



Escola de Camins
Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports
UPC BARCELONATECH

Estudio sobre la adherencia de armaduras pretensas y su influencia en el fallo a cortante

Trabajo realizado por:

Robert Casanova Verge

Dirigido por:

Juan Murcia Delso

Antonio Ricardo Mari Bernat

Grado en:

Ingeniería de Obras Públicas

Barcelona, Febrero 2022

Departamento de Ingeniería Civil i Ambiental

TREBALL FINAL DE GRAU

Agradecimientos

A mis tutores, *Juan Murcia Delso* y *Antonio Marí Bernat*, por el tiempo dedicado en este trabajo, por la gran aportación de valor y conocimientos hacia mí para aprender, por su paciencia y dedicación.

A mi familia, por el apoyo incondicional que me han dado en toda mi vida para lograr todas las metas que me propongo y confiar en mí más que yo mismo, soy quien soy gracias a vosotros.

Resumen

Realizado por: **Robert Casanova**
Dirigido por: **Juan Murcia Delso, Antonio Ricardo Mari Bernat**

En elementos de hormigón pretensado, la adherencia entre armadura pretesa y el hormigón es una propiedad fundamental para asegurar la integridad estructural.

El acero pretensado tiene una doble funcionalidad, por un lado, se usa la tensión de tracción del acero disponible hasta llegar a su límite elástico para comprimir el hormigón, y por otro lado, la resistencia a tracción de los cordones de acero se utiliza para colaborar con el hormigón en la resistencia de las cargas externas mejorando así el comportamiento de las estructuras y pudiendo hacer diseños estructurales mucho más complejos, con mayores luces y más esbeltos.

Al introducir esta tensión longitudinal de compresión a la viga, se modifican los estados tensionales y deformaciones que sufre el elemento estructural, la forma de rotura, los modos de fallo, etc.

Respecto a la resistencia a cortante, esta compresión hace que la fisura crítica se desplace incrementando la distancia entre el apoyo y la fisura crítica, ya que el momento de fisuración es mucho mayor en vigas con armadura pretesa, por lo que también se consigue una mayor resistencia a cortante de la viga.

El presente documento se centra en desarrollar un nuevo modelo para determinar la resistencia a cortante de vigas de hormigón pretensado cuando estas sufren pérdida por adherencia. Este modelo propuesto es válido para vigas con secciones rectangulares, en I y en T sin armadura transversal. Se trata de una modificación del modelo CCCM original, desarrollado recientemente en la UPC y la UIB.

Se ha reformulado y añadido algunas expresiones para mejorar la predicción de la resistencia a cortante de una viga cuando esta sufre fallo por anclaje, incluyendo formulaciones de otras instrucciones como puede ser la EHE-08 o del Fib Código Modelo 2010 y la combinación de ellas además de la propia modificación de las expresiones.

Para llegar a la conclusión de la verificación de método, en primer lugar, se ha hecho un extenso estado del conocimiento dónde se explica la base para entender que es el esfuerzo cortante y como afecta a las estructuras, también se ha hecho una exposición de todos los temas de adherencia en el caso de armadura pretesa que se está estudiando. Finalmente, en este apartado se incluye una explicación teórica de los modelos originales utilizados en la propuesta del nuevo modelo.

Siguiendo, se ha desarrollado el modelo nuevo a partir de los métodos originales explicados y se ha explicado cuales són los cambios realizados, la hipótesis que asume este nuevo modelo y cuál es el procedimiento para aplicarlo incluyendo algunos ejemplos numéricos. También se explica cómo interpretar los resultados y como proceder según estos.

Para acabar, se verifica a partir de ensayos reales la modificación de este modelo para determinar si es válido o no, es decir, para ver si aplicando este nuevo modelo cuando una viga sufre pérdida por adherencia se mejora el resultado obtenido por el modelo original o no. Se determina que si lo hace, el modelo modificado es más realista en esta situación aunque se debería seguir estudiando sobre él ya que la cantidad de vigas que fallan por anclaje en esta base de datos son mínimas.

Resum

Realitzat per: **Robert Casanova**
Dirigit per: **Juan Murcia Delso, Antonio Ricardo Mari Bernat**

En elements de formigó pretesat, l'adherència entre armadura pretesa i el formigó és una propietat fonamental per assegurar la integritat estructural.

L'acer pretensat té una doble funcionalitat, per una banda, es fa servir la tensió de tracció de l'acer disponible fins a arribar al límit elàstic per comprimir el formigó, i per altra banda, la resistència a tracció dels cordons d'acer s'utilitza per col·laborar amb el formigó en la resistència de les càrregues externes millorant així el comportament de les estructures i podent fer dissenys estructurals molt més complexos, amb llums majors i més esvelts.

Al introduir aquesta tensió longitudinal de compressió a la biga, es modifiquen els estats tensionals i deformacions que pateix l'element estructural, la forma de trencament, els modes de fallada, etc.

Respecte a la resistència a tallant, aquesta compressió fa que la fissura crítica es desplaci incrementant la distància entre el suport i la fissura crítica, ja que el moment de fissuració és molt més gran en bigues amb armadura pretesa, per la qual cosa també s'aconsegueix una major resistència a tallant de la biga.

Aquest document es centra amb el desenvolupament d'un nou model per determinar la resistència a tallant de bigues de formigó pretensat quan aquestes pateixen pèrdua per adherència. Aquest model proposat és vàlid per a bigues amb seccions rectangulars, amb I i T sense armadura transversal. Es tracta d'una modificació del model CCCM original, desenvolupat recentment a la UPC i la UIB.

S'ha reformulat i afegit algunes expressions per millorar la predicció de la resistència a tallant d'una biga quan aquesta pateix error per ancoratge, incloent-hi formulacions d'altres instruccions com pot ser l'EHE-08 o el Fib Codi Model 2010 i la combinació d'elles a més de la pròpia modificació de les expressions.

Per arribar a la conclusió de la verificació de mètode, en primer lloc, s'ha fet un extens estat del coneixement on s'explica la base per entendre què és l'esforç tallant i com afecta les estructures, també s'ha fet una exposició de tots els temes d'adherència en el cas d'armadura pretesa que s'està estudiant. Finalment, aquest apartat inclou una explicació teòrica dels models originals utilitzats en la proposta del nou model.

Seguint, s'ha desenvolupat el nou model a partir dels mètodes originals explicats i s'ha explicat quins són els canvis realitzats, la hipòtesi que assumeix aquest nou model i quin és el procediment per aplicar-lo incloent-hi alguns exemples numèrics. També s'explica com interpretar els resultats i com cal procedir segons aquests.

Per acabar, es verifica a partir d'assajos reals la modificació d'aquest model per determinar si és vàlid o no, és a dir, per veure si aplicant aquest nou model quan una biga pateix pèrdua per adherència es millora el resultat obtingut pel model original o no. Es determina que si ho fa, el model modificat és més realista en aquesta situació encara que s'hauria de continuar estudiant sobre ell ja que la quantitat de bigues que fallen per ancoratge en aquesta base de dades són mínimes.

Abstract

Made by: **Robert Casanova**

Directed by: **Juan Murcia Delso, Antonio Ricardo Mari Bernat**

In pre-stressed concrete elements, the bond between pre-tensed reinforcement and concrete is a fundamental property to ensure structural integrity.

Pre-stressed steel has a double functionality: on the one hand, the tensile stress of the available steel is used until it reaches its elastic limit to compress the concrete, and on the other hand, the tensile strength of the steel strands is used to work with the concrete in resisting external loads, thus improving the behavior of the structures and allowing for much more complex structural designs, with longer spans and slenderness.

By introducing this longitudinal compressive stress to the beam, the stress states and deformations suffered by the structural element, the form of rupture, the failure modes, etc., are modified.

With respect to shear resistance, this compression causes the critical crack to move, increasing the distance between the support and the critical crack, since the cracking moment is much greater in beams with pre-tensed reinforcement, which also results in greater shear resistance of the beam.

This paper focuses on developing a new model to determine the shear strength of prestressed concrete beams when they suffer bond loss. This proposed model is valid for beams with rectangular, I- and T-sections without transverse reinforcement. It is a modification of the original CCCM model, recently developed at UPC and UIB.

Some expressions have been reformulated and added to improve the prediction of the shear resistance of a beam when it suffers anchorage failure, including formulations of other instructions such as the EHE-08 or the Fib Code Model 2010 and the combination of them in addition to the modification of the expressions themselves.

To reach the conclusion of the method verification, first of all, an extensive state of knowledge has been made where the basis for understanding what is shear stress and how it affects the structures has been explained, also a presentation of all the issues of adhesion in the case of pre-tensed reinforcement under study has been made. Finally, this section includes a theoretical explanation of the original models used in the proposal of the new model.

Next, the new model has been developed from the original methods explained and it has been explained which are the changes made, the hypothesis that this new model assumes and which is the procedure to apply it including some numerical examples. It also explains how to interpret the results and how to proceed accordingly.

Finally, the modification of this model is verified from real tests to determine if it is valid or not, that is, to see if applying this new model when a beam suffers adhesion loss improves the result obtained by the original model or not. It is determined that if it does, the modified model is more realistic in this situation although further study should be done on it since the number of beams that fail by anchorage in this database are minimal.

Índice

Agradecimientos	II
Resumen	III
Índice de tablas	XII
Índice de Figuras	XIII
1. INTRODUCCIÓN	
1.1. Antecedentes	1
1.2. Objetivos	3
1.3. Contenido	4
2. ESTADO DEL CONOCIMIENTO	
2.1. Estado límite último de tensiones tangenciales. Cortante	6
2.1.1. Formas de rotura de una viga esbelta	7
2.1.2. Comportamiento de vigas con armadura de cortante	9
2.1.3. Cortante resistido por la armadura transversal	10
2.1.4. Cortante resistido por la compresión en el hormigón del alma	12
2.1.5. Influencia del pretensado en la resistencia a cortante	16
2.1.6. Instrucción Española EHE-08	16
2.1.6.1. Agotamiento por compresión oblicua del alma	17
2.1.6.2. Agotamiento por tracción en el alma	19
2.1.6.3. Disposiciones generales	24
2.1.7. Modelo basado en la contribución de la cabeza de compresiones (CCCM)	25
2.2. Adherencia en armaduras pretensas	30

2.2.1. Mecanismos adherentes entre hormigón y acero	30
2.2.1.1. Adhesión	31
2.2.1.2. Fricción	31
2.2.1.3. Interacción mecánica	32
2.2.2. Longitud de transmisión	35
2.2.3. Longitud de anclaje	36
2.2.4. Parámetros que afectan a la adherencia	36
2.2.5. Modos de fallo	37
2.2.6. Métodos analíticos para determinar la longitud de transmisión	38
2.2.6.1. EHE-08	38
2.2.6.2. Código Modelo 2010	40
3. MODIFICACIÓN DEL MODELO CCCM	
3.1. Hipótesis	42
3.2. Modificaciones	43
3.3. Modelo modificado. Paso a paso	45
3.3.1. Fallo por cortante sin pérdida de adherencia	46
3.3.2. Fallo combinado por cortante y pérdida de adherencia	48
3.4. Ejemplos	51
3.4.1. Ejemplo 1: Fallo por cortante	51
3.4.2. Ejemplo 2: Fallo por pérdida de anclaje	56
4. VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL DEL CCCM MODIFICADO	
4.1. Ensayos	62
4.1.1. Cederwall 1974	63
4.1.2. Arthur 1965	64

4.2. Resultados obtenidos	66
4.3. Comparación con otros modelos	67
5. CONCLUSIÓN	70
Referencias	73
Anejo 1: Cálculos	75

Índice de tablas

TABLA 1: Cortante V_s resistido por la armadura transversal	12
TABLA 2: Tensiones de compresión S_c en el hormigón del alma	13
TABLA 3: Expresiones para componentes adimensionales de la resistencia a cortante de una viga de hormigón fisurada	26
TABLA 4: Parámetros que afectan a la adherencia entre el acero de las armaduras y el hormigón	36
TABLA 5: Datos iniciales ejemplo 1 viga de Cederwall 1974 803-2	52
TABLA 6: Datos iniciales ejemplo 2 viga de Cederwall 1974 734-36	56
TABLA 7: Propiedades geométricas, fuerza de pretensado y cortante último de las vigas ensayadas por Cederwall	63
TABLA 8: Propiedades geométricas, fuerza de pretensado y cortante último de las vigas ensayadas por Arthur	64
TABLA 9: Resultados obtenidos con el nuevo modelo modificado	66
TABLA 10: Comparativa modelo CCCM original y modelo modificado	67
TABLA 11: Comparativa CCCM original y EHE-08 con modelo propuesto	68

Índice de figuras

Figura 1.1: Armadura postesa VS armadura pretesa	2
Figura 2.1.1: Formas de rotura de una viga esbelta (<i>Rüsch 1972</i>)	7
Figura 2.1.2: Analogía de la celosía Ritter Mörsh (Jiménez Montoya,2018)	9
Figura 2.1.3: Armaduras transversales equilibran el esfuerzo cortante (Jiménez Montoya,2018)	10
Figura 2.1.4 : Bielas de hormigón comprimido equilibran esfuerzo cortante (Jiménez Montoya,2018)	12
Figura 2.1.5: Efectos que contribuyen a la resistencia del hormigón a esfuerzo cortante de una sección fisurada. (Jiménez Montoya, 2018)	15
Figura 2.1.6: Secciones de control V_{u1} y V_{u2} (EHE-08)	17
Figura 2.1.7: Valor de b_0 en seccione de ancho variable (Jiménez Montoya 2018)	18
Figura 2.1.8: Componentes de la resistencia a cortante en una viga de hormigón fisurada	26
Figura 2.1.9: Envolvente de rotura bajo estado biaxial de tensiones (Kupfer 1973)	28
Figura 2.2.1: Efecto cuña de un elemento pretensado de hormigón, (Abdelatif, et al, 2015)	32
Figura 2.2.2: Fuerzas de acuñamiento y fisuración inicial de la interfaz acero-hormigón (Mohammed Abed)	33
Figura 2.2.3: Leyes de adherencia-deslizamiento local adaptado del Fib Bulletin nº10 (2000)	34
Figura 2.2.4: Distribución de tensiones y longitudes de transmisión a lo largo de una viga pretensada de hormigón	35
Figura 2.2.5: Modos de fallo de adherencia	38
Figura 3.3.1: Posición de la fisura crítica	47

Figura 3.3.2: Longitud de anclaje disponible	49
Figura 4.1.1: Ensayos preparados (Arthur 1965)	65
Figura 4.1.4: Fallo por cortante (Arthur 1965)	65

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1. Antecedentes

El hormigón se ha convertido en uno de los materiales a base de cemento más utilizados en el mundo de la construcción durante los últimos años, debido a su gran versatilidad y a su enorme rango de aplicaciones, también por su bajo coste respecto a las prestaciones dadas.

El hormigón pretensado es una de las modalidades más utilizadas en la ingeniería estructural, surge a partir del año 1920 y se patenta esta técnica ya que permite compensar la fuerza de tracción que se ejerce sobre cualquier estructura.

El hormigón pretensado ofrece a los ingenieros proyectistas, diseñar estructuras más ligeras, menos voluminosas, con mayores luces y mayores cargas soportadas, por tanto, las estructuras pueden ser mucho más resistentes, esbeltas y estéticas.

En la actualidad existen diferentes tipologías de pretensado. El pretensado a los elementos estructurales se le puede dar mediante un proceso de postesado, lo que significa que se construye el elemento estructural insitu, dejando unas vainas con los cables dentro del hormigón y posteriormente, cuando el hormigón haya endurecido, se aplica una tensión a estos cables para introducir un axil de compresión de la manera que interese, según diseño de la estructura.

Por otro lado, el pretensado se puede dar mediante armadura pretesa, dónde se introduce el concepto de adherencia. Este tipo de pretensado es el que se considera y se estudia durante toda la presente tesis. En pretensado mediante armaduras pretesas, generalmente se tesan los cordones en un banco de pretensado y mientras estos se mantienen en tensión, se encofra y se

hormigona el elemento estructural, de esta manera, las armaduras queden embebidas dentro del hormigón fresco mientras se les está aplicando la tensión. Cuando el hormigón ha fraguado y la resistencia adquirida es óptima, se sueltan los anclajes y la propia tensión que tenían los cables hace que el hormigón quede comprimido. Este proceso se encuentra perfectamente industrializado lo que es una gran ventaja ya que el control de calidad es muy intenso, se pueden imponer las condiciones de curado ideales y la probabilidad de errores de ejecución es mínima.

En la siguiente Figura 1.1, se muestra la comparativa entre hormigón postensado y hormigón pretensado.



Figura 1.1: *Armadura postesa VS armadura pretesa*

El comportamiento adherente de la armadura pretesa se debe estudiar en la fase de transmisión del pretensado de la armadura al hormigón y en el anclaje de la armadura. Por eso, en hormigón pretensado con armadura pretesa es fundamental tratar de una forma especial a las longitudes de anclaje y transmisión, ya que, si estas fallan, la estructura puede llegar al colapso parcial o incluso total.

La experimentación hasta fecha de hoy, ha demostrado que las longitudes de transmisión y anclaje para cordones de 7 alambres en algunos tipos de hormigón, sobretodo de alta resistencia, son realmente mucho menores a estas longitudes determinadas a partir de la EHE-

08 y otras instrucciones internacionales actuales, debido a que la formulación presenta muchas incertidumbres dónde casi siempre prevalece la seguridad, dando así resultados poco realistas.

1.2. Objetivos

El objetivo global del presente documento, es estudiar el comportamiento frente a esfuerzo cortante y adherencia de los cordones en vigas de hormigón pretensado con armadura activa, desarrollando un nuevo modelo de resistencia a cortante que tenga en cuenta posibles fallos por adherencia en la fisura crítica de cara a mejorar los modelos actuales.

Para la consecución de este objetivo principal se han abordado las siguientes tareas:

- Estudio del estado del conocimiento sobre la resistencia a cortante de un elemento estructural, se estudia el comportamiento de una viga simple por los diferentes métodos de rotura, además de la adherencia de armaduras pretesas en hormigón pretensado.
- Se analizan los parámetros más importantes e influyentes que afectan al fenómeno adherente, principalmente se estudia con profundidad las longitudes de anclaje y transmisión
- Se plantean algunas normativas y códigos estructurales en vigor para el posterior uso de los mismos.
- Elaboración de un modelo para predecir la resistencia a cortante en vigas de hormigón pretensado con armadura pretesa basado en el modelo CCCM desarrollado por investigadores de la UPC y UIB. Este nuevo modelo contempla introducir el cálculo de las longitudes de anclaje y transmisión de manera que sea fácil valorar si una viga es susceptible a sufrir pérdida por adherencia o no durante la realización de los ensayos. En caso de que se produzca pérdida de adherencia, el modelo deberá solucionar el problema para conseguir predecir este fallo y poder redimensionar la pieza para evitarlo.
- Elaborar una base de datos de ensayos reales realizados sobre vigas pretensadas para verificar la propuesta de modificación del modelo anterior.
- Realizar una comparativa entre los resultados obtenidos con el modelo modificado y los resultados obtenidos con los métodos tradicionales ya existentes, además de plantearse algún ejemplo del nuevo modelo dónde se muestra claramente cómo funciona y cuáles son los pasos a seguir para su correcta aplicación.

- Extraer conclusiones sobre los estudios realizados y sobre futuras vías de investigación.

1.3. Contenido

En el capítulo 1 se presenta una breve introducción, dónde se plantea la motivación y antecedentes, se establecen los objetivos del documento y se explica el contenido de la propia tesis.

En el capítulo 2 se presenta un estado del arte sobre el esfuerzo cortante y adherencia. Aquí se realiza una visión general de las formas de rotura de una viga para poner en situación al lector de la tesis, seguidamente se hace una descripción dónde se explica en que consiste, que es y como aparece el esfuerzo cortante en un elemento estructural. También se explica la base teórica de cálculo para este esfuerzo siguiendo: La Instrucción Española EHE-08 y el Modelo CCCM.

Una vez conocido que es el cortante, como afecta a las estructuras y porque es importante considerarlo, se hace una explicación sobre la adherencia en armaduras pretensas, dónde se explican las principales causas de fallo, los factores que afectan a la adherencia, modos de fallo y mecanismos adherentes. Aquí también se explica que son las longitudes de anclaje y de transmisión, además de como calcularlas siguiendo el Fib Código Modelo 2010.

En el capítulo 3 se desarrolla una formulación teórica para predecir la resistencia a esfuerzo cortante de vigas pretensadas a partir de la metodología del modelo CCCM, realizando un análisis previo de la formulación de este método e incorporando algunas modificaciones. Esta formulación desarrollada, tiene en cuenta la rotura de la cabeza comprimida, es decir, el elemento estructural agota por cortante, además de incluir una formulación que considera la posible pérdida de anclaje debido al fallo de adherencia entre la armadura pretesa y el hormigón, cuando esto ocurre, el nuevo modelo intenta solucionarlo, además de dar resultados de cortante más realistas al considerar esta falla por anclaje.

En este capítulo se describe el proceso del nuevo modelo, los pasos a seguir y las expresiones a aplicar para su correcto funcionamiento, además se presentan dos ejemplos reales dónde aplica el modelo para ver de una forma más clara el funcionamiento del propio.

En el capítulo 4 se realiza la propia verificación del modelo desarrollado comparando las predicciones teóricas que da el modelo con los resultados experimentales reales a partir de una base de datos elaborada sobre campañas experimentales realizadas con vigas pretensadas.

Al inicio de este mismo, se hace una breve descripción de estas campañas experimentales sobre las cuales se realiza la base de datos y se desarrolla el modelo modificado.

También, se hace una comparación a partir de los resultados dados por las campañas experimentales reales entre el nuevo modelo desarrollado y los métodos y modelos ya existentes. Este es el punto dónde se indica si el nuevo modelo desarrollado será de útil aplicación o no.

En el capítulo 5 se hace la exposición de las conclusiones obtenidas y recomendaciones para la realización de futuros trabajos de investigación

Capítulo 2

ESTADO DEL CONOCIMIENTO

A continuación, se explica la base teórica y fundamental para entender que es el esfuerzo cortante y que es la adherencia para más adelante poder combinar la acción de estos dos y desarrollar un modelo de cálculo modificado dónde tanto el cortante como la adherencia juegan un papel fundamental de manera que este modelo sea lo más aproximado a la realidad posible.

Como se verá, el cortante es el esfuerzo con más incógnitas y más suposiciones en todos los métodos actuales, y como siempre se intenta quedar del lado de la seguridad, estos no se aproximan a la realidad de cómo afecta este esfuerzo a la estructura.

2.1. Estado Límite Último de Tensiones Tangenciales. Cortante

En muchos elementos estructurales, principalmente en vigas, el momento flector que actúa sobre estos, presenta una gran variación a lo largo de toda la pieza, apareciendo, como consecuencia, el esfuerzo cortante sobre el elemento.

Cuando en un elemento estructural se considera la actuación de esfuerzos transversales como es el cortante y la torsión, se deberá considerar un estado multiaxial de las tensiones que actúan sobre el hormigón y un comportamiento anisótropo después de fisuración ya que el comportamiento del elemento en tracción y compresión es diferente. Se encuentra que el comportamiento a cortante que presenta un elemento estructural sometido a este tipo esfuerzo

una vez ya fisurado, es bastante complejo y típicamente se resuelve mediante modelos mecánicos o empíricos que desprecian algunos efectos que se producen sobre la estructura.

Todos los elementos estructurales lineales y superficiales que trabajan de forma unidireccional, están sometidos a esfuerzo cortante. En cambio, cuando el elemento trabaja de forma bidireccional, cerca de los apoyos aparece un fenómeno parecido al cortante que se debe tratar de forma específica denominado punzonamiento.

2.1.1. Formas de rotura de una viga esbelta

El cortante y torsor, crean unas tensiones tangenciales sobre el elemento estructural, las cuales producen el efecto de inclinar las tensiones principales de tracción respecto la directriz de la pieza. Mientras estas tensiones no superan la resistencia a tracción del hormigón, este no fisura y es sencillo determinar el estado tensional, en cambio, una vez aumenta la carga y el elemento fisura, se produce un reajuste de tensiones entre el hormigón y las armaduras que va variando a medida que la fisura aumenta hasta llegar a rotura que puede producirse de diferentes formas tal como se muestra en la siguiente *Figura 2.1.1.*:

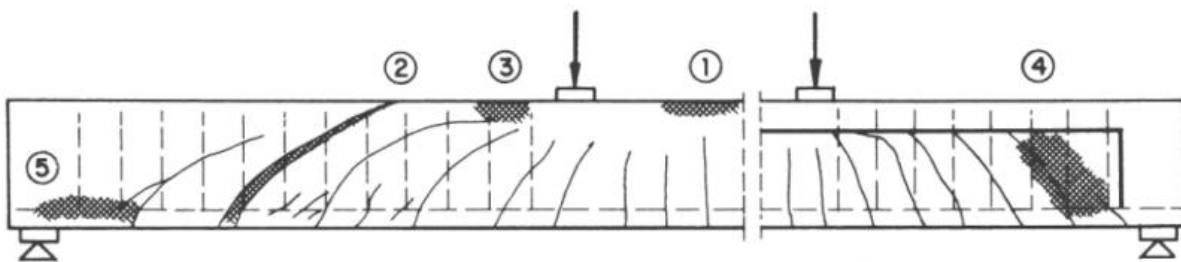


Figura 2.1.1: *Formas de rotura de una viga esbelta (Rüsch 1972)*

Partiendo de la base que en una viga biapoyada el momento flector es máximo en el centro luz y nulo en apoyos, en cambio el cortante es máximo en apoyos y mínimo en centro luz, se distinguen los siguientes tipos de rotura:

La rotura **tipo 1**, se produce **por flexión pura** en vigas con cuantías de armadura longitudinal normales, donde el acero experimenta una deformación excesiva de la armadura traccionada

disminuyendo el canto útil de la viga y agotando del hormigón por compresión, se produce una rotura dúctil.

La rotura **tipo 2**, se produce **por cortante** cuando la armadura transversal es insuficiente progresando las fisuras inclinadas hasta la zona comprimida del borde superior de la viga.

La rotura **tipo 3**, se produce **por flexión y cortante** originando fisuras verticales por tracción de la flexión, pero estas se inclinan por efecto de la distorsión introducida por el cortante las cuales suben más en apoyos que en centro luz dónde la flexión es pura. La fisura progresa inclinada hasta estrangular la cabeza de compresión de la viga y disminuir su capacidad resistente. Esta rotura se produce cuando las armaduras transversales son ligeramente insuficientes. Este tipo de rotura y la anterior presentan una difícil distinción ya que en ambos casos las fisuras se extienden hasta la zona comprimida de la viga y se produce el agotamiento de dicha zona.

La rotura **tipo 4**, se produce **por compresión en el alma** en secciones tipo T y doble T de alma delgada si las tensiones principales de compresión superan la resistencia del hormigón.

La rotura **tipo 5**, se produce **por deslizamiento de las armaduras** cuando las tensiones de la armadura longitudinal traccionada aumentan proporcionalmente al cortante. Este aumento proporcional del cortante desde el apoyo hacia el centro de la viga se consigue gracias a las tensiones de adherencia entre la armadura longitudinal y el hormigón. Si el cortante aumenta, pero la armadura no está suficientemente anclada se producirá el deslizamiento de la misma en zonas de apoyo dónde el cortante es máximo.

La mayoría de normativas y procedimientos de cálculo, consideran que la contribución de las armaduras transversales resulta de la *analogía de la celosía de Ritter-Mörsh*, pero la mayor diferencia entre estos diferentes sistemas de cálculo y normativas, es la forma en que se considera la contribución del hormigón para resistir el cortante que actúa sobre un elemento estructural. Se presentan más adelante dos de los procedimientos de cálculo más utilizados: Según la normativa EHE-08 Española y según el modelo basado en la contribución de la cabeza de compresiones (CCCM).

2.1.2. Comportamiento de vigas con armadura de cortante

Aunque los estudios realizados en el presente documento se hacen en base a elementos estructurales con armadura longitudinal únicamente, es interesante conocer de manera teórica el propósito de esta armadura en un elemento estructural, es el de asegurar que se desarrolle por completo su capacidad de flexión antes de que lo haga por cortante. Aparecen tensiones en los estribos una vez el hormigón ha fisurado ya que mientras no existan las fisuras, la deformación de los estribos de cortante es igual a la del hormigón y estos no entran en tensión.

Como se ha mencionado anteriormente, en la actualidad se considera que la contribución de las armaduras transversales resulta de la *analogía de la celosía de Ritter-Mörsh*. Esta es un mecanismo resistente en el cual la armadura transversal y el hormigón soportan el cortante de manera conjunta.

Normalmente la armadura transversal está constituida por estribos verticales perpendiculares a la directriz del elemento estructural, aunque excepcionalmente se pueden añadir barras levantadas las cuales en el punto en que dejan de ser necesarias para resistir la flexión de la pieza se doblan a 45 grados y se anclan en la cabeza comprimida. Todas las armaduras que atraviesan el alma de la pieza sirven de diagonales traccionadas de la celosía o triangulación virtual, dónde el cordón superior está constituido por la cabeza comprimida del hormigón, las diagonales están comprimidas por bielas de hormigón inclinadas y el cordón inferior por la armadura traccionada. Se muestra en la *Figura 2.1.2* la formación de la celosía en barras levantadas y en estribos verticales.

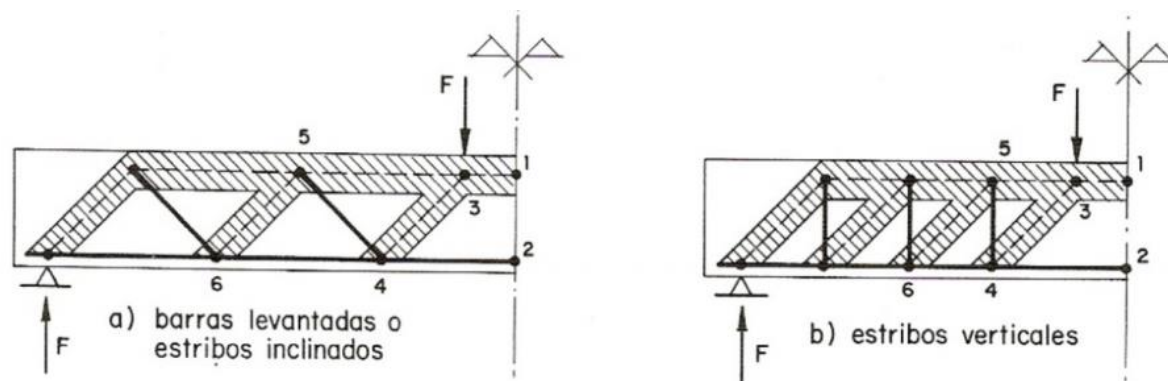


Figura 2.1.2: Analogía de la celosía Ritter Mörsh (Jiménez Montoya,2018)

Este mecanismo de celosía es muy sencillo, ya que la carga se va desplazando desde el punto de aplicación hasta el apoyo de la viga subiendo y bajando de una a otra de las cabezas comprimidas, de tal forma que conforme se aproxima al apoyo, la carga acumulada es mayor. Como normalmente los estribos y las barras levantadas en caso de que existan se colocan a una distancia menor que un canto útil, el mecanismo real de celosía que se considera es una superposición de varias celosías mostradas en la *Figura 2.1.2* anterior.

Históricamente se ha supuesto una inclinación de 45° para las bielas de compresión, pero a partir de diferentes ensayos se ha demostrado que esta inclinación realmente se puede disminuir hasta los 30° hecho que mejora la eficacia de los estribos verticales de cortante ya que de esta manera los propios estribos y las bielas son más perpendiculares.

2.1.3. Cortante resistido por la armadura transversal (V_s)

Sea una viga sometida a esfuerzo cortante mostrada en la *Figura 2.1.3*, supuestamente soportado exclusivamente por la celosía, con armadura transversal de cortante que forma un ángulo α y el hormigón fisurado forma unas bielas inclinadas con un ángulo β respecto de la directriz de viga.

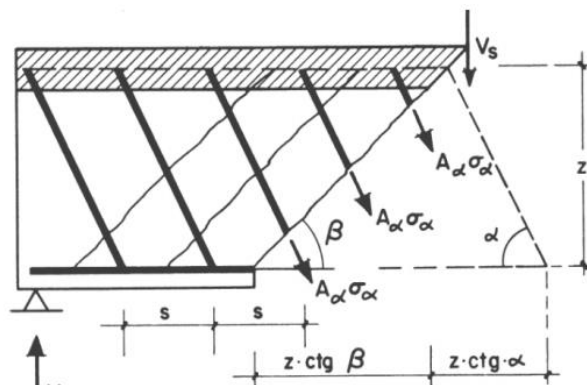


Figura 2.1.3: Armaduras transversales equilibran el esfuerzo cortante
(Jiménez Montoya, 2018)

Se determinan el número de armaduras transversales que cosen cada fisura como:

$$n = \frac{Z}{S} (\cotg \beta + \cotg \alpha) \quad [1]$$

Dónde:

S : Separación horizontal entre planos de armadura

Z : Brazo mecánico

Si se proyecta verticalmente el esfuerzo total de la armadura, se obtiene el cortante resistido por las armaduras a partir de la siguiente expresión:

$$V_s = n * A_\alpha * \sigma_\alpha * \sen \alpha \quad [2]$$

Dónde:

A_α : Sección recta de las armaduras situadas en cada plano inclinado

σ_α : Tensión de trabajo de las armaduras

n : Número de armaduras transversales que cosen cada fisura

Cabe mencionar que las barras levantadas soportan un valor mayor de cortante que los estribos verticales convencionales a iguales áreas y separaciones.

En cambio, la longitud de estas barras es mayor que la de los estribos de manera proporcional. Se determina que cuando el ángulo β disminuye, aumenta de forma considerable el cortante resistido por los estribos y las barras levantadas, es decir, una misma fisura es cosida por más armadura transversal. Se muestra un resumen de estos valores obtenidos de cortante resistido V_s por las armaduras transversales en la siguiente *Tabla 1*.

TABLA 1

CORTANTE V_s RESISTIDO POR LA ARMADURA TRANSVERSAL

<i>Tipo de armadura transversal</i>	α	$\beta=45^\circ$	$\beta=30^\circ$
Estribos verticales	90°	$\frac{z}{s} A_{90} \sigma_{90}$	$1.73 \frac{z}{s} A_{90} \sigma_{90}$
Estribos inclinados	60°	$1.37 \frac{z}{s} A_{60} \sigma_{60}$	$2 \frac{z}{s} A_{60} \sigma_{60}$
Barras levantadas	45°	$\sqrt{2} \frac{z}{s} A_{45} \sigma_{45}$	$1.93 \frac{z}{s} A_{45} \sigma_{45}$

2.1.4. Cortante resistido por la compresión en el hormigón del alma (V_c)

Es necesario comprobar que las bielas de compresión del hormigón en una viga para determinar si las tensiones en estos puntos son excesivamente elevadas lo que originaría una rotura por aplastamiento del hormigón, por lo que se deben determinar las tensiones que solicitan a la biela (σ_c).

Sea una viga en la que se considera una sección en el plano de la armadura transversal mostrada en la siguiente *Figura 2.1.4* Actúa sobre el hormigón una compresión oblicua denominada s_c , entonces la proyección sobre la vertical de la resultante de estas compresiones debe equilibrar el cortante V :

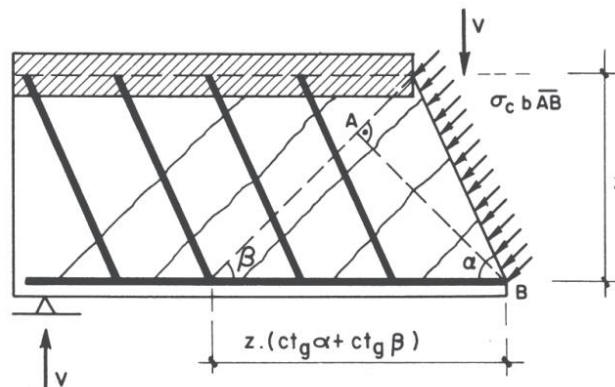


Figura 2.1.4 : Bielas de hormigón comprimido equilibran esfuerzo cortante
(Jiménez Montoya,2018)

$$V = \sigma_c * b * \overline{AB} * \text{sen}\beta = \sigma_c * b * z * \text{sen}^2\beta (\text{cotg } \alpha + \text{cotg } \beta) \quad [3]$$

Para obtener;

$$\sigma_c = \tau_{\text{max}} \frac{1 + \text{cotg}^2\beta}{\text{cotg } \alpha + \text{cotg } \beta} \quad [4]$$

Dónde:

τ_{max} : Tensión tangencial máxima en flexión simple

σ_c : Compresión oblicua en el hormigón del alma

Siempre menor al máximo admisible, en caso contrario, aumentar sección.

σ_c : Tensiones de compresión oblicua en el hormigón del alma

Se determinan algunos valores de las compresiones σ_c para diferentes α y β que se muestran en la *Tabla 2* siguiente.

TABLA 2

TENSIONES DE COMPRESIÓN s_c EN EL HORMIGÓN DEL ALMA

<i>Tipo de armadura transversal</i>	α	$\beta = 45^\circ$	$\beta = 30^\circ$
Estribos verticales	90°	$2 t_{\text{máx}}$	$2,31 t_{\text{máx}}$
Estribos inclinados	60°	$1,27 t_{\text{máx}}$	$1,73 t_{\text{máx}}$
Barras levantadas	45°	$t_{\text{máx}}$	$1,47 t_{\text{máx}}$

Se puede observar que cuando los estribos son verticales, las tensiones de compresión en el hormigón son superiores que en el caso de barras levantas o estribos inclinados, debido a que la configuración vertical para los estribos no cose de forma tan eficiente las fisuras como lo hacen los estribos inclinados y barras levantadas siendo necesario que las bielas trabajen más

para absorber la totalidad del cortante. En el caso de vigas sometidas a grandes cortantes es interesante recurrir a la solución de disponer armadura transversal en forma de estribos inclinados.

También, cuando el ángulo β formado por las bielas con la directriz disminuye, las compresiones oblicuas sobre el hormigón aumentan ya que la proyección \overline{AB} es menor. Las fisuras son cosidas por más cercos, descargándose estos y solicitando más las bielas.

La contribución del hormigón V_c en la resistencia a cortante se basa en varios efectos que han sido estudiados ensayando hasta rotura vigas sin armadura trasversal e independiente del efecto de la celosía, aunque existen teorías que muestran que el V_c es mayor en presencia se cercos debido al confinamiento que estos producen en la cabeza.

Si bien se puede deducir y determinar fácilmente la contribución V_s de la armadura transversal en la resistencia a cortante, la contribución V_c es más complicado cuantificarla debido a su complejidad. Los efectos más importantes que produce el hormigón són:

- **La resistencia a cortante de la cabeza comprimida**, dónde las fisuras no llegan en esta zona y aparecen unas tensiones tangenciales τ_1 que colaboran a resistir el cortante, esta resistencia dependerá de la resistencia a tracción del hormigón.
- Se puede producir el **efecto arco** dónde la cabeza comprimida se inclina en las proximidades del apoyo, es decir, en la zona de máximo cortante, por lo que la compresión longitudinal N_c tendrá una componente $N_c \cdot \text{sen}\beta$ que contribuirá a resistir el cortante.
- Otra manera del hormigón en contribuir a la resistencia a cortante, es por el **efecto de engranamiento de las áridos** que se produce cuando existen deslizamientos relativos entre los labios de las fisuras inclinadas en las que se desarrollan tensiones tangenciales τ_2 , dependiendo su valor de la fracción de árido grueso que contiene el hormigón.
- Finalmente, se puede producir un **efecto pasador** dónde la biela $AA'BB'$ está rigidizada por la propia armadura longitudinal que la atraviesa ejerciendo como pasador cosiendo la fisura, entonces, se desarrollan unas fuerzas rasantes F_3 que se oponen al cortante exterior.

Para que este mecanismo sea efectivo, la armadura longitudinal debe tener un apoyo vertical cerca, además también dependerá del diámetro de la armadura

Se muestran en la siguiente *Figura 2.1.5*, una representación de estos 4 efectos que contribuyen a la resistencia a cortante gracias al hormigón.

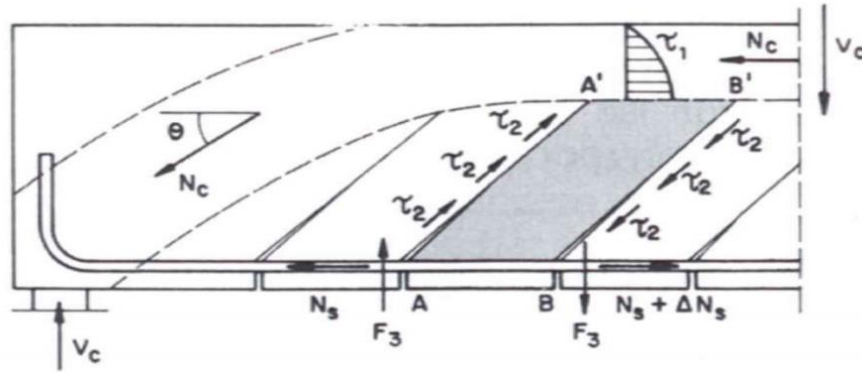


Figura 2.1.5: Efectos que contribuyen a la resistencia del hormigón a esfuerzo cortante de una sección fisurada. (Jiménez Montoya, 2018)

La resistencia última a cortante de una pieza con armadura transversal es:

$$V_u = V_{cu} + V_{su} \quad [5]$$

Dónde:

V_u : Resistencia última a cortante

V_{cu} : Capacidad a cortante del hormigón

V_{su} : Capacidad a cortante de las armaduras

La forma en que se evalúa la resistencia V_{cu} , es decir, la capacidad resistente a cortante del hormigón varía entre las distintas normativas y modelos de cálculo utilizados. En esta tesina se destacan 2 de los más importantes descritos a continuación: Instrucción Española EHE-08 y el modelo basado en la continuación de la cabeza de compresiones CCCM.

2.1.5. Influencia del pretensado en la resistencia a cortante

Cuando a una viga se le introduce un pretensado, este modifica los estados de tensiones y deformaciones del elemento estructural, la carga a partir de la cual se produce fisuración, la forma de las fisuras, los modos de fallo y las fuerzas internas.

El pretensado de una viga introduce una tensión longitudinal de compresión, la cual hace que la fisura crítica modifique su ángulo, disminuyéndolo respecto a una viga armada, pero, a la vez, la cabeza de compresión de la sección aumenta, y como resultado la proyección horizontal de la fisura crítica en hormigón armado y hormigón pretensado es muy similar.

La distancia entre el apoyo y la fisura crítica incrementa con el pretensado, ya que en vigas con armadura activa pretesa el momento de fisuración es mayor que en vigas armadas pasivas, aumentando como consecuencia la resistencia a cortante de la cabeza de compresión debido al incremento de profundidad de la misma.

2.1.6. Instrucción Española EHE-08

Según esta instrucción española EHE-08 para el dimensionamiento y comprobación de secciones de HA y HP, se basa en la analogía de la celosía con algunas modificaciones. Es necesario verificar que el cortante de diseño no agota la capacidad de las bielas comprimidas.

$$V_{rd} \leq V_{u1}$$

Además de que el cortante de diseño no debe agotar la capacidad de resistir tracciones que tiene el alma de la sección (armadura de cortante + resistencia a cortante del hormigón).

$$V_{rd} \leq V_{u2}$$

Al ser un modelo basado en la analogía de la celosía, V_{u1} se debe comprobar en el borde de apoyo y V_{u2} se debe comprobar a un canto útil del apoyo como se muestra en la *Figura 2.1.6* siguiente:

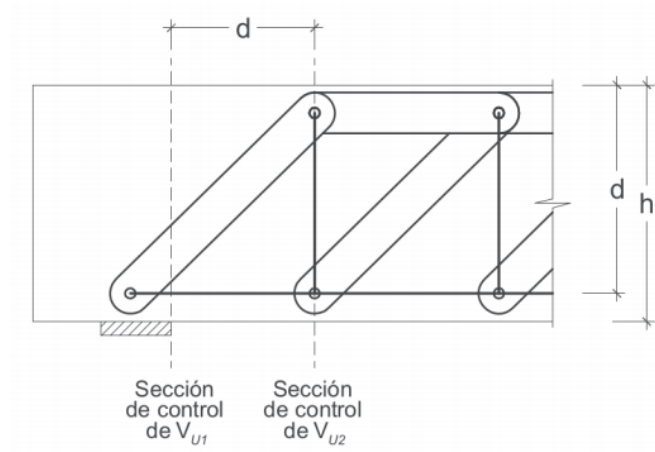


Figura 2.1.6: Secciones de control V_{u1} y V_{u2} (EHE-08)

V_{rd} hace referencia al esfuerzo cortante reducido de cálculo, este se determina a partir de la expresión:

$$V_{rd} = V_d + V_{pd} + V_{cd} \quad [6]$$

Dónde:

V_d : Valor de cálculo del esfuerzo cortante producido por las acciones exteriores

V_{pd} : Valor de cálculo de la componente de la fuerza de pretensado paralela a la sección en estudio

V_{cd} : Valor de cálculo de la componente paralela a la sección de la resultante de tensiones normales tanto de compresión como de tracción en la armadura pasiva, sobre las fibras longitudinales de hormigón, en piezas de sección variable

2.1.6.1. Agotamiento por compresión oblicua del alma

Debido a que el hormigón puede llegar a fallar por aplastamiento, esta instrucción limita el cortante máximo de un elemento estructural a la capacidad por compresión oblicua en el alma obtenida a partir de la expresión núm. [4], en la que se toma un brazo de $0.9d$, se limita el valor σ_c a $0.6f_{cd}$ y se añade un coeficiente k para tener en cuenta la existencia de esfuerzos axiales.

Se determina V_{u1} como:

$$V_{u1} = f_{1cd} * b_0 * d * k * \frac{\cotg \beta + \cotg \alpha}{1 + \cotg^2 \beta} \quad [7]$$

Dónde:

f_{1cd} : Resistencia a compresión de la biela

$$f_{1cd} = 0.6f_{cd} \quad \text{si } f_{ck} \leq 60 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{1cd} = \left(0.90 - \frac{f_{ck}}{200}\right) f_{cd} \geq 0.5f_{cd} \quad \text{si } f_{ck} > 60 \text{ N/mm}^2$$

b_0 : Ancho del alma del elemento. En secciones de ancho variable, se toma el ancho a una altura igual a $\frac{3}{4}$ del canto útil a partir de la armadura de tracción como se muestra en la *Figura 2.1.7*:

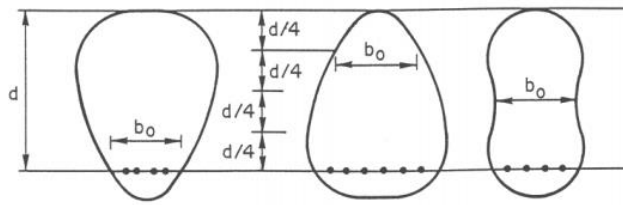


Figura 2.1.7: Valor de b_0 en sección de ancho variable (Jiménez Montoya 2018)

d : Canto útil

k : Coeficiente que depende del axil en caso de que exista. En flexión simple $k = 1$.

En elementos con axiles importantes como pilares o vigas pretensadas este coeficiente se determina como:

$$k = 1 + \frac{\sigma'_{cd}}{f_{cd}} \quad \text{para } 0 < \sigma'_{cd} < 0.25f_{cd}$$

$$k = 1.25 \quad \text{para } 0.25f_{cd} < \sigma'_{cd} < 0.5f_{cd}$$

$$k = 2.5 \left(1 - \frac{\sigma'_{cd}}{f_{cd}}\right) \quad \text{para } 0.5f_{cd} < \sigma'_{cd} < f_{cd}$$

La tensión de compresión axil efectiva σ'_{cd} se determina como:

$$\sigma'_{cd} = \frac{N_d - A_s f_{yd}}{A_c} \quad [8]$$

Dónde:

N_d : Axil de cálculo incluyendo el pretensado con su valor de cálculo

A_c : Área total de la sección de hormigón

A'_s : Área total de armadura comprimida

α : Ángulo de la armadura transversal respecto el eje del elemento

β : Ángulo de las bielas de compresión respecto el eje del elemento. Este ángulo puede ser elegido libremente por el proyectista, lo que le permite aprovechar los efectos beneficiosos de la inclinación de las bielas siempre que se cumpla:

$$0.5 \leq \cotg \beta \leq 2 \quad (27^\circ \leq \beta \leq 63^\circ)$$

Existen algunos casos sencillos en que las piezas de hormigón están sometidas a flexión simple o con axiles casi despreciables, armadas con cercos verticales, es decir, $\alpha = 90^\circ$ y con las bielas $\beta = 45^\circ$ dónde el método para determinar este cortante último por agotamiento de las bielas se simplifica drásticamente. En este caso V_{u1} se determina como:

$$V_{u1} = 0.3f_{cd} * b_0 * d \quad [9]$$

Una vez determinado V_{u1} , se debe comprobar que este es mayor al V_{rd} en caso afirmativo se pasa al siguiente paso dónde se determinará V_{u2} como se explicará a continuación, en caso contrario se deberán tomar algunas decisiones para que este cumpla los requisitos impuestos por la instrucción. Algunas de las actuaciones a realiza en caso de no cumplir pueden ser:

- Aumentar la inclinación β de las bielas hasta un máximo de 63° para descargar las bielas y cargar los montantes pero se necesitará más armadura transversal.
- Aumentar el ancho de la sección b_0 .
- Aumentar el canto útil d .
- Aumentar la resistencia f_{ck} del hormigón.

2.1.6.2. Agotamiento por tracción en el alma

El cortante de agotamiento por tracción en el alma se calcula como:

$$V_{u2} = V_{su} + V_{cu} \quad [10]$$

Dónde:

V_{su} : Contribución de la armadura transversal

V_{cu} : Contribución del hormigón

Dentro de esta parte de agotamiento por tracción en el alma, la Instrucción Española EHE-08 diferencia **3 casos**:

a) Sin armadura de cortante y región no fisurada a flexión ($M_d \leq M_{fis,d}$)

En este caso el alma resiste el cortante sin la necesidad de colocar armadura transversal cuando el hormigón no a fisurado, entonces se debe comprobar que $V_{u2} \geq V_{rd}$ a una distancia $d/2$ del borde del apoyo de la viga. V_{u2} se determina como:

$$V_{u2} = V_{cu} = \frac{I b_0}{S} \sqrt{f_{ct,d}^2 + \alpha_1 \sigma'_{ca} f_{ct,d}} \quad [11]$$

Dónde:

$f_{ct,d}$: Resistencia a tracción de diseño del hormigón. Se calcula como:

$$f_{cd,t} = \frac{f_{ct,k}}{\gamma_c} = - \frac{N_d}{A_c} + \frac{M_{fis,d}}{I} y_{cdg}$$

$f_{ct,k}$: Resistencia característica a tracción del hormigón

γ_c : Coeficiente parcial de seguridad de la resistencia del hormigón

N_d : Axil de diseño

$M_{fis,d}$: Momento de fisuración de diseño

I : Inercia de la sección bruta respecto del centro de gravedad

y_{cdg} : Cota del centro de gravedad respecto a la fibra inferior de la sección

S : Momento estático de la sección bruta que queda por encima de la fibra neutra respecto esta misma fibra neutra.

b_0 : Ancho del alma del elemento. En secciones de ancho variable, se toma el ancho a una altura igual a $\frac{3}{4}$ del canto útil a partir de la armadura de tracción.

$$\alpha_1 = l_x / l_{bpt} \quad (\text{según EC2})$$

b) Sin armadura de cortante en región fisurada a flexión ($M_d > M_{fis,d}$)

En este caso no es necesario comprobar que $V_{u1} \leq V_d$. Ahora el valor de V_{u2} se determina:

$$V_{u2} = V_{cu} = \left[\frac{0.18}{\gamma_c} \xi (100\rho_l f_{cv})^{\frac{1}{3}} + 0.15\sigma'_{cd} \right] b_0 d \quad [12]$$

Con un valor mínimo de: $V_{u2,min} = V_{cu} = \left[\frac{0.075}{\gamma_c} \xi^{3/2} f_{cv}^{1/2} + 0.15\sigma'_{cd} \right] b_0 d \quad [12.1]$

Dónde:

f_{cv} : Resistencia efectiva del hormigón a cortante en N/mm^2 de valor $f_{cv} = f_{ck}$ (no superior a $60 N/mm^2$)

ξ : Coeficiente que tiene en cuenta el efecto de engranamiento de los áridos. $\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$

σ'_{cd} : Tensión axial media en el alma de la sección (compresión positiva).

$$\sigma'_{cd} = \frac{N_d}{A_c} < 0.30f_{cd} \leq 12N/mm^2$$

ρ_l : Cuantía geométrica de armadura longitudinal principal de tracción anclada a una distancia igual o superior de d a partir de la sección de estudio. $\rho_l = \frac{A_l}{b_0 d} \leq 0.02$ (2%)

b_0 : Ancho del alma del elemento. En secciones de ancho variable, se toma el ancho a una altura igual a $\frac{3}{4}$ del canto útil a partir de la armadura de tracción.

d : Canto útil

c) Con armadura de cortante ($V_{su} \neq 0$)

En este caso, la contribución a cortante de la armadura transversal no es nula. Entonces $V_{u2} = V_{su} + V_{cu}$ como se ha visto anteriormente.

Se determina la contribución de la armadura V_{su} según la Instrucción Española EHE-08 como:

$$V_{su} = z \operatorname{sen}\alpha(\cot\beta + \cot\alpha)\sum A_\alpha f_{y\alpha,d} \quad [13]$$

Dónde:

z : Brazo mecánico

Si $N_d = 0$ (flexión simple) $\rightarrow z = 0.9d$

$$\text{Si } N_d \neq 0 \rightarrow z = \frac{M_d + N_d z_0 - U'_s (d - d')}{N_d + U_s - U'_s} \begin{cases} > 0 \\ \leq 0.9d \end{cases}$$

Dónde:

z_0 = distancia de la armadura traccionada al punto de aplicación del axil

d, d' = distancia de la fibra más comprimida de hormigón hasta el centro de gravedad de la armadura traccionada y comprimida respectivamente

U_s, U'_s = capacidad mecánica de la armadura traccionada y comprimida respectivamente

A_α : Área por unidad de longitud de cada grupo de armaduras que forman un ángulo α

con la directriz de la pieza. $A_\alpha = \frac{n_b \pi \left(\frac{\varphi_t}{2}\right)^2}{s_t}$

Dónde:

n_b : Número de barras del estribo con mismo diámetro φ_t y ángulo α

s_t : Separación longitudinal de los planos de armadura transversal de una misma familia

$f_{y\alpha,d}$: Resistencia de cálculo de la armadura A_α . $f_{y\alpha,d,max} = 400 \text{ N/mm}^2$

β : Inclinación bielas de compresión respecto la directriz de la pieza

α : Inclinación armadura transversal de cortante respecto la directriz de la pieza

Ahora se debe determinar la contribución del hormigón a la resistencia a cortante V_{cu} . Este valor se determina a partir de la expresión siguiente:

$$V_{cu} = \left[\frac{0.15}{\gamma_c} \xi (100\rho_l f_{cv})^{\frac{1}{3}} + 0.15\sigma'_{cd} \right] \beta' b_0 d \quad [14]$$

Dónde:

f_{cv} : Resistencia efectiva del hormigón a cortante en N/mm^2 de valor $f_{cv} = f_{ck}$ (no superior a $100 N/mm^2$)

ξ : Coeficiente que tiene en cuenta el efecto de engranamiento de los áridos. $\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$

σ'_{cd} : tensión axial media en el alma de la sección (compresión positiva). $\sigma'_{cd} = \frac{N_d}{A_c} < 0.30f_{cd} \leq 12N/mm^2$

ρ_l : Cuantía geométrica de armadura longitudinal principal de tracción anclada a una distancia igual o superior de d a partir de la sección de estudio. $\rho_l = \frac{A_l}{b_0 d} \leq 0.02$ (2%)

b_0 : Ancho del alma del elemento. En secciones de ancho variable, se toma el ancho a una altura igual a $\frac{3}{4}$ del canto útil a partir de la armadura de tracción.

d : Canto útil

β' : Coeficiente de valor:

$$\beta' = \frac{2 \cot \beta - 1}{2 \cot \beta_e - 1} \quad \text{si } 0.5 \leq \cot \beta < \cot \beta_e$$

$$\beta' = \frac{\cot \beta - 2}{\cot \beta_e - 2} \quad \text{si } \cot \beta_e \leq \cot \beta < 2.0$$

β_e = ángulo de referencia de inclinación de las fisuras

$$\cot \beta_e = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{xd}}{f_{ct,m}}} \begin{cases} \geq 0.5 \\ \leq 2.0 \end{cases}$$

σ_{xd} = tensión normal de cálculo a nivel del centro de gravedad de la sección para el N_d , M_d concomitante con V_d de acuerdo con la Teoría de la Elasticidad

$f_{ct,m}$ = resistencia media a tracción del hormigón

2.1.6.3. Disposiciones generales

- Al menos 1/3 de la armadura transversal debe de disponerse en forma de estribos normales a la directriz de la pieza.
- Las armaduras de cortante deben formar con el eje de la viga un ángulo α comprendido entre 45 y 90 grados, inclinadas en el mismo sentido que la tensión principal de tracción producida por las cargas exteriores, al nivel del centro de gravedad de la sección de la viga supuesta no fisurada.
- Se prolongará la colocación de cercos o estribos en una longitud igual a $\frac{1}{2}$ canto de la pieza, más allá de la sección en al cual dejen de ser teóricamente necesarios os cercos. En el caso de apoyos, los cercos se dispondrán hasta el borde de los mismos.
- Los cercos deben rodear las armaduras traccionadas y anclarse en la cabeza comprimida de forma eficaz con armadura longitudinal de montaje o necesaria por cálculo.

Cuantías mínimas:

Es necesario disponer de unas cuantías mínimas de armadura de cortante en forma de cercos verticales para evitar la rotura frágil cuando se alcanza la fisuración por cortante.

Se determina la cuantía mínima de armadura transversal a partir de la expresión:

$$\sum \frac{A_a f_{ya,d}}{\text{sen} \alpha} \geq \frac{f_{ct,m}}{7.5} b_0 \quad [15]$$

Separación:

Se debe limitar la separación de la armadura transversal para confinar el hormigón y garantizar de esta manera una buena respuesta de las bielas comprimidas.

Entonces,

$$S_t \leq 0.75d(1 + \cotg \alpha) \leq 600\text{mm} \quad \text{si } V_d \leq V_{u1}/5$$

$$S_t \leq 0.60d(1 + \cotg \alpha) \leq 450\text{mm} \quad \text{si } V_{u1}/5 < V_d \leq 2V_{u1}/3$$

$$S_t \leq 0.30d(1 + \cotg \alpha) \leq 300\text{mm} \quad \text{si } V_d > 2V_{u1}/3$$

La separación transversal máxima entre ramas de armadura transversal debe cumplir:

$$S_{t,trans} \leq d \leq 500\text{mm}$$

En el caso que existan armaduras longitudinales comprimidas, se debe cumplir que:

$$S_t \leq 15\varphi_{l,min} \quad \Phi_t \geq \varphi_{l,max}/4$$

$$S_t \leq 30 \text{ cm}$$

2.1.7. Modelo basado en la Contribución de la Cabeza de Compresiones (CCCM)

El “Compression Chord Capacity Model” es un modelo desarrollado a causa de la complejidad de los mecanismos resistentes a cortante ya que las diferentes normativas existentes como el Eurocódigo o la Instrucción EHE-08 para la contribución de la resistencia a cortante del hormigón sean de carácter empírico, por eso, generalmente las expresiones y métodos proporcionados por estos modelos no son aplicables de manera directa a aquellos casos para los que no fueron elaboradas como por ejemplo en secciones en T, elementos sometidos a tracción o armaduras y hormigones no convencionales.

En el Eurocódigo, se presenta una metodología muy sencilla basada en un modelo plástico perfecto en el caso de elementos con armadura mínima a cortante dónde la resistencia del hormigón se considera nula, de esta manera se obtienen unos resultados muy conservadores en vigas con baja cuantía de armadura transversal, pero puede resultar inseguro en caso de elementos muy armados y/o pretensados, con grandes dispersiones cuando se compara con bases de datos de ensayos reales.

A partir de aquí, se han desarrollado modelos teóricos que cuantifican las diferentes componentes de la contribución del hormigón basados en los principios de la mecánica estructural y en ensayos experimentales.

Este modelo llamado multi-componente, Marí (2014 y 2016), incorpora las contribuciones de la cabeza no fisurada V_{cc} , del alma V_w , de la armadura longitudinal V_l y de la armadura transversal V_s . Se muestran en la *Figura 2.1.8* estas componentes:

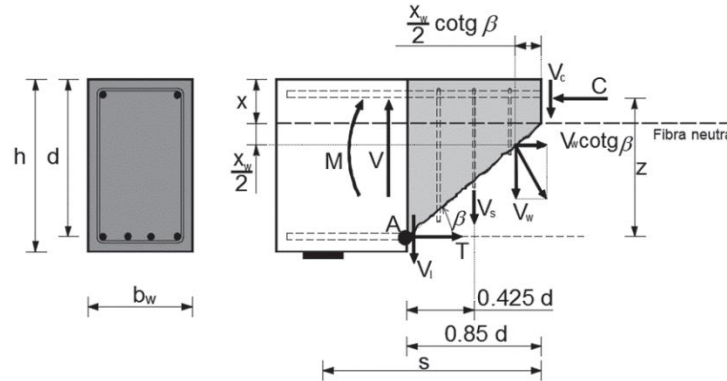


Figura 2.1.8: Componentes de la resistencia a cortante en una viga de hormigón fisurada

Y pueden cuantificarse de manera adimensional mediante las expresiones de la *Tabla 3* siguiente:

TABLA 3

EXPRESIONES PARA COMPONENTES ADIMENSIONALES DE LA RESISTENCIA A CORTANTE EN UNA VIGA DE HORMIGÓN FISURADA

Mecanismo resistente	Fórmulas adimensionales
Cabeza comprimida	$v_c = \frac{V_c}{f_{ctm} b d} = \zeta \left[\left(0.88 + \left(0.20 + 0.50 \frac{b}{b_w} \right) v_s \right) \frac{x}{d} + 0.02 \right] \frac{b_{v,eff}}{b} K_p$
Alma fisurada	$v_w = \frac{V_w}{f_{ctm} b d} = 167 \frac{f_{ctm}}{E_{cm}} \frac{b_w}{b} \left(1 + \frac{2G_f E_{cm}}{f_{ctm}^2 d} \right)$
Armadura longitudinal	$\text{Si } v_s > 0 \rightarrow v_l = \frac{V_l}{f_{ctm} b d} = 0.23 \frac{n \cdot \rho_l}{1 - x/d}$ $\text{Si } v_s = 0 \rightarrow v_l = \frac{V_l}{f_{ctm} b d} = 0$
Armadura de cortante	$v_s = \frac{V_s}{f_{ctm} b d} = (d - x) \cot \beta \frac{A_{s\alpha} f_{y\alpha}}{s f_{ctm} b d} \approx \frac{0.85 d_f A_{s\alpha} f_{y\alpha}}{s f_{ctm} b d}$

Dónde:

K_p : Coeficiente que tiene en cuenta el efecto del axil en el momento de fisuración ($K_p = 1$ en flexión simple)

G_f : Energía de fractura, depende de la resistencia del hormigón y tamaño máximo del árido

ζ : Factor para tener en cuenta el efecto del tamaño y esbeltez de la pieza

ρ_1 : Cuantía geométrica de la armadura longitudinal

x : Profundidad de la fibra neutra en flexión

A_α : Área por unidad de longitud

ρ_α : Cuantía geométrica de armadura transversal

$f_{y\alpha}$: Resistencia del acero

Como las fisuras de cortante se originan a partir de las fisuras de flexión, estas fisuras nacen en la cara traccionada de la viga de manera perpendicular al eje de la pieza, y al penetrar en el alma se inclinan debido a la acción de las tensiones tangenciales. A medida que esta carga se va aumentando, el daño provocado sobre el elemento se concentra en una fisura, llamada **fisura crítica**, la cual se desarrolla hasta que alcanza el eje neutro de flexión de la propia viga. Se considera esta situación estable hasta que la fisura producida, se conecta con una segunda rama en el punto de aplicación de la carga.

Debido a esta gran concentración de tensiones tangenciales, la armadura, puede sufrir deslizamientos respecto del hormigón produciendo fisuras longitudinales en zonas de anclaje.

Conforme se aumenta la carga, las fisuras, incluida la crítica, se siguen abriendo lo cual provoca que la contribución del alma se reduzca y que las tensiones tangenciales se concentren alrededor del eje neutro, en el alma y en la cabeza comprimida. Como la cabeza de compresiones está sometida a un estado de tensiones biaxial, se considera que se produce el fallo estructural cuando las tensiones principales (σ_1, σ_2) alcanzan la envolvente de rotura del hormigón propuesta por Kupfer en 1973, para la rama tracción-compresión. Se puede observar dicha envolvente de rotura en la siguiente *Figura 2.1.9*:

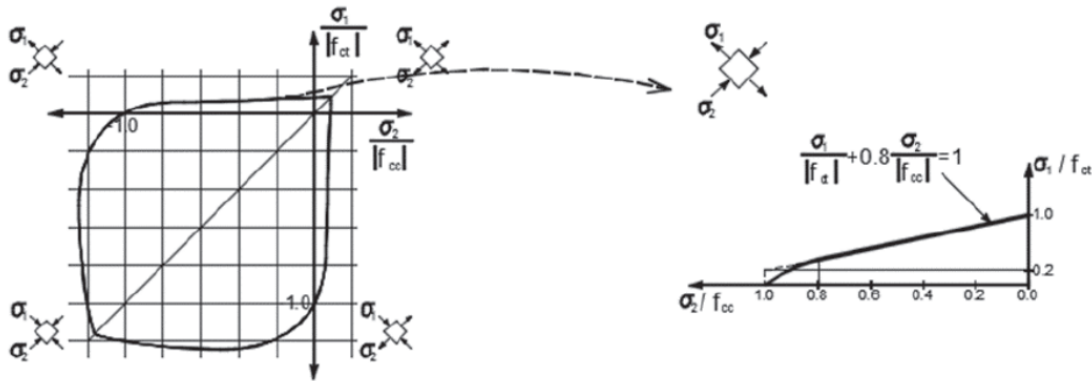


Figura 2.1.9: *Envolvente de rotura bajo estado biaxial de tensiones (Kupfer 1973)*

Para el uso del modelo multi-componente explicado anteriormente, este modelo se simplificó dando lugar al denominado “Modelo basado en la contribución de la cabeza de compresiones” (CCCM), ya que la contribución de la cabeza comprimida V_c es mucho mayor que la contribución de las tracciones en el alma V_w y el efecto pasador provocado por la armadura longitudinal V_l , Entonces, se determina la resistencia a cortante como:

$$V_{Rd} = V_{cu} + V_{su} \leq V_{Rd,max} \quad [16]$$

La contribución de la cabeza comprimida V_{cu} , se determina como:

$$V_{cu} = f_{ctm} b d (V_c + V_w + V_l) = 0.30 \xi \frac{x}{d} (f_{cd})^{2/3} b_{v,eff} d \quad [17]$$

Dónde:

f_{ctm} : Resistencia media a tracción del hormigón. $f_{ctm} = 0.30 * f_{cm}^{2/3}$

f_{cm} : Resistencia media a compresión del homirgón: $f_{cm} = f_{ck} + 8MPa$

$b_{v,eff}$: Ancho eficaz a cortante para tener en cuenta la contribución de las alas en secciones en T o similares. Su valor depende de si la fibra neutra cae dentro o fuera de la cabeza de compresiones:

$$\text{si } x \leq h_f \quad b_{v,eff} = b_v = b_w + 2 h_f \leq b$$

$$\text{si } x > h_f \quad b_{v,eff} = b_w + (b_v - b_w) \left(\frac{h_f}{x} \right)^{3/2}$$

b_v : Ancho eficaz a flexión de la cabeza comprimida en secciones en T o I. Para vigas biapoyadas, $b_v = b_w + \frac{L_0}{5}$. En secciones rectangulares, $b_{v,eff} = b_v = b_w$.

L_0 : Distancia entre puntos de momento nulo en una viga.

ξ : Factor efecto de tamaño debido a la rotura frágil de la cabeza de compresión y la influencia de la esbeltez a cortante "a/d.

$$\xi = \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{d}{200}}} \left(\frac{d}{a}\right)^{0.2} \geq 0.45 \quad [18]$$

d : Canto útil.

Además, se debe tener en cuenta que esta contribución de la cabeza comprimida V_{cu} , no debe ser inferior al cortante mínimo $V_{cu,min}$ el cual tiene en cuenta que para cantos o cuantías de armadura pequeñas, la contribución del alma puede ser mucho mayor que la supuesta en la simplificación, por eso, se limita el valor de la profundidad de la fibra neutra a $K_c \geq 0.20$ y el canto útil a utilizar d_0 , nunca debe ser menor a 100mm.

Se muestra a continuación la expresión para determinar este cortante mínimo:

$$V_{cu,min} = 0.25 \left(\xi K_c + \frac{20}{d_0}\right) f_{cd}^{2/3} b_w d \quad [19]$$

V_{su} , hace referencia a la contribución de la armadura transversal. Incluye el confinamiento producido en la cabeza de compresiones por los cercos y el efecto pasador.

$$V_{su} = 1.4 \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} (d - x) \sin\alpha (\cot\beta + \cot\alpha) \quad [20]$$

Dónde:

A_{sw} : Área de la armadura a cortante. $A_{sw} = n^{\circ} \text{ cercos} * A_{\phi}$

A_{ϕ} : Diámetro nominal del cerco.

s : Separación entre cercos

f_{yd} : Resistencia de cálculo de la armadura. Nunca será superior a 400 MPa.

d : Canto útil.

Por tanto, se puede decir que si $V_{Ed} > V_{cu}$ será necesario colocar armadura de refuerzo para resistir el cortante restante.

Entonces,

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed} - V_{cu}}{1.4 f_{yd} (d - x) \sin \alpha (\cot \beta + \cot \alpha)}$$

2.2. Adherencia en armadura pretesa

El pretensado es una de las técnicas más empleadas en la industria de elementos de hormigón prefabricados. Esta técnica se basa fundamentalmente en aplicar una compresión en determinadas zonas de la pieza de hormigón antes de que se aplique la carga sobre el propio elemento.

En esta técnica, la compresión se consigue a partir del tesado de los cables antes del hormigonado y posterior destesado cuando el hormigón tiene suficiente resistencia, momento crítico ya que el hormigón debe soportar tensiones que pueden llegar a ser muy elevadas y además debe ser capaz de soportar la transferencia de esfuerzos de las armaduras mediante adherencia.

La adherencia entre los dos materiales, es fundamental para garantizar la transmisión de la fuerza de pretensado y también es la responsable de asegurar la capacidad resistente del elemento durante el periodo de servicio.

2.2.1. Mecanismos adherentes entre hormigón y acero

Según los estudios realizados por Lutz (1967), se determina que la fuerza de arrancamiento en una barra de acero es transmitida al hormigón circundante por adherencia mediante 3 mecanismos:

-Adhesión

-Fricción

-Interacción mecánica

El grado de contribución de cada uno de estos mecanismos va directamente ligado al acabado superficial del acero, aunque la adherencia en alambres lisos depende exclusivamente de los dos mecanismos primeros.

2.2.1.1. Adhesión

La **adhesión está relacionada con la resistencia a corte** en la interfase acero-hormigón y se consigue gracias a la unión físico-química entre partículas de pasta de cemento y la rugosidad microscópica en la superficie de la armadura activa. La adherencia está asegurada principalmente por este mecanismo.

El deslizamiento del alambre en esta fase consta de dos partes, el deslizamiento relativo en la interfaz acero-hormigón y la deformación elástica debida a las fuerzas transversales de la capa cementicia que rodea el alambre. Incluso si no existe deslizamiento relativo entre alambre y hormigón, puede medirse un cierto deslizamiento debido a las deformaciones tangenciales localizadas cerca de la interfaz.

El fallo por adhesión tiene lugar para deslizamientos relativos muy pequeños y es de carácter frágil por lo que una vez superado su límite, la tensión de adherencia debida al mecanismo de adhesión es nula.

Durante la transferencia del pretensado, se producen deslizamientos significativos entre hormigón y acero lo que, debido a este comportamiento frágil, la adhesión apenas contribuye a la transferencia de la fuerza de pretensado. La pérdida de adherencia debido al fallo de adhesión es reemplazada directamente por otros mecanismos como el de fricción.

2.2.1.2. Fricción

Una vez se produce el pequeño desplazamiento relativo entre el alambre y el hormigón que conlleva a la rotura del mecanismo de adhesión, aparece el mecanismo de adherencia por fricción.

La fricción se desarrolla cuando aparece la compresión radial. Esta tensión de compresión radial, es proporcionada por la retracción del hormigón, por la rugosidad del acero y por el acunamiento de las partículas de cemento, además de cambios en la sección transversal de los cables de acero ya que cuando se pretensa el acero al aumentar su longitud, su diámetro

disminuye debido al coeficiente de Poisson, una vez hormigonado y este alcanza la resistencia óptima el alambre es liberado de la tensión inicial aplicada y al tratar de acortar su longitud también expande lateralmente. Esta expansión se opone al hormigón circundante generándose unas tensiones radiales en la interfaz acero-hormigón. Se denomina a este fenómeno como efecto Hoyer.

Como resultado, la tensión longitudinal a lo largo de todo el cable aumenta gradualmente desde el extremo dónde esta es nula. Hasta que alcanza un valor constante más allá de la longitud de transferencia L_t . La distribución de tensiones de compresión en el hormigón sigue el mismo patrón que las del acero, pero la tensión radial de compresión comienza en valor muy altos en los extremos de la pieza y va disminuyendo hasta que consigue una estabilidad más allá de la zona de transferencia. Se muestra en la *Figura 2.2.1* siguiente este efecto Hoyer:

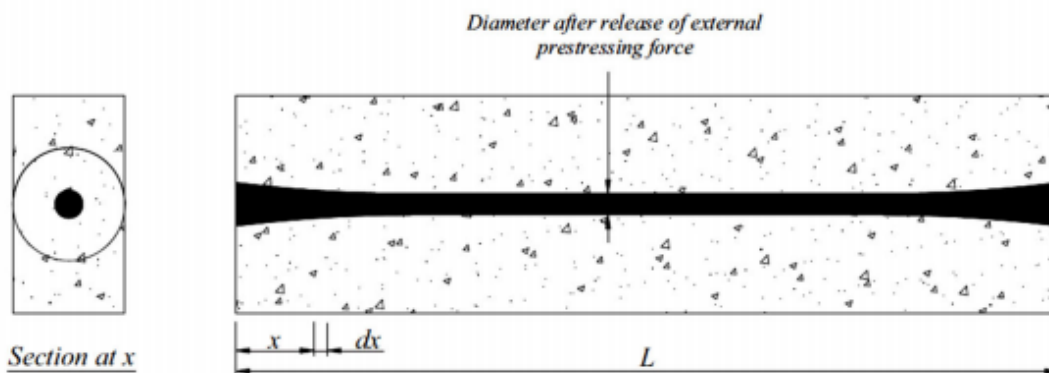


Figura 2.2.1: Efecto cuña de un elemento pretensado de hormigón, (Abdelatif, et al, 2015)

2.2.1.3. Interacción mecánica

Este tipo de mecanismo se produce cuando se vierte el hormigón sobre los cordones de acero, este envuelve completamente el perfil exterior del propio cordón imitando sus crestas y resaltos. Cuando se produce el destesado o el elemento estructural se pone en carga, el cordón trata de deslizar pero se encuentra con las resistencia producida por el hormigón endurecido.

Este mecanismo toma protagonismo una vez se produce el fallo del mecanismo adherente de adhesión. Las fuerzas de acuñamiento concentradas en el frente de las indentaciones causan la formación de fisuras en forma de cono.

Se muestra en *Figura 2.2.2* la descomposición de fuerzas resultantes y fisuración cuando actúa este mecanismo. Si se supera la resistencia a tracción del hormigón, la capacidad de confinamiento del recubrimiento de hormigón disminuye y se pueden formar fisuras radiales que podrían provocar el fallo adherente del elemento.

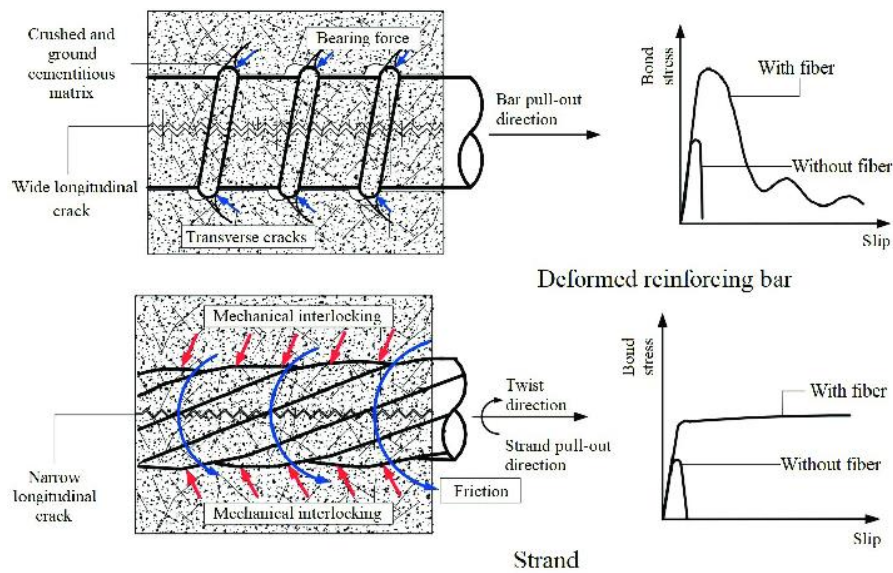


Figura 2.2.2: *Fuerzas de acuñamiento y fisuración inicial de la interfaz acero-hormigón (Mohammed Abed)*

El comportamiento de interacción entre el hormigón y el acero sometido a una fuerza de arrancamiento, se puede caracterizar mediante la relación entre la tensión de adherencia τ_b y el deslizamiento relativo s entre la barra y el hormigón.

$$\tau_b = \frac{F}{\pi \varphi l_b} \quad [22]$$

Dónde:

F : Carga

φ : Diámetro de la barra

l_b : Longitud de adherencia de la armadura

τ_b : Tensión de adherencia uniforme

Se muestran las fases del comportamiento adherente en la siguiente *Figura 2.2.3*:

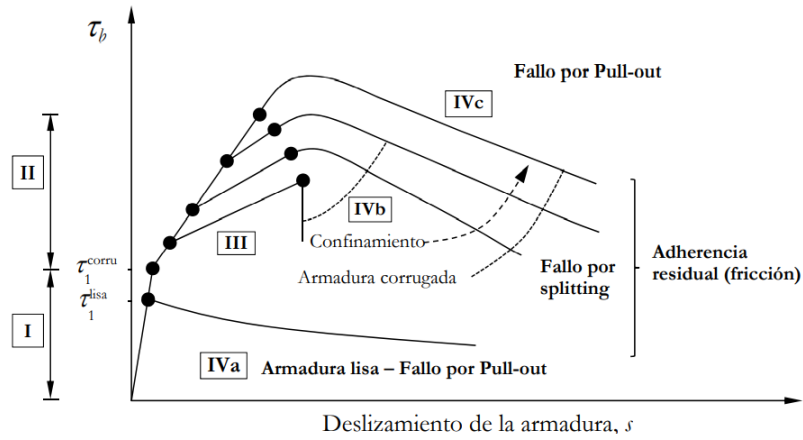


Figura 2.2.3: *Leyes de adherencia-deslizamiento local adaptado del Fib Bulletin nº10 (2000)*

-Fase I: El hormigón todavía no está fisurado y se garantiza la adherencia mediante adhesión química. Valores de adherencia bajos. Además, actúa la adhesión micromecánica gracias a la rugosidad microscópica de la superficie del acero. El deslizamiento entre relativo entre acero y hormigón es prácticamente despreciable y puede estar relacionado con las deformaciones por cortante del hormigón.

-Fase II: Esta fase corresponde cuando se produce una fisuración inicial. Para las tensiones de adherencia mayores, se rompe la adhesión química entre materiales y se activa el mecanismo para garantizar la adherencia mediante las características de la superficie de las armaduras. Las corrugas ejercen presión sobre el hormigón y provocan aparición de microfisuras transversales en la parte superior de las corrugas permitiendo el desplazamiento de la barra. La acción de las corrugas es limitada y no existe fisuración longitudinal.

-Fase III: Siguen aumentando las tensiones de adherencia. La fuerza oblicua del campo de compresiones inducidas por la acción de la corruga provoca la formación de un anillo de tracciones en el hormigón dando lugar a una fisuración longitudinal interna, prolongándose hasta alcanzar la superficie.

-Fase IV: En el caso de armaduras lisas, se alcanza esta fase, una vez se rompe la adhesión química y física. Las fuerzas se transfieren por la fricción. (IVa).

En el caso de armaduras corrugadas, según la cuantía de armadura, se puede producir un fallo menos frágil. (IVb).

Cuando existen cuantías de armadura transversal muy grandes, o un recubrimiento elevado, la fisuración del hormigón se limita a un núcleo fisurado alrededor de la armadura (IVc).

2.2.2. Longitud de transmisión (L_t)

Se define la longitud de transmisión como *“la longitud necesaria para transmitir al hormigón por adherencia la fuerza de pretensado introducida en una armadura”*.

Esta longitud es la distancia desde el extremo de un elemento pretensado, donde esta es nula, hasta la sección a partir de la cual la tensión en la armadura es constante. Se muestra en la *Figura 2.2.4* la distribución de tensiones y longitudes a lo largo de un elemento estructural de hormigón pretensado. La tensión efectiva, hace referencia a la tensión después del desesado teniendo en cuenta las pérdidas de pretensado.

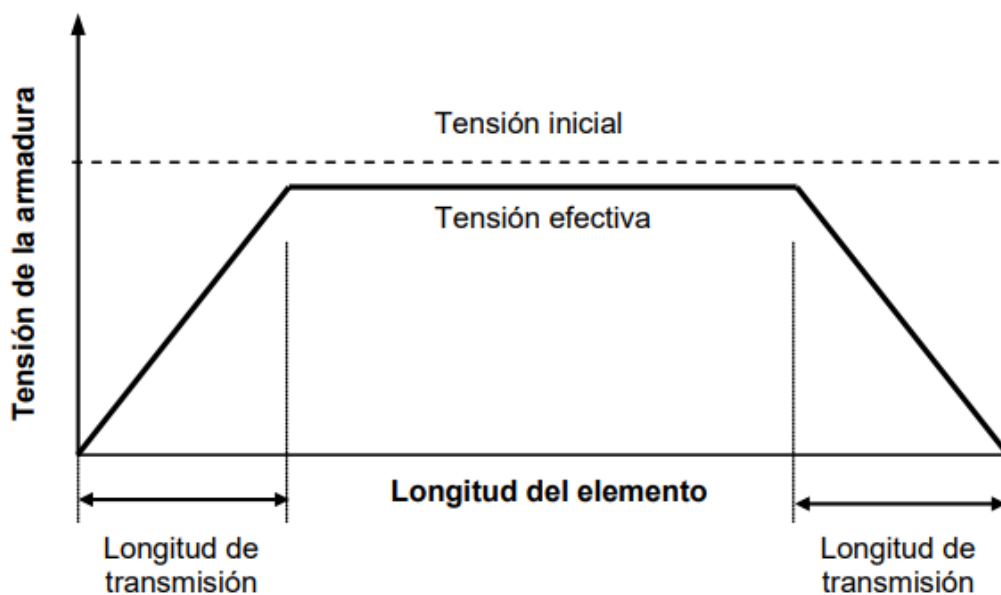


Figura 2.2.4: *Distribución de tensiones y longitudes de transmisión a lo largo de una viga pretensada de hormigón*

2.2.3. Longitud de anclaje (L_A)

Se define longitud de anclaje como la “longitud necesaria para que la armadura alcance su tensión última”.

Las armaduras necesitan, a partir de la sección donde se produce la tensión máxima, una cierta longitud o algún dispositivo a través del cual transmitir al hormigón los esfuerzos a los que están solicitadas. Este anclaje es necesario en ambos lados donde se producen estas tensiones máximas.

En elementos pretensados los cables típicamente consisten en cordones de siete alambres, este anclaje se consigue mediante la adherencia conseguida entre el hormigón y los cordones de armadura activa.

Si la adherencia de uno o más cordones no se prolonga hasta el extremo de la viga, las secciones críticas pueden no coincidir con las secciones en las cuales se desarrollará la totalidad de la resistencia de diseño.

2.2.4. Parámetros que afectan a la adherencia

La transmisión de pretensado por adherencia es un fenómeno complejo que depende de multitud de parámetros enumerado en la siguiente lista:

TABLA 4

PARÁMETROS QUE AFECTAN A LA ADHERENCIA ENTRE EL ACERO DE LAS ARMADURAS Y EL HORMIGÓN

<i>Parámetros asociados al hormigón</i>	<ul style="list-style-type: none"> -Resistencia a compresión -Resistencia a tracción -Contenido de cemento -Relación agua/cemento -Módulo de elasticidad -Compactación
--	--

	<ul style="list-style-type: none"> -Retracción y fluencia -Introducción de fibras -Consistencia
<i>Parámetros asociados a la armadura</i>	<ul style="list-style-type: none"> -Diámetro de la armadura -Rugosidad de la superficie del acero -Identación de la armadura -Condición superficial de la armadura
<i>Parámetros asociados al diseño</i>	<ul style="list-style-type: none"> -Recubrimiento de hormigón -Separación entre armaduras -Fuerza de pretensado -Posición de las armaduras -Tipo de cargas (estática, cíclica, impacto...) -Tipo de pretensado (sentrado/excéntrico) -longitud de transmisión y anclaje
<i>Parámetros asociados el procedimiento de fabricación</i>	<ul style="list-style-type: none"> -Curado del hormigón -Edad del hormigón al destesar -Procedimiento de tesado (gradual/brusco) -Orden de destesado

2.2.5. Modos de fallo

a) Fallo por deslizamiento de la barra respecto al hormigón según una superficie envolvente de las corrugas (Pull-Out). No aparece fisuración longitudinal en la superficie del hormigón.

Se produce principalmente cuando las condiciones de confinamiento son elevadas, recubrimientos elevados y/o gran cuantía de armadura transversal. No suele ser habitual en estructuras reales.

b) Fallo por fisuración longitudinal del recubrimiento y deslizamiento de la barra (Splitting-induced Pull-Out) acompañada por el aplastamiento del hormigón situado en la zona de corrugas. Se produce en condiciones de confinamiento moderado, recubrimientos normales y/o cuantías de armadura transversal moderadas.

c) Fallo por fisuración longitudinal del recubrimiento (Splitting) acompañada por deslizamiento en la zona de corrugas. Se produce cuando no existe confinamiento o es muy bajo, recubrimientos reducidos y/o escasez de armadura transversal.

Los fallos más habituales en estructuras reales són los fallos por fisuración longitudinal del recubrimiento y deslizamiento de la barra (Splitting-induced Pull-Out) y fallo por fisuración longitudinal del recubrimiento (Splitting)

Se muestran representados estos modos de fallo en la siguiente *Figura 2.2.5*:

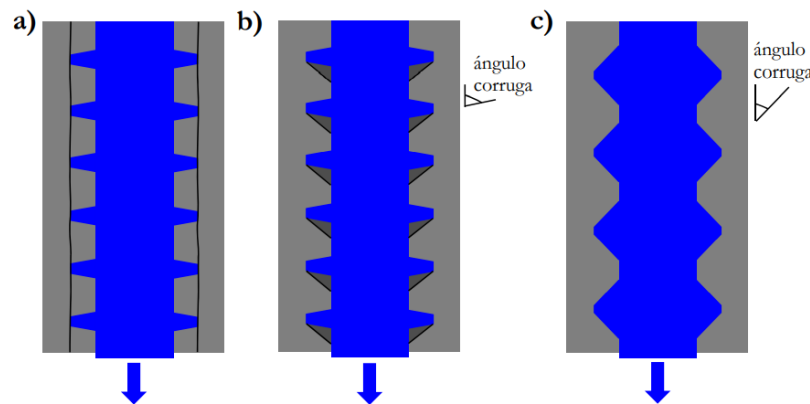


Figura 2.2.5: Modos de fallo de adherencia

2.2.6. Métodos analíticos para determinar la longitud de transmisión

Existen varias instrucciones y normativas que analizan distintas formulaciones para determinar la longitud de transmisión y anclaje en hormigón pretensado. Conocer esta longitud es especialmente necesario para saber el comportamiento de la pieza frente a esfuerzo cortante y frente a las tensiones de tracción que aparecen en la zona de transferencia.

2.2.6.1. EHE-08

En este caso se centrará en la determinación de esta longitud a partir del *Artículo 70.2.3 de la EHE-08*. Según esta instrucción, la longitud de transmisión y anclaje, fundamentalmente depende de 3 factores:

- Diámetro de la armadura
- Características superficiales de la armadura
- Resistencia del hormigón

A falta de resultados experimentales más específicos y de manera simplificada, la longitud de transferencia en elementos de hormigón pretensado, según la EHE-08 se puede estimar como:

$$L_t = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \varphi \frac{\sigma_{pi}}{4 f_{bpd}} \quad [21]$$

Dónde:

α_1 : Coeficiente de valor 1 cuando el pretensado se introduce de manera gradual o 1,25 cuando el pretensado se introduce rápidamente

α_2 : Coeficiente de valor 0,5 para la comprobación de ELS o 1 para la comprobación de ELU

α_3 : Coeficiente de valor 0,5 para cordones y 0,70 para alambres grafilados

φ : Diámetro de la armadura activa

σ_{pi} : Tensión del alambre o cordón en el momento de introducir el pretensado

f_{bpd} : Tensión de cálculo de adherencia en el momento de la introducción del pretensado:

Tipo de armadura	F _{ck} (N/mm ²)					
	25	30	35	40	45	50
Cordones	1,4	1,6	1,8	1,9	2,1	2,2
Alambres grafilados	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6

Cuando la armadura se sitúe en posición II, este valor de la tabla se deberá multiplicar por 0,7.

En cuanto a la longitud de anclaje, según la EHE-08, se puede determinar como:

$$L_A = L_t + \alpha_4 \varphi \frac{\sigma_{pd} - \sigma_{pcs}}{4 f_{bpd}} \quad [33]$$

Dónde:

α_4 : Coeficiente con valor 0,8 para cordones o 1 para alambres grafilados

σ_{pd} : Tensión de la armadura activa a anclaje

σ_{pcs} : Tensión de la armadura activa en el momento de la comprobación, teniendo en cuenta las pérdidas ocurridas

Se debe tener en cuenta que una adherencia muy alta entre hormigón y acero, puede provocar fisuración de la pieza pretensada por hendimiento, dando lugar a fisuras en la dirección de la armadura.

La EHE-08, coincide con el CM90, por tanto, con los valores medios del EC2, resistiendo la diferencia principal en el tratamiento de la obtención de la tensión de cálculo de la adherencia. Si se estudian bien los valores resultantes en la tabla de la EHE-08, se comprueba que correlacionan bien con la resistencia a tracción del hormigón afectada por un coeficiente de 1,4 para cordones y de 1,1 para alambres.

2.2.6.2. Código Modelo 2010

Para el presente estudio, se utiliza el Código Modelo 2010 para determinar las longitudes de anclaje (l_{bp}) y transferencia (l_{bpt}).

Según esta instrucción, **la longitud básica de anclaje** se calcula como:

$$l_{bp} = \frac{A_{sp}}{\varphi\pi} \frac{f_{pctd}}{f_{bpd}} \quad [23]$$

Dónde:

f_{bpd} : Tensión de adherencia

$$f_{bpd} = \eta_{p1} * \eta_{p2} * f_{ctd} \quad [24]$$

η_{p1} : Tiene en cuenta el tipo de tendón de pretensado

$\eta_{p1} = 1.4$ para alambres dentados y ondulados

$\eta_{p1} = 1.2$ para cables de 7 hilos

η_{p2} : Tiene en cuenta la posición del tendón

$\eta_{p2} = 1.0$ para tendones inclinado entre 45-90 °

$$\eta_{p2} = 1.2 \text{ resto de casos}$$

$$f_{ctd} = f_{ctk} / \gamma_c$$

f_{ptd} : Tensión de diseño de los cordones

$$f_{ptd} = \frac{f_{ptk}}{\gamma_s} \quad [25]$$

A_{sp} : Sección de un cordón de pretensado

Φ : Diámetro nominal de un cordón

En cuanto a la **longitud de transferencia**, según este código, se determina como:

$$l_{bpt} = \alpha_{p1} * \alpha_{p2} * \alpha_{p3} * l_{bp} * \frac{\sigma_{pi}}{f_{ptd}} \quad [26]$$

Dónde:

σ_{pi} : Tensión del acero, $\sigma_{pi} = P/A_p$

α_{p1} : Considera el tipo de transferencia de presentado

$\alpha_{p1} = 1.0$ si la transferencia del pretensado es gradual

$\alpha_{p1} = 1.25$ si la transferencia del pretensado es instantánea

α_{p2} : Considera el tipo de transferencia de presentado

$\alpha_{p2} = 1.0$ cuando se considera la acción de momento y cortante

$\alpha_{p2} = 0.5$ para la verificación debida al desarrollo del pretensado en zona de anclaje

α_{p3} : Considera el tipo de transferencia de presentado

$\alpha_{p3} = 0.7$ para cables dentados

$\alpha_{p3} = 0.5$ para cordones

Tal como se verá en capítulos siguientes, en el presente documento se utilizan estas dos longitudes de anclaje y transferencia, junto con el resguardo de la viga para determinar si la longitud disponible para anclar los cordones es suficiente respecto a la longitud de anclaje necesaria, para que no se produzca fallo de adherencia cuando el elemento estructural entre en carga.

Capítulo 3

MODIFICACIÓN DEL MODELO CCCM

A continuación, se propone una formulación modificada en base al modelo CCCM original en la que se tendrá en cuenta la acción de la adherencia para mejorar el modelo original y los resultados obtenidos sean lo aproximados a la realidad posible intentando mejorar incluso los resultados obtenidos por el CCCM cuando este no considera el fallo por pérdida de anclaje.

Todas las predicciones de este capítulo y los ejemplos presentados en apartados posteriores se realizan sobre ensayos los cuales presentan un posible fallo por adherencia según la base de datos: **Reineck et al.**, *“Research Report: Extended Databases with Shear Tests on Structural Concrete Beams without and with Stirrups for the Assessment of Shear Design Procedures”* (Mar. 2010)

3.1. Hipótesis

En este modelo se asumen las siguientes hipótesis:

- El esfuerzo cortante es resistido por la cabeza de compresión del hormigón V_{cc} , por las tensiones residuales y de fricción a lo largo del alma V_{cw} , por el efecto pasador de la armadura longitudinal V_l y por la armadura transversal V_t en caso de que esta sea existente. Dado a que en situación próxima a la rotura V_{cc} es mucho mayor que V_{cw} y V_l , las tres primeras componentes se funden en una sola $V_c = V_{cc} + V_{cw} + V_l$, quedando $V_u = V_c + V_s$
- La proyección horizontal de las fisuras se asume igual que en hormigón armado, y también se mantiene para vigas con sección en T ya que este valor no tiene gran influencia sobre el resultado final. $Cot(\theta) = 0.85d/d-x$

- Se determina la posición de la fisura crítica según el modelo CCCM, permitiendo determinar la distancia entre la cara interior del apoyo hasta el punto dónde empieza la fisuración.
- Cuando una viga falla por cortante, se considera que la armadura longitudinal sigue en estado elástico.
- El eje neutro de la viga pretensada, se calcula según el modelo CCCM, a partir de una interpolación entre el eje neutro de la viga de hormigón armado y de la viga con un pretensado que provoque la compresión total de la sección.
- La posición del eje neutro y la altura de la cabeza de compresiones del hormigón son coincidentes, por lo que $x=c$.

3.2. Modificaciones

Las modificaciones que se han aplicado a este modelo son:

- Para predecir la resistencia a cortante en un ensayo físico, los valores de resistencia de hormigón utilizados serán los medios, f_{cm} y f_{ctm} , porque en este caso lo que se está haciendo es comprobar algo que ya existe, por lo que no se debe aplicar coeficientes de seguridad como en el caso de diseño, ya que interesa que los valores de la resistencia del hormigón sea lo más reales posible y con la introducción de estos valores medios se consigue la mayor exactitud posible.
- Para determinar el valor de la resistencia a cortante en región no fisurada cerca del apoyo, se aplica la expresión según la EHE-08 siguiente:

$$V_{cu} = \frac{I_{bw}}{S} \sqrt{f_{ctm}^2 + \alpha_1 \sigma'_{cd} f_{ctm}} \quad [29]$$

Aquí el valor de α_1 , se determina como $\alpha_1 = l_x / l_{bpt}$, dado por el Eurocódigo 2, asumiendo l_x el resguardo i l_{bpt} la longitud de transferencia determinada tal como se explica a continuación.

- En cuanto a las longitudes de anclaje y transmisión, se aplica el Código Modelo 2010 para determinar sus valores, también con algunas pequeñas modificaciones.

-Lo longitud de anclaje, depende de la tensión de adherencia y se determina como:

$$f_{bpd} = \eta_{p1} * \eta_{p2} * f_{ctd} \quad [24]$$

Tal como se ha dicho anteriormente, se modifica esta expresión y el f_{ctd} , se considerará f_{ctm}

-También será necesario determinar el valor de la tensión de diseño de los tendones a partir de la expresión:

$$f_{ptd} = \frac{f_{ptk}}{\gamma_s} \quad [25]$$

Esta expresión es dada directamente por el Código Modelo, pero para predecir el comportamiento en ensayos físicos, la tensión de los tendones se determina como la relación de la fuerza de pretensado real P y el área de pretensado de la viga A_p , consiguiendo así una modificación más de los modelos existentes. La razón por la que se modifica la expresión de este valor es la misma por la cual se usan valores medios de la resistencia a compresión del hormigón.

-En el caso de la longitud de transmisión, según el Código Modelo 20210 se determina como:

$$l_{bpt} = \alpha_{p1} * \alpha_{p2} * \alpha_{p3} * l_{bp} * \frac{\sigma_{pi}}{f_{ptd}} \quad [26]$$

En el cálculo de esta longitud se ha modificado el valor de f_{ptd} ya que originalmente el modelo dice que se debe colocar el valor de f_{bpd} , lo cual tiene mucho más sentido considerar la tensión de diseño de los cordones para que el resultado sea razonable y coherente son la longitud de anclaje.

-Cuando la longitud disponible es menor a la longitud necesaria para anclar los cordones de pretensado, se dice que la viga falla por adherencia, entonces, se hace otra modificación en el modelo CCCM. Con estas dos longitudes determinadas y a partir de la fuerza de pretensado inicial $P_{inicial}$, se realiza un proceso iterativo siguiendo la expresión:

$$P_i = \frac{L_{disp}}{L_{nece}} * P_0 \quad [32]$$

De esta forma, se consigue una fuerza de pretensado reducida $P_{reducido}$ cuando la longitud disponible y longitud necesaria con iguales, se dice que esta será la máxima

fuerza de pretensado alcanzada cuando se da el fallo combinado cortante-adherencia. Este P_{reducido} se sigue aplicando a la expresión original del CCCM para resistencia a cortante en región fisurada.

3.3. Modelo modificado. Paso a paso

Como se determina a continuación, algunas vigas con armadura pretesa, fallan por pérdida de adherencia del pretensado, lo cual provoca una rotura prematura del elemento estructural ya que de esta manera no se alcanza la máxima capacidad teórica por cortante.

En esta tesina, se propone una metodología que contemple el efecto de la adherencia de los cables en la resistencia a cortante y que, además, intente mejorar los resultados obtenidos por el modelo original, es decir, que el resultado de cálculo por este modelo modificado sea más parecido al valor real de los ensayos que los modelos ya existentes.

La metodología propuesta, surge generalmente del modelo CCCM pero se añaden algunas variaciones a partir de otras instrucciones estructurales como pueden ser la EHE-08, el Código Modelo 2010 o el EC2. En general, se determina la longitud de anclaje necesaria para el pretensado y se compara con la longitud disponible en la viga a partir del cálculo del resguardo y de la posición de la fisura crítica s . Se considera que todas las vigas estudiadas y a partir de las cuales se aplica este procedimiento, son de hormigón con armadura longitudinal pretensada, algunas con refuerzo longitudinal con armadura pasiva y sin armadura transversal.

Tal como se ha explicado anteriormente, se tendrá en cuenta que, en el caso que se está estudiando, como lo que se hace es estimar la resistencia real sobre vigas ya existentes y no se están asumiendo hipótesis para el diseño, se toman todos los valores medios referentes a la resistencia del hormigón (f_{cm} y f_{ctm}).

Principalmente se realizarán 2 cálculos para determinar si el fallo que se produce en la viga es:

- Fallo por cortante sin pérdida de adherencia
- Fallo combinado por cortante y pérdida de adherencia

En caso de darse la segunda opción, el método realiza algunas modificaciones y aplica diferentes expresiones para la fuerza de pretensado de la viga para representar la pérdida de adherencia

simultánea al fallo por cortante y los resultados se aproximen más a la realidad de los ensayos realizados tal como se verá a continuación.

3.3.1. Fallo por cortante sin pérdida de adherencia

En la región fisurada de una viga, la predicción de la resistencia a cortante de la misma en este punto se determina siguiendo el modelo CCCM como:

$$V_{cu} = 0.30 \xi \frac{x}{d} (f_{cm})^{2/3} b_{v,eff} d \quad [27]$$

Dónde:

f_{cm} : Resistencia media a compresión del hormigón: $f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{MPa}$

$b_{v,eff}$: Ancho eficaz a cortante para tener en cuenta la contribución de las alas en secciones en T o similares. Su valor depende de si la fibra neutra cae dentro o fuera de la cabeza de compresiones:

$$\text{si } x \leq h_f \quad b_{v,eff} = b_v = b_w + 2 h_f \leq b$$

$$\text{si } x > h_f \quad b_{v,eff} = b_w + (b_v - b_w) \left(\frac{h_f}{x} \right)^{3/2}$$

b_v : Ancho eficaz a flexión de la cabeza comprimida, $b_v = b_w + 2 h_f$. En secciones rectangulares, $b_{v,eff} = b_v = b_w$.

ξ : Factor efecto de tamaño debido a la rotura frágil de la cabeza de compresión y la influencia de la esbeltez a cortante "a/d.

$$\xi = \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{d}{200}}} \left(\frac{d}{a} \right)^{0.2} \geq 0.45 \quad [18]$$

d : Canto útil.

x/d : Profundidad de la fibra neutra armadura activa

[34]

$$\frac{x}{d} = \frac{x_0}{d} + \left(\frac{h - x_0}{d} \right) \left(\frac{d}{h} \right) \frac{\sigma_{cp}}{\sigma_{cp} f_{ctm}}$$

x_0/d : Profundidad de la fibra neutra armadura pasiva

$$\frac{x_0}{d} = \alpha_e * \rho_l * \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \rho_l}} \right) \quad [35]$$

$$\alpha_e = E_s / E_c$$

$$\rho_l = A_p + A_s / b_w * d$$

σ_{cp} : Tensión normal media del hormigón introducida por el tendón [28]

$$\sigma_{cp} = P / A_c$$

Dentro del modelo CCCM, se debe determinar la posición de la fisura crítica para la fuerza de pretensado P inicial de la manera siguiente:

$$s = d \left(1 + 04 \frac{\sigma_{cp}}{f_{ctm}} \right) \quad [36]$$

Este valor indica la distancia entre el centro del apoyo y la primera fisura (fisura crítica), se muestra en la *Figura 3.1.1* siguiente:

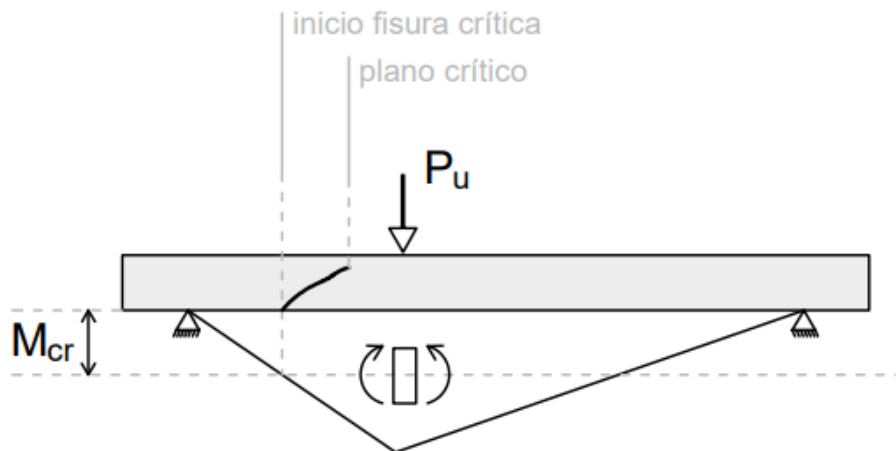


Figura 3.3.1: Posición de la fisura crítica

En el caso de la predicción de resistencia a cortante en la región no fisurada de la viga, se sigue la expresión dada por la EHE-08 siguiente, generalmente este valor será mucho mayor al determinado por el modelo CCCM en zona fisurada:

$$V_{cu} = \frac{I b_w}{S} \sqrt{f_{ctm}^2 + \alpha_l \sigma'_{cd} f_{ctm}} \quad [29]$$

Dónde:

I : Inercia de la sección bruta respecto del centro de gravedad

S : Momento estático de la sección bruta que queda por encima de la fibra neutra respecto esta misma fibra neutra.

b_w : Ancho del alma del elemento. En secciones de ancho variable, se toma el ancho a una altura igual a $\frac{3}{4}$ del canto útil a partir de la armadura de tracción.

$\alpha_l = l_x / l_{bpt}$, según EC. l_x es la distancia entre el borde de la viga y la cara interior del apoyo, l_{bpt} es la longitud de transferencia.

σ'_{cd} : Tensión media de compresión en el hormigón debido a P , $\sigma'_{cd} = P/A_c$

3.3.2. Fallo combinado por cortante y pérdida de adherencia

Ahora, el objetivo es determinar la longitud disponible para anclar la armadura activa.

En una viga con fisuración, esta longitud disponible de anclaje se considera igual al resguardo e más la distancia entre el centro del apoyo y la primera fisura, posición de la fisura crítica s , calculado anteriormente a través del modelo CCCM, por tanto:

$$L_{disponible} = e + s \quad [30]$$

Se muestra en la siguiente *Figura 3.3.2* esta longitud disponible.

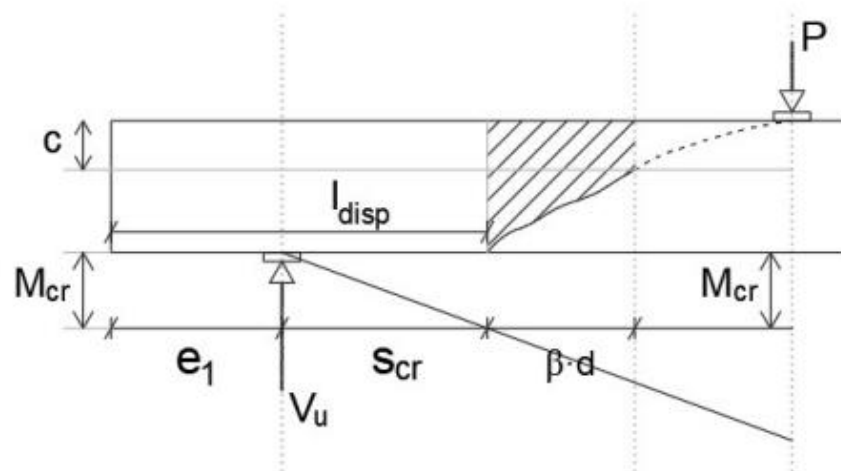


Figura 3.3.2: Longitud de anclaje disponible

A partir del valor de esta longitud disponible en la que se puede anclar, se determina la longitud de anclaje necesaria del armado para poder transmitir correctamente la fuerza de pretensado a partir de la formulación del Fib Código Modelo 2010 adaptado, como:

$$l_{necesaria} = l_{bp} = \frac{A_{sp}}{\varphi\pi} \frac{f_{ptd}}{f_{bpd}} \quad [31]$$

Dónde:

f_{bpd} : Tensión de adherencia

$$f_{bpd} = \eta_{p1} * \eta_{p2} * f_{ctm}$$

η_{p1} : Tiene en cuenta el tipo de tendón de pretensado

En este caso $\eta_{p1} = 1.2$ para cables de 7 hilos

η_{p2} : Tiene en cuenta la posición del tendón

En este caso $\eta_{p2} = 1.0$ para tendones inclinado entre 45-90 °

f_{ptd} : Tensión de diseño de los cordones

$$f_{ptd} = \frac{P}{A_p}$$

A_{sp} : Sección de un cordón de pretensado

Φ : Diámetro nominal de un cordón

Para la longitud de transferencia, también se aplica el Fib Código Modelo 2010 directamente de la siguiente manera:

$$l_{bpt} = \alpha_{p1} * \alpha_{p2} * \alpha_{p3} * l_{bp} * \frac{\sigma_{pi}}{f_{pta}} \quad [26]$$

Dónde:

σ_{pi} : Tensión del acero, $\sigma_{pi} = P/A_p$

α_{p1} : Considera el tipo de transferencia de presentado

Para este caso $\alpha_{p1} = 1.0$ si la transferencia del pretensado es gradual

α_{p2} : Considera el tipo de transferencia de presentado

Para este caso $\alpha_{p2} = 1.0$ cuando se considera la acción de momento y cortante

α_{p3} : Considera el tipo de transferencia de presentado

Para este caso $\alpha_{p3} = 0.5$ para cordones

INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

Una vez conocida la longitud de anclaje necesaria y la longitud disponible, se puede determinar si se producirá rotura por pérdida de adherencia de la armadura activa a partir de:

$L_{disponible} < L_{necesaria} \rightarrow$ Pérdida de anclaje

$L_{disponible} > L_{necesaria} \rightarrow$ Sin pérdida de anclaje, rotura por cortante

En el caso en que se produzca una rotura por pérdida de anclaje, las vigas rompen por valores de cortante menores a los predichos por los modelos de cálculo anteriores. Debido a esta rotura prematura, se debe plantear cual es el valor de cortante límite que puede soportar la viga antes de que se produzca el fallo por pérdida de anclaje.

Para ello se plantea que $L_{disponible} = L_{necesaria}$. Como la longitud de anclaje depende de la fuerza de pretensado que se aplica a la viga, se asume que la transferencia de pretensado es menor.

Siguiendo un proceso iterativo a partir de la expresión:

$$P_i = \frac{L_{disp}}{L_{nece}} * P_0 \quad [32]$$

A partir de este proceso se consigue converger cuando las longitudes disponible y necesaria coinciden, entonces, este $P_i = P_{reducido}$ será la fuerza máxima de pretensado que se puede introducir a la viga para que en esta no se produzca fallo por adherencia. Con este proceso se consigue una P_i que siempre será menor a la P_0 la cual cumple la igualdad de $L_{disponible} = L_{necesaria}$.

Para las vigas estudiadas, en el caso que no se produzca fallo por pérdida de anclaje, la rotura de la viga se producirá por cortante ya que la resistencia a flexión de este tipo de vigas es mucho mayor que a cortante, además están diseñadas para que el fallo sea por tensiones tangenciales. Generalmente, la rotura se producirá en zona fisurada ya que la resistencia a cortante en zona fisurada en la mayoría de ocasiones es mayor.

3.4. Ejemplos

3.4.1. Ejemplo 1: Fallo por cortante

El primer ejemplo presentado, hace referencia a un ensayo realizado por Cederwall en 1974. En el capítulo 4, se explica en que consistía y cuál era el objetivo de estos ensayos que realizó.

Analizando la viga con ID 803-2, se considera una viga de sección rectangular con 2 cables pretensados y un refuerzo de armadura pasiva de 12 mm, una resistencia real a compresión del hormigón de 35.8 MPa dada por los ensayos. La fuerza de pretensado inicial $P_{inicial}$ es de 103 KN.

En cuanto a la sección, es de 33800 mm², con un ancho de 130 mm, un alto de 260 mm y un canto útil de 234 mm. La luz de cortante a de la viga es de 600 mm y es resguardo de 50 mm en cada extremo.

En la siguiente *tabla 5*, se muestran estos datos de partida iniciales:

TABLA 5

DATOS INICIALES EJEMPLO 1 VIGA DE CEDERWALL 1974 803-2

EJEMPLO 1: Datos 803-2			
f_{cm} =	35,8	N/mm ²	A_c = 33800 mm ²
f_{ctm} =	3,260	N/mm ²	d = 234 mm
n^o cordones =	2		b_w = 130 mm
A_p =	226	mm ²	α = 90 °
A_s =	113	mm ³	h = 260 mm
φ =	12	mm	h_f = 260 mm
Preducido =	103	KN	b_v = 130 mm
Pinicial =	103	KN	a = 600 mm
I_c =	190406667	mm ⁴	resguardo = 50 mm
S_c =	1098500	mm ³	
E_p =	200000	MPa	
E_c =	32256	MPa	

En primer lugar, se determina la resistencia a cortante de la viga a través del modelo CCCM original:

$$V_{cu} = 0.30 \xi \frac{x}{d} (f_{cm})^{2/3} b_{v,eff} d = \underline{47.4 KN}$$

Dónde:

$$f_{cm} = 35.8 \text{ Mpa}$$

$$b_v, b_{v,eff} = \text{Como la sección es rectangular, } b_{v,eff} = b_v = b_w = 126 \text{ mm.}$$

$$\xi = \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{d}{200}}} \left(\frac{d}{a}\right)^{0.2} = 1.06 \geq 0.45$$

$$d = 234 \text{ mm}$$

$$\alpha_e = E_s / E_c = 6.26$$

$$\rho_l = A_p + A_s / b_w * d = 0.011$$

$$\sigma_{cp} = P/A_c = \mathbf{1.22 \text{ MPa}}$$

$$s = d \left(1 + 0.4 \frac{\sigma_{cp}}{f_{ctm}} \right) = \mathbf{271 \text{ mm}}$$

$$\frac{x_0}{d} = \alpha_e * \rho_l * \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \rho_l}} \right) = \mathbf{0.314}$$

$$x_0 = \mathbf{73.7 \text{ mm}}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{x_0}{d} + \left(\frac{h-x_0}{d} \right) \left(\frac{d}{h} \right) \frac{\sigma_{cp}}{\sigma_{cp} f_{ctm}} = \mathbf{0.473}$$

$$x = \mathbf{111.1 \text{ mm}}$$

Ahora, aplicando la Instrucción Española EHE-08, se determina la resistencia a cortante en zona no fisurada cerca del apoyo de la siguiente manera:

$$V_{u2} = V_{cu} = \frac{I_{b0}}{S} \sqrt{f_{ctm}^2 + \alpha_1 \sigma'_{cd} f_{ctm}} = \mathbf{82.7 \text{ KN}}$$

Dónde:

$$f_{ctm} = \mathbf{3.26 \text{ MPa}}$$

$$I = \mathbf{190406667 \text{ mm}^4}$$

$$S = \mathbf{1098500 \text{ mm}^3}$$

$$\alpha_1 = l_x / l_{bpt} = \mathbf{0.286}$$

$$\sigma'_{cd} = P/A_c = \mathbf{3.047 \text{ MPa}}$$

$$b_0 = \mathbf{130 \text{ mm}}$$

A partir del Fib Código Modelo 2010, se determinan las longitudes de anclaje y transmisión de la siguiente manera:

Longitud básica de anclaje:

$$l_{bp} = \frac{A_{sp}}{\varphi \pi} \frac{f_{ptd}}{f_{bpd}} = \mathbf{349 \text{ mm}}$$

Dónde:

$$f_{bpd} = \eta_{p1} * \eta_{p2} * f_{ctm} = \mathbf{3.91 \text{ MPa}}$$

$\eta_{p1} = 1.2$ para cables de 7 hilos

$\eta_{p2} = 1.0$ para tendones inclinado entre 45-90 °

$f_{ctm} = 3.26$ MPa

$$f_{ptd} = \frac{P}{A_p} = 455.77 \text{ MPa}$$

$$A_{sp} = 113 \text{ mm}^2$$

$$\Phi = 12 \text{ mm}$$

Longitud de transferencia:

$$l_{bpt} = \alpha_{p1} * \alpha_{p2} * \alpha_{p3} * l_{bp} * \frac{\sigma_{pi}}{f_{ptd}} = \underline{174 \text{ mm}}$$

Dónde:

$$\sigma_{pi} = P/A_p = 455.77 \text{ MPa}$$

$\alpha_{p1} = 1.0$ si la transferencia del pretensado es gradual

$\alpha_{p2} = 1.0$ cuando se considera la acción de momento y cortante

$\alpha_{p3} = 0.5$ para cordones

$$f_{ptd} = \frac{P}{A_p} = 455.77 \text{ MPa}$$

$$l_{bp} = 349 \text{ mm}$$

Finalmente se compara la longitud disponible en la viga para anclar los cordones con la longitud necesaria para que los cordones no fallen por pérdida de adherencia:

$$L_{disponible} = e + s = \underline{371 \text{ mm}} > L_{necesaria} = l_{bp} = \underline{349 \text{ mm}}$$

Por lo tanto, en esta viga **no se producirá pérdida de anclaje** ya que se dispone se longitud suficiente para anclar los cordones.

Se determina en los ensayos originales que la resistencia última a cortante de esta viga es:

$$V_u = \underline{58.9 \text{ KN}}$$

Los resultados de cortante obtenidos analíticamente són:

$$V_{cu} = \underline{65.7 \text{ KN}} \text{ en zona fisurada}$$

$$V_{cu} = \underline{82.7 \text{ KN}} \text{ en zona no fisurada}$$

Entonces se observa claramente que el fallo que se predice para esta viga es un fallo por cortante en zona fisurada. El valor obtenido por el modelo (65.7 KN) es solo ligeramente superior al valor obtenido en los ensayos (58.9 KN).

3.4.2. Ejemplo 2: Fallo por pérdida de anclaje

Analizando la viga con ID 734-36, se considera una viga de sección rectangular con 2 cables pretensados y un refuerzo de armadura pasiva de 12 mm, una resistencia real a compresión del hormigón de 24.4 MPa dada por los ensayos. La fuerza de pretensado inicial $P_{inicial}$ es de 103 KN.

En cuanto a la sección, es de 35496 mm², con un ancho de 136 mm, un alto de 261 mm y un canto útil de 235 mm. La luz de cortante a de la viga es de 800 mm y es resguardo de 50 mm en cada extremo.

En la siguiente *tabla 6*, se muestran estos datos de partida iniciales:

TABLA 6

DATOS INICIALES EJEMPLO 2 VIGA DE CEDERWALL 1974 734-36

EJEMPLO 2: Datos 734-36					
f_{cm} =	24,4	N/mm ²	A_c =	35496	mm ²
f_{ctm} =	2,530	N/mm ²	d =	235	mm
nº cordones =	2		bw =	136	mm
A_p =	226	mm ²	α =	90	º
A_s =	113	mm ³	h =	261	mm
φ =	12	mm	hf =	261	mm
Preducido =	85,7	KN	bv =	136	mm
P_{inicial} =	103	KN	a =	800	mm
I_c =	201501918	mm ⁴	resguardo =	50	mm
S_c =	1158057	mm ³			
E_p =	200000	MPa			
E_c =	28759	MPa			

Siguiendo el mismo procedimiento que en el ejemplo anterior, en primer lugar, se determina la resistencia a cortante de la viga a través del modelo CCCM original:

$$V_{cu} = 0.30 \xi \frac{x}{d} (f_{cm})^{2/3} b_{v,eff} d = \underline{53.4 KN}$$

Dónde:

$$f_{cm} = 24.4 \text{ Mpa}$$

$$b_v, b_{v,eff} = \text{Como la sección es rectangular, } b_{v,eff} = b_v = b_w = 136 \text{ mm.}$$

$$\xi = \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{d}{200}}} \left(\frac{d}{a}\right)^{0.2} = 1.06 \geq 0.45$$

$$d = 235 \text{ mm}$$

$$\alpha_e = E_s/E_c = 6.95$$

$$\rho_l = A_p + A_s / b_w * d = 0.010$$

$$\sigma_{cp} = P/A_c = 2.9 \text{ MPa}$$

$$s = d \left(1 + 0.4 \frac{\sigma_{cp}}{f_{ctm}} \right) = 343 \text{ mm}$$

$$\frac{x_0}{d} = \alpha_e * \rho_l * \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \rho_l}} \right) = 0.317$$

$$x_0 = 74.6 \text{ mm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{x_0}{d} + \left(\frac{h-x_0}{d}\right) \left(\frac{d}{h}\right) \frac{\sigma_{cp}}{\sigma_{cp} f_{ctm}} = 0.623$$

$$x = 146.4 \text{ mm}$$

Ahora, aplicando la Instrucción Española EHE-08, se determina la resistencia a cortante en zona no fisurada cerca del apoyo de la siguiente manera:

$$V_{u2} = V_{cu} = \frac{I b_0}{S} \sqrt{f_{ctm}^2 + \alpha_1 \sigma'_{cd} f_{ctm}} = \underline{67.0 KN}$$

Dónde:

$$f_{ctm} = 2.53 \text{ MPa}$$

$$I = 201501918 \text{ mm}^4$$

$$S = 1158057 \text{ mm}^3$$

$$\alpha_1 = l_x / l_{bpt} = 0.221 \text{ mm}$$

$$\sigma'_{cd} = P / A_c = 2.901 \text{ MPa}$$

$$b_0 = 136 \text{ mm}$$

A partir del Fib Código Modelo 2010, se determinan las longitudes de anclaje y transmisión de la siguiente manera:

Longitud básica de anclaje:

$$l_{bp} = \frac{A_{sp}}{\varphi \pi} \frac{f_{ptd}}{f_{bpd}} = \underline{451 \text{ mm}}$$

Dónde:

$$f_{bpd} = \eta_{p1} * \eta_{p2} * f_{ctm} = 3.03 \text{ MPa}$$

$$\eta_{p1} = 1.2 \text{ para cables de 7 hilos}$$

$$\eta_{p2} = 1.0 \text{ para tendones inclinado entre } 45\text{-}90^\circ$$

$$f_{ctm} = 2.53 \text{ MPa}$$

$$f_{ptd} = \frac{P}{A_p} = 455.77 \text{ MPa}$$

$$A_{sp} = 113 \text{ mm}^2$$

$$\Phi = 12 \text{ mm}$$

Longitud de transferencia:

$$l_{bpt} = \alpha_{p1} * \alpha_{p2} * \alpha_{p3} * l_{bp} * \frac{\sigma_{pi}}{f_{ptd}} = \underline{225 \text{ mm}}$$

Dónde:

$$\sigma_{pi} = P / A_p = 455.77 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{p1} = 1.0 \text{ si la transferencia del pretensado es gradual}$$

$$\alpha_{p2} = 1.0 \text{ cuando se considera la acción de momento y cortante}$$

$$\alpha_{p3} = 0.5 \text{ para cordones}$$

$$f_{\text{ptd}} = \frac{P}{A_p} = 455.77 \text{ MPa}$$

$$l_{\text{bp}} = 451 \text{ mm}$$

Finalmente se compara la longitud disponible en la viga para anclar los cordones con la longitud necesaria para que los cordones no fallen por pérdida de adherencia:

$$L_{\text{disponible}} = e + s = \underline{393 \text{ mm}} > L_{\text{necesaria}} = L_{\text{bp}} = \underline{451 \text{ mm}}$$

Como la longitud disponible es menor a la necesaria, esto implica que los cordones deslizarán y se producirá rotura por pérdida de anclaje.

Para solucionar este problema, se sigue aplicando el nuevo modelo modificado, el cual consiste en realizar una iteración según las longitudes obtenidas hasta converger cuando la longitud disponible y la necesaria sean iguales, entonces, a partir de esta nueva longitud obtenida se determina la máxima fuerza de pretensado que se podrá aplicar a la viga para que esta no falle por adherencia. El procedimiento es el siguiente:

Aplicando,

$$P_i = \frac{L_{\text{disp}}}{L_{\text{nece}}} * P_0$$

$$L_{\text{disponible}} = \underline{393 \text{ mm}}$$

$$L_{\text{necesaria}} = \underline{451 \text{ mm}}$$

Entonces,

$$P_1 = \frac{393}{451} * 103 = \underline{89.8 \text{ KN}},$$

Rehaciendo el cálculo de la resistencia a cortante, $L_{\text{disponible}} = 379 \text{ mm}$ $L_{\text{necesaria}} = 393 \text{ mm}$

$$P_2 = \frac{379}{393} * 89.8 = \underline{86.6 \text{ KN}},$$

Rehaciendo el cálculo de la resistencia a cortante, $L_{\text{disponible}} = 375 \text{ mm}$ $L_{\text{necesaria}} = 379 \text{ mm}$

$$P_3 = \frac{375}{379} * 86.6 = \underline{85.9 \text{ KN}},$$

Rehaciendo el cálculo de la resistencia a cortante, $L_{\text{disponible}} = 375 \text{ mm}$ $L_{\text{necesaria}} = 376 \text{ mm}$

$$P_4 = \frac{375}{376} * 85.9 = \underline{85.7 \text{ KN}},$$

Las longitudes convergen a $L_{disponible} = L_{necesaria} = 375 \text{ mm}$

$P_4 = P_{reducido} = 85.7 \text{ KN}$, por tanto, la fuerza de pretensado máxima que se podrá aplicar a esta viga para que no falle por adherencia será de 85.7 KN.

Aplicando este cambio en la fuerza de pretensado, $P=85.7\text{KN}$, se recalcula la resistencia a cortante en región fisurada siguiendo el mismo procedimiento que al inicio de este ejemplo:

$$V_{cu} = 0.30 \xi \frac{x}{d} (f_{cm})^{2/3} b_{v,eff} d = \underline{51.1 \text{ KN}}$$

Dónde:

$$f_{cm} = 24.4 \text{ Mpa}$$

$$b_v, b_{v,eff} = \text{Como la sección es rectangular, } b_{v,eff} = b_v = b_w = 136 \text{ mm.}$$

$$\xi = \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{d}{200}}} \left(\frac{d}{a}\right)^{0.2} = 1.06 \geq 4.45$$

$$d = 235 \text{ mm}$$

$$\alpha_e = E_s/E_c = 6.95$$

$$\rho_l = A_p + A_s / b_w * d = 0.010$$

$$\sigma_{cp} = P/A_c = 2.41 \text{ MPa}$$

$$s = d \left(1 + 04 \frac{\sigma_{cp}}{f_{ctm}} \right) = 325 \text{ mm}$$

$$\frac{x_0}{d} = \alpha_e * \rho_l * \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \rho_l}} \right) = 0.317$$

$$x_0 = 74.6 \text{ mm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{x_0}{d} + \left(\frac{h - x_0}{d} \right) \left(\frac{d}{h} \right) \frac{\sigma_{cp}}{\sigma_{cp} f_{ctm}} = 0.597$$

$$x = 140 \text{ mm}$$

Aplicando este procedimiento del nuevo modelo al CCCM original, se consigue predecir la resistencia a cortante teniendo en cuenta la adherencia en el anterior proceso iterativo realizado.

Tal como se puede observar, la aplicación del modelo modificado teniendo en cuenta la adherencia, mejora los resultados a los obtenidos por el CCCM original ya que:

- La resistencia última experimental a cortante es de 49.1 KN
- La predicción de resistencia según CCCM original es de 53.4KN, por lo que el ratio de $V_{\text{experimental}}/V_{\text{predecida}} = 0.92$, lo que indica que la predicción del CCCM está del lado de la inseguridad.
- La predicción de resistencia según el nuevo modelo es de 51.1 KN, por lo que el ratio de $V_{\text{experimental}}/V_{\text{predecida}} = 0.96$, lo que indica una mejora en la predicción de este nuevo modelo considerando la adherencia.

Capítulo 4

VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL DEL CCCM MODIFICADO

Finalmente, y antes de sacar las respectivas conclusiones sobre el nuevo modelo desarrollado, se hace una verificación a partir de ensayos experimentales reales recogidos nuevamente todos ellos en la base de datos: **Reineck et al.**, *“Research Report: Extended Databases with Shear Tests on Structural Concrete Beams without and with Stirrups for the Assessment of Shear Design Procedures”* (Mar. 2010).

Se explica brevemente en que consisten originalmente estos ensayos y para que se realizaron, además de los resultados experimentales obtenidos por ellos. También se hace una comparativa entre los resultados obtenidos por el modelo modificado respecto al CCCM original y otros modelos como puede ser la Instrucción Española EHE-08, de manera que verifica que el nuevo modelo corrige errores del modelo CCCM original y se consiguen unos ratios de valor de cortante obtenido experimentalmente y valor de cortante predicho por el nuevo modelo más real que el original.

4.1. Ensayos

Se realiza un estudio comparativo entre la predicción para el modelo presentado y algunos resultados experimentales reales. La base de datos sobre la que se desarrollan las expresiones está formada por un total de 18 vigas, 12 de las cuales pertenecen al estudio experimental y ensayos realizados por Cederwall en 1974 y 6 pertenecen a los estudios realizados por Arthur en 1965, todas ellas sin armadura transversal.

4.1.1. Cederwall 1974

Todas las vigas estudiadas por Cederwall, presentan una sección rectangular, por lo que será importante tener en cuenta este factor a la hora de predecir cuál será la resistencia a cortante que soporta la viga.

TABLA 7

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS, FUERZA DE PRETENSADO Y CORTANTE ÚLTIMO DE LAS VIGAS ENSAYADAS POR CEDERWALL

ID	CEDERWALL 1974													
	f_{ck} (MPa)	E_c (MPa)	E_s (MPa)	n° cord.	φ (mm)	A_p (mm ²)	A_s (mm ²)	P (KN)	d (mm)	bw (mm)	h (mm)	a (mm)	resguardo (mm)	V_u (KN)
803-2	35,8	32256	200000	2	12	226	113	103	234	130	260	600	50	58,9
803-1	30,7	30802	200000	2	12	226	113	92,2	234	130	260	600	50	57,7
734-35	34,7	31961	200000	2	12	226	113	40,2	235	126	261	800	50	40
734-36	24,4	28759	200000	2	12	226	113	103	235	136	261	800	50	49,1
734-41	19,4	26848	200000	2	12	226	113	60	236	126	262	600	50	49,1
734-42	36,2	32387	200000	2	12	226	113	103	234	136	260	600	50	63,7
824-1A	23,1	28300	200000	2	12	226	226	82,4	236	130	262	600	50	49,1
824-2A	51	35869	200000	2	12	226	226	113,8	235	137	261	600	50	78,5
842-3	37	32596	200000	2	12	226	226	119,7	235	131	260	600	50	76,5
842-5	35,8	32256	200000	2	12	226	226	124,6	236	130	260	600	50	73,6
842-2	35,5	32176	200000	2	12	226	226	119,7	237	131	261	600	25	67,7
842-4	41,8	33786	200000	2	12	226	226	121,6	235	130	259	600	25	70,6

Este estudio fue elaborado para determinar la resistencia al corte de vigas con barras corrugadas parcialmente pretensadas para evitar la aparición de grandes anchos de fisura y grandes deformaciones en la estructura, además este tipo de armadura presenta una gran adherencia con el hormigón

Este estudio consta de 33 ensayos, de los cuales en esta tesis solamente se estudian 12 de ellos ya que son los más susceptibles a fallar por pérdida de adherencia.

Las vigas fueron reforzadas con barras corrugadas parcialmente pretensas con $\sigma_{0,2} = 9000$ kg/cm² junto con barras del mismo tipo no pretensadas. La fuerza de pretensado varía entre 0-6000 kg/cm². Las vigas no contienen armadura transversal excepto en la zona de estribos.

Los resultados obtenidos por estos ensayos muestran que la resistencia a cortante de las vigas se ve fuertemente afectada por la fuerza de pretensado. Cederwall anuncia que la resistencia a cortante de las vigas ensayadas, procede de la resistencia del hormigón, de la armadura

transversal y de la fuerza de pretensado. En este estudio, los resultados se analizan de acuerdo a tres métodos.

En los dos primeros métodos, se supone que el efecto corresponde a la parte de la fuerza de cortante igual a una carga que produce fisuración inicial o tensión cero en la zona traccionada de la viga.

Finalmente, los resultados se analizan de acuerdo a un método presentado al principio del nuevo CEB-FIP que no dan tan buenos resultados como los dos métodos anteriores.

Los resultados obtenidos en este estudio, Cederwall los compara con el código ACI 318-71 y el nuevo código estructural sueco. En el código ACI, se consiguen unos resultados muy seguros.

También se observa que los anchos de grietas de cortante son bastante superiores a los anchos de grietas de flexión por lo que será necesario tener en cuenta las fisuras de cortante en métodos de diseño.

Para simplificar los cálculos, se considera que la armadura activa son cordones y no barras por lo que será necesario tener en cuenta que f_{bpd} , tensión de adherencia de los tendones según FIB Código Modelo 2010, es mayor en el caso de las barras por su diámetro superior a los cordones, además se considera que las vigas no tienen armadura transversal de cortante.

4.1.2. Arthur 1965

En este caso, se realizaron los ensayos con vigas de sección transversal en doble T, de 4 tamaños diferentes, con un total de 50 vigas, aunque para la presente tesis únicamente se han estudiado 6 vigas, las más susceptibles a fallar por pérdida de adherencia, todas ellas de la misma sección.

TABLA 8

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS, FUERZA DE PRETENSADO Y CORTANTE ÚLTIMO DE LAS VIGAS ENSAYADAS POR ARTHUR

ID	ARTHUR 1965													
	f_{ck} (MPa)	E_c (MPa)	E_s (MPa)	n^o cord.	φ (mm)	A_p (mm ²)	P (KN)	d (mm)	bw (mm)	h (mm)	hf (mm)	a (mm)	resguardo (mm)	V_u (KN)
B5	62,05	38040	200000	9	5,08	182	160,1	271	51	305	51	686	152	65,8
B3	56,5	36993	200000	9	5,08	182	143,2	271	51	305	51	686	152	65,8
B1	55,1	36720	200000	9	5,08	182	150,3	271	51	305	51	914	152	45,4
B2	51	35871	200000	9	5,08	182	145,9	271	51	305	51	914	152	48,5
B8	62,05	38040	200000	9	5,08	182	145,9	271	51	305	51	686	152	63,6
B9	51	35871	200000	9	5,08	182	143,2	271	51	305	51	914	152	38,3

Este estudio basa su objetivo en determinar la resistencia a cortante de vigas pretensadas sin armadura transversal de refuerzo.

El estudio explica que, en el fallo por cortante en vigas pretensadas, muchos autores los clasifican por compresión por cortante y deformación del alma. Para cualquier viga dada, el tipo de fallo depende solo de la relación entre la luz de corte y la profundidad, y los métodos han sido desarrollados para predecir el cortante máximo en cada tipo de fallo.

Hay autores que recomiendan que la carga de fisuración por tracción inclinada se tome como la carga última. Otros sugieren que la parte inferior de la diagonal la carga de fisuración y la carga de compresión por cortante deben tomarse como lo último.

En este estudio, se investigan las cargas cortantes soportadas por las vigas que excedieron las cargas de fisuración diagonales en el 80% de las pruebas.

Este resultado confirma que la carga última de cortante para diseño, debe ser como la fisuración diagonal de la carga. Este estudio se centra en examinar los fallos por fisuración diagonal y el desarrollo de una expresión racional semiempírica para predecir la carga de fisuración diagonal.

De estos ensayos se extraen algunas conclusiones como que el tipo de fallo por cortante no se puede predecir simplemente a partir de la relación luz y canto útil. No se puede afirmar que la fuerza de cortante en el fallo exceda la fuerza de cortante en fisuración o agrietamiento de la matriz, entre otros.

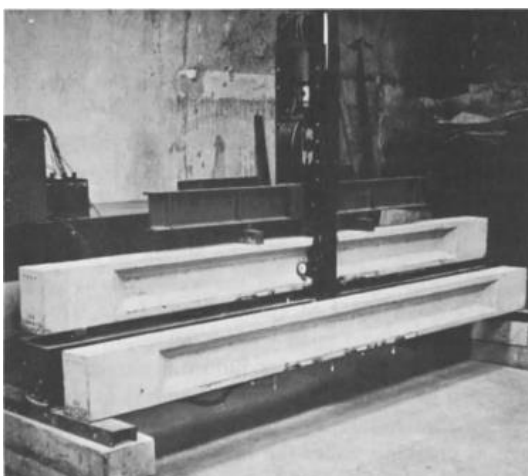


Figura 4.1.1: *Ensayos preparados
(Arthur 1965)*



Figura 4.1.4: *Fallo por cortante
(Arthur 1965)*

4.2. Resultados obtenidos

Una vez realizados todos los cálculos para las 18 vigas estudiadas, los resultados obtenidos se muestran en la siguiente *tabla 9*:

TABLA 9

RESULTADOS OBTENIDOS CON EL NUEVO MODELO MODIFICADO

	Predicción CCCM (zona fisurada) KN	Predicción EHE08 (zona no fisurada) KN	P inicial (KN)	P reducido l disp = l neces (KN)	l disponible mm	l necesaria mm	Vu (KN)	Vexp/Vpred	TIPO DE FALLO
CEDERWALL									
803-2	65,6	82,7	103,0	103	372	349	58,9	0,90	SF
803-1	58,6	74,5	92,2	92	366	346	57,7	0,98	SF
734-35	47,4	79,1	40,2	40	321	139	40,0	0,84	SF
734-36	51,1	67,0	103,0	86	393	451	49,1	0,96	B
734-41	41,4	53,9	51,9	52	355	265	49,1	1,18	SF
734-42	67,8	86,9	103,0	103	367	346	63,7	0,94	SF
824-1A	53,1	62,3	82,4	82	380	374	49,1	0,92	SF
824-2A	85,4	110,1	113,7	114	358	305	78,5	0,92	SF
842-3	71,7	85,2	119,6	115	384	397	76,5	1,07	B
842-5	70,1	82,7	124,6	113	393	423	73,6	1,05	B
842-2	70,3	78,9	119,6	105	372	408	67,7	0,96	B
842-4	75,4	86,4	121,6	114	354	372	70,6	0,94	B
ARTHUR									
B5	59,2	96,8	160,1	160	568	198	65,8	1,11	SF
B3	55,4	91,0	143,2	143	561	188	65,8	1,19	SF
B1	51,9	89,5	150,3	150	569	201	45,4	0,87	SF
B2	49,6	85,0	145,9	146	573	205	48,5	0,98	SF
B8	58,4	96,8	145,9	146	555	180	63,6	1,09	SF
B9	49,4	85,0	143,2	143	570	201	38,3	0,77	SF

B: fallo por adherencia en zona fisurada por interacción cortante-adherencia; SF: fallo por cortante en zona fisurada

En la *tabla 9* anterior, se muestran los resultados obtenidos con el modelo modificado propuesto. Se observa que de todas las vigas estudiadas las cuales eran candidatas a sufrir pérdida por adherencia según la base de datos anteriormente mencionada, solamente cinco de ellas sufren pérdida por adherencia.

Se muestra claramente que en las vigas que fallan por anclaje, la longitud disponible es menor que la longitud necesaria para anclar los cordones de pretensado, entonces, siguiendo las modificaciones del modelo propuesto y a partir del proceso iterativo explicado en el capítulo anterior, se consigue obtener una fuerza de pretensado reducida, la cuál será la máxima a aplicar sobre la armadura pretesa considerando fallo simultaneo de cortante y adherencia.

Como consecuencia de utilizar una fuerza de pretensado menor, esto se traduce también a que la resistencia a cortante de la viga será menor a la inicial, pero se observa que aplicando esta

reducción se consigue mejorar el ratio del valor de cortante obtenido experimentalmente en los ensayos presentados y la predicción del valor de cortante obtenida después de esta reducción, por lo que la viga estudiada mejora en seguridad.

Se hace toda esta comparativa y análisis en el siguiente apartado 4.3

4.3. Comparación con otros modelos

Con los resultados obtenidos en el apartado anterior se ha demostrado que el modelo obtiene predicciones de resistencia a cortante bastante razonables cuando existe la posibilidad de que la viga falle por pérdida de anclaje, incluso llegando a mejorar el ratio V_{exp}/V_{pred} .

En los casos en que no existe la posibilidad de que la viga falle por anclaje, este ratio es el mismo para el modelo original y el modelo modificado.

En la siguiente *tabla 9*, se puede ver los ratios V_{exp}/V_{pred} obtenidos en cada viga de manera individual. También se muestra el promedio de estos ratios individuales obtenidos y el coeficiente de variación del mismo, que indica la variabilidad del resultado en relación al promedio.

Cuando el ratio obtenido según el modelo original es mayor que 1, es decir, está del lado de la seguridad, aplicando el modelo modificado, este ratio aumenta muy ligeramente, es decir, empeora el resultado. En cambio, cuando este ratio es inferior a 1, es decir, la predicción está del lado de la inseguridad, aplicando el nuevo modelo se consigue un ratio mayor por lo que mejora en seguridad y predicción más realista de la resistencia a cortante.

TABLA 10

COMPARATIVA MODELO CCCM ORIGINAL Y MODELO MODIFICADO

	<i>resist. exper/predicción CCCM modificado</i>	<i>resist. exper/predicción CCCM original</i>
CEDERWALL		
803-2	0,90	0,90
803-1	0,98	0,98
734-35	0,84	0,84
734-36	0,96	0,92
734-41	1,18	1,19
734-42	0,94	0,94
824-1A	0,92	0,92
824-2A	0,92	0,92
842-3	1,07	1,06
842-5	1,05	1,03
842-2	0,96	0,94
842-4	0,94	0,92
Promedio	0,97	0,96
Dev. Est.	0,086	0,088
Coef. Var.	8,881	9,152

Se puede observar que el promedio de los ratios V_{exp}/V_{pred} no mejora sustancialmente, ya que son pocas las viga que fallan por adherencia. Tampoco lo hace el coeficiente de variación por el mismo motivo, aunque presenta un resultado aceptable ya que este es menor al 10% en ambos casos.

De todas formas, se observa que si se mejoran los resultados obtenidos en comparación al modelo original ya que tanto los ratios individuales como los promedios y el coeficiente de variación son ligeramente mejores en el nuevo modelo propuesto, lo que indica que usando este modelo se consigue una predicción de la resistencia a cortante más realista, es decir, más parecida a la obtenida experimentalmente en los ensayos.

COMPARACIÓN EHE-08

Tal como se ha visto anteriormente, los resultados obtenidos por el nuevo modelo son muy buenos, aunque muy parecidos al modelo original ya que los ensayos que fallan por adherencia son pocos, aunque en los ensayos que si se produce pérdida de anclaje, el modelo funciona correctamente.

En la siguiente *tabla 11*, se muestran los valores estadísticos del ratio V_{exp}/V_{pred} obtenidos tanto por el nuevo modelo, el CCCM original y por la instrucción EHE-08.

TABLA 11

COMPARATIVA CCCM ORIGINAL Y EHE-08 CON MODELO PROPUESTO

	<i>EHE-08 Zona fisurada</i>	<i>CCCM Original</i>	<i>CCCM Modificado</i>
<i>Promedio</i>	1,22	0,96	0,97
<i>Desv. Est.</i>	0,338	0,088	0,086
<i>Coef. Var. (%)</i>	27,57	9,15	8,88

Tal como se puede observar, la EHE predice de una forma menos aproximada la resistencia a cortante respecto a la resistencia experimental real obtenida en los ensayos.

En zona fisurada, la predicción se encuentra muy del lado de la seguridad, obteniendo una predicción de media un 20% más baja y con una mayor dispersión de aproximadamente un 28% respecto la resistencia experimental.

Esta gran diferencia de resultados, puede ser debida a que en la instrucción algunas expresiones son de carácter empírico, por lo que generalmente, esta formulación y métodos no son exactos ni aplicables de manera sencilla en casos para los que no fueron elaborados como por ejemplo, en secciones no rectangulares, elementos sometidos a tracción o cuando se utilizan armaduras y hormigones no convencionales, también se asumen muchas hipótesis sobre las cuales no siempre se pueden considerar.

El CCCM original, corrige muchos de estos errores y consigue hacer una predicción de la resistencia a cortante bastante realista. Además, cuando se produce fallo por adherencia, aplicando la modificación del modelo propuesto, se consigue aún más precisión con la realidad hasta el punto de llegar a obtener un ratio de valor 1, lo cual significa que el resultado obtenido es lo más parecido a la realidad posible.

Capítulo 5

CONCLUSIÓN

El objetivo de esta tesis, ha sido el desarrollo de un nuevo modelo teórico para determinar la resistencia a cortante el cuál tenga en cuenta el efecto de la adherencia en elementos de hormigón pretensado con armadura pretesa utilizando cables de acero. Una vez desarrollado el nuevo modelo se debía verificar experimentalmente para validar que es útil demostrándolo a partir de los ensayos existentes en la base de datos Reineck et al., *“Research Report: Extended Databases with Shear Tests on Structural Concrete Beams without and with Stirrups for the Assessment of Shear Design Procedures”* (Mar. 2010).

A lo largo del documento se ha podido desarrollar el estudio y la verificación del modelo modificado a partir de la base del “Compresion Chord Capacity Model” CCCM, incluyendo otras normativas e instrucciones estructurales actuales.

Se ha desarrollado una parte inicial teórica dónde se muestra y explica las bases fundamentales para conocer los esfuerzos tangenciales y la adherencia de los cordones pretensados, dónde también se muestra la teoría básica de los modelos utilizados como la EHE-08, el CCCM y el Código Modelo 2010.

El desarrollo del nuevo modelo, se ha basado en modificar el CCCM para que este determine cuál es la resistencia real a cortante de una viga de hormigón pretensada teniendo en cuenta el efecto de la adherencia. A partir de los ensayos de la base de datos citada en el primer párrafo de este capítulo, se ha identificado cuál de ellos era un posible candidato para fallar por pérdida de anclaje.

En el capítulo tercero de este documento se hace una explicación del nuevo modelo propuesto. Este modelo está basado en el modelo original del CCCM en el cuál se introduce el efecto de la pérdida de adherencia determinando la longitud disponible y la longitud necesaria para anclar los cordones de pretensado.

Las principales modificaciones que adopta el CCCM original para dar lugar al nuevo modelo es la consideración de valores medios de resistencia a compresión y a tracción del hormigón ya que en el caso que se está estudiando se está comprobando algo real que ya ha sido diseñado, por lo que no se deben aplicar los coeficientes de seguridad como en diseño ya que se debe considerar las condiciones lo más realistas posible para que el cálculo no asuma demasiadas hipótesis y funciones correctamente.

En el caso de que la longitud disponible es menor a la longitud necesaria, significa que en la viga se producirá pérdida por anclaje ya que no existe espacio físico suficiente para anclar la armadura activa. En cambio, cuando ocurre que la longitud disponible es mayor a la longitud necesaria, la viga no falla por anclaje, sino que esta fallará por el efecto del esfuerzo cortante.

Las vigas estudiadas han sido un total de 18, de la cuales todas fallan por cortante pero únicamente fallan por interacción cortante-adherencia 5 de ellas. Aun así, aplicando el nuevo modelo en estas vigas, se puede observar claramente que se obtienen unos mejores resultados que en el caso del modelo original, aunque sería necesario encontrar más ensayos en otras bases de datos para verificar que el modelo reproduce fielmente este tipo de fallos. Se puede observar esta ligera mejora de los resultados en la *tabla 9 del capítulo 4* dónde se muestra que el coeficiente de variación del ratio V_{exp}/V_{pred} del nuevo modelo es de 8,88% respecto al 9,15% del modelo original.

Cuando la longitud disponible es menor a la longitud necesaria, la viga falla por adherencia, entonces, se debe llevar a cabo un proceso iterativo para determinar cuál será la máxima fuerza de pretensado que se podrá aplicar a la viga para que esta no falle por adherencia en el caso límite cuando la longitud disponible y necesaria coinciden. Entonces, se determina una nueva predicción del valor de la resistencia a cortante de la viga estudiada. Comparando este valor obtenido con el valor obtenido por el CCCM original, se mejora ligeramente el resultado obtenido, es decir, el ratio V_{exp}/V_{pred} es más próximo al 1 por lo que la solución es más realista, por lo tanto, se puede concluir que el modelo propuesto funciona correctamente y obtiene resultados realmente buenos a falta de confirmarlo con otra base de datos dónde existan más ensayos que sean posibles candidatos a fallar por adherencia ya que en la base de datos utilizada en esta tesis únicamente 5 ensayos fallan por adherencia.

Se plantea como futuras vías de investigación sobre el tema, comprobar este mismo modelo en diferentes bases de datos de ensayos reales o incluso realizar una nueva campaña experimental

propia para determinar definitivamente si el nuevo modelo sigue dando mejores resultados que en el caso del modelo original.

También se podría plantear realizar esta misma modificación a otros modelos de cortante como puede ser el MASM para determinar si todavía se pueden alcanzar predicciones incluso más realistas que con la modificación del CCCM.

Referencias

- [1] Juan Carlos Arroyo Portero, Francisco Morán Cabré, Alvaro García Meseguer. *Jiménez Montoya. Capítulo 19 Estado límite último de tensiones tangenciales. Cortante. 2018*
- [2] Antonio Marí, Jesús Bairán, Antoni Caldera, Eva Oller, and Carlos Ribas. *Shear flexural strenght mechanical modelo for design and assesmtment of reinforced concrete beams. Structure and infrastructure engineering. 2015. DOI: 10.1080/15732479.2014.964735. URL: <https://doi.org/10.1080/15732479.2014.964735>*
- [3] Antonio Cladera, Antonia Marí, Jesus Bairán, Carlos Ribas, Eva Oller and Noemí duarte. *The compresión chord capacity model for the shear design and assessment or reinforced and prestressed concrete beams. 2016. DOI: 10.1002/suco.201500214.*
- [4] Antonio Marí, Jesus M. Bairán and Antoni Caldera. *Shear design of reinforced and prestressed concrete beams based on a mechanical model. Concrete – Innovation and Design. DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943.514X.*
- [5] Tecla Legasa Melet. *Comportamiento en Estado Límite último de Cortante en vigas de hormigón pretensadas con FRP, tesis de máster, UPC 2021*
- [6] Ministerio de fomento de España. *Instrucción de Hormigón Estructural EHE-08 5ª Edición 2011. NIPO: 161 – 11 -150 – 2*
- [7] Oscar Caceres Carranza. *Identificación experimental de la posición e inclinación media de la fisura crítica en vigas de hormigón armado sometidas a esfuerzo cortante, tesis de máster, UPC Mayo 2020*
- [8] Libardo Andres Caro Forero. *Comportamiento adherente diferido de armaduras pretesas en hormigón, capítulo 2, tesis doctoral, UPV 2012.*
- [9] Alex Tyler Katz. *Performance of precast, prestressed concrete I-Girders employing 0.7-in. Diameter prestressing strands under shear-critical loading conditions, master of science in engineering, August 2016*

- [10] Karl. *Extended databases with shear tests on structural concrete beams without and with stirrups for the assessment of shear design procedures*. Heinz Reineck, ILEK, University of Stuttgart, Daniel A. Kuchma, University of Illinois. March 2010
- [11] K. Cederwall, O. Hedman, and A.Loeberg. *Shear Strenght Of Partially Prestressed Beams With Pretensioned Reinforcement Of High Grade Deformed Bars*. 1974
- [12] P. D. Arthur. *The shear strenght of pre-tensioned I beams with unreinforced webs*. University of Glasgow, 1965
- [13] S. E. Olesen, M. A. Sozen, C. P. Siess. *Investigation of prestressed reinforced concrete for highway bridges. Part IV: Strenght in shear of beams with web reinforcement*. University of Illinois, August 1965
- [14] P. Miguel, J. R. Martí, P. Serra, M. Á. Fernández. *La adherencia en elementos prefabricados pretensados de hormigón. Problemática y tendencias actuales*. UPV, VIII congreso nacional de propiedades mecánicas de sólidos, Gandia 2002.
- [15] International federation dor structural concrete. *Fib – Model Code For Structures 2010. First edition, 2013*.
- [16] Nilson, A. H. *Diseño de estructuras de concreto*. Ithaca, NY, USA, McGRAWHILL, 1999.
- [17] European Commite for Strandarization. *Design of Concrete Structures. Eurocode 2 design of concrete structures*. Brussels, 2003.
- [18] Muttoni. *Shear strength without transverse reinforcement as function of critical shear crack with. ACI Structural Journal*.
- [19] Cladera, A. & Marí, A. R. *Shear design of prestressed and reinforcement concrete beams. Magazine of Conrete Research*. DOI: 10.1680/macr.2006.58.10.713. ISSN:. 0024 – 9831, 2006.
- [20] Reineck, K. H. *Ultimate shear force of structural concrete members without transverse reinforcement derived from a mechanical model*. ACI Struct J, 1991.
- [21] Marí, A., Bairán, J. M., Cladera, A. and Oller, E. *Shear design and assessment of reinforced and prestressed concrete beams based on a mechanical model*. J. Struct, Eng 2016. DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943.541X.0001539.

Anejo 1

CÁLCULOS

AUTOR:	Cederwall
ID:	734-35



DATOS

fcm=	34,73	<i>Mpa</i>	Ac=	32886	<i>mm2</i>
fctm=	3,19	<i>MPa</i>	d=	235	<i>mm</i>
nº cordones=	2		bw=	126	<i>mm</i>
φ=	12	<i>mm</i>	α=	90	<i>º</i>
Ap=	226	<i>mm2</i>	h=	261	<i>mm</i>
Ep=	200000	<i>MPa</i>	hf=	261	<i>mm</i>
Ec=	31961,29	<i>MPa</i>	bv=	126	<i>mm</i>
Pinicial=	40,22	<i>KN</i>	a=	800	<i>mm</i>
resguardo=	50	<i>mm</i>	Ic=	186685601	<i>mm4</i>
			S=	1072906	<i>mm3</i>

EHE-08

Vu1=	530,6	<i>KN</i>	k=	1,046	
			σ'cd=	1,223	<i>MPa</i>
			f1cd=	34,73	<i>MPa</i>
			b0	126	<i>mm</i>
			α=	90	<i>º</i>
			θ=	1,176	<i>rad</i>
Vu2=	40,4	<i>KN</i>	ξ=	1,923	
Vu2min=	40,3	<i>KN</i>	ρl=	0,011	
	Región		fcv=	34,73	<i>MPa</i>
	fisurada		σ'cd=	1,223	<i>MPa</i>
Vu2=	79,1	<i>KN</i>	αl=	0,718	<i>mm</i>
	Región				
	no fisurada				

CCCM

σcp=	1,223	<i>MPa</i>	x=	111,06	<i>mm</i>
s=	271	<i>mm</i>	x/d=	0,473	<i>mm</i>
αe=	6,26	<i>MPa</i>	x0=	73,70	<i>mm</i>
ρl=	0,011		x0/d=	0,314	<i>mm</i>
Vcu=	47,43	<i>KN</i>	bveff=	126,00	<i>mm</i>
Vcumin=	32,93	<i>KN</i>	ξ=	1,061	
	Región		Kc=	0,314	
	fisurada				

ADHERENCIA-MODEL CODE 2010

lbp=	139	<i>mm</i>	fpbd=	3,83	<i>MPa</i>
				np1= 1,2	
				np2= 1	
			fptd=	177,97	<i>MPa</i>

lbpt= 70 *mm*

σ_{pi} = 177,97 *MPa*

α_{p1} = 1

α_{p2} = 1

α_{p3} = 0,5

L disponible= 321 *mm*

L necesaria= 139 *mm*

L disp > L neces, fallo por cortante en zona fisurada

AUTOR:	Cederwall
ID:	734-36



DATOS

fcm=	24,43	MPa	Ac=	35496	mm ²
fctm=	2,53	MPa	d=	235	mm
nº cordones=	2		bw=	136	mm
φ=	12	mm	α=	90	°
Ap=	226	mm ²	h=	261	mm
Ep=	200000	MPa	hf=	261	mm
Ec=	28759,62	MPa	bv=	136	mm
Pinicial=	103,01	KN	a=	800	mm
resguardo=	50	mm	Ic=	201501918	mm ⁴
			S=	1158057	mm ³

EHE-08

Vu1=	402,8	KN	k=	1,108	
			σ'cd=	2,902	MPa
			f1cd=	24,43	MPa
			b0	136	mm
			α=	90	°
			θ=	1,466	rad
Vu2=	46,6	KN	ξ=	1,923	
Vu2min=	45,5	KN	ρl=	0,011	
			fcv=	24,43	MPa
Región fisurada			σ'cd=	2,902	MPa
Vu2=	67,0	KN	αl=	0,222	mm
Región no fisurada					

CCCM

σcp=	2,902	MPa	x=	146,37	mm
s=	343	mm	x/d=	0,623	mm
			x0=	74,58	mm
αe=	6,95	MPa	x0/d=	0,317	mm
ρl=	0,011		bveff=	136,00	mm
Vcu=	53,37	KN	ξ=	1,061	
Vcumin=	28,38	KN	Kc=	0,317	
Región fisurada					

ADHERENCIA-MODEL CODE 2010

lbp=	451	mm	fpbd=	3,03	MPa
				np1= 1,2	
				np2= 1	
			fptd=	455,77	MPa

lbpt= 225 mm

σ_{pi} = 455,77 MPa

α_{p1} = 1

α_{p2} = 1

α_{p3} = 0,5

L disponible= 393 mm

L necesaria= 451 mm

L disp < L neces, fallo por adherencia en zona fisurada por interacción cortante-adherencia

resguardo= 50 mm

l disponible= 393 mm

l necesaria= 451 mm

si l necesaria > l disponible ==> hay fallo por adherencia

P1= 89806,2 N = 89,8 KN

l disponible = 379 mm

l necesaria= 393 mm

P2= 86643,5 N = 86,6 KN

l disponible = 376 mm

l necesaria= 379 mm

P3= 85887,1 N = 85,9 KN

l disponible = 375 mm

l necesaria= 376 mm

P4= 85706,6 N = 85,7 KN

l disponible = 375 mm

l necesaria= 375 mm

P reducido= 85,7 KN

AUTOR:	Cederwall
ID:	734-41



DATOS

fcm=	19,42	<i>Mpa</i>	Ac=	33012	<i>mm2</i>
fctm=	2,17	<i>MPa</i>	d=	236	<i>mm</i>
nº cordones=	2		bw=	126	<i>mm</i>
φ=	12	<i>mm</i>	α=	90	<i>º</i>
Ap=	226	<i>mm2</i>	h=	262	<i>mm</i>
Ep=	200000	<i>MPa</i>	hf=	262	<i>mm</i>
Ec=	26848,68	<i>MPa</i>	bv=	126	<i>mm</i>
Pinicial=	51,99	<i>KN</i>	a=	600	<i>mm</i>
resguardo=	50	<i>mm</i>	Ic=	188839644	<i>mm4</i>
			S=	1081143	<i>mm3</i>

EHE-08

Vu1=	294,7	<i>KN</i>	k=	1,059	
			σ'cd=	1,575	<i>MPa</i>
			f1cd=	19,42	<i>MPa</i>
			b0	126	<i>mm</i>
			α=	90	<i>º</i>
			θ=	1,314	<i>rad</i>
Vu2=	35,9	<i>KN</i>	ξ=	1,921	
Vu2min=	33,2	<i>KN</i>	ρl=	0,011	
	Región		fcv=	19,42	<i>MPa</i>
	fisurada		σ'cd=	1,575	<i>MPa</i>
Vu2=	53,9	<i>KN</i>	αl=	0,377	<i>mm</i>
	Región				
	no fisurada				

CCCM

σcp=	1,575	<i>MPa</i>	x=	134,68	<i>mm</i>
s=	305	<i>mm</i>	x/d=	0,571	<i>mm</i>
αe=	7,45	<i>MPa</i>	x0=	79,26	<i>mm</i>
ρl=	0,011		x0/d=	0,336	<i>mm</i>
			bveff=	126,00	<i>mm</i>
Vcu=	41,35	<i>KN</i>	ξ=	1,124	
Vcumin=	24,83	<i>KN</i>	Kc=	0,336	
	Región				
	fisurada				

ADHERENCIA-MODEL CODE 2010

lbp=	265	<i>mm</i>	fpbd=	2,60	<i>MPa</i>
				np1= 1,2	
				np2= 1	
			fptd=	230,06	<i>MPa</i>

lbpt= 133 mm

σ_{pi} = 230,06 MPa

α_{p1} = 1

α_{p2} = 1

α_{p3} = 0,5

L disponible= 355 mm

L necesaria= 265 mm

L disp > L neces, fallo por cortante en zona fisurada

AUTOR:	Cederwall
ID:	734-42



DATOS

fcm=	36,30	<i>Mpa</i>	Ac=	35360	<i>mm2</i>
fctm=	3,29	<i>MPa</i>	d=	234	<i>mm</i>
nº cordones=	2		bw=	136	<i>mm</i>
φ=	12	<i>mm</i>	α=	90	<i>º</i>
Ap=	226	<i>mm2</i>	h=	260	<i>mm</i>
Ep=	200000	<i>MPa</i>	hf=	260	<i>mm</i>
Ec=	32387,98	<i>MPa</i>	bv=	136	<i>mm</i>
Pinicial=	103,01	<i>KN</i>	a=	600	<i>mm</i>
resguardo=	50	<i>mm</i>	Ic=	199194667	<i>mm4</i>
			S=	1149200	<i>mm3</i>

EHE-08

Vu1=	609,4	<i>KN</i>	k=	1,109	
			σ'cd=	2,913	<i>MPa</i>
			f1cd=	36,30	<i>MPa</i>
			b0	136	<i>mm</i>
			α=	90	<i>º</i>
			θ=	1,373	<i>rad</i>
Vu2=	51,2	<i>KN</i>	ξ=	1,925	
Vu2min=	52,3	<i>KN</i>	ρl=	0,011	
	Región		fcv=	36,30	<i>MPa</i>
	fisurada		σ'cd=	2,913	<i>MPa</i>
Vu2=	86,9	<i>KN</i>	αl=	0,289	<i>mm</i>
	Región				
	no fisurada				

CCCM

σcp=	2,913	<i>MPa</i>	x=	134,83	<i>mm</i>
s=	317	<i>mm</i>	x/d=	0,576	<i>mm</i>
αe=	6,18	<i>MPa</i>	x0=	70,87	<i>mm</i>
ρl=	0,011		x0/d=	0,303	<i>mm</i>
Vcu=	67,82	<i>KN</i>	bveff=	136,00	<i>mm</i>
Vcumin=	37,16	<i>KN</i>	ξ=	1,125	
	Región		Kc=	0,303	
	fisurada				

ADHERENCIA-MODEL CODE 2010

lbp=	346	<i>mm</i>	fpbd=	3,95	<i>MPa</i>
				np1= 1,2	
				np2= 1	
			fptd=	455,77	<i>MPa</i>

lbpt= 173 mm

σ_{pi} = 455,77 MPa

α_{p1} = 1

α_{p2} = 1

α_{p3} = 0,5

L disponible= 367 mm

L necesaria= 346 mm

L disp > L neces, fallo por cortante en zona fisurada

AUTOR:	Cederwall
ID:	824-1A



DATOS

fcm=	23,15	MPa	Ac=	34060	mm ²
fctm=	2,44	MPa	d=	236	mm
nº cordones=	2		bw=	130	mm
φ=	12	mm	α=	90	º
Ap=	226	mm ²	h=	262	mm
Ep=	200000	MPa	hf=	262	mm
Ec=	28300,69	MPa	bv=	130	mm
Pinicial=	82,40	KN	a=	600	mm
resguardo=	50	mm	Ic=	194834553	mm ⁴
			S=	1115465	mm ³

EHE-08

Vu1=	365,3	KN	k=	1,090	
			σ'cd=	2,419	MPa
			f1cd=	23,15	MPa
			b0	130	mm
			α=	90	º
			θ=	1,412	rad
Vu2=	45,5	KN	ξ=	1,921	
Vu2min=	40,6	KN	ρl=	0,015	
	Región		fcv=	23,15	MPa
	fisurada		σ'cd=	2,419	MPa
Vu2=	62,3	KN	αl=	0,268	mm
	Región				
	no fisurada				

CCCM

σcp=	2,419	MPa	x=	149,11	mm
s=	330	mm	x/d=	0,632	mm
			x0=	85,89	mm
αe=	7,07	MPa	x0/d=	0,364	mm
ρl=	0,015		bveff=	130,00	mm
Vcu=	53,10	KN	ξ=	1,124	
Vcumin=	30,77	KN	Kc=	0,364	
	Región				
	fisurada				

ADHERENCIA-MODEL CODE 2010

lbp=	374	mm	fpbd=	2,92	MPa
				np1= 1,2	
				np2= 1	
			fptd=	364,62	MPa

lbpt= 187 mm

σ_{pi} = 364,62 MPa

α_{p1} = 1

α_{p2} = 1

α_{p3} = 0,5

L disponible= 380 mm

L necesaria= 374 mm

L disp > L neces, fallo por cortante en zona fisurada

AUTOR:	Cederwall
ID:	824-2A



DATOS

fcm=	51,01	<i>Mpa</i>	Ac=	35757	<i>mm2</i>
fctm=	4,13	<i>MPa</i>	d=	235	<i>mm</i>
nº cordones=	2		bw=	137	<i>mm</i>
φ=	12	<i>mm</i>	α=	90	<i>º</i>
Ap=	226	<i>mm2</i>	h=	261	<i>mm</i>
Ep=	200000	<i>MPa</i>	hf=	261	<i>mm</i>
Ec=	35869,42	<i>MPa</i>	bv=	137	<i>mm</i>
Pinicial=	113,80	<i>KN</i>	a=	600	<i>mm</i>
resguardo=	50	<i>mm</i>	Ic=	202983550	<i>mm4</i>
			S=	1166572	<i>mm3</i>

EHE-08

Vu1=	882,4	<i>KN</i>	k=	1,119	
			σ'cd=	3,182	<i>MPa</i>
			f1cd=	51,01	<i>MPa</i>
			b0	137	<i>mm</i>
			α=	90	<i>º</i>
			θ=	1,331	<i>rad</i>
Vu2=	61,6	<i>KN</i>	ξ=	1,923	
Vu2min=	61,3	<i>KN</i>	ρl=	0,014	
	Región		fcv=	51,01	<i>MPa</i>
	fisurada		σ'cd=	3,182	<i>MPa</i>
Vu2=	110,1	<i>KN</i>	αl=	0,328	<i>mm</i>
	Región				
	no fisurada				

CCCM

σcp=	3,182	<i>MPa</i>	x=	134,29	<i>mm</i>
s=	307	<i>mm</i>	x/d=	0,571	<i>mm</i>
αe=	5,58	<i>MPa</i>	x0=	76,39	<i>mm</i>
ρl=	0,014		x0/d=	0,325	<i>mm</i>
			bveff=	137,00	<i>mm</i>
Vcu=	85,35	<i>KN</i>	ξ=	1,124	
Vcumin=	49,88	<i>KN</i>	Kc=	0,325	
	Región				
	fisurada				

ADHERENCIA-MODEL CODE 2010

lbp=	305	<i>mm</i>	fpbd=	4,95	<i>MPa</i>
				np1= 1,2	
				np2= 1	
			fptd=	503,52	<i>MPa</i>

lbpt= 152 mm

σ_{pi} = 503,52 MPa

α_{p1} = 1

α_{p2} = 1

α_{p3} = 0,5

L disponible= 357 mm

L necesaria= 305 mm

L disp > L neces, fallo por cortante en zona fisurada

AUTOR:	Cederwall
ID:	803-1



DATOS

fcm=	30,71	MPa	Ac=	33800	mm ²
fctm=	2,94	MPa	d=	234	mm
nº cordones=	2		bw=	130	mm
φ=	12	mm	α=	90	º
Ap=	226	mm ²	h=	260	mm
Ep=	200000	MPa	hf=	260	mm
Ec=	30802,55	MPa	bv=	130	mm
Pinicial=	92,21	KN	a=	600	mm
resguardo=	50	mm	Ic=	190406667	mm ⁴
			S=	1098500	mm ³

EHE-08

Vu1=	488,1	KN	k=	1,102	
			σ'cd=	2,728	MPa
			f1cd=	30,71	MPa
			b0	130	mm
			α=	90	º
			θ=	1,388	rad
Vu2=	46,7	KN	ξ=	1,925	
Vu2min=	46,2	KN	ρl=	0,011	
	Región		fcv=	30,71	MPa
	fisurada		σ'cd=	2,728	MPa
Vu2=	74,6	KN	αl=	0,289	mm
	Región				
	no fisurada				

CCCM

σcp=	2,728	MPa	x=	138,23	mm
s=	321	mm	x/d=	0,591	mm
			x0=	73,68	mm
αe=	6,49	MPa	x0/d=	0,315	mm
ρl=	0,011		bveff=	130,00	mm
Vcu=	59,45	KN	ξ=	1,125	
Vcumin=	32,78	KN	Kc=	0,315	
	Región				
	fisurada				

ADHERENCIA-MODEL CODE 2010

lbp=	346	mm	fpbd=	3,53	MPa
				np1= 1,2	
				np2= 1	
			fptd=	408,03	MPa

lbpt= 173 mm

σ_{pi} = 408,03 MPa

α_{p1} = 1

α_{p2} = 1

α_{p3} = 0,5

L disponible= 371 mm

L necesaria= 346 mm

L disp > L neces, fallo por cortante en zona fisurada

AUTOR:	Cederwall
ID:	803-2



DATOS

fcm=	35,81	<i>Mpa</i>	Ac=	33800	<i>mm2</i>
fctm=	3,26	<i>MPa</i>	d=	234	<i>mm</i>
nº cordones=	2		bw=	130	<i>mm</i>
φ=	12	<i>mm</i>	α=	90	<i>º</i>
Ap=	226	<i>mm2</i>	h=	260	<i>mm</i>
Ep=	200000	<i>MPa</i>	hf=	260	<i>mm</i>
Ec=	32256,05	<i>MPa</i>	bv=	130	<i>mm</i>
Pinicial=	103,01	<i>KN</i>	a=	600	<i>mm</i>
resguardo=	50	<i>mm</i>	Ic=	190406667	<i>mm4</i>
			S=	1098500	<i>mm3</i>

EHE-08

Vu1=	574,9	<i>KN</i>	k=	1,114	
			σ'cd=	3,047	<i>MPa</i>
			f1cd=	35,81	<i>MPa</i>
			b0	130	<i>mm</i>
			α=	90	<i>º</i>
			θ=	1,391	<i>rad</i>
Vu2=	49,9	<i>KN</i>	ξ=	1,925	
Vu2min=	50,4	<i>KN</i>	ρl=	0,011	
	Región		fcv=	35,81	<i>MPa</i>
	fisurada		σ'cd=	3,047	<i>MPa</i>
Vu2=	82,7	<i>KN</i>	αl=	0,286	<i>mm</i>
	Región				
	no fisurada				

CCCM

σcp=	3,047	<i>MPa</i>	x=	137,61	<i>mm</i>
s=	322	<i>mm</i>	x/d=	0,588	<i>mm</i>
αe=	6,20	<i>MPa</i>	x0=	72,31	<i>mm</i>
ρl=	0,011		x0/d=	0,309	<i>mm</i>
			bveff=	130,00	<i>mm</i>
Vcu=	65,57	<i>KN</i>	ξ=	1,125	
Vcumin=	35,77	<i>KN</i>	Kc=	0,309	
	Región				
	fisurada				

ADHERENCIA-MODEL CODE 2010

lbp=	349	<i>mm</i>	fpbd=	3,91	<i>MPa</i>
				np1= 1,2	
				np2= 1	
			fptd=	455,77	<i>MPa</i>

lbpt= 175 mm

σ_{pi} = 455,77 MPa

α_{p1} = 1

α_{p2} = 1

α_{p3} = 0,5

L disponible= 372 mm

L necesaria= 349 mm

L disp > L neces, fallo por cortante en zona fisurada

AUTOR:	Cederwall
ID:	842-2



DATOS

fcm=	35,51	<i>Mpa</i>	Ac=	31910	<i>mm2</i>
fctm=	3,24	<i>MPa</i>	d=	237	<i>mm</i>
nº cordones=	2		bw=	131	<i>mm</i>
φ=	12	<i>mm</i>	α=	90	<i>º</i>
Ap=	226	<i>mm2</i>	h=	261	<i>mm</i>
Ep=	200000	<i>MPa</i>	hf=	261	<i>mm</i>
Ec=	32176,29	<i>MPa</i>	bv=	131	<i>mm</i>
Pinicial=	119,68	<i>KN</i>	a=	600	<i>mm</i>
resguardo=	25	<i>mm</i>	Ic=	194093759	<i>mm4</i>
			S=	1115481	<i>mm3</i>

EHE-08

Vu1=	584,7	<i>KN</i>	k=	1,140	
			σ'cd=	3,751	<i>MPa</i>
			f1cd=	35,51	<i>Mpa</i>
			b0	131	<i>mm</i>
			α=	90	<i>º</i>
			θ=	1,469	<i>rad</i>
Vu2=	57,4	<i>KN</i>	ξ=	1,919	
Vu2min=	54,3	<i>KN</i>	ρl=	0,015	
	Región		fcv=	35,51	<i>MPa</i>
	fisurada		σ'cd=	3,751	<i>MPa</i>
Vu2=	78,9	<i>KN</i>	αl=	0,123	<i>mm</i>
	Región				
	no fisurada				

CCCM

σcp=	3,751	<i>MPa</i>	x=	151,53	<i>mm</i>
s=	347	<i>mm</i>	x/d=	0,639	<i>mm</i>
αe=	6,22	<i>MPa</i>	x0=	81,63	<i>mm</i>
ρl=	0,015		x0/d=	0,344	<i>mm</i>
Vcu=	72,29	<i>KN</i>	bveff=	131,00	<i>mm</i>
Vcumin=	39,53	<i>KN</i>	ξ=	1,124	
	Región		Kc=	0,344	
	fisurada				

ADHERENCIA-MODEL CODE 2010

lbp=	408	<i>mm</i>	fpbd=	3,89	<i>MPa</i>
				np1= 1,2	
				np2= 1	
			fptd=	529,57	<i>MPa</i>

lbpt= 204 mm

σ_{pi} = 529,57 MPa

α_{p1} = 1

α_{p2} = 1

α_{p3} = 0,5

L disponible= 372 mm

L necesaria= 408 mm

L disp < L neces, fallo por adherencia en zona fisurada por interacción cortante-adherencia

resguardo= 25 mm

l disponible= 372 mm

l necesaria= 408 mm

si l necesaria > l disponible ==> hay fallo por adherencia

P1= 109004 N = 109,00 KN

l disponible = 362 mm

l necesaria= 372 mm

P2= 106135 N = 106,14 KN

l disponible = 359 mm

l necesaria= 362 mm

P3= 105387 N = 105,39 KN

l disponible = 359 mm

l necesaria= 359 mm

P4= 105153 N = 105,15 KN

l disponible = 358 mm

l necesaria= 359 mm

P reducido= 105,2 KN

AUTOR:	Cederwall
ID:	842-3



DATOS

fcm=	37,08	<i>Mpa</i>	Ac=	34060	<i>mm2</i>
fctm=	3,34	<i>MPa</i>	d=	235	<i>mm</i>
nº cordones=	2		bw=	131	<i>mm</i>
φ=	12	<i>mm</i>	α=	90	<i>º</i>
Ap=	226	<i>mm2</i>	h=	260	<i>mm</i>
Ep=	200000	<i>MPa</i>	hf=	260	<i>mm</i>
Ec=	32596,50	<i>MPa</i>	bv=	131	<i>mm</i>
Pinicial=	119,68	<i>KN</i>	a=	600	<i>mm</i>
resguardo=	50	<i>mm</i>	Ic=	191871333	<i>mm4</i>
			S=	1106950	<i>mm3</i>

EHE-08

Vu1=	606,0	<i>KN</i>	k=	1,131	
			σ'cd=	3,514	<i>MPa</i>
			f1cd=	37,08	<i>MPa</i>
			b0	131	<i>mm</i>
			α=	90	<i>º</i>
			θ=	1,433	<i>rad</i>
Vu2=	56,6	<i>KN</i>	ξ=	1,923	
Vu2min=	53,7	<i>KN</i>	ρl=	0,015	
	Región		fcv=	37,08	<i>MPa</i>
	fisurada		σ'cd=	3,514	<i>MPa</i>
Vu2=	85,2	<i>KN</i>	αl=	0,252	<i>mm</i>
	Región				
	no fisurada				

CCCM

σcp=	3,514	<i>MPa</i>	x=	147,27	<i>mm</i>
s=	334	<i>mm</i>	x/d=	0,627	<i>mm</i>
αe=	6,14	<i>MPa</i>	x0=	80,80	<i>mm</i>
ρl=	0,015		x0/d=	0,344	<i>mm</i>
Vcu=	72,36	<i>KN</i>	bveff=	131,00	<i>mm</i>
Vcumin=	40,37	<i>KN</i>	ξ=	1,124	
	Región		Kc=	0,344	
	fisurada				

ADHERENCIA-MODEL CODE 2010

lbp=	397	<i>mm</i>	fpbd=	4,00	<i>MPa</i>
				np1= 1,2	
				np2= 1	
			fptd=	529,57	<i>MPa</i>

lbpt= 198 mm

σ_{pi} = 529,57 MPa

α_{p1} = 1

α_{p2} = 1

α_{p3} = 0,5

L disponible= 384 mm

L necesaria= 397 mm

L disp < L neces, fallo por adherencia en zona fisurada por interacción cortante-adherencia

resguardo= 50 mm

l disponible= 384 mm

l necesaria= 397 mm

si l necesaria > l disponible ==> hay fallo por adherencia

P1= 115909 N = 115,91 KN

l disponible = 381 mm

l necesaria= 384 mm

P2= 114973 N = 114,97 KN

l disponible = 380 mm

l necesaria= 381 mm

P3= 114735 N = 114,73 KN

l disponible = 380 mm

l necesaria= 380 mm

P4= 114674 N = 114,67 KN

l disponible = 380 mm

l necesaria= 380 mm

P reducido= 114,7 KN

AUTOR:	Cederwall
ID:	842-4



DATOS

fcm=	41,79	<i>Mpa</i>	Ac=	33670	<i>mm2</i>
fctm=	3,61	<i>MPa</i>	d=	235	<i>mm</i>
nº cordones=	2		bw=	130	<i>mm</i>
φ=	12	<i>mm</i>	α=	90	<i>º</i>
Ap=	226	<i>mm2</i>	h=	259	<i>mm</i>
Ep=	200000	<i>MPa</i>	hf=	259	<i>mm</i>
Ec=	33786,74	<i>MPa</i>	bv=	130	<i>mm</i>
Pinicial=	121,64	<i>KN</i>	a=	600	<i>mm</i>
resguardo=	25	<i>mm</i>	Ic=	188218106	<i>mm4</i>
			S=	1090066	<i>mm3</i>

EHE-08

Vu1=	683,0	<i>KN</i>	k=	1,135	
			σ'cd=	3,613	<i>MPa</i>
			f1cd=	41,79	<i>MPa</i>
			b0	130	<i>mm</i>
			α=	90	<i>º</i>
			θ=	1,414	<i>rad</i>
Vu2=	58,4	<i>KN</i>	ξ=	1,923	
Vu2min=	56,0	<i>KN</i>	ρl=	0,015	
	Región		fcv=	41,79	<i>MPa</i>
	fisurada		σ'cd=	3,613	<i>MPa</i>
Vu2=	86,4	<i>KN</i>	αl=	0,134	<i>mm</i>
	Región				
	no fisurada				

CCCM

σcp=	3,613	<i>MPa</i>	x=	144,90	<i>mm</i>
s=	329	<i>mm</i>	x/d=	0,617	<i>mm</i>
αe=	5,92	<i>MPa</i>	x0=	79,90	<i>mm</i>
ρl=	0,015		x0/d=	0,340	<i>mm</i>
Vcu=	76,51	<i>KN</i>	bveff=	130,00	<i>mm</i>
Vcumin=	42,99	<i>KN</i>	ξ=	1,124	
	Región		Kc=	0,340	
	fisurada				

ADHERENCIA-MODEL CODE 2010

lbp=	372	<i>mm</i>	fpbd=	4,34	<i>MPa</i>
				np1= 1,2	
				np2= 1	
			fptd=	538,25	<i>MPa</i>

lbpt= 186 mm

σ_{pi} = 538,25 MPa

α_{p1} = 1

α_{p2} = 1

α_{p3} = 0,5

L disponible= 354 mm

L necesaria= 372 mm

L disp < L neces, fallo por adherencia en zona fisurada por interacción cortante-adherencia

resguardo= 25 mm

l disponible= 354 mm

l necesaria= 372 mm

si l necesaria > l disponible ==> hay fallo por adherencia

P1= 115714 N = 116 KN

l disponible = 349 mm

l necesaria= 354 mm

P2= 114227 N = 114 KN

l disponible = 348 mm

l necesaria= 349 mm

P3= 113861 N = 114 KN

l disponible = 348 mm

l necesaria= 348 mm

P4= 113720 N = 114 KN

l disponible = 348 mm

l necesaria= 348 mm

P reducido= 113,7 KN

AUTOR:	Cederwall
ID:	842-5



DATOS

fcm=	35,81	<i>Mpa</i>	Ac=	33800	<i>mm²</i>
fctm=	3,26	<i>MPa</i>	d=	236	<i>mm</i>
nº cordones=	2		bw=	130	<i>mm</i>
φ=	12	<i>mm</i>	α=	90	<i>º</i>
Ap=	226	<i>mm²</i>	h=	260	<i>mm</i>
Ep=	200000	<i>MPa</i>	hf=	260	<i>mm</i>
Ec=	32256,05	<i>MPa</i>	bv=	130	<i>mm</i>
Pinicial=	124,59	<i>KN</i>	a=	600	<i>mm</i>
resguardo=	50	<i>mm</i>	Ic=	190406667	<i>mm⁴</i>
			S=	1098500	<i>mm³</i>

EHE-08

Vu1=	582,6	<i>KN</i>	k=	1,138	
			σ'cd=	3,686	<i>MPa</i>
			f1cd=	35,81	<i>MPa</i>
			b0	130	<i>mm</i>
			α=	90	<i>º</i>
			θ=	1,460	<i>rad</i>
Vu2=	56,7	<i>KN</i>	ξ=	1,921	
Vu2min=	53,6	<i>KN</i>	ρl=	0,015	
	Región		fcv=	35,81	<i>MPa</i>
	fisurada		σ'cd=	3,686	<i>MPa</i>
Vu2=	82,7	<i>KN</i>	αl=	0,237	<i>mm</i>
	Región				
	no fisurada				

CCCM

σcp=	3,686	<i>MPa</i>	x=	150,35	<i>mm</i>
s=	343	<i>mm</i>	x/d=	0,637	<i>mm</i>
αe=	6,20	<i>MPa</i>	x0=	81,59	<i>mm</i>
ρl=	0,015		x0/d=	0,346	<i>mm</i>
			bveff=	130,00	<i>mm</i>
Vcu=	71,60	<i>KN</i>	ξ=	1,124	
Vcumin=	39,44	<i>KN</i>	Kc=	0,346	
	Región				
	fisurada				

ADHERENCIA-MODEL CODE 2010

lbp=	423	<i>mm</i>	fpbd=	3,91	<i>MPa</i>
				np1= 1,2	
				np2= 1	
			fptd=	551,27	<i>MPa</i>

lbpt= 211 mm

σ_{pi} = 551,27 MPa

α_{p1} = 1

α_{p2} = 1

α_{p3} = 0,5

L disponible= 393 mm

L necesaria= 423 mm

L disp < L neces, fallo por adherencia en zona fisurada por interacción cortante-adherencia

resguardo= 50 mm

l disponible= 393 mm

l necesaria= 423 mm

si l necesaria > l disponible ==> hay fallo por adherencia

P1= 115817 N = 116 KN

l disponible = 385 mm

l necesaria= 393 mm

P2= 113614 N = 114 KN

l disponible = 383 mm

l necesaria= 385 mm

P3= 113054 N = 113 KN

l disponible = 383 mm

l necesaria= 383 mm

P4= 112907 N = 113 KN

l disponible = 383 mm

l necesaria= 383 mm

P reducido= 112,9 KN

AUTOR:	Arthur
ID:	B1



DATOS

fcm=	55,16	<i>Mpa</i>	Ac=	25806	<i>mm2</i>
fctm=	4,35	<i>MPa</i>	d=	272	<i>mm</i>
nº cordones=	9		bw=	51	<i>mm</i>
φ=	5	<i>mm</i>	α=	90	<i>º</i>
Ap=	182	<i>mm2</i>	h=	305	<i>mm</i>
Ep=	200000	<i>MPa</i>	hf=	51	<i>mm</i>
Ec=	36720,17	<i>MPa</i>	bv=	152	<i>mm</i>
Pinicial=	150,35	<i>KN</i>	a=	914	<i>mm</i>
resguardo=	152	<i>mm</i>	Ic=	288587122	<i>mm4</i>
			S=	1245417	<i>mm3</i>

EHE-08

Vu1=	426,3	<i>KN</i>	k=	1,217	
			σ'cd=	5,826	<i>MPa</i>
			f1cd=	55,16	<i>MPa</i>
			b0	51	<i>mm</i>
			α=	90	<i>º</i>
			θ=	1,530	<i>rad</i>
Vu2=	31,4	<i>KN</i>	ξ=	1,858	
Vu2min=	31,7	<i>KN</i>	ρl=	0,013	
	Región		fcv=	55,16	<i>MPa</i>
	fisurada		σ'cd=	5,826	<i>MPa</i>
Vu2=	89,5	<i>KN</i>	αl=	1,519	<i>mm</i>
	Región				
	no fisurada				

CCCM

σcp=	5,826	<i>MPa</i>	x=	174,92	<i>mm</i>
s=	417	<i>mm</i>	x/d=	0,644	<i>mm</i>
αe=	5,45	<i>MPa</i>	x0=	85,17	<i>mm</i>
ρl=	0,013		x0/d=	0,313	<i>mm</i>
Vcu=	51,95	<i>KN</i>	bveff=	66,87	<i>mm</i>
Vcumin=	19,77	<i>KN</i>	ξ=	1,022	
	Región		Kc=	0,313	
	fisurada				

ADHERENCIA-MODEL CODE 2010

lbp=	201	<i>mm</i>	fpbd=	5,22	<i>MPa</i>
				np1= 1,2	
				np2= 1	
			fptd=	826,09	<i>MPa</i>

lbpt= 100 mm

σ_{pi} = 826,09 MPa

α_{p1} = 1

α_{p2} = 1

α_{p3} = 0,5

L disponible= 570 mm

L necesaria= 201 mm

L disp > L neces, fallo por cortante en zona fisurada

AUTOR:	Arthur
ID:	B2



DATOS

fcm=	51,02	<i>Mpa</i>	Ac=	25806	<i>mm2</i>
fctm=	4,13	<i>MPa</i>	d=	272	<i>mm</i>
nº cordones=	9		bw=	51	<i>mm</i>
φ=	5	<i>mm</i>	α=	90	<i>º</i>
Ap=	182	<i>mm2</i>	h=	305	<i>mm</i>
Ep=	200000	<i>MPa</i>	hf=	51	<i>mm</i>
Ec=	35871,31	<i>MPa</i>	bv=	152	<i>mm</i>
Pinicial=	145,90	<i>KN</i>	a=	914	<i>mm</i>
resguardo=	152	<i>mm</i>	Ic=	288587122	<i>mm4</i>
			S=	1245417	<i>mm3</i>

EHE-08

Vu1=	391,2	<i>KN</i>	k=	1,211	
			σ'cd=	5,654	<i>MPa</i>
			f1cd=	51,02	<i>MPa</i>
			b0	51	<i>mm</i>
			α=	90	<i>º</i>
			θ=	1,539	<i>rad</i>
Vu2=	30,6	<i>KN</i>	ξ=	1,858	
Vu2min=	30,6	<i>KN</i>	ρl=	0,013	
	Región		fcv=	51,02	<i>MPa</i>
	fisurada		σ'cd=	5,654	<i>MPa</i>
Vu2=	85,0	<i>KN</i>	αl=	1,486	<i>mm</i>
	Región				
	no fisurada				

CCCM

σcp=	5,654	<i>MPa</i>	x=	176,24	<i>mm</i>
s=	421	<i>mm</i>	x/d=	0,648	<i>mm</i>
αe=	5,58	<i>MPa</i>	x0=	85,99	<i>mm</i>
ρl=	0,013		x0/d=	0,316	<i>mm</i>
Vcu=	49,55	<i>KN</i>	bveff=	66,69	<i>mm</i>
Vcumin=	18,92	<i>KN</i>	ξ=	1,022	
	Región		Kc=	0,316	
	fisurada				

ADHERENCIA-MODEL CODE 2010

lbp=	205	<i>mm</i>	fpbd=	4,95	<i>MPa</i>
				np1= 1,2	
				np2= 1	
			fptd=	801,65	<i>MPa</i>

lbpt= 103 mm

σ_{pi} = 801,65 MPa

α_{p1} = 1

α_{p2} = 1

α_{p3} = 0,5

L disponible= 573 mm

L necesaria= 205 mm

L disp > L neces, fallo por cortante en zona fisurada

AUTOR:	Arthur
ID:	B3



DATOS

fcm=	56,54	<i>Mpa</i>	Ac=	25806	<i>mm2</i>
fctm=	4,42	<i>MPa</i>	d=	272	<i>mm</i>
nº cordones=	9		bw=	51	<i>mm</i>
φ=	5	<i>mm</i>	α=	90	<i>º</i>
Ap=	182	<i>mm2</i>	h=	305	<i>mm</i>
Ep=	200000	<i>MPa</i>	hf=	51	<i>mm</i>
Ec=	36993,20	<i>MPa</i>	bv=	152	<i>mm</i>
Pinicial=	143,23	<i>KN</i>	a=	686	<i>mm</i>
resguardo=	152	<i>mm</i>	Ic=	288587122	<i>mm4</i>
			S=	1245417	<i>mm3</i>

EHE-08

Vu1=	436,4	<i>KN</i>	k=	1,207	
			σ'cd=	5,550	<i>MPa</i>
			f1cd=	56,54	<i>MPa</i>
			b0	51	<i>mm</i>
			α=	90	<i>º</i>
			θ=	1,502	<i>rad</i>
Vu2=	31,0	<i>KN</i>	ξ=	1,858	
Vu2min=	31,3	<i>KN</i>	ρl=	0,013	
	Región		fcv=	56,54	<i>MPa</i>
	fisurada		σ'cd=	5,550	<i>MPa</i>
Vu2=	91,0	<i>KN</i>	αl=	1,621	<i>mm</i>
	Región				
	no fisurada				

CCCM

σcp=	5,550	<i>MPa</i>	x=	172,26	<i>mm</i>
s=	408	<i>mm</i>	x/d=	0,634	<i>mm</i>
αe=	5,41	<i>MPa</i>	x0=	84,91	<i>mm</i>
ρl=	0,013		x0/d=	0,312	<i>mm</i>
Vcu=	55,39	<i>KN</i>	bveff=	67,24	<i>mm</i>
Vcumin=	21,01	<i>KN</i>	ξ=	1,082	
	Región		Kc=	0,312	
	fisurada				

ADHERENCIA-MODEL CODE 2010

lbp=	188	<i>mm</i>	fpbd=	5,30	<i>MPa</i>
				np1= 1,2	
				np2= 1	
			fptd=	786,99	<i>MPa</i>

lbpt= 94 *mm*

σ_{pi} = 786,99 *MPa*

α_{p1} = 1

α_{p2} = 1

α_{p3} = 0,5

L disponible= 561 *mm*

L necesaria= 188 *mm*

L disp > L neces, fallo por cortante en zona fisurada

AUTOR:	Arthur
ID:	B5



DATOS

fcm=	62,05	MPa	Ac=	25806	mm ²
fctm=	4,70	MPa	d=	272	mm
nº cordones=	9		bw=	51	mm
φ=	5	mm	α=	90	º
Ap=	182	mm ²	h=	305	mm
Ep=	200000	MPa	hf=	51	mm
Ec=	38040,87	MPa	bv=	152	mm
Pinicial=	160,14	KN	a=	686	mm
resguardo=	152	mm	Ic=	288587122	mm ⁴
			S=	1245417	mm ³

EHE-08

Vu1=	486,0	KN	k=	1,232	
			σ'cd=	6,205	MPa
			f1cd=	62,05	MPa
			b0	51	mm
			α=	90	º
			θ=	1,523	rad
Vu2=	33,0	KN	ξ=	1,858	
Vu2min=	33,6	KN	ρl=	0,013	
	Región		fcv=	62,05	MPa
	fisurada		σ'cd=	6,205	MPa
Vu2=	96,8	KN	αl=	1,543	mm
	Región				
	no fisurada				

CCCM

σcp=	6,205	MPa	x=	173,60	mm
s=	415	mm	x/d=	0,639	mm
			x0=	83,95	mm
αe=	5,26	MPa	x0/d=	0,309	mm
ρl=	0,013		bveff=	67,05	mm
Vcu=	59,23	KN	ξ=	1,082	
Vcumin=	22,15	KN	Kc=	0,309	
	Región				
	fisurada				

ADHERENCIA-MODEL CODE 2010

lbp=	198	mm	fpbd=	5,64	MPa
				np1= 1,2	
				np2= 1	
			fptd=	879,86	MPa

lbpt= 99 *mm*

σ_{pi} = 879,86 *MPa*

α_{p1} = 1

α_{p2} = 1

α_{p3} = 0,5

L disponible= 568 *mm*

L necesaria= 198 *mm*

L disp > L neces, fallo por cortante en zona fisurada

AUTOR:	Arthur
ID:	B8



DATOS

fcm=	62,05	<i>Mpa</i>	Ac=	25806	<i>mm2</i>
fctm=	4,70	<i>MPa</i>	d=	272	<i>mm</i>
nº cordones=	9		bw=	51	<i>mm</i>
φ=	5	<i>mm</i>	α=	90	<i>º</i>
Ap=	182	<i>mm2</i>	h=	305	<i>mm</i>
Ep=	200000	<i>MPa</i>	hf=	51	<i>mm</i>
Ec=	38040,87	<i>MPa</i>	bv=	152	<i>mm</i>
Pinicial=	145,90	<i>KN</i>	a=	686	<i>mm</i>
resguardo=	152	<i>mm</i>	Ic=	288587122	<i>mm4</i>
			S=	1245417	<i>mm3</i>

EHE-08

Vu1=	482,7	<i>KN</i>	k=	1,211	
			σ'cd=	5,654	<i>MPa</i>
			f1cd=	62,05	<i>MPa</i>
			b0	51	<i>mm</i>
			α=	90	<i>º</i>
			θ=	1,484	<i>rad</i>
Vu2=	31,8	<i>KN</i>	ξ=	1,858	
Vu2min=	32,5	<i>KN</i>	ρl=	0,013	
	Región		fcv=	62,05	<i>MPa</i>
	fisurada		σ'cd=	5,654	<i>MPa</i>
Vu2=	96,8	<i>KN</i>	αl=	1,693	<i>mm</i>
	Región				
	no fisurada				

CCCM

σcp=	5,654	<i>MPa</i>	x=	169,98	<i>mm</i>
s=	402	<i>mm</i>	x/d=	0,625	<i>mm</i>
αe=	5,26	<i>MPa</i>	x0=	83,95	<i>mm</i>
ρl=	0,013		x0/d=	0,309	<i>mm</i>
Vcu=	58,44	<i>KN</i>	bveff=	67,57	<i>mm</i>
Vcumin=	22,15	<i>KN</i>	ξ=	1,082	
	Región		Kc=	0,309	
	fisurada				

ADHERENCIA-MODEL CODE 2010

lbp=	180	<i>mm</i>	fpbd=	5,64	<i>MPa</i>
				np1= 1,2	
				np2= 1	
			fptd=	801,65	<i>MPa</i>

lbpt= 90 *mm*

σ_{pi} = 801,65 *MPa*

α_{p1} = 1

α_{p2} = 1

α_{p3} = 0,5

L disponible= 555 *mm*

L necesaria= 180 *mm*

L disp > L neces, fallo por cortante en zona fisurada

AUTOR:	Arthur
ID:	B9



DATOS

fcm=	51,02	<i>Mpa</i>	Ac=	25806	<i>mm2</i>
fctm=	4,13	<i>MPa</i>	d=	272	<i>mm</i>
nº cordones=	9		bw=	51	<i>mm</i>
φ=	5	<i>mm</i>	α=	90	<i>º</i>
Ap=	182	<i>mm2</i>	h=	305	<i>mm</i>
Ep=	200000	<i>MPa</i>	hf=	51	<i>mm</i>
Ec=	35871,31	<i>MPa</i>	bv=	152	<i>mm</i>
Pinicial=	143,23	<i>KN</i>	a=	914	<i>mm</i>
resguardo=	152	<i>mm</i>	Ic=	288587122	<i>mm4</i>
			S=	1245417	<i>mm3</i>

EHE-08

Vu1=	390,8	<i>KN</i>	k=	1,207	
			σ'cd=	5,550	<i>MPa</i>
			f1cd=	51,02	<i>MPa</i>
			b0	51	<i>mm</i>
			α=	90	<i>º</i>
			θ=	1,531	<i>rad</i>
Vu2=	30,4	<i>KN</i>	ξ=	1,858	
Vu2min=	30,3	<i>KN</i>	ρl=	0,013	
	Región		fcv=	51,02	<i>MPa</i>
	fisurada		σ'cd=	5,550	<i>MPa</i>
Vu2=	85,0	<i>KN</i>	αl=	1,514	<i>mm</i>
	Región				
	no fisurada				

CCCM

σcp=	5,550	<i>MPa</i>	x=	175,53	<i>mm</i>
s=	418	<i>mm</i>	x/d=	0,646	<i>mm</i>
			x0=	85,99	<i>mm</i>
αe=	5,58	<i>MPa</i>	x0/d=	0,316	<i>mm</i>
ρl=	0,013		bveff=	66,79	<i>mm</i>
Vcu=	49,43	<i>KN</i>	ξ=	1,022	
Vcumin=	18,92	<i>KN</i>	Kc=	0,316	
	Región				
	fisurada				

ADHERENCIA-MODEL CODE 2010

lbp=	201	<i>mm</i>	fpbd=	4,95	<i>MPa</i>
				np1= 1,2	
				np2= 1	
			fptd=	786,99	<i>MPa</i>

lbpt= 101 mm

σ_{pi} = 786,99 MPa

α_{p1} = 1

α_{p2} = 1

α_{p3} = 0,5

L disponible= 570 mm

L necesaria= 201 mm

L disp > L neces, fallo por cortante en zona fisurada