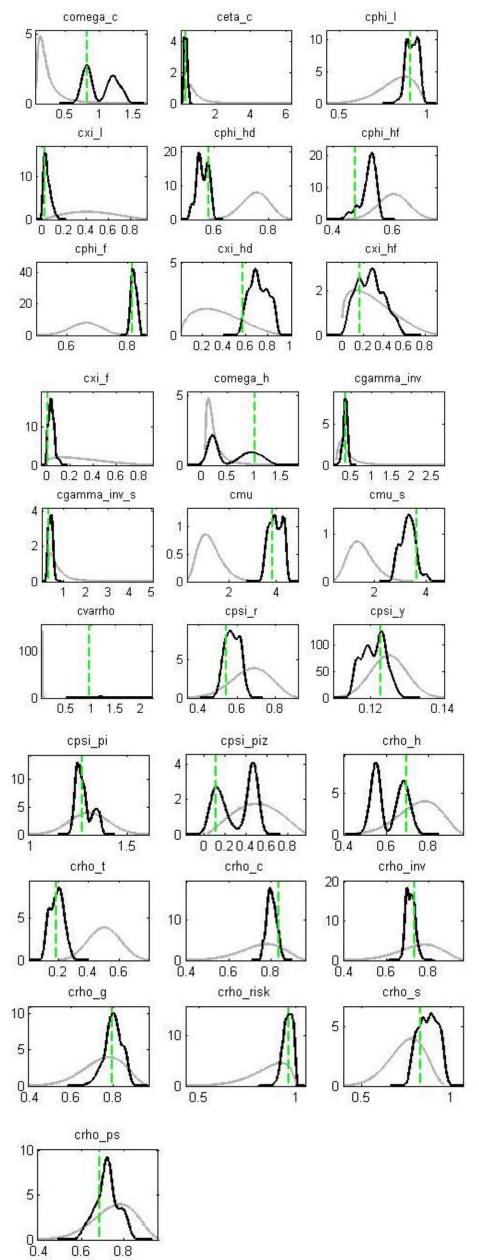
$$\hat{p}_{o,t}^* = \rho_o \hat{p}_{o,t-1}^* + u_{o,t}$$

• Choque de precios de *commodities* de exportación:

$$\hat{p}_{S,t}^* = \rho_{p_S} \hat{p}_{S,t-1}^* + u_{p_S,t}$$

Anexo 3. Distribuciones a priori y a posteriori de la estimación para Perú

Las líneas grises denotan la distribución a priori de los parámetros, mientras que las líneas negras denotan la distribución a posteriori.



Notas biográficas

Álvaro Andrés Contreras Mellado

Nació en Lima, el 30 de marzo de 1993. Economista, egresado de la Universidad del Pacífico. Cuenta con experiencia en investigación y análisis económico. Actualmente desempeña el cargo de Analista en el área de Estudios Económicos de APOYO Consultoría.

Bryan Richard Gutiérrez Cortez

Nació en Huancavelica, el 17 de octubre de 1994. Economista, egresado de la Universidad del Pacífico. Cuenta con más de dos años de experiencia en investigación económica. Actualmente desempeña el cargo de Asistente de Análisis de Información en el Despacho Ministerial del Ministerio de Educación.