

NUEVAS TENDENCIAS  
EN EL

# DISEÑO DE MATERIALES Y ESTRUCTURAS



**UNIVERSIDAD DE MEDELLIN**





*Nuevas tendencias en el diseño de materiales y estructuras*



---

Nuevas tendencias

---

en el

---

diseño de materiales y estructuras

---

Daniel Alveiro Bedoya Ruiz  
Editor académico



**UNIVERSIDAD DE MEDELLIN**



NUEVAS TENDENCIAS EN EL DISEÑO DE MATERIALES Y ESTRUCTURAS

Primera edición: Agosto de 2008  
© Universidad de Medellín

ISBN: 978-958-8348-30-8

Editor académico:  
Daniel Alveiro Bedoya Ruiz

Coordinación editorial:  
Leonardo David López Escobar  
Dirección electrónica: [ldlopez@udem.edu.co](mailto:ldlopez@udem.edu.co)  
Universidad de Medellín.  
Cra. 87 No. 30-65. Bloque 20, piso 2.  
Teléfonos: 340 52 42 - 340 53 35  
Medellín, Colombia

Distribución y ventas:  
Universidad de Medellín  
e-mail: [selloeditorial@udem.edu.co](mailto:selloeditorial@udem.edu.co)  
[www.udem.edu.co](http://www.udem.edu.co)  
Cra. 87 No. 30-65  
Teléfono: 340 52 42  
Medellín, Colombia

Diagramación:  
Hernán D. Durango T.

Diseño e impresión:  
Logoformas S.A.  
Calle 17A No. 69-62  
Teléfono: 405 11 00  
Bogotá, D.C., Colombia

Todos los derechos reservados. Esta publicación no puede ser reproducida ni registrada, ni en todo ni en parte, por ningún medio inventado o por inventarse, sin el permiso previo, por escrito, de la Universidad de Medellín.

Hecho el depósito legal

# Agradecimientos

EL GRUPO DE INVESTIGACIONES  
EN INGENIERÍA CIVIL, GICI,  
DE LA UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN,  
AGRADECE A LA VICERRECTORÍA  
DE INVESTIGACIONES, SU INVALUABLE  
APOYO POR LA PUBLICACIÓN DE ESTA  
OBRA.

DE IGUAL MANERA A TODOS LOS AUTORES  
POR SUS VALIOSAS LETRAS Y APORTES  
A LA CIENCIA.



## CONTENIDO

PRÓLOGO.....	15
PRESENTACIÓN.....	17

### PRIMERA PARTE

---

#### NUEVAS HERRAMIENTAS PARA LA MODELACIÓN DE PROBLEMAS EN INGENIERÍA CIVIL

##### CAPÍTULO 1

##### APLICACIÓN DEL MODELO DE BOUC Y WEN EN EL ANÁLISIS SÍSMICO DE VIVIENDAS PREFABRICADAS

*Daniel Alveiro Bedoya Ruiz*

1.1 INTRODUCCIÓN .....	21
1.2 AVANCES EN EL MODELO DE BOUC Y WEN .....	23
1.3 SISTEMAS HISTERÉTICOS NO LINEALES .....	27
1.3.1 Ecuación de movimiento.....	30
1.3.2 Parámetros de forma de la histéresis.....	31
1.3.3 Disipación de energía.....	34
1.3.4 Rigidez, resistencia y estrangulamiento.....	35
1.4 IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS Y CONTROL .....	37
1.5 APLICACIÓN DEL MODELO EN VIVIENDAS PREFABRICADAS .....	38
1.5.1 El modelo en casas prefabricadas de ferrocemento .....	41
1.5.2 Dinámica y comportamiento no lineal .....	44
1.6 CONCLUSIÓN.....	45

##### CAPÍTULO 2

##### DETERMINACIÓN DE LA RELACIÓN CONSTITUTIVA DE LAS ARENAS USANDO REDES NEURONALES ARTIFICIALES (RNA)

*Hernán Eduardo Martínez-Carvajal - Márcio Muniz de Farias*

2.1 INTRODUCCIÓN.....	51
2.2 MODELAMIENTO CONSTITUTIVO DE MATERIALES .....	53

2.3	MODELAMIENTO CONSTITUTIVO USANDO REDES NEURONALES ARTIFICIALES .....	55
2.4	LA BASE DE DATOS .....	56
2.5	LA ARQUITECTURA DE LA RED NEURONAL.....	58
2.6	RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN.....	60
2.7	CONCLUSIONES .....	65

## SEGUNDA PARTE

### NUEVOS ENFOQUES EN EL DISEÑO DE MATERIALES Y ESTRUCTURAS

#### CAPÍTULO 3

#### DISEÑO POR DESPLAZAMIENTOS DE PILARES DE PUENTES

*Matthew J. Tobolski - José I. Restrepo*

3.1	INTRODUCCIÓN .....	69
3.2	ESPECTRO DEL DISEÑO .....	72
3.3	AMORTIGUAMIENTO .....	74
3.4	RESPUESTA INÉLASTICA .....	75
3.5	COMBINACIÓN DE FACTORES DE AMPLIFICACIÓN DE DESPLAZAMIENTO .....	79
3.6	CAPACIDAD DE DESPLAZAMIENTO .....	80
3.7	PROCEDIMIENTO DE DISEÑO .....	85
3.8	OBJETIVO DE DESEMPEÑO DE SEGURIDAD DE LA VIDA.....	86
3.9	OBJETIVO DE DESEMPEÑO DE FUNCIONAMIENTO INMEDIATO.....	89
3.10	DISEÑO DE LOS ELEMENTOS .....	92
3.11	ANÁLISIS PARAMÉTRICO .....	93
3.12	EXIGENCIA SÍSMICA Y DUCTILIDAD DE CURVATURA.....	93
3.13	PROPORCIÓN DE LA ROTACIÓN RESIDUAL.....	94
3.14	DIÁMETRO Y ALTURA DE LA COLUMNA.....	95
3.15	CONCLUSIONES .....	98
3.16	APÉNDICE. EJEMPLO DE DISEÑO .....	99

#### CAPÍTULO 4

#### UN NUEVO ENFOQUE

#### PARA EL ANÁLISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN ARMADO

*Héctor Guillermo Urrego Giraldo*

4.1	INTRODUCCIÓN .....	111
4.2	COMPORTAMIENTO DEL HORMIGÓN.....	113
4.3	COMPORTAMIENTO DEL ACERO.....	115

4.4	CURVATURA .....	117
4.5	EJEMPLO 1 .....	123
4.6	MÉTODO PROPUESTO .....	136
4.7	EJEMPLO 2 .....	138
4.8	CONCLUSIONES .....	144

CAPÍTULO 5  
**DESEMPEÑO SÍSMICO**  
**DE PÓRTICOS PLANOS DE ACERO CON EL SISTEMA *KNEE-BRACING***  
*Ricardo León Bonett Díaz - Carolina López Toro*

5.1	INTRODUCCIÓN .....	147
5.2	MARCO CONCEPTUAL .....	149
5.3	CRITERIOS PARA ESCOGER EL <i>KNEE</i> Y EL <i>BRACE</i> .....	151
5.4	CASO DE ESTUDIO .....	153
5.5	INCORPORACIÓN DEL DISPOSABLE <i>KNEE BRACING</i> .....	165
5.6	EVALUACIÓN DE LA CAPACIDAD SÍSMICA .....	167
5.7	ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	172
5.8	CONCLUSIONES .....	176

CAPÍTULO 6  
**TENDENCIAS EN EL DISEÑO DE MEZCLAS ASFÁLTICAS EN CALIENTE**  
**¡MARSHALL vs SUPERPAVE!**  
*Carlos Rodolfo Marín Uribe*

6.1	INTRODUCCIÓN .....	179
6.2	DESCRIPCIÓN DE LAS METODOLOGÍAS DE DISEÑO .....	180
6.3	ALGUNAS DIFERENCIAS ENTRE LAS DOS METODOLOGÍAS .....	190
6.4	DESARROLLO DE UN TRABAJO EXPERIMENTAL .....	192
	6.4.1 Selección de materiales .....	192
	6.4.2 Obtención del porcentaje óptimo de asfalto .....	195
	6.4.3 Caracterización mecánica y dinámica de las mezclas asfálticas .....	195
6.5	ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	203
6.6	CONCLUSIONES .....	204

CAPÍTULO 7  
**EL EFECTO ARCO EN SUELOS**  
*John Mario García Giraldo*

7.1	INTRODUCCIÓN .....	209
7.2	EL ARCO COMO FORMA ESTRUCTURAL .....	210

7.2.1 Definición de arco .....	210
7.2.2 Historia del arco como elemento estructural.....	211
7.3 FORMAS DE ARCO.....	212
7.4 EFECTO DE LA GEOMETRÍA ESTRUCTURAL EN LA DISTRIBUCIÓN DE TENSIONES EN EL INTERIOR DE UN ELEMENTO.....	215
7.4.1 Esfuerzos en un elemento estructural.....	215
7.4.2 Distribución de tensiones en el interior de un elemento estructural.....	216
7.5 GEOMETRÍAS ÓPTIMAS .....	219
7.6 ESTUDIO DEL EFECTO ARCO EN LOS SUELOS.....	220
7.6.1 Efecto de arco sobre una escotilla móvil (trapdoor).....	220
7.6.2 Análisis del efecto arco en los suelos por Terzaghi en 1945 .....	222
7.7 ANÁLISIS DEL EFECTO ARCO EN LOS SUELOS POR HANDY EN 1985 .....	226
7.8 ANÁLISIS DEL EFECTO ARCO EN LOS SUELOS POR HARROP EN 1989.....	233
7.9 ANÁLISIS DEL EFECTO ARCO EN LOS SUELOS POR SALGADO EN 2002.....	237
7.10 CONCLUSIONES.....	241

## TERCERA PARTE

---

### NUEVOS MATERIALES COMPUESTOS O ALTERNATIVOS

#### CAPÍTULO 8

#### MATERIALES COMPUESTOS

#### A BASE DE FERROCEMENTO Y MATERIAL VEGETAL

*Daniel Alveiro Bedoya Ruiz - Juan Camilo Aldana Barrera - Leonardo Ávila Vélez*

8.1 INTRODUCCIÓN.....	247
8.2 MATERIALES COMPUESTOS .....	249
8.2.1 Núcleo.....	252
8.2.2 Corteza estructural .....	253
8.2.3 Sistemas constructivos.....	254
8.3 COMPORTAMIENTO EXPERIMENTAL DE LOS COMPUESTOS DE FERROCEMENTO Y MATERIAL VEGETAL.....	255
8.3.1 Núcleo de material vegetal.....	256
8.3.2 Corteza de ferrocemento.....	260
8.3.3 A. 3.3 paneles de ferrocemento con núcleo vegetal.....	261
8.4 CONCLUSIONES.....	266

CAPÍTULO 9  
**COMPORTAMIENTO MECÁNICO  
DE SUELOS RESIDUALES ESTABILIZADOS**  
*César Augusto Hidalgo Montoya - Mario Alberto Rodríguez Moreno*

9.1 INTRODUCCIÓN .....	271
9.2 ESTABILIZACIÓN DE SUELOS CON CAL .....	273
9.3 PROPIEDADES RESILIENTES O RESILIENCIA .....	275
9.4 CARGAS EN EL PAVIMENTO .....	276
9.4.1 Tipos de cargas que actúan.....	276
9.4.2 Duración de la carga cíclica .....	279
9.5 MÓDULO RESILIENTE .....	279
9.6 FACTORES GENERALES QUE AFECTAN EL MÓDULO RESILIENTE .....	281
9.6.1 Factores que afectan el Mr de suelos finos .....	281
9.6.2 Factores que afectan el Mr de materiales granulares .....	284
9.7 ENSAYOS PARA DETERMINAR EL MÓDULO RESILIENTE .....	286
9.8 CORRELACIONES.....	289
9.9 PROPIEDADES RESILIENTES DE SUELOS ESTABILIZADOS .....	290
9.10 ENSAYOS DE LABORATORIO .....	292
9.11 ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	295
9.11.1 Compresión simple .....	296
9.11.2 Tracción indirecta .....	299
9.11.3 CBR .....	300
9.11.4 Módulo resiliente.....	302
9.12 CONCLUSIONES .....	307



## PRÓLOGO

*La Vicerrectoría de Investigaciones de la Universidad de Medellín, en desarrollo de la política de Socialización y Divulgación y comprometida con el desarrollo de las agendas de los Grupos de Investigación, realizó del 27 al 31 de agosto de 2007, las VIII Jornadas de Investigación I Internacionales.*

*El evento se propuso fortalecer la vida de los Grupos, promover su visibilidad, socializar logros y resultados de los procesos de investigación realizados por los profesores, y generar la interlocución con la comunidad científica nacional e internacional.*

*En este marco, y a través de doce simposios en las líneas de los grupos de investigación reconocidos por COLCIENCIAS, se instauró una discusión bastante amplia en torno a temas como: vigencia y prospectiva de la comunicación, la comunicación escrita en la universidad, narrativas audiovisuales, derecho contemporáneo, derecho administrativo, justicias alternativas, procesos de formación, responsabilidad social, desarrollos teóricos de punta en contabilidad, riesgos económicos y financieros, diseño de infraestructura, sistemas computacionales e investigación en la ingeniería ambiental.*

*La presencia de 20 investigadores de 9 países: Francia, Italia, Suiza, Estados Unidos, España, México, Argentina, Brasil y Colombia, 142 ponentes del ámbito nacional y local y 26 representantes del sector productivo hizo posible este debate que dejó grandes retos institucionales, entre los cuales se destaca incorporar la transferencia de conocimiento, la internacionalización y las alianzas estratégicas como procesos prioritarios en la búsqueda de soluciones creativas a los problemas sociales.*

*En este sentido, el siguiente texto recoge algunos de los principales aportes realizados por los profesores investigadores que participaron en el evento. Esperamos que lo allí consignado contribuya a estructurar las reflexiones que desde diferentes Grupos se vienen suscitando sobre problemáticas coyunturales del país que precisan de la intervención y de los aportes desde la academia.*

Luz Doris Bolívar Yepes  
*Vicerrectora de Investigaciones*

## PRESENTACIÓN

La naturaleza misma del ser y las necesidades para su habitabilidad en el mundo, jalonan las diferentes áreas del conocimiento a reflexionar sobre nuevas concepciones para entender y transformar el universo; imaginar, ingeniar, crear y construir es nuestra seducción a la naturaleza para poseerla como hábitat. La búsqueda de un entorno mejor, acompañado de la imperiosa necesidad de movilidad y refugio, nos lleva al limbo de nuevos desafíos en la ingeniería. En este sentido, la transversalidad del conocimiento mezcla los saberes e ingeniosamente impulsa la proa hacia lo inimaginable en tiempos de cavernas. La generación de nuevo conocimiento, técnica y desarrollo, que contribuyan a las mejoras de la condición humana y la sustentabilidad del planeta, no es un privilegio, es una sentida necesidad que la naturaleza le reclama a la ingeniería en su lecho de sueños.

El presente texto ha sido dividido en tres partes. La primera parte trata sobre nuevas herramientas para la modelación de diferentes problemas relacionados con la Ingeniería Civil, y está dividida en dos capítulos. El primer capítulo de esta parte está dedicado a la implantación de un modelo matemático para el análisis dinámico no lineal de las viviendas prefabricadas. El modelo permite simular el comportamiento histerético del sistema estructural de la vivienda a partir del comportamiento cíclico experimental. Se utilizan herramientas de diferentes áreas del conocimiento tales como la inteligencia artificial, la estadística, la identificación de sistemas y el control. En el segundo capítulo: se implementan herramientas de la inteligencia artificial (las redes neuronales) para la modelación de fenómenos complejos presentes en el comportamiento de algunos materiales, en este caso en tres arenas típicas y su relación esfuerzo-deformación.

La segunda parte, titulada nuevos enfoques en el diseño de estructuras y materiales, se compone de cinco capítulos en los cuales se describen las nuevas tendencias de diseño tanto de las estructuras como

en los materiales compuestos, se dan ejemplos de aplicación y algunos muestran datos experimentales utilizando estos procedimientos. Esta parte se inicia con el capítulo 3 donde se presenta un nuevo método para el diseño de estructuras: diseño por desplazamientos. Se estudian los conceptos y procedimientos pertinentes del método y se hace una aplicación al diseño de pilares de puentes. En el capítulo 4, de manera similar, se estudia el método por desplazamientos y se hace una aplicación del método al diseño de muros de hormigón armado. En el capítulo 5, se propone el sistema “knee bracing” para ser introducido en pórticos planos de acero con la finalidad de mejorar el desempeño sísmico de los mismos. El sistema muestra los beneficios reduciendo hasta un 7% el peso del acero en el edificio. En el capítulo 6, se propone el método Superpave para el diseño de mezclas asfálticas en caliente, y se hace una comparación con el método Marshall. En el capítulo 7, se hace un análisis del efecto arco en suelos.

La tercera parte constituye una perspectiva sobre nuevos materiales compuestos o alternativos, y comprende dos capítulos, en los que se proponen materiales de origen natural combinados con materiales tradicionales en la industria de la construcción. El capítulo 8 presenta una breve descripción de los materiales compuestos, tipo sándwich, y propone un nuevo compuesto a partir de conglomerados de material vegetal y ferrocemento. Finalmente, en el capítulo 9 se estudian los suelos residuales estabilizados con cal y se evalúa su comportamiento mecánico.

No ajenos a las nuevas necesidades y tendencias en el diseño de nanomateriales, materiales compuestos, superestructuras y megaproyectos, esperamos que esta obra y sus contenidos, resultado de proyectos de investigación en varias universidades del mundo, sea una partícula más que contribuya a ese big bang de nuevos conocimientos en la sustentabilidad de un mundo mejor para todos.

Daniel Alveiro Bedoya Ruiz, Ph.d.  
Profesor programa de Ingeniería Civil  
Universidad de Medellín

Primera parte

Nuevas herramientas  
para la modelación de  
problemas en Ingeniería Civil



## CAPÍTULO 1

# APLICACIÓN DEL MODELO DE BOUC Y WEN EN EL ANÁLISIS SÍSMICO DE VIVIENDAS PREFABRICADAS

*Daniel Alveiro Bedoya Ruiz<sup>1</sup>*

### 1.1 INTRODUCCIÓN

La deducción y formulación de un modelo matemático que permita obtener la respuesta inelástica de sistemas dinámicos depende, fundamentalmente, de cómo actúa cada material en particular. Un aspecto importante en la capacidad de un material de responder dinámicamente en el campo inelástico está asociado con la ausencia de modos frágiles de fallo. La presencia de modos frágiles de fallo hace decrecer drásticamente la capacidad resistente del sistema estructural. Por esta razón, se buscan maneras de disponer y diseñar los materiales estructurales para que respondan dinámicamente en el rango inelástico sin pérdida grave de resistencia y estabilidad del sistema estructural. Infortunadamente, no existe una manera única de describir, a diferencia de los sistemas elásticos, el comportamiento inelástico de todos los materiales. Por esta razón, existen modelos matemáticos específicos para cada tipo de material, y para cada elemento particular. En general, se ha encontrado que tanto en el hormigón armado, como en el ferrocemento, existe un número importante

---

<sup>1</sup> Ingeniero Civil, Especialista en estructuras, Doctor en Ingeniería Sísmica y Dinámica Estructural. Profesor Universidad de Medellín, Programa Ingeniería Civil. Correo electrónico: *dabedoya@udem.edu.co*

de variables que controlan y determinan el comportamiento histerético de los sistemas estructurales, tales como: el tipo y orientación de las barras y mallas de refuerzo, la geometría del elemento, los anclajes y el confinamiento de la matriz cementante, las propiedades de los materiales constitutivos y las características de adherencia entre ellos, el tipo y la magnitud de las cargas actuantes.

Cualquier modelo histerético que se plantee debe ser capaz de capturar la evolución temporal de la rigidez, la resistencia y el efecto de estrangulamiento bajo cualquier registro de desplazamientos. Para ello se han desarrollado diferentes campañas experimentales y se ha propuesto un sinnúmero de modelos matemáticos que intentan mimetizar el comportamiento real cuando se ven afectados por cargas reversibles. Estos modelos han ido evolucionando para acercarse cada vez más a la respuesta cíclica real de dichos elementos, debido a que la respuesta dinámica no lineal de una estructura depende, fundamentalmente, del modelo constitutivo que se utilice para el análisis. Hasta el momento se han propuesto varios modelos constitutivos para el hormigón armado, el acero y la mampostería, que definen la no linealidad del material y representan el comportamiento histerético de los elementos, pero los sistemas de ferrocemento carecen de este tipo de modelos.

A la hora de evaluar la capacidad sismo resistente de una estructura es necesario conocer su relación carga-deformación bajo cargas cíclicas. Concretamente, dicha relación es indispensable para resolver la ecuación de movimiento, cuando, bajo una determinada historia de deformación, la estructura sobrepasa el límite elástico. Para una respuesta de deterioro, la relación fuerza-desplazamiento de una estructura es altamente no lineal. Para hacer un análisis satisfactorio de tal comportamiento, es importante poder caracterizar y modelar el fenómeno de histéresis acertadamente. El modelo de histéresis de BOUC y WEN, inicialmente introducido por Bouc (1967), ha demostrado ser eficiente y matemáticamente tratable en el modelado de sistemas estructurales que exhiben un comportamiento histerético cuando se ven sometidos a cargas cíclicas.

Las técnicas de identificación de sistemas dinámicos a través del uso de datos experimentales son un problema de considerable importancia en ingeniería sísmica. El objetivo principal de un proceso de identificación es caracterizar o estimar adecuadamente la respuesta de una estructura sujeta a vibraciones aleatorias. El uso de estas técnicas le ha proporcionado versatilidad y precisión al modelo de BOUC y WEN. Este modelo permite simular o representar una amplia variedad de sistemas estructurales con cualquier combinación de materiales estructurales. El modelo es versátil y tratable matemáticamente lo que lo convierte en una herramienta adecuada para tratar problemas de vibraciones aleatorias como son los sismos.

En este capítulo se describe el modelo de BOUC y WEN y su evolución, así como los parámetros que lo definen. Adicionalmente, se han estimado estos parámetros y calibrado el modelo de BOUC y WEN para simular el comportamiento histerético característico de las viviendas prefabricadas de ferrocemento. Para ello se programó en Matlab® el sistema numérico de ecuaciones diferenciales del modelo de BOUC y WEN, basado en un sistema dinámico de un grado de libertad. La comparación del modelo de histéresis con la histéresis experimental muestra que el modelo propuesto se ajusta razonablemente bien a la forma básica del comportamiento histerético experimental. Este modelo ha demostrado ser adecuado y eficiente para simular el comportamiento experimental observado en los sistemas estructurales prefabricados bajo cargas cíclicas.

## **1.2 AVANCES EN EL MODELO DE BOUC y WEN**

Las estructuras prefabricadas de ferrocemento generalmente han mostrado un desempeño sísmico satisfactorio después de un evento de estas características [Castro, 1979; Wainshtok, 1994; Abdullah, 1995, Bedoya, 2005]. Esto se debe a su alta relación resistencia-peso, a la redundancia de los elementos no cargados, incluyendo la presencia de diafragmas y muros a corte, y a la acción del sistema estructural cuando los componentes están conectados adecuadamente.

En la actualidad, lo que se conoce del comportamiento estructural de las viviendas prefabricadas bajo cargas dinámicas proviene de datos cualitativos de campo o de datos experimentales limitados para la interpretación teórica del comportamiento real [Hajj, 1981; ACI, 1997; Naaman, 2000]. Son pocos los estudios que buscan caracterizar el comportamiento del sistema estructural de ferrocemento bajo cargas sísmicas; en particular, la sensibilidad al cambio de las propiedades del material con la duración de la carga y el comportamiento inelástico y no lineal no ha permitido su potencial desarrollo como solución de viviendas de bajo costo, por lo tanto, son tratadas desfavorablemente o no son consideradas por las Normativas de Diseño y Construcción Sismo Resistentes [ACI, 1997; AIS, 1998].

Generalmente, el análisis dinámico de las viviendas de un piso está gobernado por la dinámica de un sistema de un grado de libertad, el cual es representado matemáticamente por la masa y la rigidez propia de la estructura. En el caso de las estructuras de ferrocemento la respuesta del sistema masa-rigidez es desconocida. Así, la exactitud de la respuesta calculada depende de la habilidad del modelo matemático usado para describir la estructura. El modelo debe proporcionar una descripción real del comportamiento del sistema estructural.

Algunas investigaciones han mostrado que para cargas monótonicas o estáticas, una relación carga-desplazamiento es suficiente para predecir la respuesta del sistema. Bajo cargas pseudodinámicas o cíclicas, se ha encontrado que una relación carga-deformación, representada por los lazos de la histéresis, los cuales contienen los desplazamientos elásticos e inelásticos de la estructura, también es satisfactoria para estimar la respuesta [Wen 1980; Foliente, 1995]. Un modelo analítico de una estructura bajo cargas dinámicas idealmente requiere una relación fuerza-desplazamiento o un modelo de histéresis que pueda representar el verdadero comportamiento de la estructura para todos los niveles de desplazamiento y deformaciones incluidas [Sozen, 1994]. Consecuentemente, los mecanismos

de disipación de energía de los elementos y del sistema estructural deben ser conocidos y el comportamiento histerético debe ser modelado correctamente antes de predecir adecuadamente la respuesta del sistema estructural.

El ferrocemento, como el hormigón armado y otras estructuras, durante su vida útil está sometido a diferentes condiciones de carga. Las cargas de terremotos han sido las más agresivas de la integridad del material; ocasionan deterioro de la rigidez y pérdida de resistencia. Para entender el comportamiento de los materiales a base de cemento, bajo cargas estáticas y cíclicas, se han realizado diversas campañas experimentales sobre diferentes tipos de elementos y estructuras, y se ha propuesto un número considerable de modelos constitutivos, que representan el comportamiento histerético del hormigón armado. Aunque el ferrocemento pertenece a la familia del hormigón armado, son muy pocas las investigaciones relacionadas con el comportamiento cíclico y estático de este tipo de material.

A pesar de que los modelos histeréticos propuestos para el hormigón armado podrían satisfacer alguna de las características específicas de los elementos o sistemas estructurales de ferrocemento, ellos pueden ser inapropiados para sistemas estructurales prefabricados con diferentes configuraciones (paneles, conexiones, diafragmas, aberturas, etc.) y materiales constitutivos (mortero, mallas, fibras o barras de refuerzo). Además, algunos modelos disponibles para el hormigón armado usan un conjunto complejo de reglas o relaciones empíricas muy limitadas. Por otra parte, un modelo empírico tiene la desventaja que una extrapolación a otros casos no estudiados es generalmente inválida.

Debido a la variedad de combinaciones de materiales para el ferrocemento y las posibles conexiones de la estructura prefabricada, se prefiere un modelo constitutivo general, sobre los modelos derivados de configuraciones y elementos específicos. Un modelo completamente empírico no es difícil de obtener, pero puede tener limitaciones para el uso en el análisis dinámico con vibraciones aleatorias.

Un modelo que ha mostrado tener un enfoque general y acertado en el análisis de sistemas estructurales bajo vibraciones aleatorias es el modelo propuesto por Bouc (1967) y Wen (1980). Posteriormente, fue generalizado por Baber y Noori (1985, 1986). El modelo de Bouc, Wen, Baber y Noori (Bouc y Wen) está pensado para cualquier material y sistema estructural, sometido a esfuerzos que lo llevan más allá del límite elástico y que presenta un comportamiento histérico. El modelo BOUC Y WEN ha sido aplicado en diferentes áreas del conocimiento, y en los últimos años ha surgido un gran interés por su aplicación en el análisis y diseño de estructuras sometidas a cargas aleatorias [Foliente, 1995; Hurtado, 1998; Jaramillo, 2000; Ikhouaney y Rodellar, 2003, 2005, 2007]. El modelo es simple y continuo, y ha mostrado ser eficiente computacional y matemáticamente tratable e indicado para el análisis de vibraciones aleatorias. Además, no sólo es aplicable a funciones de entrada aleatorias, sino también a funciones de entrada provenientes de registros sísmicos reales o generados sintéticamente.

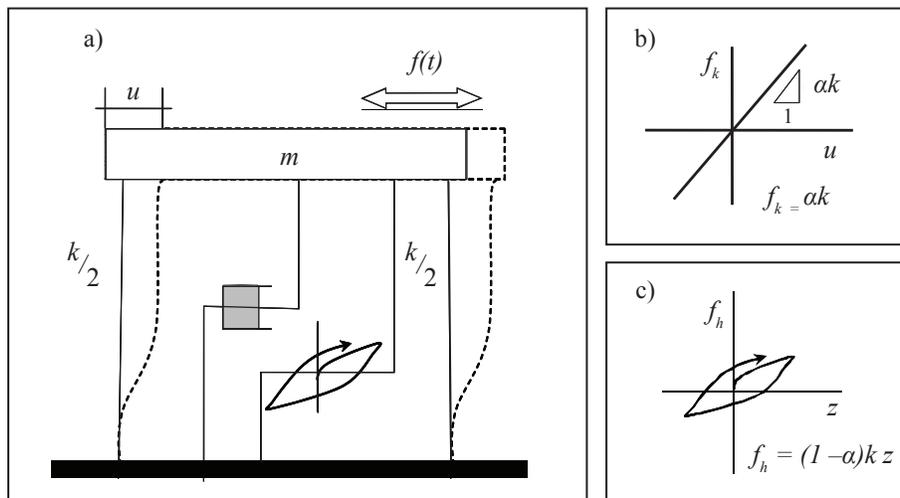
En 1967, Bouc sugiere un modelo de histéresis para un sistema dinámico de un grado de libertad (SDUGL) sometido a vibraciones forzadas. En 1980, Wen generaliza las leyes constitutivas de la histéresis de Bouc y desarrolla una solución aproximada para el análisis de vibraciones aleatorias basado en el método de la linealización equivalente. Un año después, Wen y Baber incorporan al modelo matemático de histéresis la degradación de rigidez y el deterioro de resistencia, muy habituales en sistemas estructurales sometidos a acciones sísmicas, como una función de la energía histérica disipada del sistema. Además, se extendió a sistemas con múltiples grados de libertad (SDMGL). Posteriormente, Baber y Noori en 1985 y 1986 introdujeron, en el modelo modificado de Bouc, el efecto de estrangulamiento (“*pinching*”), manteniendo la forma compatible con la solución de la linealización equivalente de Wen y Baber. La respuesta estadística obtenida con la técnica de la linealización equivalente mostró aproximaciones razonables a la obtenida por la simulación de Monte Carlo. Actualmente, el planteamiento matemático para la

histéresis de sistemas dinámicos, propuesto inicialmente por Bouc, es conocido como el modelo BOUC Y WEN.

Recientemente, Erlicher y Point (2004) han demostrado que el modelo es admisible termodinámicamente, lo que implica que cumple con los postulados fundamentales de la teoría de la plasticidad. Por otra parte, el modelo ha sido objeto de estudio desde el punto de vista matemático por Ikhounay y Rodellar (2005, 2007) con el propósito de identificación de parámetros.

### 1.3 SISTEMAS HISTERÉTICOS NO LINEALES

El modelo BOUC Y WEN está basado en la ecuación de movimiento para un sistema dinámico de un grado de libertad (SDUGL). Este modelo es válido para una amplia gama de funciones de entrada y está representado por una masa conectada a un resorte en paralelo, a un amortiguamiento viscoso lineal y a un elemento histerético (ver figura 1.1a).



a) Esquema del modelo; b) Fuerza lineal no amortiguada; c) Fuerza histerética restauradora.

**Figura 1.1.** Esquema de un sistema histerético SDUGL. (FUENTE:: propia).

Una manera eficiente de tratar los sistemas histeréticos no lineales es separar la fuente de no linealidad. El modelo de BOUC Y WEN se separa en una componente lineal y una no lineal (ver figuras 1.1b y 1.1c). Todo el comportamiento no lineal esta contenido en un elemento histerético semejante a un resorte no lineal. La fuerza histerética  $f_z$  es causada por un desplazamiento histerético ficticio diferente  $z$ , el cual es una función del desplazamiento relativo  $u$  de la masa  $m$ .

La energía total absorbida por el elemento y el desplazamiento histerético controlan la respuesta no lineal. Con lo anterior, se evita la dificultad analítica para tratar las diversas fuentes de la disipación de la energía en el sistema y se pueden usar en el análisis los valores iniciales para la relación del amortiguamiento viscoso del sistema lineal. Una vez los parámetros del modelo histerético son identificados, la energía disipada puede ser obtenida desde la respuesta contenida en los lazos de la histéresis. Considerando el sistema histerético de un grado de libertad de la figura 1.1, la ecuación de movimiento generalmente está representada por la expresión 1.1.

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + F_H [u(t), z(t); t] = F(t) \quad (1.1)$$

Donde,  $c$  es el coeficiente lineal de amortiguamiento viscoso,  $F_H [u(t), z(t)]$  es la fuerza restauradora no amortiguada; función de una componente de fuerza lineal restauradora  $f_R(u, t) = \alpha \omega^2 u(t)$  y una componente histerética  $f_h(z, t) = (1 - \alpha) \omega^2 z(t)$  y  $F(t)$  es la fuerza externa aplicada al sistema.

Sustituyendo y dividiendo por la masa  $m$  en ambos lados de la ecuación 1.1 se obtiene:

$$\overbrace{\ddot{u}(t)}^{\text{aceleración}} + 2\overbrace{\xi_0 \omega \dot{u}(t)}^{\text{velocidad}} + \overbrace{\alpha \omega^2 u(t)}^{\text{componente lineal}} + \overbrace{(1 - \alpha) \omega^2 z(t)}^{\text{componente histerética}} = \overbrace{f(t)}^{\text{función de fuerza}} \quad (1.2)$$

Las ecuaciones 1.3 a 1.9 complementan los parámetros del modelo:

$$\alpha = \frac{k_{final}}{k_{inicial}} \quad \text{para} \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (1.3)$$

$$\dot{z}(t) = h(z) \left[ \frac{A\dot{u}(t) - \nu \left( \beta |\dot{u}(t)| |z(t)|^{n-1} z(t) + \gamma \dot{u}(t) |z(t)|^n \right)}{\eta} \right] \quad (1.4)$$

$$h(z) = 1.0 - \zeta \left( 1 - e^{(-p\varepsilon(t))} \right) e^{\left[ \frac{-(z(t))^2}{\left( (\psi_0 + \delta_\psi \varepsilon(t)) \left( \lambda + \zeta \left( 1 - e^{(-p\varepsilon(t))} \right) \right) \right)^2} \right]} \quad (1.5)$$

$$\nu(\varepsilon) = 1.0 + \delta_\nu \varepsilon(t) \quad (1.6)$$

$$A(\varepsilon) = A_0 - \delta_A \varepsilon(t) \quad (1.7)$$

$$\eta(\varepsilon) = 1.0 + \delta_\eta \varepsilon(t) \quad (1.8)$$

$$\varepsilon(t) = (1 - \alpha) \omega^2 \int_{t_0}^{t_f} z(t) \dot{u}(t) dt \quad (1.9)$$

Donde:  $t$  es el tiempo en segundos,  $\xi_0$  el coeficiente de amortiguamiento en %,  $\omega$  frecuencia pseudo-natural del sistema no lineal,  $u$  desplazamiento total de la masa  $m$  en mm,  $z$  desplazamiento histérico,  $k$  rigidez tangente inicial en  $kN/mm$ ,  $k_f$  rigidez tangente final en  $kN/mm$ ,  $\alpha$  relación de rigideces,  $h(z)$  función de estrangulamiento  $h(z) = 1.0$  sin estrangulamiento,  $A$  amplitud de la histéresis,  $\delta_A$  parámetro de control de  $A$  con la energía,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\eta$  describen la forma y la amplitud de la histéresis,  $\nu$  degradación de resistencia, si  $\nu = 1.0$  no degrada,  $\delta_\nu$  parámetro de la degradación de resistencia,  $\eta$  degradación de rigidez,  $\eta = 1.0$  no degrada,  $\delta_\eta$  parámetro de la degradación de rigidez,  $\zeta$  parámetro que controla la severidad del estrangulamiento,

$p$  parámetro que controla el estrangulamiento inicial,  $\Psi_0$ ,  $\lambda$  parámetro que controla el estrangulamiento,  $\delta_\psi$  parámetro que controla el cambio del estrangulamiento con  $z$ ,  $\varepsilon(t)$  energía histerética en  $J$  y  $f(t)$  es la función de fuerza normalizada por la masa  $F(t)/m$  en  $kN/kg$ .

### 1.3.1 Ecuación de movimiento

El modelo de histéresis propuesto constituye un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias (*ODE*) con un número finito de variables de estado. Las ecuaciones diferenciales involucran funciones dependientes solamente de los valores instantáneos de una variable, que en nuestro caso es el tiempo ( $t$ ).

$$\ddot{u}(t) + 2\xi_0 \omega \dot{u}(t) + \alpha \omega^2 u(t) + (1 - \alpha) \omega^2 z(t) = f(t) \quad (1.2)$$

$$\dot{z}(t) = h(z) \left[ \frac{A\dot{u}(t) - \nu \left( \beta |\dot{u}(t)| |z(t)|^{n-1} z(t) + \gamma \dot{u}(t) |z(t)|^n \right)}{\eta} \right] \quad (1.4)$$

Las ecuaciones diferenciales 1.2 y 1.3 pueden ser expresadas como un sistema de cuatro ecuaciones diferenciales de primer orden, utilizando las siguientes sustituciones:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y) \quad (1.10)$$

Donde,  $y$  es un vector que contiene el conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODEs) y  $f$  es un vector valor, función de  $t$  y  $y$ . Introduciendo las relaciones de Baber y Noori (1985, 1986), se tiene el sistema 1.11.

$$\begin{Bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \\ y_4(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u(t) \\ \dot{u}(t) \\ z(t) \\ \varepsilon(t) \end{Bmatrix} \quad (1.11)$$

Donde,

$$\dot{y}_1 = y_2 \quad (1.12)$$

$$\dot{y}_2 = -2 \cdot \xi_0 \cdot \omega \cdot y_2 - \alpha \cdot \omega^2 \cdot y_1 - (1 - \alpha) \cdot \omega^2 \cdot y_3 + f(t) \quad (1.13)$$

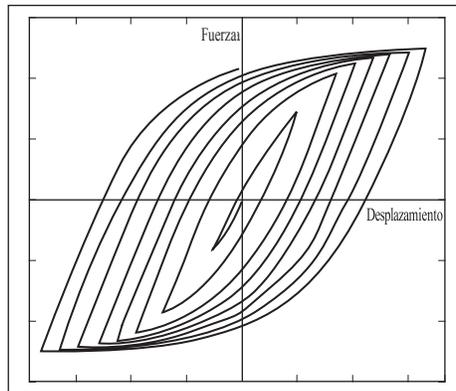
$$\dot{y}_3 = h(z) \left[ \frac{(A_0 - \delta_A \cdot y_4) \cdot y_2 - (v_0 + \delta_v \cdot y_4) (\beta \cdot |y_2| \cdot |y_3|^{n-1} \cdot y_3 + \gamma \cdot y_2 \cdot |y_3|^n)}{(\eta_0 + \delta_n \cdot y_4)} \right] \quad (1.14)$$

$$\dot{y}_4 = (1 - \alpha^2) \cdot \omega^2 \cdot y_2 \cdot y_3 \quad (1.15)$$

Este sistema de ecuaciones permite obtener el comportamiento dinámico para varios tipos de estructuras sometidas a cargas cíclicas aleatorias y puede resolverse de una manera versátil y eficiente utilizando Matlab®.

### 1.3.2 Parámetros de forma de la histéresis

En la figura 1.2, se muestra la curva típica de histéresis obtenida con el modelo de BOUC Y WEN, para un sistema dinámico de un grado de libertad (SDUGL) excitado con una función sinusoidal creciente y conservando los parámetros de forma iguales y constantes.



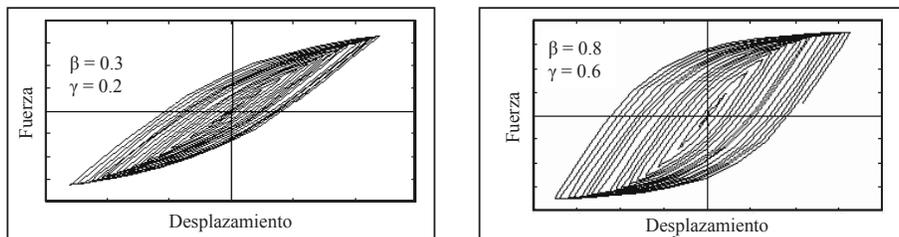
**Figura 1.2.** Comportamiento típico de un sistema histérico. [Adaptado de Aguirre, 2004]

La interacción entre los valores de los parámetros,  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $n$  determina básicamente la forma de la histéresis. El modelo *BOUC Y WEN* es relativamente insensible al cambio proporcional de los valores absolutos de  $\beta$  y  $\gamma$ . Para valores altos de  $\beta$  y  $\gamma$  (mayores de 50) tiende a causar dispersión. Los valores absolutos de  $\beta$  y  $\gamma$  influyen poco e inversamente en parámetros estructurales tales como: la rigidez, la resistencia y la suavidad de los ciclos histeréticos. Sin embargo, cuando se producen cambios relativos de  $\beta$  con respecto a  $\gamma$  y viceversa, estos cambian significativamente.

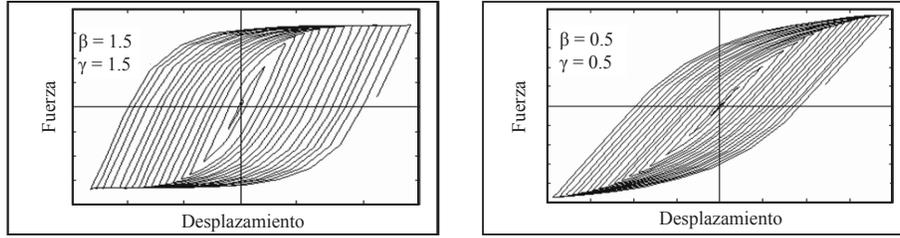
### Parámetros $\beta$ y $\gamma$

La combinación de  $\beta$  y  $\gamma$  determina si el modelo describe endurecimiento o ablandamiento. La variación de estos dos parámetros permite la generación de numerosas formas de histéresis, como se verá a continuación. No obstante, estos parámetros deben satisfacer varios criterios (desigualdades) para asegurar que la energía total disipada a través de cada ciclo sea positiva.

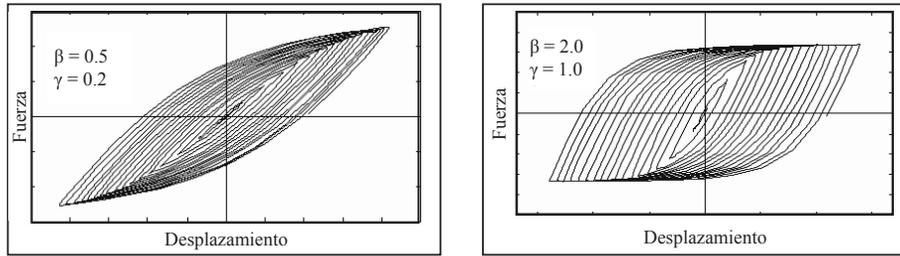
En la figura 1.3, se muestran los efectos de los parámetros de forma en el modelo de histéresis de *BOUC Y WEN* y se enuncian cada una de las desigualdades que se deben cumplir entre  $\beta$  y  $\gamma$ . Las desigualdades fueron introducidas por Baber y Wen en 1981. Para el caso de  $n = 1.0$  y variando  $\beta$  y  $\gamma$  se pueden obtener diversas curvas de histéresis con suficiente estabilidad. Además, se observa la versatilidad del sistema de ecuaciones diferenciales propuesto en las ecuaciones 1.2 y 1.4.



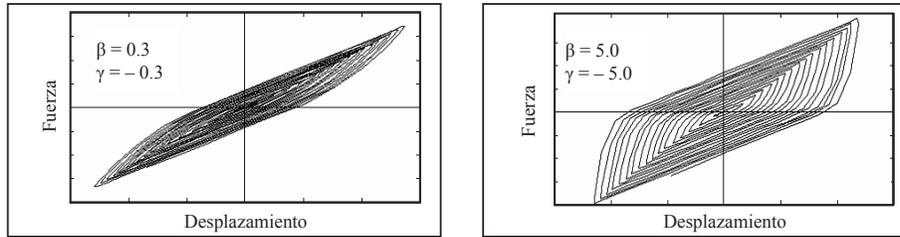
a)  $\beta + \gamma > 0, \gamma - \beta < 0$ , ablandamiento ligero



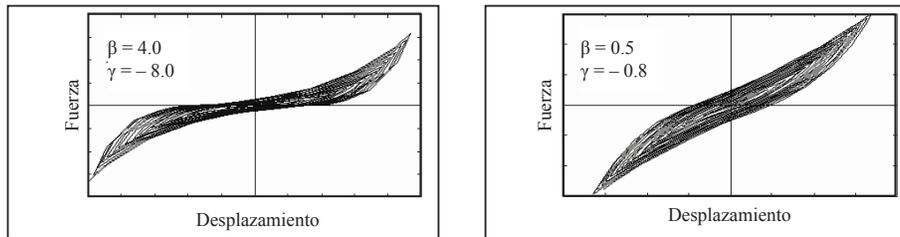
b)  $\beta + \gamma > 0, \gamma - \beta = 0$ , ablandamiento ligero con carga y en descarga muy lineal



c)  $\beta + \gamma > \beta - \gamma, \beta - \gamma > 0$ , Ablandamiento fuerte en carga y descarga



d)  $\beta + \gamma = 0, \gamma - \beta < 0$ , endurecimiento ligero



e)  $\beta + \gamma > \gamma - \beta, \beta + \gamma < 0$ , endurecimiento fuerte

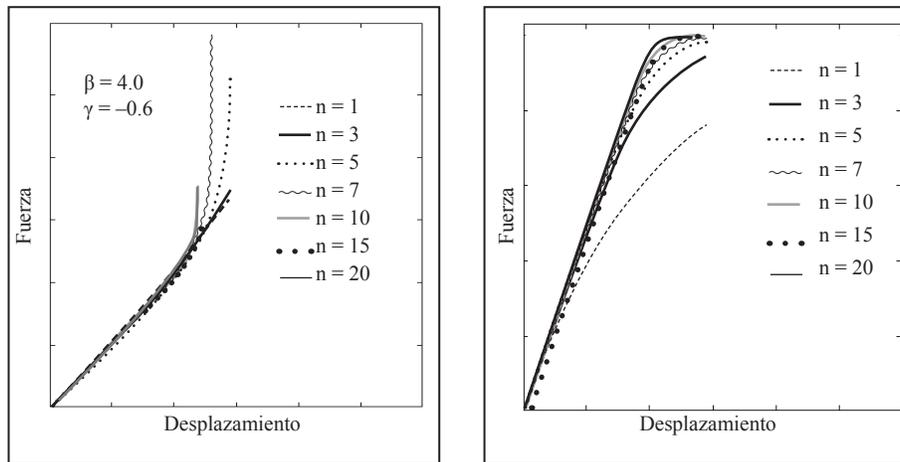
**Figura 1.3.** Posibles curvas de histéresis variando  $\beta$  y  $\gamma$ ;  $n = 1.0$  [Adaptado de Aguirre, 2004]

En general, para  $\beta$  positivo, si  $\gamma > 0$  el sistema exhibirá ablandamiento, y si  $\gamma < 0$  exhibirá endurecimiento.

### El parámetro $n$ : endurecimiento y ablandamiento

**Sistemas con endurecimiento ( $\gamma < 0$ ):** en sistemas con endurecimiento a medida que se incrementa el valor de  $n$ , la histéresis se estrecha y la transición lineal a endurecimiento se vuelve más abrupta. En la figura 1.4a, se muestra este comportamiento.

**Sistemas con ablandamiento ( $\gamma > 0$ ):** en sistemas con ablandamiento a medida que el valor de  $n$  crece, la carga tiende a una función elastoplástica (ver figura 1.4b).



a) Sistema con endurecimiento

b) Sistema con ablandamiento

**Figura 1.4.** Variación del parámetro  $n$ . [Adaptado de Aguirre, 2004]

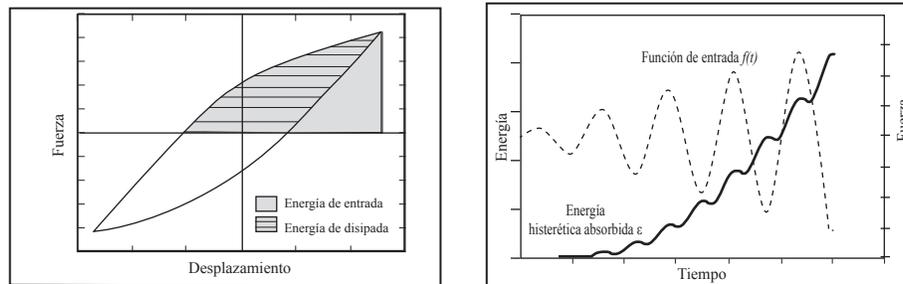
### 1.3.3 Disipación de energía

Una medida de la capacidad de disipación de energía de un sistema estructural está dada por la posibilidad de la amplitud de su desplazamiento. La energía disipada en la histéresis es una medida del efecto acumulativo de la severidad de la respuesta y de las repetidas oscilaciones. En el modelo de BOUC Y WEN, las degradaciones de resisten-

cia y rigidez y el estrangulamiento del sistema se expresan como una función de la energía hysterética. La energía del elemento hysterético es la integral de la fuerza hysterética  $f_h$ , sobre el desplazamiento total  $u$ . Así, de la ecuación 1.16 se obtiene la ecuación 1.9.

$$\varepsilon(t) = \int_{u(0)}^{u(t)} f_h du = (1 - \alpha)\omega^2 \int_{u(0)}^{u(t)} z(u, t) du \frac{dt}{dt} = (1 - \alpha)\omega^2 \int_0^t z(u, t) \dot{u} dt \quad (1.16)$$

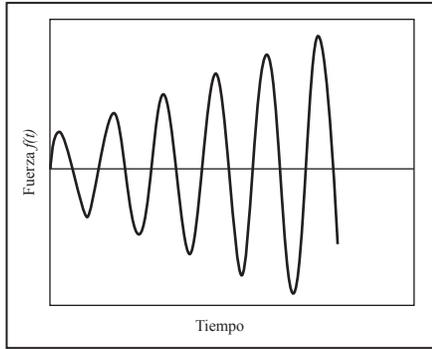
Donde  $\varepsilon(t)$  es la energía hysterética disipada y las demás variables y constantes se encuentran en la tabla 1.1. En la figura 1.5, se muestra un esquema de la evaluación de la energía de entrada y la energía hysterética disipada para un ciclo de carga y la variación de la energía hysterética en el tiempo de la excitación.



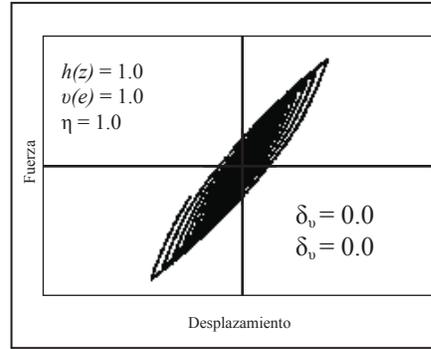
**Figura 1.5.** Energía hysterética de entrada y disipada para un ciclo de carga y energía hysterética en el tiempo. [Adaptado de Aguirre, 2004].

### 1.3.4 Rigidez, resistencia y estrangulamiento

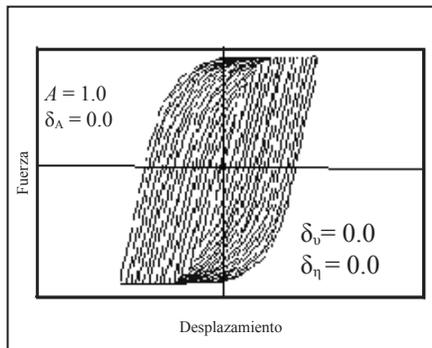
Los modelos para sistemas con degradación deben ser capaces de estimar de alguna manera la duración y severidad de la respuesta. En el modelo de BOUC Y WEN, la degradación de algunas de las propiedades estructurales del sistema es una función de la energía total disipada por la acción hysterética. En las figuras 1.6, se muestran algunos ejemplos relacionados con el cambio en la amplitud, el estrangulamiento, la pérdida de resistencia y la degradación de rigidez que habitualmente aparecen en los sistemas estructurales cuando son sometidos a los efectos de las cargas cíclicas.



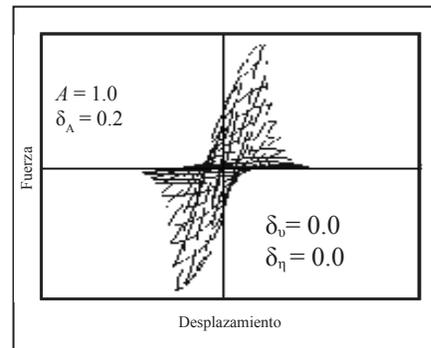
a) Función de entrada



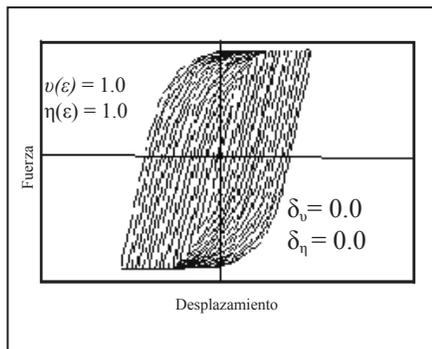
b) Sistema sin degradación



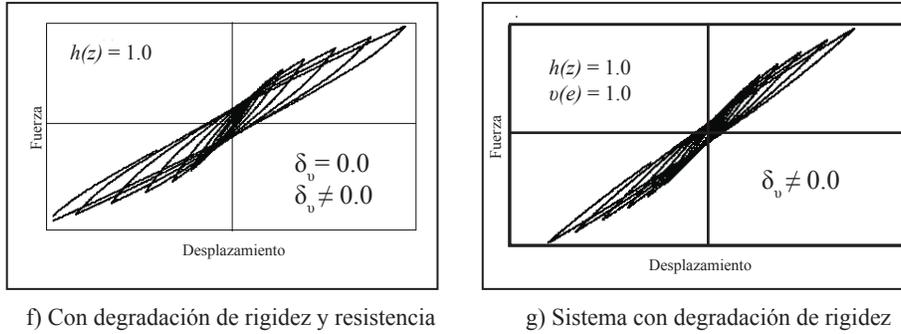
c) Sistema amplitud constante



d) Sistema amplitud variable



e) Sistema con estrangulamiento y sin degradación



**Figura 1.6.** Variación de los parámetros definen la degradación y el estrangulamiento. [Adaptado de Aguirre, 2004].

#### 1.4 IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS Y CONTROL

El modelo de histéresis planteado por BOUC Y WEN, para evaluar el comportamiento dinámico de sistemas estructurales, necesita ser explícitamente definido para un conjunto particular de materiales y configuraciones. Este problema es conocido especialmente como un problema de estimación de parámetros o generalmente como un problema de identificación de sistemas. La identificación de sistemas está definida como un proceso para construir una descripción matemática o modelo de un sistema físico, cuando la entrada del sistema y la correspondiente salida son conocidas [Yao, 1985]. El término general identificación de sistemas, tiene sus orígenes en la teoría de la mecánica de control y la ingeniería eléctrica, pero ha sido usado en muchas ramas de la ciencia y la ingeniería. Para aplicaciones en ingeniería estructural, usualmente la entrada es una función de fuerza conocida y la salida es desplazamiento, velocidad o aceleración, como respuesta de la estructura a esta fuerza. Así, el modelo particular obtenido del proceso de identificación debe producir una respuesta similar a la del sistema de salida, dado que la entrada es la misma [Yao, 1985].

Para la identificación de sistemas existen varias técnicas tales como el método de mínimos cuadrados, el análisis de regresión se-

cuencial, el algoritmo iterativo de Newton, el método de Gauss y la técnica del filtro de Kalman, y recientemente los algoritmos genéticos y las redes neuronales. Estas técnicas han sido utilizadas para determinar sistemáticamente los parámetros del modelo de histéresis de BOUC Y WEN a partir de los datos experimentales [Sues et al, 1988; Foliente, 1996b; Hornig, 2003].

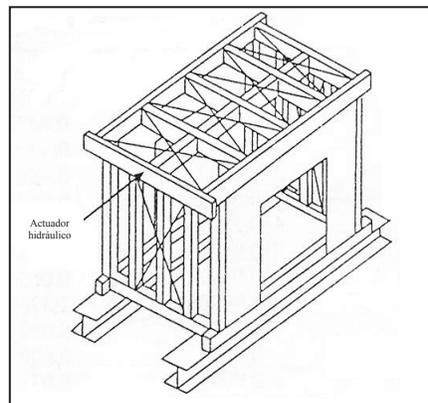
Zhang (2002) ha propuesto tres algoritmos para estimar los diferentes parámetros de control del modelo de BOUC Y WEN en cualquier estructura que presenta comportamiento inelástico. Estos algoritmos están basados en el método Simplex, el filtro de Kalman extendido y el método del gradiente reducido generalizado. Además, se han incorporado nuevas técnicas para facilitar la estabilidad global del sistema. La gran ventaja de estos algoritmos es la habilidad para modelar la histéresis y la precisión de la respuesta inelástica de la estructura. Sin embargo, en otros estudios [Foliente, 1995; Jaramillo, 2000] la mayoría de los parámetros del modelo de histéresis de BOUC Y WEN han sido obtenidos a partir de los datos experimentales. El modelo de histéresis final es calculado y comparado con la histéresis experimental. Es decir, el procedimiento es repetido varias veces hasta que el modelo reproduzca satisfactoriamente todas las características (forma básica de la histéresis experimental no lineal con pérdida de resistencia, degradación de rigidez y estrangulamiento) observadas experimentalmente.

## **1.5 APLICACIÓN DEL MODELO EN VIVIENDAS PREFABRICADAS**

La mayoría de materiales y sistemas estructurales utilizados en la construcción de vivienda de bajo costo exhiben características inelásticas ante cargas cíclicas severas. Infortunadamente, no existe una manera única de describir, a diferencia de los sistemas elásticos, el comportamiento inelástico de todos los materiales. Por esta razón hay modelos matemáticos apropiados para cada uno de ellos, y en algunos casos para algunos tipos particulares de elementos con cada uno de los materiales.

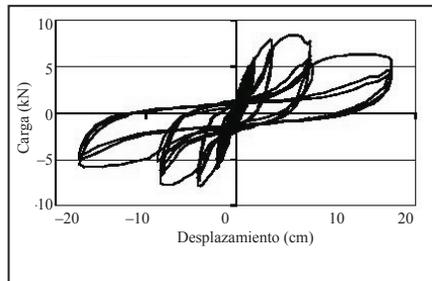
Generalmente, el comportamiento inelástico se manifiesta en forma de lazos de histéresis; el área encerrada en cada uno de los lazos de histéresis representa la energía disipada. La falta de una teoría comprensible para el entendimiento del comportamiento histérico de los sistemas estructurales de las viviendas prefabricadas sometidas a terremotos ha sido uno de los principales impedimentos encontrados en el diseño estructural. Muchos materiales tales como el hormigón armado, el acero, la mampostería reforzada, la madera, el bahareque encementado o el ferrocemento, empleados para la construcción del sistema estructural de las viviendas, han exhibido un comportamiento histérico bajo cargas cíclicas. Las viviendas de bajo costo estructuradas con este tipo de materiales están ubicadas en zonas de media y alta sismicidad, y representan el único refugio de una extensa población del planeta.

El modelo de BOUC Y WEN permite generar una gran variedad de formas de lazos de histéresis y reproducir la histéresis experimental de una amplia gama de sistemas estructurales bajo acciones cíclicas. Stewart (1987) obtuvo los parámetros y la histéresis experimental para viviendas de madera en Nueva Zelanda, realizando ensayos de carga cíclica a escala real sobre el sistema estructural. En la figura 1.7, se muestran los muros y el sistema estructural de una vivienda de un piso.

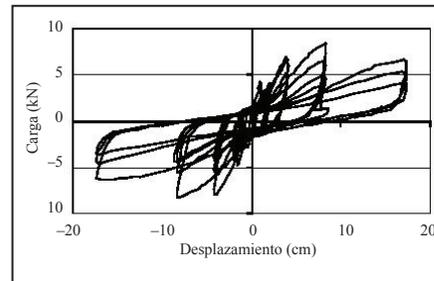


**Figura 1.7.** Esquema del ensayo a carga cíclica en sistemas de madera. [Stewart, 1987]

Posteriormente, Foliente (1995) obtuvo el modelo de histéresis de BOUC Y WEN para este tipo de sistemas estructurales. En la figura 1.8, se muestra la histéresis experimental y la histéresis reproducida utilizando el modelo BOUC Y WEN.



a) Histéresis experimental en sistemas de madera

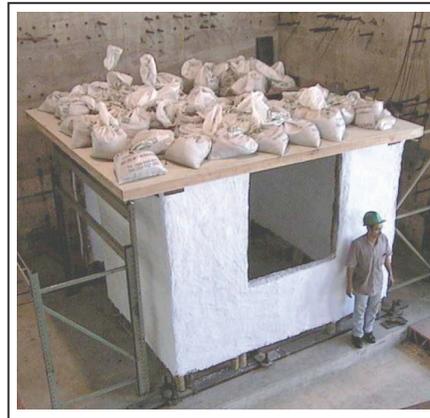


b) Modelo de histéresis de BOUC Y WEN para sistemas de madera

**Figura 1.8.** Histéresis experimental y modelada de sistemas en madera. [Stewart, 1987]

El modelo satisface las principales características observadas experimentalmente, acerca del comportamiento histérico de los nudos y los sistemas estructurales de madera; histéresis no lineal con degradación de rigidez, degradación de resistencia y estrangulamiento. Las leyes constitutivas consideradas dependieron de la respuesta de los nudos de madera. La forma de la histéresis de la figura 1.8b fue obtenida por ensayo y error, para aquellos parámetros que no fue posibles estimar con toda certeza a partir de los datos experimentales.

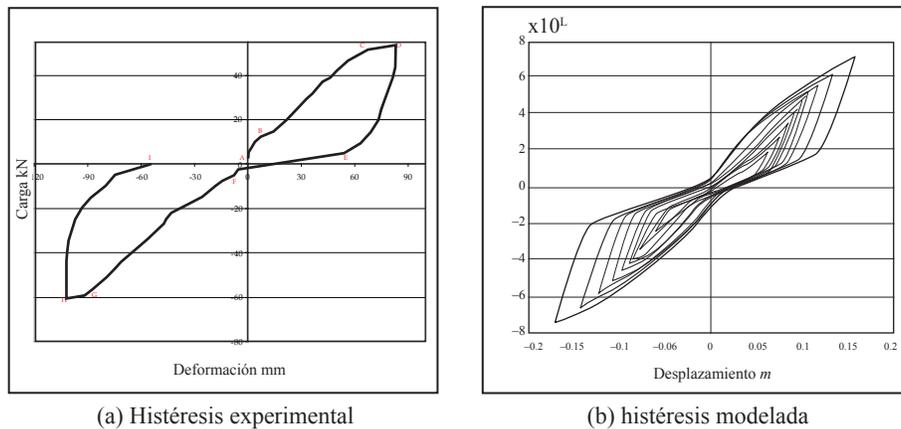
En investigaciones similares, Jaramillo (2000) ha reproducido el comportamiento sísmico de sistemas estructurales de bahareque



**Figura 1.9.** Vivienda en bahareque encementado. [Silva y López, 2000]

encementado, con fines de evaluar la vulnerabilidad sísmica de este tipo de estructuras. En la figura 1.9, se muestra un módulo de vivienda en bahareque encementado a escala real.

Silva y López (2000) obtuvieron la histéresis experimental para este tipo de viviendas. Posteriormente, los parámetros y la forma de la histéresis fueron reproducidos por Jaramillo (2001) utilizando el modelo de Bouc y Wen. En la figura 1.10a, se muestra un lazo para la histéresis experimental y en la figura 1.10b la histéresis modelada.



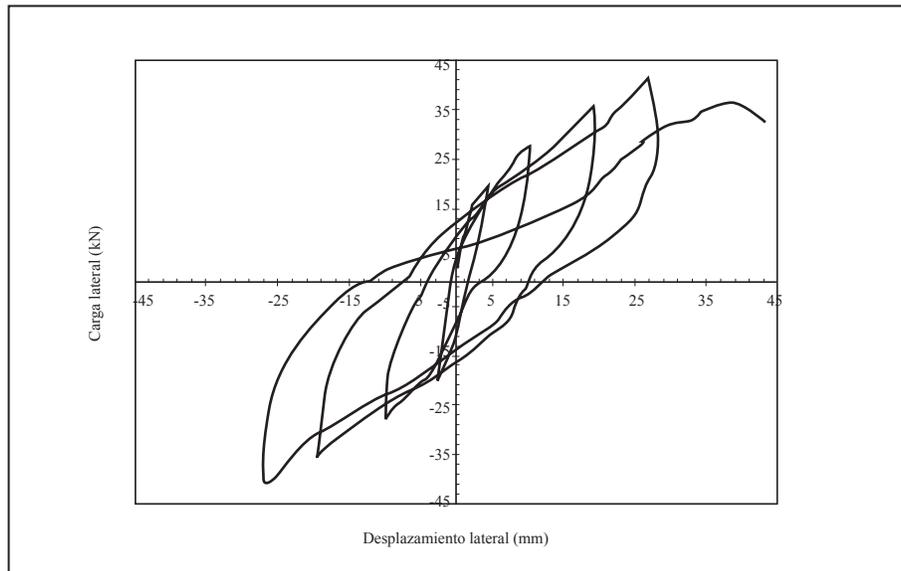
**Figura 1.10.** Comportamiento histerético de sistemas en bahareque encementado. [Jaramillo, 2001].

El modelo captura las principales características del comportamiento inelástico de este tipo de sistemas estructurales; el estrangulamiento es el efecto predominante. El modelo de histéresis obtenido es una buena aproximación de la histéresis experimental.

### 1.5.1 El modelo en casas prefabricadas de ferrocemento

Este modelo permite simular y representar una amplia variedad de sistemas estructurales independientemente de los materiales de construcción. En esta sección se identifican los parámetros del modelo de BOUC Y WEN para nuestro caso particular de materiales y estructuras de ferrocemento.

En la figura 1.11, se dibujan algunos lazos de la histéresis experimental exhibida por una vivienda prefabricada de pared delgada de ferrocemento; estos fueron obtenidos a partir de una serie de ensayos de carga cíclica sobre módulos a escala real de dicho material [Bedoya, 2005].



**Figura 1.11.** Comportamiento histérico de sistemas de ferrocemento [Bedoya, 2005]

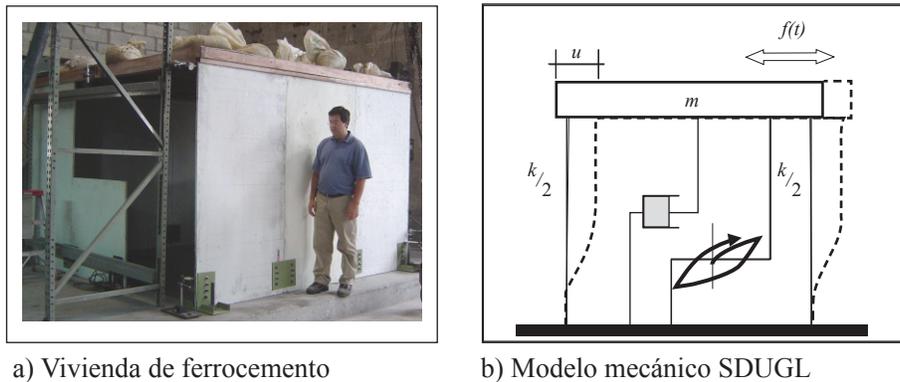
Los parámetros necesarios para la ecuación del movimiento fueron estimados a partir de los ensayos de viviendas de ferrocemento (sistema físico) y describen a continuación: la frecuencia natural  $\omega$  se calculó con la masa  $m$  y la rigidez  $k_i$  del sistema estructural. De la histéresis experimental se obtuvo el parámetro  $\alpha$ , el cual se determina como la relación entre la rigidez tangente final y la rigidez tangente inicial  $\alpha = k_f/k_i$ , debido a que el elemento histérico modelado en el sistema contiene la no linealidad, el amortiguamiento histérico y las propiedades de disipación de la energía no viscosa. El valor del amortiguamiento no lineal  $\xi_0$  puede ser elegido entre 0.01 a 0.05 para sistemas

prefabricados. Los valores de los parámetros de forma de la histéresis  $\beta$  y  $\gamma$  para sistemas estructurales y conexiones de ferrocemento han sido elegidos de acuerdo con la forma de la histéresis experimental exhibida. Así, para obtener una disipación de energía positiva,  $\beta$  debe ser positiva, por lo tanto, la desigualdad de los parámetros de forma que mejor se ajustan al comportamiento histerético del ferrocemento son  $\beta + \gamma > 0$  y  $\gamma - \beta < 0$ . Según se observa en la figuras 1.11 y de acuerdo con los resultados obtenidos, los sistemas estructurales de ferrocemento no presentan estrangulamiento ni pérdida de resistencia; sólo se observa deterioro de la rigidez [Bedoya, 2005]. En la tabla 1.1, se muestran los valores de los parámetros del modelo estimados a partir de los ensayos experimentales sobre las viviendas.

<i>Parámetro</i>	<i>Nombre del parámetro</i>	<i>Valor</i>	<i>Unidad</i>
$t$	Tiempo	15	s
$\xi_0$	Coefficiente de amortiguamiento	5	%
$m$	Masa	1060	kg
$\omega$	Frecuencia pseudo-natural del sistema	73.52	rad
$k_i$	Rigidez tangente inicial	5.73	kN/mm
$k_f$	Rigidez tangente final	1.13	kN/mm
$\alpha$	Relación de rigideces	0.197	
$h(z)$	Función de estrangulamiento	1.0	
$A$	Amplitud de la histéresis	1.0	
$\beta$	Forma y la amplitud de la histéresis	0.85	
$\gamma$	Forma y la amplitud de la histéresis	-0.50	
$n$	Forma y la amplitud de la histéresis	1.0	
$\nu$	Degradación de resistencia	1.0	
$\eta$	Degradación de rigidez	$\neq 1.0$	
$f(t)$	El centro		kN/kg

**Tabla 1.1.** Parámetros adoptados del modelo de *BOUC* y *WEN* para sistemas de ferrocemento [Bedoya, 2005].

Los modelos basados en un sistema dinámico de un grado de libertad (SDUGL) han demostrado ser suficientes y versátiles para obtener un entendimiento básico del comportamiento dinámico de la mayoría de los sistemas estructurales. En la figura 1.12, se muestra la idealización de un modelo de un sistema dinámico de un grado de libertad para una vivienda estructurada con paneles de ferrocemento.



**Figura 1.12.** Idealización un SDUGL para un sistema estructural de ferrocemento [Fuente: propia].

El modelo *BOUC Y WEN* satisface bien las principales características del comportamiento histérico de las zonas de conexión y del sistema estructural de ferrocemento tal y como se ha observado en los ensayos. Es decir, histéresis no lineal con degradación de rigidez. Las leyes constitutivas tienen en cuenta la dependencia de la respuesta de las zonas de conexión de los paneles prefabricados de ferrocemento con las acciones aleatorias externas.

### 1.5.2 Dinámica y comportamiento no lineal

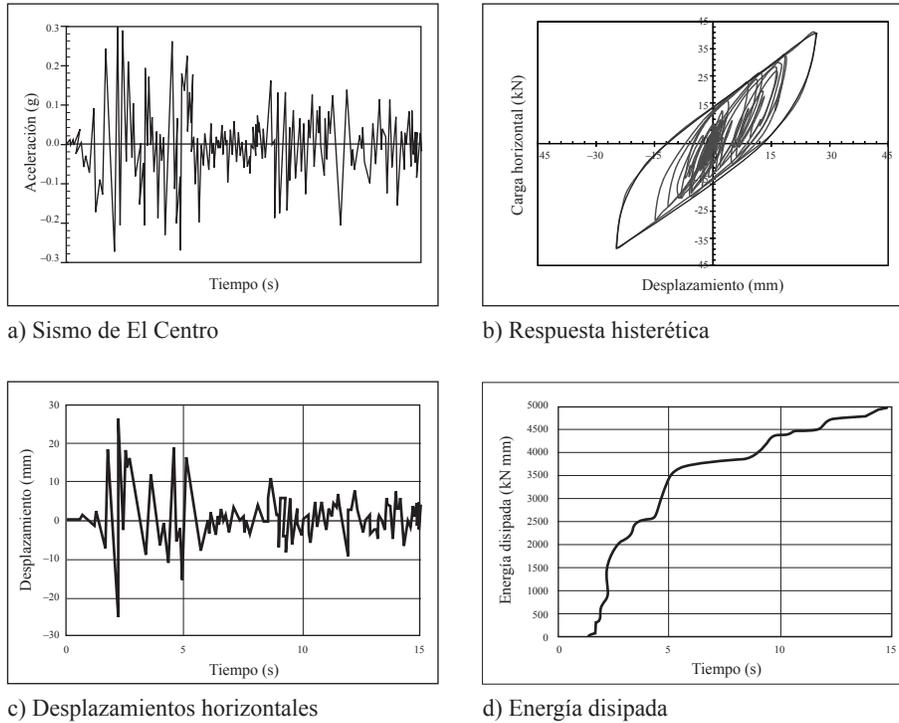
El modelo de histéresis propuesto en esta investigación y descrito de forma numérica en la sección 1.3, se programó en Matlab®. El modelo fue incorporado a un sistema dinámico no lineal de un grado de libertad. Las ecuaciones 1.2, 1.4 y 1.9 fueron arregladas dentro de un conjunto de cuatro ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales

de primer orden, las cuales fueron resueltas utilizando un método estable incorporado en Matlab® (ODEs). Para obtener la respuesta histerética característica de sistemas de ferrocemento mostrada en la figura 1.11, inicialmente se empleó una función de entrada de la forma:  $f(t) (a_1 + a_2 t) \sin(\omega t)$ , donde  $a_i$  son valores constantes y  $\omega$  es la frecuencia de excitación. Debido a que el interés principal era la respuesta sísmica de las conexiones y el sistema estructural de ferrocemento, la función  $f(t)$  fue reemplazada por un acelerograma de un terremoto real; para ello se le adicionó al programa una biblioteca de movimientos telúricos tales como el sismo de Pereira, Quindío, El Centro, entre otros. La vivienda, con muros prefabricados de ferrocemento resistentes a cargas laterales (figura 1.12a) fue sometida al sismo del El Centro. El modelo de histéresis fue dibujado y comparado con la histéresis experimental varias veces hasta que la forma básica de la misma fue reproducida satisfactoriamente. En la figura 1.13, se aprecia la señal (figura 1.13a), la histéresis (figura 1.13b), los desplazamientos (figura 1.13c) y la energía disipada del sistema estructural de ferrocemento (figura 1.13d).

Para obtener la forma similar de la histéresis fue necesaria la información de la campaña experimental. La comparación del modelo de histéresis (figura 1.13b) con la histéresis experimental (figura 1.11) muestra que el modelo propuesto se ajusta razonablemente a la forma básica del comportamiento histerético experimental estudiado anteriormente. Adicionalmente, el modelo de histéresis propuesto permite observar el comportamiento de las conexiones; el modelo es flexible, versátil y puede usarse para una gran variedad de formas de histéresis y tipos de cargas bien sean cíclicas o de terremotos.

## **1.6 CONCLUSIÓN**

La exactitud de la respuesta calculada depende de la habilidad del modelo matemático para describir la estructura. El modelo debe proporcionar una descripción real del comportamiento del sistema estructural.



**Figura 1.13.** Respuesta de un SDUGL de un sistema estructural en ferrocemento. [FUENTE: propia].

Algunas investigaciones han mostrado que para cargas estáticas, una relación carga-desplazamiento es suficiente para predecir la respuesta del sistema. De igual manera, para estimar la respuesta bajo cargas cíclicas, es suficiente conocer la relación carga-deformación que definen los lazos de histéresis. Estos lazos representan los desplazamientos elásticos e inelásticos de la estructura.

Cualquier modelo histerético que se plantee debe ser capaz de capturar la evolución de la rigidez, la resistencia y el efecto de estrangulamiento, bajo cualquier registro de desplazamientos.

Para entender el comportamiento de los materiales a base de cemento, bajo cargas estáticas y cíclicas, se han realizado diversas campañas experimentales sobre diferentes elementos y estructuras,

y se ha propuesto un número considerable de modelos constitutivos, que representan el comportamiento histerético del hormigón armado. Sin embargo, y aunque el ferrocemento pertenece a la familia del hormigón armado, son muy pocas las investigaciones relacionadas con el comportamiento, cíclico y estático, de este tipo de material.

Algunos modelos dinámicos desarrollados para el hormigón armado pueden resultar inapropiados para sistemas estructurales de ferrocemento. Dada la complejidad de los materiales constitutivos (mortero, mallas, fibras o barras de refuerzo), de los elementos prefabricados y las configuraciones estructurales (paneles, conexiones, diafragmas, aberturas, etc.) que componen las viviendas prefabricadas, estas requieren de modelos específicos.

El modelo de Bouc, Wen, Baber y Noori (BOUC Y WEN) investigado resultó ser un modelo versátil, ágil y matemáticamente tratable; pensado para una amplia gama de materiales y sistemas estructurales. En este caso ha resultado adecuado para el modelado y el análisis dinámico de las viviendas prefabricadas de ferrocemento. La comparación de los ciclos de histéresis experimentales y modelados pone de manifiesto la bondad del modelo de BOUC Y WEN.

Las viviendas prefabricadas aquí analizadas, como la mayoría de las estructuras de edificación, están bien representadas con modelos sencillos de un grado de libertad. De esta manera, su comportamiento dinámico básico puede plantearse y analizarse a partir de leyes sencillas que involucran la masa, la rigidez y el amortiguamiento, propios de la estructura. En el caso de las estructuras de ferrocemento la respuesta del sistema es desconocida y requiere de esta modelización.

## **1.7 BIBLIOGRAFÍA**

- ACI Committee 549-1R-97. (1997). *State of the Art Report on Ferrocement*. In Manual of Concrete Practice Institute, Farmington Hills, Michigan, 26 pages.
- Aguirre, N. (2004). Estudio del comportamiento de los disipadores de energía viscoelásticos y su aplicación en sistemas estructurales sismo resistentes. Tesis de grado. Universidad de Nacional de Colombia, sede Manizales, 110 pp.

- AIS. (1998). *Normas colombianas de diseño y construcción sismo resistente, NSR-98*. Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica. Ley 400 de 1997. Decreto 33 de 1998.
- Baber, T. and M.N. Noori. (1985). *Random vibration of degrading pinching systems*. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 111 (8), pp. 1010 - 1026.
- Baber, T. and M.N. Noori. (1986). *Modelling general hysteresis behavior and random vibration application*. Journal of Vibration, Acoustic, stress and Reliability in Des, ASCE, Vol. 108, pp. 411 - 420.
- Baber, T. and Y.K. Wen. (1981). *Random vibration of hysteretic degrading systems*. Journal of Engineering Mechanics, ASCE. Vol. 107 (EM6), pp. 1069 - 1089.
- Bedoya R, D. A (2005), Estudio de resistencia y vulnerabilidad sísmicas de viviendas de bajo costo estructuradas con ferrocemento. Tesis de doctorado, Universidad Politécnica de Catalunya, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Barcelona, España, ISBN B.44297-2007 /978-84-690-7915-7
- Bouc, R. (1967). *Forced vibration of mechanical systems with hysteresis*. Proceedings of the 4<sup>th</sup> international Conference on Nonlinear Oscillation, Prague, Czechoslovakia
- Bouc, R. (1971). *Modèle mathématique d'hysteresis*, Acustica, vol. 24, 16-25.
- Chopra A. K. (1995). *Dynamics of Structures*, Prentice-Hall, Upper saddle River.
- Erlicher, S. Point N. (2004). *Thermodynamic admissibility of Bouc-Wen type hysteresis models*. C. R. Mecanique 332, pp. 51-57.
- Foliente, G, C. 1995. *Hysteresis Modeling of Wood Joints and Structural Systems*. Journal of Structural Engineering, Vol. 121, No. 6, pp. 1013 - 1022.
- Foliente, G. C., Singh, M. P., Noori, M. N. (1996). *Equivalent linearization of generally pinching hysteretic, degrading systems*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 25 (issue) 6, pp. 611-629.
- Foliente, G.C., Singh, M.P. and Noori, M.N. (1996b). *Equivalent linearization of generally pinching hysteretic systems*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics 25:611-629.
- Hajj, N. M. (1981). *Shear Behavior of ferrocement plates subjected to in plane cyclic loads*. Thesis presented to state University of New York, at Buffalo, in partial fulfilment of requirements for the degree of Master of Science.

- Hornig, K., Flowers, G. (2003). *Nonlinear model of hysteresis of composite materials: an optimization approach using genetic algorithms*, Tenth international congress on sound and vibration, icsv10 Auburn University, Department of Mechanical Engineering 201 Ross Hall Auburn, USA.
- Hurtado, J. E. (1998). Stochastic dynamics of hysteretic structures. Application to the seismic analysis of base isolated buildings. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona (España).
- Hurtado, J. E., Barbat, A. H., (2000). *Equivalent linearization of the Bouc-wen hysteretic model*. Engineering structures, Volume (issue) 22 (9), pp. 1121 - 1132 (Elsevier).
- Ikhounay, F. Rodellar, J. (2005). On the Hysteretic Bouc-Wen Model. Part I: forced limit cycle characterization. Nonlinear Dynamics, in press, pp. 1-16.
- Ikhounay, F., Mañosa, V. Rodellar, J. (2003). *Input-Output and Energy Dissipation Properties of the Hysteretic Bouc-Wen Model*. Departament de Matemàtica Aplicada III, Universitat Politècnica de Catalunya.
- Jaramillo, P. (2000). Matrices de vulnerabilidad sísmica de las viviendas de bahareque. Universidad Nacional de Colombia Manizales.
- Matlab®: *The language of technical computing*, Version 7.0. (2004). The Mathworks Inc., Natick, Mass.
- Naaman, A. E. (2000). *Ferrocement and laminated cementitious composites*, Michigan, Ed. Techno Press 3000.
- Priestley, M.J.N. (2003). *Myths and fallacies in earthquake engineering, revisited*. The maller milne lecture, 2003. IUSS Press, Istituto Universitario di Studi Superiori di Pavia.
- Silva, M. F., López, L. F. (2000). Comportamiento sísmico resistente de estructuras en bahareque. Trabajo de grado, Universidad Nacional de Colombia Manizales.
- Stewart, W. G. (1987). The seismic design of plywood-sheathed shear walls. PhD thesis, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.
- Sues, R. H., Mau, S. T., Wen, Y. K. (1988). *System identification of degrading hysteretic restoring forces*. Journal of engineering mechanical, ASCE, vol.114 (5), pp. 833-846.
- Wen, L. (2001). On line identification of non linear hysteretic structural systems using a variable trace approach. Earthquake engineering structural dynamics, Vol. 30, no. 9, p. 1279-1303.

- Wen, Y. K. (1975). *Approximate method for nonlinear random vibration*. Journal of engineering mechanical, ASCE, vol.102 (EM4), pp. 389 - 401
- Wen, Y. K. (1976). *Method for random vibration of hysteretic system*, Journal of engineering mechanical, ASCE, vol.102 (EM4), pp. 249 - 263.
- Wen, Y. K. (1980). *Equivalent linearization for hysteretic systems under random excitation*, Journal of Applied Mechanics, ASME, 47 (3), 150-154.
- Yao, J. T. P. (1985). *Safety and reliability of existing structures*. Pitman Publishing Inc., Boston, Mass.
- Zhang, H., Foliente, G. C., Yang, Y. Ma, F. (2002). *Parameter identification of inelastic structures under dynamic loads*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, V. 31, 1113 - 1130.

## CAPÍTULO 2

# DETERMINACIÓN DE LA RELACIÓN CONSTITUTIVA DE LAS ARENAS USANDO REDES NEURONALES ARTIFICIALES (RNA)

*Hernán Eduardo Martínez-Carvajal<sup>1</sup>*

*Márcio Muniz de Farias<sup>2</sup>*

### 2.1 INTRODUCCIÓN

Una relación o ley constitutiva representa un modelo matemático que describe nuestras ideas sobre el comportamiento de un material. El tema de los modelos constitutivos ha sido desarrollado con base en diferentes sub-disciplinas de la mecánica como la teoría de la elasticidad, la hipoeelasticidad y la plasticidad. Como resultado, han sido presentadas diferentes leyes constitutivas, ocurriendo con mucha frecuencia que los proponentes de ellas proclaman su superioridad sobre las demás (Desai & Siriwardane, 1984). Desde los tiempos de Hooke hasta el presente, esos modelos han sido desarrollados más o menos de la misma forma (Ghaboussi et al., 1991):

- i)* El material es ensayado de manera controlada y su comportamiento o respuesta es observado.
- ii)* Un modelo matemático es postulado para explicar el comportamiento observado, y son determinados los parámetros del material.

---

<sup>1</sup> Ingeniero Geólogo, Maestro en Ingeniería (Mecánica de Suelos). Doctor en Geotecnia. Profesor Universidad Nacional de Colombia, Escuela de Ingeniería Civil. Correo electrónico: *hemartinezc@unalmed.edu.co*

<sup>2</sup> Ingeniero Civil, Maestro en Ingeniería Civil, Doctor en Ingeniería. Profesor de la Facultad de Tecnología de la Universidad de Brasilia, Departamento de Ingeniería Civil & Ambiental. Correo electrónico: *muniz@unb.br*

- iii) El modelo es usado para hacer previsiones y sus resultados son comparados con datos reales ya existentes o provenientes de nuevos experimentos.
- iv) El modelo es modificado para que pueda llevar en cuenta los comportamientos reales observados, pero no explicados por el modelo original.

Se acepta que cada modelo puede ser considerado válido dentro de sus límites, y que todavía no ha sido desarrollado un modelo constitutivo universal que tenga validez para todos los materiales y todas las condiciones de carga posibles (Desai & Siriwardane, 1984). En el caso de las arenas, se acepta que su comportamiento mecánico depende fundamentalmente de dos factores (Cubrinovski & Ishihara, 2002):

- i) Su naturaleza física. Este factor está relacionado con la composición de la arena como material granular y ha sido tradicionalmente descrito por medio de propiedades como la distribución granulométrica, el contenido de finos, la forma y mineralogía de los granos, entre otras.
- ii) Su estado físico. Este factor se refiere a las condiciones físicas bajo las cuales se encuentra la arena “*in situ*”, o antes del ensayo, y pueden ser descritas a través de variables como la densidad relativa ( $D_r$ ) el estado de tensiones efectivas y el tipo de arreglo o fábrica entre los granos.

Una forma alternativa y diferente de abordar el problema consiste en la utilización de redes neuronales artificiales (RNA) para modelar el comportamiento del material partiendo directamente de resultados de ensayos de laboratorio, los cuales serían capturados directamente por la RNA, almacenando tal conocimiento para posteriores generalizaciones.

En este trabajo fue creada y puesta a prueba una RNA entrenada para almacenar y reproducir la relación constitutiva de un grupo de arenas, a partir de un conjunto de ensayos triaxiales verdaderos. La base de datos usada fue colectada tanto de la literatura disponible como de resultados de ensayos realizados en el Instituto de Tecnología de Nagoya (NIT), Japón, cedidos mediante convenio de cooperación a la Universidad de Brasilia. Los materiales usados fueron

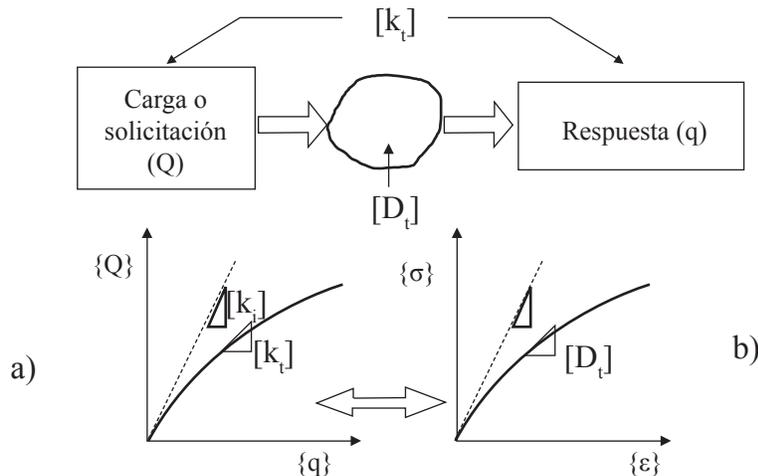
Arena de Toyoura (ensayos realizados en el NIT), Arena de Cambria y Arena de Monterrey, sometidos a una amplia gama de trayectorias de tensión, bajo condiciones drenadas y carga monotónica.

## 2.2 MODELAMIENTO CONSTITUTIVO DE MATERIALES

En el caso de los suelos, las relaciones tensión-deformación son en general del tipo no lineal. Esa no-linealidad se manifiesta a través de cambios en la geometría y en las propiedades del suelo. La figura 2.1, es una representación simbólica de la relación entre una sollicitación ( $Q$ ) y su respuesta correspondiente ( $q$ ), la cual puede ser expresada matemáticamente según la ecuación (2.1).

$$[k_r]\{dq\} = \{dQ\} \quad (2.1)$$

Donde  $[k_r]$  es la matriz de propiedades del material (rigidez),  $\{dq\}$  es el vector de respuestas (desplazamientos), y  $\{dQ\}$  es el vector de sollicitaciones o carga. Si el material fuera lineal, entonces  $[k_r]$  es igual a  $[k_i]$ , donde  $[k_i]$  es la matriz de rigidez inicial, cuyos coeficientes son constantes para cualquier magnitud de carga.



**Figura 2.1.** Representación general del comportamiento no lineal: a la izquierda, comportamiento carga-desplazamiento; a la derecha comportamiento tensión-deformación (Desai & Siriwardane, 1984).

En procedimientos numéricos, la matriz de rigidez  $[k_t]$  se expresa de manera usual según la ecuación (2.2).

$$[K_1] = \iiint_V [B]^T [D_1][B] dV \quad (2.2)$$

Donde  $[B]$  es la matriz de transformación deformación-desplazamiento,  $V$  es el volumen de la región, y  $[D_1]$  es la matriz constitutiva que representa la relación entre incrementos de tensiones e incrementos de deformaciones según la ecuación (2.3).

$$\{d\sigma\} = [D_t]\{d\varepsilon\} \quad (2.3)$$

Donde  $\{d\sigma\}$  y  $\{d\varepsilon\}$  son los vectores que representan los incrementos de tensión y deformación (Desai & Siriwardane, 1984).

Uno de los factores causantes de la no linealidad es el estado de tensiones. En la medida que el nivel de carga varía, el material experimenta cambios continuos en sus características físicas. En otras palabras, los módulos o los parámetros que definen la rigidez del material experimentan cambios permanentes en la medida que las cargas van cambiando. Esto se expresa con las ecuaciones (2.4) y (2.5).

$$[k_t] = [k_t(D_t)] \quad (2.4)$$

$$[D_t] = [D_t(\sigma)] \quad (2.5)$$

Además del estado de tensiones, existen otros factores que influyen en el comportamiento no lineal de los geomateriales. Los más relevantes son: el estado inicial de tensión, la condición física del material (densidad, humedad, índice de vacíos), la velocidad y el tipo de carga (estática, dinámica, repetitiva), la trayectoria de tensión y la existencia de discontinuidades (diaclasas, fracturas, estructuras) (Desai & Siriwardane, 1984).

La definición de la matriz constitutiva  $[D_t]$  es el punto clave en el modelamiento del comportamiento de los materiales, de forma que

problemas geotécnicos reales, sujetos a ciertas condiciones de contorno, puedan ser resueltos con el auxilio de técnicas numéricas como el método de los elementos finitos. Para suelos, ya existen modelos que pueden reproducir la respuesta de sistemas reales sometidos a cargas del tipo triaxial convencional, o sea, con dos componentes de tensión constantes y una componente variable. Sin embargo, el modelamiento matemático de trayectorias tridimensionales genéricas todavía no ha sido tan exitoso, debido principalmente a la alta complejidad del comportamiento de los suelos.

### **2.3 MODELAMIENTO CONSTITUTIVO USANDO REDES NEURONALES ARTIFICIALES**

La mayoría de las investigaciones sobre la utilización de RNA en geotecnia, aún presentando resultados bastante satisfactorios, no han sido implementadas en la práctica, por ejemplo, en la solución de problemas de contorno (Boundary Value Problems), donde la RNA podría actuar en sustitución de la matriz constitutiva ( $D_t$ ). En este caso, las unidades de procesamiento de la capa de entrada pueden, por ejemplo, representar estados de tensión-deformación e incrementos de deformación; mientras que las unidades de procesamiento en la capa de salida representarían los correspondientes incrementos de tensión (Ghaboussi, 1992). La unicidad del mapeamiento entrada-salida dependería de la incorporación, en el conjunto de entrada, de factores que describan adecuadamente el tipo y estado inicial del suelo.

La base de datos para el entrenamiento de esta RNA no tendrá que contener todas las posibles trayectorias de tensión, pero deberá incluir un número suficiente de ellas para que la RNA pueda aprender el comportamiento constitutivo del suelo. De esta forma, la RNA sería capaz de usar su capacidad de generalización para producir respuestas aceptables cuando fuera consultada con trayectorias de tensión no incluidas en el conjunto de datos de entrenamiento (Ghaboussi, 1992).

## 2.4 LA BASE DE DATOS

Los principales factores a ser considerados en el proceso de modelamiento constitutivo de las arenas son: mineralogía, forma de las partículas, características granulométricas, índice de vacíos y tensión confinante inicial. De esta forma, fueron escogidos de la literatura especializada algunos trabajos que llevaron en cuenta tales factores, en la realización de ensayos triaxiales drenados. En este trabajo, el efecto de la mineralogía no fue considerado, pues las tres arenas escogidas son del tipo cuarzoso, sin embargo, fue incluido un factor de forma de los granos ( $n_s$ ), que vale 25 para granos angulosos, 20 para sub-angulosos, 17 para sub-redondeados y 15 para esféricos (Penumadu & Zhao, 1999).

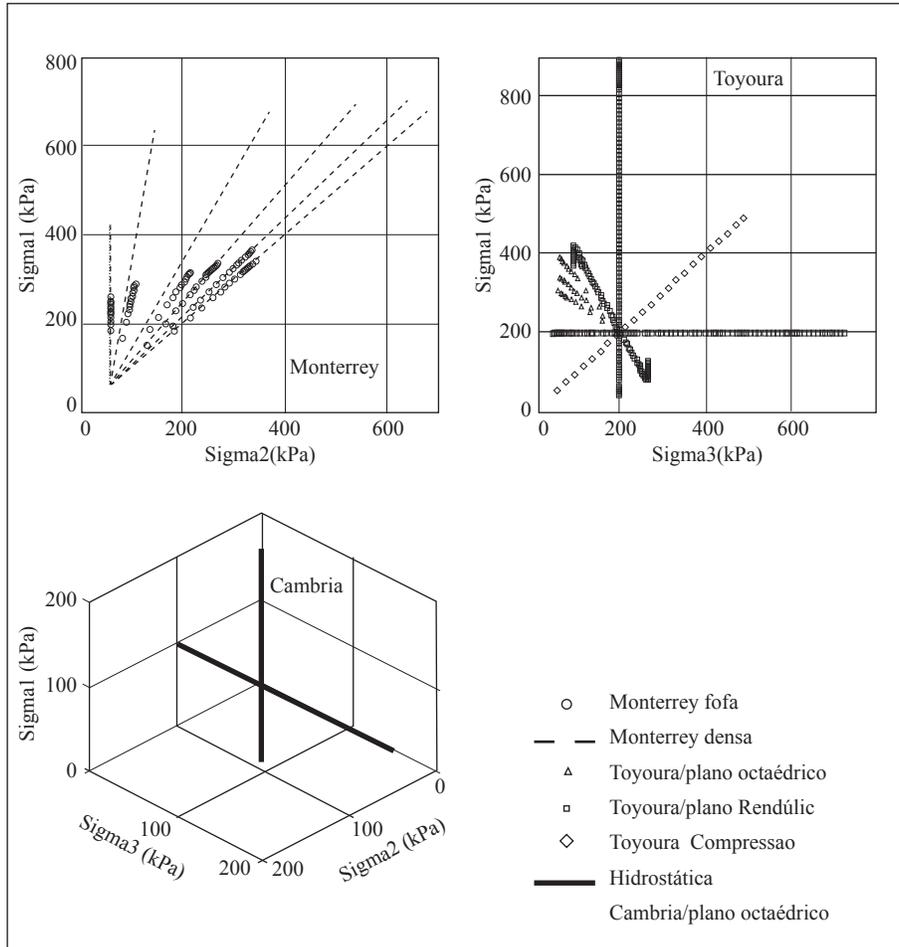
Con relación a las características granulométricas, los factores que pueden ser considerados para describir la condición física de las arenas son: el diámetro medio ( $D_{50}$ ), el coeficiente de uniformidad ( $C_u$ ), el coeficiente de curvatura ( $C_c$ ) y la densidad relativa ( $D_r$ ). Sin embargo, investigaciones recientes sobre caracterización mecánica de arenas mostraron que la diferencia entre los índices de vacíos máximo y mínimo ( $e_{max} - e_{min}$ ) involucra los efectos combinados del  $D_{50}$ , de la granulometría, del contenido de finos y de la forma de las partículas; pudiendo inclusive proporcionar información valiosa y única sobre el comportamiento de deformación volumétrica de esos materiales (Cubrinovski & Ishihara, 2002).

La tabla 2.1, presenta una relación de los ensayos usados para el modelamiento propuesto, los cuales corresponden a un total de 1333 puntos experimentales. Una visión general de todas las trayectorias de tensión en el espacio de tensiones principales es presentada en la figura 2.2.

**Tabla 2.1.** Relación de los ensayos usados [FUENTE: propia].

Referencia	Tipo de Arena	$D_{50}/C_u/C_c$	$e_{inicial} / e_{max}-e_{min}$	$\sigma_{inicial}$ (kPa)	ns	Observaciones
Penumadu & Zhao, 1999	T	0.162/1.46/1.05	0.95/0.364	49	20	Comp. Isotrópica

Referencia	Tipo de Arena	D50/Cu/Cc	$\frac{e_{inicial}}{e_{max}-e_{min}}$	$\sigma_c^{inicial}$ (kPa)	ns	Observaciones
Lande & Duncan, 1973	C	1.32/1.4/0.9	0.7/0.229	98.1	17	$\theta = 0, b = 0, \sigma_{oct} = cte$
	C	1.32/1.4/0.9	0.7/0.229	98.1	17	$\theta = 120, b = 0, \sigma_{oct} = cte$
	C	1.32/1.4/0.9	0.7/0.229	98.1	17	$\theta = 61, b = 0.98, \sigma_{oct} = cte$
	C	1.32/1.4/0.9	0.7/0.229	98.1	17	$\theta = 181, b = 0.98, \sigma_{oct} = cte$
Hoque & Tatsuoka, 1998	M	0.43/1.53/0.89	0.78/0.295	58.8	17	b = 0.0
	M	0.43/1.53/0.89	0.57/0.295	58.8	17	b = 0.0
	M	0.43/1.53/0.89	0.57/0.295	58.8	17	b = 0.15
	M	0.43/1.53/0.89	0.57/0.295	58.8	17	b = 0.50
	M	0.43/1.53/0.89	0.57/0.295	58.8	17	b = 0.75
	M	0.43/1.53/0.89	0.57/0.295	58.8	17	b = 0.90
	M	0.43/1.53/0.89	0.57/0.295	58.8	17	b = 1.00
	M	0.43/1.53/0.89	0.78/0.295	58.8	17	b = 0.20
	M	0.43/1.53/0.89	0.78/0.295	58.8	17	b = 0.60
	M	0.43/1.53/0.89	0.78/0.295	58.8	17	b = 0.75
	M	0.43/1.53/0.89	0.78/0.295	58.8	17	b = 0.90
Ochiai & Lade, 1983	T	0.162/1.46/1.05	0.666/0.364	196	20	$\sigma_{oct} = cte$ , compresión
	T	0.162/1.46/1.05	0.68/0.364	196	20	$\sigma_{oct} = cte$ , extensión
	T	0.162/1.46/1.05	0.664/0.364	196	20	$\sigma_{rad} = cte$ , compresión
	T	0.162/1.46/1.05	0.677/0.364	196	20	$\sigma_{rad} = cte$ , extensión
	T	0.162/1.46/1.05	0.659/0.364	196	20	$\sigma_a = cte$ , compressão
	T	0.162/1.46/1.05	0.677/0.364	196	20	$\sigma_a = cte$ , extensión
	T	0.162/1.46/1.05	0.832/0.364	196	20	$\sigma_{rad} = cte$ , compresión
	T	0.162/1.46/1.05	0.851/0.364	196	20	$\sigma_{oct} = cte$ , compresión
	T	0.162/1.46/1.05	0.847/0.364	196	20	$\sigma_{rad} = cte$ , extensión
	T	0.162/1.46/1.05	0.861/0.364	196	20	$\sigma_a = cte$ , compresión
	T	0.162/1.46/1.05	0.84/0.364	196	20	$\sigma_a = cte$ , extensión
	T	0.162/1.46/1.05	0.866/0.364	196	20	$\sigma_{oct} = cte$ , extensión
	T	0.162/1.46/1.05	0.866/0.364	196	20	$\theta = 15$
	T	0.162/1.46/1.05	0.866/0.364	196	20	$\theta = 30$
T	0.162/1.46/1.05	0.866/0.364	196	20	$\theta = 45$	
$b = (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)$ $\theta = \text{ángulo en el plano octaédrico}$ T = Toyoura, C = Cambria, M = Monterrey						



**Figura 2.2.** Trayectorias de tensión para los ensayos usados[Fuente: propia].

## 2.5 LA ARQUITECTURA DE LA RED NEURONAL

Para modelar el comportamiento drenado tensión–deformación de las arenas, se creó una red tipo Perceptron Multicapas (“MLP-Backpropagation”) con dos capas intermedias de 30 neuronas cada una, una capa de entrada con 16 neuronas y una capa de salida con tres neuronas. La red fue entrenada usando el algoritmo de gradiente descendente simple, implementado en el programa Matlab, cuyo

desempeño, en términos de error mínimo, se mostró mejor que otros algoritmos más rápidos como el Levenberg-Marquardt. Adicionalmente, se usó el recurso de la parada anticipada, o validación cruzada, para evitar el efecto de sobre-entrenamiento. El conjunto de entrenamiento corresponde a 50% de los puntos experimentales disponibles, mientras que el 50% de los puntos restantes fueron divididos en dos conjuntos iguales: uno para validación de la red durante el entrenamiento y el otro para evaluar la capacidad de generalización.

La utilización de una RNA con dos capas se justifica por el hecho que las neuronas tienden a interactuar entre sí globalmente en redes de una única capa, lo que vuelve difícil mejorar la aproximación en un punto, sin empeorarlo en otro. Con dos capas intermedias, el proceso se vuelve más gerenciable, pues las características locales son extraídas de la primera capa, mientras que las características globales son extraídas de la segunda, en la cual cada neurona combina las salidas de las neuronas de la primera capa operando en una región particular del espacio (Haykin, 2001).

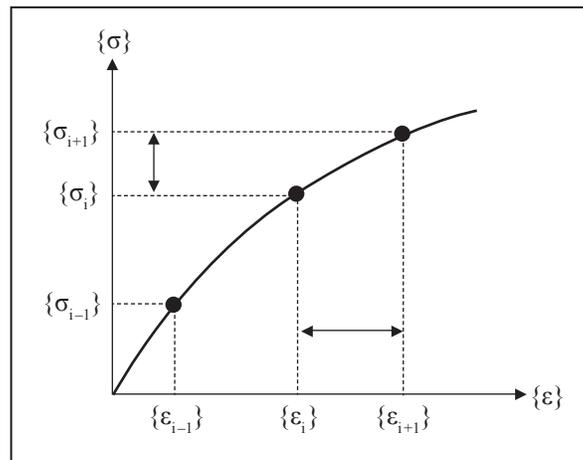
En la determinación de las entradas a ser usadas, se trata de hacer que el mapeamiento entradas-salidas sea único. En caso contrario, la RNA no proporcionará respuestas confiables, pues para un cierto conjunto de valores de entrada podrían existir varias posibles respuestas o valores de salida.

En el modelamiento constitutivo de suelos, una RNA podría sustituir la matriz  $[D_i]$  en un análisis usando el método de los elementos finitos, haciendo el mapeamiento entre incrementos de deformación e incrementos de tensión (deformación controlada). En este caso (figura 2.3), para un dado estado de carga actual ( $i$ ), definido por ( $\{\sigma_i\}$ ,  $\{\varepsilon_i\}$ ), dado el incremento de deformaciones  $\{\Delta\varepsilon_i\}$ , se encuentra el incremento de tensiones  $\{\Delta\sigma_i\}$ , que genera el estado de carga posterior ( $i + 1$ ).

Considerando que el comportamiento del suelo depende de los estados anteriores de carga, es importante incluir en el conjunto de entrenamiento datos relativos al estado de carga anterior ( $i - 1$ ), o sea ( $\{\sigma_{i-1}\}$ ,  $\{\varepsilon_{i-1}\}$ ). En consecuencia, las entradas de la RNA fueron:

tensión de confinamiento inicial ( $\sigma_0$ ), ( $e_{max} - e_{min}$ ), índice de vacíos ( $e$ ), factor de forma ( $n_s$ ), tres tensiones y tres deformaciones principales del estado de carga  $i-1$  ( $\sigma_{1_{i-1}}$ ,  $\sigma_{2_{i-1}}$ ,  $\sigma_{3_{i-1}}$ ,  $\varepsilon_{1_{i-1}}$ ,  $\varepsilon_{2_{i-1}}$ ,  $\varepsilon_{3_{i-1}}$ ), tres deformaciones principales del estado de carga  $i$  ( $\varepsilon_{1_p}$ ,  $\varepsilon_{2_p}$ ,  $\varepsilon_{3_p}$ ), y por último, los tres incrementos de deformación principal que permiten definir el estado de deformación del estado  $i+1$  ( $\Delta\varepsilon_{1_p}$ ,  $\Delta\varepsilon_{2_p}$ ,  $\Delta\varepsilon_{3_p}$ ).

Las salidas son los tres incrementos de tensión principal que permiten definir el estado de tensión del estado posterior ( $\Delta\sigma_{1_p}$ ,  $\Delta\sigma_{2_p}$ ,  $\Delta\sigma_{3_p}$ ).

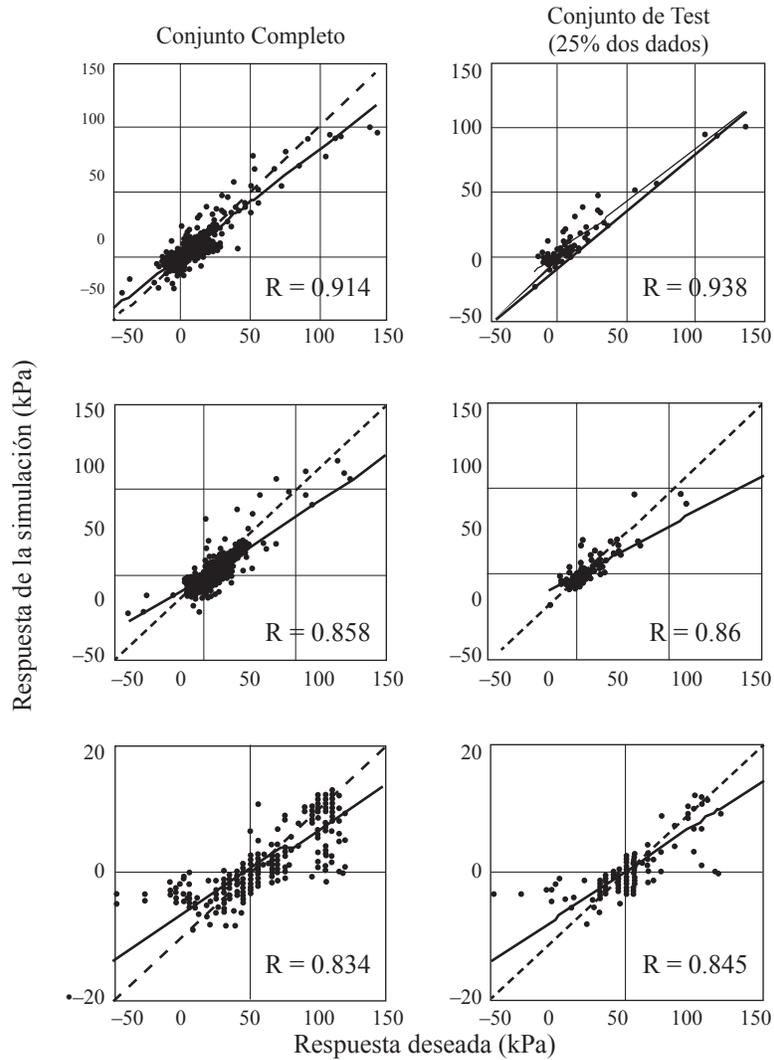


**Figura 2.3.** Representación de los estados de tensión-deformación necesarios para el entrenamiento de la RNA [FUENTE: propia].

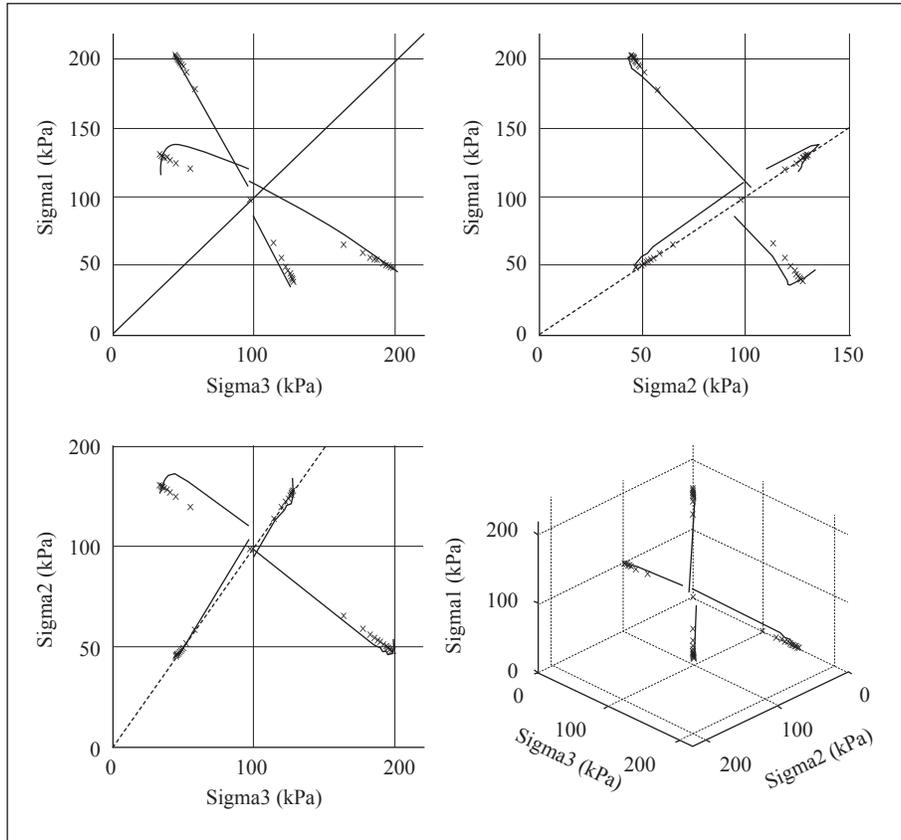
## 2.6 RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN

Después de haber sido entrenada, la RNA fue probada para verificar su capacidad de generalización. Para mayor claridad en la visualización de los resultados, cada tipo de arena fue simulada individualmente, y los resultados comparados con las trayectorias experimentales. El error cuadrático mínimo de entrenamiento fue de  $4,7 \times 10^{-3}$  en 50000 iteraciones de entrenamiento. El error de la prueba fue ligeramente mayor:  $5,1 \times 10^{-3}$ .

La comparación inicial entre las respuestas de la RNA y los datos experimentales, presentada en la figura 2.4, fue hecha para cada incremento de tensión principal  $\Delta\sigma_1$ ,  $\Delta\sigma_2$  y  $\Delta\sigma_3$ , separando los resultados obtenidos con la totalidad de los datos, de aquellos correspondientes a los datos de prueba. Observando la semejanza entre los coeficientes



**Figura 2.4.** Correlación entre las respuestas de la RNA y los valores experimentales (línea continua). En trazo discontinuo la línea  $y = x$  [FUENTE: propia].



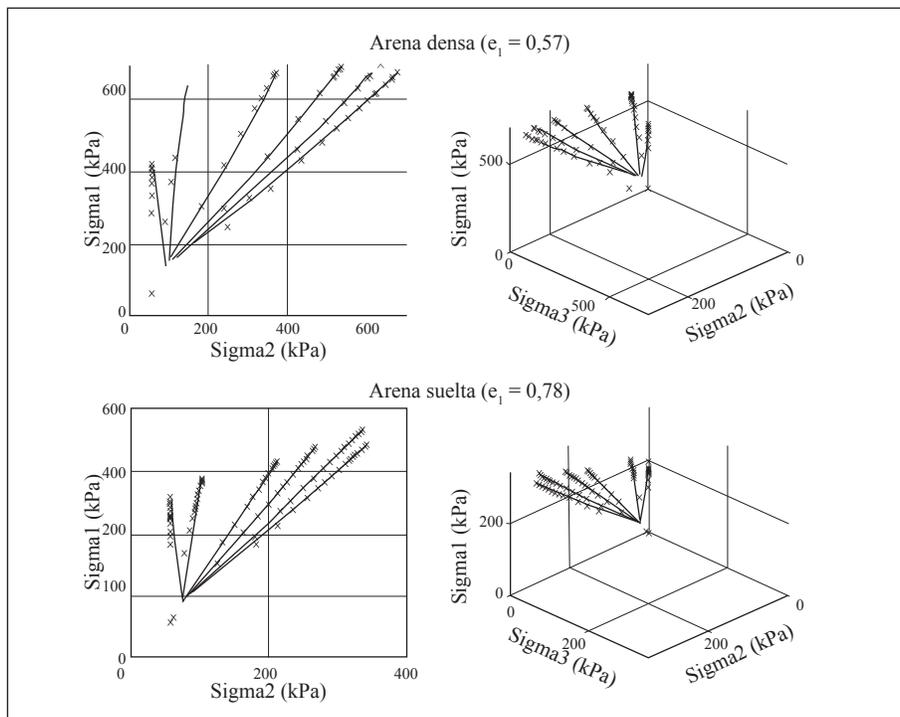
**Figura 2.5.** Resultados de la simulación para la arena de Cambria. Los puntos son los datos experimentales, las líneas son la respuesta de la RNA. En línea discontinua el eje hidrostático.

de correlación ( $R$ ), se concluye que el criterio de parada fue adecuadamente aplicado y que la RNA no quedó sobre-entrenada.

La figura 2.5 presenta los resultados de la simulación realizada con la arena de Cambria, para cuatro trayectorias en el plano octaédrico. Se observa cómo la RNA consigue identificar el sentido de la trayectoria, a pesar de que la reproducción de la curva experimental todavía es imprecisa. Una posible explicación puede ser el hecho de existir una diferencia muy grande entre la magnitud de los primeros incrementos de tensión y los últimos, o sea, la dispersión de los

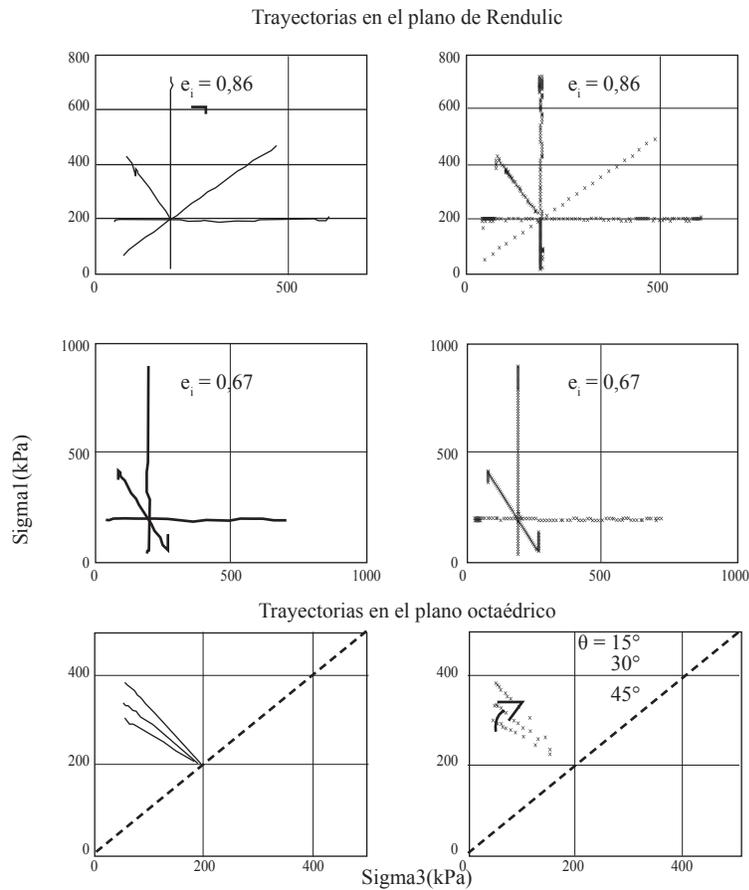
valores de  $\Delta\sigma_1$ ,  $\Delta\sigma_2$  e  $\Delta\sigma_3$  es considerable. En la Figura 2.4, se observa que los errores mayores de la RNA ocurren en los puntos más alejados de las nubes centrales, donde los incrementos de tensión son mayores. De esta forma, partiendo del eje hidrostático, la RNA está obligada a simular trayectorias en las cuales los primeros incrementos de tensión son grandes, cometiendo errores importantes que alteran la forma de la trayectoria.

En la Figura 2.6, son presentados los resultados para la arena de Monterrey tanto en estado denso ( $e_i = 0,57$ ), como suelto ( $e_i = 0,78$ ). Se observa que, en general, todas las aproximaciones son bastante buenas, principalmente en los puntos localizados en los extremos de las trayectorias, en contraste con el inicio de las mismas, donde los incrementos de tensión son muy grandes, ocurriendo errores mayores.



**Figura 2.6.** Resultados de la simulación para la arena de Monterrey. Los puntos son los datos experimentales, las líneas, la respuesta de la RNA [FUENTE: propia].

Los resultados de las simulaciones de arena de Toyoura son presentados en la Figura 2.7, En ésta, los gráficos de las dos líneas superiores contienen trayectorias en el plano de Rendulic, mientras que los gráficos de la línea inferior contienen trayectorias en el plano octaédrico y una trayectoria de compresión hidrostática. Se observa en todos los gráficos una excelente respuesta de la RNA, la cual consigue acompañar de cerca las trayectorias experimentales.



**Figura 2.7.** Resultados de la simulación para la arena de Toyoura. En línea discontinua el eje hidrostático. A la derecha los datos experimentales, a la izquierda la respuesta de la RNA [FUENTE: propia].

## 2.7. CONCLUSIONES

El comportamiento tensión-deformación no drenado de tres arenas típicas (Toyourea, Monterrey y Cambria) fue modelado utilizando una red neuronal estática tipo MLP, entrenada con datos experimentales correspondientes a una amplia variedad de trayectorias triaxiales de tensión. Usando el procedimiento de parada anticipada fue posible evitar el efecto de sobre-entrenamiento de la red, haciendo que ésta consiguiera un nivel adecuado de generalización. Con base en los resultados de esta investigación, se presentan las siguientes conclusiones:

El uso de  $e_{max} - e_{min}$  se presentó adecuado para mejorar el mapeamiento de la red neuronal, pues proporciona información importante y única sobre las características granulométricas generales de la arena y muy probablemente, sobre sus características de compresibilidad.

La utilización de redes MLP estáticas para modelamiento constitutivo de suelos presenta como mayor dificultad la necesidad de usar los valores absolutos de las tensiones en las entradas de la red, pues al usar los incrementos de las tensiones los resultados no han sido satisfactorios.

Cuando una red MLP estática es entrenada usando incrementos, se corre el riesgo de quedar especializada sólo en las regiones de entrada correspondientes al rango de valores de los incrementos usados, siendo incapaz, posteriormente, de proporcionar una generalización adecuada. De esta forma, se deben adoptar entradas adicionales que viabilicen efectivamente la unicidad en el mapeamiento entre entradas y salidas.

En este trabajo, las entradas adicionales fueron el índice de vacíos, la diferencia entre el índice de vacíos máximo y mínimo ( $e_{max} - e_{min}$ ), el factor de las partículas ( $n_s$ ) y la tensión de confinamiento inicial ( $\sigma_0$ ). Es probable que la utilización conjunta de  $e_{max} - e_{min}$  y de  $n_s$  esté siendo redundante, en el sentido que el primero de ellos parece por sí sólo contener toda la información granulométrica. En una etapa posterior de esta misma línea de investigación, será conveniente estudiar el efecto de trabajar con menor número de variables de entrada.

Los resultados de las simulaciones realizadas pueden ser considerados satisfactorios, pues el modelo neuronal consiguió acompañar con gran precisión las trayectorias solicitadas. Se cree que usando un número mayor de puntos experimentales, trayectorias de tensión adicionales y mayor variedad de tipos de arena, será posible entrenar una RNA que pueda actuar conjuntamente con un programa de elementos finitos para solucionar problemas de contorno.

## 2.8 BIBLIOGRAFIA

- C.S. Desai, and H.J. Siriwardane, 1984. Constitutive laws for engineering materials: with emphasis on geologic materials. Prentice-Hall.
- D. Penumadu, and R. Zhao, 1999. Triaxial compression behavior of sand and gravel using artificial neural networks. *Computers and Geotechnics*, vol. 24, pp. 207-230.
- E. Hoque, and F. Tatsuoka, 1998. Anisotropy in elastic deformation of granular materials, *Soils and Foundations*, vol. 38, n. 1, pp. 163-179.
- H. Ochiai, and P. Lade, 1983. Three-Dimensional behavior of sand with anisotropic fabric. *ASCE Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 109, n. 10, pp. 1313-1328.
- J. Ghaboussi, J.H. Garret, and X. Wu, 1991. Knowledge – based modeling of material behavior with neural networks. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, vol. 117, n. 1, pp.132-153.
- J. Ghaboussi, 1992. Potential applications of neuro-biological computational models in geotechnical engineering. In Balkema, ed, *Numerical Models in Geomechanics – NUMOG I*, pp.543-555.
- M. Cubrinovski, and K. Ishihara,k, 2002. Maximum and minimum void ratio characteristics of sands. *Soils and Foundations*, vol. 42, n. 6, pp. 65-78.
- Nagoya Technologic Institute, 2000. Base de dados de ensaios triaxiais verdadeiros da areia de Toyoura. Convênio de Cooperação UnB-NTI.
- P. Lade, and J. Duncan, 1973. Cubical triaxial tests on cohesionless soils. *ASCE Journal of the Soil Mech. And Found. División*, vol. 99, n. SM10, pp. 793-812.
- S. Haykin, 2001. *Redes Neurais: Principios e Prática*, Bookman, 2a Ed.
- TRB/NRC–Transportation Research Board / National Research Council, 1999. Use of artificial networks in geomechanical and pavement systems, Circular number E-C012.

---

Segunda parte

.....  
Nuevos enfoques  
en el diseño de materiales  
y estructuras  
.....



## CAPÍTULO 3

# DISEÑO POR DESPLAZAMIENTOS DE PILARES DE PUENTES

*Matthew J. Tobolski<sup>1</sup>*

*José I. Restrepo<sup>2</sup>*

### 3.1 INTRODUCCIÓN

El diseño sísmico por desempeño requiere el desarrollo de métodos que traten un número de objetivos explícitamente definidos (SEAOC, 1999). Los métodos de diseño por desplazamiento por lo general son reconocidos como excelentes candidatos para su uso dentro de un marco de diseño por desempeño debido a su habilidad para predecir estados de daños estructurales. Una variedad de métodos de diseño por desplazamiento han sido desarrollados en estos últimos años como un intento de cumplir con las metas importantes del diseño por desempeño (Sullivan et al., 2003). Se han observado unas variaciones significantes entre estos procedimientos, pero estos tienen en común el control en la demanda de desplazamientos.

Los métodos de diseño por desplazamiento empezaron a emerger en los inicios de los 90 como medios para diseñar estructuras más racionalmente (Moehle, 1992; Kowalsky et. A, 1994; Calvi y Kingsley, 1995). El método propuesto por Moehle, (1992) depende del cálculo del periodo y la fuerza estructural para determinar las exigencias de desplazamiento y de curvatura. Estos valores luego se comparan con las capacidades del sistema para asegurar que se logre un objetivo de

---

<sup>1</sup> Investigador de postgrado, Universidad de California San Diego, Departamento de Ingeniería Estructural. Correo electrónico: mjtobolski@ucsd.edu

<sup>2</sup> Profesor, Universidad de California San Diego, Departamento de Ingeniería Estructura. Correo electrónico: jrestrepo@ucsd.edu

desempeño dado. Kowalsky et al. (1994) propuso un método en el cual se definirá un desplazamiento deseado y la rigidez requerida se determina por una estructura sustituta que tenga relación con el estado final de desplazamiento de la estructura. Calvi y Kingsley (1995) desarrollaron una técnica similar de diseño por desplazamiento que se extendió para usarse en sistemas de múltiples grados de libertad por una supuesta deformada de la estructura. Aschheim y Black (2000) presentaron un método que utiliza el punto de fluencia relacionando la fuerza de deformación y el desplazamiento en varios niveles de ductilidad para obtener los estados de deformación deseados. Este método, luego, empleó procedimientos basados en la fuerza convencional para asignar la resistencia lateral en la estructura. Browning (2001) propuso un método en el cual se define un desplazamiento deseado y se ejecuta el diseño con la intención de lograr los límites de deformación especificados. Sin embargo, en este método no existe un límite especificado para la rotación y la ductilidad, y por lo tanto, no hay control directo de los estados límite de daños. El procedimiento de diseño suministrado por SEAOC (1999) de igual manera especifica un desplazamiento deseado, sin tener en cuenta las exigencias de ductilidad impuestas a la estructura. Chopra y Goel (2001) han presentado un método de diseño que utiliza un espectro de diseño inelástico combinado con los límites de desplazamiento y de rotación especificadas, por lo tanto, de manera explícita tomando en consideración la acción inelástica y los estados límites de daño. Mientras que algunos procedimientos toman en cuenta los objetivos de desempeño múltiple, muchos de estos procedimientos toman en consideración el objetivo de seguridad de la vida como su único criterio. Los métodos de diseño por desempeño que están emergiendo dictaminan que también se debe considerar el estado de funcionamiento inmediato durante un procedimiento de diseño sísmico como medio para cumplir con las expectativas de desempeño social (FEMA, 1997). Por lo tanto, un método de diseño por el desplazamiento bajo la filosofía del diseño por desempeño debe considerar de manera apropiada los múltiples objetivos de desempeño. En este trabajo se presenta un

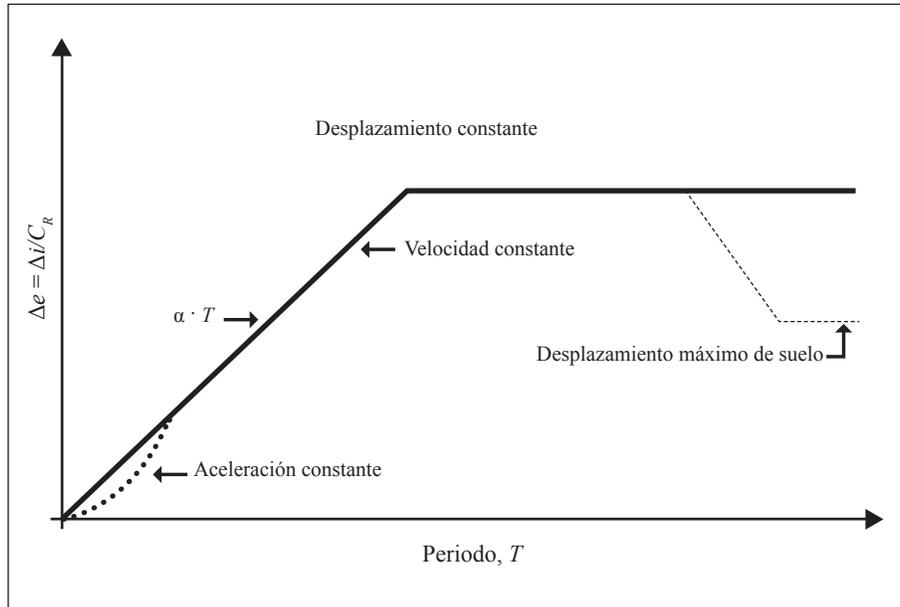
método de diseño de desplazamiento de dos niveles de desempeño para aplicarlo en el diseño de columnas de puentes que pueden tratarse como un solo grado de libertad; sin embargo, este procedimiento puede extenderse para que incluya una variedad de otros objetivos de desempeño. El método mencionado en este documento se presenta como un marco que se ha de utilizar en un diseño por confiabilidad cuando se consideren de manera explícita incertidumbres en el diseño sísmico. Este método supone el diámetro inicial de la columna y no considera la flexibilidad de la fundación. No obstante, el procedimiento empleado puede extenderse fácilmente para que se tomen en cuenta los efectos de las condiciones de borde flexibles.

Los dos objetivos de desempeño considerados en este trabajo corresponden al funcionamiento inmediato y la seguridad de la vida. La meta del objetivo de desempeño de funcionamiento inmediato es de controlar el daño estructural y los desplazamientos residuales de tal manera que un puente pueda reabrirse poco después de un evento sísmico fuerte sin reparación alguna y con mínima interrupción del flujo vehicular. En el método presentado en este artículo, se limitan las deformaciones unitarias del refuerzo longitudinal y las deformaciones del concreto comprimido y los desplazamientos residuales para cumplir con este requisito de desempeño. Los sismos con una probabilidad del 50% de excedencia en 50 años de exposición, denominado 50/50, son considerados adecuados para este objetivo de desempeño en este trabajo. El objetivo de seguridad de la vida implica que una estructura será llevada más allá del límite elástico significativamente durante un movimiento sísmico ocasional de gran intensidad. Se espera una respuesta inelástica significativa y daños, como también que se den condiciones que pongan en riesgo la vida, pero no el colapso. Normalmente, las regiones de respuesta inelástica se desarrollan en forma de rótulas plásticas a flexión. Se deben identificar estas regiones en la etapa de diseño y se debe detallar por medio de la capacidad de diseño para asegurar que el mecanismo inelástico escogido se pueda formar y se pueda mantener (Priestley et al., 1996). En el caso de las columnas de puentes consideradas en

este trabajo, este mecanismo viene como el desarrollo de una rótula plástica a flexión en la base de la columna. Se emplean los límites del concreto a compresión y de las deformaciones unitarias del refuerzo longitudinal para determinar los límites de desplazamiento del sistema confiable. Las exigencias de este objetivo de desempeño están basadas en un 2% de la probabilidad de excedencia en un evento sísmico en 50 años de exposición, denominado 2/50.

### 3.2 ESPECTRO DEL DISEÑO

Una suposición fundamental del método de diseño propuesto es que se emplean espectros de diseño elásticos razonables. El método de diseño presentado en este trabajo supone un diseño de espectro caracterizado por una aceleración constante, una velocidad constante y regiones de desplazamiento constantes. La figura 3.1, presenta un espectro de diseño de desplazamiento representativo consistente con estos parámetros. Los espectros de diseño obtenidos por medio de la norma NEHRP, Euro código 8, y propuesto por las disposiciones NCHRP/AASHTO tienen estas características, con la excepción de que el Eurocode 8 también incluye una cuarta región para las estructuras para largos períodos en los cuales el desplazamiento estructural es equivalente al desplazamiento pico efectivo (FEMA, 1997; CEN, 1998; Imbsen, 2006). Las disposiciones NEHRP y NCHRP/AASHTO indican que la región de desplazamiento constante se inicia en un periodo significativamente mayor que el comparado con las disposiciones del Euro-código 8. Un estudio exhaustivo de las características de los espectros de respuesta de desplazamiento para largos períodos ha puesto en evidencia que existe una variedad de factores que influyen la ubicación y la magnitud relativa de las regiones de desplazamiento constante (Faccioli et al., 2003). La diferencia significativa entre las diferentes disposiciones de diseño combinadas con los resultados del estudio antes mencionado indica una inconsistencia en las características codificadas del sismo y una falta general de comprensión de la naturaleza de las exigencias sísmicas.



**Figura 3.1.** Espectro de diseño supuesto [Fuente: propia].

En sentido general, los espectros del diseño se desarrollan por medio de la revisión de los registros de suelo de los sismos, una evaluación de las fuentes sismogénicas, leyes de atenuación, presunciones de amortiguamiento estructural y las condiciones locales del sitio. Las exigencias sísmicas empleadas en el ejercicio representan un nivel de exigencia probabilística por el estado actual del conocimiento. Como la intención es la de expandir el método por desplazamiento presentado en este documento a un contexto probabilístico, en un futuro la incertidumbre en las exigencias sísmicas debe considerarse de manera ambigua. Consecuentemente, la probabilidad de excedencia para un espectro dado puede ser inapropiada para obtener una confiabilidad total deseada. En la práctica, es común considerar el valor medio de la exigencia sísmica para el diseño. Es posible que se desee un nivel de exigencia probabilística diferente, y para el propósito del método propuesto, un factor de escala, análogo al factor de carga en el LFRD – Diseño de Carga y Factor de Resistencia en el diseño de

carga por gravedad, se introduce para dar cuenta de las incertidumbres en la exigencia del diseño sísmico y para modificar un espectro dado a otro cierto nivel probabilístico. Este factor,  $C_\phi$ , se aplicará al espectro de diseño elástico para modificar los valores espectrales según se desee. Es muy probable que este factor de modificación sea dependiente de un período, ya que la idea actual de los movimientos de los suelos en sismos crea una situación en donde el nivel de incertidumbre no es constante para todos los períodos estructurales (Crowley et al., 2005). En caso que se desarrollen espectros específicos para un sitio, se puede generar el espectro de diseño de tal manera que los valores representen un nivel dado de confiabilidad que resulta en un factor de incertidumbre igual a la unidad.

### 3.3 AMORTIGUAMIENTO

Muchos métodos de diseño por desplazamiento utilizan el concepto de amortiguamiento viscoso equivalente en el desarrollo de las exigencias de desplazamiento de un sistema (Chopra y Goel, 2001; Priestley y Kowalsky, 2000; SEAOC, 1999). Una gran presunción empleada en estos casos es que el amortiguamiento histerético puede convertirse a un amortiguamiento viscoso por las características de la relación histerética casi estática. Las preocupaciones con respecto a esta presunción se relacionan con la naturaleza del amortiguamiento viscoso, la cual depende de la velocidad, no como el amortiguamiento histerético el cual depende principalmente de los ciclos de desplazamiento inelásticos. Además, la cuantificación del amortiguamiento histerético por pruebas estáticas implica que el sistema pasa constantemente por ciclos de desplazamiento completos, lo cual es muy poco probable que ocurra durante una excitación real de un sismo. Aumentar el nivel de amortiguamiento por el amortiguamiento viscoso equivalente puede conllevar a un cálculo inferior de las exigencias de desplazamiento sísmicas y a la interpretación errónea de la respuesta del sistema, a no ser que se implementen factores de corrección por estadísticas.

Para el propósito de este procedimiento, los autores proponen el uso de dos proporciones de amortiguamiento por el nivel de diseño sísmico sin tomar en cuenta un amortiguamiento viscoso equivalente. Se recomienda utilizar las proporciones de amortiguamiento de 2% y 5% que son para los eventos de niveles 50/50 y 2/50, respectivamente. La proporción de amortiguación más baja para el nivel de funcionamiento inmediato tiene la intención de reflejar la cantidad más baja de acción inelástica resultante de las exigencias sísmicas asociadas con este objetivo de desempeño. Habitualmente la mayoría de los espectros de diseño son dados para una proporción de amortiguamiento igual al 5%, se requiere un factor de modificación para alterar los valores espectrales por el nivel de amortiguamiento deseado. Se ha desarrollado una variedad de métodos para modificar los espectros de diseño por el amortiguamiento (Kawashima y Aizawa, 1986; FEMA, 1997; Fu y Cherry, 1999), NCHRP, 2001). Se tiene que seleccionar el modelo apropiado para calibrar este método de diseño.

### **3.4 RESPUESTA INÉLASTICA**

Se espera que los dos objetivos de desempeño, el funcionamiento inmediato y la seguridad de la vida, produzcan una respuesta inelástica durante las acciones sísmicas. Por consiguiente, los desplazamientos espectrales elásticos usados deben ser modificados para justificar la inelasticidad. Muchos procedimientos de diseño que actualmente están en uso en los Estados Unidos se basan en la hipótesis de “desplazamientos iguales”, es decir, la exigencia de desplazamiento inelástico es igual a la exigencia elástica (Caltrans, 2004; AASHTO 2004). Esta relación se inició en un estudio realizado por Veletsos y Newmark (1960) en el cual se analizó el registro del sismo del Centro para una variedad de sistemas inelásticos y elásticos. Los resultados de dicho estudio indicaron que para las frecuencias que van de bajas a medias, los desplazamientos son casi iguales, y para frecuencias mayores el “Concepto de Energía Igual” tuvo validez. Muchos estudios han mostrado que la hipótesis de desplazamientos

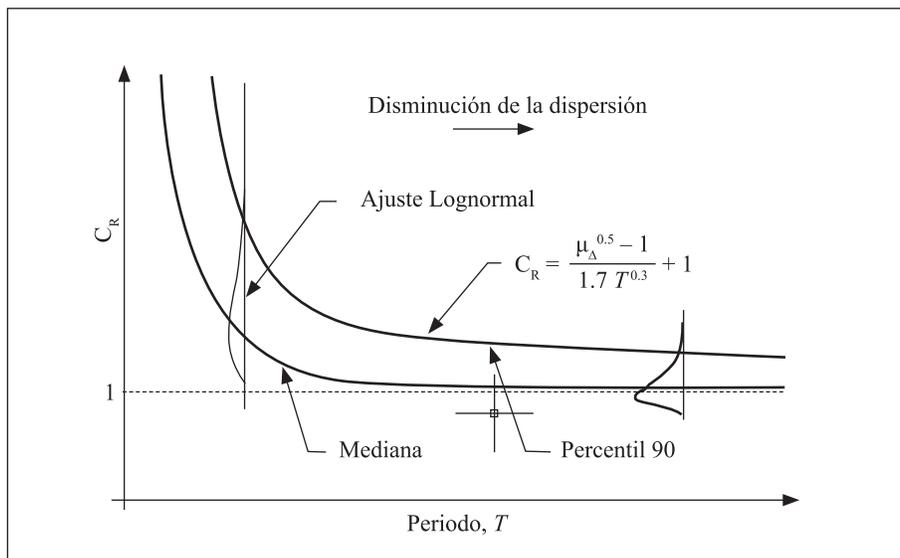
iguales brinda un cálculo aceptable para las exigencias medias de desplazamiento inelástico para períodos mayores, pero tiene validez en estructuras de período corto (Chopra, 2001; Miranda y Bertero, 1994). Más importante aún, se ha demostrado que esta hipótesis solo representa una respuesta media, sin tener en cuenta la dispersión, la cual puede ser no despreciable (Ruiz-García y Miranda, 2003). Al comprender la amplificación de desplazamiento de período corto, Caltrans (1999) recomienda que los diseñadores modifiquen la exigencia de desplazamiento para las estructuras con períodos inferiores a 0.7 segundos, pero no brinda una visión interna de la magnitud de este factor de modificación. Las disposiciones de diseño propuestas por NCHRP/AASHTO también incluyen disposiciones que den cuenta del aumento en las exigencias de desplazamiento, debido a las acciones inelásticas (Imbsen, 2006). El método de diseño presentado en este trabajo toma en cuenta la magnificación de desplazamiento inelástica y la dispersión asociada en todos los períodos en una sola formulación. Para el método de diseño propuesto, la exigencia de desplazamiento elástica, tomada de los espectros de diseño, es modificada por la proporción de desplazamiento inelástico,  $C_{\mu}$ , para proporcionar un cálculo de la exigencia de desplazamiento inelástico. La proporción de desplazamiento inelástico se define como:

$$C_{\mu} = \frac{\Delta_i}{\Delta_e} \quad (3.1)$$

En donde:  $\Delta_i$  es la exigencia de desplazamiento inelástico y  $\Delta_e$  es la exigencia de desplazamiento espectral elástico. Los valores de la proporción de desplazamiento inelástico no pueden determinarse de manera cerrada para la excitación general del sismo y tienen que calcularse por medio de una serie de análisis dinámico no lineal. Ruiz-García y Miranda (2003) realizaron una serie de análisis en sistemas de un solo grado de libertad con un amortiguamiento constante para cuantificar este valor sobre una variedad de parámetros cuando se le somete a movimientos sísmicos en campo lejano. Un estudio simi-

lar se realizó al desarrollar el método de diseño presentado en este trabajo con la excepción de la rigidez tangente, se tomó en cuenta el amortiguamiento. Ambos estudios indican que hay una cantidad significativa de variación en la proporción de desplazamiento inelástico debido a las características del registro de movimiento sísmico de entrada. La figura 3.2, presenta las tendencias básicas asociadas con la proporción de desplazamiento inelástico en comparación con el período fundamental. Resultados de la investigación de los autores fueron utilizadas para desarrollar la siguiente relación para la proporción de desplazamiento:

$$C_R = \frac{\mu_{\Delta}^{0.5} - 1}{1.7 \cdot T^{0.3}} + 1 \quad (3.2)$$



**Figura 3.2.** Variación del desplazamiento inelástico comparado con el período. [FUENTE: propia]

Donde:  $\mu_{\Delta}$  es la ductilidad de desplazamiento y  $T$  es el período estructural. Esta relación representa el percentil noventa de los resultados. Este percentil se determina por una distribución lognormal

aparente de la exigencia de desplazamiento inelástico para un período dado. La relación es válida para valores de ductilidad de desplazamiento hasta 8 con períodos estructurales superiores a 0.3 segundos localizados en suelo firmes.

Como las proporciones de amortiguamiento múltiples son propuestas para este método de diseño, se investigó también la influencia del amortiguamiento sobre la respuesta inelástica. Los resultados indican que una reducción en la proporción del amortiguamiento viscoso de la rigidez tangente conllevará a una reducción en la proporción para todos los períodos. Para el propósito del método de diseño propuesto, la misma relación de desplazamiento inelástico será utilizada para ambos objetivos de desempeño, lo cual resulta un percentil ligeramente más alto de las exigencias de desplazamiento inelástico para el objetivo de desempeño de funcionamiento instantáneo.

La ecuación 3.2 se desarrolló por una serie de análisis dinámico no lineal de los sistemas de un solo grado de libertad sometidos a los registros de movimiento de suelos de campos lejanos en suelos firmes. Para determinar la efectividad de la relación propuesta para casi todos los eventos de falla, se realizó una serie de análisis de osciladores de un solo grado de libertad no lineal sometidos a registros de movimiento de suelos con características de campo cercano. Los registros de movimiento de suelos utilizados para esta investigación fueron seleccionados por la directividad y las características “fling-step” observadas en los registros. Los resultados de estos análisis indican que los efectos de directividad pueden conllevar a unas exigencias de desplazamiento inelástico más severas y la relación propuesta puede subestimar de gran manera las exigencias sísmicas inelásticas. Por consiguiente, la ecuación propuesta solo se recomienda para estructuras localizadas en sitios donde no se anticipan características de movimiento de suelos cercanos a la falla. Esfuerzos futuros son necesarios para desarrollar de manera apropiada las relaciones de desplazamiento inelástico para acciones de campo cercano.

### 3.5 COMBINACIÓN DE FACTORES DE AMPLIFICACIÓN DE DESPLAZAMIENTO

Tanto la incertidumbre de los movimientos sísmicos como la asociada a los factores de desplazamiento inelástico tienen que aplicarse a la exigencia de desplazamiento para brindar una exigencia de desplazamiento de diseño. La probabilidad de que un movimiento sísmico de entrada dado resulte en una exigencia de desplazamiento elástica que es superior al valor del diseño y en una proporción de desplazamiento inelástico mayor al dado por la ecuación 3.2 es pequeña. Por consiguiente, una suma absoluta de los factores de modificación puede ser demasiado conservadora. Una combinación más razonable está empleando una relación de la raíz cuadrada de la suma de cuadrados para crear un factor de modificación generalizado:

$$C_{\Delta} = \sqrt{(C_Q - 1)^2 + (C_R - 1)^2} + 1 \quad (3.3)$$

Un objetivo clave de este trabajo es el de presentar un marco para el diseño por el desplazamiento por la confiabilidad. Subsecuentemente, estudios futuros quizás determinen otros factores que se deben aplicar a la ordenada del diseño obtenida de un espectro de diseño elástico. Por lo tanto, es más apropiado presentar este factor de modificación generalizado como una combinación de todos los factores considerados apropiados para las siguientes aplicaciones:

$$C_{\Delta} = \sqrt{\sum_i (C_i - 1)^2} + 1 \quad (3.4)$$

En donde  $i$   $C \geq$  y representa cualquier factor utilizado para modificar el desplazamiento del diseño elástico. La exigencia de desplazamiento sísmico inelástico resultante en las regiones de aceleración constante se define como:

$$\Delta_u = C_{\Delta} \cdot \alpha \cdot T \quad (3.5)$$

en donde  $\alpha$  se define como la pendiente del espectro de respuesta de desplazamiento elástico en la región de la velocidad constante para un objetivo de desempeño dado (vea la figura 3.1).

### 3.6 CAPACIDAD DE DESPLAZAMIENTO

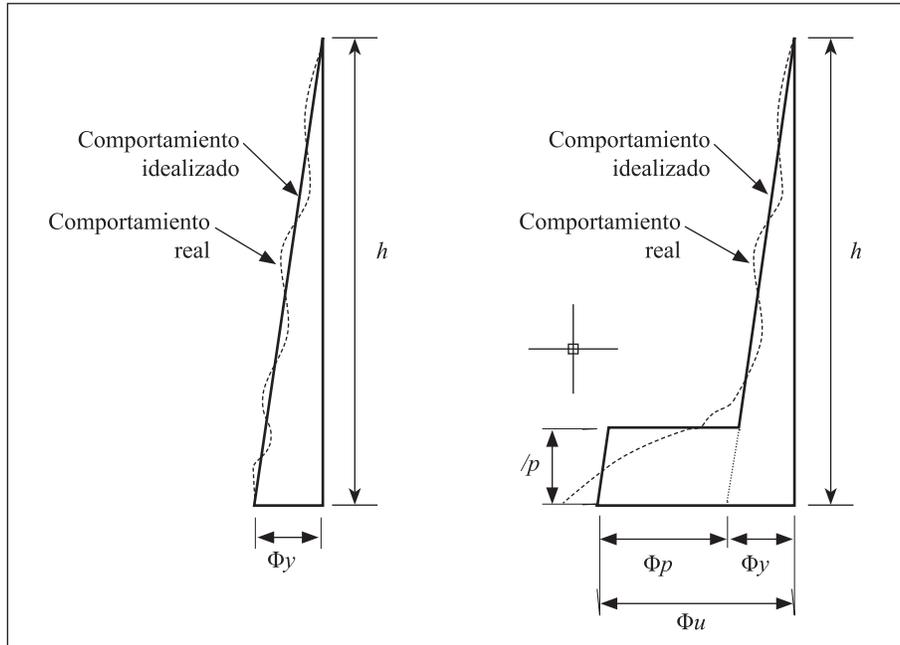
Para el método de diseño presentado en este trabajo, los límites de desplazamiento correspondientes a un estado límite de daños son calculados por relaciones de curvatura. Los límites de desplazamiento para un elemento deformado más allá del límite elástico son determinados separando el correspondiente a la fluencia y la plastificación. El desplazamiento a la primera fluencia se determina considerando una variación lineal de curvatura desde el centro de la masa de la superestructura hasta la curvatura de fluencia en la base de la columna. El perfil de la curvatura esperada en la fluencia se muestra en la figura 3a. La curvatura de fluencia idealizada puede determinarse utilizando la relación desarrollada por Priestley (2003):

$$\phi_y = \frac{\lambda \cdot \epsilon_y}{D} \quad (3.6)$$

Donde  $\lambda$  es un factor de forma de la sección,  $\epsilon_y$  es la deformación de fluencia del acero de refuerzo longitudinal, y  $D$  es el diámetro de la columna. El desplazamiento de fluencia para una columna de altura idealizada,  $h$ , es:

$$\Delta_y = \frac{\phi_y \cdot h^2}{3} \quad (3.7)$$

El desplazamiento de fluencia definido en la ecuación (3.7) supone una columna sobre una fundación infinitamente rígida; esta es una presunción que no es aceptable para la mayoría de aplicaciones en puentes, tomando en consideración los resultados de flexibilidad de la fundación en los desplazamientos de fluencia mayores, y puede cumplir un papel significativo en este método de diseño de



**Figura 3.3.** Perfil de curvatura. a) Desempeño idealizado. b) Momento de curvatura final. [FUENTE: propia].

desplazamiento. Si se supone que la columna presenta un comportamiento elasto plástico perfecto, el desplazamiento resultante de la flexibilidad en la fundación es una función del momento de diseño a flexión,  $M_{design}$ , el cual es el resultado final de este procedimiento. Lo anterior requiere de una suposición inicial y una iteración subsiguiente del procedimiento para poder converger en el momento de diseño a flexión final. La flexibilidad de la fundación no se abordó en este trabajo, por lo tanto, la fundación se idealiza como un empotramiento perfecto. Más allá del límite de elasticidad, la capacidad de desplazamiento se deriva de una combinación de las curvaturas de fluencia y plástica. El perfil de la curvatura aceptada en el estado final se presenta en la figura 3.3b. La curvatura plástica puede determinarse por una ductilidad de curvatura final especificada con la curvatura plástica:

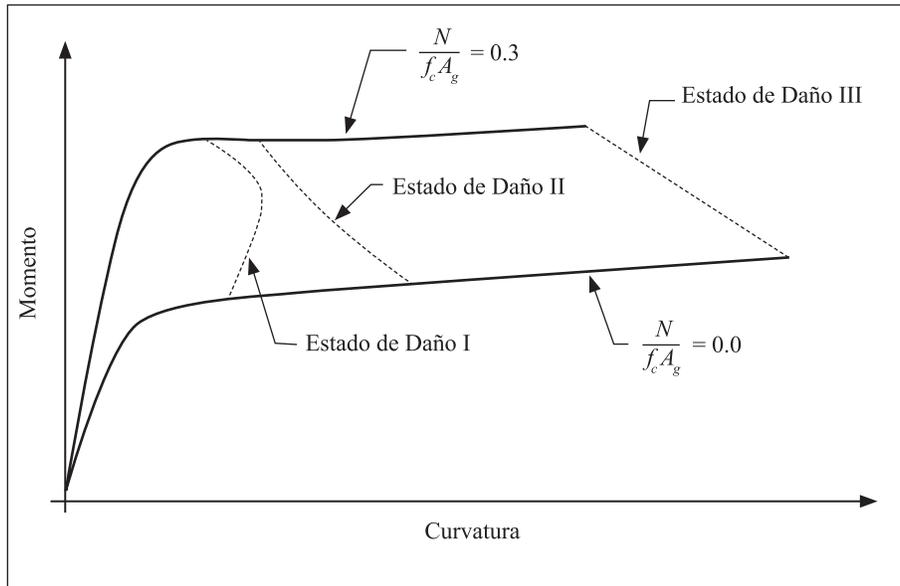
$$\phi_p = (\mu_\phi - 1) \cdot \phi_y \quad (3.8)$$

Usando un perfil de curvatura definida, el desplazamiento plástico se calcula como:

$$\Delta_p = \phi_p \cdot l_p \cdot \left( h - \frac{l_p}{2} \right) \quad (3.9)$$

Donde  $l_p$  es la longitud de la rótula plástica idealizada. Para el objetivo de desempeño de la seguridad de la vida, en donde se anticipan unos valores de ductilidad superiores a 5, la longitud de la rótula plástica se puede tomar como la mitad del diámetro de la columna o se puede calcular por otras recomendaciones como las de Priestley et al., (1996) o Hines et al., (2004). Mientras que estas referencias brindan unos valores bastante determinísticos, puede haber una variación significativa en la expansión real de la plasticidad. Esta dispersión puede relacionarse con las propiedades de los materiales, los efectos de la carga axial, y el detalle de la columna. Mientras que especificar un valor para ductilidad de la curvatura, brinda un medio para calcular la capacidad de desplazamiento final y da un rasgo del daño de un elemento, de manera directa no relaciona al daño y el desplazamiento. El nivel de deformación en un elemento ofrece un medio más racional para predecir el daño en una pieza de hormigón reforzado. Por consiguiente, es beneficioso relacionar el estado de deformación con la ductilidad de la curvatura. Las propiedades de una sección dada y el nivel de carga axial afectan la relación deformación-ductilidad. Para poder desarrollar las relaciones entre la deformación y la ductilidad de curvatura, se requiere una serie de análisis de momento-curvatura. Un ejemplo de este tipo de análisis se presenta en la figura 3.4, en donde se realizaron dos análisis de momento curvatura para una configuración de columna dada, sometida a dos niveles diferentes de carga axial.

De los resultados del diagrama momento-curvatura, se pueden identificar los estados de deformación y pueden desarrollarse relaciones entre el nivel de carga axial y la ductilidad. Para este ejemplo, se consideran tres estados de daño los cuales representan ciertos estados de deformación en el hormigón y en el acero.



**Figura 3.4.** Ejemplos de momento-curvatura para tres estados de daño. [Fuente propia].

El estado de daño I representa el daño mínimo en una pieza de hormigón reforzado, y se asocia con una deformación unitaria en el hormigón no confinado de  $-0.004$  o una deformación en el acero de refuerzo longitudinal de  $0.01$ . El estado de daño II representa un estado en el cual una sección está seriamente dañada pero es reparable, y se basa en desempeño del hormigón de recubrimiento y una deformación unitaria del hormigón confinado igual a  $-0.004$  o cuando el acero de refuerzo longitudinal empieza a pandearse debido a la carga cíclica. La condición que conlleva al pandeo de la barra puede tomarse del trabajo de Rodríguez et al., (1999) o de la siguiente relación:

$$\epsilon_s - \epsilon_c = \frac{14 - \frac{4s}{3d_b}}{100} \leq \frac{\epsilon_{su}}{2} \quad (3.10)$$

Donde:  $\epsilon_s$  y  $\epsilon_c$  son las deformaciones en el acero y en el hormigón, respectivamente, en la ubicación de un refuerzo longitudinal extremo bajo un solo ciclo de desplazamiento,  $s$  es el espaciamiento del refuerzo transversal,  $d_b$  es el diámetro del refuerzo longitudinal y  $\epsilon_{su}$  es la deformación a tracción en el punto de tracción máxima del refuerzo longitudinal. El valor de  $\epsilon_c$  tiene que ser menor que o igual a la deformación del desempeño del recubrimiento de hormigón. El estado de daño III representa el estado de curvatura final definida por el aplastamiento del núcleo de hormigón confinado o la fractura cíclica del acero de refuerzo. Se requiere una serie de análisis más profundos para desarrollar las ecuaciones que relacionen unos estados de deformación dados con la ductilidad de la curvatura. La tabla 1 proporciona una comparación de estos tres estados de daño con la exigencia sísmica y los niveles de desempeño de acuerdo con este trabajo.

**Tabla 1.** Comparación entre los estados de daño y la demanda sísmica.

<i>Estado de daño</i>	<i>Probabilidad de excedencia</i>	<i>Nivel de desempeño</i>
I	50% en 50 años	Ocupación inmediata
II	10% en 50 años	No considerado
III	2% en 50 años	Preservación de la vida

Mientras que el procedimiento anterior proporciona un método razonable para determinar la capacidad de desplazamiento de una pieza por la curvatura, existe una variabilidad inherente en la capacidad de desplazamiento real debido a la variación de los materiales, la calidad de la construcción, y las relaciones entre deformación y

un estado de daño dado. Para considerar la incertidumbre en la capacidad de desplazamiento real, se aplica un factor de reducción a la deformación plástica dando como resultado lo que se clasifica como la capacidad de desplazamiento final confiable. El desplazamiento de fluencia será considerado válido sin modificación. La capacidad de desplazamiento final real es:

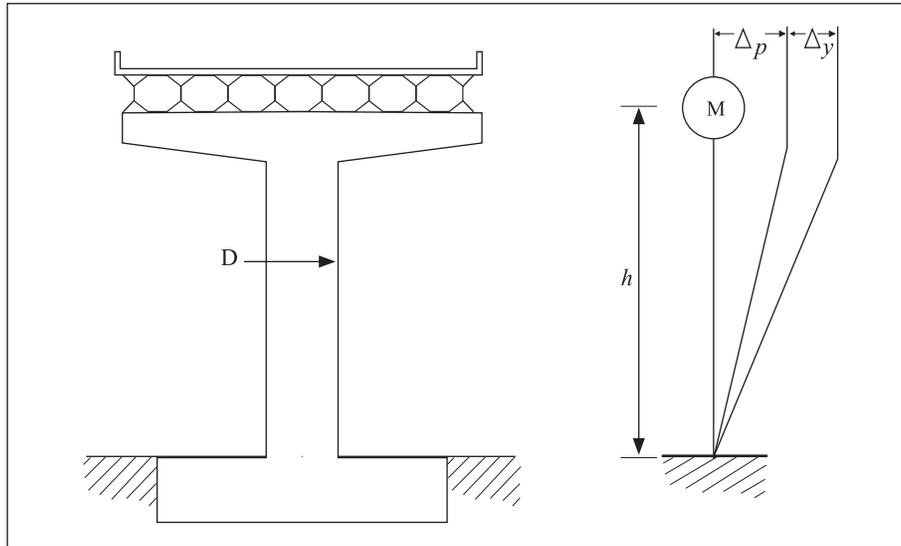
$$\Delta_u = \Delta_y + \eta_{DS} \Delta_p \quad (3.11)$$

Donde:  $DS \eta$  es el factor de reducción de desplazamiento plástico para un estado de daño dado. Este factor es análogo con el factor de reducción de fuerza empleado en el diseño por fuerza última del diseño por cargas gravitatorias. Se espera que el valor del factor de reducción sea diferente para cada estado de daño debido a la falta de comprensión del comportamiento de las piezas de concreto reforzado con respecto a las exigencias de los temblores de tierra en varios estados de daño.

### 3.7 PROCEDIMIENTO DE DISEÑO

El método de diseño presentado en este artículo está hecho para ser usado con sistemas de un solo grado de libertad conforme lo indica la figura 3.5 la cual se puede caracterizar por una respuesta elasto-plástica perfecta. Solo se consideran los modos de deformación a flexión para determinar el desplazamiento debido a la carga sísmica de las columnas, y no se tiene en cuenta la flexibilidad de la fundación. No se consideran efectos debido a la inercia rotacional de la masa sostenida.

La figura 3.6, presenta un diagrama de flujo para el diseño de una columna de puente empleando este método. Se usan procedimientos casi idénticos para los dos objetivos de desempeño de funcionamiento inmediato y la seguridad de la vida. Las diferencias son que el valor de la ductilidad de curvatura límite debe ser especificado a un



**Figura 3.5.** Pilar de puente Cantilever. a) Elevación transversal. b) Modelo estructural. [FUENTE: propia].

valor inferior por el deseo de controlar el daño estructural y también se debe considerar un límite para el desplazamiento residual. El resultado final para ambos objetivos de desempeño es un momento de en la base para el diseño del refuerzo a flexión de la rótula plástica, empleando el valor más crítico para el diseño. Primero se presenta el procedimiento del diseño de seguridad de la vida, seguido del procedimiento del correspondiente al funcionamiento inmediato, y las consideraciones de diseño por desempeño.

### 3.8 OBJETIVO DE DESEMPEÑO DE SEGURIDAD DE LA VIDA

Antes de llevar a cabo el diseño sísmico, se tiene que seleccionar un tamaño de columna preliminar por las cargas gravitacionales y las exigencias sísmicas anticipadas. Como primer paso, se tiene que seleccionar un estado de daño apropiado, a la par con un valor de ductilidad de curvatura apropiado. Para las columnas que están deta-

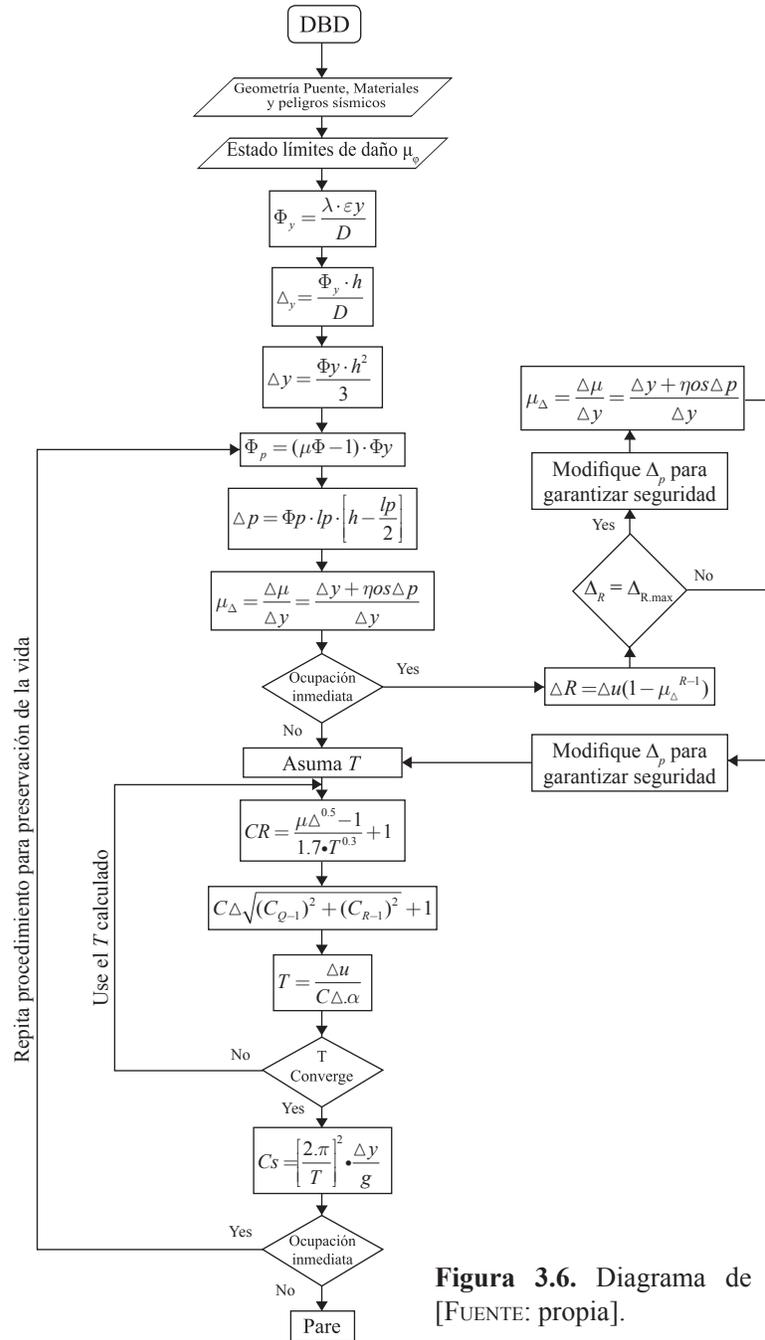


Figura 3.6. Diagrama de flujo [FUENTE: propia].

lladas apropiadamente para una exigencia de ductilidad significativa, es probable que se puedan lograr niveles de ductilidad de curvatura entre 14 y 18. El desplazamiento de fluencia y el plástico pueden determinarse a partir de las Ecuaciones 3.7 y 3.9, respectivamente. La capacidad de ductilidad de desplazamiento resultante es:

$$\mu_{\Delta} = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} = \frac{\Delta_y + \eta_{DS}\Delta_p}{\Delta_y} \quad (3.12)$$

Para determinar la proporción de desplazamiento inelástico real,  $C_{\mu}$ , se requiere un cálculo inicial del período de la estructura requerido. Con el cálculo inicial para el período, la proporción de desplazamiento inelástico se puede determinar de la ecuación 3.2 y el factor de modificación generalizado de la ecuación 3.3. Luego se calcula un nuevo período usando la relación de la ecuación 3.5 y utilizando el factor de modificación actualizado. Este proceso se repite hasta que el período estructural converja. Luego se calcula el coeficiente de corte del cortante basal a partir de los principios de la dinámica estructural suponiendo un comportamiento elasto-plástico perfecto.

$$C_s = \left( \frac{2 \cdot \pi}{T} \right)^2 \cdot \frac{\Delta_y}{g} \quad (3.13)$$

$g$  es la aceleración debida a la gravedad. Este coeficiente del cortante basal se utiliza para determinar un momento de base de diseño a flexión:

$$M_{design} = C_s \times W \times h \quad (3.14)$$

Este momento de diseño luego será comparado con el momento de diseño para el objetivo de desempeño de de funcionamiento inmediato para determinar el objetivo de desempeño gobernante para el diseño a flexión.

### **3.9 OBJETIVO DE DESEMPEÑO DE FUNCIONAMIENTO INMEDIATO**

La ductilidad de curvatura seleccionada para el objetivo de desempeño de funcionamiento inmediato debe basarse en los estados límite de daño de deformación en la columna representativa de un daño menor, y que sea reparable, como el estado de daño I antes descrito. Se espera que la ductilidad de curvatura por los estados de deformación esté entre 4 y 8 para este objetivo de desempeño. También se debe considerar una proporción de desplazamiento residual. Por las recomendaciones japonesas después del gran terremoto de Kobe de 1995, un valor máximo razonable para el desplazamiento residual para uso inmediato después de un evento sísmico es del 1% (Japan Road Association, 2002). Conforme se mencionó antes, se deben considerar unos niveles más bajos de amortiguamiento para este objetivo de desempeño. Los autores recomiendan considerar un amortiguamiento proporcional a la masa del 2% representando un nivel más bajo de daño que el esperado para este nivel de exigencia sísmica. Al especificar unos valores de ductilidad de curvatura más bajos, es importante tomar en cuenta la relación entre la ductilidad de curvatura y la expansión de la plasticidad en columnas de hormigón reforzado. Investigaciones anteriores han demostrado que existe una variación no-lineal de la longitud de la rótula plástica con niveles variables de ductilidad de curvatura (Hines et al., 2004). Una no-linealidad significativa entre la ductilidad de curvatura y la longitud de la rótula plástica típicamente se estabiliza alrededor de una ductilidad de curvatura igual a 5. Para niveles de ductilidad superiores a 5, la longitud de la rótula plástica continúa creciendo, debido, en parte, al endurecimiento de la deformación del acero de refuerzo, pero este aumento es menos significativo que aquel inferior a 5 y puede idealizarse como constante. Los autores recomiendan utilizar una longitud de la rótula plástica igual a la recomendada para el objetivo de desempeño de la seguridad de vida cuando la ductilidad de curvatura es superior a 5, y una variación lineal de cero a este valor para las ductilidades de curvatura entre 1 y 5.

El objetivo de funcionamiento inmediato debe considerar dos criterios: que la estructura tenga un daño mínimo y que los desplazamientos residuales sean bajos. Para determinar cuál es el caso dominante, el desplazamiento residual debe calcularse por el criterio de daño y debe compararse con el límite de deriva residual especificada. Si este desplazamiento supera el límite especificado, entonces se tiene que reducir el desplazamiento final para satisfacer los requisitos de desplazamiento residual. Infortunadamente, todavía falta desarrollar plenamente métodos apropiados para determinar el desplazamiento residual desde el aspecto del diseño (Ruiz-García y Miranda, 2005; Pampanin et al., 2002; Kawashima et al., 1998) especialmente tomando en cuenta la interacción de suelo-fundación-estructura. Por consiguiente, los autores recomiendan que se tome en cuenta el desplazamiento residual en una base determinista igual a la que se obtiene al descargar desde el desplazamiento pico. En los sistemas de hormigón reforzado típicos, se observa un ablandamiento de descarga el cual da como resultado desplazamientos residuales que son inferiores al desplazamiento plástico. Este comportamiento puede tomarse en cuenta empleando una norma de descarga que toma en cuenta la descarga Emori (Otani, 1974). Para propósitos de este trabajo, el desplazamiento residual se define como:

$$\Delta_R = \Delta_u (1 - \mu_{\Delta}^{\kappa-1}) \quad (3.15)$$

En donde  $\kappa$  es un factor entre 0 y 0.5 que se usa para tomar en cuenta la descarga Emori. Se nota de manera aparente de la ecuación 15 que el desplazamiento residual es una función del desplazamiento final, lo cual es uno de los resultados de este procedimiento de diseño. Ya que el factor de descarga Emori es un multiplicador exponencial y puede variar en cualquier punto entre 0 y 0,5, no existe ninguna forma de solución general cerrada para determinar el desplazamiento final por un límite de desplazamiento residual dado. No obstante, para los valores extremos en donde  $\kappa$  se toma como 0 y 0.5, el límite de desplazamiento plástico por consideraciones de desplazamiento residual:

$$\Delta_p^{k=0} = \frac{\Delta_{R,max}}{\eta_{DS}} \quad (3.16)$$

y,

$$\Delta_p^{K=0.5} = \frac{1}{\eta_{DS}} \left[ \Delta_{R,max} + \frac{\sqrt{\Delta_y^2 + 4\Delta_y\Delta_{R,max}} - \Delta_y}{2} \right] \quad (3.17)$$

Donde:  $\Delta_{R,max}$  es el desplazamiento residual máximo especificado. Para el caso general en donde el valor alfa no es 0 ni 0.5, un método simple para determinar el desplazamiento plástico máximo por las consideraciones de desplazamiento se da a través de la iteración, semejante a lo que se hace para determinar  $C_{\mu}$ . Alternativamente, una aproximación para el límite de desplazamiento plástico por consideraciones de desplazamiento residual para una  $\kappa$  arbitraria es una variación lineal entre los dos valores:

$$\begin{aligned} \Delta_p(K) &= \Delta_p^{k=0} + (2\Delta_p^{k=0.5} - \Delta_p^{k=0})\kappa = \frac{1}{\eta_{DS}} \\ &= \frac{1}{\eta_{DS}} \left[ \Delta_{R,max} + k \left( \sqrt{\Delta_y^2 + 4\Delta_y\Delta_{R,max}} - \Delta_y - \Delta_y \right) \right] \end{aligned} \quad (3.18)$$

Para propósitos de los estudios paramétricos en este capítulo, se considerará un factor de descarga Emori de 0. Es importante anotar que en situaciones en donde las consideraciones de desplazamiento residual limitan el diseño de funcionamiento inmediato, es posible que la ductilidad de curvatura sea inferior a 5 y que la longitud de la rótula plástica no se hubiera estabilizada. En tal caso, es necesario iterar para poder representar el efecto de la reducción de la longitud de la rótula plástica. Una vez que se ha determinado el desplazamiento plástico, el resto del procedimiento es idéntico al diseño para la seguridad de la vida.

### 3.10 DISEÑO DE LOS ELEMENTOS

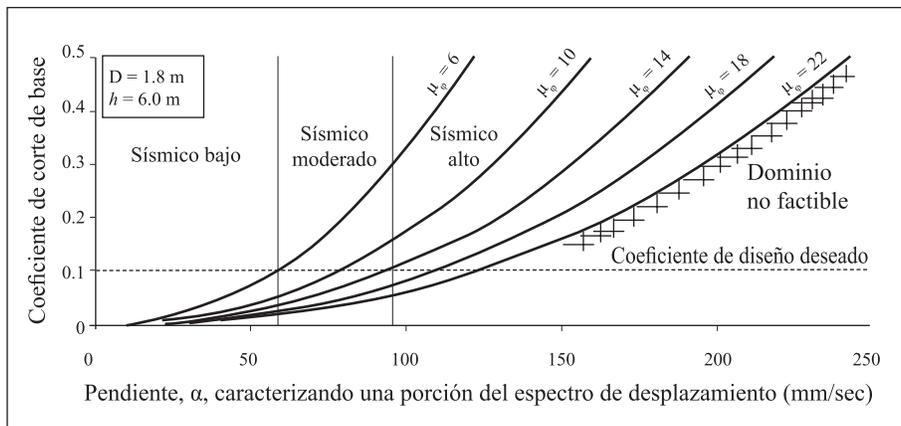
Después de realizar el método de diseño para ambos objetivos de desempeño, el momento mayor de diseño será empleado para el diseño del refuerzo a flexión en la región de la rótula plástica. En el evento de que una carga axial varíe debido a la excitación, se tomará en cuenta el momento de diseño de manera conjunta con la carga axial mínima para diseñar el refuerzo a flexión. Las propiedades de los materiales utilizados para el diseño en la región de la rótula plástica deben tener valores de fuerza nominales. Este momento de diseño solo se emplea para el diseño del refuerzo en la región de la rótula plástica; el diseño por desempeño debe usarse para el diseño de todos los tramos de la columna (Priestley et al., 1996; Caltrans, 2004). Por ejemplo, una vez se haya seleccionado el refuerzo a flexión de columna, la exigencia de cortante de diseño para la columna debe determinarse por los principios de diseño por desempeño. Para determinar el exceso de la exigencia al corte de sobre-resistencia, el momento nominal puede aumentarse por medio de una serie de factores que dan cuenta de todos los recursos de sobre-resistencia o se puede realizar un análisis de momento-curvatura utilizando el refuerzo real seleccionado con propiedades de materiales esperados (incluyendo el endurecimiento del acero), con la carga axial más grande esperada. Es fundamental tomar en cuenta el cortante máximo que podría inducirse en la columna a raíz de la articulación a flexión para asegurar que se logre y se mantenga el modo seleccionado de deformación inelástica (Kowalsky et al., 1994). El diseño por desempeño también se debe utilizar cuando se desea considerar la contracción de la barra. En este caso la exigencia de momento de sobre resistencia también debe considerarse para determinar la ubicación apropiada para cortar el refuerzo a flexión. A la par con la sobre-resistencia, la contracción del refuerzo también tiene que realizarse de acuerdo con los efectos del cambio de tensión (Park y Paulay, 1975). Los procedimientos de diseño por desempeño son esenciales para asegurar que se logre el modo de deformación planeado y la respuesta sísmica.

### 3.11 ANÁLISIS PARAMÉTRICO

Se realizó una variedad de análisis para determinar la influencia que ciertos parámetros pueden tener sobre el diseño usando el método propuesto por el desplazamiento. Se investigaron la influencia de la demanda sísmica, la ductilidad de curvatura, el límite de deformación residual, la altura y el diámetro de la columna. Para todos los análisis que se realizarán a continuación, se consideraron los factores de reducción de desplazamiento iguales a la unidad.

### 3.12 EXIGENCIA SÍSMICA Y DUCTILIDAD DE CURVATURA

Se investigó el efecto de la demanda sísmica y la ductilidad de curvatura llevando a cabo el procedimiento de diseño para un rango de valores de  $\alpha$  y  $\mu_\phi$ . Los siguientes parámetros se mantuvieron constantes: diámetro de la columna (1.8m), altura de columna (6.0 m), longitud de la rótula plástica ( $\frac{1}{2}$  del diámetro de la columna),  $Q_C$  (1.25), y la deformación de fluencia del acero (0.00215). La figura 3.7, presenta los resultados de los análisis.



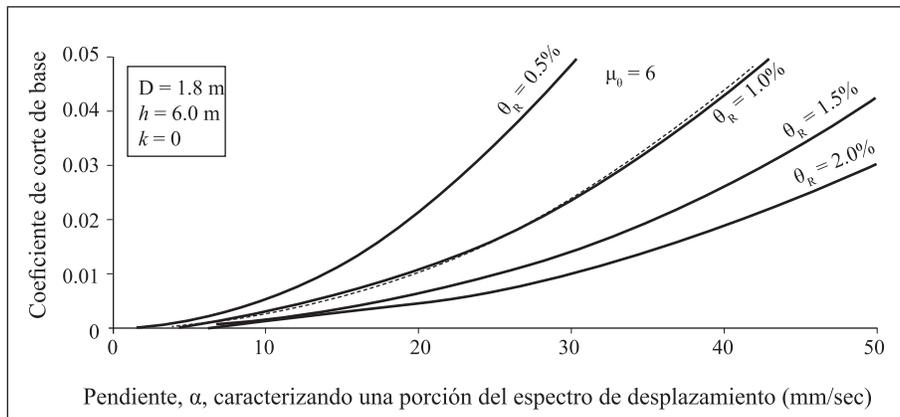
**Figura 3.7.** Influencia de las variables  $\alpha$  y  $\mu_\phi$  en el diseño para el objetivo de desempeño de la seguridad de la vida. [FUENTE: propia].

Para obtener una idea de la relación entre las exigencias de los objetivos de desempeño correspondientes al funcionamiento inmediato y la seguridad de la vida, se considera un coeficiente de cortante basal deseado igual a 0.1. Dicho valor facilita la construcción sin una congestión considerable del acero de refuerzo longitudinal. Si se detalla la columna para obtener una ductilidad alta ( $\mu_\phi = 22$ ) con la exigencia de la ductilidad del funcionamiento inmediato limitada a  $\mu_\phi = 6$ , la proporción entre la exigencia sísmica relativa estaría por el orden de 2. Estas regiones se relacionan con el nivel requerido de detallado sísmico para el coeficiente del cortante basal igual a 0.1. Para la configuración de la columna especificada (altura y diámetro) y el coeficiente de diseño deseado, el nivel requerido de detallado sísmico puede determinarse fácilmente localizando en qué región se encuentra la pendiente,  $\alpha$ . Para un sismo bajo (por ej.  $\mu_\phi \leq 6$ ) se requiere un detallado sísmico mínimo, para un sísmico moderado (por ej.  $6 < \mu_\phi \leq 14$ ) se requiere algún nivel de detallado y para el de alta sismicidad ( $14 < \mu_\phi \leq 22$ ) se requiere un confinamiento y un detallado significativo. La región superior a  $\mu_\phi = 22$  está marcada como un dominio no factible, ya que dicha ductilidad de curvatura muy probablemente no se pueda lograr.

### 3.13 PROPORCIÓN DE LA ROTACIÓN RESIDUAL

La figura 3.8, proporciona una comparación del coeficiente de cortante basal de diseño para varias proporciones de rotación residual,  $\theta_R$ , y para la ductilidad de curvatura constante,  $\mu_\phi = 6$ , el cual es el valor dentro del rango esperado para el estado de límite del funcionamiento inmediato. Estos valores se obtuvieron utilizando parámetros idénticos como en el caso anterior, adicionando el factor de descarga de Emori,  $\kappa = 0$ . Es evidente que la proporción de longitud de plastificación seleccionada tendrá un impacto significativo sobre el diseño para el objetivo de desempeño de funcionamiento inmediato. De la inspección de las ecuaciones del diseño, es aparente que para un diámetro y altu-

ra de columna dados, la consideración de funcionamiento inmediato que controla puede ser fácilmente determinada por la ductilidad de curvatura y en los límites de desplazamientos residuales, al considerar una estructura que descarga con la misma rigidez de descarga. De los resultados de esta situación específica, es aparente que el límite de ductilidad de curvatura de 6 resultará en unos requisitos de diseño semejantes al límite de deriva residual de 1%. Para los casos en donde el factor de descarga Emori se toma superior a 0, el límite de curvatura resaltaría como los criterios de control. Para los propósitos de sismos frecuentes, lo más deseable es especificar la proporción de deriva residual inferior o igual a 1% para satisfacer el objetivo de desempeño de funcionamiento inmediato. Para el caso indicado, parece ser que para cumplir con los objetivos de desempeño, la limitación de deriva residual y el criterio especificado producirán exigencias de diseño casi idénticas, sin embargo, a medida que se varían el diámetro y la altura de la columna, esto dejará de ser cierto.

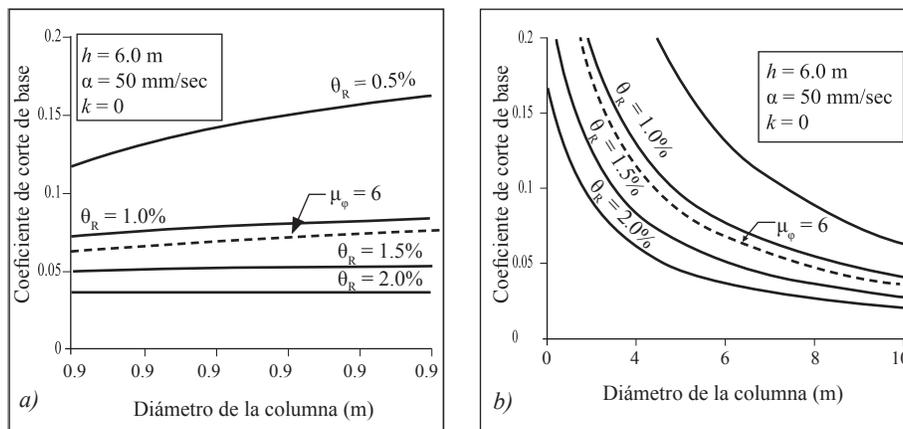


**Figura 3.8.** Influencia de la proporción de desvío en un procedimiento de diseño de ocupación inmediata. [FUENTE: propia].

### 3.14 DIÁMETRO Y ALTURA DE LA COLUMNA

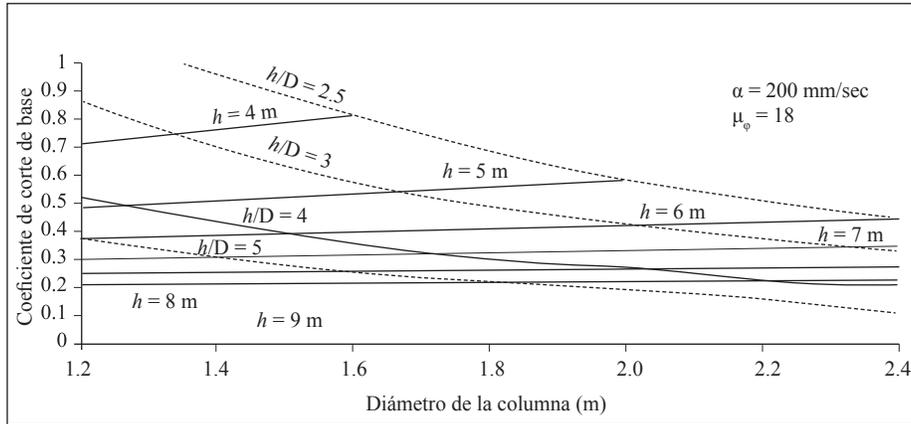
El efecto del diámetro y la altura de la columna sobre el objetivo de desempeño de funcionamiento inmediato se estudió, variando

estos dos parámetros para una demanda sísmica dada (por ej.  $\alpha$  fijado igual a 50 mm/sec). Se observa que para una altura de la columna dada, a medida que se aumenta el diámetro de la columna, la limitación de la ductilidad de curvatura se tornará ligeramente más controladora, en comparación con la limitación de la deriva residual (figura 3.9a).



**Figura 3.9.** a) Influencia del diámetro de la columna. b) Influencia de la altura de la columna en un procedimiento de diseño de ocupación inmediata considerando varias proporciones de deriva plástica. [FUENTE: propia]

No obstante, se observa que para la ductilidad de curvatura constante no hay un incremento significativo en el coeficiente de cortante basal de diseño a medida que el diámetro de la columna aumenta. De igual manera, cuando se aumenta la altura y el diámetro de la columna, y la exigencia sísmica permanece constante, el límite de ductilidad de curvatura se torna ligeramente más controlador en comparación al límite de deriva residual (figura 3.9b). No obstante, estas variaciones son más bien triviales y aluden al hecho de que el criterio que controla los parámetros de funcionamiento inmediato no es sensible a las dimensiones de la columna. La influencia del diámetro y la altura de la columna en el objetivo de desempeño de la seguridad de la vida se pueden apreciar en la figura 3.10.



**Figura 3.10.** Influencia del diámetro y altura de la columna en un procedimiento de diseño de seguridad de la vida. [FUENTE: propia].

Para el objetivo de desempeño de la seguridad de la vida, se observó una tendencia semejante a la del caso del funcionamiento inmediato, en donde un incremento en el diámetro de la columna conlleva a un aumento en el momento de diseño a flexión, debido a la reducción en la curvatura plástica para una ductilidad dada debido a una reducción en la curvatura de fluencia. Se observa una tendencia contra intuitiva para las columnas más altas en donde el coeficiente de corte de base parece casi totalmente insensible al diámetro de la columna. Esto significaría que para una altura de columna mayor, la dimensión de la columna podría seleccionarse por una proporción de refuerzo deseado permitiendo libertad para el diseño, lo cual facilitaría la construcción. También esta figura presenta ciertas proporciones del aspecto de la columna. Los resultados de este procedimiento de diseño no se dan para proporciones de aspecto inferiores a 2.5, ya que dichas proporciones no son prácticas para el diseño. Una observación significativa es que el coeficiente de cortante basal está directamente relacionado con el diámetro de la columna y no con la relación de aspecto. Ya que la altura de la columna típicamente se define por las consideraciones en el sitio, las tendencias observadas significan que este procedimiento por el desplazamiento facilita la manipulación

rápida del diámetro de la columna como un medio para optimizar el diseño a flexión.

### 3.15 CONCLUSIONES

Los procedimientos de diseño por desplazamiento proporcionan unos medios racionales para diseñar estructuras que resistan acciones sísmicas, y pueden proporcionar un medio excelente para predecir daño estructural. Se presentó un método por desplazamientos con dos objetivos de desempeño, esto es, el funcionamiento inmediato y la seguridad de la vida. La meta del objetivo de desempeño de funcionamiento inmediato es limitar el daño estructural y las desviaciones residuales, mientras la meta del objetivo de desempeño de la seguridad de la vida es prevenir las pérdidas de vidas humanas. Mientras se requiere de la iteración para llevar a cabo este método de diseño, el procedimiento se presta bien para la codificación simple en computador, lo cual puede facilitar la realización de todas las iteraciones necesarias. Aunque este procedimiento ha sido presentado para sistemas de un solo grado de libertad sometidos a movimientos de suelos de campo lejano, tiene el potencial para que pueda ser expandido a los sistemas de múltiples grados de libertad y para sistemas muy cerca a la falla a través del desarrollo de las proporciones de desplazamiento inelásticas apropiadas y el comportamiento multimodal para estas situaciones. Para asegurar que se logre el modo estructural deseado de respuesta, se tiene que llevar a cabo un diseño por desempeño, considerando todos los recursos de sobre resistencia para asegurar que no ocurra una falla prematura.

Se realizó un estudio paramétrico para determinar la influencia que ciertas variables de diseño tienen sobre la exigencia sísmica calculada con el método presentado. Los resultados de este estudio indican que el método propuesto es coherente con las tendencias observadas en las estructuras. Un panorama general de los resultados de este análisis paramétrico es:

Con base en los límites de ductilidad por curvatura, para varios niveles de demanda sísmica, el objetivo de seguridad de la vida controlará el diseño a flexión en comparación con la consideración del objetivo de funcionamiento inmediato.

A través de los límites de deriva residual, el estado límite de funcionamiento inmediato tiene el potencial de controlar el diseño. Sin embargo, la exigencia de ductilidad de curvatura resultante para funcionamiento inmediato indica que la estructura muy probablemente no presentaría ningún daño apreciable.

Para el diseño de funcionamiento inmediato en un nivel de demanda dado, un incremento en el diámetro de la columna hace que la ductilidad de curvatura se torne marginalmente más controladora en comparación con la deriva residual.

Un incremento en la altura de la columna resulta en que los límites de ductilidad de curvatura se tornen ligeramente más controladores para el diseño de funcionamiento inmediato; sin embargo, este incremento parece insignificante.

Los coeficientes de cortante basal para la seguridad de la vida aumentan aproximadamente de forma lineal con un diámetro de la columna en aumento, no obstante, esta tendencia parece ser menor para las columnas más altas significando que el coeficiente de cortante basal es insensible al diámetro de las columnas altas.

Una reducción en la altura de la columna puede conllevar a un incremento significativo en el cortante basal de diseño.

El procedimiento propuesto permite a los calculistas diseñar estructuras aéreas de manera racional y considerar de manera adecuada los eventos de nivel de diseño múltiple para cumplir con las exigencias de las metodologías de diseño sísmico por desempeño.

### **3.16 APÉNDICE - EJEMPLO DE DISEÑO**

A continuación se presente un ejemplo que ilustra el procedimiento de diseño por desplazamientos presentado en este trabajo. En este caso, se emplea una gran variedad de factores de modificación, sin

embargo, estos valores no son considerados apropiados para todas las situaciones de diseño.

### **Planteamiento del problema**

Un tramo elevado de la estructura de una autopista, similar al presentado en la figura 3.5, será diseñado para resistir desplazamientos inducidos sísmicamente por el procedimiento de diseño presentado en este trabajo. La columna es 7.2 metros de altura desde la base hasta la masa central de la superestructura. La determinación del tamaño preliminar y la disponibilidad de forma indican que un diámetro apropiado para la columna es de 1.8 metros (relación de aspecto igual a 4). Se puede asumir que la longitud de la rótula plástica puede ser igual a la mitad del diámetro de la columna. Las exigencias sísmicas para el objetivo de desempeño de la seguridad de la vida pueden caracterizarse por una pendiente del 5% del espectro de diseño de desplazamiento elástico amortiguado igual a 165 mm/s. Para el objetivo de desempeño de la seguridad de la vida, la pendiente de 2% del espectro de diseño de desplazamiento elástico amortiguado es 50 mm/s. El factor de modificación del desplazamiento,  $Q_c$ , puede tomarse como 1.25.

Los análisis de momento curvatura indican que puede utilizarse una ductilidad de curvatura de 18 para el nivel de seguridad de vida. El límite de deriva residual aceptable para este mismo objetivo es de 1%. El factor de reducción de desplazamiento plástico para la función inmediata se tomará como 0.90 mientras que en la seguridad de la vida se debe emplear un factor de 0.85.

La resistencia nominal a la compresión del hormigón se tomará igual a 30MPa con una resistencia probable igual a 45 MPa. El esfuerzo nominal de fluencia del acero de refuerzo es 414 MPa mientras que el valor probable es igual a 460 MPa con un módulo de elasticidad de 200 GPa. El peso del sistema es 8000 kN (proporción de carga axial de 0.10), pero debido a la carga sísmica, la carga axial sobre la columna puede variar entre 6500 kN y 9500 kN.

El ejemplo consiste en diseñar la columna de hormigón reforzado para la flexión por el procedimiento de diseño por desplazamiento presentado y determinar la fuerza de cortante de diseño por el desempeño sísmico.

### **Solución**

Para determinar el momento de diseño sísmico, realice el procedimiento de diseño tanto para los objetivos de desempeño como para determinar el caso controlador.

### **Objetivo de desempeño de función inmediata**

La curvatura cedente idealizada, por la ecuación 3.6, es:

$$\phi_y = \frac{\lambda \cdot \varepsilon_y}{D} = \frac{2.25 \cdot 0.00207}{1800 \text{ mm}} = 2.59 \cdot 10^{-6} \text{ rad/mm}$$

El desplazamiento cedente de referencia, para la ecuación 3.7, es:

$$\Delta_y = \frac{\phi_y \cdot h^2}{3} = \frac{2.59 \cdot 10^{-6} \text{ rad/mm} \cdot (7200 \text{ mm})^2}{3} = 44.7 \text{ mm}$$

La curvatura plástica por las consideraciones de ductilidad de curvatura, para la ecuación 3.8 es:

$$\phi_p = (\mu_\phi - 1) \cdot \phi_y = (6 - 1) \cdot 2.59 \cdot 10^{-6} \text{ rad/mm} = 1.29 \cdot 10^{-5} \text{ rad/mm}$$

El desplazamiento plástico resultante, para la ecuación 3.9 es:

$$\Delta_p = \phi_p \cdot l_p \cdot \left( h - \frac{l_p}{2} \right) = 1.29 \cdot 10^{-5} \text{ rad/mm} \cdot 900 \text{ mm} \cdot \left( 7200 \text{ mm} - \frac{900 \text{ mm}}{2} \right) = 78.6 \text{ mm}$$

El valor limitante del desplazamiento residual es:

$$\Delta_{R,max} = \theta_{R,max} \cdot h = 0.01 \cdot 7200 \text{ mm} = 72 \text{ mm}$$

De la inspección, se ve aparentemente que la limitación de la deriva residual controlará este diseño, aunque el límite de curvatura da unos resultados semejantes. La curvatura plástica por las limitaciones del límite de deformación es:

$$\phi_p = \frac{\Delta_{R,max}}{l_p \cdot \left( h - \frac{l_p}{2} \right)} = \frac{72 \text{ mm}}{900 \text{ mm} \cdot \left( 7200 \text{ mm} - \frac{900 \text{ mm}}{2} \right)} = 1.19 \cdot 10^{-5} \text{ rad/mm}$$

Determine la ductilidad de curvatura real:

$$\mu_\phi = \frac{\phi_y + \phi_p}{\phi_y} = \frac{2.59 \cdot 10^{-6} \text{ rad/mm} + 1.19 \cdot 10^{-5} \text{ rad/mm}}{2.59 \cdot 10^{-6} \text{ rad/mm}} = 5.6$$

*Nota:* Mientras la ductilidad de curvatura permanece superior a 5, la presunción de que la longitud de la rótula plástica es la mitad del diámetro de la columna sigue válida.

La capacidad de desplazamiento, según ecuación 3.11 es:

$$\Delta_u = \Delta_y + \eta_{DS} \Delta_p = 44.7 \text{ mm} + 0.90 \cdot 72 \text{ mm} = 109.5 \text{ mm}$$

La ductilidad de desplazamiento final confiable, según ecuación 3.12 es:

$$\mu_\Delta = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} = \frac{109.5 \text{ mm}}{44.7 \text{ mm}} = 2.4$$

Como un intento inicial digamos un periodo estructural,  $T$ , es 1 segundo. La proporción de desplazamiento inelástico, para la ecuación 3.2, es:

$$C_R = \frac{\mu_{\Delta}^{0.5} - 1}{1.7 \cdot T^{0.3}} + 1 = \frac{2.4^{0.5} - 1}{1.7 \cdot 1^{0.3}} + 1 = 1.33$$

El factor de modificación de desplazamiento generalizado, para la ecuación 3.3, es:

$$C_{\Delta} = \sqrt{(C_Q - 1)^2 + (C_R - 1)^2} + 1 = \sqrt{(1.25 - 1)^2 + (1.33 - 1)^2} + 1 = 1.42$$

El periodo recalculado, por la ecuación 5, es:

$$\Delta_u = C_{\Delta} \cdot \alpha \cdot T = \frac{109.5 \text{ mm}}{1.42 \cdot 60 \text{ mm/s}} = 1.63 \text{ sec}$$

Resumen de la iteración para determinar el periodo,  $T$ :

$T[s]$	$C_R$	$C_{\Delta}$
1	1.33	1.42
1.63	1.29	1.38
1.67	1.28	1.38
1.67	1.28	1.38

Coefficiente de corte de base de diseño flexural, para la ecuación 3.13, es:

$$C_s = \left( \frac{2 \cdot \pi}{T} \right)^2 \cdot \frac{\Delta_y}{g} = \left( \frac{2 \cdot \pi}{1.68 \text{ sec}} \right)^2 \cdot \frac{44.7 \text{ mm}}{9810 \text{ mm/s}^2} = 0.06$$

Momento de diseño para la rótula plástica, para la ecuación 3.14, es:

$$M_{design} = C_s \cdot W \cdot h = 0.06 \cdot 8000 \text{ kN} \cdot 7.2 \text{ m} = 3696 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### Objetivo de desempeño de seguridad de la vida

La curvatura plástica, para la ecuación 3.8, es:

$$\phi_p = (\mu_\phi - 1) \cdot \phi_y = (18 - 1) \cdot 2.59 \cdot 10^{-6} \text{ rad/mm} = 4.40 \cdot 10^{-5} \text{ rad/mm}$$

El desplazamiento plástico resultante, para la ecuación 3.9, es:

$$\Delta_p = \phi_p \cdot l_p \cdot \left( h - \frac{l_p}{2} \right) = 4.40 \cdot 10^{-5} \text{ rad/mm} \cdot 900 \text{ mm} \cdot \left( 7200 \text{ mm} - \frac{900 \text{ mm}}{2} \right) = 267.2 \text{ mm}$$

La capacidad de desplazamiento final confiable, para la ecuación 3.11 es:

$$\Delta_u = \Delta_y + \eta_{DS} \Delta_p = 44.7 \text{ mm} + 0.85 \cdot 267.2 \text{ mm} = 271.9 \text{ mm}$$

La ductilidad de desplazamiento final confiable, para la Ecuación 3.12, es:

$$\mu_\Delta = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} = \frac{271.9 \text{ mm}}{44.7 \text{ mm}} = 6.1$$

Como un intento inicial digamos un periodo estructural,  $T$ , es 1 segundo. La proporción de desplazamiento inelástico, para la ecuación 3.2, es:

$$C_R = \frac{\mu_\Delta^{0.5} - 1}{1.7 \cdot T^{0.3}} + 1 = \frac{6.1^{0.5} - 1}{1.7 \cdot 1^{0.3}} + 1 = 1.86$$

El factor de modificación de desplazamiento generalizado, para la ecuación 3.3, es:

$$C_{\Delta} = \sqrt{(C_Q - 1)^2 + (C_R - 1)^2} + 1 =$$

$$\sqrt{(1.25 - 1)^2 + (1.86 - 1)^2} + 1 = 1.90$$

El periodo recalculado, por la ecuación 3.5, es:

$$T = \frac{\Delta_u}{C_{\Delta} \cdot \alpha} = \frac{271.9 \text{ mm}}{1.90 \cdot 165 \text{ mm/sec}} = 0.87 \text{ sec}$$

Resumen de la iteración para determinar el periodo,  $T$ :

$T[\text{Sec}]$	$C_R$	$C_{\Delta}$
1	1.86	1.90
0.87	1.90	1.93
0.85	1.90	1.94
0.85	1.91	1.94

Coefficiente de corte de base de diseño flexural, para la ecuación 3.13, es:

$$C_s = \left( \frac{2 \cdot \pi}{T} \right)^2 \cdot \frac{\Delta_y}{g} = \left( \frac{2 \cdot \pi}{0.85 \text{ sec}} \right)^2 \cdot \frac{44.7 \text{ mm}}{9810 \text{ mm/sec}^2} = 0.25$$

Momento de diseño para la rótula plástica, para la ecuación 3.14, es:

$$M_{design} = C_s \cdot W \cdot h = 0.25 \cdot 8000 \text{ kN} \cdot 7.2 \text{ m} = 14359 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### Diseño de la columna

Por los dos objetivos de desempeño considerados, los criterios de seguridad de vida controlarán el refuerzo flexural del diseño en la

columna. Ya que la carga axial en la columna puede variar durante un evento sísmico, considere la fuerza axial mínima en combinación con el momento de diseño del objetivo de desempeño de seguridad de la vida para determinar el refuerzo flexural requerido. Las propiedades de los materiales deben ser consideradas al realizar el diseño. Hacer suposiciones para el revestimiento transparente y el refuerzo transversal, una proporción de refuerzo de aproximadamente 1.7%, será adecuado para resistir las exigencias sísmicas.

Después de seleccionar el tamaño real y el número de barras de refuerzo, la selección tomó como modelo un programa de momento-curvatura utilizando las propiedades de los materiales esperadas considerando el endurecimiento del trabajo con la carga axial más grande esperada. El momento final determinado de este análisis fue 1.6 veces mayor que el momento utilizado para el diseño del refuerzo flexural. Por consiguiente, el refuerzo de corte en la columna debe ser diseñado por una fuerza de corte igual a:

$$V_{design} = \frac{\Omega_o \cdot M_{design, LS}}{h} = \frac{1.6 \cdot 14359 \text{ kN} \cdot \text{m}}{7.2 \text{ m}} = 3091 \text{ kN}$$

En donde  $\Omega$  es el factor de sobre resistencia.

Como comparación, el momento de base de diseño utilizando un método por la fuerza considerando la rigidez efectiva de la columna igual a mitad de la rigidez bruta produce un momento de diseño de 49,738 kN-m, o aproximadamente 3.5 veces el momento de diseño obtenido por medio de este procedimiento.

### 3.17 BIBLIOGRAFÍA

- AASHTO. 2004. *LRFD Bridge Design Specifications*. American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, D.C.
- Abrahamson, N.A. and Bommer, J.J. 2005. Probability and Uncertainty in Seismic Hazard Analysis. *Earthquake Spectra*. Vol. 21, No. 2. pp. 603-607.

- Aschheim, M.A. and Black, E.F. 2000. Yield Point Spectra for Seismic Design and Rehabilitation. *Earthquake Spectra*. Vol. 16, No. 2. pp. 317-336.
- Browning, J.P. 2001. Proportioning of Earthquake-Resistant RC Building Structures. *American Society of Civil Engineers Journal of Structural Engineering*. Vol. 127, No. 2. pp. 145-151.
- Caltrans. 1999. Memo to Designers 20-1. California Department of Transportation, Sacramento, CA.
- Caltrans. 2004. *Seismic Design Criteria Version 1.3*. California Department of Transportation, Sacramento, CA.
- Calvi, G.M. and Kingsley, G.R. 1995. Displacement-Based Seismic Design of Multi-Degree-of-Freedom Bridge Structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 24, No. 9. pp. 1247-1266.
- CEN. 1998. *Eurocode 8 Design Provisions for Earthquake Resistance of Structures*, European Prestandard ENV Comité Européen de Normalisation, Brussels.
- Chopra, A.K. 2001. Dynamics of Structures Theory and Applications to Earthquake Engineering, 2<sup>nd</sup> Edition. Prentice Hall, New Jersey.
- Chopra, A.K. and Goel, R.K. 2001. Direct Displacement-Based Design: Use of Inelastic vs. Elastic Design Spectra. *Earthquake Spectra*. Vol. 17, No. 1 pp. 47-64.
- Crowley, H., Bommer, J.J., Pinho, R. and Bird, J. 2005. The Impact of Epistemic Uncertainty on Earthquake Loss Model. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 34. pp. 1653-1685.
- Faccioli, E., Paolucci, R. and Rey, J. 2003. Displacement Spectra for Long Periods. *Earthquake Spectra*. Vol 20, No 2 pp. 347-376
- FEMA. 1997. NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitations of Buildings FEMA 273. Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C.
- Fu, Y and Cherry, S. 1999. Simplified Seismic Code Design Procedure for Friction Damped Steel Frames. *Canadian Journal of Civil Engineering*. Vol. 26 pp. 55-71.
- Hines, E.M., Restrepo, J.I., and Seible, F. 2004. Force-Displacement Characterization of Well-Confined Bridge Piers. *American Concrete Institute Structural Journal*. Vol. 101, No. 4 pp. 537-548.

- Imbsem, R.A. 2006. Recommended LRFD Guidelines for the Seismic Design of Highway Bridges.
- Japan Road Association. 2002. Design Specification of Highway Bridges Part V: Seismic Design. Japan.
- Kawashima, K. and Aizawa, K. 1986. Modification of Earthquake Response Spectra with Respect to Damping Ratio. *Proceedings of the Third U.S. National Conference on Earthquake Engineering*. Vol. 2 pp. 1107-1116
- Kawashima, K., MacRae, G.A., Hoshikuma, J., and Nagaya, K. 1998. Residual Displacement Response Spectrum. *American Society of Civil Engineers Journal of Structural Engineering*. Vol. 124, No. 5, pp. 523-530.
- Kowalsky, M., Priestley, M.J.N., and MacRae, G. 1994. Displacement-Based Design: A Methodology for Seismic Design Applied to Single Degree of Freedom Reinforced Concrete Structures. *SSRP-94/16*. University of California, San Diego. La Jolla, CA.
- Miranda, E. and Bertero, V.V. 1994. Evaluation of Strength Reduction Factors for Earthquake-Resistant Design. *Earthquake Spectra*. Vol. 10, No. 2. pp. 357-379.
- Moehle, J.P. 1992. Displacement-Based Design of RC Structures Subjected to Earthquakes. *Earthquake Spectra*. Vol. 8, No. 3. pp. 403-428.
- NCHRP. 2001. Comprehensive Specification for the Seismic Design of Bridges Revised LRFD Design Specifications, Third Draft. National Cooperative Highway Research Program Project 12-49. Washington, D.C.
- Otani, S. 1974. Inelastic Analysis of R/C Frame Structures. *American Society of Civil Engineers Journal of the Structural Division*. Vol. 100, No. ST7. pp. 1433-1449.
- Pampanin, S., Christopoulos C., Priestley, M.J.N. 2002. Residual Deformations in the Performance-Seismic Assessment of Frame Structures. *Research Report No. ROSE-2002/02*. European School for Advanced Studies in Reduction of Seismic Risk, Pavia, Italy.
- Park, R. and Paulay, T. 1975. *Reinforced Concrete Structures*. John Wiley & Sons, Inc. New York.

- Priestley, M.J.N. 2003. *Myths and Fallacies in Earthquake Engineering*, Revisited. IUSS Press, Pavia, Italy.
- Priestley, M.J.N. and Kowalsky, M.J. 2000. Direct Displacement-Based Seismic Design of Concrete Buildings. *Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering*. Vol. 33, No. 4, pp. 421-444.
- Priestley, M.J.N., Seible, F., and Calvi, G.M. 1996. *Seismic Design and Retrofit of Bridges*. John Wiley & Sons, Inc. New York.
- Restrepo-Posada, J.I., Dodd, L.L., Park, R., and Cooke, N. 1994. Variables Affecting Cyclic Behavior of Reinforcing Steel. *Journal of Structural Engineering*. Vol. 120, No. 11. pp. 3178-3196.
- Rodriguez, M.E., Botero, J.C., and Villa, J. 1999. Cyclic Stress-Strain Behavior of Reinforcing Steel Including Effect of Buckling. *Journal of Structural Engineering*. Vol. 125, No. 6 pp. 605-612.
- Ruiz-García, J. and Miranda, E. 2003. Inelastic Displacement Ratios for Evaluating Existing Structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 32:1237-1258. DOI: 10.1002/eqe.271.
- Ruiz-García, J. and Miranda, E. 2005. Residual Displacement Ratios for Assessment of Existing Structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 35:315-336. DOI:10.1002/eqe. 523.
- Structural Engineers Association of California (SEAOC). 1999. *Recommended Lateral Force Requirements and Commentary, 7th Edition*. Sacramento, CA.
- Suleiman, M.T., Sritharan, S., and White, D.J. 2006. Cyclic Lateral Load Response of Bridge Column-Foundation-Soil Systems in Freezing Conditions. *Journal of Structural Engineering*. Vol. 132, No. 11. pp. 1745-1754.
- Veltsos, A.S. and Newmark, N.M. 1960. Effect of Inelastic Behavior on the Response of Simple System to Earthquake Motion. *Proceedings to the 2nd World Conference on Earthquake Engineering*. pp. 895-912.



## CAPÍTULO 4

# UN NUEVO ENFOQUE PARA EL ANÁLISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN ARMADO

*Héctor Guillermo Urrego Giraldo<sup>1</sup>*

### 4.1 INTRODUCCIÓN

El comportamiento no lineal del hormigón armado como consecuencia no sólo de la curva tensión-deformación del hormigón, sino principalmente por la fisuración desde las primeras etapas de esfuerzos, hace conveniente utilizar formas de análisis distintas a las consideradas en los materiales perfectamente elásticos. El análisis tradicional del hormigón armado, basado en  $EI$  (rigidez a la flexión) constante, produce resultados bastante alejados de la realidad, ya sea por haber considerado una reducción excesiva de la inercia efectiva ( $I_{\text{eff}}$ ) o simplemente por no haber considerado ninguna reducción. Además, cuando una estructura, por ejemplo un pórtico, está conformado por muchos elementos, la rigidez a la flexión no es constante ni siquiera en toda la longitud de un elemento particular puesto que ésta se altera por los esfuerzos producidos sobre él, y su variación está además influenciada por la cantidad de refuerzo y su disposición en las diferentes secciones. Esto hace necesario discretizar cada elemento para considerarlo con sus propiedades acordes con su geometría, su refuerzo, y sus esfuerzos. Salta a la vista que para un análisis realizado en esta forma ya habría sido necesario realizar el prediseño de cada uno de los elementos. Además, son necesarias también estas modifi-

<sup>1</sup> Ingeniero Civil, Dipl.-Ing. (MS). Consultor AREA INGENIEROS CONSULTORES. Correo electrónico: hurrego@une.net.co

caciones para el caso en que se considere el trabajo de los elementos estructurales hasta la falla con un comportamiento elastoplástico, como es el caso de las estructuras sismo-resistentes.

En la literatura técnica moderna se habla de diseño por desempeño para referirse al comportamiento de los elementos estructurales, tanto en las etapas de construcción, como en las de servicio, y finalmente al alcanzarse la capacidad máxima de los elementos que lleven la estructura hasta un colapso inminente.

En las diferentes etapas es necesario identificar el comportamiento de la estructura, particularmente sus desplazamientos tanto horizontales como verticales, y la influencia de éstos en los elementos no estructurales y en el funcionamiento general de ella.

La transición de la estructura desde la construcción hasta alcanzar su máxima capacidad produce cambios significativos en las propiedades mecánicas de los elementos, puesto que con el incremento de carga se produce la fisuración del hormigón y deformaciones por encima del límite elástico en el acero, causando con ello deformaciones permanentes.

En el diseño de los elementos de hormigón armado es necesario evitar que la falla de cualquier elemento sea frágil, y para ello se recurre al concepto de ductilidad como una medida de la reserva que puede tener el elemento desde el momento en que se alcanzó el límite de fluencia hasta alcanzar el límite máximo.

Normalmente se identifican dos tipos de ductilidad, uno para la curvatura en algunas secciones de los elementos y otro referido al desplazamiento en algún punto del elemento.

En este trabajo se mostrará un enfoque distinto para el análisis y diseño al que normalmente se sigue en los cursos de hormigón armado, el cual permite realizar simultáneamente el análisis y el diseño, e ir teniendo en cuenta, en forma conjunta, algunos de los conceptos más importantes para lograr el buen comportamiento de la estructura.

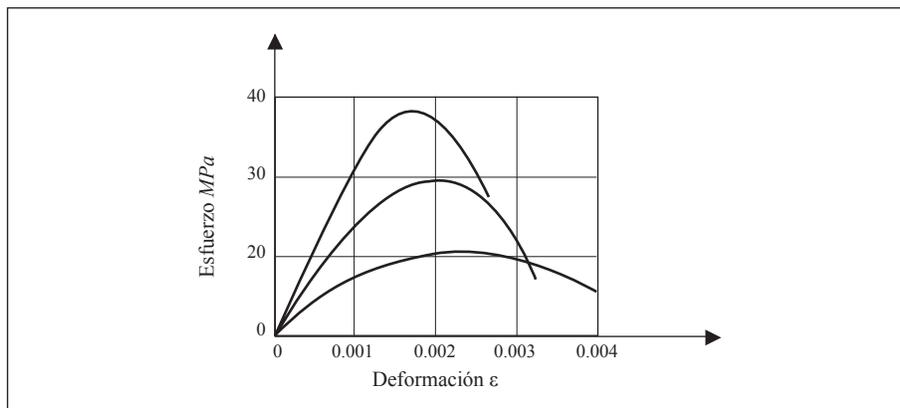
Las propiedades con las que se realiza el análisis se deducen de un predimensionamiento que incluye tanto geometría, como curvas tensión deformación de los materiales, cantidad de refuerzo y un esti-

mativo de la fuerza axial que actúa sobre el elemento; particularmente se trabaja con diagramas momento–curvatura, para encontrar las curvaturas a la primera fluencia y los momentos asociados a ellas.

## CONCEPTOS BÁSICOS

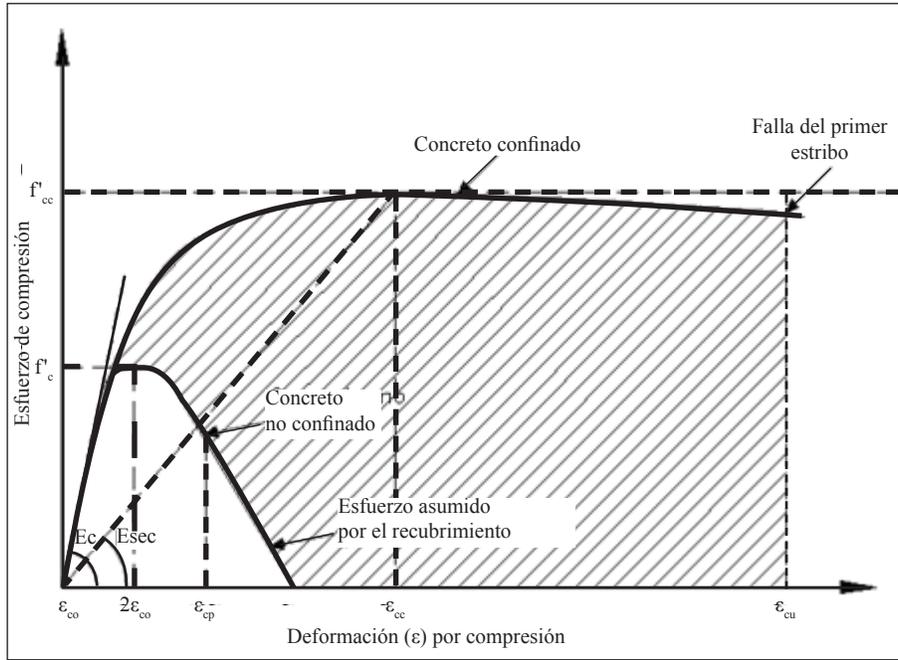
### 4.2 COMPORTAMIENTO DEL HORMIGÓN

Una curva típica tensión deformación del hormigón sin confinamiento se asemeja bastante a una parábola de segundo grado presentando un valor máximo para deformaciones cercanas a 0.002, y luego presenta una leve caída, esto hace que las deformaciones máximas admisibles para esta condición del hormigón varíen según las normas entre 0.003 y 0.004 (figura 4.1).



**Figura 4.1.** Diagrama de las diferentes curvas que describe la deformación del hormigón. [FUENTE: propia].

Pero el comportamiento del hormigón confinado es bastante diferente debido a que éste permite incrementos importantes en la resistencia máxima y en las deformaciones máximas admisibles, obteniéndose valores casi del doble para la resistencia y de casi 10 veces para la deformación (figura 4.2).



**Figura 4.2.** Diagrama Tensión – Deformación para el hormigón armado [FUENTE: propia]

A continuación se presentan expresiones sugeridas por Paulay y Priestley (3) para estimar la resistencia a la compresión teniendo en cuenta el confinamiento.

$$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = \left( -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f'l}{f'_c}} - \frac{2 f'l}{f'_c} \right) \quad (4.1)$$

$$\epsilon_{cc} = 0.002 [1 + 5(f'_{cc}/f'_c - 1)] \quad (4.2)$$

$$\epsilon_{cu} = 0.004 + 1.4 \rho_s f_y \epsilon_{sm} / f \quad (4.3)$$

$f'l = 0.75 \rho_h \cdot f_y$  Confinamiento lateral de la sección. (Para secciones rectangulares).

$\varepsilon_{sm}$ : Deformación máxima del acero

$\rho_h$ : Cuantía volumétrica del refuerzo transversal

$$\rho_h = \frac{A_{sh}}{s \cdot h} \quad (4.4)$$

$f'_c$ : Resistencia del hormigón sin confinar.

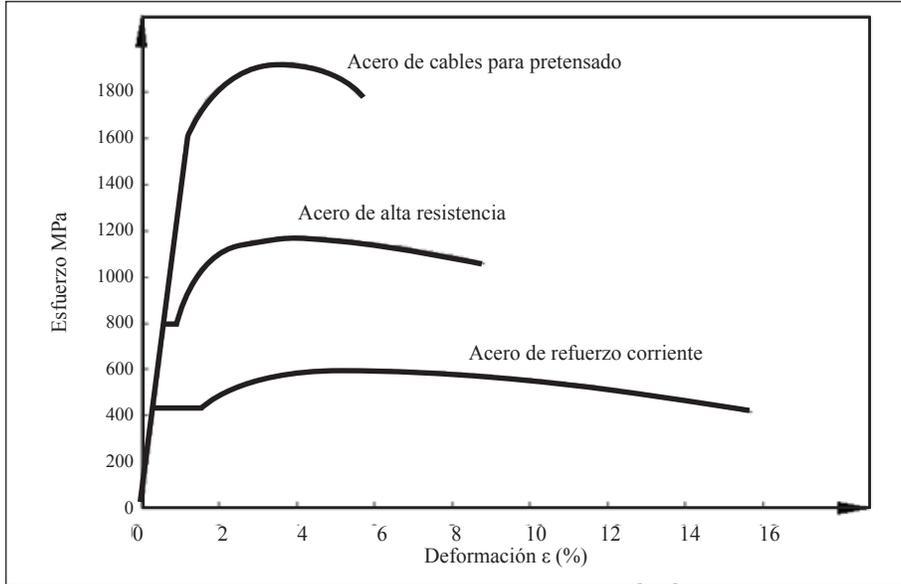
$f'_{cc}$ : Resistencia del hormigón confinado.

$f_{yh}$ : Resistencia hasta la fluencia del acero de los estribos.

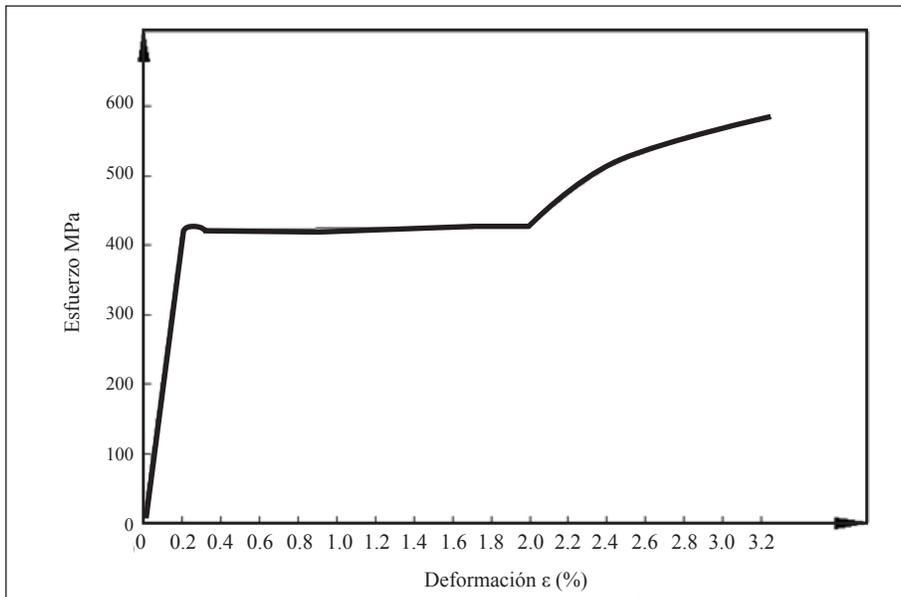
Como se mencionó anteriormente, casi todos los códigos recomiendan para el diseño de estructuras de hormigón armado una deformación máxima entre 0.003 y 0.004; en estos rangos no se exige confinamiento de la sección, a menos que se considere la contribución del acero a compresión. Para secciones confinadas se pueden permitir deformaciones mayores; el UBC permite hasta 0.015 (7), habiendo necesidad de confinar la sección. Utilizando las ecuaciones (4.1), (4.2) y (4.3) se puede deducir el nivel de confinamiento lateral para garantizar esa deformación máxima.

### 4.3 COMPORTAMIENTO DEL ACERO

La utilización de un determinado tipo de acero afecta la ductilidad, puesto que un acero de más alta resistencia puede proporcionar la misma fuerza con una menor deformación, como es el caso de los aceros utilizados en el hormigón pretensado. Es también necesario verificar en ellos su deformación para la capacidad máxima de la sección para no exceder la deformación máxima a la rotura, la cual es menor que para los aceros más dúctiles. (Figuras 4.3 y 4.4).



**Figura 4.3.** Diagrama Tensión-Deformación para distintos aceros [FUENTE: propia]



**Figura 4.4.** Diagrama Tensión-Deformación para el acero estructural [Fuente: propia]

#### 4.4 CURVATURA

La curvatura de una sección puede ser expresada en función de las deformaciones de los aceros tanto a tracción como a compresión y de la distancia entre ellos (figura 4.5).

$$\varphi = \frac{(\varepsilon_{st} - \varepsilon_{sc})}{(d - d_1)} \quad (4.5)$$

Pero, igualmente, de la resistencia de materiales se conoce que:

$$\frac{M}{EI} = -j \quad (4.6)$$

Es decir,

$$\frac{M}{EI} = -\varphi = -\frac{(\varepsilon_{st} - \varepsilon_{sc})}{(d - d_1)} \quad (4.7)$$

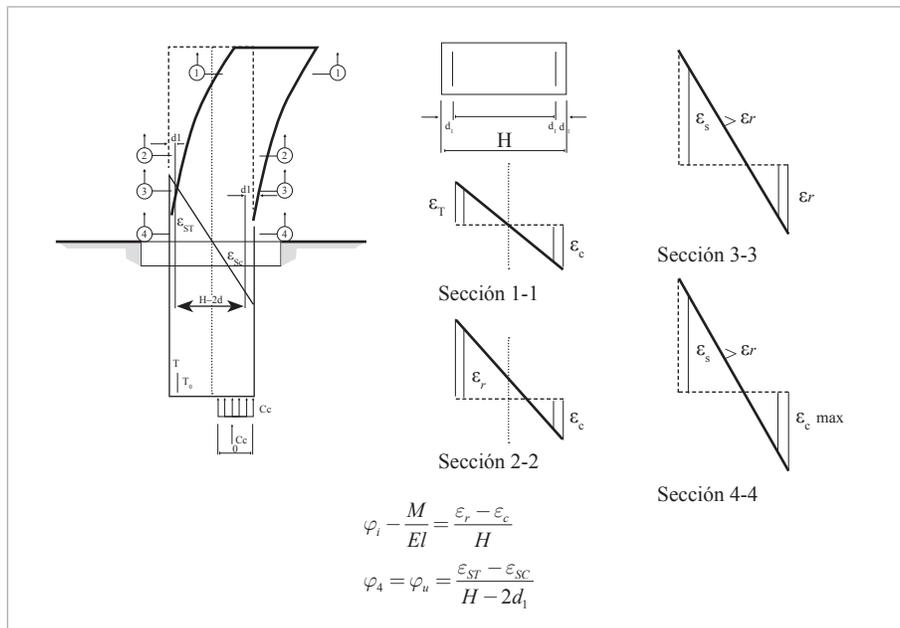


Figura 4.5. Diagrama para refuerzo constante [FUENTE: propia].

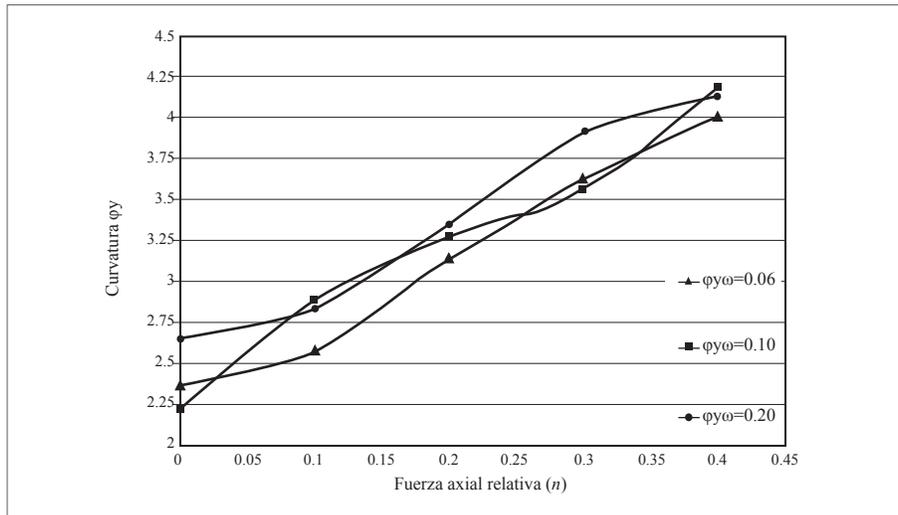
Si se dispone de diagramas para diferentes secciones de un elemento esto permitirá calcular los desplazamientos y las rotaciones sin necesidad de tener que calcular el valor de  $EI_{eff}$ .

Se sabe igualmente que un cálculo de desplazamientos basado en la sección bruta es absolutamente erróneo para niveles de carga por encima del de la fisuración del hormigón, pero tampoco es conveniente asignarle arbitrariamente a todo el elemento un  $EI_{eff}$  que solamente es válido para un tramo del elemento.

### Variación de la curvatura

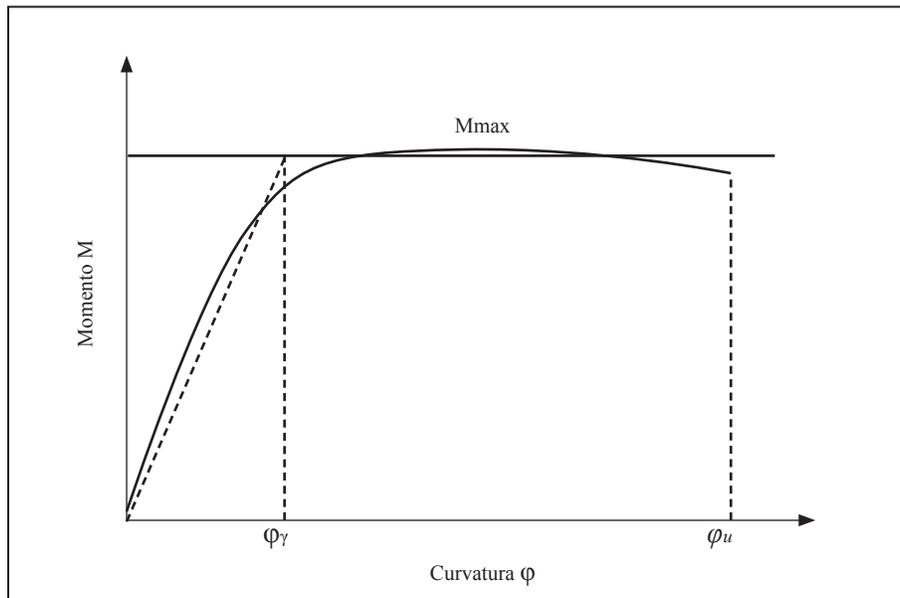
La curvatura de fluencia tiene poca variación con la cantidad de refuerzo como puede apreciarse en la figura 4.6, donde se muestra la curvatura de fluencia como función de la fuerza axial relativa para diferentes valores de la cuantía mecánica.

Aunque existe una variación de la curvatura con la fuerza axial, en el diseño de muchos elementos puede ser considerada constante. Sin embargo, para la metodología aquí propuesta se considera importante considerar esta variación.



**Figura 4.6.** Variación de la curvatura de fluencia [Fuente: propia].

La curvatura aquí considerada como de fluencia es la curvatura a la primera fluencia de un acero a tracción. En la literatura muchas veces se habla de curvatura de fluencia como aquella obtenida en el diagrama momento-curvatura por una recta que pasa por el origen y por el punto de la primera fluencia y alcanza el valor máximo del momento (figura 4.7).



**Figura 4.7.** Diagrama momento-curvatura para hallar la curvatura de fluencia. [FUENTE: propia].

$$\text{O bien } \varphi_y = \frac{\lambda \cdot \varepsilon_y}{h} \quad (4.8)$$

Dónde  $\lambda$  es un factor que depende del tipo de sección. (Ref. 14).

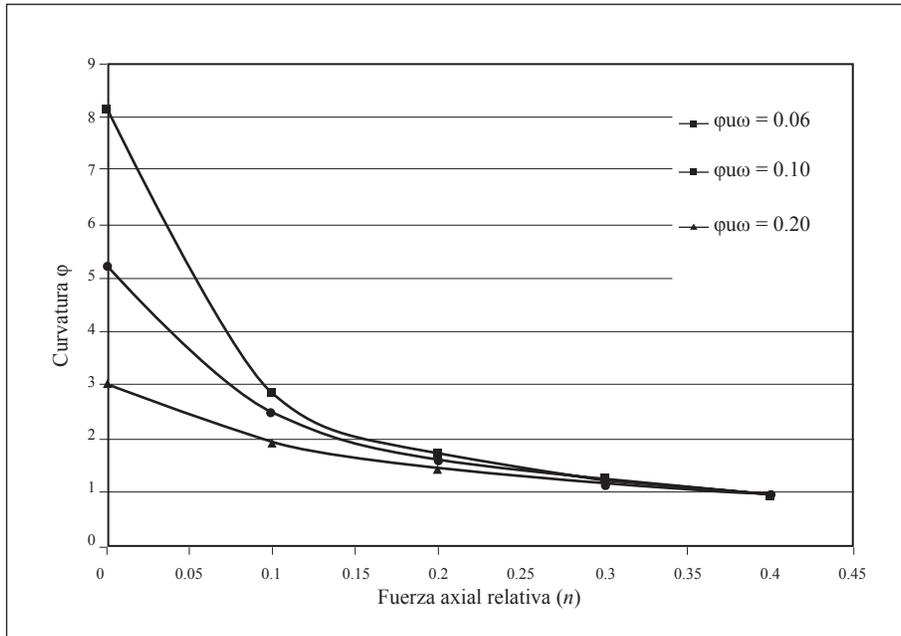
$\lambda = 2.25$ , para columnas circulares.

$\lambda = 2.10$ , para columnas rectangulares.

$\lambda = 2.00$ , para muros.

$\lambda = 1.70$ , para vigas en T.

Esto facilita, además, la consideración del hormigón armado como un material elastoplástico (figura 4.8).



**Figura 4.8.** Variación de la curvatura última [Fuente: propia].

La curvatura última tiene una fuerte variación con la cantidad de refuerzo para valores pequeños de la fuerza axial, como se aprecia en la figura 4.8.

También para la metodología aquí propuesta es importante no hacer ninguna simplificación adicional.

Para muchos casos prácticos una simplificación del bloque de compresión como un bloque rectangular produce resultados bastante satisfactorios.

En la figura 4.9, se observa que al trabajar con  $EI$  constante obtenido del comportamiento del elemento sin fisuración se tiene un rango de validez muy limitado puesto que induce a valorar las deformaciones muy por debajo de los valores reales. Considerar valores reducidos de  $EI$  pero constantes en todo el elemento sobreestima los

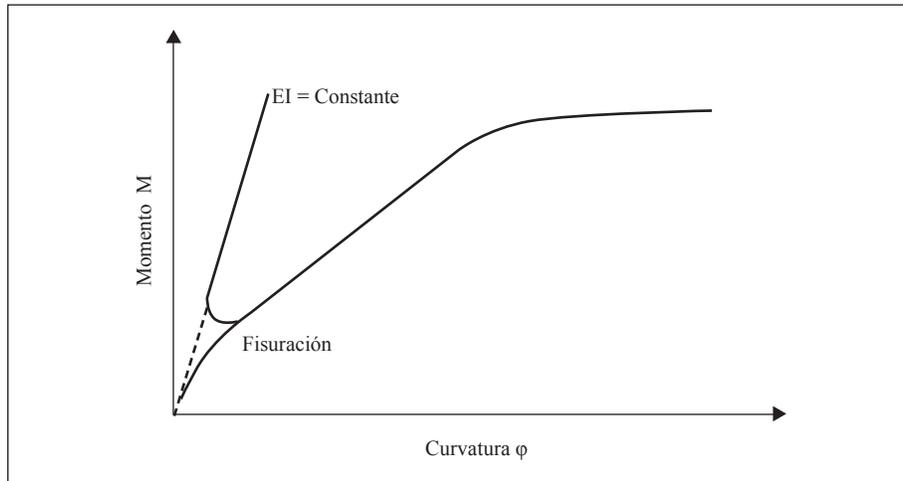


Figura 4.9. Diagrama momento-curvatura [FUENTE: propia].

desplazamientos, lo cual genera errores que hacen impracticable este concepto cuando el diseño de un elemento dependa de su desplazamiento; tal es el caso de una columna esbelta de hormigón armado.

El comportamiento de una sección de hormigón armado depende, en gran medida, de la fuerza axial que actúe sobre ella. Para una

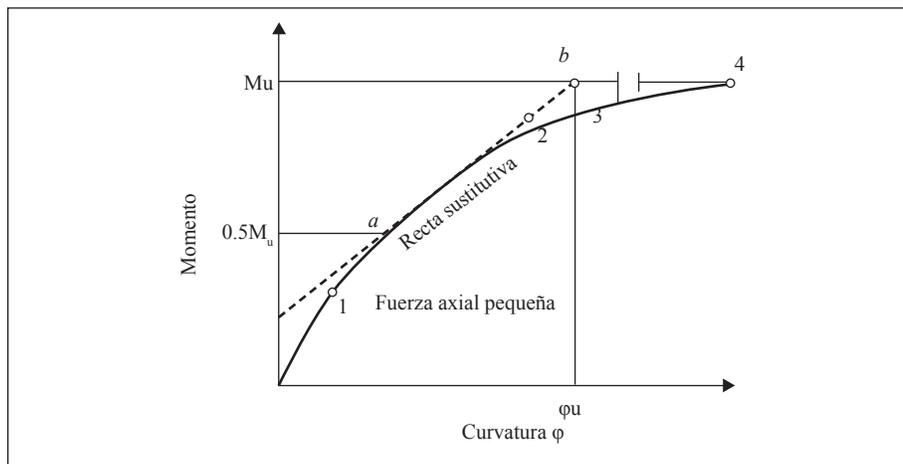
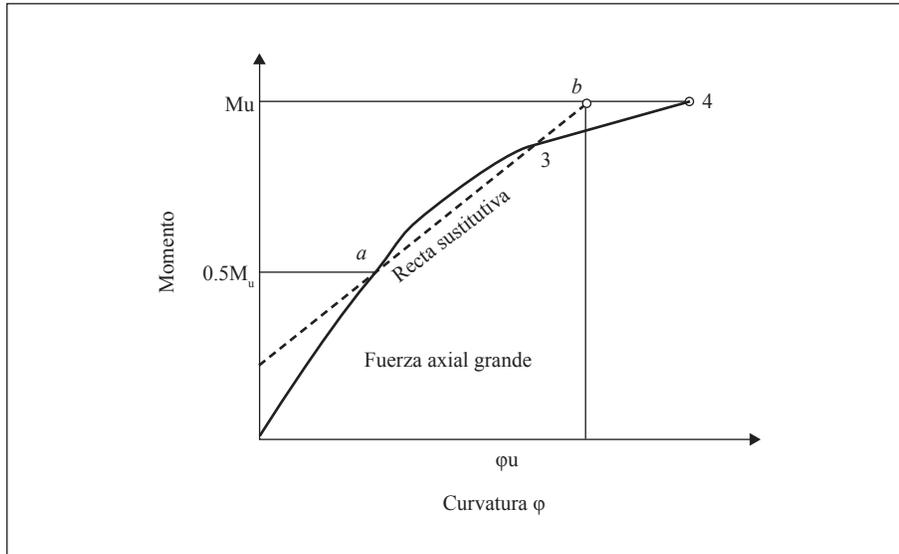


Figura 4.10. Diagrama momento-curvatura para fuerzas axiales pequeñas. [FUENTE: propia].

pequeña fuerza axial la sección se fisura modificando sus propiedades tanto geométricas como mecánicas, en cambio, en presencia de una fuerza axial grande no se fisurará.



**Figura 4.11.** Diagrama momento-curvatura para fuerzas axiales grandes. [FUENTE: propia].

Para el primer caso, el diagrama momento-curvatura sería aproximadamente recto desde el origen hasta una curvatura donde se alcance la capacidad a tracción del hormigón, a partir de la cual éste se fisura y el comportamiento se acerca a otra recta con una nueva pendiente, con origen en este último punto hasta aquel donde el acero de tracción alcanza la fluencia. Finalmente, habría otra recta en la cual crecen las deformaciones tanto a tracción como a compresión hasta que la fibra de compresión, alcanza su valor máximo (Figura 4.10).

En el segundo caso el comportamiento es diferente debido a que la sección se deforma sin fisurarse hasta que el acero de compresión alcanza la fluencia. Luego habría una nueva recta hasta que la sección alcance su límite máximo de compresión (Figura 4.11).

Estos diagramas son los que describen el comportamiento de una sección de hormigón armado, y basado en ellas se puede hacer simultáneamente el análisis y diseño de los elementos para cuando interese conocer los desplazamientos como es el caso del efecto P- Delta en las columnas esbeltas y también en el diseño sísmico para considerar las variaciones de la rigidez en el comportamiento de los elementos.

Algunas veces se utiliza la recta sustitutiva mostrada en las Figuras 4.10 y 4.11 como una simplificación para hacer cálculos de columnas esbeltas considerando la teoría de Segundo Orden (6).

Teniendo en cuenta que para cada sección y para cada valor de la fuerza axial habría un diagrama, y considerando que la rigidez de un elemento es función de su geometría, de su refuerzo, de la misma fuerza axial y además de la resistencia de los materiales es que se puede afirmar que el análisis y el diseño deben ser iterativos.

#### **4.5 EJEMPLO 1**

Considerando una columna de hormigón armado en voladizo con una sección de 0.30m x 0.30m, con una longitud de 6.0 m.  $f'c = 28$  MPa y  $fy = 420$  MPa.

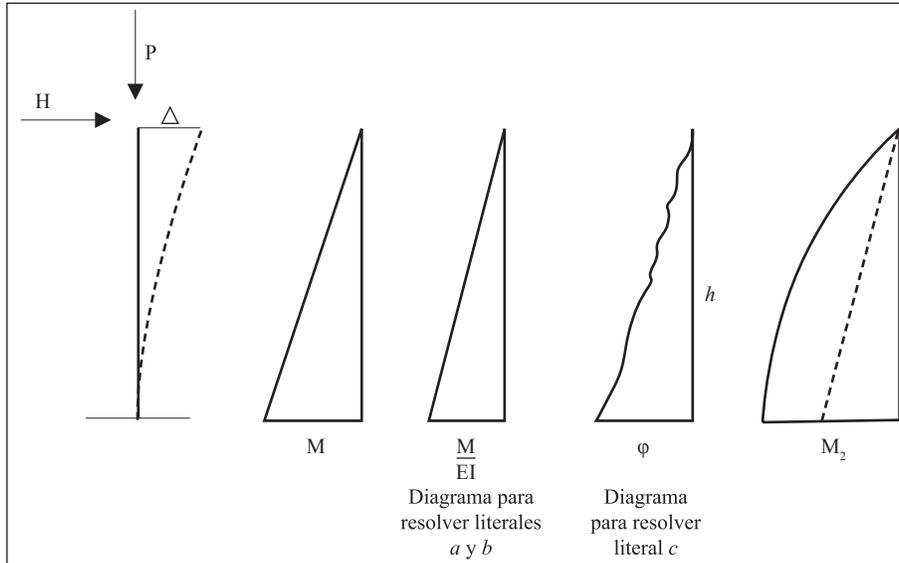
$$Pu = 45.0 \text{ kN.}$$

$$Hu = 6.0 \text{ kN.}$$

$$M_1 = 36.0 \text{ kN} - \text{m. Donde } M_1 \text{ es el momento de primer orden}$$

$$EI = 1687 \text{ kN} - \text{m}^2 \text{ SECCIÓN BRUTA}$$

$$EI_{eff} = 0.4 EI = 675 \text{ kN} - \text{m}^2 \text{ SECCIÓN FISURADA}$$



**Figura 4.12.** Diagramas de momentos y curvaturas [FUENTE: propia].

En la figura 4.12, se muestran distintos diagramas que permiten el entendimiento de la solución al ejemplo aquí propuesto.

Se tiene por el teorema de Castigliano que:

$$\Delta = \int \frac{M_2}{EI} \frac{\partial M}{\partial H} dx = \int \varphi(x) x dx \quad (4.9)$$

Dónde \$\Delta\$ = Desplazamiento máximo.

$$\Delta = \frac{5M_2L^2}{12EI} \quad (10)$$

Se asume una parábola de segundo grado y \$M\_2\$ representa el momento total.

**a) Utilizando \$EI\$ de la sección Bruta**

$$\Delta = 0.033 \text{ m} \quad M_u = M_1 + P\Delta = 36 + 45 \times 0.033 = 37.48 \text{ t-m}$$

**b) Para el caso de  $EI_{eff}$  ( $EI_{eff} = 0.4EI$ ) de la sección Bruta**

$$\Delta = 0.089 m \quad M_u = M_1 + P\Delta = 36 + 45 \times 0.089 = 40.0 t-m$$

c) Pero si se hace una integración tomando valores de  $\phi$  en diferentes secciones (2):

$$\Delta = 0.12 m \quad M_u = M_1 + P\Delta = 36 + 45 \times 0.12 = 41.40 t-m$$

Es importante mencionar que no necesariamente el cálculo por integración de curvaturas es mayor que el que se obtiene utilizando  $EI_{eff}$ .

El diagrama momento-curvatura, del cual se obtuvieron los resultados anteriores, se elaboró para las condiciones de esta columna suponiendo un refuerzo de 4 barras No. 5. En caso de que el momento resistente fuera diferente al calculado habría necesidad de hacer el correspondiente ajuste al refuerzo.

Para el diseño de muros sometidos a sismo, normalmente se parte de que el período es conocido basado en propiedades del elemento tanto geométricas como mecánicas, sin tener en cuenta el comportamiento inelástico del hormigón armado, pero para un diseño basado en ductilidades esto normalmente conduce a fuerzas de diseño que pretenden dejar al elemento del lado de la seguridad. Sin embargo, en cualquier caso tanto el período como los desplazamientos así obtenidos y el diseño mismo de los elementos se tendrían que verificar.

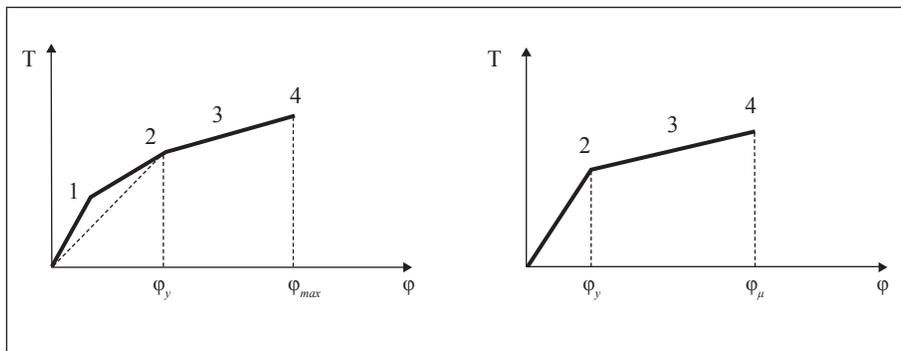
En este trabajo se plantea un procedimiento que hace consistentes las hipótesis de partida para realizar el análisis basado en desplazamientos con el diseño realizado. Una forma de analizar una sección de hormigón armado sometida a flexión es teniendo en cuenta el recorrido que hacen sus curvaturas a medida que se aumenta la carga.

**Diagramas de momento - curvatura trilineal y bilineal**

Normalmente el diagrama  $M - \phi$  se simplifica ajustándolo a tres, rectas en el caso de que se considere relevante la contribución del hormigón a tracción, o a dos rectas, en caso contrario.

Para el primer caso, la primera recta parte del origen de coordenadas y va hasta el punto donde el hormigón alcanza el límite a tracción; la segunda, desde este último punto hasta que el acero alcanza su límite de fluencia  $\epsilon_y$ ; y la tercera, desde este punto hasta que el hormigón alcanza su límite de deformación  $\epsilon_{cu}$  (figura 4.13).

Para el caso particular del hormigón armado se han propuesto algunas simplificaciones al diagrama trilineal: una utilizada en algunos cálculos simplificados de teoría de segundo orden en columnas esbeltas, considerando una recta sustitutiva la cual prácticamente coincide con el segundo tramo del diagrama trilineal, y que por lo tanto, no pasa por el origen de coordenadas (figuras 4.10 y 4.11); otra que transforma los dos primeros tramos del diagrama trilineal en una sola recta simplificando el diagrama en uno bilineal; el primer tramo va desde el origen de coordenadas hasta el punto donde el acero a tracción entra en fluencia y el segundo desde este punto hasta donde la sección alcanza su máxima capacidad, es decir, donde el hormigón alcanza su máxima deformación (Chopra 16) (Figura 4.13).



**Figura 4.13.** Diagramas Momento-curvatura trilineal y bilineal. [FUENTE: propia].

### Ductilidad

Es importante aclarar dos conceptos de ductilidad sobre los que se basan los análisis aquí realizados. La relación entre la curvatura cuando la sección alcanza la máxima deformación en la fibra a com-

presión,  $\varphi_u$ , y la curvatura cuando el acero alcanza la fluencia,  $\varphi_y$ , se denomina Ductilidad por Curvatura,  $\mu_\varphi$

$$\mu_\varphi = \frac{\varphi_u}{\varphi_y} \quad (4.11)$$

También existe otra manera de calcular la ductilidad que se conoce como ductilidad por desplazamientos (figura 4.17):

$$\mu_\Delta = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} \quad (4.12)$$

En la figura 4.15 se muestra la relación entre la ductilidad y el cambio en la carga axial aplicada para secciones confinadas y no confinadas, y en la figura 4.16 se muestra la variación de la ductilidad para diferentes longitudes de muro y carga axial.

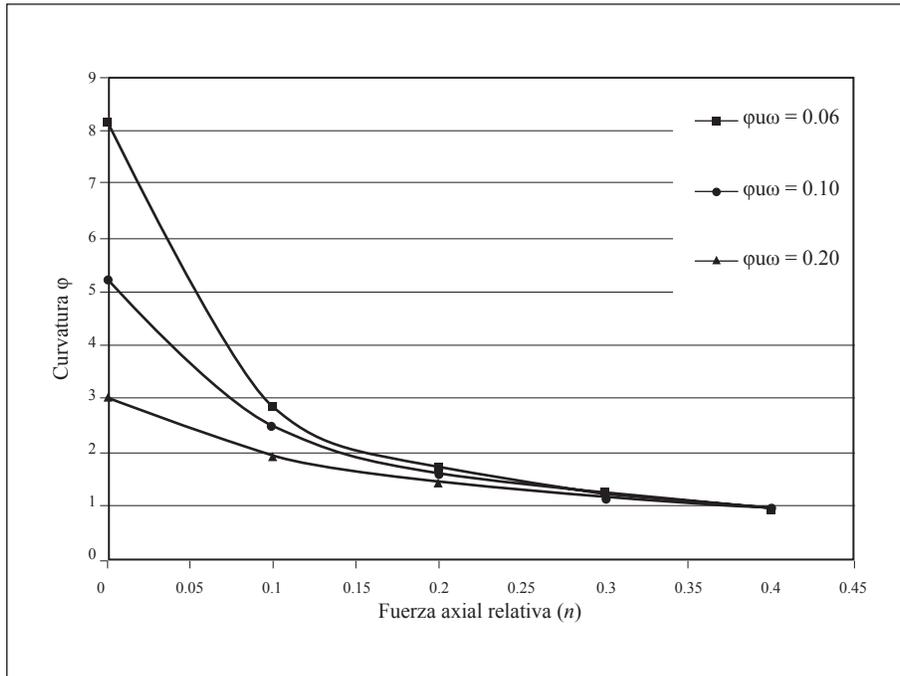


Figura 4.14. Influencia del refuerzo a compresión [FUENTE: propia].

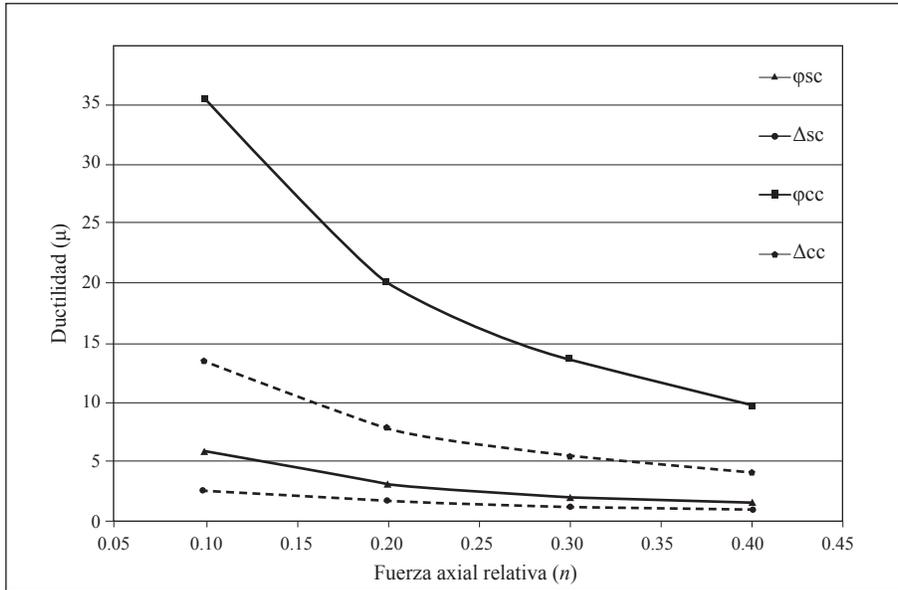


Figura 4.15. Influencia del confinamiento [FUENTE: propia].

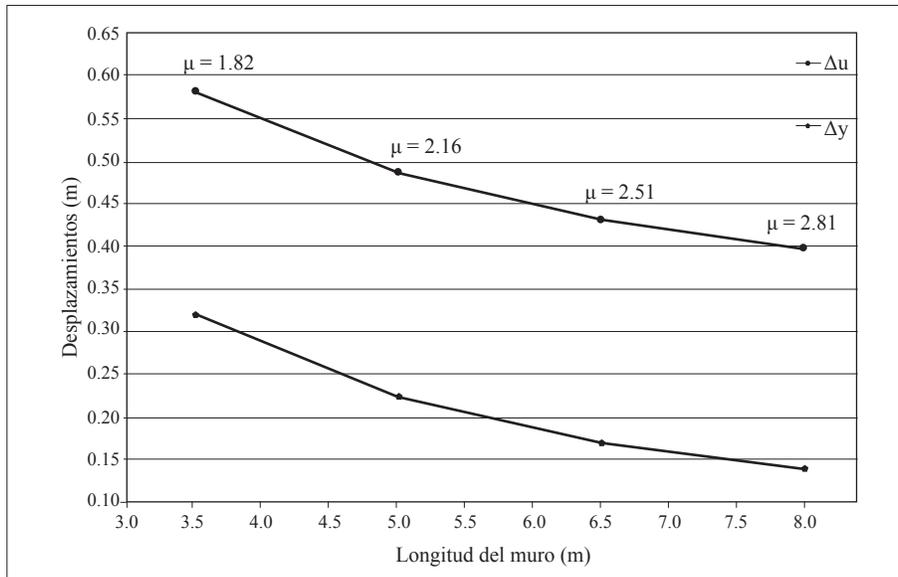
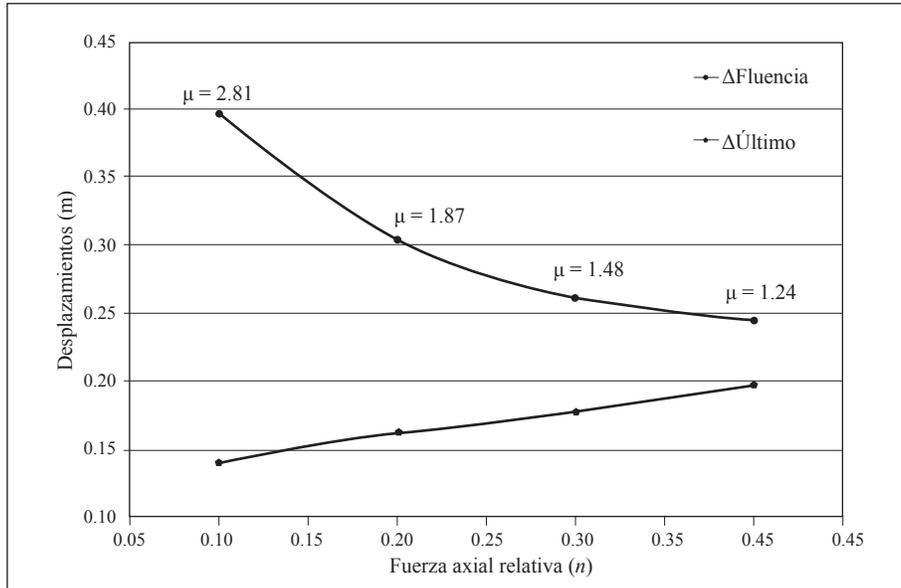


Figura 4.16. Relación entre el desplazamiento y la longitud del muro [FUENTE: propia]



**Figura 4.17.** Relación entre la fuerza axial y el desplazamiento [FUENTE: propia]

La fuerza axial relativa  $n$ , es la fuerza axial expresada en forma adimensional.

$$n = \frac{A_s f_y}{b h f'_c} \quad (4.13)$$

Donde:

$P$ : Carga axial.

$b$ : Ancho de la sección.

$h$ : Profundidad de la sección.

$f'_c$ : Resistencia del hormigón sin confinar.

La cuantía mecánica  $\omega$  tiene en cuenta además de las propiedades geométricas las resistencias del acero y del hormigón:

$$\omega = \frac{A_s f_y}{b h f'_c} \quad (4.14)$$

Donde:

$A_s$ : Área del acero de refuerzo.

$b$ : Ancho de la sección.

$h$ : Profundidad de la sección.

$f'_c$ : Resistencia del Hormigón sin confinar.

$f_y$ : Resistencia del acero cuando éste llega a la fluencia.

### **Factores que afectan la ductilidad**

Los principales factores que influyen en la ductilidad, particularmente en la de diseño de una estructura, son la resistencia a la compresión del hormigón, la resistencia del acero de refuerzo mostrada en la curva tensión-deformación y la presencia o no de fuerza axial.

De la figura 4.14, se aprecia la importancia de disponer de acero a compresión para mejorar la ductilidad y garantizar el buen funcionamiento de la estructura ante cargas sísmicas.

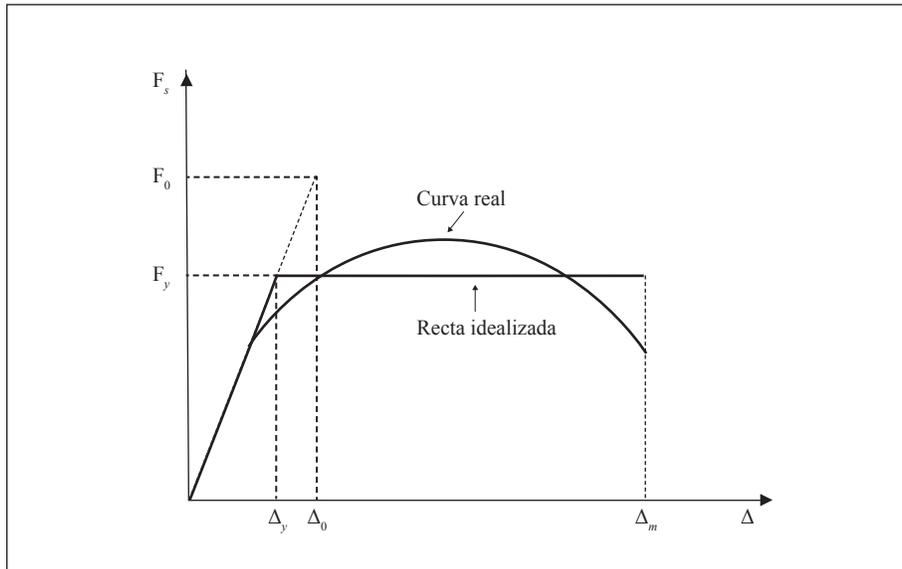
La cantidad de refuerzo requerido a compresión para garantizar una ductilidad puede estimarse con base en las mismas gráficas teniendo en cuenta la cuantía mecánica  $\omega$  y la ductilidad requerida. Un aumento en la resistencia a la compresión del hormigón disminuye el tamaño del bloque de compresión, cuando el acero de tracción alcanza el límite elástico, reduciendo con esto la curvatura de fluencia y aumentando la curvatura última, y en consecuencia aumentando la ductilidad.

El caso contrario ocurre cuando la fuerza axial aumenta el tamaño del bloque de compresión aumentando la curvatura de fluencia, disminuyendo la curvatura última y reduciéndose con ello la ductilidad. En el diseño de elementos de hormigón armado es fundamental el confinamiento mediante estribos con espaciamiento pequeño con el fin de garantizar el buen funcionamiento del bloque de compresión y del acero que trabaja a compresión, lo cual mejora sustancialmente la resistencia a la compresión del hormigón y las deformaciones máximas admisibles (figura 4.2).

### Idealización elastoplástica

En términos generales, un material que tenga un comportamiento elastoplástico tiene, en una curva fuerza-desplazamiento, un primer tramo que cumple la ley de Hooke hasta alcanzar el límite de fluencia, y luego, con muy pocos incrementos de carga, se presentan desplazamientos muy grandes hasta que se alcance la capacidad máxima.

La figura 4.18, muestra una curva típica de un material con comportamiento elastoplástico la cual se idealiza mediante dos rectas. Las áreas bajo la curva y bajo las rectas son iguales.



**Figura 4.18.** Idealización elastoplástica. [FUENTE: propia].

Aunque el hormigón armado, como se mostró antes, no es perfectamente elastoplástico, se utilizará esta idealización para deducir algunas relaciones útiles:

$F_0$ : Fuerza máxima con comportamiento lineal con desplazamiento  $\Delta_0$

$F_y$ : Fuerza donde se alcanza el límite de fluencia

$\Delta_y$ : Desplazamiento donde se alcanza el límite de fluencia de la sección más exigida.

$\Delta_m$ : Desplazamiento máximo

$\mu = \frac{\Delta_m}{\Delta_y}$ : Ductilidad de desplazamientos

$R_y = \frac{F_o}{F_y} = \frac{\Delta_o}{\Delta_y}$ : Factor de resistencia del sistema (4.15)

Combinando estas expresiones se puede encontrar una para el periodo del sistema inelástico:

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{w}{gK}} = 2\pi \sqrt{\frac{w \cdot \Delta_o}{g \cdot F_o}} = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta_m \cdot R_y}{A \cdot \mu}} \quad (4.16)$$

Finalmente,

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta_m \cdot R_y}{A \cdot \mu}} \quad (4.17)$$

Donde: A es la pseudoaceleración.

De acuerdo con la ecuación (17), para calcular el período sería necesario conocer  $R_y$  y  $\mu$ , los cuales ni son constantes ni siempre son iguales entre sí. Además, el período y la aceleración  $A$  son dependientes, lo mismo que  $\Delta_m$  y  $A$ . En algunos problemas de la ingeniería estructural es necesario conocer el desplazamiento para poder calcular las solicitaciones, las cuales, a su vez, vuelven y modifican los desplazamientos y, por lo tanto, el proceso se convierte en iterativo. Este es el caso de los efectos de segundo orden de columnas esbeltas y, como se mostrará más adelante, también lo es para el caso de los elementos de hormigón armado sometidos a cargas sísmicas, las cuales dependen de la aceleración del terreno en el cual se encuentre la estructura y del período de la misma, y éste, a su vez, depende de

la masa que soporta y de la rigidez asociada al movimiento considerado. Analizando el caso de un muro en voladizo con una masa en la parte superior y con una excitación lateral, se tendrá un desplazamiento lateral en función de las propiedades geométricas y mecánicas del elemento.

Para este caso es importante la rigidez lateral del elemento y, por lo tanto, es necesario encontrar la forma de determinar el desplazamiento basado en las curvaturas y de allí determinar la rigidez. Como se mencionó antes, el diagrama momento curvatura es función de la geometría de la sección, de las propiedades mecánicas, del refuerzo y de la fuerza axial.

Teniendo en cuenta los conceptos de la resistencia de materiales.

$$\frac{d^2\omega}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EI} \quad (4.18)$$

Pero también

$$\frac{d\alpha}{dx} = \frac{M}{EI} \quad (4.19)$$

E integrándola en una longitud apropiada  $L_p$  dará la rotación máxima.

$$\theta = \int d\alpha = \int \varphi(x) dx \quad (4.20)$$

Esto permite estimar el desplazamiento máximo con una parte causada por las deformaciones del elemento hasta alcanzar la fluencia, y otra parte causada por la rotación máxima debida al comportamiento plástico:

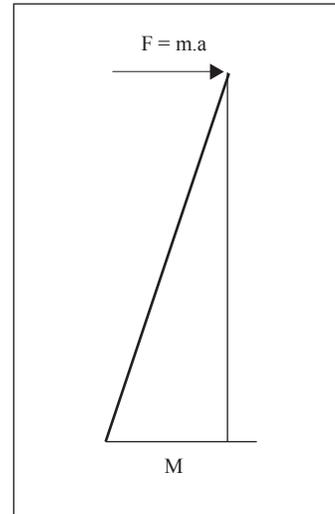


Figura 4.19. Diagrama de momentos [FUENTE: propia].

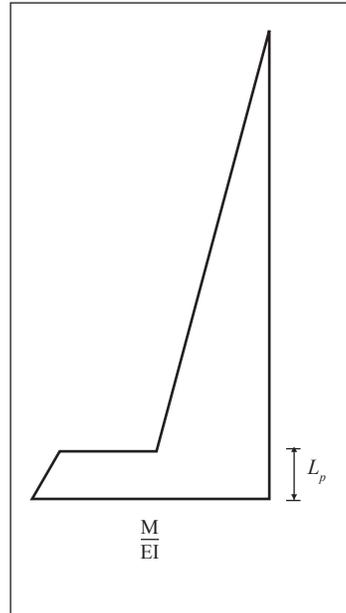
$$\Delta = \int \varphi(x) \cdot x \cdot dx \quad (4.21)$$

$$\Delta = \int (L - L_p) \cdot \varphi(x) \cdot x \cdot dx + \theta \cdot (L - L_p) \quad (4.22)$$

$L_p$  se asumirá igual a  $h/2$  ( $h$  es la profundidad de la sección)

Suponiendo que las curvaturas a lo largo del elemento forman una función del mismo grado que la de momentos con una distorsión en la zona plástica:

$$\Delta = \int \frac{\varphi_y \cdot x^2}{L} dx + (\varphi_m - \varphi_y) \cdot L_p \cdot (L - L_p) \quad (4.23)$$



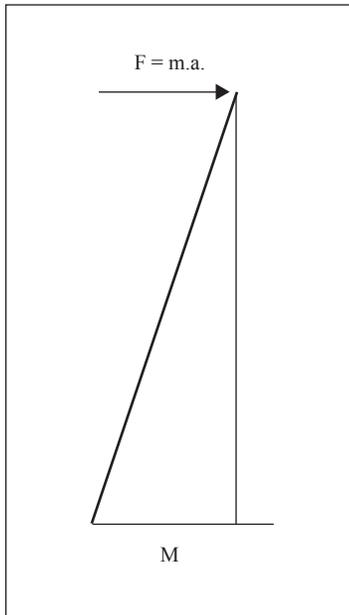
**Figura 4.20.** Diagrama de curvaturas [Fuente: propia].

(Caso de una función lineal).

$$\Delta = \frac{\varphi_y \cdot L^2}{3} + (\varphi_m - \varphi_y) \cdot L_p \cdot (L - L_p) \quad (4.24)$$

Para conocer la fuerza sísmica a que está sometido el elemento sería necesario conocer su período de vibración y un sismo de diseño, ya sea presentado en forma de pseudoaceleraciones obtenido de un acelerograma, de un sismo conocido o, bien, de un espectro de diseño. Con el período estimado, se obtiene del espectro la aceleración, que al multiplicarse por la masa da la fuerza lateral sobre el elemento:  $F = ma$ .

Y ya con esta fuerza se determinarían los esfuerzos en el elemento y, por lo tanto, se puede proceder a su diseño. Como en última instancia lo que interesa es la compatibilidad de las deformaciones, es necesario determinar los esfuerzos para los cuales se realiza el



**Figura 4.21.** Diagrama de momentos [FUENTE: propia].

diseño, verificando el equilibrio en esta etapa basado en compatibilidad de deformaciones y luego utilizar estas deformaciones para calcular los desplazamientos y las propiedades mecánicas finales del elemento para comprobar el período de vibración.

El momento flector a considerar en el diseño debe ser el máximo determinado a partir de las fuerzas sísmicas máximas, reducido por el factor de ductilidad, combinado con la fuerza axial última. La influencia del factor de ductilidad no es constante en todo el rango de períodos, puesto que para estructuras con períodos inferiores a 0.50s aproximadamente, ellas tienden a moverse con la aceleración del terreno amplifi-

cada según el amortiguamiento y el periodo mismo de la estructura y, por lo tanto, no tendría reducción; sin embargo, para estructuras que tengan degradación de rigidez como el hormigón armado, el período tiende a aumentar, como se muestra en el ejemplo desarrollado más adelante, y eventualmente puede alejarse de esa zona (primer tramo recto en la figura 4.22).

Habría una segunda zona donde la mayor influencia la ejerce la velocidad del terreno (integración de la aceleración), la cual puede amplificarse en la estructura, según el amortiguamiento de la estructura. Esta zona llegaría hasta 3.0s aproximadamente (segundo tramo recto en la figura 4.22).

Existiría una tercera zona para períodos mayores donde la estructura, debido a su flexibilidad, no estaría tan afectada por la aceleración del terreno sino más bien por su desplazamiento (integración de la velocidad) amplificándose según el amortiguamiento. (tercer tramo recto en la figura 4.22).

La figura 4.22 muestra los espectros de respuesta a varios sismos. Las líneas rectas constituyen un formato para construir espectros de diseño basado en dichas respuestas. Para este caso particular, habría que utilizar factores de mayoración para que el espectro de diseño cubra la mayoría de los puntos de los espectros de respuesta.

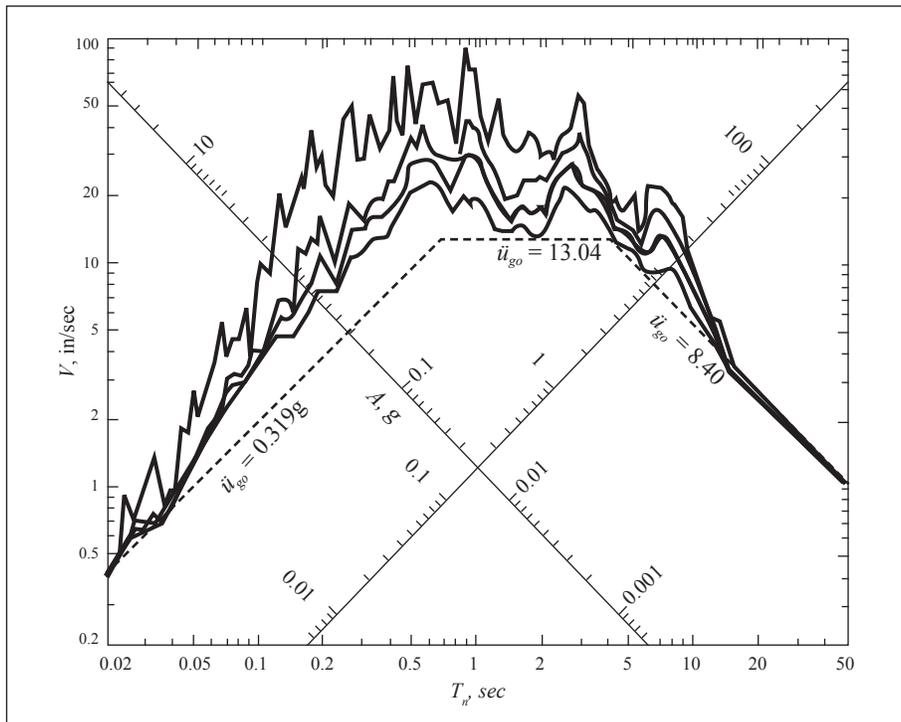


Figura 4.22. Espectro de respuesta [FUENTE: referencia 16].

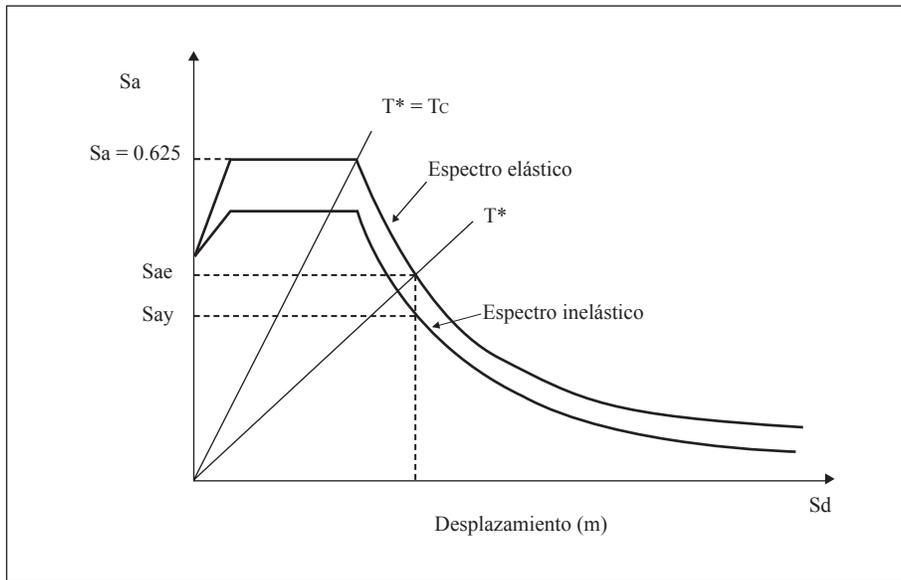
A partir de un espectro elástico puede construirse uno inelástico para que sea usado en el diseño. (Una información más amplia se puede consultar en Chopra (10) y la literatura allí referenciada).

#### 4.6 MÉTODO PROPUESTO

Se presentará un método que parte del supuesto de que la estructura está diseñada o, mejor, predimensionada, incluyendo su refuerzo.

Teniendo en cuenta la masa y la altura de un edificio se propone un procedimiento basado en la capacidad (resistencia y ductilidad) de la estructura para atender las sollicitaciones producidas por los sismos, ya sean representados en espectros de diseño, espectros de respuesta o simplemente la respuesta a un grupo significativo de sismos:

1. Transformar la estructura de varios grados de libertad en una de un solo grado.
2. Proponer un dimensionamiento del muro de tal forma que tenga un esfuerzo axial inferior a  $0.2f'c$ .
3. Asignar una cuantía geométrica, por ejemplo el 1%.
4. Para la fuerza axial del muro y las resistencias del acero  $f_y$  y del hormigón  $f'c$ , calcular por equilibrio estático de la sección  $M_y$  y su correspondiente  $\varphi_y$ , lo mismo que  $M_u$  y su correspondiente  $\varphi_u$ .
5. Calcular la ductilidad por curvatura  $\mu_{\varphi}$ .
6. Calcular el desplazamiento de fluencia  $\Delta_y$ .
7. Calcular el desplazamiento último  $\Delta_u$ .
8. Calcular la ductilidad por desplazamientos (capacidad de ductilidad).
9. Como se conocen los momentos  $M_y$  y  $M_u$  y la altura efectiva- $H_{eff}$ . Se calculan las fuerzas laterales  $F_u = Mu/H_{eff}$  y  $F_y = My/H_{eff}$ .
10. Con esta fuerza y con la masa efectiva, se calcula la aceleración del sistema inelástico.
11. Con el espectro elástico de diseño se construye un diagrama AD (aceleración-desplazamiento) para determinar la demanda de ductilidad (figura 4.23).



**Figura 4.23.** Diagrama A-D [FUENTE: propia].

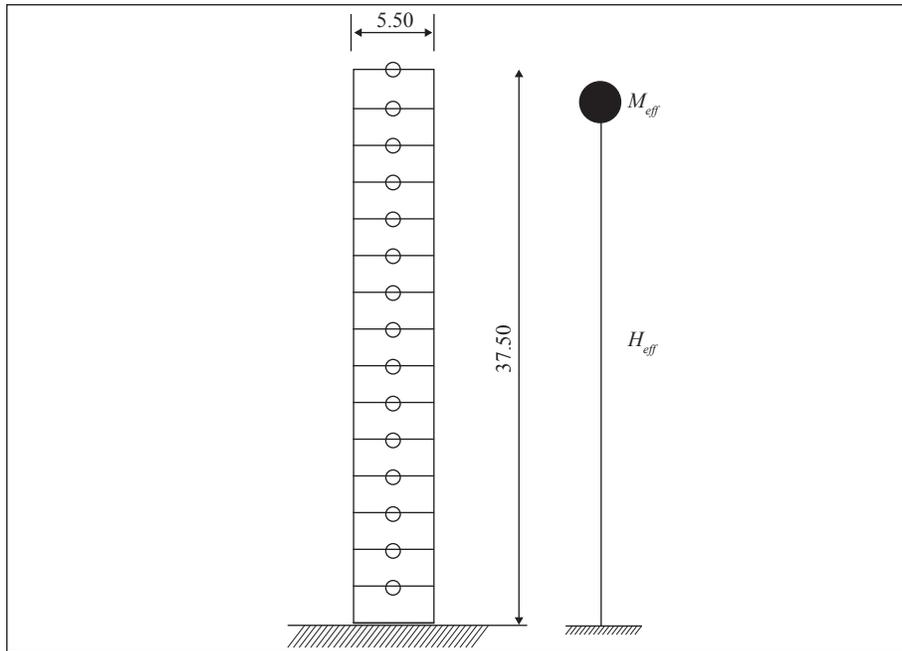
12. Se compara la demanda de ductilidad con la capacidad de demanda; si es menor puede ajustarse el refuerzo y repetir los pasos 3 al 12; en caso contrario se aumenta el refuerzo y se repiten los mismos pasos.

Los pasos 11 y 12 pueden ser reemplazados en caso de que se disponga de un espectro inelástico para la ductilidad disponible determinada en el paso 8.

## 4.7 EJEMPLO 2

Se pretende diseñar un muro cuyas dimensiones son  $b = 0.20$  m;  $L_w = 5.50$  m, correspondiente a un edificio de 15 pisos con una altura total de 37.50 m. La porción del peso por piso es de 150 kN, el hormigón de 28 MPa y el acero de 420 MPa. La deformación máxima admisible en el hormigón es de 0.003, si la sección no está confinada, y de 0.015 si se confina. El refuerzo está uniformemente distribuido en toda la longitud del muro y el desplazamiento máximo se limita 0.30 m al tener

como restricción una deriva del 1% según la NSR-98. El espectro de diseño es el de la ciudad de Cali (figuras 4.24 y 4.25).



**Figura 4.24.** Esquema del muro [FUENTE: propia].

Considerando sólo el primer modo de vibrar y de acuerdo con la dinámica estructural:

$$H_{eff} = \frac{\left( \int m(x)j(x)dx \right)^2}{\int m(x)j^2(x)dx} = 27.93 \text{ m} \quad (4.25)$$

$$M_{eff} = \frac{\int hi \times m(x)j(x)dx}{\int m(x)j(x)dx} = 145 \text{ kN} \times \text{s}^2 / \text{m} \quad (4.26)$$

$\phi(x)$ : Función de forma

Para este muro con una carga axial de  $P_u = -2250 \text{ kN}$  y asumiendo una cuantía de 0.01 ( $A_s = 110 \text{ cm}^2$ ), se determina la curvatura de fluencia, el momento flector que satisface el equilibrio con la carga  $P_u$ , y la curvatura última correspondiente a ese momento:

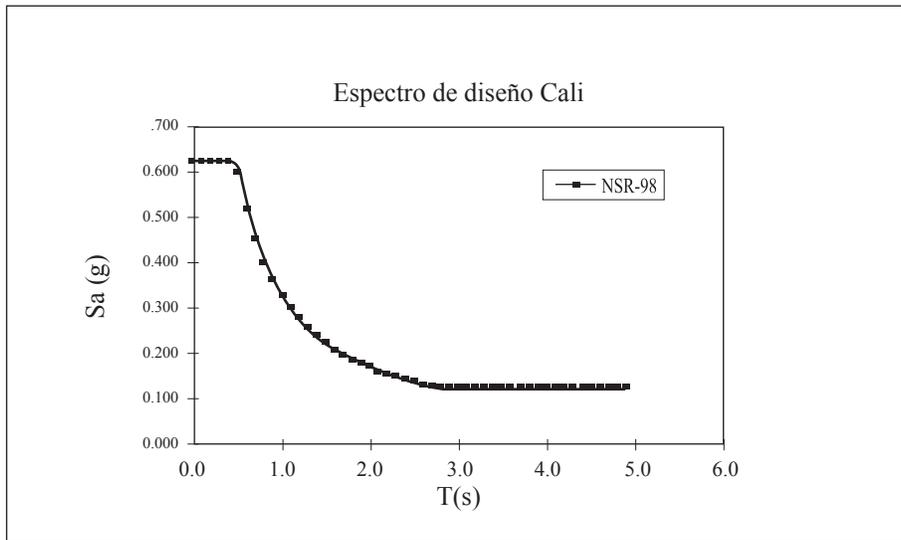


Figura 4.25. Espectro elástico utilizado en el ejemplo [FUENTE: propia].

Para  $\epsilon_u = 0.003$

$$\varphi_y = 5.48 \times 10^{-4} \qquad M_y = 10731 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\varphi_u = 2.62 \times 10^{-3} \qquad M_u = 15286 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Donde  $\varphi_y$  es la curvatura en la primera fluencia y  $\varphi_u$  es la curvatura última.

Con los anteriores resultados se puede encontrar entonces la ductilidad por curvatura.

$$\mu_\varphi = \frac{\varphi_u}{\varphi_y} = \frac{2.62 \times 10^{-3}}{5.48 \times 10^{-4}} = 4.78$$

Desplazamiento en la primera fluencia  $\Delta_y = \varphi_y \times \frac{H_{eff}}{3}$  (4.27)

$$\Delta_y = 5.48 \times 10^{-4} \cdot \frac{27.93^2}{3} = 0.14m$$

Desplazamiento máximo

$$\Delta_u = \Delta_y + (\varphi_u - \varphi_y) \times l_p \times \left( H_{eff} - \frac{l_p}{2} \right) \quad (4.28)$$

$$\Delta_u = 0.142 + (2.62 \times 10^{-3} - 5.48 \times 10^{-4}) \times \frac{5.5}{2} \times$$

$$\left( 27.93 - \frac{5.5}{4} \right) = 0.29m$$

Ductilidad por desplazamientos

$$\mu_{\Delta} = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} = \frac{0.29}{0.14} = 2.06 \quad (\text{Éste es un valor muy bajo})$$

Cálculo de la capacidad a la primera fluencia  $F_y$ :

Como  $M_y = 10371 \text{ kN} \cdot m$ , se encuentra que:

$$F_y = \frac{M_u}{H_{eff}} = \frac{10731}{27.93} = 384 \text{ kN} \quad (4.29)$$

$$Sa_y = \frac{F_y}{gM_{eff}} = \frac{384}{1450} = 0.264 \quad (4.30)$$

Se utilizará el criterio de Fajfar. (Ref. 9) para determinar la demanda de ductilidad.

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m\Delta_y}{F_y}} \quad (4.31)$$

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{145 \times 0.14}{384}} = 1.44 \text{ s}$$

Para este período, en el espectro elástico,  $\mu = 1.0$ , se obtiene  $Sa_e = 0.25$ .

Como  $Sa_y > Sa_e$  se tiene más capacidad que demanda podría entonces reducirse un poco el refuerzo, pero el desplazamiento último ( $\Delta_u = 0.29 \text{ m}$ ) es mayor que el permitido ( $\Delta_{\max} = 0.01 \cdot 27.93 = 0.28 \text{ m}$ ), lo cual exigiría aumentar el refuerzo para reducir la curvatura última y así reducir el desplazamiento máximo.

Esto demuestra que la determinación de la deriva máxima permisible debe involucrar otros aspectos como la ductilidad, y no limitarse a un dato geométrico.

Teniendo en cuenta que el desplazamiento último está muy cercano al permisible, en un caso práctico no habría necesidad de hacer modificaciones en el refuerzo.

Ahora, si la deriva permisible se elevara al 1.5% (lo que equivale en este muro a un desplazamiento de 0.42m), el refuerzo escogido podría reducirse.

Se analiza el mismo muro con un refuerzo mucho menor ( $As = 33 \text{ cm}^2$ ), y se obtiene lo siguiente:

$$\varphi_y = 5.0 \cdot 10^{-4} \quad M_y = 6733 \text{ kN} - \text{m}$$

$$\varphi_u = 3.99 \cdot 10^{-3} \quad M_u = 8836 \text{ kN} - \text{m}$$

$$\text{Luego } \mu_\varphi = \frac{\varphi_u}{\varphi_y} = \frac{3.99 \cdot 10^{-3}}{5.00 \cdot 10^{-4}} = 7.$$

$$\Delta_y = \varphi_y \cdot \frac{H_{eff}^2}{3}$$

$$\Delta_y = 5.00 \times 10^{-4} \cdot \frac{27.93^2}{3} = 0.130 \text{ m}$$

$$\Delta_u = \Delta_y + (\varphi_u - \varphi_y) \cdot l_p \cdot \left( H_{eff} - \frac{l_p}{2} \right)$$

$$\Delta_u = 0.130 + (3.99 \times 10^{-3} - 5.00 \times 10^{-4}) \times \frac{5.5}{2} \times \left( 27.93 - \frac{5.5}{4} \right) = 0.384 \text{ m}$$

Este valor cumple la condición de desplazamiento máximo para el nuevo límite de deriva.

$$\text{Ductilidad por desplazamientos: } \mu_{\Delta} = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} = \frac{0.384}{0.130} = 2.95 \text{ IP}$$

Cálculo de la capacidad a la primera fluencia  $F_y$ :

$$F_y = \frac{M_y}{H_{eff}} = \frac{6733}{27.93} = 241 \text{ kN}$$

$$S_{ay} = \frac{F_y}{gM_{eff}} = \frac{241}{1450} = 0.17 \text{ v}$$

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m\Delta_y}{F_y}}$$

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{145 \times 0.13}{241}} = 1.76 \text{ s}$$

Para este período, en el espectro elástico, se obtiene  $Sa_e = 0.205$

Para períodos mayores de  $T_c = 0.58 \text{ s}$ ,  $R_{\mu} = \mu$  (4.32)

$$R_{\mu} = \frac{0.205}{0.17} = 1.205$$

Por lo tanto, la demanda de ductilidad es  $\mu = 1.205 >$  La capacidad de ductilidad o ductilidad disponible = 2.95.

Es decir, ampliando un poco la deriva admisible se puede atender la demanda del muro con muy poco refuerzo.

Para este muro no es necesario utilizar las deformaciones mayores del hormigón ya que lo único que se lograría, para aprovechar la máxima ductilidad, es aumentar el desplazamiento.

Pero en general, cuando haya una demanda de ductilidad alta, es necesaria confinar la sección para aumentar la deformación máxima admisible.

#### 4.8 CONCLUSIONES

El procedimiento aquí descrito determina toda la capacidad del elemento a partir del equilibrio de las secciones teniendo en cuenta el refuerzo y, por lo tanto, el análisis y el diseño quedan completamente integrados, y las deformaciones consistentes, iguales en el diseño de las secciones y en el análisis del elemento.

Queda, por lo tanto, muy claro que no se requiere del conocimiento de la rigidez a la flexión para determinar los desplazamientos.

Teniendo en cuenta las repercusiones en el diseño de las curvaturas de fluencia y última, éstas deben ser calculadas basadas en el equilibrio estático de la sección.

Es importante considerar el efecto de los modos superiores particularmente en el diseño a cortante (15, 16 y 17).

Al estimar las capacidades reales del elemento es necesario considerar las sobrerresistencia del acero y del hormigón (15, 16 y 17).

En los casos en los que se requiera una mayor precisión se debe discretizar el muro en altura y calcular en cada tramo la curvatura para calcular el desplazamiento según la integral del teorema de castigliano.

Es conveniente disponer de espectros inelásticos o, mejor aún, calcular la respuesta basado en sismos de diseño.

Con el espectro inelástico se puede conocer el período para el sistema inelástico, ya que se conoce  $S_{ai}$ .

En caso de que se requiera, se debe calcular el confinamiento para determinar las deformaciones máximas del concreto para tenerlas en cuenta en el análisis y diseño.

Se debe definir el ancho mínimo de la sección para garantizar el confinamiento.

El cálculo del período del sistema inelástico también es coherente con las deformaciones consideradas en el diseño.

Los factores de ductilidad considerados en el diseño se verifican teniendo en cuenta la influencia de la fuerza axial.

Los factores de ductilidad varían de acuerdo con la zona donde se ubique el período en el espectro de diseño.

El refuerzo que trabaja a compresión requiere confinamiento.

En sistemas inelásticos se debe recalcular el amortiguamiento, lo cual también afectaría los resultados aquí obtenidos.

Aunque existen otros métodos similares (5, 10, 13 y 14), ninguno de ellos hace compatible las deformaciones consideradas en el diseño con las tomadas para calcular las curvaturas requeridas para determinar los desplazamientos.

## **4.9 BIBLIOGRAFÍA**

PARK R. PAULAY T. Estructuras de Concreto Reforzado. John Wiley.1975

Urrego H. Vergleichende Untersuchung von Schlanke Stahl Beton Stueze. Diplom Arbeit T.U.Braunschweig. 1983.

PAULAY T. PRIESTLEY M.J.N Seismic Design of Reinforced Concrete and masonry Buildings. John Wiley.1992.

4.MOEHLE J.P. Displacement-Based Design of RC Structures Subjected to Earthquakes. Earthquake Spectra, Volume 8, No. 3 March 1992.

WALLACE J. New Methodology for Seismic Design of RC Sear Walls. Journal of Structural Engineering, Vol. 120 No. 3 March 1994.

- QUAST U. KORDINA K. Bemessung von schlanken Bauteilen-Knicksicherheitsnachweis. BETON KALENDER. Ernst & Sohn. 1994
- UNIFORM BUILDING CODE 1997.
- PAULAY T. RESTREPO J.I Displacement and Ductility Compatibility in Buildings with Mixed Structural Systems . SESOC Journal. April 1998.
- Fajfar P. "A Nonlinear Analysis Method for Performance Based Design." Earthquake Spectra, Volume 16, No. 3 August 2000.
- CHOPRA A. GOEL R. "Direct Displacement-Based Design: Use of Inelastic vs. Elastic Design Spectra." Earthquake Spectra, Volume 17, No. 1 February 2001.
- PAULAY T. The Freedom in Choosing The Seismic Strength of Componets. Soc Journal September 2001
- ACI Building Code requirements for Structural Concrete (ACI 318M-02). 2002
- ASCHHEIM M. Seismic Design Based on the Yield Displacement. Earthquake Spectra, Volume 18, No. 4 November 2002.
- PRIESTLEY N, Myths and Fallacies in Earthquake Engineering.. Rose School, Pavia Italia. 2003
- RATHOR A.,Rivera J., FUNDAMENTALS OF SEISMIC DESIGN. Rose School, Pavia. Italia 2006.
- CHOPRA A. Dynamics of Structures.Prentice Hall 2007.
- RESTREPO J.I, Kim Geon, Koutromanos I, Smith J. ADVANCED SEISMIC DESIGN OF STRUCTURES. SE 223, San Diego University California. 2007.
- TOBOLSKI M., RESTREPO. DISPLACEMENT-BASED DESIGN OF CANTILIVER BRIDGES PIERS, San Diego University California. 2007.

## CAPÍTULO 5

# DESEMPEÑO SÍSMICO DE PÓRTICOS PLANOS DE ACERO CON EL SISTEMA KNEE-BRACING

*Ricardo León Bonett Díaz<sup>1</sup>, Carolina López Toro<sup>2</sup>*

### 5.1 INTRODUCCIÓN

Según la filosofía del diseño sismo resistente, las estructuras deben ser concebidas y diseñadas para cumplir ciertos objetivos asociados a la amenaza sísmica existente. Así, un gran porcentaje de los códigos o normativas actuales establecen los siguientes objetivos: 1) Las estructuras deben resistir en el rango elástico lineal sismos de baja magnitud (muy frecuentes) sin que se presenten daños en ningún tipo de elemento estructural o no estructural, permitiendo una ocupación y uso inmediato después de transcurrido el evento sísmico, 2) las estructuras deben resistir sismos de magnitud moderada (frecuentes) sin daños significativos y 3) pueden presentar daños en los elementos estructurales pero no colapsar, ante un sismo de magnitud alta (poco frecuentes). El cumplimiento de estos tres objetivos básicos requiere de procedimientos de análisis y diseño que permitan contar con la capacidad real de los elementos que conforman el sistema y faciliten el control de la respuesta estructural.

Durante los últimos años, se han propuesto métodos y procedimientos de diseño basados en desempeño, que buscan un mayor con-

---

<sup>1</sup> Ingeniero Civil, Master y Doctor en Ingeniería Sísmica y Dinámica Estructural. Profesor Universidad de Medellín, Programa Ingeniería Civil. Correo electrónico: [rbonett@udem.edu.co](mailto:rbonett@udem.edu.co)

<sup>2</sup> Ingeniera Civil. Auxiliar de investigación Universidad de Medellín. Correo electrónico: [carolopeztoro@gmail.com](mailto:carolopeztoro@gmail.com)

trol del comportamiento de la estructura ante los niveles de amenaza sísmica existente. No obstante, la disipación de energía sigue siendo responsabilidad de los elementos estructurales, lo cual implica daño y pérdida de funcionalidad y operación. Para superar este limitante, se pueden utilizar sistemas de control pasivo de estructuras, los cuales permiten disipar la energía inducida por el sismo con elementos no estructurales o dispositivos especiales, que no comprometen la estabilidad, seguridad, operación y funcionamiento del sistema. Estos sistemas se pueden clasificar en los que modifican las propiedades dinámicas del edificio (sistemas de aislamiento de base), los que disipan energía a partir de dispositivos mecánicos (sistemas disipadores) y los que ejercen fuerzas que contrarrestan las fuerzas sísmicas (sistemas inerciales acoplables).

Aristizábal Ochoa (1986) presenta un sistema de control pasivo, tipo disipador, para pórticos de varios niveles, llamado “*Disposable Knee Bracing*” (DKB). Este dispositivo se compone de dos elementos: una riostra corta llamada “*Knee*”, y una riostra larga denominada “*Brace*”. La función principal de este dispositivo es disipar la energía inducida por el sismo por medio de la plastificación de los elementos *knee*, evitando el daño en elementos estructurales.

La forma como actúa el *Knee* es comparable con la de un fusible; la energía inducida en la estructura es inicialmente disipada por medio de la formación de rótulas plásticas en los extremos de este elemento, mientras las vigas y las columnas permanecen en el rango elástico. Una vez la capacidad disipadora del *Knee* halla sido agotada, éste puede ser remplazado con facilidad y sin afectar la estabilidad estructural. El *Knee* debe ser diseñado para que se mantenga en el rango elástico durante sismos leves y para que fluya antes que los elementos estructurales, durante un sismo moderado o severo. Por su parte el *Brace* se encarga de proveer la rigidez lateral requerida, minimizando así las derivas entre piso.

En el presente trabajo se evalúa la capacidad sísmica de un pórtico plano de acero de 15 niveles diseñado a partir de las provisiones sísmicas del “*Uniform Building Code*”, UBC, por medio de un análi-

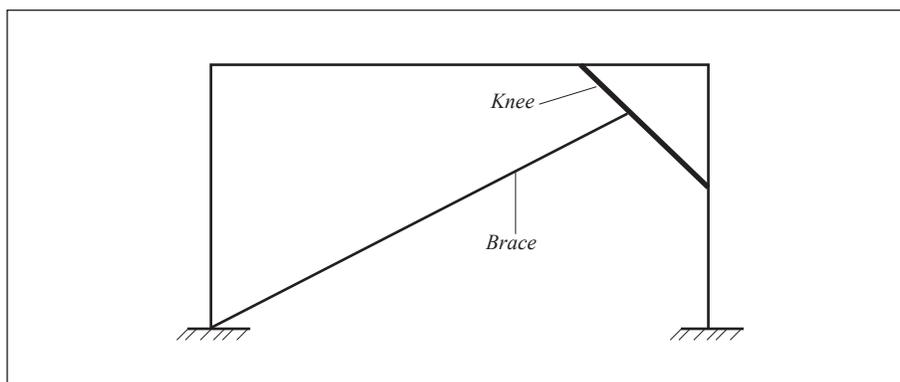
sis estático no lineal. A partir de este análisis, se identifican diferentes estados de daño del pórtico asociados a niveles de derivas entre piso y cortante basal. Se identifica un estado de daño considerable para la condición de diseño, por lo tanto, se incorpora el sistema de control pasivo DKB, obteniendo una reducción en los daños y una mejora en el desempeño sísmico del pórtico para el sismo de diseño (probabilidad de excedencia de 10% en 50 años).

## 5.2 MARCO CONCEPTUAL

### Sistema de protección pasiva “Disposable Knee-Bracing, DKB”

El “*Disposable Knee Bracing*” es un sistema de control pasivo propuesto por Aristizábal Ochoa (1986) el cual está compuesto por dos elementos: una diagonal corta, denominada “*Knee*”, y una riostra concéntrica, denominada “*Brace*”. La función del *Brace* es aportar rigidez lateral, mientras que el *knee* es un elemento encargado de disipar la energía inducida por el sismo mediante la formación de rótulas plásticas ubicadas en los dos extremos y en la mitad de este.

El elemento *Knee* está rígidamente conectado a la viga y a la columna, y simplemente conectado a la riostra. La riostra conecta al elemento corto con la intersección viga-columna del lado opuesto. El detalle del sistema DKB se muestra en la figura 5.1.

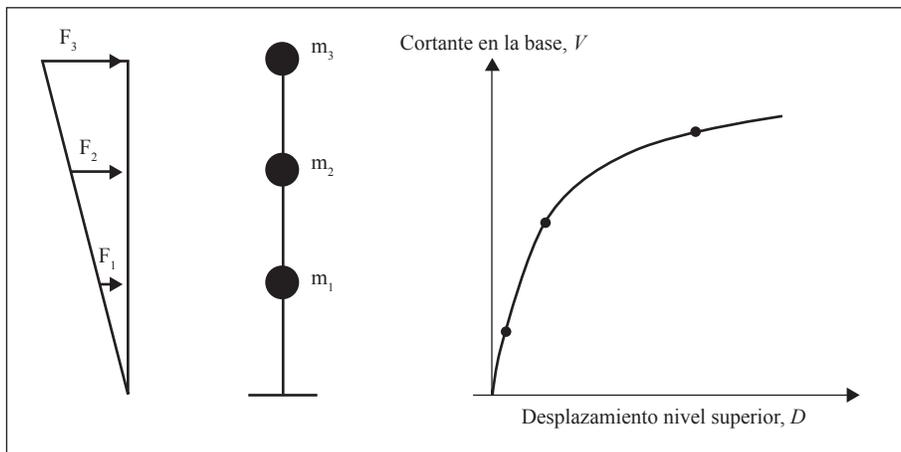


**Figura 5.1.** Esquema de la localización del sistema DKB [FUENTE: propia].

El sistema DKB ha sido concebido como la primera línea de defensa de los sistemas aporticados ante la ocurrencia de eventos sísmicos moderados o severos. El elemento *Brace* permanece en el rango elástico todo el tiempo y se encarga de minimizar las derivas entre piso aportando rigidez lateral al pórtico. El elemento “*knee*” actúa como un fusible; la energía inducida en la estructura es atendida inicialmente por este, haciendo que todos los daños se concentren en él, mientras las vigas y las columnas trabajan en el rango elástico. Una vez ha transcurrido el evento sísmico, el “*Knee*” puede ser reemplazado con facilidad y sin afectar la estabilidad estructural.

### Capacidad estructural

Uno de los procedimientos para construir la curva de capacidad, es el análisis estático no lineal tradicional (análisis *pushover*), el cual consiste en aplicar una fuerza horizontal que se va incrementando monótonicamente hasta alcanzar el desplazamiento límite impuesto o generar un mecanismo de inestabilidad o colapso inminente. Con este análisis se obtiene una gráfica que describe la variación del cortante basal con respecto al desplazamiento horizontal en la parte superior de la estructura (ver figura 5.2). A esta gráfica se le conoce con el nombre de curva de capacidad.



**Figura 5.2.** Esquema de la curva de capacidad [FUENTE: propia].

El área bajo la curva de capacidad representa la energía disipada por el pórtico, y los puntos donde la pendiente cambia bruscamente, representan zonas de saturación de esfuerzos en los cuales aparecen las rótulas plásticas. Es importante analizar el proceso evolutivo de la plastificación de elementos estructurales e identificar la formación de un mecanismo que genere inestabilidad local o colapso total de la estructura.

Otros aspectos que se pueden inferir de la curva de capacidad son: la ductilidad por desplazamiento del sistema, la historia de degradación de rigidez, la pérdida de resistencia y una aproximación de la capacidad de disipación de energía de la estructura; energía liberada por medio de desplazamientos.

La forma y el orden de magnitud de la curva de capacidad dependen principalmente de las propiedades mecánicas de los componentes individuales (resistencia y deformación última), de su ductilidad y rigidez (ATC-13). De igual forma, el tipo de conexión entre los elementos y el grado de hiperestaticidad, influyen considerablemente en el comportamiento de la estructura.

### **5.3 CRITERIOS PARA ESCOGER EL *KNEE* Y EL *BRACE***

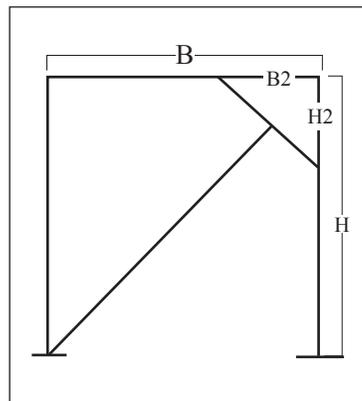
El sistema propuesto por Aristizábal Ochoa hace 20 años ha ido evolucionando y ha sido abordado por varios investigadores entre los que se destacan los trabajos publicados por Balendra et al. (1990, 1995, 1997), Mofid y Khosravi (2000), Clément (2002), Maheri y Akbari (2003), Maheri et al., (2003), Williams y Albermani (2003), Williams y Clément (2004), Zhen et al. (2005), entre otros. Dichos autores han desarrollado criterios que permiten elegir una configuración que maximiza la eficiencia del sistema DKB (*Disposable Knee Bracing*).

A continuación se presentan los criterios que han sido adoptados en el presente trabajo para elegir el tamaño y la configuración de los elementos que conforman el sistema de control pasivo.

• **Elemento Knee**

El comportamiento sísmico del *knee* depende de su geometría, tamaño, posición y la relación entre su inercia y los demás elementos estructurales (vigas y columnas). En la figura 5.3, se muestra un esquema con los parámetros que definen la posición de los elementos del sistema de control pasivo DKB.

La investigación realizada por Modif y Khosravi (2000) mostró que la estructura alcanza la resistencia máxima si la inclinación del *knee* y del *brace* es paralela a la diagonal principal del pórtico, esto es,  $x = B2/B = H2/H$  (ver figura 5.3). Posteriormente, Zhen et al. (2005) propuso a partir de resultados obtenidos analíticamente, que el parámetro  $x$ , que define la posición del *knee*, esté entre 0.15 y 0.30. En este trabajo se utilizó una relación igual a 0.15, debido a que proporciona mayor capacidad y rigidez (Bonett, 2006).



**Figura 5.3.** Esquema de las variables geométricas que definen la posición de los elementos del sistema DKB [FUENTE: propia].

Zhen et al. (2005) analizó cómo la relación entre las inercias del *knee* y la columna afecta la resistencia última de un pórtico con DKB, variando  $I_k/I_c$  entre 1.5% y 44%. Los resultados mostraron que la capacidad última del pórtico decrece a medida que el área del *knee* se reduce, especialmente en el rango elástico. De acuerdo con las investigaciones de Aristizábal Ochoa (1986), el momento de cedencia del *knee* debe ser menor al 50% del de la columna, debido a que éste tiene un efecto considerable en la capacidad última del pórtico.

Bonett (2006) comparó las curvas de capacidad de un pórtico variando la longitud entre 1.70 m y 0.56 m y concluyó que la cortante última y el desplazamiento máximo fueron presentados para el *knee* más corto. El desplazamiento en el último piso que corresponde a la

cedencia del *knee* se incrementa a medida que el *knee* se hace más corto. Como resultado de un estudio paramétrico Bourahla (1990) mostró que la longitud óptima del *knee* está entre  $0.20 H$  y  $0.35 H$ .

• **Elemento *Brace***

La posición de la riostra o elemento *Brace* debe ser concéntrica, tal y como se explicó en el apartado anterior. El diseño de este elemento se hace a partir de la condición de plastificación del elemento *knee*, sólo para tracción (no debe haber fuerzas fuera del plano) y debe permanecer en el rango elástico todo el tiempo. A partir de esta condición se encuentra el área mínima que debe tener la riostra esto es:

$$A_{Brace} \geq \frac{8 M_{p_{knee}}}{F_y * L_{knee} * \text{sen}\theta} \quad (5.1)$$

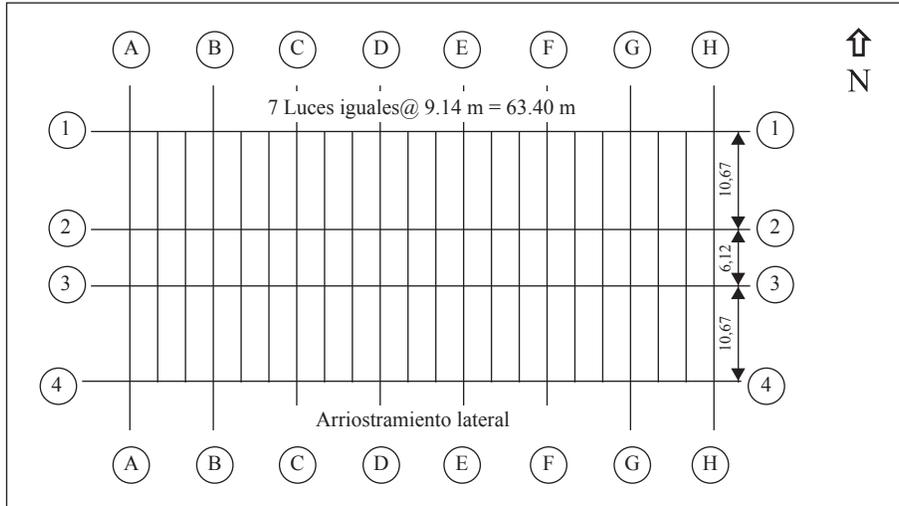
Donde:  $M_{p_{knee}}$ ,  $L_{knee}$  y  $\theta$  son el momento de plastificación, la longitud y el ángulo de inclinación del *knee*.

## 5.4 CASO DE ESTUDIO

Para evaluar las ventajas que se obtienen en el desempeño sísmico de los pórticos planos de acero cuando se incorpora el sistema de protección pasiva denominado “*Disposable knee-Bracing*”, se optó por escoger como caso de estudio un pórtico de acero que hace parte del sistema resistente a cargas laterales de un edificio de 15 pisos.

### Descripción del modelo

La figura 5.4, muestra una vista en planta del edificio de 15 pisos, el cual ha sido arriostrado por dos pórticos dúctiles de tres luces (Línea 1 y 4) diseñados a partir de criterios sísmicos y dos pórticos irregulares (ejes *A* y *H*) cuyo diseño está controlado por las cargas de viento.



**Figura 5.4.** Planta del edificio. El pórtico analizado se encuentra localizado en el eje 1 entre los ejes C y F. [FUENTE: referencia [7]].

En este caso, se analizó el pórtico sobre el eje 1, comprendido entre los ejes C y F. Este consta de tres luces de 9.14 m (30 pies), con 15 niveles separados por una altura de 4.57 m (15 pies). El diseño de este pórtico fue realizado siguiendo los criterios del UBC (*Uniform Building Code*) y las especificaciones del LRFD. La resistencia a la fluencia de los perfiles utilizados para las vigas y las columnas fueron respectivamente de 253 MPa (36 Ksi) y 352 MPa (50 Ksi).

### Estimación de cargas

#### • Cargas gravitacionales

La tabla 5.1, muestra las cargas utilizadas para el diseño de los elementos estructurales.

#### • Carga sísmica

Para obtener la demanda sísmica es necesario calcular el período fundamental de la estructura. En este caso, se utilizó la ecuación 4.7.17a del UBC-92:

Tipo	Descripción	Magnitud (kN/m <sup>2</sup> )
Muerta	Peso del sistema	2.93
	Cielo raso	0.49
	Particiones	0.98
	Total	4.40
Viva	Vigas	2.93
	Nervios y columnas	1.47
	Total	4.40

**Tabla 5.1.** Cargas utilizadas para el diseño de los elementos estructurales. [FUENTE: propia].

$$T = C_t h_n^{\frac{3}{4}} \quad (\text{Eq. 4.7.17A Eq. 34-3, UBC}) \quad (5.2)$$

Donde,  $C_t$  es igual 0.035 para un pórtico de acero resistente a momento y  $h_n$  es la altura total de la estructura en pies,  $15 \cdot 15 \text{ ft} = 225 \text{ ft}$ , (68.55 m). Por tanto, el período  $T$  es igual a 2 segundos.

Existe un factor  $R_w$ , el cual tiene en cuenta las características de absorción de energía de una determinada estructura ante una carga cíclica (incluyendo efectos de amortiguamiento y efectos inelásticos). Debe cumplirse que  $C/R_w > 0.075$ . Para el presente caso, un pórtico de acero resistente a momento, este parámetro toma un valor de:  $R_w = 12$ , y  $C$  se halla de la siguiente ecuación:

$$C = \frac{1.25 S}{T^3} \quad (\text{Eq. 34-2, UBC}) \quad (5.3)$$

Donde:  $S$  es el coeficiente de sitio que tiene en cuenta las ampliaciones que sufren las ondas sísmicas en los suelos blandos. En el presente caso, se cuenta con un suelo de roca de medio densa a densa o de medio rígida a rígida, con una velocidad de onda de 762 m/s y una profundidad menor de 61 m, para el cual el coeficiente  $S$  es igual a 1. Por lo tanto  $C$  es igual a 0.78 y  $C/R_w = 0.78/12 = 0.065$ . Como es

menor que el mínimo permitido se asume  $C/R_w = 0.075$ . Sin embargo, lo que se pretende definir es el límite de cedencia,  $C$  alcanzará un valor de incluso el 80% del valor determinado por la ecuación (5.3). Como  $C$  es de hecho una función de  $T$ , una reducción al 80% de  $C$  corresponde a un incremento del 40% en  $T$ . Para la mayoría de los pórticos de acero se espera que el período fundamental calculado sea un 40% mayor que el obtenido por medio de la ecuación (5.2). Finalmente, se concluye que el período esperado para el pórtico es de  $T = 1.4 \cdot 2s = 2.85s \approx 3s$ .

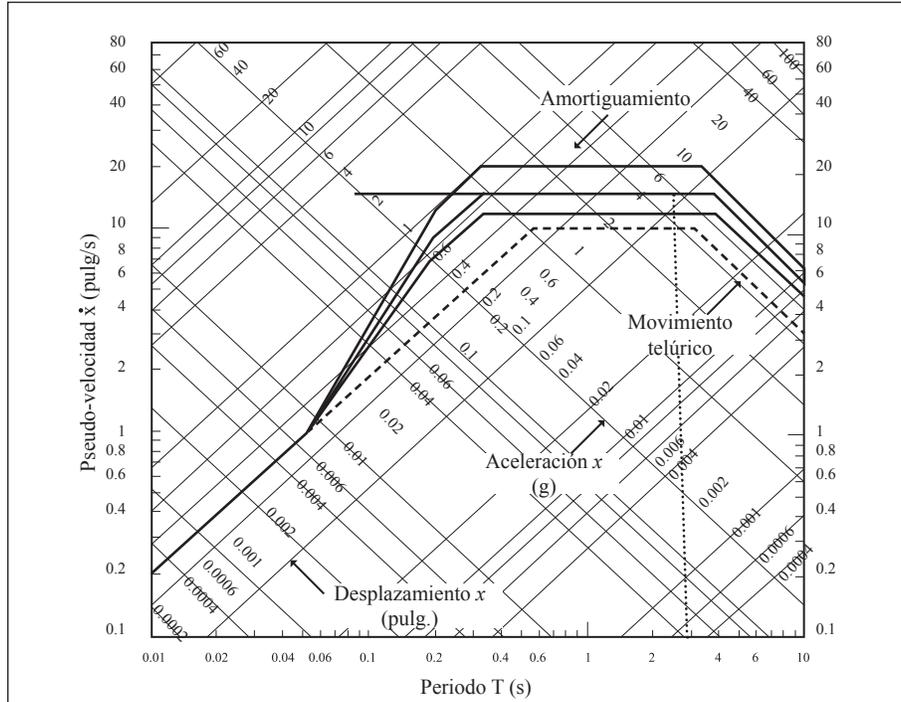
Para el pórtico analizado no se tendrá en cuenta la carga de viento, ya que esta predomina en la dirección de los pórticos en las líneas  $A$  y  $H$  (ver figura 5.4) y sus efectos en la dirección de los pórticos de las líneas 1 y 4 son muy bajas comparados con los de la demanda sísmica en dicha dirección.

El edificio se encuentra localizado en la zona 4, definida en el UBC como la zona de mayor riesgo sísmico. Para representar la demanda sísmica, se utiliza el espectro de respuesta propuesto por el UBC, el cual se muestra en la figura 5.5 en forma tripartita (aceleraciones, velocidades y desplazamientos espectrales). Este espectro representa la máxima respuesta ante un sismo con una probabilidad del 50% de ser excedido en un período de 50 años (período de retorno igual a 73 años); conocido como el sismo de servicio (“*Serviceability Earthquake*”).

Para un período fundamental de vibración de 3 segundos y una fracción de amortiguamiento del 5% se obtiene una aceleración espectral de 0.08g. La cortante basal se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$V_b = \frac{S_a \times 0.8 \times W_d}{\mu} \quad (5.4)$$

Donde  $\mu$  es una medida de la ductilidad por desplazamiento del sistema estructural, usualmente se toma igual a 1 para la condición de umbral de daño.  $S_a$  es la aceleración espectral, en este caso igual a 0.08 g, el factor de participación es igual a 0.8 y  $W_d$  es el peso total de la edificación igual a 116000 kN.



**Figura 5.5.** Espectro de respuesta elástica para el sitio específico de ubicación del edificio. [FUENTE: Obtenida de la bibliografía [7]].

Como la cortante basal  $V_b$  será atendida por los pórticos de la línea 1 y de la línea 4, mostrados en la figura 5.4, la cortante obtenida debe ser dividida entre dos, esto es:

$$V_{diseño} = \frac{V_b}{2} = \frac{7424 \text{ kN}}{2} = 3712 \text{ kN} \quad (5.5)$$

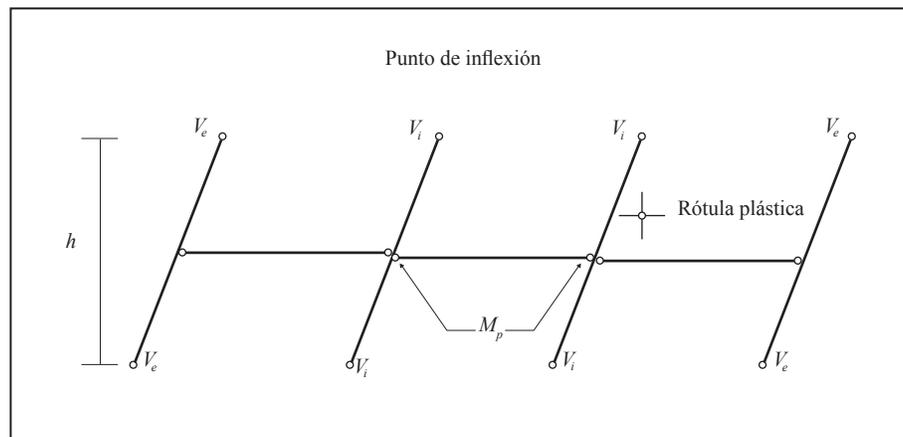
### Análisis y diseño del pórtico

El análisis y diseño del pórtico plano se hace bajo una filosofía por capacidad. Por lo tanto, en este proceso se parte de la definición de un comportamiento esperado de la estructura para un determinado nivel de amenaza sísmica, a partir del cual se dimensionan y detallan los elementos estructurales.

## Selección de los perfiles

### Vigas

Para la selección del tamaño de los perfiles asociados a las vigas, se analizó la situación en la cual se forma un mecanismo de piso, condición mostrada en la figura 5.6.



**Figura 5.6.** Esquema del mecanismo de piso formado por la plastificación de las vigas. Obtenida de la referencia [8].

De la figura 5.6 se deduce por equilibrio estático la siguiente expresión:

$$V_M = \frac{2 \cdot n \cdot M_{pv}}{h} = \sum (V_i + V_e) \quad (5.6)$$

“n” es el número de luces, es decir 3,  $h$  es la distancia entre puntos de inflexión; estos puntos se asumirán en la mitad de la altura de las columnas, por ello  $h$  es 4.57 m y  $M_{pv}$  es el momento de plastificación de las vigas. Esta misma expresión puede ser utilizada en la condición última, esto es:

$$V_u = \frac{2 \cdot n \cdot M_u}{h} \quad (\text{REF. EC. 4.2.5}) \quad (5.6)$$

La expresión anterior involucra dos simplificaciones importantes: 1) no se consideran los efectos producidos por la carga muerta y viva, y 2) se asume que las rótulas plásticas se forman justo antes de la intersección de las vigas y las columnas. Reemplazando  $n$  en la ecuación 6 y despejando  $M_{pv}$ , se obtiene:

$$M_{pv} = \frac{V \cdot h}{6} \quad (5.7)$$

Reemplazando los respectivos valores para el pórtico analizado se obtiene  $M_{pb} = 3712 \text{ kN} \cdot 4.57 \text{ m} / 6 = 2830 \text{ kN-m}$ . Esta demanda de momento flector puede ser suplida por una sección W36X210 la cual plastifica con un momento igual a  $M_{pbW36X210} = Z_x F_y = 0.0137 \text{ m}^3 \cdot 253000 \text{ kN/m}^2 = 34766 \text{ kN-m}$ . Además tiene un momento nominal de  $0.9 \cdot M_{nv} = 3119 \text{ kN-m}$ .

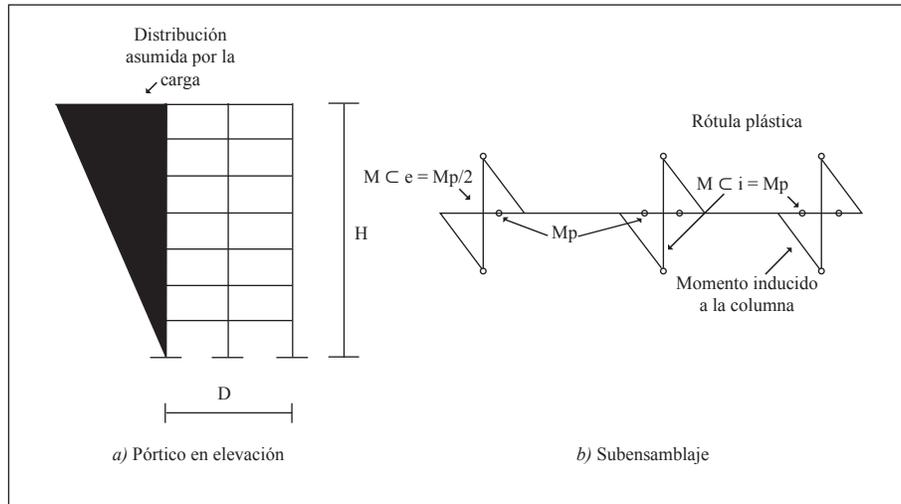
### Columnas del primer nivel

Las secciones de las columnas han sido estimadas a partir de la fuerza axial impuesta en la columna externa producida por la formación de rótulas plásticas en ambos extremos de las vigas. Dicha fuerza axial depende del momento para el cual la viga se rotula, es decir, de la capacidad del perfil seleccionado. En la figura 5.7 se observa el momento que es transmitido a las columnas al formarse un mecanismo de piso.

La demanda en las columnas puede ser aproximada a partir de lo mostrado en la figura 7 como sigue:

$$M_{ci} = M_{pv} \quad (5.8)$$
$$M_{ce} = \frac{M_{pv}}{2}$$

$M_{ci}$  y  $M_{ce}$  es el momento en la columna interior y exterior respectivamente.



**Figura 5.7.** En la parte a se observa una vista frontal del pórtico, esta servirá de apoyo cuando se calcule el momento de volcamiento producido por la cortante  $V_u$ . En la parte b se observa la ubicación de las rótulas plásticas, además del momento que estas transmiten a las columnas. [FUENTE: Obtenida de la referencia [8.]

A partir del equilibrio estático del pórtico sometido a un patrón de cargas triangular obtenido del espectro de diseño, se obtiene la carga axial total para las columnas:

$$P_u = \frac{V_u \cdot \frac{2}{3} H}{D} \quad (5.9)$$

Donde  $H$  (68.55 m) es la altura total del edificio y  $D$  (27.42 m) es el ancho del pórtico.

### Columnas exteriores, primer piso

Las columnas externas se diseñan de acuerdo con un criterio dual que contempla el UBC 1992:

- En el primero, la carga axial efectiva se obtiene como la combinación de la carga axial asociada al sismo, la carga muerta, la carga viva y el momento flector asociado al mecanismo de viga de piso:

$$P_{u\text{eff}} = 1.5P_E + P_D + P_L + 1.8(M_{ux}) \quad (5.10)$$

$$P_E = \frac{V \left( \frac{2}{3} H \right)}{D} \quad (\text{REF. EC. 4.2.9}) \quad (5.11)$$

$$P_E = \frac{1750 \left( \frac{2}{3} 68.55 \right)}{27.42} = 2920 \text{ kN}$$

En este caso la  $V$  es la cortante basal para la condición de servicio, obtenida mediante el UBC 1992 como sigue:

$$V = \frac{ZIC}{R_w} W \quad (\text{REF. EC. 34-1, UBC 1992}) \quad (5.12)$$

Donde:  $Z$  es el factor de la zona sísmica,  $I$  es el factor de importancia de la estructura,  $C/R_w$  es 0.0075 y  $W$  es el peso total del pórtico.

$$V = 0.4 \cdot 1 \cdot 0.075 \cdot 116000 = 3500 \text{ kN}$$

$$V/2 = 1750 \text{ kN}$$

La carga muerta es igual a  $4.40 \text{ kN/m}^2$  (tabla 1), se factora con 1.2 y la carga viva para las columnas es de  $1.47 \text{ kN/m}^2$  (tabla 1), se factora con 0.5. Ambos valores se multiplican por el área aferente a la columna ( $5.33 \text{ m} \cdot 9.14 \text{ m}$ ) y por el número de pisos, esto es:

$$P_D + P_L = 15 \cdot 9.14 \cdot 5.33 \cdot (1.2 \cdot 4.4 + 0.5 \cdot 1.47) = 4395 \text{ kN}$$

$M_{ux}$  es la demanda de momento que impone la viga en la columna cuando alcanza su momento plástico, esto es:

$$M_{ux} = \frac{M_{nbW\ 36X210}}{2} = \frac{3466}{2} = 1733 \text{ kN} - m$$

Finalmente la carga axial será:

$$P_{u\text{eff}} = 1.5 \cdot 2920 + 4395 + 1.8 \cdot 1733 = 11900 \text{ kN}$$

- En el segundo criterio es una carga axial en ausencia de momento:

Este criterio se encuentra en la sección 2710 (e) del UBC.

$$P_u = 1.0PD + 0.7PL + 3RWPE/8 \text{ (REF. UBC-SEC 2710(E)1-A)} \quad (5.13)$$

$$P_u = 15 \cdot 9.14 \cdot 5.33 \cdot (1 \cdot 4.4 + 0.7 \cdot 1.47) + 3 \cdot 12 \cdot 2920/8 = 17110 \text{ kN}$$

Por tanto, se debe elegir un perfil que soporte una carga crítica  $\Phi P_n$  antes de pandearse que no sea inferior a las  $P_u$  obtenidas por el criterio dual. De acuerdo con esto, se elige un perfil W14X455 el cual tiene  $\Phi P_n = 22842 \text{ kN}$ . Para finalizar, el LRFD propone un chequeo para asegurar que la suma de la carga axial que generan los momentos flectores, más la carga axial producida por las cargas vivas, las muertas y la de sismo, no supera el 100% de la resistencia nominal del perfil elegido. Esta verificación consta de dos ecuaciones:

Si  $P_u/\Phi P_n > 0.2$  el chequeo se hace con (EC. H1-1A, LRFD)

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} \leq 1 \quad (5.14)$$

Si  $P_u/\Phi P_n < 0.2$  el chequeo se hace con (REF. LRFD-EC. H1-1B)

$$\frac{P_u}{2\phi_c P_n} + \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} \leq 1 \quad (5.15)$$

$\Phi_c$  es el factor que reduce la capacidad a carga axial, es decir, el que se usa para afectar la capacidad de las columnas; es igual a 0.85;  $\Phi_b$  es el factor que reduce la capacidad a flexión, es decir, el que afec-

ta la capacidad de las vigas; es igual a 0.9.  $M_{nx}$  es el momento plástico nominal de la columna;  $Z_x, F_y$  son el módulo de sección plástico y el esfuerzo de cedencia del acero, respectivamente.

En este caso, se tiene:

$$P_U = P_E + (P_D + P_L) = 1.5 \cdot 2920 + 4395 = 8800 \text{ kN.}$$

$$P_u / \Phi P_n = 8800 / 22842 \text{ kN} = 0.38 > 0.2,$$

$$0.9 \cdot M_{nx} = 0.9 \cdot Z_x \cdot F_y = 0.9 \cdot 0.0153 \text{ m}^3 \cdot 352000 \text{ kN/m}^2 = 4847 \text{ kN-m}$$

$$\frac{8800}{22842} + \frac{8}{9} \frac{1733}{4847} = 0.71 \leq 1$$

### **Columnas interiores, primer piso**

Para efectos prácticos, a las columnas interiores se les asignará el mismo perfil usado en las columnas exteriores. Posteriormente, se emplea un procedimiento para refinar el perfil seleccionado en cada uno de los elementos estructurales que conforman el pórtico.

### **Columnas de los niveles 2 al 15**

Para seleccionar los perfiles de los elementos del resto de los niveles se sigue un procedimiento que simplifica y facilita dicha elección. Éste consiste en calcular el cortante que actúa en cada piso como una porción del cortante basal total, mediante una relación que involucra la altura del piso. La cortante que le corresponde a cada piso se halla mediante la siguiente expresión:

$$V_x = \frac{(2an - a^2 + a)}{n^2 + n} V \tag{5.17}$$

$$a = n - (x - 1) \tag{5.18}$$

$n$  es el número de niveles del pórtico y  $x$  es el nivel en cual se pretende hallar la cortante. Para mostrar cómo se hace uso de esta expresión y sus resultados se diseñarán los elementos de los pisos 5 y 6.

$$a = n - x - 1 = 15 - (5 - 1) = 11$$

$$V_5 = \frac{(2 \cdot 11 \cdot 15 - 11^2 + 11)}{15^2 + 15} V \quad (5.19)$$

$$V_5 = 0.916 V$$

Las vigas del nivel 5 quedarán definidas por un perfil:

$$M_p = 0.92 \cdot M_{p(W36X210)} = 3466 \cdot 0.916 = 3175 \text{ kN} - m$$

Se propone un W36X194:

$$M_{nb W36X210} = Z_x \cdot F_y = 0.0126 \text{ m}^3 \cdot 253000 \text{ kN/m}^2 = 3188 \text{ kN} - m$$

Las columnas del nivel 5 quedarán definidas por un perfil:

$$P_u = 0.92 \cdot P_{u(W14X455)} = 22842 \cdot 0.916 = 20923 \text{ kN}$$

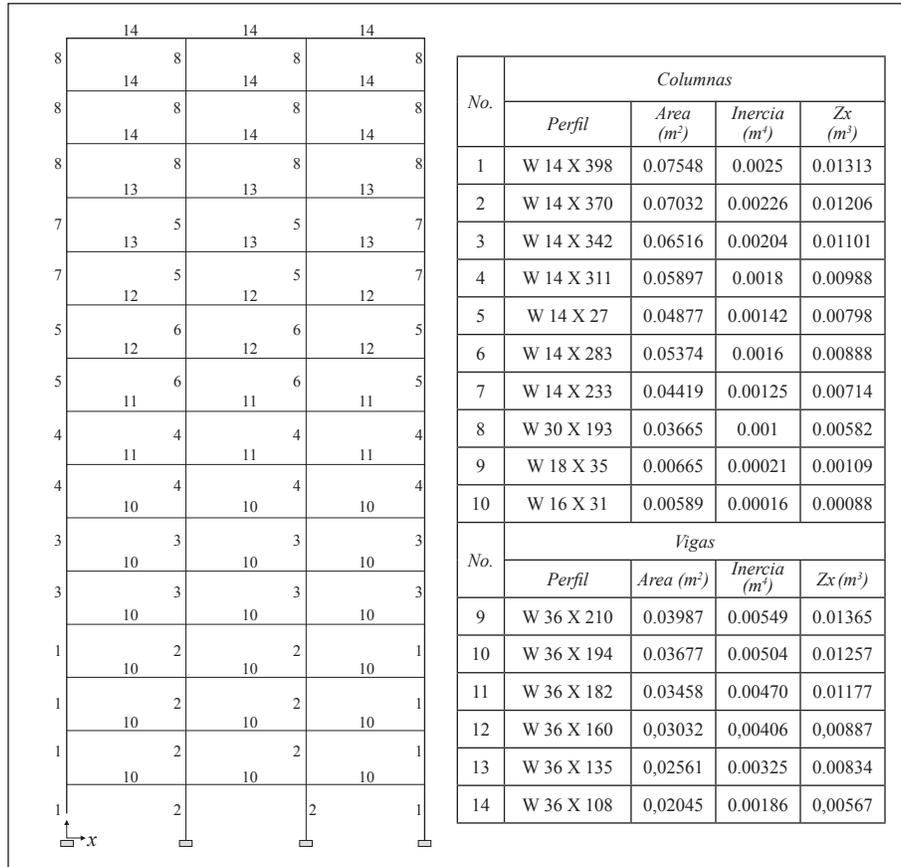
Se propone un W14X426.

$$0.85 \cdot P_u = 21280 \text{ kN}$$

Es pertinente anotar que por  $M_{p(W36X210)}$  y por  $P_{u(W14X455)}$  se entiende como la capacidad a flexión factorada y la capacidad a carga axial factorada, respectivamente.

#### • Refinamiento del diseño

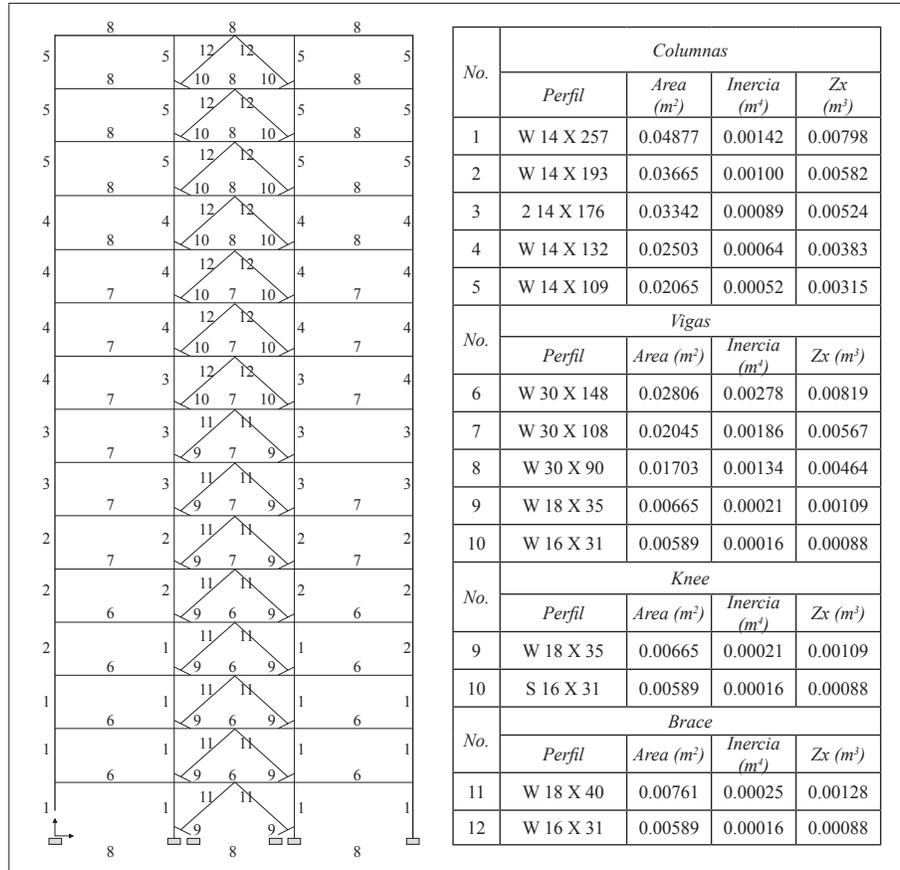
El refinamiento del diseño obtenido en pasos anteriores consiste en bajar los perfiles escogidos, a partir del chequeo del cumplimiento de la demanda de momento y carga axial. Por último se verifica que ningún piso exceda los límites de deriva permitidos en el UBC. En este paso se logrará disminuir los costos del pórtico con la elección de perfiles más livianos. La figura 5.8 muestra la numeración de los elementos y los correspondientes perfiles para cada uno de ellos.



**Figura 5.8.** Distribución final de perfiles del pórtico de acero de 15 niveles [FUENTE: propia].

### 5.5 INCORPORACIÓN DEL DISPOSABLE KNEE BRACING

Uno de los principales objetivos perseguido por este trabajo es la evaluación del sistema DKB en términos de las mejoras que pueden lograrse en el comportamiento sísmico de pórticos de acero. Para alcanzar dicho cometido, se incorporar el sistema DKB (*Disposable Knee Bracing*) al pórtico analizado y diseñado en la sección anterior. A continuación, se describe el procedimiento para el diseño del sistema DKB y se evalúa el comportamiento del pórtico con DKB a partir de un análisis estático no lineal.



**Figura 5.9.** Numeración y perfiles de los elementos del pórtico con el sistema DKB. Fuente: elaboración propia

### Modelo con el sistema DKB

El pórtico con el sistema DKB fue definido para resistir el mismo nivel de demanda sísmica que el pórtico inicial. No obstante, con la inclusión de las riostras y los elementos *knee*, se puede reducir el tamaño de los elementos viga y columna, hasta un 50% de la inercia inicial, logrando un ahorro sustancial en el peso del pórtico (82 toneladas, equivalentes al 7% del peso total del edificio).

Para seleccionar los elementos *knee* y las riostras, se utilizaron los siguientes criterios:

- La posición y longitud del knee se definió para una relación  $x$  igual a 0.15.
- El perfil del elemento knee se eligió a partir de la propuesta de Zhen et al. (2004), esto es, una relación de inercias entre el knee y la columna menor o igual a 0.40 ( $I_k / I_c \leq 0.40$ ).
- Los perfiles de las riostras se definieron a partir de la ecuación (1).

En la figura 5.9 se muestra el pórtico con la numeración de los elementos y los correspondientes perfiles asignados para cada uno de ellos.

## 5.6 EVALUACIÓN DE LA CAPACIDAD SÍSMICA

Para evaluar la capacidad sísmica del pórtico, se realizó un análisis estático no lineal. Se definieron para cada uno de los elementos (viga, columna y *knee*) los diagramas momento-rotación a partir de las ecuaciones propuestas por el FEMA-356. Sólo se consideró la formación de rótulas plásticas por flexión concentradas en los extremos de los elementos. La modelación y el análisis se hicieron en el programa SAP-2000. Para obtener la curva de capacidad del pórtico, se utilizó un patrón de cargas correspondiente a una distribución triangular de la cortante basal obtenida del espectro de demanda. Los valores obtenidos se muestran en la tabla 5.2.

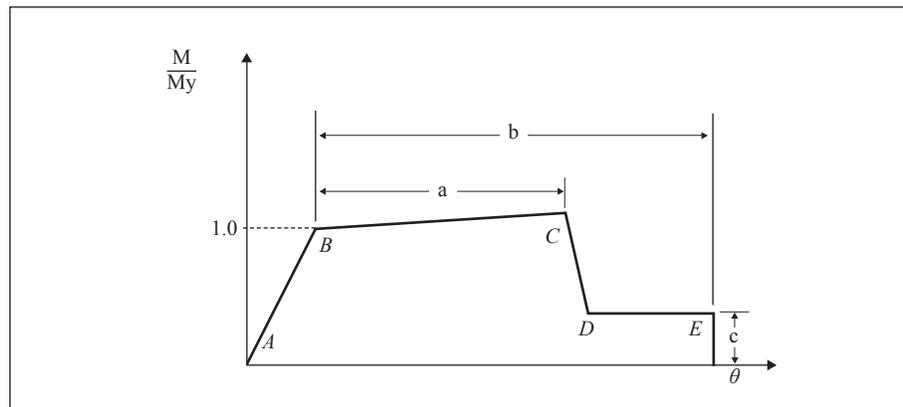
**Tabla 5.2.** Patrón de cargas laterales para el análisis estático no lineal (*push-over*).  
Fuente: elaboración propia

<i>Piso</i>	<i>Cortante de piso (kN)</i>	<i>Piso</i>	<i>Cortante de piso (kN)</i>
1	30.93	9	278.40
2	61.87	10	309.33
3	92.80	11	340.27
4	123.73	12	371.20
5	154.67	13	402.13
6	185.60	14	433.07
7	216.53	15	464.00
8	247.47	Cortante basal	3712.00

### Criterios para calcular los diagramas de momento rotación de los elementos del pórtico

Es necesario contar con los diagramas de momento rotación, ya que son estos los que definen el comportamiento no lineal de las secciones de los elementos. Para obtener dichos diagramas, se utilizó el documento FEMA-356, por tanto, todos los criterios, gráficos, ecuaciones y tablas que se muestran en este apartado, pertenecen al documento mencionado.

En la figura 5.10, se muestra la representación del momento-rotación que propone el FEMA-356 y que, a su vez, es utilizada para definir la no linealidad de los elementos en el programa SAP 2000. Los puntos *B*, *C*, *D* y *E* representan, respectivamente, la condición de cedencia o fluencia del acero, la resistencia máxima, la pérdida de resistencia y la rotación residual.



**Figura 5.10.** Detalle del diagrama momento-rotación definido por el FEMA-356.

La pendiente del tramo *B-C* es igual al 3% de la pendiente del tramo *A-B* (rango elástico) para vigas o columnas, a menos que una pendiente mayor sea justificada por medio de datos provenientes de pruebas.

A continuación se presentan las expresiones utilizadas para obtener los momentos y curvaturas para el punto de cedencia.

$$\text{Para las vigas: } \theta_y = \frac{ZF_{ye} L_b}{6EI_b} \quad (\text{Ec. 5-1 FEMA-356}) \quad (5.19)$$

$$\text{Para las columnas: } \theta_y = \frac{ZF_{ye} L_c}{6EI_c} \left(1 - \frac{P}{P_{ye}}\right) \quad (\text{Ec. 5-2 FEMA-356}) \quad (5.20)$$

Donde,  $\theta_y$  es la rotación de cedencia,  $F_{ye}$  es el esfuerzo para el cual se espera que ceda el acero,  $L_b$  y  $L_c$  son la longitud de la viga y la columna, respectivamente;  $I_b$  e  $I_c$  son el momento de inercia de la viga y la columna, respectivamente.  $P$  es la fuerza axial en el elemento, en el presente trabajo fue hallada para las columnas tanto internas como externas de cada piso por medio del uso del SAP-2000, para la carga muerta.  $P_{ye}$  es la carga axial esperada al momento de la cedencia,  $A_g \cdot F_{ye}$ .

Los momentos plásticos para las vigas y las columnas se calculan mediante las expresiones (5.21) y (5.22), respectivamente.  $M_p$  es el momento que define el punto  $B$  de la figura 5.10.

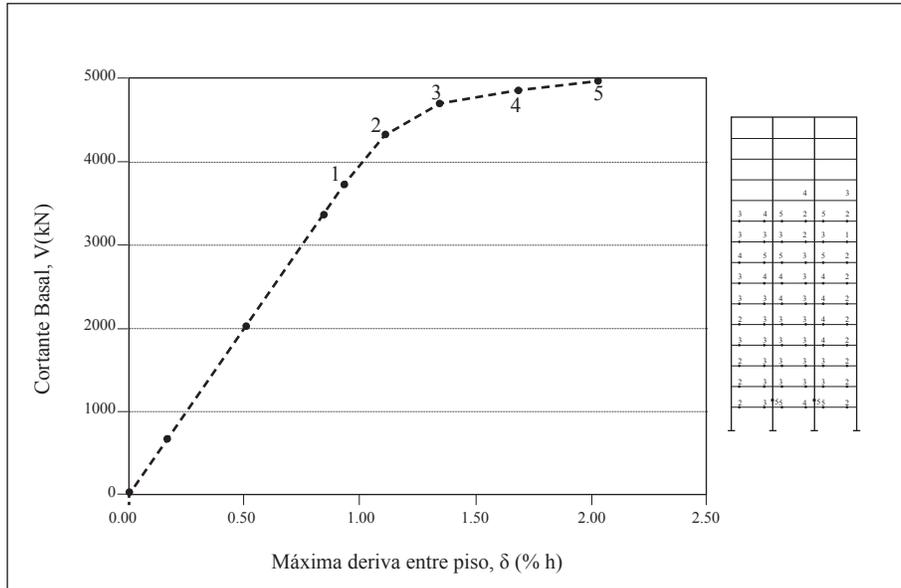
$$M_p = ZF_{ye} \quad (\text{Ec. 5-3 FEMA-356}) \quad (5.21)$$

$$M_p = 1.18 ZF_{ye} \left(1 - \frac{P}{P_{ye}}\right) \leq ZF_{ye} \quad (\text{Ec. 5-4 FEMA-356}) \quad (5.22)$$

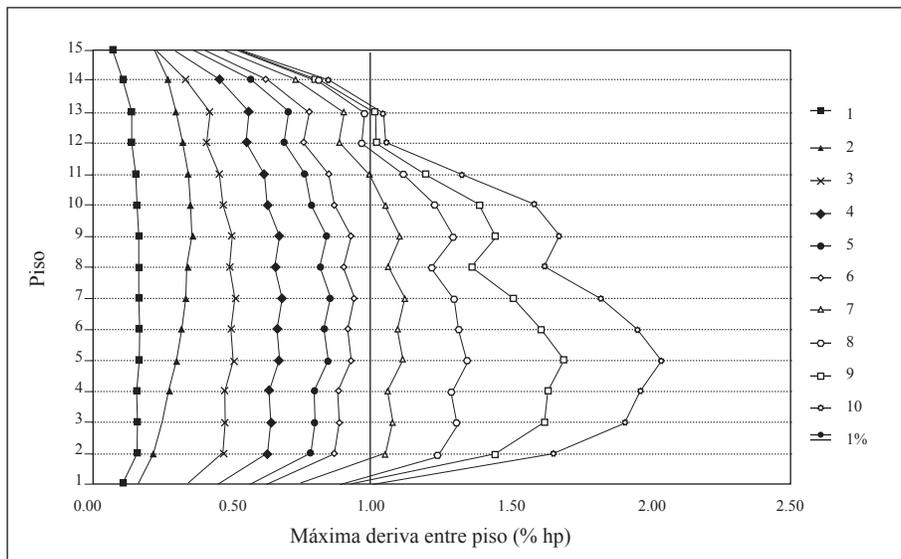
Los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $c$  mostrados en la figura 5.10, se obtienen a partir de la tabla 5.6 del FEMA-356.

### • Capacidad del pórtico sin DKB

En la figura 5.11 se muestra la curva de capacidad y la secuencia de rótulas plásticas, obtenida por medio de un análisis *push-over*; el cual se realizó con el programa SAP 2000. Los números que se observan sobre la curva representan la secuencia de rotulación. En este caso, el desplazamiento final no corresponde al estado inminente de colapso sino al agotamiento de la capacidad a flexión de varias vigas. Como esta situación se presentó para una deriva entre piso superior al 2%, se tomó la decisión de evaluar la respuesta hasta este nivel de sollicitación.



**Figura 5.11.** Curva de capacidad y la secuencia de rotulación del pórtico [FUENTE: propia].



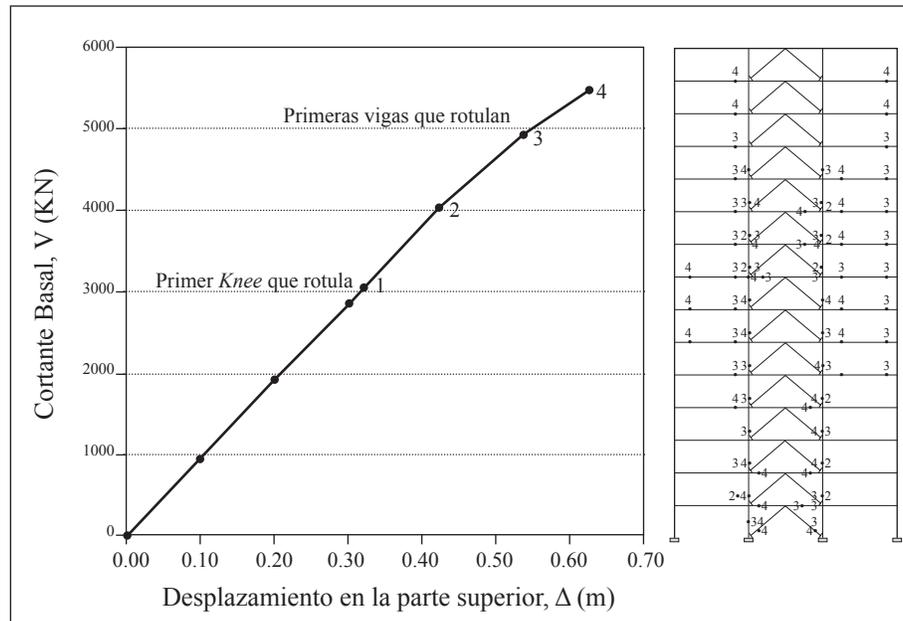
**Figura 5.12.** Máxima deriva entre piso para cada paso y en cada piso. Modelo inicial. [FUENTE: propia].

La distribución en altura de las derivas máximas entre piso para cada paso del análisis estático no lineal se muestran en la figura 12. Se observa que una distribución uniforme y por debajo del 1% de la altura entre piso hasta el paso 6, instante en el cual empieza la formación de rótulas plásticas en los elementos estructurales.

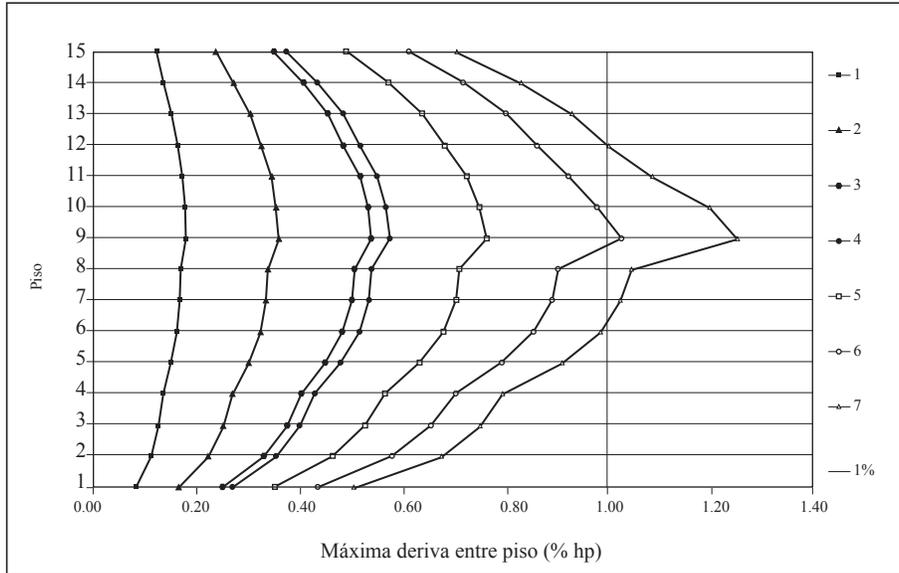
• **Capacidad del pórtico con DKB**

Los valores máximos de deriva entre piso y cortante basal para cada paso, al igual que la secuencia de rótulas plásticas, se muestran en la figura 5.13. El análisis se suspendió por el agotamiento de la capacidad a flexión de un elemento *knee*. Sin embargo, es viable reemplazar el elemento y continuar analizando el comportamiento del sistema. Lo anterior hace parte de la continuación de este trabajo.

Para el modelo con DKB, en general e independiente del paso, las mayores derivas fueron siempre presentadas en los pisos del 7 al 10 (ver figura 5.14). El primer elemento *knee* que fluye lo hace para



**Figura 5.13.** Curva de capacidad del pórtico con DKB y secuencia de formación de rótulas plásticas. [FUENTE: propia].



**Figura 5.14.** Derivas entre piso para cada paso y en cada piso. Modelo con DKB. [FUENTE: propia].

una deriva entre piso de 0.54 (%) y los primeros elementos estructurales (vigas) lo hacen para derivas que van desde 0.63 a 0.76.

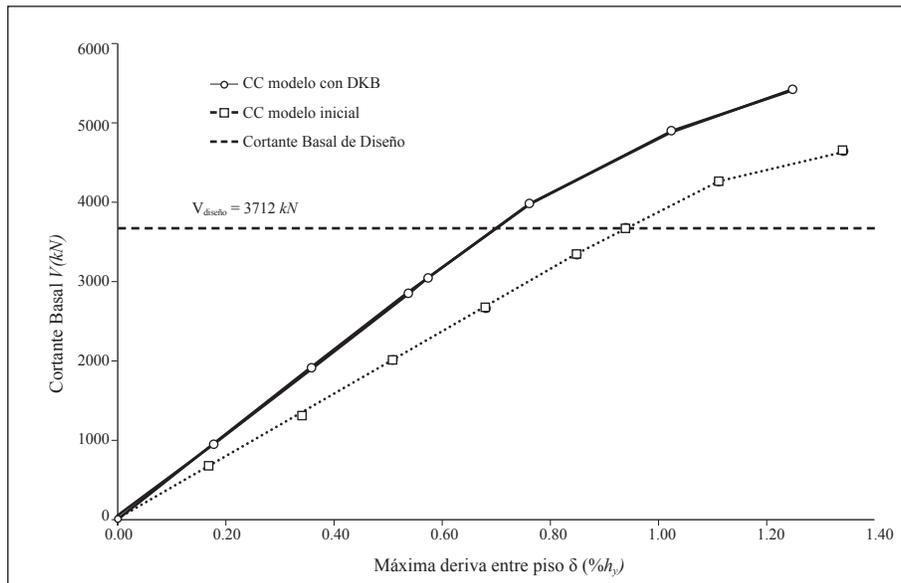
## 5.7 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Son evidentes las diferencias entre ambos modelos; la pendiente del rango elástico, el desplazamiento último, el cortante último, entre otros (ver figura 5.15). Cada uno de estos parámetros, como se verá más adelante, está directamente relacionado con la ductilidad, la rigidez y la forma como se distribuye la energía y el daño en todo el pórtico. A continuación se presenta una comparación entre ambos modelos en términos de lo anteriormente mencionado.

### Resistencia

En la figura 5.15 se muestran las dos curvas de capacidad (cortante basal vs máxima deriva entre piso) para ambos modelos. Para el

cortante basal de diseño (3712 kN), se evidencia un escenario más favorable para el pórtico con DKB. La demanda inducida es el 68% de  $V_u^{DKB}$  mientras que para el modelo inicial representa el 75% de  $V_u^{Inicial}$ , es decir, al implementar el sistema DKB se tiene una reserva en resistencia superior al caso del pórtico inicial.



**Figura 5.15.** Curvas de capacidad de ambos modelos. Los números sobre las curvas indican los pasos en el análisis estático no lineal [FUENTE: propia].

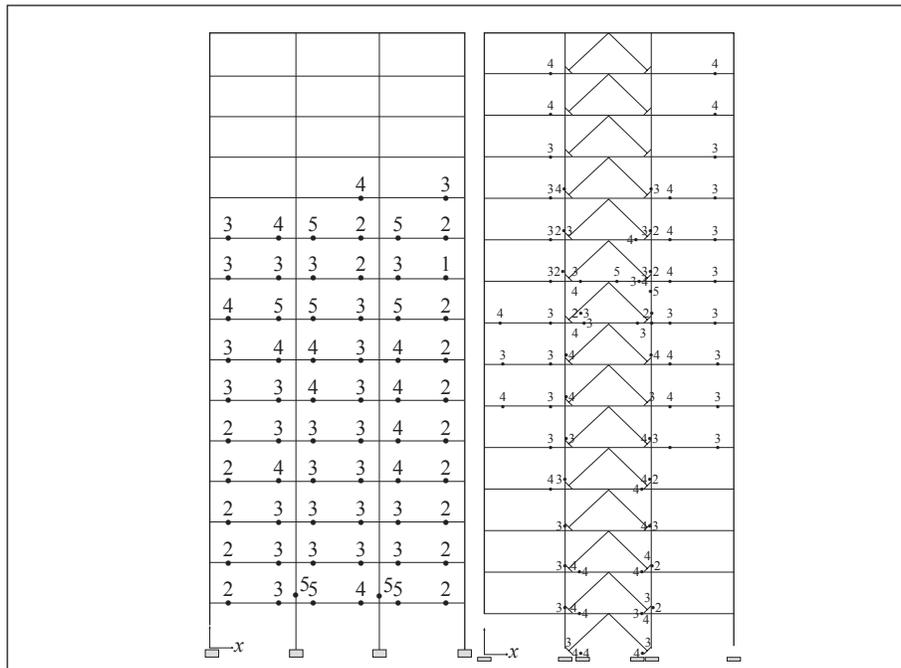
Teniendo en cuenta que el peso del modelo inicial es de 1162 t y el del modelo con DKB es de 1080 t (ahorro de 82 t; 7% del material), la diferencia en la resistencia última del 10% se vuelve relevante y comienza a dar credibilidad al sistema implementado.

Una vez comparados los pórticos en términos de resistencia última, se hace necesario conocer las diferencias de éstos en el punto de transición del rango elástico al rango plástico. El punto de cedencia del pórtico inicial ha sido definido como el instante a partir del cual se rotula cualquier elemento estructural mientras que para el pórtico con el DKB dicho punto se localiza donde se da la primera cedencia en un

*knee*. Se encuentra que el desplazamiento de cedencia  $D_y^{DKB}$  es el 58% del correspondiente al modelo inicial,  $D_y^{Inicial}$ . En cuanto a las cortantes de cedencia, se observa que el pórtico con el sistema DKB comienza a trabajar en el rango elástico para una cortante inferior a la que hace pasar el umbral elástico al modelo inicial, en otras palabras, la cortante de cedencia  $V_y^{DKB}$  es el 82% de la cortante de cedencia  $V_y^{Inicial}$ . Sin embargo, para en el modelo inicial, la cedencia se presenta en un elemento estructural, mientras que para  $D_y^{DKB}$  es un elemento *knee* el que fluye.

### Tipo y distribución del daño

Para una deriva máxima entre piso de aproximadamente 1.2%, el sistema de control propuesto permite reducir en un 20% el número de rotulas plásticas que se presentan en elementos estructurales, reduciendo significativamente el daño que se presenta en la estructura (ver figura 5.16).



**Figura 5.16.** Distribución de daño en ambos modelos. Los números indican la secuencia de formación de las rótulas plásticas. [FUENTE: propia].

Para el pórtico sin DKB se encuentra que las rótulas se concentran en las vigas de los pisos 1 a 10, las cuales presentaron rotulación en ambos extremos. El primer elemento en rotularse fue la viga derecha del noveno piso para un desplazamiento en la parte superior de 55 cm, una deriva de piso de 0.92 (%  $H_p$ ) y un cortante igual a 3708.5 kN, que corresponde al cortante de diseño (3712 kN). Luego, para un incremento del 19% del desplazamiento, se generaron 16 rótulas en diferentes vigas y así hasta llegar a un total de 64 rótulas plásticas, que corresponden al 70% de las vigas del pórtico. En la tabla 5.3 se muestra la evolución paso a paso de la formación de rótulas plásticas y los incrementos en desplazamiento y cortante basal con relación al paso 6 (primera rótula).

De la tabla 5.3, se puede deducir que los elementos cuentan con una buena ductilidad por desplazamiento, ya que permiten que se presente una redistribución adecuada de momentos, sin pérdida de resistencia ni estabilidad.

**Tabla 5.3.** Datos de la curva de capacidad del modelo inicial, secuencia de rótulas plásticas, incrementos requeridos de cortante y desplazamiento para formación de rótulas. (FUENTE: propia).

Paso	$\Delta$ (m)	$V$ (kN)	Secuencia	No.Rótulas	Incremento, $\Delta$ (%)	Incremento, $V$ (%)
6	0.55	3708.51	1	1 (Viga)	0	0
7	0.66	4314.02	2	16 (Viga)	19	16
8	0.76	4699.06	3	27 (Viga)	38	27
9	0.87	4849.05	4	11 (Viga)	58	31
10	1.00	4964.32	5	9 (Viga y Columna)	81	34

Para el caso del pórtico con DKB, la primera rótula se forma en un elemento *knee*, para un desplazamiento en la parte superior de 32 cm y un cortante basal igual a 3056 kN, tal y como fue concebido el sistema de protección pasiva. Posteriormente, para un incremento del 65% del desplazamiento anterior, se forman 37 rótulas en vigas.

Lo anterior muestra la eficiencia del sistema DKB, actuando en este caso como la primera línea de defensa del pórtico y permitiendo una reserva considerable de desplazamientos antes de que se presenten daños en elementos estructurales.

**Tabla 5.4.** Datos de la curva de capacidad del modelo con DKB, secuencia de rótulas plásticas, incrementos requeridos de cortante y desplazamiento para formación de rótulas. [FUENTE: propia].

Paso	$\Delta$ (m)	V (kN)	Secuencia	% D para Aumento	% V para aumentar
4	0.32	3056.03	1	0	0
5	0.42	4029.32	2	32	32
6	0.53	4926.25	3	67	61
7	0.62	5480.24	4	95	79
8	0.62	5178.65			

## 5.8 CONCLUSIONES

El sistema de control pasivo DKB funciona como la primera línea de defensa para pórticos planos de acero, garantizando la permanencia en el rango elástico de los elementos estructurales para el sismo de diseño y disminuyendo considerablemente los daños en elementos estructurales para movimientos sísmicos severos.

El aumento de rigidez que proporciona el DKB se evidencia en la disminución de las derivas entre piso. Estas derivas presentan una distribución uniforme y crecen hacia el centro de la estructura. Cabe anotar también que ningún elemento estructural fluyó para derivas inferiores al 1% de la altura entre piso.

La incorporación del sistema de protección pasiva *Disposable Knee Bracing* permite diseñar pórticos más livianos, por ende, más económicos, sin poner en riesgo la estabilidad, capacidad y desempeño de la estructura. Para el pórtico analizado se logró un ahorro de 82 toneladas de acero (7% del peso total), obteniendo un mejor comportamiento sísmico.

Al implementar el sistema DKB, la pérdida de rigidez lateral se reduce al 50% con respecto al pórtico simple, logrando conservar un 13% más de la rigidez inicial y concentrando el daño en elementos no estructurales.

## 5.9 REFERENCIAS

- ARISTIZÁBAL-Ochoa, J. D. (1986). The Disposable Knee-bracing Technique in Steel Frames. American Institute of Steel Construction, Engineering Journal, pp. 49-55.
- ARISTIZÁBAL-Ochoa, J. D. (1986), Disposable Knee Bracing: Improvement in Seismic Design of Steel Frames, *ASCE Journal of Structural Engineering*, 112, n° 17, 1544-1552.
- BALENDRA, T., E. L. Lim y C. Y. Liaw (1997). Large-Scale Seismic Testing of knee-Brace-Frame. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol 123, pp 11 – 19.
- BONETT-DÍAZ, R. (2006). Seismic Performance of Knee-Braced Steel Frames, First European Conference on Earthquake Engineering and Seismology. Geneva, Switzerland, 3-8 September 2006.
- BOURAHLA, N. (1990), Knee bracing system for earthquake resisting steel frames, *PhD-Thesis*, Department of Civil Engineering, University of Bristol, UK.
- CLEMENT, D.E. (2002). Seismic Design of Knee Elements for Steel Frames, Ph.D. Thesis, Lincoln College, University of Oxford, Parks Rd, Oxford, OX1 3PJ, UK. M.R.8.
- ENGLEKIRK, Robert. 1994. Steel structures, Controlling behavior through design. Los Angeles: Universidad de California. Editorial John Wiley & Sons, inc.
- FEMA, FEDERAL EMERGENCY MANAGEMENT AGENCY – ASCE, AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS, “FEMA-356”, Noviembre 2000. Capítulo 5.
- MAHERI, M. R and AKBARI, R. (2003). Seismic behaviour factor, R, for steel X-braced and knee-braced RC buildings. *Engineering Structures*, 25. 1505-1513.

- MOFID, M. y KHOSRAVI, P. (2000). Non-linear analysis of disposable knee bracing. *Computers and Structures*, 65, 65-75.
- SAP 2000 (1995), Structural Analysis Program, Computer and Structural Inc. Berkeley, C.A.
- WILLIAMS, M.S. and ALBERMANI, F. (2003). Evaluation of displacement-based analysis and design methods for steel frames with passive energy dissipators. University of Queensland. Australia.
- ZHENG, H., QUING-SONG, LI. Y LONG-ZHU, C. (2005). Elastoplastic analysis of knee bracing frame. *Journal of Zhejiang University SCIENCE*, 6A (8), 784-789.

## CAPÍTULO 6

# TENDENCIAS EN EL DISEÑO DE MEZCLAS ASFÁLTICAS EN CALIENTE ¡MARSHALL vs SUPERPAVE!

*Carlos Rodolfo Marín Uribe<sup>1</sup>*

### 6.1 INTRODUCCIÓN

Cada día la ingeniería de pavimentos hace esfuerzos incesantes en la búsqueda de materiales alternativos y en mejora de los tradicionalmente utilizados, con el fin de brindar mejores opciones desde el punto de vista técnico, económico y, por supuesto, ambiental. Es así como durante el desarrollo del programa estratégico de investigación en carreteras “SHRP” se determinó la creación de una nueva metodología para el diseño de las mezclas asfálticas en caliente, denominado “Superpave” intentando mejorar las condiciones mecánicas y dinámicas de las mismas, garantizando un mejor comportamiento ante las solicitaciones del tránsito, el clima y, en general, de las condiciones existentes en el área de ejecución del proyecto.

Los críticos del procedimiento Marshall, tradicional para el diseño de mezclas asfálticas, han aumentado en los últimos años, argumentando que el desarrollo del método no representa las condiciones reales en campo y el análisis volumétrico es insuficiente para determinar el comportamiento mecánico y dinámico de este tipo de material; podría decirse que es un método absolutamente empírico.

Determinar unas propiedades volumétricas adecuadas en las mez-

---

<sup>1</sup> Ingeniero Civil, Especialista y magíster en Ingeniería de Vías Terrestres. Profesor Universidad de Medellín, Programa Ingeniería Civil. Correo electrónico: [cmarin@udem.edu.co](mailto:cmarin@udem.edu.co); [caromaur72@hotmail.com](mailto:caromaur72@hotmail.com)

clas asfálticas es fundamental para su desempeño durante la vida útil de servicio, lo cual genera la necesidad de simular adecuadamente en el laboratorio la densificación que ocurre en campo bajo la acción de las cargas vehiculares, y de esta forma llegar a fórmulas de trabajo que permitan dosificar mezclas que exhiban un mejor comportamiento en condiciones específicas de tránsito y clima (Garnica, P. et al.; 2005).

Se quiere mostrar una descripción de los métodos Marshall y Superpave para el diseño de mezclas asfálticas en caliente, sus diferencias y el análisis de algunos datos obtenidos en un trabajo experimental de laboratorio donde se hacen comparaciones directas de muestras obtenidas a través de las dos metodologías.

## 6.2 DESCRIPCIÓN DE LAS METODOLOGÍAS DE DISEÑO

### ¿Por qué diseñar mezclas asfálticas para pavimento?

El diseño de una mezcla asfáltica busca seleccionar los materiales (agregado, asfalto, llenante y aditivos), la granulometría, el porcentaje de asfalto, las temperaturas de mezcla y compactación y las condiciones volumétricas de la mezcla, de tal forma que se cumplan las especificaciones escogidas para el proyecto. La mezcla obtenida debe tener las siguientes propiedades (Marín C., 2004):

- Asfalto suficiente para asegurar un pavimento durable.
- Suficiente estabilidad en la mezcla para satisfacer las demandas del tráfico sin distorsión o desplazamiento.
- Vacíos suficientes en la mezcla total compactada que permita una ligera expansión del asfalto debido a los incrementos de temperatura, sin lavado, exudación y pérdida de estabilidad.
- Un contenido máximo de aire para limitar la permeabilidad de aire nocivo y humedad dentro de la mezcla y las capas inferiores.

- Suficiente trabajabilidad para permitir una colocación y compactación eficientes de la mezcla sin segregación y sin sacrificar estabilidad y rendimiento o desempeño.
- Tener suficiente agregado con textura y dureza para proveer buena resistencia al deslizamiento en condiciones ambientales adversas.
- Producir un nivel aceptable de ruido entre la llanta y la superficie de rodadura.
- Proveer una superficie de aceptable calidad para controlar la resistencia al deslizamiento y el ruido

Por último, el comportamiento de un pavimento está relacionado con la durabilidad, impermeabilidad, resistencia, estabilidad, rigidez, flexibilidad, resistencia a la fatiga y trabajabilidad. La meta de un diseño de mezcla es seleccionar un único contenido óptimo de asfalto que alcanzará un balance apropiado entre todas las propiedades deseadas (Marín C., 2004).

### **Metodología Marshall**

Es el procedimiento más usado para el diseño de mezclas asfálticas en el mundo. Fue desarrollado por Bruce Marshall cuando era empleado del Mississippi State Highway Department. El U.S Army Corp of Engineers depuró y adicionó ciertos aspectos a las propuestas de Marshall al punto de que el ensayo fue normalizado como ASTM D 1559, “Resistencia a la fluencia plástica de mezclas bituminosas usando el aparato Marshall”. Este método es un experimento de laboratorio dirigido al diseño de una adecuada mezcla asfáltica por medio del análisis de su estabilidad / fluencia y densidad / vacíos.

Una de las virtudes del método Marshall es la importancia que asigna a las propiedades densidad / vacíos del material asfáltico. Este análisis garantiza que las importantes proporciones volumétricas de los componentes de la mezcla estén dentro de rangos adecuados para

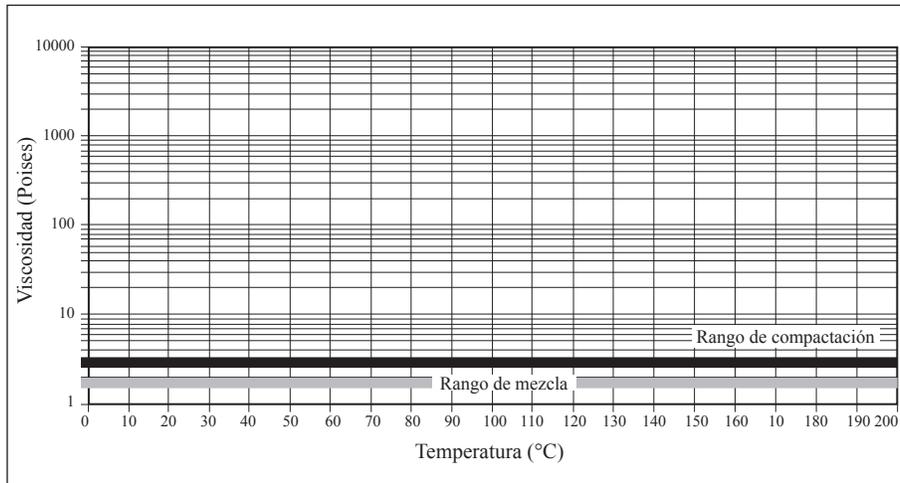
asegurar una mezcla asfáltica durable. Otra ventaja importante es que el equipo requerido no es caro y es portable, prestándose a operaciones de control de calidad a distancia.

Sin embargo, muchos ingenieros creen que el método de compactación de laboratorio por impacto usado en el método Marshall no simula la densificación adicional de la mezcla que ocurre bajo tránsito en un pavimento real. Más aún, el parámetro de resistencia usado en este método, la estabilidad Marshall, no estima en forma adecuada la resistencia al corte de la mezcla asfáltica. Estas dos situaciones pueden resultar en mezclas asfálticas propensas al ahuellamiento y a la exudación.

Este método utiliza probetas cilíndricas normalizadas de 2.5" (64 mm) de altura y 4" (102 mm) de diámetro, las cuales se preparan de acuerdo con especificaciones del Instituto Nacional de Vías en Colombia "I.N.V. E-748", siguiendo un estricto control de calentamiento, mezclado y compactación, estableciendo una temperatura de mezclado y compactación siendo necesario desarrollar un gráfico de viscosidad vs temperatura, determinando la viscosidad a dos temperaturas, generalmente a 135 °C y 165 °C; el rango deseado de viscosidad para mezclado está entre 1.5 y 1.9 Poises, y para compactación está entre 2.5 y 3.1 Poises, seleccionando así las temperaturas adecuadas para mezclado y compactación.

Las dos características principales del ensayo son un análisis de densidad-vacíos y una prueba de estabilidad-flujo. La estabilidad es la máxima resistencia en la prueba Marshall de una briqueta de 2.5" a la carga que la muestra normal soporta a 60 °C, mientras que el flujo es la deformación total que se produce en la muestra, desde la carga cero hasta la carga máxima.

Para determinar el contenido óptimo de asfalto se fabrican probetas con distintos porcentajes de asfalto, incrementando el contenido de asfalto cada 0.5% preparándose tres probetas por cada contenido de asfalto y por cada combinación de agregados; generalmente se emplean para el diseño cinco porcentajes diferentes de cemento asfáltico. A la mezcla suelta se le mide el peso específico de sólidos.



**Figura 6.1.** Carta de viscosidad. [FUENTE: Antecedentes del diseño y análisis de mezclas asfálticas Superpave - Publicación No. FHWA – SA – 95 – 003]

En este método, cada muestra compactada se somete a los siguientes ensayos:

- Determinación del peso específico “bulk”
- Ensayo de estabilidad y flujo
- Análisis de densidad y vacíos

### Metodología Superpave

En 1987, el SHRP (Strategic Highway Research Program) comenzó el desarrollo de un nuevo sistema de especificación para materiales asfálticos. El producto final es un sistema conocido como SUPERPAVE (Superior Performing Asphalt Pavement). Este sistema, además de ser una potente herramienta computacional que ayuda en la selección de materiales asfálticos y diseño de la mezcla, representa un sistema más avanzado de especificación de los materiales componentes, diseño de mezclas asfálticas y su análisis y la predicción de la performance de los pavimentos, incluyendo equipos de ensayo, métodos de ensayo y criterios.

El método Superpave, además de incluir un procedimiento más profundo para seleccionar los materiales con base en la condiciones del proyecto, de utilizar un mecanismo de compactación más representativo, inicia el diseño seleccionando la granulometría del agregado. Tanto la selección de la granulometría como el porcentaje de asfalto se hacen utilizando un paquete de especificaciones mucho más completo que el de los otros métodos; incluye especificaciones volumétricas, de relación filler/porcentaje de asfalto efectivo, de susceptibilidad al agua y de requerimientos mecánico o de comportamiento para los niveles II y III.

En este método se presentan tres niveles de diseño de mezcla, incluyendo el diseño volumétrico en cada uno de estos niveles.

**Nivel 1:** se presentan especificaciones volumétricas y controles de diseño volumétrico.

**Nivel 2:** parte del diseño volumétrico y se realizan ensayos basados en el comportamiento mecánico de las mezclas; esto permite la optimización del diseño de la mezcla para que resista la deformación permanente, agrietamiento por fatiga y fisuración por bajas temperaturas.

**Nivel 3:** los ensayos del nivel 3 proveen una predicción más confiable del comportamiento del pavimento. Los alcances y los ensayos requeridos para los tres niveles se presentan en la tabla 6.1.

**Tabla 6.1.** Niveles de diseño de mezclas Superpave. [FUENTE: Antecedentes del diseño y análisis de mezclas Asfálticas Superpave – Publicación No. FHWA - SA - 95 - 003]

<i>Transito, ESALs</i>	<i>Niveles de diseño</i>	<i>Requerimientos de ensayo</i>
ESALs < 10 <sup>6</sup>	1	Diseño volumétrico
10 <sup>6</sup> < ESALs < 10 <sup>7</sup>	2	Diseño volumétrico + ensayos de predicción de la performance
ESALs > 10 <sup>7</sup>	3	Diseño volumétrico + aumento de los ensayos de predicción de la performance
En todos los casos, la susceptibilidad a la humedad debe ser evaluada usando la norma AASTHO T 283		

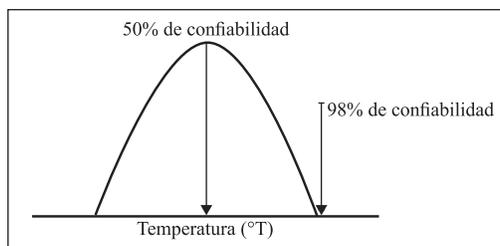
## Diseño de mezclas Superpave nivel 1

**Selección de los materiales.** Como se presentó en la parte de materiales constitutivos de las mezclas, Superpave incluyó un paquete de especificaciones para los agregados y el asfalto que a su vez, están ligadas con las condiciones de trabajo del pavimento, el tránsito y el clima.

**Selección del asfalto.** Para la selección del grado del asfalto requerido para el proyecto deben analizarse, en primer término, las temperaturas de la zona del proyecto, y en segundo término, las condiciones del tránsito (velocidad e intensidad).

**Determinación del clima.** Los ligantes se seleccionan principalmente en función del clima, donde se debe contar con una base de datos meteorológicos de estaciones, lo cual permite seleccionar los grados de ligante para un clima específico para un proyecto dado. Para cada año del que se disponen datos, se determina el período de los 7 días más cálidos y se calcula el promedio de la temperatura del aire para esos 7 días consecutivos. Para todos los años registrados se calcula un valor medio y la desviación estándar. Además, se identifican los días más fríos de cada año, se calcula el valor medio y la desviación Estándar de las temperaturas.

**Confiabilidad.** La confiabilidad es el porcentaje de probabilidad, de que para un año dado, la temperatura real no excederá la temperatura de diseño. Se deberá calcular la desviación estándar para la temperatura máxima durante siete días seguidos. La temperatura a utilizar será la que de una confiabilidad del 98% ( $T^{\circ} + 2$  veces la desviación estándar).



**Figura 6.2.** Determinación de las temperaturas de diseño de acuerdo con la confiabilidad. [FUENTE: Antecedentes del diseño y análisis de mezclas Asfálticas Superpave - Publicación No. FHWA - SA - 95 - 003].

Con los datos de la temperatura del aire, se calcula la temperatura de diseño del pavimento a 20mm por debajo de la superficie. Se utilizan las correlaciones, entre temperatura del aire y temperatura de la mezcla a 20mm de la superficie, encontradas en Canadá, USA y España; para el caso de la baja temperatura se puede considerar igual que la temperatura de la superficie o definirla utilizando la fórmula como la encontrada por SHRP de Canadá. Algunas de las correlaciones encontradas son:

$$T_{20mm} = \left[ (T_{aire} - 0.00618 \cdot lat^2 + (0.2289 \cdot lat) + 42.2) \cdot (0.9545) \right] - 17.78 \quad (6.1)$$

Donde:

$T_{20mm}$ : temperatura del pavimento a una profundidad de 20 mm, en °C.

$lat$ : latitud del proyecto en grados.

Donde:

$T_{min}$ : temperatura mínima de diseño de pavimento, en °C.

$$T_{min} = (0.859 \cdot T_{aire}) + 1.7 \quad (6.2)$$

**Características del tránsito de proyecto.** Se debe conocer el número acumulado de ejes estándar de 8.2 t que se esperan durante el período de diseño del proyecto y la velocidad media de circulación.

**Selección del grado del ligante.** La selección del grado del ligante teniendo únicamente la temperatura se hace bajo la premisa de que el asfalto solo estará sometido a cargas rápidas, velocidades mayores de 90 km/hora; lo más conveniente es aumentar el grado del asfalto requerido, con base en la velocidad de circulación en el proyecto y el número de ejes de 8.2 ton que se esperan. Las características del tránsito únicamente afectarán la temperatura alta del grado del asfalto.

El grado de performance (PG) de un ligante es, por ejemplo, PG 64-22. El primer número (64) es normalmente llamado “grado de alta temperatura”. Esto significa que el ligante poseería propiedades físicas adecuadas al menos hasta los 64 °C (alta temperatura correspondiente al clima en el que el ligante estará en servicio).

El segundo número (-22) es llamado frecuentemente “grado de baja temperatura” y significa que el ligante poseería propiedades físicas adecuadas hasta al menos los -22 °C.

***Selección del agregado mineral.*** De acuerdo con las especificaciones Superpave, las propiedades del agregado juegan un papel importante en la deformación permanente de las mezclas, donde se identifican dos categorías de propiedades de los agregados: propiedades de consenso y propiedades de origen.

Además, se desarrolló una nueva forma de especificación de la granulometría del agregado llamada estructura del agregado de diseño. En este método, Superpave modifica la carta donde se presenta la granulometría y que ha venido siendo utilizada; en este método se utiliza el exponencial 0.45 para definir una granulometría permitida; las ordenadas de la carta son los porcentajes que pasan un tamiz determinado o un porcentaje de partículas menores a un tamaño dado; las abscisas, en escala aritmética, representan las aberturas de los tamices en mm, elevados a la potencia 0.45

Es importante destacar de esta carta la granulometría de máxima densidad, la cual representa la graduación para la cual las partículas del agregado se acomodan entre sí conformando el arreglo volumétrico más compacto posible, y que los puntos de control de la especificación se alejan en los mayores tamaños de la granulometría de máxima densidad.

La zona restringida está definida en los reportes SHRP A-407 y A-408 como una zona situada sobre la línea de máxima densidad extendida desde los tamices de tamaño 300  $\mu\text{m}$  al 2.36 mm a través de los cuales es indeseable que pase la gradación.

Para las gradaciones de tamaño máximo nominal 25 mm y 37.5 mm la zona restringida se extiende hasta el tamiz 4.75 mm.

Las razones para la inclusión de la zona restringida están expuestas en el reporte SHRP A-410, en el cual se dice que la inclusión tiene dos propósitos:

Se limita a la inclusión de grandes cantidades de arena natural que causa quiebres o jorobas en la curva de gradación en el rango de los 600mm; y

Las gradaciones que caen sobre la línea de máxima densidad tendrán un inadecuado contenido de vacíos en el agregado mineral (VAM).

“El diseñador de mezclas asfálticas deberá desarrollar gradaciones que pasen por debajo mejor que por encima de la zona restringida. Esto producirá una gradación gruesa y maximiza el desarrollo de una estructura de agregado fuerte”.

Sin embargo, algunas controversias importantes se han desarrollado alrededor de las especificaciones de las gradaciones Superpave, en particular la zona restringida, por la simple razón de que algunas mezclas de gradación densa que se introducen en la zona restringida han desarrollado una buena performance, antes que surgiera SHRP, lo cual es antagónico a las razones que sustenta Superpave para explicar la razón de la existencia de la zona restringida. Este aspecto genera un mayor interés para realizar investigaciones tendientes a aclarar lo expuesto anteriormente.

Para la selección de la granulometría, Superpave utiliza normalmente 3 mezclas de prueba con gradaciones diferentes, pero cada una de ellas dentro de los puntos de control y zona restringida para el tamaño máximo nominal correspondiente. A las tres mezclas de prueba se les debe realizar el análisis volumétrico y se debe escoger la que cumpla satisfactoriamente las especificaciones.

**Compactación de las mezclas de prueba.** En el método Superpave el método de compactación es clave para el diseño de la mezcla. El compactador giratorio Superpave fue diseñado para compactar muestras a una densidad similar a la que se obtiene en el campo. La mezcla se compacta por medio de la aplicación de una presión vertical y una acción giratoria simultáneas. La presión vertical es de

600 Kpa y un ángulo de giro de  $1.25^\circ$ ; la muestra es girada a 30 rpm, determinando el número de giros basados en el tráfico para la vía. Los tres parámetros que se evalúan con el compactador giratorio son el  $N_{inicial}$ , el  $N_{diseño}$  y el  $N_{max}$ .

Las mezclas de prueba se evalúan mediante la compactación de especímenes y la determinación de las propiedades volumétricas de cada uno de ellos. Se compactan 2 especímenes por cada mezcla de prueba, el contenido de ligante asfáltico de prueba se determina para cada mezcla calculando el peso específico efectivo de la mezcla y empleando algunos cálculos que se muestran en detalle en el capítulo 2; después de seleccionar la estructura de agregado de diseño se compactan especímenes con diferentes contenidos de ligante asfáltico. Las propiedades de la mezcla se evalúan para determinar el contenido de ligante asfáltico óptimo. El contenido de asfalto seleccionado es aquel que permita fabricar mezclas que cumplan con los requerimientos de %  $V_v$ , %  $VMA$ , %  $VFA$ , relación de polvo para los giros de diseño y el %  $G_{mm}$  exigidos para los giros iniciales (< 89 %) y máximos (< 98 %).

**Evaluación de la sensibilidad a la humedad.** El paso final en el nivel 1 del proceso de diseño de mezclas es la evaluación de la sensibilidad a la humedad de la mezcla de diseño. Este paso se ejecuta aplicando la norma AASHTO T 283 a la mezcla de agregados de diseño con el contenido de ligante asfáltico de diseño. Se compactan seis especímenes con el 7% de vacíos con aire. Las probetas se separan en dos subgrupos: tres probetas serán el subgrupo de control y las otras tres el subgrupo acondicionado. El subgrupo de control se deja curar al aire, mientras que el subgrupo acondicionado se somete a una saturación por vacío, a un ciclo de congelamiento opcional, seguido por 24 horas de deshielo a  $60^\circ\text{C}$ . Todos los especímenes son ensayados para determinar su resistencia a la tracción indirecta.

La sensibilidad a la humedad es el cociente entre la resistencia a tracción del grupo saturado y sometido a inmersión y la resistencia a tracción del grupo de control o curado al aire. El valor mínimo para la relación de resistencias de tracción es de 80%.

### 6.3 ALGUNAS DIFERENCIAS ENTRE LAS DOS METODOLOGÍAS

Teniendo en cuenta el marco teórico relacionado anteriormente, se pueden extraer algunas diferencias en el planteamiento de las dos metodologías de diseño de mezclas asfálticas, las cuales son fundamentales para comprender claramente los objetivos que se persiguen con la propuesta de nuevos métodos y la búsqueda de materiales que demuestren una mejor correlación en su comportamiento al momento de comparar el trabajo de campo con el del laboratorio. Algunas diferencias se presentan en la tabla 6.2.

**Tabla 6.2.** Diferencias entre las metodologías Marshall y Superpave. [FUENTE: propia].

<i>Metodología</i>	
<i>Marshall</i>	<i>Superpave</i>
La caracterización del asfalto se realiza principalmente mediante el índice de penetración (IP) y la viscosidad.	Presenta una nueva propuesta para caracterizar el asfalto mediante el grado PG (Performance graded).
El clima de la zona de proyecto no es tenido en cuenta como variable de diseño de la mezcla asfáltica.	El clima se considera como variable fundamental para el requerimiento del asfalto a utilizar. Se calculan temperaturas mínimas y máximas para la caracterización PG del asfalto.
La caracterización del asfalto permanece intacta y su requerimiento depende de las condiciones de penetración y viscosidad que presente, es decir, de sus características físicas.	El grado PG del asfalto se debe incrementar debido a las cargas estáticas y al elevado tránsito de la zona del proyecto.
Es importante la angularidad del agregado grueso teniendo en cuenta las caras fracturadas de las partículas.	Incluye la angularidad del agregado fino como variable importante en el comportamiento de la mezcla. También requiere cumplir especificaciones para el agregado grueso.

<i>Metodología</i>	
<i>Marshall</i>	<i>Superpave</i>
Presenta un único nivel de diseño, el volumétrico.	Para un análisis completo se requieren tres (3) niveles de diseño. El nivel uno (1) es el equivalente al volumétrico del Marshall.
El método de compactación utilizado es el impacto; es decir, las probetas se elaboran por golpes de un martillo normalizado.	El método de compactación utilizado es el de amasado, para tal fin se hace uso del compactador giratorio.
No tiene en cuenta tiempos de envejecimiento de la mezcla antes del proceso de compactación.	Uno de los aspectos importantes del diseño es el sometimiento de la mezcla asfáltica antes de compactar a un proceso de envejecimiento; una parte que representa el envejecimiento a corto plazo y otro a largo plazo.
La selección del contenido óptimo de asfalto se hace basados en los valores de VAM, VAF, estabilidad, flujo.	Las variables de $N_{diseño}$ , $N_{mínimo}$ , $N_{máximo}$ representan las más importantes para determinar el porcentaje óptimo de asfalto.
No presenta restricciones en la estructura granulométrica excepto las bandas exigidas por la norma respectiva.	Muestra la zona de restricción para las arenas y recomienda una tendencia por la parte inferior de dicha zona. Este es un tema que está aún en estudio y se requiere mayor investigación en el mismo.
Las especificaciones mínimas de calidad para los agregados pétreos llevan un buen tiempo establecidas.	Las especificaciones de calidad de los agregados son más exigentes que las propuestas en la metodología Marshall.

Esta lista es general, y con seguridad, al analizar más detalladamente los métodos de diseño surgirán más diferencias entre ellos; sin embargo, se considera que se muestran algunas de las más relevantes.

## 6.4 DESARROLLO DE UN TRABAJO EXPERIMENTAL

Corresponde a un trabajo experimental de laboratorio donde se elaboraron probetas de mezclas asfálticas usando las dos metodologías de diseño: Marshall y Superpave. Se realizaron algunos ensayos mecánicos y dinámicos y finalmente se compararon los valores obtenidos. Es importante mencionar que se muestran diferentes resultados enfatizando en solamente algunas de las diferencias de las dos metodologías. Este trabajo experimental consta de las siguientes actividades:

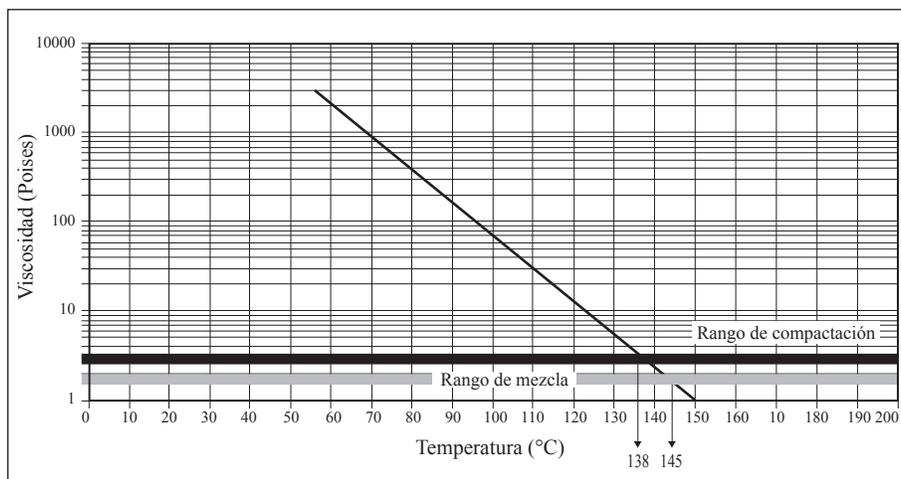
### 6.4.1 Selección de materiales

**Selección del ligante asfáltico.** Por ser uno de los asfaltos más utilizados en todo el territorio colombiano, se utilizó el asfalto producido en la planta de Barrancabermeja, cuyas propiedades físicas evaluadas en el laboratorio se pueden ver en la tabla 6.3.

**Tabla 6.3.** Propiedades físicas del asfalto. [FUENTE: propia].

<i>Ensayo</i>	<i>Resultado (Promedio)</i>
<i>ASFALTO ORIGINAL</i>	
Peso específico	1.012 gr/cc
Penetración a 10 °C	12 <sup>1</sup> / <sub>10</sub> mm
Penetración a 25 °C	68 <sup>1</sup> / <sub>10</sub> mm
Punto de ablandamiento	49.2 °C
<i>ASFALTO ENVEJECIDO</i>	
Penetración a 25 °C	32 <sup>1</sup> / <sub>10</sub> mm
Punto de ablandamiento	56.6 °C

De la carta de viscosidad se puede determinar que las temperaturas de mezclado y compactación de la mezcla asfáltica son 145 y 138 °C, respectivamente, y fueron las utilizadas para la elaboración de las probetas por ambas metodologías.



**Figura 6.3.** Carta de viscosidad para determinar temperaturas de mezclado y compactación de la mezcla asfáltica. [FUENTE: propia].

**Selección de la estructura granulométrica.** La metodología Superpave recomendó en sus inicios el uso de una estructura granulométrica cuya trayectoria se generara por la parte inferior de la zona de restricción, argumentando un mejor comportamiento mecánico de las mezclas asfálticas asociado al tema de la zona de restricción. Por lo tanto, para este trabajo se hizo uso de la recomendación efectuada por la metodología Superpave, y la estructura granulométrica escogida muestra las siguientes características:

La distribución granulométrica se muestra en la tabla 6.4.

**Tabla 6.4.** Granulometría de prueba. [Fuente: propia]

Tamiz No.	Abertura (mm)	Porcentaje pasante (%)
3/4"	19	100
1/2"	12.5	95
3/8"	9.5	83
4	4.75	56
8	2.36	37

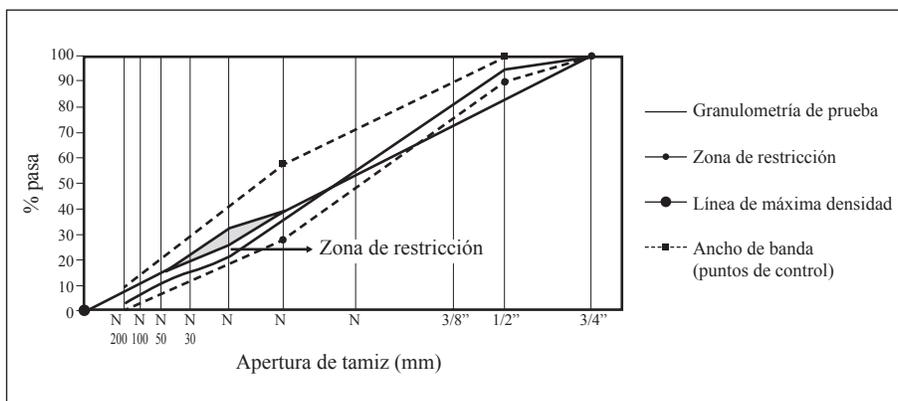
Tamiz No.	Abertura (mm)	Porcentaje pasante (%)
16	1.18	22
30	0.6	16
50	0.3	12
100	0.15	8
200	0.075	4

Superpave emplea la serie estándar de tamices de ASTM y las siguientes definiciones con respecto al tamaño del agregado (Marín C., 2004).

**Tamaño máximo nominal:** un tamaño de tamiz mayor que el primer tamiz que retiene más del 10%.

**Tamaño máximo:** un tamaño de tamiz mayor que el tamaño máximo nominal.

Como el tamaño máximo del material es 19 mm, la especificación Superpave a utilizar será la correspondiente a la de un tamaño máximo nominal de 12.5 mm. La figura 6.4. muestra en “exponente 0.45” la granulometría escogida (MDC-2) con el objeto de facilitar su visualización y mantener la forma de presentación recomendada por Superpave (Morphy, T. 1998).



**Figura 6.4.** Gráfico exponente 0.45 para la granulometría de prueba con requerimientos Superpave. [FUENTE: propia]

*NOTA:* Es importante que el lector tenga en cuenta que para complementar el trabajo, se construyeron probetas de mezclas asfálticas con la granulometría expuesta pero con dos situaciones distintas; es decir, una situación donde se utilizó el material original, como venía de la fuente, y la segunda donde se hizo el reemplazo de los tamaños que corresponden a las arenas, donde se utilizó arena obtenida de trituración con el fin de garantizar la angularidad requerida por la metodología Superpave. En adelante, entonces, se encontrará una simbología que representará cada una de las granulometrías utilizadas, por ejemplo: Granulometría 2 (con el material original de la fuente) y granulometría 2T (la misma estructura granulométrica pero con las arenas obtenidas de trituración).

#### 6.4.2 Obtención del porcentaje óptimo de asfalto

Se llevó a cabo el diseño de la mezcla asfáltica por cada uno de los métodos propuestos en el trabajo (Marshall y Superpave). Para el diseño por el método Marshall se hizo uso de la norma I.N.V.E – 748 “Resistencia de mezclas bituminosas empleando el aparato Marshall”. Para el método Superpave se utilizó lo expuesto en la metodología para el nivel I del diseño volumétrico.

Los porcentajes óptimos obtenidos para cada una de las mezclas y para cada uno de los métodos fueron: probetas Marshall: 6.0% y probetas Superpave: 5.8%.

#### 6.4.3 Caracterización mecánica y dinámica de las mezclas asfálticas

Una evaluación aceptable de las probetas de mezcla asfáltica obtenidas por los dos métodos se muestra la tabla 6.5, donde se especifican los ensayos y las normas aplicadas para cada uno de ellos.

**Tabla 6.5.** Ensayos y normas desarrolladas en el laboratorio. [FUENTE: propia].

<i>Ensayo</i>	<i>Norma</i>
Estabilidad y flujo	E-748
Tensión indirecta para el módulo resistente de mezclas asfálticas	E-749

<i>Ensayo</i>	<i>Norma</i>
Resistencia a la fatiga	Deducida de las fórmulas de la Shell
Tracción indirecta conservada	AASHTO T-283

***Estabilidad y flujo.*** En el ensayo de estabilidad y flujo Marshall (Invías, una vez preparada la muestra se la somete a la carga en el aparato Marshall a una velocidad de 2 pulgadas/minuto hasta que ocurra la falla) El punto de falla se define mediante la máxima lectura obtenida en el dial de carga. El número de libras correspondiente a esta lectura referido a una briqueta de 2.5” de alto se anota como estabilidad Marshall. Mientras se está aplicando la carga, se mantiene el medidor de flujo firmemente en posición vertical sobre la barra guía y se retira cuando ocurre la carga máxima. La lectura en el dial en ese instante se denomina flujo y se expresa en centésimas de pulgada. La tabla 6.6. muestra los valores de estabilidad y flujo obtenidos en el laboratorio.

**Tabla 6.6.** Valores de estabilidad (Lbs). [FUENTE: Guzmán MR y Marín CR; 2004. Comparación de las mezclas diseñadas por el método Marshall y las diseñadas por el método Superpave. Tesis para optar al título de Magíster en Ingeniería, área Vías Terrestres. Universidad del Cauca, Popayán, Colombia]

<i>Granulometría tipo</i>	<i>Metodología</i>	
	<i>Marshall</i>	<i>Superpave</i>
2	2130	3719
2T	2345	3375

Los valores obtenidos en las probetas tipo Superpave son notoriamente superiores a los obtenidos con las probetas Marshall, lo que hace suponer un mejor comportamiento ante la acción de cargas para las primeras. Sin embargo, debe mirarse con bastante cuidado un posible comportamiento frágil en las mezclas asfálticas elaboradas por éste método.



**Figura 6.5.** Estabilidad en las probetas. [FUENTE: Guzmán MR y Marín CR; 2004. Comparación de las mezclas diseñadas por el método Marshall y las diseñadas por el método Superpave. Tesis para optar al título de Magíster en Ingeniería, área Vías Terrestres. Universidad del Cauca, Popayán, Colombia]

**Tabla 6.7.** Valores de flujo (1/100"). [FUENTE: Guzmán MR y Marín CR; 2004. Comparación de las mezclas diseñadas por el método Marshall y las diseñadas por el método Superpave. Tesis para optar al título de Magíster en Ingeniería, área Vías Terrestres. Universidad del Cauca, Popayán, Colombia]

<i>Granulometría tipo</i>	<i>Metodología</i>	
	<i>Marshall</i>	<i>Superpave</i>
2	12	18.3
2T	11	18.7

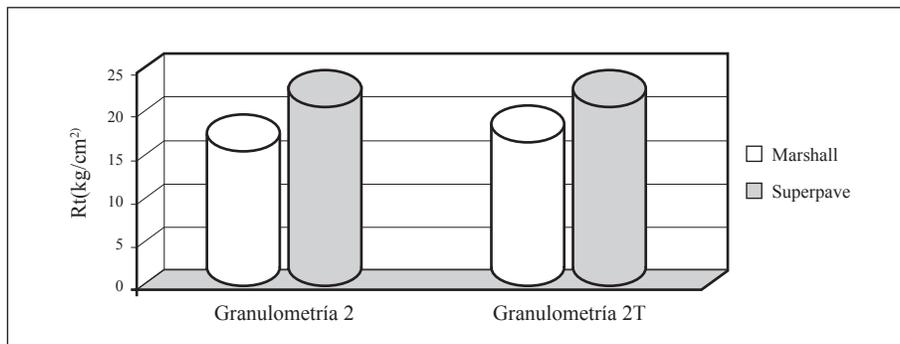
**Análisis del flujo.** Los valores de flujo obtenidos para las probetas tipo Superpave son más altos que los obtenidos en las probetas Marshall, lo que hace pensar en mezclas deformables con bajos módulos. Sin embargo, no se tiene ninguna concordancia con los valores de módulos dinámicos obtenidos lo que pone de manifiesto que los criterios Marshall de estabilidad y flujo no son verdaderamente evaluativos del comportamiento de la mezcla. discusión que se viene dando desde hace varios años.

**Resistencia a la compresión diametral.** El método consiste en imponer una deformación por compresión diametral a una probeta cilíndrica situada horizontalmente entre los platos de una prensa, de forma tal que los esfuerzos aplicados a la probeta estén sobre dos generatrices opuestas. El parámetro a medir es la carga de rotura de la probeta (O'Flaherty, CA, 2002), definiendo así un parámetro que a pesar de ser estático es capaz de caracterizar la mezcla bituminosa de una forma adecuada para representar los esfuerzos de tracción que se producen en servicio y que, a su vez, son los responsables de los agrietamientos de las mezclas una vez alcancen su resistencia a la fatiga. Para obtener un valor confiable se elaboraron cuatro probetas y así calcular el promedio de las resistencias halladas. Los valores promedios se anexan en la tabla N° 6.8.

**Tabla 6.8.** Valores de resistencia a la compresión diametral  $R_t$  (Kg/cm<sup>2</sup>). [FUENTE: Guzmán MR y Marín CR; 2004. Comparación de las mezclas diseñadas por el método Marshall y las diseñadas por el método Superpave. Tesis para optar al título de Magíster en Ingeniería, área Vías Terrestres. Universidad del Cauca, Popayán, Colombia]

<i>Granulometría tipo</i>	<i>Metodología</i>	
	<i>Marshall</i>	<i>Superpave</i>
2	17.6	23.0
2T	17.9	23.4

**Sensibilidad a la humedad.** Para el análisis se utilizó la prueba de tracción indirecta conservada norma AASTHO T 283, donde se compactan seis briquetas con el 7% de vacíos. Tres briquetas conforman un subgrupo y son consideradas de control, y el otro sub-grupo de tres es acondicionado sometiénolo a una saturación por vacío, y después dejándolo por 24 horas a una temperatura de 60 °C. Todas las briquetas son ensayadas a 25 °C para determinar su resistencia a la tracción indirecta.



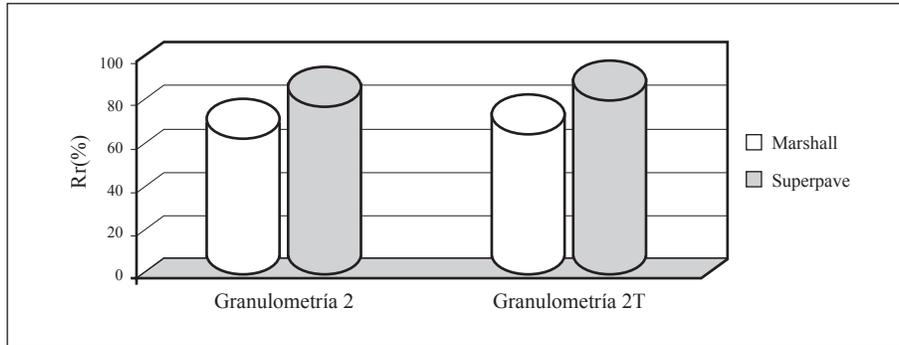
**Figura 6.7.** Resistencia a la compresión diametral  $R_t$  (Kg/Cm<sup>2</sup>). [FUENTE: Guzmán MR y Marín CR; 2004. Comparación de las mezclas diseñadas por el método Marshall y las diseñadas por el método Superpave. Tesis para optar al título de Magíster en Ingeniería, área Vías Terrestres. Universidad del Cauca, Popayán, Colombia]

La sensibilidad a la humedad es el cociente entre la resistencia a la tracción del subgrupo acondicionado y la resistencia a tracción del subgrupo de control. Los resultados arrojados por los ensayos de laboratorio se observan en la tabla 6.9.

**Tabla 6.9.** Valores de tracción indirecta conservada o residual  $R_r$  (%). [FUENTE: Guzmán MR y Marín CR; 2004. Comparación de las mezclas diseñadas por el método Marshall y las diseñadas por el método Superpave. Tesis para optar al título de Magíster en Ingeniería, área Vías Terrestres. Universidad del Cauca, Popayán, Colombia]

<i>Granulometría tipo</i>	<i>Metodología</i>	
	<i>Marshall</i>	<i>Superpave</i>
2	69.0	86.4
2T	74.0	88.6

**Análisis de sensibilidad a la humedad.** Como era de esperar, las probetas tipo Superpave muestran una menor sensibilidad a la humedad, probablemente debido a una mejor adherencia entre ligante



**Figura 6.8.** Tracción indirecta conservada o residual  $R_r$  (%). [FUENTE: Guzmán MR y Marín CR; 2004. Comparación de las mezclas diseñadas por el método Marshall y las diseñadas por el método Superpave. Tesis para optar al título de Magíster en Ingeniería, área Vías Terrestres. Universidad del Cauca, Popayán, Colombia]

y agregado ocasionado por el fenómeno de envejecimiento previo a la compactación, el cual permite que el asfalto permanezca caliente durante un período más largo de tiempo y permita que éste penetre en los poros permeables del agregado.

**Módulo dinámico.** Para evaluar la respuesta a las sollicitaciones dinámicas, se obtuvieron los valores de los módulos dinámicos desarrollándose los siguientes pasos.

- Se determinaron tres temperaturas de prueba como 20, 25 y 35 °C para obtener las curvas maestras (variación del módulo con respecto a la temperatura).
- Para cada temperatura se fabricaron tres probetas; para un total de nueve por cada método de diseño. Cabe mencionar que a cada una de las probetas se le efectuaron seis lecturas de módulo dinámico; las tres primeras en posición original y las otras tres a la probeta girada 90 °C; es decir, que el valor del módulo dinámico asociado a cada una de las temperaturas de ensayo es el resultado del promedio de 18 lecturas, cantidad suficiente para considerarlo válido y confiable.
- Para las dos metodologías propuestas se compactaron las probetas con sus respectivas fórmulas de trabajo; es decir, con un con-

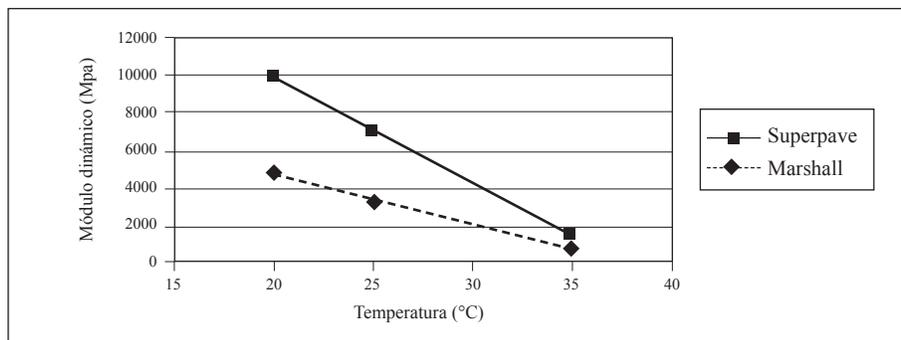
tenido de vacíos de aire del 4%, el porcentaje óptimo de cemento asfáltico y la estructura granulométrica escogida.

- La evaluación de los módulos dinámicos se realizó con el equipo UTM “Universal Testing Machine” tipo Nottingham (UTM, 1997).

Los valores de módulo dinámico obtenidos y sus correspondientes segmentos de curvas maestras se pueden observar en la tabla 6.10. y la figura 6.9.

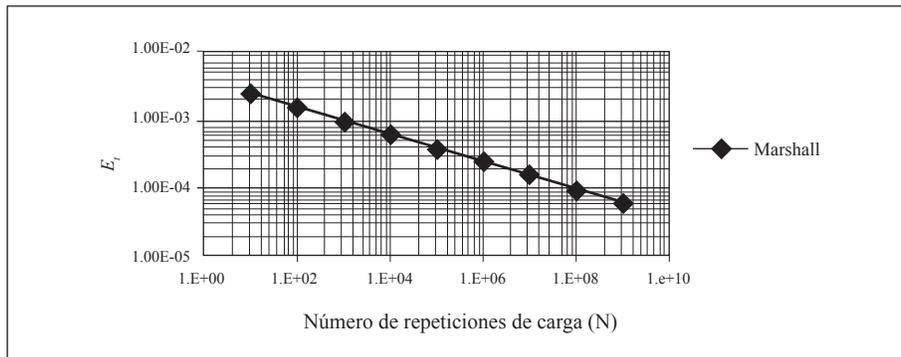
**Tabla 6.10.** Valores de módulos dinámicos. [FUENTE: Guzmán MR y Marín CR; 2004. Comparación de las mezclas diseñadas por el método Marshall y las diseñadas por el método Superpave. Tesis para optar al título de Magíster en Ingeniería, área Vías Terrestres. Universidad del Cauca, Popayán, Colombia]

<i>Temperatura ( °C)</i>	<i>Valor del Módulo dinámico según método de diseño (MPa)</i>	
	<i>Marshall</i>	<i>Superpave</i>
20	4921	9989
25	2968	6925
35	897	1609

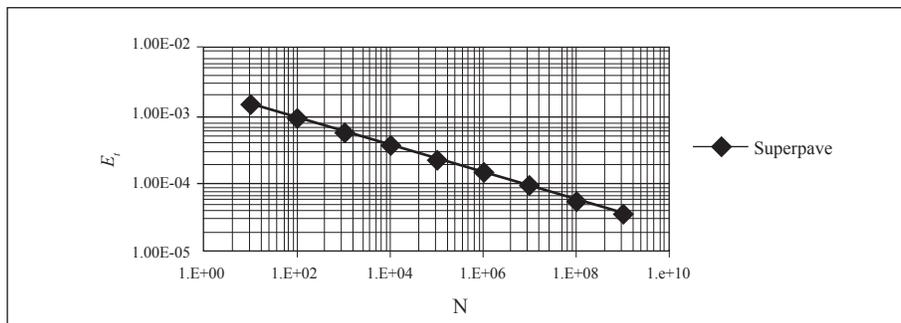


**Figura 6.9.** Curvas maestras de las mezclas asfálticas de prueba. [FUENTE: Guzmán MR y Marín CR; 2004. Comparación de las mezclas diseñadas por el método Marshall y las diseñadas por el método Superpave. Tesis para optar al título de Magíster en Ingeniería, área Vías Terrestres. Universidad del Cauca, Popayán, Colombia]

**Análisis de resistencia a la fatiga.** Las curvas sobre las leyes de fatiga son inferidas de acuerdo con el método SHELL (Huang. Y, 2004). Se tienen en cuenta los valores de los módulos dinámicos obtenidos en el laboratorio y las características volumétricas de las mismas. Las figuras N° 10 y 11 muestran las tendencias de las curvas generadas para las leyes de fatiga.



**Figura 6.10.** Ley de fatiga de la mezcla asfáltica diseñada por el método Marshall [FUENTE: Guzmán MR y Marín CR; 2004. Comparación de las mezclas diseñadas por el método Marshall y las diseñadas por el método Superpave. Tesis para optar al título de Magíster en Ingeniería, área Vías Terrestres. Universidad del Cauca, Popayán, Colombia]



**Figura 6.11.** Ley de fatiga de la mezcla asfáltica diseñada por el método Superpave. [FUENTE: Guzmán MR y Marín CR; 2004. Comparación de las mezclas diseñadas por el método Marshall y las diseñadas por el método Superpave. Tesis para optar al título de Magíster en Ingeniería, área Vías Terrestres. Universidad del Cauca, Popayán, Colombia]

## **6.5 ANÁLISIS DE RESULTADOS**

Los valores de módulo dinámico obtenidos de las muestras elaboradas por el método Superpave superan en gran medida a los obtenidos de las probetas Marshall, del orden del doble.

Los resultados del ensayo de compresión diametral son mayores en las mezclas tipo Superpave. Este ensayo a pesar de ser estático representa de alguna forma los esfuerzos de tracción que se producen en una mezcla en servicio, responsables ellos de los agrietamientos. Por lo anterior, es evidente que una mezcla elaborada con la metodología Superpave presenta mayor resistencia al agrietamiento por esfuerzos de tracción que las elaboradas por la metodología tradicional Marshall.

Es imprescindible para una adecuada caracterización dinámica de los materiales asfálticos, evaluar las leyes de fatiga y el análisis al ahuellamiento con probetas fabricadas en el laboratorio y mucho mejor con muestras o núcleos extraídos directamente de campo. Lo anterior muestra la forma más segura de encontrar las correlaciones más ajustadas a la realidad que se requiere para predecir con mayor certeza el comportamiento de una mezcla asfáltica ante las cargas que le son impuestas. De acuerdo con las gráficas de fatiga deducidas se destaca que, cuando se aplica el mismo esfuerzo a ambas mezclas, la Superpave tendrá menores deformaciones debido al valor del módulo, el cual es mucho mayor y, por lo tanto, soportará mayores repeticiones de carga.

Se requiere hacer estudios más profundos sobre el fenómeno de la sensibilidad a la humedad en las mezclas asfálticas. Los valores arrojados por el estudio muestran que los valores de resistencia residual no cumplen con lo establecido como mínimo por la norma AASTHO T-283 (80%). Sin embargo, las mezclas tipo Superpave superan a las tipo Marshall.

En términos generales las mezclas fabricadas por el método Superpave muestran valores más altos que aquellas elaboradas por la metodología Marshall, lo que se puede observar claramente en los ensayos realizados.

En términos generales, los valores obtenidos para la estructura granulométrica compuesta con arena triturada son mayores; lo que corresponde inicialmente a lo determinado por Superpave sobre el mejoramiento de las mezclas asfálticas contemplando la angularidad del agregado fino.

## 6.6 CONCLUSIONES

Al comparar ambas metodologías, se encuentra una gran diferencia no solo en su metodología, sino también en los resultados obtenidos, los cuales concuerdan inicialmente con la filosofía Superpave donde se elaboran mezclas asfálticas de comportamiento superior, con un desarrollo más racional que el propuesto en la metodología Marshall

El aumento significativo del módulo dinámico de la mezcla Superpave se asocia a dos situaciones, estas son: el envejecimiento de la mezcla antes de la compactación y la estructuración del esqueleto del agregado dado por la compactación giratoria que queda en evidencia cuando se comparan los % de VAM alcanzados por las mezclas; la diseñada por el método Superpave tiene un valor más bajo.

De acuerdo con los valores de módulo obtenidos, se sugiere que las probetas que se fabriquen por el método Marshall para evaluar el comportamiento bajo cargas dinámicas también deben hacerse con mezclas con envejecimiento previo a la compactación para que permitan inferir con mayor confianza el desempeño de las mismas durante la vida en servicio.

Se debe destacar que el método de diseño Superpave busca obtener mezclas poco o nada susceptibles al ahuellamiento, esta pretensión conlleva a mezclas con esqueletos minerales con elevados ángulos de fricción interna, situación que se refleja plenamente en el resultado de los módulos dinámicos.

Se crea la necesidad de investigar más profundamente sobre los resultados de flujo obtenidos; aunque en las mezclas con metodología Superpave son altos y podría eventualmente pensarse que son sus-

ceptibles al ahuellamiento, los valores de módulos dinámicos hallados muestran una situación contraria. Por lo anterior, vale la pena preguntarnos si en ocasiones estamos descartando el uso de mezclas asfálticas basados en un parámetro que quizás deba reevaluarse o interpretarse adecuadamente en conjunto con otros parámetros más complejos.

Es importante certificar en el laboratorio las tendencias mostradas por las leyes de fatiga deducidas; además, se complementaría una caracterización dinámica más íntegra de las mezclas elaboradas con materiales colombianos. Este estudio garantizaría con mayor certeza el comportamiento a la fatiga de dichos materiales.

La diferencia que existe entre los criterios de diseño y los de control de campo hace que en ocasiones se puedan estar rechazando mezclas asfálticas con características satisfactorias o, en caso contrario, la aceptación de mezclas que contienen propiedades volumétricas que están en contravía a los criterios de diseño

Es imprescindible para una adecuada caracterización dinámica de los materiales asfálticos, evaluar las leyes de fatiga y el análisis al ahuellamiento con probetas fabricadas en el laboratorio y, mucho mejor, con muestras o núcleos extraídos directamente de campo. Lo anterior muestra la forma más segura de encontrar las correlaciones más ajustadas a la realidad que se requiere para predecir con mayor certeza el comportamiento de una mezcla asfáltica ante las cargas que le son impuestas.

Es importante que las universidades colombianas inicien un trabajo de investigación fuerte sobre la metodología Superpave y estudien con cuidado la necesidad de extractar lo más significativo de ella, promoviendo el uso de toda o alguna de las partes de la normativa propuesta por el programa SHRP. Como ejemplo se cita a los Estados Unidos donde diferentes universidades tales como: Universidad de Purdue, Universidad de Auburn, Universidad de Nevada-Reno, Universidad de Texas at Austin, Universidad de Pennsylvania, entre otras, están trabajando en la implementación de esta nueva metodología que hasta ahora arroja unos buenos resultados parciales (Bukowski, J et al. 2007).

Es de vital importancia hacer estudios más completos sobre el efecto que produce la angularidad del agregado fino sobre el comportamiento mecánico y dinámico de la mezclas asfálticas, con el fin de determinar la conveniencia o pertinencia de la inclusión de esta variable en la normativa para la elaboración de mezclas asfálticas y la implementación del control de calidad en obra y laboratorio de dicha variable.

La zona restringida del criterio Superpave debe estudiarse con más profundidad con los materiales colombianos; ya que estudios de otros países han demostrado que esta zona no influye en gran medida en el comportamiento mecánico de las mezclas asfálticas; inclusive, algunos autores han propuesto hasta eliminarla.

Debe comprobarse en campo la validez del número de giros de compactación recomendados para el compactador SHRP en relación con la vida esperada del pavimento en condiciones normales de servicio.

## 6.7 BIBLIOGRAFÍA

- Benavidez CA y Chavarro E; 2000. Apuntes del curso diseño de pavimentos. Universidad del Cauca, Popayán, Colombia.
- Bukowski, J et al. The Superpave System, New Tools Designing and building More Durable Asphalt Pavements. Fecha de consulta: 1 de Febrero de 2007.  
[http://www.library.unt.edu/gpo/OTA/featproj/fp\\_super.html](http://www.library.unt.edu/gpo/OTA/featproj/fp_super.html).
- Federal Highway Administration. Antecedentes del diseño y análisis de mezclas asfálticas de Superpave. Publication N° FHWA-SA-95-003. February 1995.
- Garnica, Paul et al. 2005. Análisis comparativo de los métodos Marshall y Superpave para compactación de mezclas asfálticas. Publicación técnica N° 271. Sanfandila, Querétaro, México. PP 31 – 39.
- Guzmán MR y Marín CR; 2004. Comparación de las mezclas diseñadas por el método Marshall y las diseñadas por el método Superpave. Tesis para optar al título de Magíster en Ingeniería, área Vías Terrestres. Universidad del Cauca, Popayán, Colombia.

- Huang, Y. 2004. Pavement analysis and design. Second edition. Editorial Prentice-Hall. PP 297 - 309.
- Invias. 1996. Normas Generales de Construcción de Carreteras. Capítulo 4. Norma N° 450. Ministerio del Transporte, Instituto Nacional de Vías.
- Invias. 1996. Normas de Ensayos Para Materiales de Carreteras. Capítulo 3. Norma E-748 - Resistencia de mezclas bituminosas empleando el aparato marshall. Ministerio del Transporte, Instituto Nacional de Vías.
- Morphy, T. 1998. Superpave, The Future Of Hot Mix Asphalt Pavements. [http://www.asphaltinstitute.org/upload/Superpave\\_Future\\_HMA\\_Pavements.pdf](http://www.asphaltinstitute.org/upload/Superpave_Future_HMA_Pavements.pdf). Fecha de consulta 27 de Enero de 2007.
- O'Flaherty, CA, 2002. "Highways", the location, design, construction and maintenance of roads pavements, fourth edition, editorial BH. PP 348 – 349.
- UTM. 1997. Universal Testing Machine. Reference Manual. Test N° 003. IPC, Industrial Process Constrols. Australia.



## CAPÍTULO 7

# EL EFECTO ARCO EN SUELOS

*John Mario García Giraldo<sup>1</sup>*

### 7.1 INTRODUCCIÓN

Desde un comienzo, en los estudios de las propiedades mecánicas de los suelos, los investigadores se han dado cuenta de la existencia de un fenómeno generado en el interior de la masa del suelo para redistribuir sus tensiones cuando se genera un cambio aparente en sus condiciones iniciales. El fenómeno observado tanto en estudios de laboratorio como en terreno a escala natural consiste en la transmisión de tensiones desde una zona de suelo que experimenta un desplazamiento relativo hacia otra zona de suelo que no presenta movimiento relativo considerable o permanece estática. Dicho fenómeno fue bautizado por los investigadores de la época en vista de su gran parecido al efecto que produce la forma de arco en las estructuras como “efecto arco en los suelos (Soil Arching Effect)”.

Entre las primeras definiciones que se encuentran en la literatura de la mecánica de suelos acerca de la descripción de dicho fenómeno se puede mencionar la que se encuentra en el texto “Theoretical Soil Mechanics” del autor Karl Terzaghi en el año 1945 que dice lo siguiente:

“Si una parte del apoyo de una masa de suelo cede mientras el resto permanece en su sitio, la tierra contigua a la parte que cede sale de su posición original por entre las masas estacionarias del suelo adyacente. Al movimiento relativo que se produce dentro

<sup>1</sup> Ingeniero Civil, Magíster en Ciencias de la Ingeniería especialización en Estructuras y Geotecnia. Profesor Universidad de Medellín, Programa Ingeniería Civil. Correo electrónico: [jmgarcia@udem.edu.co](mailto:jmgarcia@udem.edu.co); [johnmariogarcia@hotmail.com](mailto:johnmariogarcia@hotmail.com)

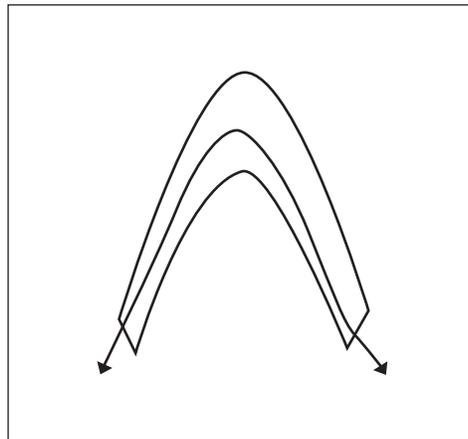
del suelo se opone una resistencia al corte en la zona de contacto entre las masas que se desplazan y las estacionarias. Mientras que la resistencia al corte tiende a mantener en su posición original a la masa que experimenta el descenso, reduce la presión sobre la parte correspondiente de apoyo y la aumenta en la parte estacionaria adyacente. Esta transferencia de presiones entre la masa origen de la falla y las partes adyacentes estacionarias es comúnmente llamado efecto arco siendo el suelo ubicado por encima de la parte de soporte que cede, el que hace las veces de arco”. De igual forma en el mismo texto el autor define que este efecto es uno de los fenómenos más comunes en el suelo tanto en el campo como en el laboratorio.

## 7.2 EL ARCO COMO FORMA ESTRUCTURAL

### 7.2.1 Definición de arco

El arco es una estructura arquitectónica que mediante el uso de formas generalmente curvas sirve para cubrir un espacio entre dos puntos fijos; está formado por dobelas o de piezas únicas y puede adoptar curvas diversas. Es una geometría estructural eficiente puesto que permite cubrir luces relativamente grandes con pequeñas piezas.

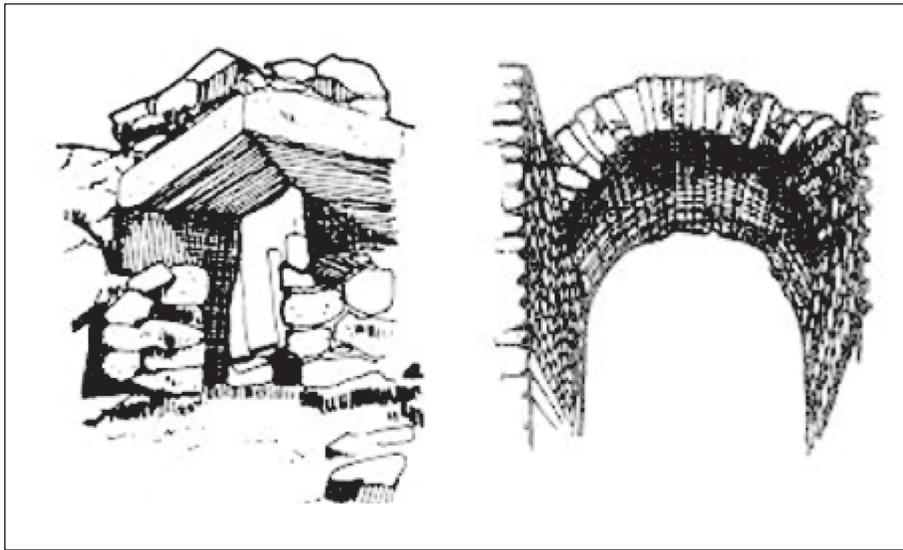
Estructuralmente, un arco funciona como un conjunto que transmite las cargas hasta los muros o pilares que le sirven de soporte. Por su configuración, los elementos con forma de arco están sometidos primordialmente a esfuerzos de compresión, los cuales se transmiten a los apoyos mediante empujes horizontales hacia el exterior de la estructura.



**Figura 7.1.** La Forma de Arco. [FUENTE: propia].

### 7.2.2 Historia del arco como elemento estructural

Históricamente los arcos han existido como forma estructural desde que el hombre comenzó a hacer sus propias viviendas; es una de las formas estructurales que más se ha utilizado para la construcción de diversos tipos de edificaciones en el mundo como han sido puentes, iglesias, túneles, edificios, etc.



**Figura 7.2.** Aplicaciones del arco en construcciones prehistóricas. [FUENTE: [www.Google.com](http://www.Google.com)].

Fueron los romanos la primera civilización a la que se le otorga el uso del arco como elemento estructural propiamente dicho. Las formas curvas que predominaron en dicha civilización fueron la forma semicircular y el domo. Los arcos construidos por los romanos emplearon materiales como la piedra y la mampostería de ladrillo de arcilla con buenas resistencias de compresión, dadas las propiedades de transmisión de esfuerzos de este tipo de figura. Posteriormente, fueron los bizantinos quienes por influencia del estilo romano sobre el Oriente dieron origen a una forma de arco bizantino en el cual se combinan dos formas que nunca lo habían hecho en el pasado: el

cuadrado y el círculo a través del domo. Más adelante, en los siglos XII y XIII surgió el uso del arco al estilo Gótico caracterizado por el uso del arco apuntado o quebrado que permitió soportar mayores pesos utilizando menores secciones de elemento estructural siendo esta la forma de arco más eficiente conocida hasta la época.



a) Civilización romana



b) Civilización bizantina



c) Civilización gótica.

**Figura 7.3.** El arco en las principales civilizaciones de la humanidad. [FUENTE: *Picasaweb.google.com*]

La geometría del arco se revitalizó como forma estructural en el siglo XVIII con el desarrollo del hierro. Fue el ingeniero Gustavo Eiffel quien debería tener su mayor mérito como ingeniero estructural por la construcción de sus puentes en arco para ferrocarril, hechos en hierro en el siglo XIX, entre los cuales se destaca el viaducto de Garabit en Francia. Sin embargo, este ingeniero pasó a la historia de la ingeniería estructural gracias a su torre construida en París, “La torre Eiffel” en cuya geometría aparece el arco con diversas formas.

A principios del siglo XX el arco como forma estructural llegó a un nuevo clímax con las obras en concreto reforzado, diseñadas y construidas por Maillart en Suiza.

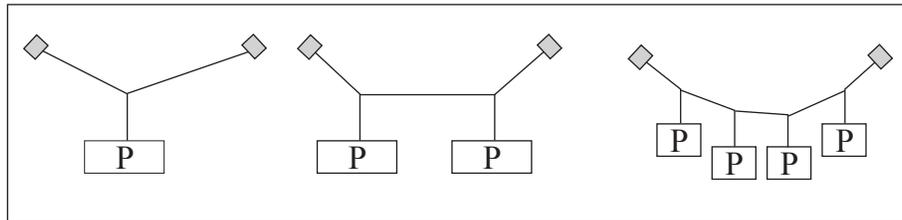
### 7.3 FORMAS DE ARCO

Dentro de las diferentes formas de arco que existen, hay tres que son de gran importancia para el ingeniero civil:

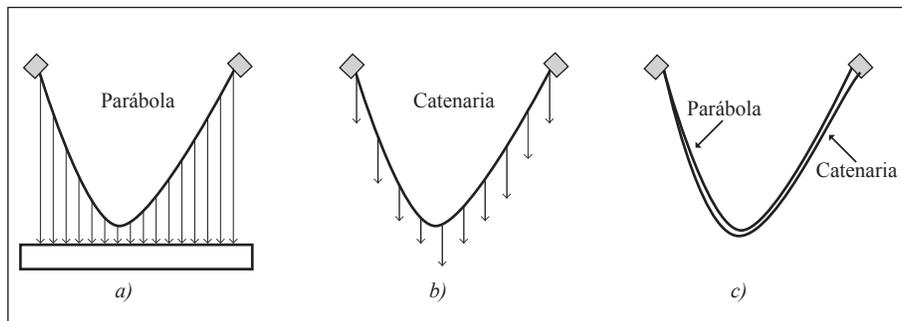
*Arco funicular:* es la forma que adopta una cadena cuando soporta cargas puntuales.

*Arco catenaria:* es la forma que adopta una cadena cuando solo soporta su peso propio.

*Arco parabólico:* es la forma que adopta una cadena cuando soporta una carga horizontal uniformemente distribuida.



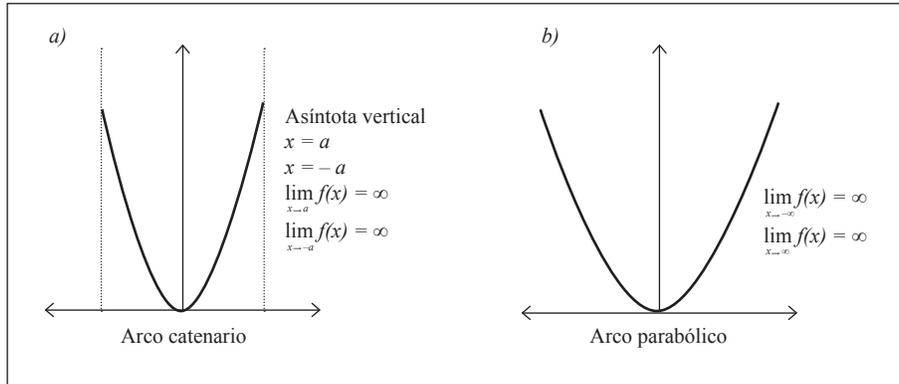
**Figura 7.4.** Arcos funiculares lineales. [FUENTE: propia].



**Figura 7.5.** Arcos curvos: a) Arco parabólico b) Arco catenario c) Comparación entre arco parabólico y catenario. [FUENTE: propia].

Como se puede observar en la figura 7.5.c, no existe una diferencia tan marcada entre el arco funicular y el arco catenario. Matemáticamente la diferencia entre ellos radica fundamentalmente en sus extremos: mientras el arco catenario tiene asíntotas verticales en sus extremos el arco parabólico no posee ninguna asíntota y, por el contrario, continúa extendiéndose indefinidamente, como puede observarse en la figura 7.6.

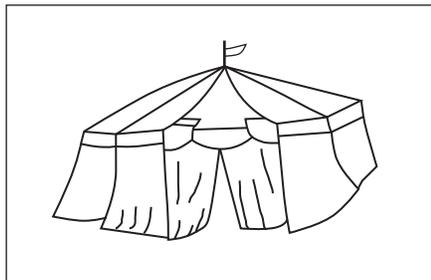
A pesar de que los arcos funiculares, catenarios y parabólicos generan un comportamiento óptimo en cuanto a resistencia y capacidad de deformación estructural, durante mucho tiempo en la Antigüedad fueron considerados como formas poco elegantes y de



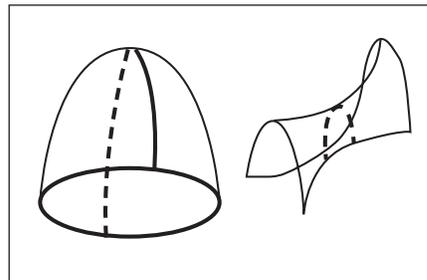
**Figura 7.6.** Diferencia matemática entre catenarios y parabólicos

difícil transmisión de cargas a los pilares, por lo tanto, no fueron considerados en las formas arquitectónicas tradicionales dentro de las cuales predominaban los arcos circulares, elípticos, domos, etc.

En estructuras tridimensionales podemos observar las formas de membranas y cáscaras. Una membrana es una hoja de material tan delgada que para todo fin práctico, puede desarrollar solamente esfuerzos de tracción.



**Figura 7.7.** Ejemplo de una membrana. [FUENTE: <http://www.google.com>]



**Figura 7. 8.** Ejemplo de una cáscara. [FUENTE: [www.google.com](http://www.google.com)]

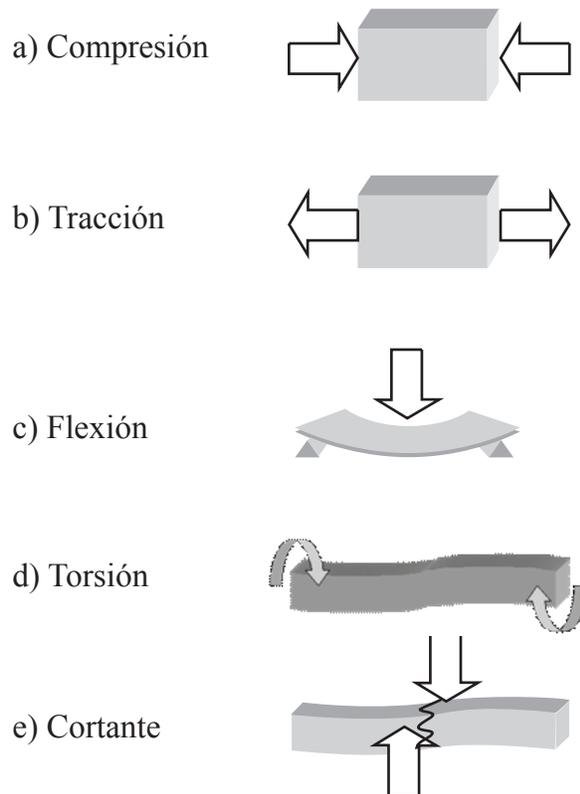
Las cáscaras son estructuras resistentes, gracias a que adoptan la forma según las cargas externas que resisten; generalmente se les conoce como estructuras tipo membrana invertida que sólo desarrollan esfuerzos de compresión. Las cáscaras delgadas son estructuras que

resisten las cargas básicamente por su forma geométrica, aunque por ser tan delgadas no pueden soportar grandes esfuerzos de flexión pero deben tener un espesor tal que sea capaz de resistir los esfuerzos de compresión y corte.

## **7.4 EFECTO DE LA GEOMETRÍA ESTRUCTURAL EN LA DISTRIBUCIÓN DE TENSIONES EN EL INTERIOR DE UN ELEMENTO**

### **7.4.1 Esfuerzos en un elemento estructural**

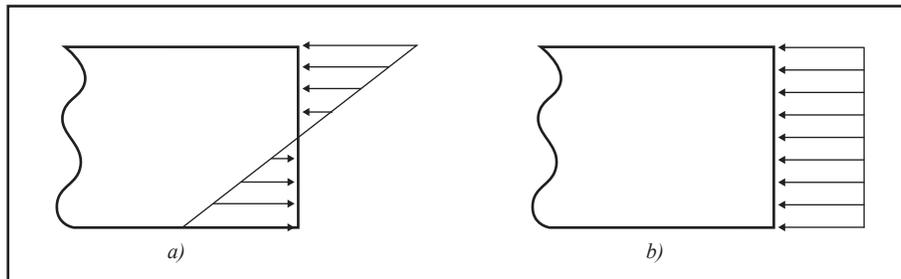
Los esfuerzos a los que se somete tradicionalmente una estructura son:



[FUENTE: propia]

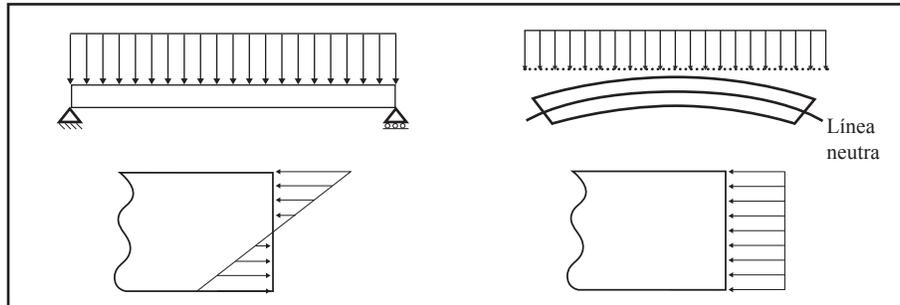
### 7.4.2 Distribución de tensiones en el interior de un elemento estructural

La distribución de tensiones normales en el interior del material para los principales esfuerzos es:



**Figura 7.8.** Distribución de tensiones: a) compresión y tracción, y b) compresión. [FUENTE: propia]

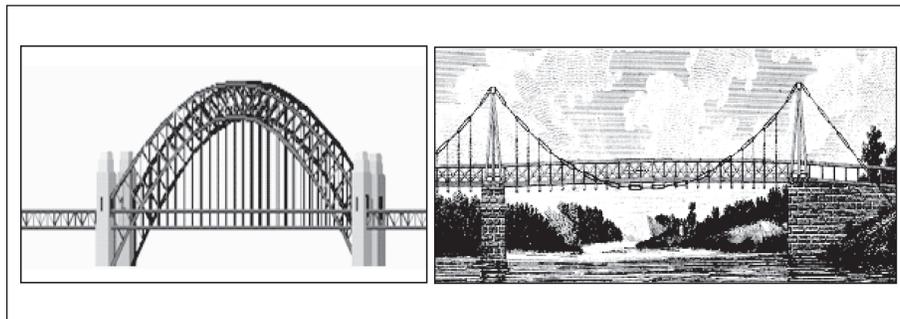
Como se puede observar de las anteriores gráficas el material se aprovecha mucho mejor cuando trabaja con esfuerzos de tracción o compresión, ya que cuando se trabaja a flexión la diferencia en el desempeño puede oscilar hasta en 75% si se considera que la resistencia del material a esfuerzos de tracción o compresión es casi nula, como sucede con materiales como el concreto y la roca que tienen bajas resistencias de tracción. Cuando una viga simplemente apoyada se carga uniformemente en dirección gravitacional los esfuerzos que se generan en el interior de la viga en cualquier sección transversal del elemento dependen de la curvatura respectiva que tenga la viga. Cuando la viga se encuentra horizontal, la distribución de los esfuerzos en cualquier sección de la viga corresponde a tracción por debajo de su eje neutro y compresión sobre dicho eje. A medida que la viga se curva negativamente (cóncava hacia abajo) los esfuerzos de tracción en la sección comienzan a desaparecer y son reemplazados por esfuerzos de compresión hasta llegar a una curvatura determinada donde cualquier sección transversal de la viga sólo estará sometida a compresión, tal como se observa en la figura 7.9.



**Figura 7.9.** Distribución de tensiones en una viga simplemente apoyada. [FUENTE: propia].

Análogamente cuando la viga se curva positivamente (cóncava hacia arriba) los esfuerzos de compresión son reemplazados por esfuerzos de tracción progresivamente hasta llegar a una curvatura definida donde toda la sección solo tendrá tracción. Es por esta razón que cuando vemos estructuras construidas con materiales de gran resistencia a compresión y poca resistencia a tracción, como lo es el concreto, se construyen a base de arcos negativos (cóncavos hacia abajo).

Para materiales con un mejor desempeño en sus esfuerzos de tracción la concavidad que se maneja en los arcos estructurales es positiva, tal como es el caso de estructuras de acero, material cuya propiedad o desempeño a tracción es sobresaliente.



**Figura 7.10.** Aplicación de los arcos estructurales: a) Arco concavidad negativa (compresión) b) Arco concavidad positiva (tracción). [FUENTE: [www.google.com](http://www.google.com)]

El principal problema al utilizar la forma de arco en estructuras radica en las fuerzas horizontales adicionales generadas en los extremos de los elementos estructurales que incrementan la magnitud de la fuerza resultante en los apoyos.

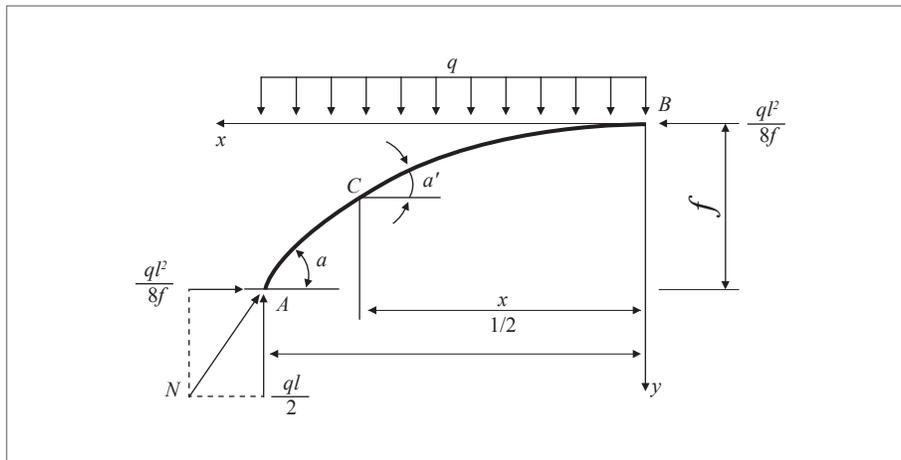


Figura 7.11. Incremento de carga en apoyos por estructuras arqueadas. [FUENTE: Liang-Wei Jiang, 2004]

En la práctica estas fuerzas horizontales son contrarrestadas cuando los apoyos de la estructura se realizan sobre macizos rocosos o con el uso de tirantes que soporten tracción y se equilibren con la fuerza horizontal generada en el extremo opuesto, tal como se observa en la figura 7.12.

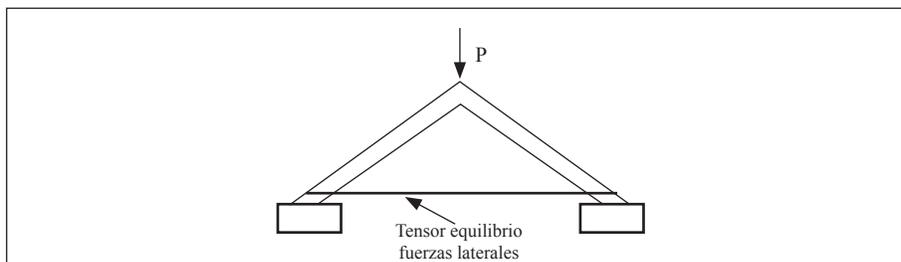
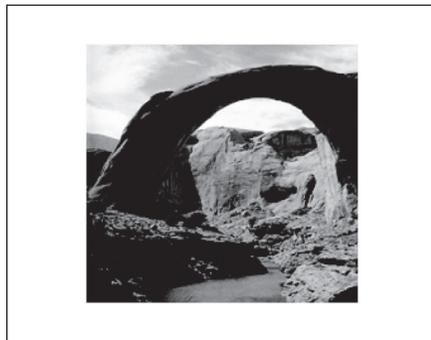


Figura N 7.12. Tensor para equilibrio de fuerzas horizontales generadas por el arco. [FUENTE: propia].

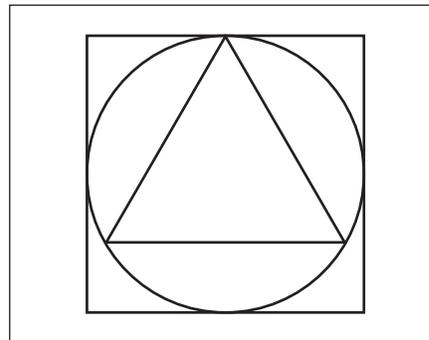
## 7.5 GEOMETRÍAS ÓPTIMAS

Muchos grandes pensadores en la historia de la humanidad han encontrado que un sinnúmero de las cosas que nos rodean en la naturaleza poseen un comportamiento o forma que optimiza su funcionamiento. Solo necesitamos observar la forma esférica de los planetas para darnos cuenta de que su geometría no es arbitraria, sino, por el contrario, tiene un parámetro geométrico que la caracteriza de las demás formas volumétricas existentes puesto que es la esfera la figura geométrica que puede encerrar el mayor volumen con un área superficial dada. De igual forma sucede con el círculo que es la figura geométrica que puede encerrar la mayor cantidad de área con un perímetro dado.

De esta misma manera solo es necesario observar algunas formaciones rocosas existentes en la naturaleza en forma de arco para darnos cuenta de que este fenómeno en este tipo de materiales que poseen una baja resistencia a la tracción también es una forma de optimización presente en la naturaleza, puesto que es con esta forma geométrica que la transmisión de los esfuerzos a la zona de apoyo se realiza generando solo esfuerzos de compresión en el interior del material y optimiza en gran medida el mejor desempeño estructural en el interior de la roca o el suelo.



a) Arco formado en roca



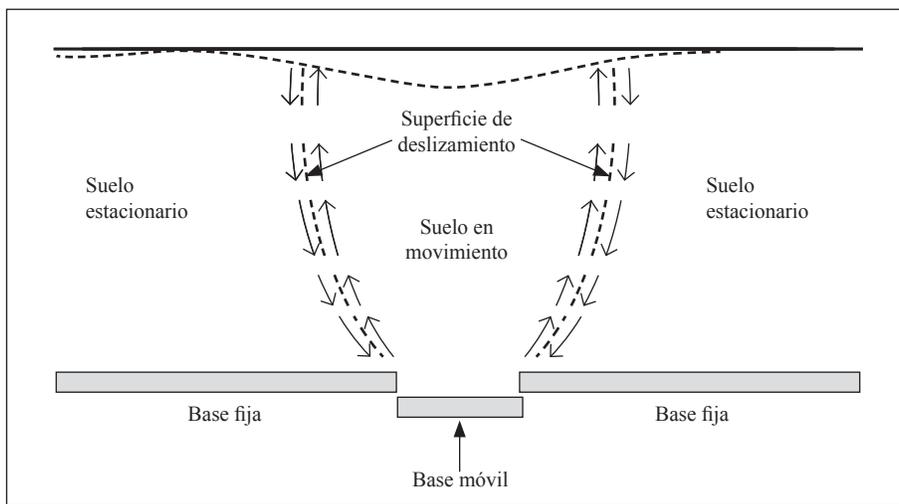
b) Figuras geométricas óptimas.

**Figura 7.13.** Algunas formas óptimas presentes en la naturaleza. [Fuente: [www.Google.com](http://www.Google.com)].

## 7.6 ESTUDIO DEL EFECTO ARCO EN LOS SUELOS

### 7.6.1 Efecto de arco sobre una escotilla móvil (trapdoor)

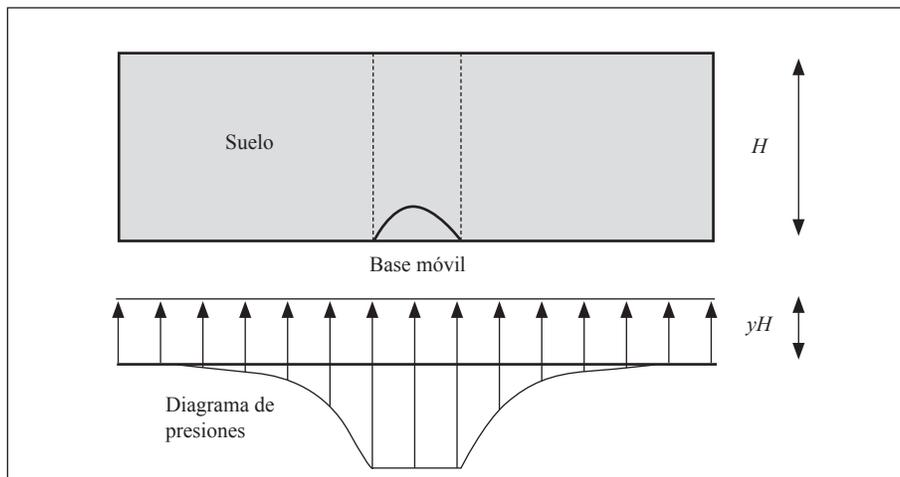
Uno de los ejemplos típicos dentro del estudio del efecto arco en los suelos ha consistido en el análisis de una masa de suelo ideal a la que en el fondo se le coloca una base móvil conocida comúnmente en la literatura como “Trapdoor”, tal como se indica en la figura 7.14.



**Figura 7.14.** Análisis del efecto arco mediante una escotilla móvil (Trapdoor). [FUENTE: propia].

Lo que se observa con este experimento es que cuando la base móvil se desplaza verticalmente hacia abajo se genera un movimiento solidario de la masa de suelo que hay sobre ella, lo cual provoca una disminución de las tensiones sobre el trapdoor y un incremento considerable en la base fija sobre las proximidades de la base móvil. Este efecto se genera debido a que cuando la masa de suelo existente sobre el trapdoor se desplaza solidariamente con él se produce una superficie de deslizamiento sobre la cual se generan unas fuerzas de corte en dirección opuesta al movimiento que ayudan a autosostener y evitar el colapso de la masa de suelo móvil, tal como se observa en la figura 7.14. Estas fuerzas de corte generan una disminución

de las tensiones sobre el trapdoor, pero al mismo tiempo por la ley de acción-reacción dichas fuerzas de corte sobre la masa de suelo estática generan un aumento de las tensiones sobre el suelo próximo al trapdoor en la zona de suelo que permanece estática. Este fenómeno fue observado por Terzaghi en el laboratorio y confirmado con los resultados obtenidos mediante algunos ensayos y cuyos resultados ilustra en su libro *Theoretical Soil Mechanics* en el año 1945 tal como se muestra en la figura 7.15.



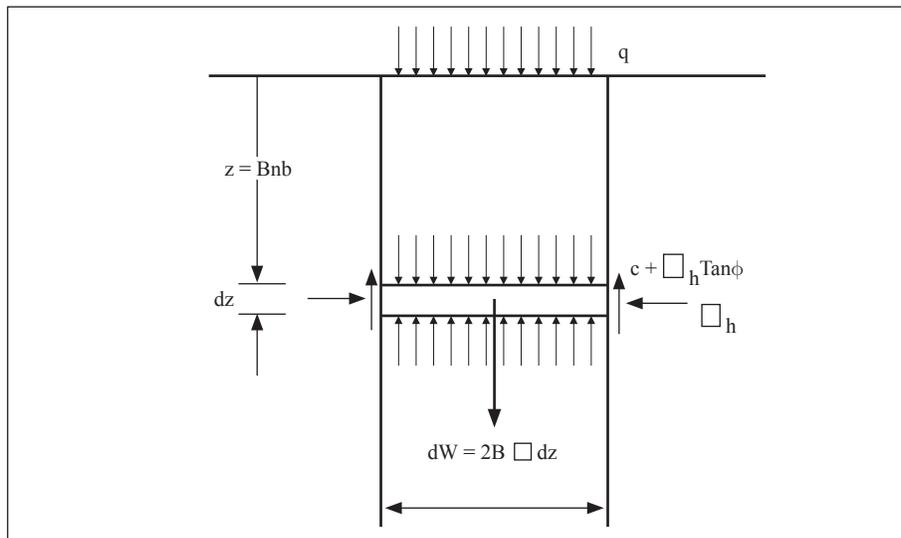
**Figura 7.15.** Distribución de tensiones sobre una base después de desplazar la escotilla móvil (Trapdoor). [FUENTE: propia].

Fue entonces Terzaghi uno de los primeros investigadores dedicado a estudiar la parte analítica del efecto arco para así poder dar respuesta a un sinnúmero de interrogantes surgidos a lo largo del tiempo sobre este fenómeno. Dentro de esta investigación teórica, Terzaghi dividió en tres diferentes grupos de estudio las investigaciones realizadas sobre el efecto arco en los suelos, dependiendo de las hipótesis propuestas en cada uno para las soluciones planteadas. El primer grupo solo considera las condiciones de equilibrio de la arena o suelo ubicado inmediatamente arriba de la faja cargada, sin investigar si los resultados de los cálculos son o no compatibles con

las condiciones de equilibrio de la arena ubicada a mayor distancia. El segundo grupo indica que el total de la masa de arena situada arriba de la faja cedente se halla en estado de equilibrio plástico, y por último, el tercer grupo define que la superficie de falla es vertical y que la disminución de presión sobre la faja se debe a la fricción generada en las superficies de falla verticales. Aunque el análisis del tercer grupo es el más simplificado, con los datos experimentales se comprobó que es el más aproximado y aunque las superficies reales de deslizamiento son curvas y su separación en la superficie de arena según los resultados en laboratorio son mucho mayores que el ancho del trapdoor, las hipótesis de este tercer grupo fueron las que siguió Terzaghi para su estudio analítico.

### 7.6.2 Análisis del efecto arco en los suelos por Terzaghi en 1945

Lo primero que hizo Terzaghi fue identificar un elemento diferencial sobre la masa de suelo deslizante con base en las hipótesis anotadas anteriormente, tal como se indica en la figura 7.16.



**Figura 7.16.** Elemento diferencial tomado por Terzaghi para el estudio del efecto arco. [FUENTE: propia].

Si observamos las fuerzas sobre el elemento estructural y tomamos equilibrio respecto a las fuerzas verticales tenemos que:

$$2B\gamma dz = 2B(\sigma_v + d\sigma_v) - 2B\sigma_v + 2cdz + 2K\sigma_v dz \tan\phi \quad (7.1)$$

Reorganizando la ecuación tenemos:

$$\frac{d\sigma_v}{dz} = \gamma - \frac{c}{B} - K\sigma_v \frac{\tan\phi}{B} \quad (7.2)$$

Finalmente nos queda:

$$\sigma_v = \frac{B\left(\gamma - \frac{c}{B}\right)}{K \tan\phi} \left(1 - e^{-k \tan\phi \frac{z}{B}}\right) + qe^{-k \tan\phi \frac{z}{B}} \quad (7.3)$$

Al graficar la anterior función para un suelo granular ideal ( $C = 0$ ) sin sobrecarga ( $q = 0$ ), en un plano cartesiano con abscisas ( $\sigma V/\gamma B$ ) y ordenadas ( $n = z/B$ ), se observa que para alturas superiores sobre la compuerta a  $5B$  de material de suelo, la ecuación muestra que no hay una variación apreciable para la presión vertical sobre la compuerta, sino que por el contrario la presión vertical sobre ella permanece constante independiente de la profundidad. Con lo anterior se puede

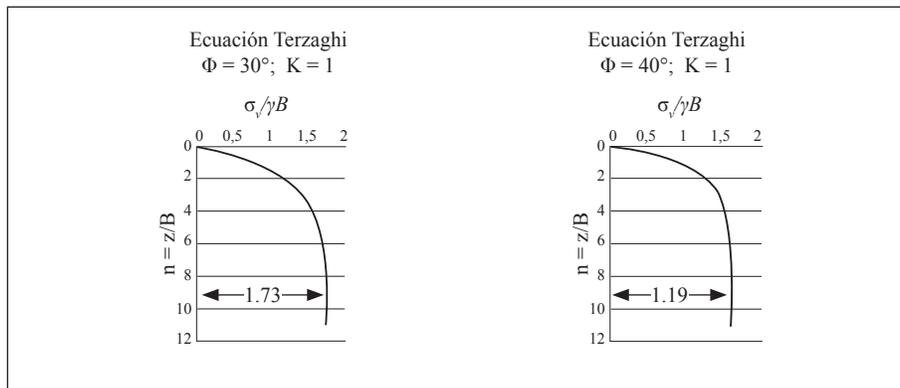
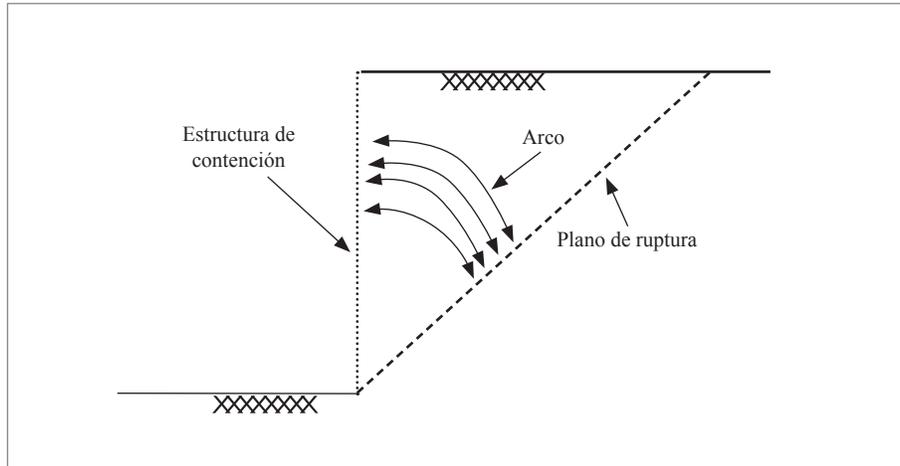


Figura 7.17. Gráficas ( $\sigma V/\gamma B$ ) versus ( $n = z/B$ ) para ecuación de Terzaghi. FUENTE: Mecánica teórica de suelos, Terzaghi, 1945.

concluir que la parte de suelo que se encuentra a una altura superior a  $5B$  sobre la base móvil parece no tener un cambio apreciable sobre el estado de tensiones, y la parte de suelo ubicada a una altura menor a  $5B$  sobre la compuerta se denomina la parte activa de la masa de suelo. Por esta razón, la presión sobre la compuerta es independiente del tamaño de la altura de la sobrecarga.

De la misma manera, Terzaghi para la época realizó investigaciones del efecto arco que se produce en elementos verticales de contención y sacó como conclusión que el efecto arco no se produce cuando el pivote de la estructura de contención se realiza en la parte inferior del muro, para el cual la superficie de falla es plana, pero cuando el pivote se realiza en la parte superior, el efecto arco hace que la distribución de presiones sea parabólica y que su resultante de presiones se encuentre a una distancia  $H/2$  de su base, en contraparte con las suposiciones hidrostáticas asumidas por Coulomb y Rankine antes de la publicación del libro de Terzaghi para el año 1945. El arco se forma porque una parte del suelo que se encuentra sobre la zona de falla se apoya solidariamente sobre la superficie de falla, y otra parte de él lo hace sobre la estructura de contención en forma de arco, tal como se observa en la figura 7.18. Estos valores sacados por Terzaghi hacen la suposición de una superficie de falla plana, lo cual no es totalmente verídico con lo que se presenta en la realidad, pues se han hecho otras investigaciones en las cuales se ha encontrado que el posicionamiento de la resultante para una estructura de contención con pivote en su parte superior oscila entre  $0.48-0.56H$ , medido a partir de su base con la suposición de una superficie de falla circular la cual otorga también una distribución de presiones parabólica como la propuesta por Terzaghi en el año 1945.

Si se comparan los valores de empuje sobre estructuras de contención dados por Rankine y Terzaghi en cada uno de sus análisis, se observa que el valor de empuje total obtenido sobre la estructura de contención es mayor para Rankine, pero el punto de aplicación de su resultante se encuentra mucho más cerca de la base de la estructura de contención; por el contrario, lo que observó Terzaghi en su análisis



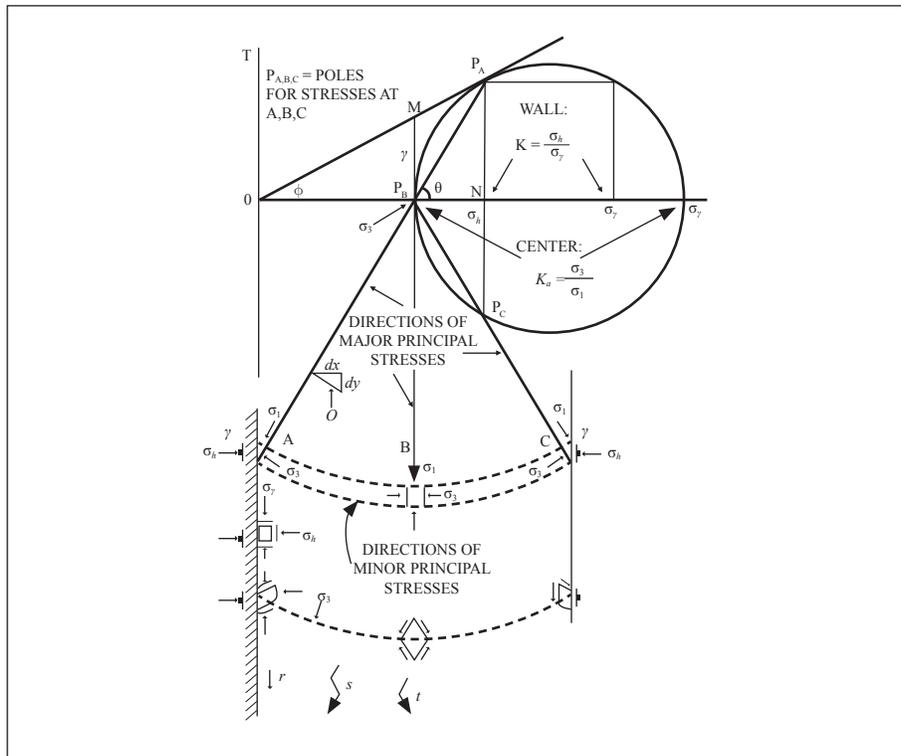
**Figura 7.18.** Visualización del fenómeno de arco sobre estructuras de contención. [FUENTE: propia].

fue que el valor de empuje era menor que el propuesto por Rankine y con su punto de aplicación respecto a la base de la estructura de contención a una mayor distancia tal como se puede observar en la figura 7.19. Pero es muy curioso observar al mismo tiempo en dicha figura que si obtenemos el momento que producen dichos empujes respecto a la base de la estructura de contención se obtienen valores muy aproximados, lo cual puede explicar el porqué hasta la fecha permanecen estables muchas de las estructuras de contención que se han diseñado con base a los resultados otorgados por Rankine en su teoría clásica, puesto que es con valor de dicho momento con el cual se obtiene la cuantía de refuerzo en el diseño de estas estructuras. Por lo tanto, los valores de cuantías obtenidos por los métodos propuestos por Rankine y Terzaghi son muy aproximadas.

## 7.7 ANÁLISIS DEL EFECTO ARCO EN LOS SUELOS POR HANDY EN 1985

Posterior a la publicación de Terzaghi sobre el efecto arco en los suelos, pasaron mucho años para que se volvieran a hacer nuevas

investigaciones efectivas que trataran de explicar físicamente dicho fenómeno. Solo fue en el año 1985 en el cual Richard Handy publica un artículo titulado “The Arch in Soil Arching” dentro del cual hace algunas modificaciones a las hipótesis de Terzaghi, dentro de las cuales la más importante es aquella en la que considera el efecto de la rugosidad de la estructura de contención. Con esta modificación observa que el trabajo con un elemento diferencial horizontal de suelo no es el más adecuado, que, por el contrario, se debe trabajar con un elemento diferencial que siga la trayectoria de las direcciones principales de los esfuerzos y que para ello este elemento debería ser curvo con la forma de la catenaria, como se puede observar en la figura 7.20.



**Figura 7.20.** Elemento diferencial propuesto por Handy en su estudio. [FUENTE: Arch in Soil Arching. Handy (1985)]

Handy observó que el efecto arco en los suelos se desarrolla en dos etapas: la primera involucra la rotación de los esfuerzos principales adyacentes a la pared rugosa, lo que hace que la presión horizontal sobre la pared aumente considerablemente respecto a lo que dice la teoría clásica simulando la distribución de  $K_0$  sobre un relleno suelto. La segunda etapa reduce la presión del muro en su parte inferior generada por la curva típica de distribución centrada a una altura de 0.42 veces la altura del muro.

$$K_a = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} \quad (7.4)$$

El coeficiente “ $K$ ” de empuje fue obtenido experimentalmente por Marston en investigaciones anteriores a la de Handy fue definido por él como “ $K$ ” a diferencia de donde  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$  son los esfuerzos principales para los cuales no hay cortante.

Para obtener el coeficiente “ $K$ ” a partir de las tensiones principales, Krynine resolvió el problema usando el círculo de Mohr y llegó a la siguiente expresión. Se observa también que el valor de “ $K$ ” tiende a ser mayor que el valor de  $K_a$ , lo que genera inseguridad en el cálculo de presiones laterales sobre estructuras de contención.

Si se observa el círculo de Mohr de la figura 7.20, se pueden obtener de la figura las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_h = \sigma_1 \cos^2 \theta + \sigma_3 \sin^2 \theta \quad (7.5)$$

$$\tau = (\sigma_1 - \sigma_3) \sin \theta \cos \theta \quad (7.6)$$

$$\frac{\sigma_h}{\sigma_1} = \cos^2 \theta + K_a \sin^2 \theta \quad (7.7)$$

$$\sigma_h - \sigma_3 = \sigma_1 - \sigma_v \quad (7.8)$$

$$\frac{\sigma_v}{\sigma_1} = \sin^2 \theta + K_a \cos^2 \theta \quad (7.9)$$

De las ecuaciones anteriores resulta que

$$K = \frac{\sigma_h}{\sigma_v} = \frac{\cos^2 \theta + K_a \operatorname{sen}^2 \phi}{\operatorname{sen}^2 \theta + K_a \cos^2 \phi} \quad (7.10)$$

Para un muro liso  $\theta = 90^\circ$  y el valor de “K” es idéntico al expuesto en la teoría de Rankine, para un muro rugoso se tiene que

$$\theta = 45^\circ + \frac{\phi}{2} \quad (7.11)$$

El elemento diferencial en forma de arco tomado tiene la característica de que el esfuerzo de corte en sus extremos es nulo por el direccionamiento tomado en función de los esfuerzos principales. De esta forma, para proporcionar equilibrio en el elemento se requiere que los esfuerzos se mantengan constantes a lo largo del elemento diferencial. Si el elemento diferencial tiene uniformes la densidad y el espesor, la forma que genera este elemento es la catenaria (figura que se forma al colgar un cable de sus extremos).

La ecuación de la catenaria es

$$y = \frac{a}{2} \left[ e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right] \quad (7.12)$$

Donde “a” es el coeficiente y “x” es la distancia relativa desde la línea central del elemento diferencial cuyos límites son  $\pm 1$ .

Si derivamos la ecuación 7.12 obtenemos la pendiente de la tangente

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \left[ e^{\frac{x}{a}} - e^{-\frac{x}{a}} \right] = -\cot \theta \quad (7.13)$$

Donde el significado de  $\theta$  se observa en figura 7.20.

Para un completo desarrollo friccional en la pared del muro se tiene que

$$\theta_{\max} = \pm \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right) \quad (7.14)$$

cuando  $x = \pm 1$  haciendo posible la evaluación de “ $a$ ”.

Este efecto arco produce en las cercanías de los extremos del elemento diferencial un incremento del esfuerzo horizontal y un decremento del esfuerzo vertical.

De igual manera, a medida que aumenta el ángulo de fricción del suelo disminuye el tamaño del arco formado, lo cual contradice lo que puede pensarse a simple vista mediante un razonamiento rápido.

$$\text{Si se llama } \sigma_{\text{average}} = \sigma_{\text{av}} = \frac{V}{B}$$

Para ángulos entre  $10^\circ$  y  $40^\circ$  (que es un rango de valores muy aproximado para los suelos que se trabajan en la realidad) se obtiene una variación de  $\sigma_{\text{av}}/\sigma_1 = 0.94 - 0.95$ , en promedio  $\sigma_{\text{av}}/\sigma_1 = 0.946$ ; con esta relación se puede ajustar la ecuación 7.10 quedándonos la siguiente relación:

$$K_w = \frac{\sigma_h}{\sigma_{\text{av}}} = 1.06 (\cos^2 \theta + K_a \sin^2 \theta) \quad (7.15)$$

Este valor es entonces el valor que toma Handy para la resolución de sus ecuaciones dentro de su artículo y con el cual obtiene valores muy aproximados a los reales si se comparan con valores medidos en estructuras de contención.

Otro aspecto en el efecto arco, es el efecto acumulativo de la presión del suelo donde la fuerza de fricción reduce la fuerza vertical sobre el elemento.

$$V = \gamma B^2 \frac{1 - e^{-2K_w \mu \frac{h}{B}}}{2K_w \mu} \quad (7.16)$$

$\gamma$ : peso específico del suelo

$B$ : ancho elemento diferencial

$h$ : profundidad del elemento diferencial

$\mu$ : coeficiente de fricción del muro  $\mu = \text{Tan}\phi$

De esta misma forma se puede deducir que la presión lateral de empuje de suelo queda definida por la expresión

$$\sigma_h = \frac{\gamma B}{2\mu} \left[ 1 - e^{-2K_w \mu \frac{h}{B}} \right] \quad (7.17)$$

Si aplicamos las ecuaciones anteriores para encontrar el empuje lateral sobre una estructura de contención suponiendo una superficie de falla plana y que esta superficie se encuentra a una distancia  $B/2$  para cada uno de los elementos diferenciales a la profundidad indicada, se puede decir que los esfuerzos principales sobre este plano de falla son horizontales y verticales, respectivamente, tal como se observa en la figura 7.21.

$$\frac{d\sigma_h}{dh} = K_w \gamma e^{-2K_w \mu \frac{h}{B}} \quad (7.18)$$

$$B = (H - h) \tan\left(45 - \frac{\phi}{2}\right) \quad (7.19)$$

Si derivamos la ecuación 7.17 cuyo resultado se observa en la ecuación 7.18 y reemplazamos  $B$  como una función de la profundidad, tal como se indica en la ecuación 7.19 para proceder a integrar sobre toda la altura de la estructura de contención, nos queda que:

$$\sigma_h = \frac{\gamma}{\mu} (H - h) \tan\left(45 - \frac{\phi}{2}\right) \left[ 1 - e^{\frac{-K_w \mu}{\tan\left(45 - \frac{\phi}{2}\right)} \frac{h}{H-h}} \right] \quad (7.20)$$

$\mu = \text{Tan} \delta$  donde  $\delta$ : ángulo de fricción en el muro.

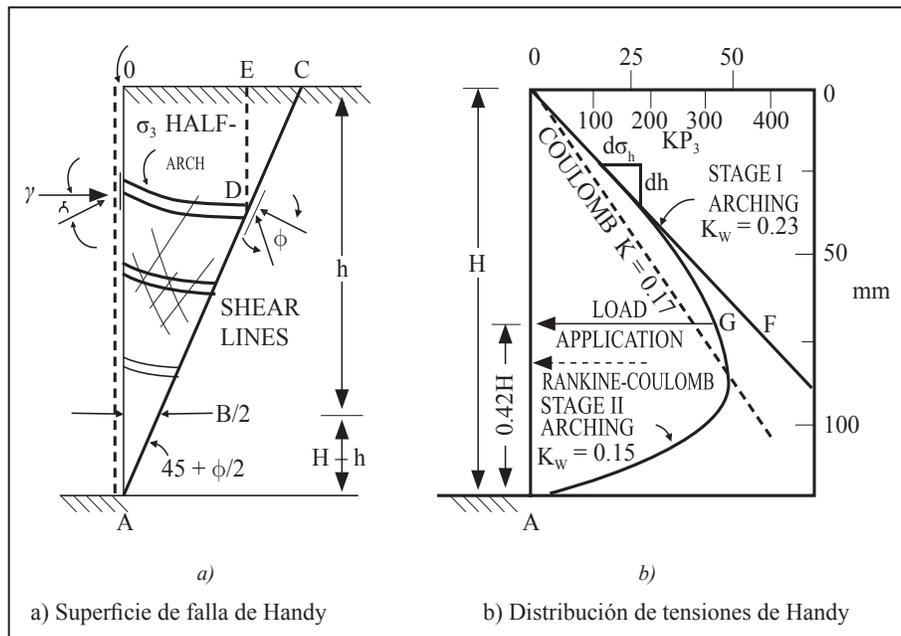
De acuerdo con esta ecuación, la presión en la parte inferior del muro es nula y no máxima como formulan las teorías clásicas.

En general la presión sobre la cara de un muro ayudado del efecto arco se presenta en dos etapas.

*Etapas 1:* se produce un asentamiento en la superficie del terreno que genera la acción de la fricción del muro incrementando la presión lateral relativa a la teoría de Coulomb, pero sin cambiar la forma de distribución lineal.

*Etapas 2:* una vez que se inicia la condición activa de empuje en el suelo, se reduce la presión en la parte inferior del muro y sube el centro de aplicación de la fuerza resultante de presión con respecto a la distribución hidrostática que se ubica a  $H/3$ .

Estas dos etapas son secuenciales y la etapa 2 no se puede desarrollar sin que primero ocurra la primera.



**Figura 7.21.** Superficie de falla y distribución de empuje propuesto por Handy. [FUENTE: Arch in Soil Arching. Handy (1985)]

En vista de la experiencia que han dado las medidas experimentales hay que tratar de dejar a un lado la aplicación de la fuerza a  $0.33H$ , como se realiza en las teorías clásicas y debemos aplicarla a  $0.42H$ , ya que esta suposición realizada por Rankine y Coulomb está por el lado de la inseguridad.

**Tabla 7.1.** Coeficiente de presión  $K$ , altura al centro de presión y momento respecto a la base del muro para un suelo con  $\Phi = 30^\circ$ . [FUENTE: Arch in Soil Arching. Handy (1985)]

Métodos de análisis	Ángulo de fricción de muro ( $\delta$ ), en grados					
	Liso ( $0$ )	$6^\circ$	$12^\circ$	$18^\circ$	$24^\circ$	Rugoso
<i>Coefficiente de presión <math>K</math></i>						
Rankine	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33
Coulomb	0,33	0,32	0,31	0,3	0,3	0,3
Etapa 1 Arco	0,33	0,35	0,36	0,38	0,41	0,51
Etapa 2 Arco	0,33	0,3	0,28	0,26	0,25	0,27
<i>Altura al Centro de Presión</i>						
Rankine	0,33H	0,33H	0,33H	0,33H	0,33H	0,33H
Coulomb	0,33H	0,33H	0,33H	0,33H	0,33H	0,33H
Etapa 1 Arco	0,33H	0,33H	0,33H	0,33H	0,33H	0,33H
Etapa 2 ARco	0,33H	0,33H	0,36H	0,38H	0,40H	0,42H
<i>Momento respecto a la base</i>						
Rankine	0,11H	0,11H	0,11H	0,11H	0,11H	0,11H
Columb	0,11H	0,11H	0,10H	0,10H	0,10H	0,10H
Etapa 1 Arco	0,11H	0,12H	0,12H	0,13H	0,14H	0,17H
Etapa 2 Arco	0,11H	0,10H	0,10H	0,10H	0,10H	0,11H

En la tabla 7.1, se puede observar que los valores de momento volcante en estructuras de contención debido al empuje propuesto por Handy tienden a ser menores en muros lisos que en muros rugosos en contradicción de la teoría convencional. Es importante también observar en la tabla que el momento flector respecto a la base permanece prácticamente invariable para muros en voladizo si se comparan los resultados obtenidos mediante el desarrollo del efecto arco con las teorías de Rankine y Coulomb.

Por lo cual se puede deducir que en muros rugosos con deformaciones permanentes es conveniente utilizar las teorías clásicas por simplicidad en el manejo de sus ecuaciones.

También el efecto arco nos ayuda a comprender el porqué se presenta el fenómeno de que los muros fallen por pandeo sobre la mitad de su altura en vez de fallar por su pata donde se espera el mayor momento flector, puesto que las disposiciones de refuerzo en muchos de ellos se han realizado sobre una posición de la resultante distinta a la de las teorías convencionales.

En muros de tierra reforzada, autores como Al-Hussaaini y Perry han encontrado en sus investigaciones que al aplicar una sobrecarga en la corona del muro las presiones en la parte central de la altura del muro crecían notablemente respecto a las predichas por Rankine y que las presiones sobre la base del muro eran mucho menores a las expuestas por estas teorías tradicionales.

## **7.8 ANÁLISIS DEL EFECTO ARCO EN LOS SUELOS POR HARROP EN 1989**

Continuando el estudio realizado por Handy en 1985, Kingsley Harrop en el año de 1989 publica un artículo titulado de igual forma a como lo hizo Handy en el año 1985 “Arch in Soil Arching”, y cuya principal función fue realizar algunas modificaciones a lo propuesto por Handy en el año 1985 e implementar algunas correcciones adecuadas para el desarrollo del análisis del efecto arco y cuya finalidad es la de encontrar una función matemática adecuada que determine el empuje sobre una estructura de contención en la cual esté involucrado el efecto de arco que se produce en el interior de la masa de suelo.

Dentro de las principales observaciones que hace Harrop en esta investigación se encuentra la corrección a la propuesta de Handy en el año 1985 que asume que la curva que describe el esfuerzo principal menor es una catenaria; dicha afirmación se debe a que él define que el elemento arco está limitado por superficies que se representan mediante planos principales cuyo esfuerzo cortante

es nulo; de esta manera por equilibrio de momentos se requiere que los esfuerzos sean constantes a lo largo del arco. Además, si el elemento tiene densidad y espesor uniforme a lo largo de él, la figura que formará el arco de esfuerzos principales será una catenaria. Pero Quinlan en 1987 determina que la forma del arco no puede ser la catenaria, y algunas de las razones que expone para afirmar esto son las siguientes:

Los esfuerzos tangenciales en una catenaria no son constantes. Para que el equilibrio de momentos se dé, se necesita que el arco tenga un centro de curvatura fijo, lo cual no ocurre en la catenaria. Para que esto suceda la curva debe tener la forma de círculo.

En oposición a la cadena sostenida en sus extremos, donde el peso actúa verticalmente el esfuerzo principal mayor actúa perpendicularmente al arco resultando condiciones de equilibrio que son diferentes a las que se requieren para la generación de la catenaria.

Lo que pretende con este Harrop es estudiar teóricamente la forma del arco que más se aproxime a la realidad en el interior de una masa de suelo. En la actualidad esa forma se identifica como una catenaria, pero para una consideración de esfuerzos constantes, esta forma del arco se puede aproximar mucho mejor a una figura circular.

Al desarrollar algunas ecuaciones de equilibrio para el siguiente elemento diferencial, tomado de la siguiente figura, se obtiene, después de realizar equilibrio de fuerzas en el elemento anterior, la siguiente ecuación:

$$y = \frac{\cosh(Ax) - 1}{A} \quad \text{ECUACIÓN OBTENIDA POR HANDY EN 1985} \quad (7.21)$$

$$\text{Donde } A = \frac{1}{aB} \quad (7.22)$$

$$a = \frac{1}{\sinh^{-1} \left[ \tan \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) \right]} \quad \begin{array}{l} \text{ECUACIÓN VÁLIDA SI SE} \\ \text{DESARROLLA LA FRICCIÓN EN} \\ \text{EL MURO} \end{array} \quad (7.23)$$

Se puede observar que esta ecuación es una buena aproximación para pequeños valores de  $S$  y representa el caso exacto si es  $\Delta\sigma_1$  despreciable y “ $r$ ” es asumido como independiente de  $S$ .

De esta forma la catenaria se obtiene cuando el esfuerzo principal mayor es despreciable y solo se considera el peso del elemento.

Si el peso es despreciable y sólo se considera  $\Delta\sigma_1$  se obtiene como resultado la nueva ecuación:

$$y = \frac{1 - \sqrt{1 - (Ax)^2}}{A} \quad (7.24)$$

que en realidad corresponde a un círculo con radio  $1/A$  y centro  $(0, 1/A)$ .

El cual si es comparado con la forma de catenaria se observa una gran aproximación dentro de la zona de interés.

$$\text{Donde: } A = \frac{1}{B} \operatorname{senh}^{-1} [\operatorname{Tan}(\alpha_w)] \quad (7.25)$$

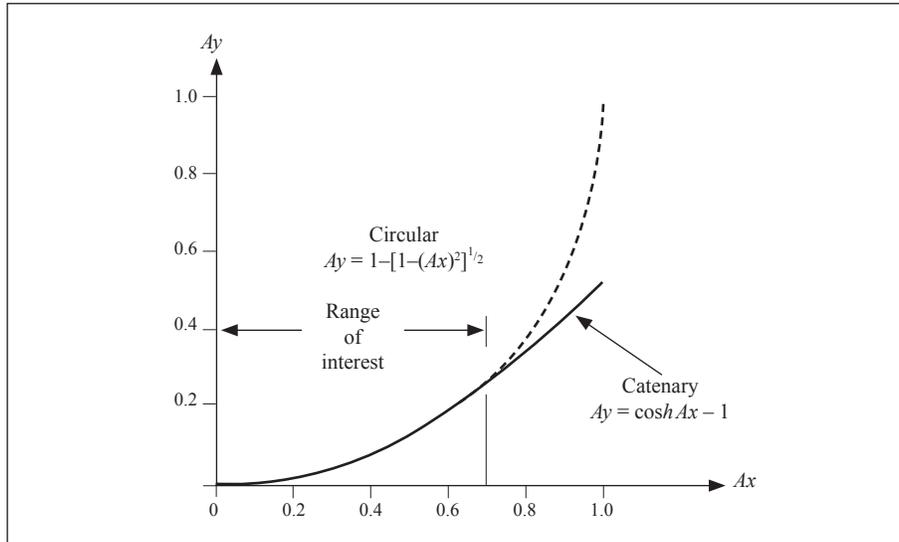
$\alpha_w$ : valor de  $\alpha$  en contacto con el muro.

Para muros lisos  $\alpha_w = 0$

Para muros rugosos  $\alpha_w = 45^\circ - \frac{\phi}{2}$

Por lo cual el valor de  $Ax$  siempre es menor de 0.7 para valores de  $\phi > 15^\circ$  (que es lo más común para los suelos con los que se trabaja en la realidad). Por lo tanto para dicho rango la catenaria y el círculo son muy parecidos, tal como se puede observar en la figura 7.22.

Handy en su ecuación asume que la relación de esfuerzos es constante a lo largo del arco, en otras palabras que  $\sigma_3/\sigma_1 = K_a$ . Esto puede ser justificado si el arco es muy próximo a lo circular. El equilibrio de momentos con respecto al centro de un elemento cualquiera de un arco circular requiere que  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$  sean constantes a lo largo del arco.



**Figura 7.22.** Comparación de resultados entre catenaria propuesta por Handy (1985) y la sección circular por Harrop (1989). [Fuente: Arch in Soil Arching. Harrop (1989)]

Como conclusión principal se tiene que la curva que describe el esfuerzo principal menor detrás de un muro de contención es teóricamente muy próxima a una catenaria tal como lo asume Handy, pero ésta a su vez es muy aproximada a un círculo que asume que los esfuerzos principales mayor y menor son constantes a todo lo largo del arco.

De aquí en adelante las investigaciones más importantes sobre el fenómeno del efecto arco en los suelos ya no se observan de una forma tan general de los conceptos como se ha explicado anteriormente, sino que por el contrario se comienza a observar el fenómeno de una manera mucho más detallada para los diferentes posibles casos prácticos en los que se pueda presentar un redistribución de tensiones en el interior de la masa de suelo.

Una de las referencias que toma como base las investigaciones anteriormente descritas y que se refiere a la distribución activa de tensiones sobre una estructura rígida de contención es la expuesta por

Salgado et al. en el año 2002, y en la cual apoya sus resultados con mediciones en el terreno sobre las cuales se observa una muy buena aproximación numérica.

## **7.9 ANÁLISIS DEL EFECTO ARCO EN LOS SUELOS POR SALGADO EN 2002**

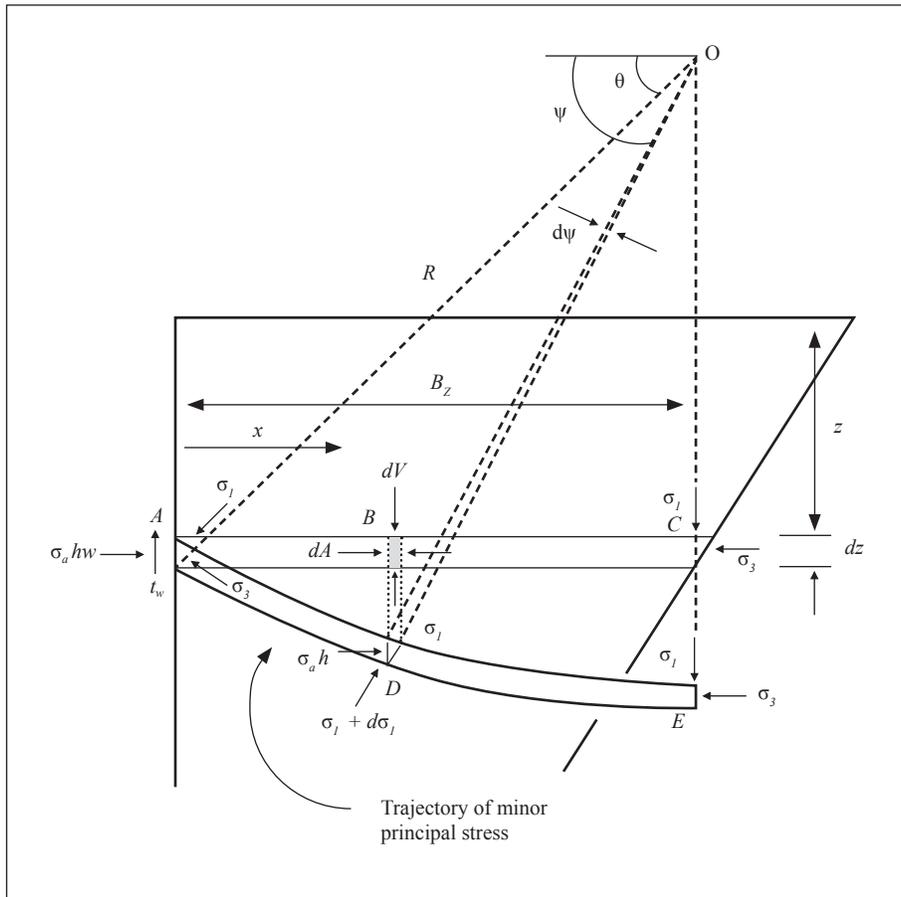
En esta investigación, Salgado recuerda que la distribución del empuje activo de tierra tras un muro rígido es no triangular, pero al mismo tiempo presenta una no linealidad debido al efecto arco que se produce en el suelo de relleno.

Para Salgado, arco es una palabra que sugiere una redistribución de esfuerzos, mediante la cual estos son transferidos alrededor de una región de una masa de suelo en movimiento hacia otra región que permanece estática, lo cual entonces hace disminuir los esfuerzos sobre la región de suelo móvil.

Basado en la teoría de Janssen's, Spangle&Handy (1984) y Wang (2000) que propusieron ecuaciones para calcular la distribución no-lineal de empuje activo para paredes rígidas y al mismo tiempo Handy (1985) y Harrop-Willimas (1989) proponen un coeficiente  $K_{aw}$  y una ecuación para calcular el empuje no-lineal. Sin embargo, Salgado observa que estas ecuaciones tienen una limitación considerable, ya que ellas no toman en cuenta un apropiado coeficiente de empuje lateral a pesar de que este coeficiente tiene un efecto significativo en la magnitud y distribución del empuje lateral. Por lo tanto, no es posible estimar la altura de aplicación del empuje lateral usando dichas formulaciones. Adicionalmente Wang (2000) en sus formulaciones estima un empuje activo total igual al calculado por Coulomb en su teoría clásica, sin embargo, esta solución no es exacta y no garantiza que la fuerza activa total sea precisa.

Según Terzaghi (1943) la superficie de deslizamiento de un talud depende de la rugosidad del muro. Si  $\delta = 0$  la superficie de falla es un plano, pero para muros rugosos ( $\delta \neq 0$ ) la superficie es curva. La distribución de presiones también depende de la forma o tipo de

deformación permitido en el muro. Observar comportamiento de las gráficas en la figura 7.23.



**Figura 7.23.** Elemento de suelo según Salgado et al. (2002). [FUENTE: Estimation of active earth pressure against rigid retaining walls considering arching effects].

Utilizando un nuevo elemento diferencial se llega a la siguiente formulación:

$$K_{awn} = \frac{\sigma_{ahw}}{\sigma_v} = \frac{3(N \cos^2 \theta + \text{sen}^2 \theta)}{3N - (N - 1) \cos^2 \theta} \quad (7.26)$$

Que es diferente a la propuesta de Handy (1985). Esta nueva formulación es igual a 1.0 para  $\delta = 0^\circ$  y combina perfecto con la teoría de Rankine cuando  $\delta = 0^\circ$ . De igual forma la ecuación para calcular el empuje sobre el muro queda definida por

$$\sigma_{ahw} = \frac{\gamma HK_{awn}}{1 - K_{awn} \tan \delta \tan \alpha} \left[ \left(1 - \frac{z}{H}\right)^{K_{awn} \tan \delta \tan \alpha} - \left(1 - \frac{z}{H}\right) \right] \quad (7.27)$$

Con esta fórmula el resultado del empuje en la base del muro es cero, diferente a lo que dice la teoría clásica.

De igual forma la magnitud de la fuerza de empuje está dada por

$$P_{ah} = \frac{\gamma H^2}{2} \frac{K_{awn}}{1 + K_{awn} \tan \delta \tan \alpha} \quad (7.28)$$

$$P_a = \frac{P_{ah}}{\cos \delta} \quad (7.29)$$

y la posición de aplicación de esta fuerza esta dada por la siguiente ecuación:

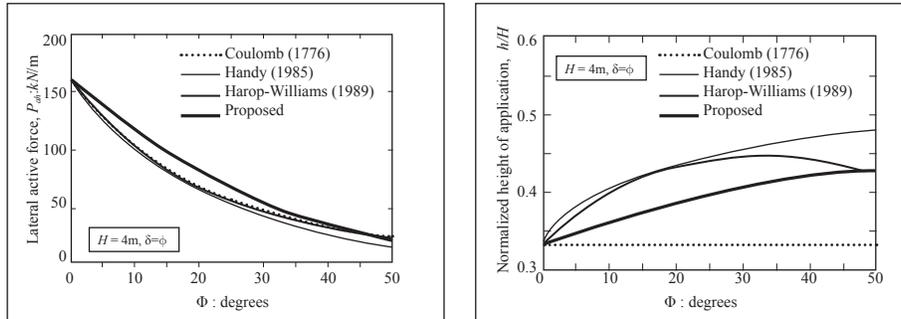
$$h = \frac{M}{P_{ah}} = \frac{2(1 + K_{awn} \tan \delta \tan \alpha)}{3(2 + K_{awn} \tan \delta \tan \alpha)} \quad (7.30)$$

De acuerdo con la ecuación anterior para  $\delta = 0^\circ$  se obtiene la posición indicada por Rankine.

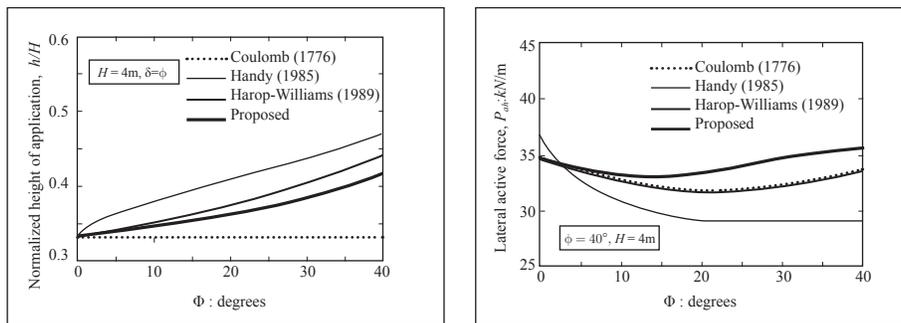
Observar el comportamiento de la figura 7.24 para variaciones con el ángulo de fricción y la figura 7.25 para variaciones de la fricción del muro.

Se observa que el empuje lateral tiene un valor que depende de la altura misma, aunque la forma de los gráficos  $z/H$  vs  $P_a$  tienen la misma forma para diferentes alturas de muro.

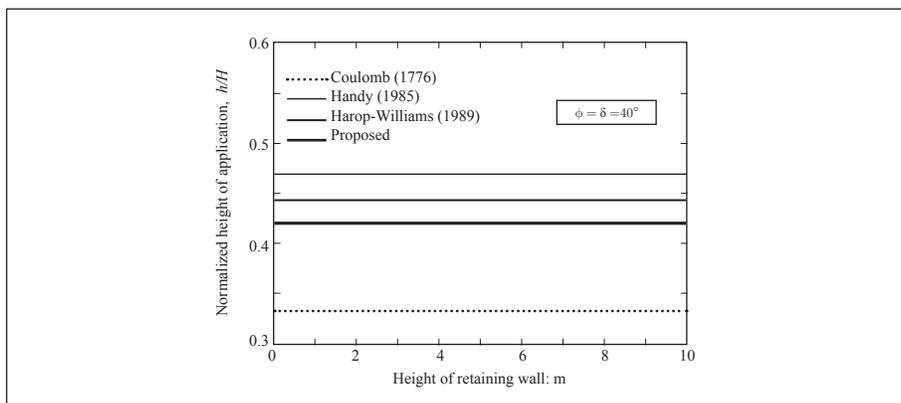
De esta forma también se observa que es para todos los modelos estudiados el valor de  $P_a$  es proporcional al valor de  $H^2$  tal como



**Figura 7.24.** Comparación métodos variando el ángulo de fricción del suelo. [FUENTE: Estimation of active earth pressure. Salgado (2002)]



**Figura 7.25.** Comparación métodos variando el ángulo de fricción del muro. [FUENTE: Estimation of active earth pressure. Salgado (2002)]



**Figura 7.26.** Comparación métodos para aplicación de la resultante de presiones. [FUENTE: Estimation of active earth pressure. Salgado (2002)]

dicen también las teorías clásicas, y al mismo tiempo la posición relativa del punto de aplicación de la fuerza ( $h$ ) es independiente de la altura del muro como puede observarse en la figura 7.26.

Para valores medidos en terreno se observa que el modelo que más se aleja es el de Handy (1985) y que la que más se aproxima es la que utiliza las ecuaciones formuladas por Salgado en esta investigación.

Comparando la altura de aplicación de la resultante se observa que en los valores medidos a diferencia de los valores teóricos tiende a decrecer mientras se incrementa la altura del muro. Esto se debe probablemente a la reducción de la dilatancia y reducción del ángulo de fricción del suelo ( $\emptyset$ ) con la altura de confinamiento impuesta por un muro más alto.

Los puntos de aplicación calculados en esta investigación son bastante parecidos a los medidos en terreno. Los valores propuestos por Coulomb se encuentra por debajo, y Handy y Harrop se encuentran por encima de los valores medidos. El valor de  $K_{aw}$  disminuye a medida que se incrementa el valor del ángulo de fricción del suelo ( $\emptyset$ ) y no presenta cambio considerable con el cambio del valor de fricción entre la estructura de contención y el suelo ( $\delta$ ). Para  $\delta = 0^\circ$  se observa que se cumple con exactitud lo dicho por Rankine. El mayor valor para la altura del punto de aplicación de la resultante de empujes sobre el muro ( $h$ ) según esta investigación es de  $0.43H$  que se obtiene con un valor de  $\emptyset = 50^\circ$  y  $\delta = \emptyset$ .

Como conclusión importante dentro de esta investigación, Salgado determina que la distribución de empuje lateral tiene forma no-lineal y depende básicamente del tipo de movimiento que se presente en el muro o estructura rígida de contención, lo cual se debe fundamentalmente al efecto arco del suelo que se desarrolla, gracias a la resistencia friccional entre el muro y el suelo.

## 7.10 CONCLUSIONES

El efecto arco es uno de los fenómenos más comunes en el suelo, observado tanto en el laboratorio como en el campo práctico.

La distribución del empuje activo de tierra tras un muro rígido no es triangular como suponen las teorías clásicas, su distribución es no lineal debido al efecto arco en el relleno.

La distribución de presiones también depende de la forma o tipo de deformación permitido en el muro.

El empuje en la base de una estructura de contención es cero y no máximo como dicen las teorías clásicas.

La presión lateral de empuje de tierras disminuye a medida que se incrementa el valor del ángulo de fricción del suelo.

El punto de aplicación de la fuerza de presión para todos los estudios realizados oscila entre  $0.33H$ - $0.47H$ , el valor de  $0.33H$  corresponde a suelos con ángulos de fricción muy pequeños y al mismo tiempo la mayoría de los modelos analizados en este artículo se aproximan a  $0.43H$  para valores de ángulo de fricción altos.

La magnitud de la presión lateral de empuje de tierras es proporcional a  $H^2$  para todos los modelos vistos en este artículo y al mismo tiempo la altura de posición relativa de la resultante de presiones es independiente de la altura del muro.

Para valores medidos en terreno se observa que el modelo que más se aleja es el de Handy (1985) y que la que más se aproxima es la que utiliza Salgado (2002).

Se observa que la altura de aplicación de la resultante para los valores medidos a diferencia de los valores teóricos tiende a decrecer mientras se incrementa la altura del muro.

## 7.11 BIBLIOGRAFÍA

HANDY, R. L. (1985) Arch in soil arching. Journal of Geotechnical Engineering, Vol.111, N°3, 302-320.

KINGSLEY HARROP, W (1989) Arch in soil arching. Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 115, N°3, 415-419.

MEDINA, C.L. (2003) Estudio del Efecto Arco Aplicación a Problemas de Ingeniería Geotécnica. Informe de Memoria de Título, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile, Chile.

- PAIK, K.H; SALGADO, R. (2003) Estimation of active earth pressure against rigid retaining walls considering arching effects. *Geotechnique*, Vol.53, N°7, 643-653.
- SOTO, C.A. (2003) Efecto de Arco. Aplicación en Conductos Subterráneos. Informe de Memoria de Título, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Concepción, Chile.
- TERZAGHI, K. (1949) *Mecánica Teórica de Suelos*, Traducción al Español, Segunda Edición, ACME AGENCY. Argentina.



Tercera parte

.....  
Nuevos materiales  
compuestos o alternativos



## CAPÍTULO 8

# MATERIALES COMPUESTOS A BASE DE FERROCEMENTO Y MATERIAL VEGETAL

*Daniel Alveiro Bedoya Ruiz<sup>1</sup>*

*Juan Camilo Aldana Barrera<sup>2</sup>*

*Leonardo Ávila Vélez<sup>3</sup>*

### 8.1 INTRODUCCIÓN

Una de las preocupaciones actuales de la sociedad es la escasez de fuentes de explotación para la elaboración de materiales convencionales en la construcción de vivienda. En la mayoría de las industrias productoras de materiales para la construcción, se genera una importante afectación al medio ambiente, minimizando la sostenibilidad del entorno habitacional. Adicionalmente, existe un llamado en la comunidad mundial por el respeto al medio ambiente y la generación de vivienda digna en aquellas comunidades lejos de los privilegios de los rascacielos (erradicación de barrios de tugurios) [[www.un.org](http://www.un.org)].

Pensado en ello, muchas investigaciones caminan, aunque con la meta no muy próxima, en busca de materiales que respeten el medio ambiente, que sean sostenibles y que permitan generar construcciones dignas, resistentes, económicas y seguras, ante acciones naturales como sismo y viento [<http://www.casasdeferrocemento.com>].

<sup>1</sup> Ingeniero Civil, Especialista en estructuras, Doctor en Ingeniería Sísmica y Dinámica Estructural. Profesor Universidad de Medellín, Programa Ingeniería Civil. Correo electrónico: [dabedoya@udem.edu.co](mailto:dabedoya@udem.edu.co)

<sup>2</sup> Ingeniero Civil, Especialista en Economía. Profesor Universidad de Medellín, Programa Ingeniería Civil. Correo electrónico: [jaldana@udem.edu.co](mailto:jaldana@udem.edu.co)

<sup>3</sup> Ingeniero Civil, Joven Investigador COLCIENCIAS. Universidad de Medellín. Correo electrónico: [leoavila5@hotmail.com](mailto:leoavila5@hotmail.com)

Ante esta situación existe actualmente un especial interés por estudiar otras fuentes de materiales para la industria de la construcción menos agresivas con el entorno. Entre estas fuentes se encuentra los residuos naturales provenientes de la producción agroindustrial donde actualmente existe una gran producción [Mejía, 2007]. Algunas investigaciones en Puerto Rico, España y Brasil han generado viviendas ecológicas a partir de materiales de residuos agroindustriales. La utilización de estos residuos ha permitido disminuir los consumos de energía y cuidar el medio ambiente.

Los materiales compuestos tipo sándwich son comunes en el mercado actual de la construcción, teniendo aplicación en paredes, losas y cubiertas de vivienda. Algunos materiales empleados para el núcleo han sido cámaras de aire, poliuretano, poliestireno expandido, fibra de vidrio, lana de roca, polietileno reticulado entre otros [El Debs, 2000]. Pero la gran mayoría de estos materiales con el tiempo presentan un alto nivel de contaminación y una gran demanda de consumo de energía para su producción. De igual manera se encuentran los materiales tipo sándwich hechos con cortezas de asbesto cemento. El asbesto cemento afecta el medio ambiente y la salud, por lo que en algunos países está prohibido [Celano et al, 2004].

Los compuestos tipo sándwich elaborados con núcleo de poliestireno y una corteza de ferrocemento han presentado propiedades estructurales elevadas [Naaman, 2000]. El ferrocemento como material de construcción es conocido desde el siglo XIX. Este material es un tipo de hormigón armado de pared delgada, habitualmente construido con mortero de cemento y reforzado con capas de malla de alambre continuas, de pequeño calibre y ocasionalmente barras de acero de armazón. Los paneles de ferrocemento tipo sándwich aparecen como una alternativa para la generación de vivienda. El material compuesto proporciona resistencia y aumenta el aislamiento térmico-acústico de la edificación.

El uso de desechos de materiales vegetales podría generar núcleos de espesores considerables, aumentando el aislamiento térmico y acústico del material compuesto. La generación de un elemento

compuesto tipo sándwich a base de material vegetal y ferrocemento puede representar una alternativa para la construcción. La utilización de residuos de materiales vegetales disminuye el consumo de energía, respeta el medio ambiente y presenta buenas propiedades estructurales [Bedoya et al, 2007].

En este capítulo, enuncian los materiales compuestos tipo sándwich y sus aplicaciones en sistemas constructivos. Se hace una breve descripción acerca de los estudios hechos a paneles de material vegetal. Se realiza una campaña experimental sobre paneles de ferrocemento tipo sándwich aligerados con estos núcleos. Finalmente, se concluye que estos paneles tienen buen comportamiento mecánico y capacidad para resistir cargas, constituyendo una fuente alternativa y económica para la construcción de vivienda con muros tipo sándwich.

## **8.2 MATERIALES COMPUESTOS**

Los materiales compuestos han sido utilizados durante muchos años, y como muestra de ello están, por ejemplo, el hormigón armado, el ferrocemento, las llantas neumáticas y los conglomerados de material vegetal, los cuales son de uso cotidiano para cualquier persona que se movilice en auto o que habite o trabaje en una construcción hecha con estos materiales.

Hoy en día se vienen generando nuevas familias de materiales compuestos con mayores bondades estructurales que permiten mayores usos de aplicación en el campo de la construcción. Los materiales compuestos son de gran importancia para aplicaciones estructurales cuando se desean índices mayores de resistencia-peso y rigidez-peso que los que se pueden obtener con los materiales tradicionales, caso este cuando las estructuras están sometidas a acciones aleatorias.

Los materiales compuestos se clasifican en siete combinaciones básicas y tres formas primarias, las categorías de los materiales: metal-metal, metal-inorgánico, metal-orgánico, inorgánico-inorgánico,

inorgánico-orgánico, orgánico-orgánico, metal-inorgánico-orgánico; en estos casos, inorgánico se aplica a materiales inorgánicos no metálicos, tales como cerámicas, vidrios y minerales. Con estas designaciones no se pretende delimitar el número de fases incluidas en un compuesto; así, por ejemplo, la categoría metal-orgánico comprende compuestos con dos fases metálicas y una fase orgánica, o compuestos de cuatro fases que tiene dos componentes metálicos y dos orgánicos [Merritt, 1996]. Hoy en día las combinaciones entre estas categorías son usuales.

Entre las formas primarias de las estructuras compuestas se tienen los sistemas matriciales, los laminados y las estructuras emparedadas, como se ilustra en la figura 8.1.

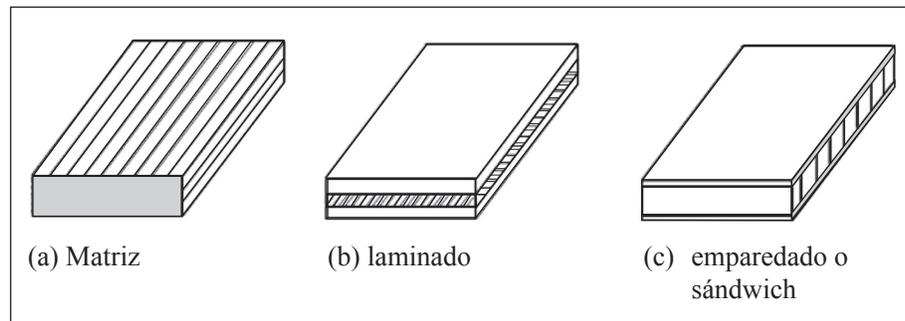


Figura 8.1. formas primarias de las estructuras compuestas. [FUENTE: propia].

Los sistemas matriciales se caracterizan por una fase discontinua tal como partículas, hojuelas, fibras o combinaciones de ellas, en una fase continua o matriz. Los más importantes son el hormigón reforzado con acero y los que contienen material fibroso o tejidos de malla. Entre las fibras se puede encontrar fibras de acero, de polímeros, de plástico o material vegetal, que aumentan la resistencia y mejoran su desempeño estructural. La matriz aglutinante proporciona rigidez y resistencias transversales y transfiere los esfuerzos a las fibras o mallas embebidos en esta. Es importante la interacción entre las fibras y la matriz; debido a la concentración de deformaciones y agrietamiento locales, los cuales se deben considerar en el análisis

y diseño del material. Los rellenos con agregados en los materiales compuestos deben considerar el tamaño, la forma y la distribución del agregado en la matriz. La granulometría del material de relleno en la pasta aglutinante determina la consistencia, las propiedades de la mezcla, el empaquetamiento y las propiedades mecánicas finales del material compuesto

Los materiales compuestos laminados u ortotrópicos se caracterizan por tener diferentes resistencias en las tres direcciones principales del compuesto. Se generan a partir de la unión de dos capas o más. Habitualmente, el reforzamiento no es tan importante como otros requisitos estructurales que se le exigen a estos compuestos.

Los sistemas emparedados o sándwich tienen como principal objetivo brindar un mejor rendimiento estructural. Para ello el núcleo se separa y estabiliza a las caras contra el pandeo por compresión en los bordes, torsión o flexión. Otras consideraciones como la resistencia al calor y la acústica determinan la elección de los materiales componentes de los sistemas emparedados. Los núcleos suelen ser de materiales livianos y de formas tipo panal. Algunos materiales utilizados para éste han sido el metal, el plástico reforzado con fibra de vidrio o papel impregnado con resinas, espumas plásticas o cerámicas o residuos derivados de la madera, entre otros. La corteza o las caras de los materiales tipo sándwich suelen ser de menor espesor que el núcleo y con materiales de elevadas propiedades estructurales (hormigones, morteros o compuestos de polímeros reforzados con fibras). Las propiedades de la estructura como resistencia y rigidez se pueden determinar a partir de las propiedades de la corteza y el núcleo.

Los modos de falla exhibidos por este tipo de materiales dependen del tipo de carga y el tipo de núcleo. Algunos de los tipos de falla estudiados son: pandeo simple, en el cual el núcleo y las caras fallan como unidad; falla de torsión por esfuerzo cortante en el cual el compuesto falla como unidad; formación de depresiones en la cara, con lo cual la cara se pandea entre los puntos de sujeción al núcleo; y arrugado de la cara en que la cara se separa del núcleo o se sume en él.

### 8.2.1 Núcleo

Además de los materiales mencionados anteriormente para la construcción de núcleos de materiales compuestos tipo sándwich y con la finalidad de reducir algunos impactos que estos generan durante su producción al medio ambiente y a la salud, hoy en día se vienen investigando otros tipos de materiales de origen vegetal para la elaboración de núcleos o elementos no estructurales en la construcción [Lorenzana, 2004].

Los materiales naturales han sido los primeros en la ingeniería del hombre para solucionar sus problemas de habitabilidad, en parte debido a que en algunos casos estos proporcionan los aislamientos y condiciones necesarias para generar un entorno agradable. En la Antigüedad eran prácticamente los únicos, y en la actualidad son una base fundamental para la creación de nuevos materiales y compuestos en donde la utilización de los mismos es muy general.

Los residuos vegetales procedentes de las industrias de madera o de los campos agrícolas han sido poco utilizados como material para la construcción. En las últimas décadas se han desarrollado algunas investigaciones con la finalidad de determinar su viabilidad como material de construcción [Pilar, 2004; Celano, 2004; Rivorola, 2006]. La industria de la madera viene en un continuo crecimiento generando grandes residuos, tales como astillas, troncos, tablas, aserrín y principalmente viruta. Algunos materiales para la construcción han sido obtenidos a partir de viruta de madera, cemento y aglutinantes naturales y artificiales. El conglomerado permitió la fabricación de placas rígidas y flexibles, bloques y piezas huecas; todos ellos utilizados en la construcción actual. Estos materiales a base de madera y cemento han presentado buenas propiedades termo-acústicas y fácil manipulación en la construcción [Díaz-Parralejo, 2003; Jacobo, 2004; Lorenzana, 2004; Celano, 2006; Rivorola, 2006].

En los países productores de arroz, café, banano, caña de azúcar, frutas y similares, se genera una gran cantidad de residuos derivados de estos productos agrícolas. La cascarilla de arroz y café, las cáscaras

de frutos secos, las hojas y el tronco del banano, el bagazo de la caña de azúcar, como residuos han sido estudiados para generar elementos de construcción [Amigó, et al., 2007].

El papel es un derivado de la madera obtenido a partir de varios procesos industriales y es altamente reciclable, pero con fines de obtener nuevamente papel, lo que ha minimizado las investigaciones acerca de sus usos en la construcción. Sin embargo, existen algunas aplicaciones en la industria de la construcción donde el papel es el material principal [[www.clarin.com/diario](http://www.clarin.com/diario)].

A partir de estas investigaciones y los resultados obtenidos se encuentra que los materiales naturales (vegetales) pueden ser una fuente alternativa y sostenible para la generación de materiales compuestos tipo sándwich.

### **8.2.2 Corteza estructural**

Dentro de los materiales utilizados para la elaboración de la corteza o envoltura del núcleo se encuentran: la madera, el asbesto cemento, compuestos de polímeros reforzados con fibras, el ferrocemento, el hormigón reforzado, entre otros. La madera ha sido utilizada en emparedados con un núcleo vacío (aire). El asbesto cemento se desarrolló en la década de los 60 como un material revolucionario por ser multiuso, económico en la producción y de fácil mantenimiento. Sin embargo, se desconocía que con el tiempo este envejece ocasionando el desprendimiento de micropartículas tóxicas que producen cáncer en las vías respiratorias, por lo tanto fue prohibido. Los compuestos híbridos reforzados con fibras de polímeros aglutinados con matrices inorgánicas presentan altas resistencias estructurales, pero hasta el momento son altamente costosos y demandan gran cantidad de energía para su producción.

Los materiales compuestos tipo sándwich generados a partir de una corteza de ferrocemento y núcleos de poliestireno han tenido aplicaciones en la construcción tales como paredes, losas y cubiertas. Estudios experimentales han mostrado que el material ferrocemento resulta más pesado que el asbesto-cemento, pero

estructuralmente posee mayor resistencia y ductilidad bajo diferentes tipos de carga. El asbesto cemento es un material resistente y frágil. El hormigón reforzado también ha sido utilizado para generar elementos compuestos tipo sándwich [Naaman, 2000; El-Debs, 2001].

El ferrocemento como material de pared delgada ha mostrado tener un comportamiento de elevadas propiedades estructurales y baja vulnerabilidad ante movimientos sísmicos cuando es empleado como material de construcción [Bedoya, 2005]. Adicionalmente, las investigaciones realizadas en materiales compuestos tipo sándwich utilizando cortezas de ferrocemento han dejado ver las bondades del material en cuanto a resistencia, ductilidad, durabilidad, economía y facilidades constructivas [Naaman, 2000; El-Debs, 2001].

### **8.2.3 Sistemas constructivos**

En varios países se han desarrollado diferentes sistemas constructivos a partir de elementos compuestos tipo sándwich o emparedado. En Bélgica se desarrolló un sistema constructivo a partir de tableros de madera cubiertos con mallas de acero galvanizado. Estos son fijados a un pórtico de acero por ambos lados quedando un vacío al interior. Posteriormente es impregnado con mortero. Este sistema presenta una cámara de aire que genera aislamiento y es utilizado para la construcción de viviendas de un piso [El-Debs, 2000].

En Estados Unidos se generó un sistema de construcción de viviendas de uno y dos pisos a partir de un núcleo de poliuretano, el cual le da la forma al material compuesto; este núcleo es cubierto por dos capas de malla soldadas de acero, interconectadas con alambres que atraviesan el núcleo resultando un arreglo tridimensional. Los paneles son ensamblados en sitio y el mortero es colocado en toda la superficie. Los espesores de la corteza compuesta por mallas y mortero es de aproximadamente 12.7 mm. En Italia, se desarrolló un sistema similar a éste. El núcleo es reemplazado por poliestireno

expandido. Las mallas tienen aberturas mayores y el mortero es lanzado y contiene fibras de polipropileno.

Actualmente se ha investigado el comportamiento mecánico de paneles de ferrocemento tipo sándwich utilizando núcleos de poliuretano y poliestireno expandido y diferentes números de capas de mallas metálicas y plásticas. Se han estudiado varios espesores para los elementos compuestos y diferentes dosificaciones para la elaboración del mortero. Los resultados obtenidos, bajo diferentes condiciones de carga mostraron el buen comportamiento del material compuesto, por lo que ha sido propuesto como material de construcción para casas de un piso [Naaman, 2000; El-Debs, 2000].

Otro aspecto importante en la generación de elementos compuestos tipo sándwich es el aislamiento termo-acústico. Las ondas acústicas y térmicas deben pasar por varios medios, así, la densidad y las propiedades de sus materiales constitutivos determinan la respuesta termo-acústica del compuesto. Los materiales compuestos tipo sándwich fabricados con los materiales descritos anteriormente han presentado un buen comportamiento termo-acústico y mejorado la habitabilidad y el confort de la edificación.

### **8.3 COMPORTAMIENTO EXPERIMENTAL DE LOS COMPUESTOS DE FERROCEMENTO Y MATERIAL VEGETAL**

Los materiales compuestos tipo sándwich son considerados una buena alternativa para la construcción de sistemas de vivienda [Naaman, 2000]. Las aplicaciones se han hecho a partir de materiales como la madera, el asbesto cemento, compuestos de polímeros reforzados con fibras, hormigón, ferrocemento y núcleos de diferentes materiales. La resistencia final y el comportamiento mecánico de los paneles tipo sándwich son una función del espesor de la corteza, del número de capas de malla y la resistencia del mortero y la malla.

Los compuestos de ferrocemento tipo sándwich se han generado a partir de un núcleo aligerado de material vegetal o derivados de este, y una corteza estructural a base de ferrocemento. Se realizaron ensayos a los núcleos de material vegetal y al poliestireno expandido, al mortero, a la malla y finalmente a los compuesto sándwich de ferrocemento, con la finalidad de comprender mejor su comportamiento estructural y la viabilidad de su utilización en la construcción.

### **8.3.1 Núcleo de material vegetal**

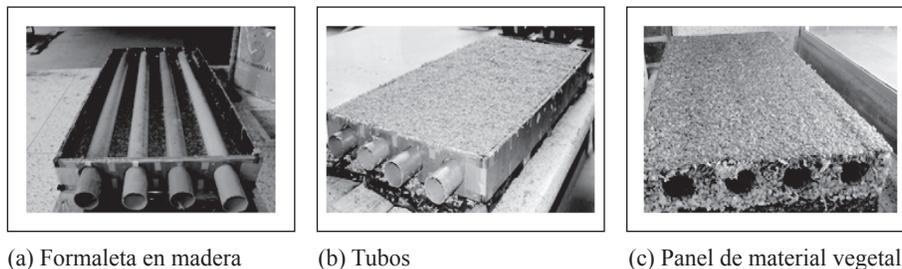
Los materiales vegetales seleccionados para la construcción de los núcleos fueron: viruta, cascarilla de arroz combinada con cascarilla de café, el papel como derivado final de la madera y el poliestireno expandido como material industrializado. Estos materiales son los residuos de procesos industriales para obtener productos agrícolas en zonas de siembra de arroz, café y madera (aserríos). Inicialmente, se prefirió una granulometría heterogénea y natural para la viruta y las cascarillas. Se evitó para la viruta la presencia de tamaños muy pequeños (sin aserrín) o astillas de madera. Las cascarillas de arroz y café fueron trabajadas al natural y conjuntamente; se mezclaron como un solo material vegetal en una proporción 1:1, en peso. El papel habitualmente proviene de diferentes fuentes, en este caso de empresas recicladoras de la ciudad. Para este se tomó la granulometría suministrada por la empresa proveedora (tirillas de corta longitud). Para proponer estos materiales también se estudió con la literatura posibles propiedades termo-acústicas que podrían presentar estos residuos.

Para la elaboración del conglomerado del núcleo del material vegetal se tomaron las proporciones encontradas como óptimas en las investigaciones adelantadas por Bedoya et al (2007). En la tabla 8.1, se muestra un resumen de las dosificaciones, el tipo de aglutinante, el tiempo de secado a una temperatura de 60 grados y la densidad de los paneles que conforman el núcleo del compuesto tipo sándwich.

**Tabla 8.1.** Proporciones materiales para el núcleo [FUENTE: propia]

<i>Material</i>	<i>Tipo de aglutinante</i>	<i>Dosificación aglutinante:agua</i>	<i>Tiempo secado al horno (día)</i>	<i>Densidad (kg/m<sup>3</sup>)</i>
Viruta	Aglutinante # 5	1 : 2	4	240,56
Papel	Aglutinante # 5	1 : 5	7	301,9
Cascarilla de arroz y café 1:1	Aglutinante # 4	1 : 1	4	308,4
Poliestireno	NA	NA	NA	10,38

Para estudiar las propiedades a flexión de los núcleos se construyó una serie de paneles de viruta, cascarillas, papel y poliestireno. Se elaboraron tres paneles con cada uno de los materiales. Para la fabricación se utilizaron formaletas de madera de 410 mm de ancho por 860 mm de largo y 80 mm de espesor (ver figura 8.2a). Con la finalidad de obtener un material aún más liviano, se colocaron cuatro tubos de 50 mm de diámetro en la mitad del espesor del panel y en la dirección que se muestra en la figura 8.2 a y b. El material vegetal se construyó en dos capas para permitir la colocación de los tubos. La compactación hecha al conglomerado fue mínima; buscando poca adhesión entre los trozos de material vegetal y un conglomerado más liviano, menos compacto y quizá mejor aislante. La figura 8.2 muestra el proceso constructivo.

**Figura 8.2.** Construcción de paneles de material vegetal. [FUENTE: propia].

Todos los núcleos de material vegetal fueron ensayados a flexión de acuerdo con las normas existentes para los materiales tradicionales. En la tabla 8.2, se presentan los resultados promedio del ensayo a flexión; la deflexión máxima corresponde al desplazamiento vertical máximo en la mitad de la luz libre entre apoyos mostrados por los paneles en el momento de la falla súbita. La baja relación deflexión máxima/longitud libre entre apoyos exhibe la fragilidad a flexión de los núcleos de material vegetal.

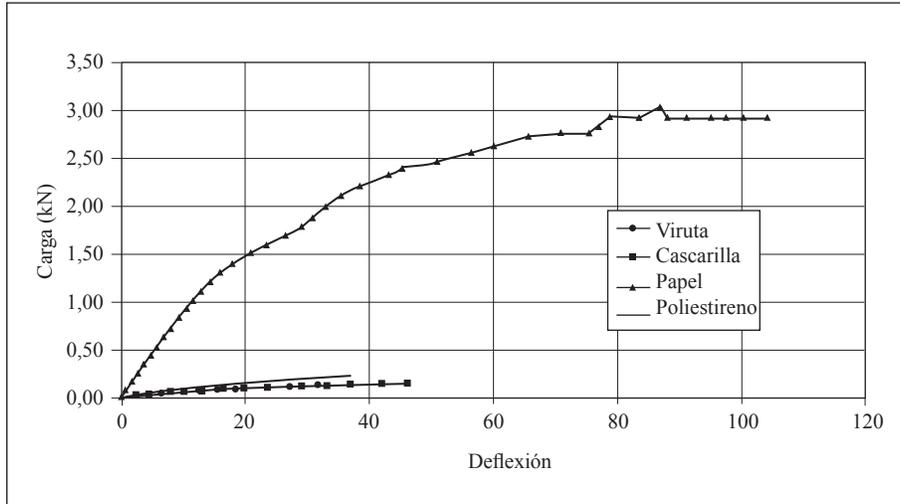
**Tabla 8.2.** Resistencia promedio de núcleos de material vegetal. [FUENTE: propia].

<i>Material</i>	<i>Deflexión máx. (mm)</i>	<i>Deflex. máx./Longitud % (mm/mm)</i>	<i>Carga de ruptura (kN)</i>
Viruta	31,88	3,71	0,13
Cascarilla	46,29	5,38	0,15
Papel	104,09	12,10	2,94
Poliestireno	37,11	4,32	0,24

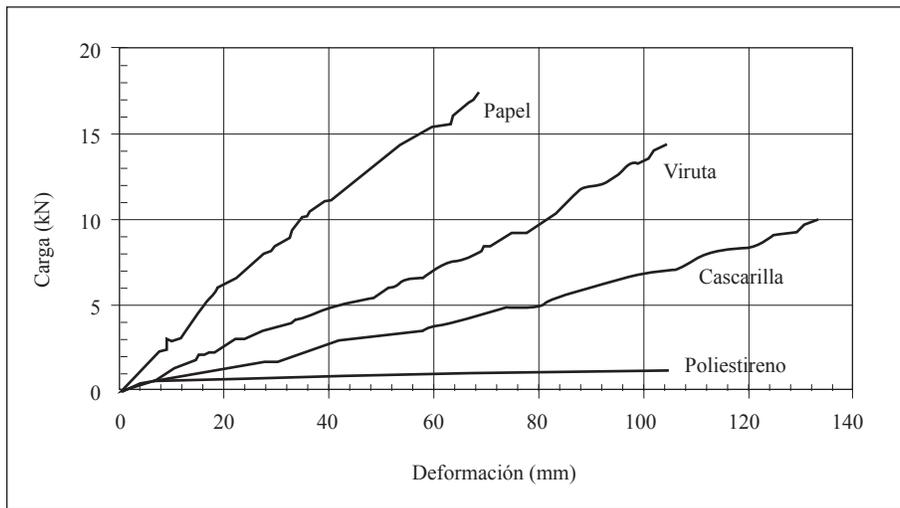
En la figura 8.3, se muestra el comportamiento carga-deflexión central promedio de todos los núcleos estudiados. El núcleo de papel presentó la mayor capacidad de deflexión y carga de ruptura, aproximadamente 20 veces la carga soportada por el material vegetal. El poliestireno presentó un comportamiento similar a la viruta y la cascarilla. Un estudio detallado del comportamiento de los núcleos se encuentra en Bedoya et al (2007).

En la figura 8.4, se muestra el comportamiento a compresión del conglomerado hecho con los diferentes materiales seleccionados para el núcleo en cilindros de dimensiones estándar para los materiales tradicionales.

En todos los ensayos de compresión, los conglomerados de material vegetal y poliestireno presentaron gran deformación axial y una tendencia casi lineal para soportar carga. Aproximadamente un 50%



**Figura 8.3.** Comportamiento carga-deflexión central en paneles de material vegetal. [FUENTE: propia]



**Figura 8.4.** Comportamiento a compresión de los cilindros de material vegetal. [FUENTE: propia].

de su altura inicial se redujo. A medida que se incrementa la carga axial el material se compacta más y aumenta su capacidad de resistir carga; caso del papel, seguido por la viruta, las cascarillas y el poliestireno.

### 8.3.2 Corteza de ferrocemento

La corteza de ferrocemento tiene la función estructural de resistir, soportar y llevar las cargas aplicadas sobre el elemento compuesto al sistema de cimentación. La corteza generalmente de pequeños espesores (10 a 50 mm) consiste en la envoltura del núcleo de material vegetal o poliestireno, proporcionando propiedades estructurales al compuesto tipo sándwich. Adicionalmente, lo protege del medio ambiente, por lo que es importante la durabilidad del mortero. Algunos estudios han mostrado las bondades del ferrocemento como elemento estructural de pared delgada y sus aplicaciones en sistemas estructurales de vivienda; estos sistemas han exhibido alta resistencia y baja vulnerabilidad ante eventos sísmicos [Bedoya, 2005]. La corteza de ferrocemento comprende un conjunto de mallas embebidas en un mortero de buenas propiedades, tanto en estado fresco como en estado endurecido.

#### Mortero

Para la elaboración del mortero (matriz aglutinante del ferrocemento) se utilizaron las dosificaciones óptimas obtenidas por Bedoya (1996) para morteros de ferrocemento. El mortero se fabricó con cemento Pórtland Tipo I y arena para la fabricación del hormigón armado. Para mejorar la manejabilidad del mortero se utilizó un aditivo superplastificante. En la tabla 8.3, se muestran los materiales utilizados para la fabricación y la resistencia promedio a compresión del mortero.

**Tabla 8.3.** Dosificación para el mortero del ferrocemento. [FUENTE: Bedoya, 2005].

Relación	Dosificación mortero		
	cemento:arena	cemento:agua	aditivo
	1:2	1:0.4	1% del peso del cemento

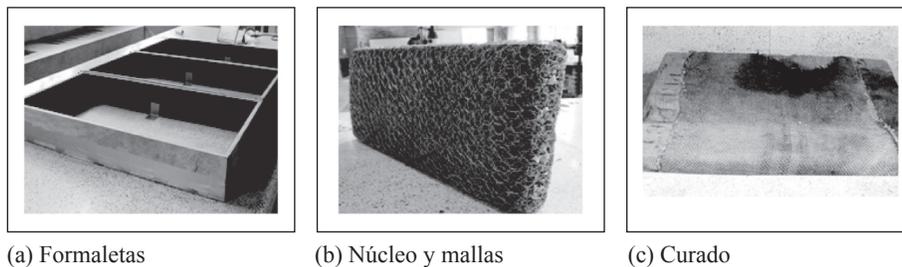
La resistencia obtenida para el mortero de la corteza de ferrocemento a los 28 días fue de 33 MPa.

### La malla de refuerzo

El refuerzo para la corteza de ferrocemento fue una malla hexagonal tejida, conocida comúnmente como malla de “ojo de pollo o de gallinero”. Está fabricada con alambre galvanizado de 0.60 mm de diámetro y 31.75 mm de abertura. Los resultados hechos sobre las probetas de ferrocemento a tracción dieron como resultado un módulo de elasticidad para el compuesto ferrocemento de 11050 *MPa*, y para la malla de refuerzo un módulo efectivo de 81 *GPa* con una resistencia de cedencia de 282 *MPa*.

### 8.3.3 A. 3.3 paneles de ferrocemento con núcleo vegetal

Se construyeron tres paneles de material compuesto tipo sándwich con cada uno de los materiales vegetales propuestos para el núcleo. Para la elaboración de la corteza de ferrocemento se utilizó con mortero y la malla, descritos anteriormente. Las dimensiones de los paneles fueron: 900 mm de largo, 450 mm de ancho y un espesor de 120 mm. Todos los núcleos fueron envueltos en seis capas de mallas colocadas de manera alternada (ver figura 8.5 b). Posteriormente fueron colocadas dentro de las formaletas y vaciado el mortero. En la figura 8.5, se muestra el proceso constructivo. Todos ellos fueron dejados 28 días de curado cubiertos con una membrana húmeda (figura 8.5 c)



**Figura 8.5.** Proceso constructivo compuestos de ferrocemento y material vegetal. [FUENTE: propia].

A los materiales compuestos tipo sándwich de ferrocemento y núcleo de material vegetal se les realizaron ensayos de compresión y flexión.

### **Comportamiento a flexión**

Para determinar la resistencia última a flexión del material compuesto tipo sándwich a base de ferrocemento, algunos autores han implementado las metodologías y los principios desarrollados para el hormigón armado [ACI, 1997; Naaman, 2000]. Esta metodología, aunque satisfactoria en algunos casos, únicamente tiene en cuenta el área efectiva de la sección transversal y la posición de las capas de refuerzo con respecto al eje neutro, desconociendo otras variables importantes y únicas en el ferrocemento tales como tipo de refuerzo y orientación, espaciamiento y geometría. Ignorar estas variables no es adecuado, aunque puede ser usada para obtener un acercamiento a la resistencia última.

Para estabilizar el desempeño general del ferrocemento a flexión y eliminar la influencia de las variables anteriores, se ha introducido el factor de eficiencia  $\eta$ , equivalente al seleccionado para la resistencia a tracción. Aunque el método de la resistencia última depende de la distribución de deformaciones, del modo de falla, del tipo de función esfuerzo-deformación del refuerzo, de los coeficientes del bloque de esfuerzo y de la deformación última del mortero, el factor de eficiencia puede ser aplicado con cualquier método de análisis. Para el diseño de elementos tipo sándwich a flexión se han propuesto metodologías simplificadas, las cuales pueden ser estudiadas en el texto escrito por el profesor Naaman (2000).

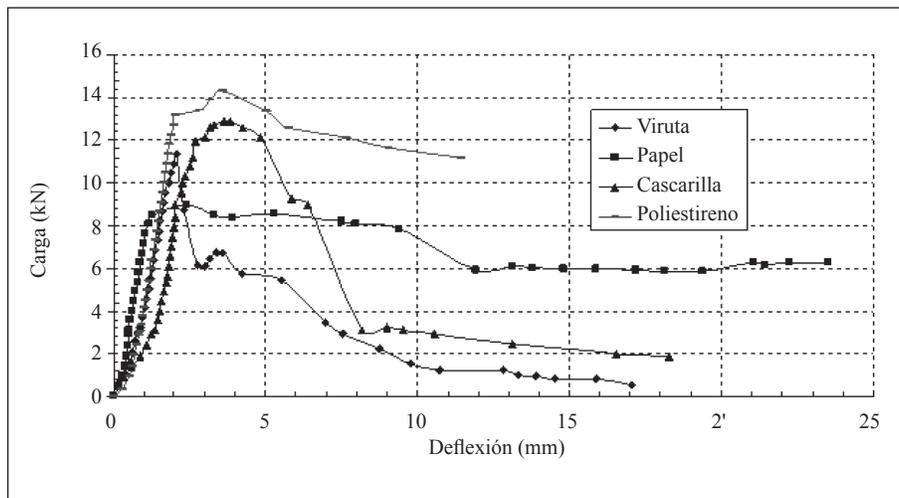
En la tabla 8.4 se presentan algunos resultados experimentales del comportamiento a flexión realizado a los paneles de ferrocemento tipo sándwich con núcleo de material vegetal y poliestireno. Todos los paneles exhibieron una buena resistencia a flexión y capacidad de deflexión.

En la figura 8.6, se observa el comportamiento carga-deflexión central de paneles de ferrocemento tipo sándwich aligerados con diferentes materiales vegetales.

Puede verse que todos los paneles tienen resistencias a la flexión por encima de 9 kN y una capacidad de deflexión de más de 10 mm y en ocasiones más de 20 mm. Los resultados obtenidos en

**Tabla 8.4.** Resistencia a flexión del material compuesto. [Fuente: propia]

Material	Deflexión max (mm)	Deflex max/ Longitud % (mm/mm)	Carga max (kN)
Viruta	17,02	1,89	11,37
Cascarilla	18,29	2,03	12,87
Papel	23,50	2,61	8,96
Poliestireno	11,43	1,27	14,29

**Figura 8.6.** Carga–Deflexión compuesto de ferrocemento. [FUENTE: propia].

esta investigación fueron comparados con otros estudios [Naaman, 2000; El-Debs, 2000]. Para los paneles de material compuesto tipo sándwich, elaborados a partir de una corteza de ferrocemento y el conjunto de núcleos de material vegetal descritos anteriormente, se encontró que estos tienen una resistencia de 2.5 a 3 veces mayor a los hechos con asbesto cemento y poliuretano.

Adicionalmente, se encontró que los paneles tipo sándwich elaborados con núcleo de cascarilla, viruta, papel y poliestireno presentaron un comportamiento similar en resistencia a los paneles tipo sándwich elaborados con malla cuadrada y poliestireno [Naaman,

2000]. En todos los casos la deflexión de los paneles de material vegetal fue de 2.5 veces mayor.

Los paneles con núcleos de viruta, cascarillas y papel, en el ensayo a flexión, presentaron falla en la corteza de ferrocemento; inicialmente falla el mortero de recubrimiento, a la vez que las mallas empiezan a fluir; cuando estas fallan, el núcleo se ha deformado notoriamente pero sin presentar falla súbita. El encapsulado parece proporcionarle flexibilidad al núcleo, sin aportar resistencia.

En el caso de los paneles con núcleo de poliestireno expandido, éste falló al mismo tiempo que la corteza de ferrocemento. Observando el comportamiento general a flexión exhibido por todos los paneles y el modo de falla, parece ser que el núcleo de poliestireno aporta ligeramente a la resistencia y falla frágilmente.

### **Comportamiento a la compresión**

En estructuras tipo sándwich de ferrocemento se requiere buena resistencia a la compresión que se traduce en buena resistencia para esfuerzos de cortante y tracción. La resistencia a compresión la aporta principalmente el mortero; es función del tamaño de los agregados, la cantidad de cemento y las proporciones entre éstos. Morteros hechos con un mismo agregado y un porcentaje mayor de cemento, por unidad de volumen, proporcionan mayor resistencia e impermeabilidad. Adicionalmente, la capacidad a compresión del ferrocemento está ligada a las características geométricas del elemento de la estructura.

En compuestos tipo sándwich con cortezas de ferrocemento, al igual que en otras estructuras basadas en materiales frágiles, la resistencia a compresión es el parámetro más utilizado para calificar el comportamiento de la estructura ante toda clase de sollicitaciones, incluyendo tensiones de cortante, flexión y tracción.

La contribución de las fibras de refuerzo puede despreciarse para obtener la resistencia última, debido a que éstas pueden sufrir pandeo. Se ha encontrado experimentalmente que, bajo compresión, la resistencia última es menor que la del mortero puro equivalente. La resistencia a compresión típica en estructuras de ferrocemento es de 30 a 70 MPa.

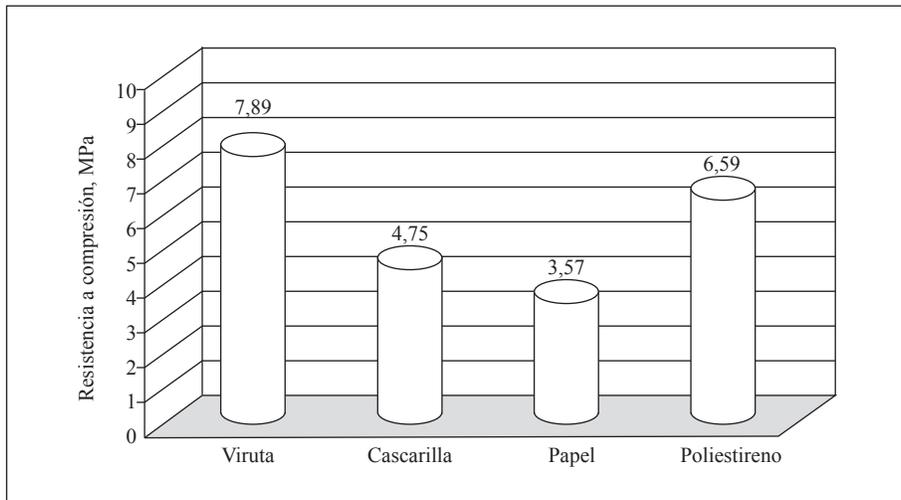
Es habitual en compuestos tipo sándwich, cuando no existen datos disponibles, elegir una resistencia última a compresión de aproximadamente el 85% de la resistencia del mortero [Naaman, 2000].

El compuesto tipo sándwich generado a partir de núcleos vegetales y corteza de ferrocemento presentó propiedades estructurales a compresión que no difieren de las encontradas por otros autores siendo interesantes para el uso en la construcción civil. La resistencia del compuesto (material vegetal + ferrocemento) a compresión se hizo por medio procedimientos y normas existentes para el hormigón reforzado. Se emplearon moldes de 150 mm de diámetro y 300 mm de altura. Los cilindros de material vegetal, hechos de menor diámetro, se les proporcionó una envoltura de seis capas de malla. Posteriormente, fueron impregnados con mortero elaborado con las dosificaciones de la tabla 8.3. Para cada uno de los tipos de material se construyeron tres especímenes como se muestra en la figura 8.7



**Figura 8.7.** Cilindros de material compuesto de ferrocemento tipo sándwich. [FUENTE: propia].

En la figura 8.8, se presenta la resistencia promedio a compresión exhibida por los cilindros de ferrocemento de viruta, cascarillas, papel y poliestireno. El compuesto con núcleo de viruta de madera presentó la mayor resistencia a compresión.



**Figura 8.8.** Compresión cilindros tipo sándwich de ferrocemento. [FUENTE: propia].

#### 8.4 CONCLUSIONES

Del ensayo a flexión hecho a los paneles con núcleos de viruta, cascarillas y papel, se puede concluir que todos presentaron falla en la corteza de ferrocemento; inicialmente falla el mortero de recubrimiento, a la vez que las mallas empiezan a fluir; cuando éstas fallan, el núcleo se ha deformado notoriamente pero sin presentar falla súbita. El encapsulado parece proporcionarle flexibilidad al núcleo, sin aportar resistencia; caso contrario ocurrió en los paneles con núcleo de poliestireno expandido, en los cuales fallaron con corteza de ferrocemento y el núcleo al mismo tiempo.

Comparados estos resultados con investigaciones similares, se encontró que el comportamiento mecánico es muy similar y en general superior.

La fácil adquisición de todos los materiales constitutivos de este compuesto tipo sándwich (ferrocemento + vegetal) lo hace viable y sostenible en la construcción. El uso de materiales de desecho contribuye a minimizar los impactos ambientales y mejorar los problemas de habitabilidad y la carencia de vivienda.

A futuro la investigación tiene el propósito de evaluar este material compuesto con la finalidad de generar viviendas de uno y dos pisos. Las bondades, no solamente estructurales si no también el respeto al medio ambiente y su sostenibilidad, lo pueden convertir en un material ideal para construir vivienda.

## **8.5 BIBLIOGRAFÍA**

- ACI Committee 549-1R-97. (1997). State of the Art Report on Ferrocement. In Manual of Concrete Practice Institute, Farmington Hills, Michigan, 26 pages.
- Amigó, V. et al. (2007), Residuos agro-industriales: fuente sostenible de materiales de construcción, [www.cytex.org](http://www.cytex.org)
- Bedoya R, D. A (2005), Estudio de resistencia y vulnerabilidad sísmicas de viviendas de bajo costo estructuradas con ferrocemento. Tesis de doctorado, Universidad Politécnica de Catalunya, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Barcelona, España, ISBN B.44297-2007/978-84-690-7915-7
- Bedoya-Ruiz, D. A., Aldana, J.C., Ávila, L., (2007). Comportamiento mecánico de paneles material vegetal. IC-NOCMAT 2007 Maceió, Conferência Internacional de Materiais e Tecnologias Não-Convencionais: Materiais e Tecnologias para Construções Sustentáveis Maceió - Alagoas, 14 a 17 de Outubro de 2007, em Homenagem ao Professor R.N. Swamy. ISBN 978-85-98073-09-5.
- Celano, Jorge., Jacobo, Guillermo., (2004). Desarrollo de sistemas industriales de producción de sistemas constructivos prefabricados en madera para vivienda de interés social en la región del NEA. Universidad Nacional Del Nordeste, Instituto de investigaciones tecnológicas para el diseño ambiental del hábitat humano (ITDAHu), Facultad de arquitectura y urbanismo. Comunicaciones científicas y tecnológicas 2004. Argentina

Celano, Jorge., Jacobo, Guillermo., Pereyra, Obdulio., (2006). Desarrollo de paneles termoacusticos a base de residuos de madera para el mercado de la construcción. Cátedra: Tecnología de la madera. Facultad de ciencias forestales, Universidad Nacional de Misiones. Cátedra: Estructuras II. Facultad de arquitectura y urbanismo, Universidad Nacional Del Nordeste. Comunicaciones científicas y tecnológicas 2006. Republica Argentina

Celano, Jorge., Jacobo, Guillermo.,Pereyra, obdulio. (2004), Desarrollo de componentes constructivos a base de residuos de madera para la construcción de viviendas. Universidad Nacional Del Nordeste, Instituto de investigaciones tecnológicas para el diseño ambiental del hábitat humano (ITDAHu). Comunicaciones científicas y tecnológicas 2004. Argentina

Delvasto, 2007

Díaz-Parralejo, A., Díaz-Díez, M.A., Macías-García, A. Rosa-Blanco, P., y Gómez Serrano, V., (2003), Bending strength of black and composite agglomerates of cork, *Materials Letter*, Vol. 57, pp. 4004-4008.

El Debs, M. K. Machado, E. F. Junior, J. B. de Hanai and T. Takeya. (2000). Ferrocement sándwich Wall. *Journal of ferrocement*, Vol. 30, N° 1, January. Pag 45 – 58.

<http://www.casasdeferrocemento.com>

<http://www.clarin.com/diario>

<http://www.clarin.com/diario/2004/10/13/um/m-849156.htm>

<http://www.un.org>

Jacobo, Guillermo. (2004), Tecnología ecológica en la edificación arquitectónica. Universidad Nacional Del Nordeste. Argentina.

Jacobo, Guillermo., Vedoya, Daniel. (2004). Materiales aislantes en la edificación arquitectónica. Universidad Nacional Del Nordeste. Argentina.

Lorenzana, Teresa, Alba Jesús, Gonzáles Julio. (2005). Comportamiento acústico de paneles sándwich con productos ecológicos. *Tecnoacústica, terrassa 2005*

Lorenzana, vidaurrázaga Dolores, Álvarez José, Carro Guillermo, Suárez Julio. (2004). Propiedades acústicas de materiales obtenidos de productos ecológicos. *Acústica 2004, Guimarães Portugal*.

Mejia, R.,(2007), Con cascarilla de arroz mejoran el cemento tradicional, AUPEC, Universidad de Valle

- Merritt, F. S., (1996), Manual del Ingeniero Civil, Tomo I, editorial McGraw Hill, tercera edición, México
- Naaman, Antonie E. (2000). Ferrocement and laminated cementitious composites. Department of civil and environmental engineering, university of Michigan. USA
- Payá, M. (1980). Aislamiento térmico y acústico. Monografías sobre construcción y arquitectura; Barcelona, España, 172 p.
- Pilar, Claudia A., Vedoya, Daniel., Jacobo, Guillermo. (2004). Análisis de las condicionantes tecnológicas, socioeconómicas y ambientales para la aplicación de sistemas constructivos en seco en madera para la ciudad de resistencia. Estado de avance. Universidad Nacional Del Nordeste, Argentina
- Rivarola, A., Rojo, L., Garley Merino, M., Arena, A. P. (2006). Materiales alternativos para la formación de placas de aglomerado. Reciclado de residuos de construcción y demolición (RCD) y de residuos de procesos (RP)PROCQ-MA. Universidad Tecnológica Nacional. 11 y 12 de abril, San Rafael, Mendoza. Grupo CLIOPE “Energía, Ambiente y Desarrollo Sustentable.
- Rivarola, A., Rojo, L., Garley Merino, M., Arena, A. P. (2006). Materiales alternativos para la formación de placas de aglomerado. Reciclado de residuos de construcción y demolición (RCD) y de residuos de procesos (RP)PROCQ-MA. Universidad Tecnológica Nacional. 11 y 12 de abril, San Rafael, Mendoza. Grupo CLIOPE “Energía, Ambiente y Desarrollo Sustentable.



## CAPÍTULO 9

# COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE SUELOS RESIDUALES ESTABILIZADOS

*César Augusto Hidalgo Montoya<sup>1</sup>*

*Mario Alberto Rodríguez Moreno<sup>2</sup>*

### 9.1 INTRODUCCIÓN

Actualmente las limitantes más importantes en el desarrollo de las obras de infraestructura vial se deben a aspectos económicos y ambientales. Económicos, pues nuestros países no poseen los recursos suficientes para emprender la construcción de obras de infraestructura que permitan desarrollar y fortalecer nuestras economías. Ambientales, pues las especificaciones para la utilización de los materiales son cada vez más exigentes, debido a las altas cargas que éstos deben soportar, lo que implica la localización de fuentes de materiales de excelente calidad, las cuales son cada vez más difíciles de encontrar, obligando en muchos casos, a intervenir los cauces de los ríos y las laderas de montañas en su búsqueda, ocasionando, con ello, un grave impacto ambiental sobre nuestras regiones. Todo lo anterior conduce a que la necesidad actual no es localizar fuentes de materiales de excelente calidad, sino desarrollar, a través de investigación y de nuevas tecnologías, materiales alternativos que puedan desempeñarse de forma apropiada frente a las solicitaciones de carga y de vida útil de las obras de infraestructura, de tal manera que se disminuyan los costos de su construcción les impida que se sigan deteriorando los recursos naturales de nuestros países.

---

<sup>1</sup> Ingeniero Civil, Magister en Geotecnia. Profesor Universidad de Medellín, Programa Ingeniería Civil. Correo electrónico: *chidalgo@udem.edu.co*

<sup>2</sup> Ingeniero Civil, Magister en Ingeniería Civil, Candidato a Doctor. Profesor Universidad de Medellín, Programa Ingeniería Civil. Correo electrónico: *marodriguez@udem.edu.co*

Tradicionalmente, la cal se ha usado para estabilizar suelos cohesivos, Morales y Roldán (1982), Álvarez y García (1989), Cadavid y Castro (1995) y Álvarez y Echeverri (1999); pero cuando se trata de evaluar, ya no su capacidad para reducir los índices de plasticidad, sino la capacidad de cementación de suelos fino y/o grueso granulares, estas propiedades no se han tenido en cuenta y se ha recurrido a otro tipo de soluciones. La cementación de suelos consiste en adicionar un ligante al suelo (material de base, sub-base o subrasante), el cual cumplirá la función de unir las partículas, mejorando su comportamiento frente a solicitaciones de carga; los principales cementantes usados en nuestro medio son: el cemento asfáltico, el cemento hidráulico y la cal.

Es usual que durante la construcción de una carretera se encuentren diferentes gamas de materiales, los cuales van desde suelos de mala calidad, existentes en obra (suelos de soporte, materiales de conformación de calzadas, etc), pasando por suelos granulares que no cumplen claramente con las especificaciones técnicas para conformar capas estructurales de pavimentos, hasta materiales granulares que cumplen con las especificaciones técnicas. Es posible que mediante adiciones de cal, se pueda potenciar su desempeño mecánico y lograr que puedan ser usados como parte integral de capas estructurales de pavimentos.

El presente capítulo expone una recopilación de resultados de ensayos de laboratorio, realizados sobre suelos que bien pueden hacer parte de los descritos anteriormente, a los cuales se les adicionaron porcentajes de cal y en donde se obtuvo un sustancial mejoramiento de su comportamiento, frente a la sollicitación de cargas estáticas.

Mediante la utilización de esta tecnología, podemos proponer una solución desde el punto vista económica y ambiental a nuestra problemática de desarrollo de la infraestructura vial. Desde el aspecto ambiental, se reduce el impacto de las obras civiles, ya que al disminuir los requerimientos de materiales para la construcción de capas estructurales de pavimentos, mediante la reutilización del material presente en obra y/o la reducción del espesor de la

estructura, si se utilizan materiales de excelente calidad, se logra que la explotación en cantera sea menor, reflejando menores daños ambientales en los centros de explotación. En cuanto a lo económico, las ventajas se manifiestan en la reducción de los costos de los materiales y de su transporte, debido a la utilización de suelos provenientes de la misma obra o muy cercana a ella, que no cumplen con las especificaciones técnicas, pero que con su mejoramiento, se lograrían obtener resistencias satisfactorias para un buen desempeño en capas de pavimentos. Nuestro continente posee un gran potencial para la producción de cal de alta calidad, pero su demanda es baja comparada con países como España y Estados Unidos (Little, 2000), donde el uso de la cal para fines viales es bastante común.

Este trabajo apunta fundamentalmente al estudio del comportamiento de suelos residuales mezclados con diferentes proporciones de cal, en donde se utilizaron suelos finogranulares y mezclas de éstos con materiales gruesogranulares, obteniendo así una gama de diez suelos diferentes, en los cuales se analizó su comportamiento bajo sollicitaciones de carga mediante ensayos de comprensión simple, tracción indirecta (ensayo brasileño), CBR (Índice de Soporte de California) y módulo resiliente, realizados a probetas con varios contenidos de cal (3%, 6%, 9% y 12% respectivamente), y el efecto de la edad de curado, fallándolas a los 7, 30, 60 y 90 días.

## **9.2 ESTABILIZACIÓN DE SUELOS CON CAL**

Tradicionalmente se ha concluido que los suelos más adecuados para que sean estabilizados con cal son aquellos con alto contenido de arcilla, y que los suelos arenosos son más adecuados para estabilizaciones con cemento o productos bituminosos. Sin embargo, la cal tiene una capacidad cementante bastante importante que puede mejorar las propiedades de otros tipos de suelos (Figueroa y Reyes, 2003; Gómez et al., 2004; Hidalgo & Rodríguez, 2005). En 1994, Little usó contenidos de cal de 1% y 2% para mejorar

las propiedades de bases granulares calcáreas determinando incrementos entre 70% y 125% en la rigidez y de hasta 350 *MPa* en los módulos resilientes, lo cual se verificó tanto en laboratorio como en campo (citado por Little, 2000). También citado por Little (2000), Syed (1998) encontró por medio de análisis regresivos que el módulo de bases estabilizadas con cal, mejora casi un 400% respecto a estas mismas bases sin estabilizar.

Como anteriormente se mencionó, la cal es comúnmente utilizada como agente estabilizador de suelos de tipo limoso y/o arcilloso, ya que se ha comprobado que modifica algunas de sus características físico-químicas, mejorando su resistencia mecánica. En estos casos, si se desea simplemente mejorar las características del suelo sin un efecto cementante, la literatura tradicional recomienda usar la cal en pequeñas cantidades que oscilan entre el 1% y 3% del peso del material a utilizar, a los cuales se les denomina materiales tratados con cal. En el caso de desear un efecto que involucre cementación, el rango varía entre 2% y 8% del peso del material que va a ser estabilizado, denominados materiales estabilizados con cal; otros autores como Das (2001) afirman que para cementación el rango óptimo de contenido de cal se presenta entre el 5% y el 10%. Gómez et al. (2004) determinaron en ensayos realizados en mezclas de suelos residuales que los valores óptimos de contenidos de cal varían entre el 6 al 9%. Otras investigaciones citadas por Little, como la realizada por Uddin et al. (1997), arrojan como resultado que el contenido de cal óptimo, para dar la mayor resistencia en arcillas, está entre el 10% y 15% de cal.

La cementación de la cal en un proceso de estabilización de suelos se produce en forma de silicatos cristalinos, en algunos casos parecidos a los que se forman en el concreto. Las cales para estabilización de suelos deberán presentar un aspecto homogéneo y no un estado grumoso o aglomerado, deben ser del tipo que se endurece con el dióxido de carbono presente en el aire y compuestas principalmente por óxido e hidróxido de calcio y de magnesio, sin adición de materiales puzolánicos e hidráulicos (Sampedro, 2003).

Se observa que dependiendo del tipo de suelo, el contenido de cal adecuado puede variar considerablemente; entonces, para realizar una estabilización de suelos con cal siempre debe hacerse un trabajo previo de laboratorio donde se realice la caracterización del suelo a estabilizar, para así establecer una dosificación adecuada, que cumpla con las especificaciones de resistencia exigidas para las capas de la estructura del pavimento. Cabe aclararse, que en Colombia no existe una normativa para este tipo de tratamiento, lo que trae como consecuencia que los procesos para la estabilización de suelos con cal se hagan empíricamente y con resultados muy variables.

### **9.3 PROPIEDADES RESILIENTES O RESILIENCIA**

Los pavimentos están sometidos a la acción constante de cargas producidas por las llantas de los vehículos, las cuales generan cargas verticales sobre su estructura. Dichas cargas inducen en la estructura deformaciones de dos tipos: plásticas, también conocidas como permanentes, y resilientes (elásticas); estas últimas se presentan cuando las deformaciones se recuperan de manera instantánea en el momento que la carga deja de actuar, mientras que las primeras se presentan después de la aplicación de la misma y son acumulativas.

Las deformaciones tienen gran importancia en los procedimientos para el diseño de pavimentos que actualmente se utilizan debido a que este parámetro debe ser mantenido en niveles tolerables (IMT, 2002).

Las deformaciones elásticas son importantes para las capas superiores de la estructura de pavimento como la carpeta asfáltica y bases estabilizadas, debido a que éstas se ven sometidas a grandes esfuerzos repetidos y producidos por el tráfico vehicular, que generan niveles de deformación muy altos y provocan fallas por fatiga cuando las capas del pavimento son muy rígidas.

Las cargas vehiculares no son constantes, tienen duración y magnitud variables y se presentan como aplicaciones de carga que se repiten de manera cíclica y cuyas repeticiones producen inicialmente

los dos tipos de deformación mencionados anteriormente, pero a medida que el número de aplicaciones aumenta, las deformaciones plásticas se hacen menores. Esto conduce a que después de 100 a 200 repeticiones de carga, la deformación es prácticamente recuperable (Huang, 2004). Cuando se llega a este estado se logra lo que se conoce como estado resiliente. El estado resiliente se define como aquel donde las deformaciones inducidas por una aplicación de carga son prácticamente recuperables, y las permanentes o casi nulas. De allí nace el concepto de módulo resiliente, que es usado para explicar las características no lineales de esfuerzo-deformación de suelos de subrasante.

## 9.4 CARGAS EN EL PAVIMENTO

Como se mencionó anteriormente, las cargas sobre los pavimentos son dinámicas y su efecto sobre las estructuras depende del número de repeticiones, pero también depende del tipo de carga y la duración de la misma.

### 9.4.1 Tipos de cargas que actúan

Los pavimentos son estructuras sobre las cuales actúa una gran cantidad de cargas que generan esfuerzos y deformaciones, provocando así que sea necesario considerarlas en el diseño. Las principales cargas que intervienen en el desempeño del pavimento son:

*Cargas de tráfico.* Son las que tienen mayor relevancia dentro de la estructura, puesto que, se presentan con mayor frecuencia y magnitud; esta última, depende de factores tales como, el tipo, forma y presión de inflado de la llanta, tipo de eje y de vehículo; además, está influenciada de manera directa por condiciones de tráfico como la distribución vehicular, TPD y velocidad.

*Variaciones de temperatura.* Las variaciones drásticas de temperatura que se presentan en un pavimento provocan tensiones internas dentro del mismo, que pueden generar su falla por fatiga.

Ambos tipos de carga conducen a la falla de los materiales del pavimento por fatiga, debido a que producen tensión dentro de la estructura de manera repetitiva. Es de aclarar que dicha tracción se genera por medios muy diferentes, mientras que las cargas vehiculares generan tensiones dinámicas cíclicas, las de temperatura inducen tensiones estáticas de expansión y contracción de los materiales, y en algunos casos inducen a esfuerzos de rotación en la placa, cuando se trata de pavimentos rígidos. Este factor no tiene mayor influencia en la generación de esfuerzos en pavimentos flexibles, pero sí en su fluencia (Huang, 2004). La naturaleza cíclica de las cargas vehiculares es la más perjudicial por ser dinámica.

La fatiga por variaciones térmicas es más importante en pavimentos rígidos, en los que se puede producir un fenómeno de pandeo debido a los diferenciales de temperatura entre los dos lados de la estructura. Son necesarios gradientes térmicos altos para que se produzca fatiga por esta causa. Por lo general, en las regiones tropicales los cambios de temperatura extremos no son muy frecuentes por lo cual la fatiga debida solamente a efectos térmicos es poco probable. Por lo anterior, en los ensayos de módulo resiliente en países como Colombia no es tan importante el control de la temperatura y cabe anotar que en países donde estos fenómenos pueden ser más importantes aún no se considera este efecto en los diseños (Huang, 2004).

Las cargas producidas en el pavimento son variables, debido a la forma de transmisión, condiciones de tránsito (tipo de vehículo, TPD, etc), la velocidad, el número de repeticiones y a la profundidad considerada.

Para un mejor análisis y diseño del pavimento se han implementado unas equivalencias para estandarizar el número de repeticiones a un tipo de carga de un eje simple (Huang, 2004), lo cual va por el lado de la seguridad, pues se ha demostrado que un eje simple, por su naturaleza, tiene mayor efecto que un eje tándem o trídem.

La magnitud de las cargas de tráfico depende de varios factores como el inflado de las llantas que oscila entre 0.2 MPa y 0.7 MPa (Arroyave y Echavarría, 2003) y de la carga por eje. El área de

contacto entre las llantas y el pavimento debe ser conocida para diseños mecanicistas, depende de la presión de contacto, la cual se asume igual a la presión de las llantas; esto brinda seguridad puesto que la presión de los ejes de carga en vehículos pesados es mayor a la presión de contacto y además estos brindan efectos más destructivos a la estructura del pavimento (Huang, 2004).

Las cargas originadas por el tránsito de los vehículos sobre el pavimento tienen componentes de esfuerzos verticales y cortantes, los cuales no son fijos en el tiempo debido al avance de los vehículos, el estado de la superficie, profundidad de estudio, presión de inflado y forma de las llantas y de la carga que cada rueda transmite; por esto se dice que los esfuerzos son variables y, además, transitorios. Por dicha razón, las cargas vehiculares se asimilan como aplicaciones de carga repetidas.

La naturaleza y tipo de esfuerzos que se producen sobre el pavimento, dependiendo de la posición de la carga que se mueve de derecha a izquierda. En la primera y la tercera sección, la carga produce esfuerzos cortantes y normales, pero son contrarios entre sí; mientras que en la segunda solo se presentan esfuerzos normales, ya que los cortantes son completamente nulos; para este punto se presenta un estado de esfuerzos triaxial, puesto que en laboratorio ésta es la única condición que se puede reproducir. Los ensayos para esfuerzos triaxiales se realizan para ella bajo las condiciones más desfavorables, es decir, que la muestra esté saturada.

La duración de una aplicación de carga depende del TPD, de la velocidad del vehículo y de la profundidad de estudio, El IMT (2000 y 2001), citando investigaciones realizadas en distintos lugares del mundo afirma que a mayor velocidad la duración de cada aplicación es menor pero ésta se incrementa a medida que la profundidad es mayor.

Para efectos de diseño la velocidad vehicular tiene gran importancia, puesto que cuando se trabaja con la teoría viscoelástica la velocidad está en relación directa con la duración de la carga, y si, por el contrario, se utiliza la teoría elástica se debe seleccionar un módulo resiliente que sea proporcional a la velocidad.

Como anteriormente se mencionó, las aplicaciones de carga producidas en los pavimentos generan diferentes tipos de esfuerzos cortantes, verticales y horizontales. Dichos esfuerzos generalmente son de forma senoidal, pero también se presentan otros tipos de configuración: pueden ser cuadrados, triangulares, semisenoidales y pulsos, entre otros. La relación entre los esfuerzos y el tiempo de duración de un ciclo de carga completo se presenta en la parte (b), en la cual se nota que los esfuerzos verticales se incrementan hasta un punto donde la carga está directamente sobre él, es decir, un punto sobre el cual la carga es vertical y luego comienzan a disminuir luego los esfuerzos se hacen cero hasta que comienza otro ciclo.

#### **9.4.2 Duración de la carga cíclica**

La velocidad es un factor que incide directamente en la duración, ya que un vehículo que va más rápido genera un menor tiempo de aplicación de la carga y, por ende, menor daño sobre el pavimento. En otros términos, un vehículo a baja velocidad o en condición estática genera un pulso de carga mayor y más dañino para un área determinada que está en contacto con las ruedas.

### **9.5 MÓDULO RESILIENTE**

El módulo resiliente se asimila al módulo de elasticidad de las capas de un pavimento, pero se diferencia éste en el tipo de carga aplicada. Así, para hallar el módulo elástico el esfuerzo es lento y prolongado, es estático; mientras que para el módulo resiliente la carga que actúa para hallar su valor es aplicada rápidamente y de manera repetida, es dinámica, como ocurre en la realidad.

El módulo resiliente se determina habitualmente mediante ensayos triaxiales cíclicos, en los cuales se aplican secuencias de esfuerzos desviadores bajo diferentes condiciones de confinamiento y cuya realización se encuentra regulada por las normas ASTM e INVE entre otras. La carga que se aplica para hallar el  $M_r$  es en dirección axial y

produce deformaciones en todas las direcciones del suelo, pero, aquellas con mayor relevancia son las verticales, por lo tanto, no se acostumbra tomar en cuenta la ocurrencia de deformación en otro sentido.

El módulo resiliente es de gran importancia en el estudio del comportamiento de los pavimentos frente a cargas que inducen la fatiga en la estructura, ya que en las técnicas mecanicistas de diseño, es indispensable conocer la relación esfuerzo-deformación para caracterizar racionalmente el comportamiento del pavimento frente a la acción de cargas cíclicas como las que se presentan en las vías debido al tráfico vehicular.

En la actualidad se están dejando a un lado los diseños basados en fórmulas empíricas, ya que, la inclusión de esta propiedad conduce a un diseño que garantiza de forma más adecuada el buen funcionamiento de la estructura durante su vida útil. Claro es ver que, durante la etapa de construcción de la vía los niveles de esfuerzo son mayores debido al peso y velocidad de la maquinaria (IMT, 2000), y, por ende, más dañinas, lo cual conduce a que se debe tener en cuenta este tipo de esfuerzos adicionales porque pueden inducir un debilitamiento prematuro de la estructura.

El concepto de módulo resiliente nace de investigaciones realizadas por Seed et al. en 1962, y se define como la relación entre el esfuerzo desviador dinámico y la deformación inducida recuperable o resiliente, bajo la acción de un pulso estático de carga transitorio (Gudishala, 2004).

Matemáticamente se tiene que el módulo resiliente es:

$$M_r = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\epsilon_r} = \frac{\sigma_d}{\epsilon_r} \quad (9.1)$$

Donde:

$M_r$ : Módulo resiliente

$\sigma_1$ : Esfuerzo principal mayor (producido por una carga axial)

$\sigma_3$ : Esfuerzo principal menor o presión de confinamiento

$\sigma_d$ : Esfuerzo desviador

$\epsilon_r$ : Deformación axial recuperable o resiliente

La deformación permanente es muy considerable durante los primeros ciclos de carga y comienza a disminuir hasta hacerse casi nula haciendo que la deformación resiliente se incremente con el número de ciclos de carga; esto es una consecuencia del fenómeno de endurecimiento plástico de los suelos y otros materiales de la teoría de la plasticidad (Salençon, 1977).

## **9.6 FACTORES GENERALES QUE AFECTAN EL MÓDULO RESILIENTE**

El módulo resiliente no es un valor fijo, depende de muchos factores que provocan su variación, incluso entre suelos de la misma categoría. En otros términos, el módulo resiliente varía de un suelo a otro por la influencia de agentes que han sido investigados ampliamente en el contexto internacional. Los factores que afectan el módulo resiliente según el tipo de suelo se mencionan a continuación.

### **9.6.1 Factores que afectan el $M_r$ de suelos finos**

La magnitud del módulo resiliente para suelos finos depende en gran medida de los siguientes factores, que inciden de forma negativa:

**Método de compactación.** El proceso de compactación se puede dar de dos maneras: por amasado o estáticamente; en el primero el pisón produce deformaciones adyacentes en la superficie del suelo; este tipo de compactación genera un acomodamiento de las partículas del suelo llamado disperso, es decir, éstas se acomodan paralelamente, generando una estructura menos resistente a la acción de esfuerzos cortantes, siendo, así, más susceptible de ser deformada; en el segundo caso, el suelo es compactado con una prensa que no permite deformaciones adyacentes, por ende el acomodamiento de las partículas es al azar, generando una estructura floculada. Este tipo de acomodamiento, que se genera en la compactación estática es casi instantáneo y por tal razón se dice que el suelo es más resistente a esfuerzos cortantes (Lee et al., 1995).

Lo anterior, se presenta cuando la compactación se realiza sobre suelos cuya humedad de compactación es mayor a la óptima; en el caso contrario, el acomodamiento de las partículas en ambos procesos termina siendo floculado debido a que no se presentan deformaciones significativas. Investigaciones realizadas en otros países concluyen que el acomodamiento de las partículas se da por el cortante inducido mediante la compactación, además, el grado de saturación incide significativamente sobre este proceso porque mientras más saturado esté el suelo en el momento de ser compactado, la resistencia a los esfuerzos cortantes se reduce de manera significativa, ya que, la estructura que conforman las partículas tiende a ser más dispersa (IMT, 2001).

Das (2001), Barksdale et al. (1997), entre otros, comentan que la energía de compactación tiene gran efecto en el contenido de agua necesario para compactar, por ende, un aumento en ésta disminuye la humedad de compactación y mantiene una estructura floculada en el suelo.

**Parámetros de compactación.** Factores como contenido de agua, peso volumétrico y grado de saturación que afectan la resistencia a esfuerzos cortantes en el material y el módulo resiliente. Masada y Sargan (2002) citan investigaciones como las de Johnson (1986), Bayomi y Majidzadeh (1978), Thompsom y Robenett (1976), las cuales, concluyen que el módulo resiliente es muy susceptible de cambios ante un aumento o disminución en el contenido de humedad, el grado de saturación tiene gran influencia sobre el  $M_r$ , más aún cuando se encuentra en niveles muy altos, entre el 90% y 95%, reduciendo su magnitud significativamente.

**Número de aplicaciones de carga.** Investigaciones realizadas para verificar la influencia del número de repeticiones de carga sobre el módulo resiliente indican que la deformación permanente se incrementa continuamente con las repeticiones como función de la magnitud de los esfuerzos y sensibilidad del suelo, la frecuencia y duración de la carga (IMT, 2002); y que la deformación resiliente en suelos naturales tiende a estabilizarse aproximadamente con

1000 repeticiones de carga. Otras investigaciones citadas por el IMT (2002) concluyen que la deformación resiliente cuando el suelo se compacta en el lado húmedo se incrementa hasta unos cuantos millares de repeticiones y luego comienza a disminuir; este efecto no tiene mucha relevancia en el caso de suelos compactados en el lado seco.

**Tixotropía.** Esta característica es propia de los suelos arcillosos que presentan aumentos de resistencia ante esfuerzos cortantes si se dejan reposar durante un cierto período de tiempo, debido a la acción de las fuerzas de cohesión producidas por el agua. Este fenómeno se presenta especialmente cuando el grado de saturación es alto.

El efecto que produce la tixotropía sobre el suelo se reduce con el incremento en las repeticiones de carga a partir de 10000 aproximadamente. Para un bajo número de repeticiones, la diferencia en el módulo resiliente puede variar de un 300 a 400% en probetas ensayadas un día y 50 días después de la compactación (IMT, 2002).

**Succión del suelo.** Se ha demostrado que la succión en los suelos es inversamente proporcional al contenido de humedad (Jucá, 1993; Fredlund, 1999) y que la resistencia también se incrementa a medida que aumenta la succión (Jucá, 1993; Fredlund, 1999).

Esta propiedad se relaciona directamente con el módulo resiliente, puesto que aumenta el esfuerzo efectivo en una subrasante o incluso en un material de base, puesto que cuando el material se seca, se hace más rígido, por ende, más resistente. Lo anterior quiere decir que la succión del suelo está relacionada en forma directa con la magnitud del módulo resiliente. Wolfe & Butalia (2004) y Wolfe (2004), concluyen que el módulo resiliente de un suelo saturado generalmente es menor que la mitad del módulo para el mismo suelo con la humedad óptima de compactación.

**Magnitud del esfuerzo desviador y condiciones de carga.** El esfuerzo desviador es inversamente proporcional al módulo resiliente, es decir, con un incremento en el esfuerzo desviador el módulo decrece rápidamente. De forma general se usa un esfuerzo

desviador de 69 *MPa* para valorar el módulo resiliente, pero es mejor evaluarlo de acuerdo con el estado de esfuerzos que ocurren en la subrasante (IMT, 2002).

Aunque el esfuerzo de confinamiento tiene influencia sobre la magnitud del módulo no es tan importante como el desviador, pero se hace más relevante a medida que la plasticidad se aproxima a cero; Wolf (2004) concluye que *Mr* decrece linealmente con un incremento en el esfuerzo desviador y una disminución del esfuerzo de confinamiento.

**Otros factores.** Existen otros factores que tienen influencia sobre la magnitud del módulo resiliente de suelos finos como la forma y amplitud del pulso de carga, la cual es directamente proporcional al módulo, es decir, incrementa casi linealmente con un aumento del logaritmo de la frecuencia de carga (Kim et al., 2001); según Mohammad et al. (1994 y 1995) citados por Hopkins et al., (2001), la secuencia de los pulsos, el tipo, origen y micro estructura del suelo también tienen influencia en el módulo resiliente de suelos fino granulares.

### 9.6.2 Factores que afectan el *Mr* de materiales granulares

La magnitud del módulo resiliente en un suelo granular es afectada por los siguientes factores:

**Tipo de material y su granulometría.** Masada & Sargan (2002) citan a Lekarp y Dowson (2000), quienes concluyeron que el origen de la roca, cantidad de finos, tamaño máximo del grano, gradación del material y tipo de agregado son factores de gran influencia sobre la magnitud del módulo resiliente. Adicionalmente, el IMT (2002) menciona otros factores que afectan el *Mr* como la angulosidad de los agregados, su rugosidad y su sanidad. Las diferencias en el módulo ocasionadas por estos factores varían entre el 20 y 50%.

Sin embargo, existen investigaciones que han evidenciado que la granulometría no es muy significativa en la magnitud del módulo y que el tipo de agregado no tiene mucha relevancia puesto que sus efectos son limitados (IMT, 2002).

**Estado de esfuerzos.** El  $M_r$  en materiales granulares depende mayormente de la presión de confinamiento y de la suma de esfuerzos principales. Con respecto al esfuerzo desviador, su influencia no es muy significativa, contrario a lo que ocurre en los suelos finogranulares.

En este mismo sentido, la reorientación de los esfuerzos principales, el número de aplicaciones de carga y los antecedentes de esfuerzos son agentes que también tienen gran efecto sobre el módulo resiliente de estos materiales. La deformación permanente está directamente relacionada con el esfuerzo desviador, y de forma inversa con el de confinamiento.

**Contenido de agua.** El módulo resiliente disminuye conforme el contenido de agua aumenta; esto no ocurre cuando los niveles de esfuerzo son pequeños (IMT, 2002); la sensibilidad al contenido de agua se incrementa con el aumento del contenido de finos en el material. Citados por Masada & Sargan (2002), Lepark y Dawson concluyeron que el  $M_r$  se reduce cuando el grado de saturación es demasiado alto. George (2004) reporta que algunas investigaciones han demostrado que el grado de saturación crítico es cercano a un rango entre el 80% y 85%, ya que los materiales se vuelven inestables y con este contenido de humedad el material se degrada rápidamente bajo carga repetida.

**Tamaño del espécimen, tipo de compactación, peso específico.** El módulo resiliente de los materiales granulares se incrementa con un aumento en el peso específico y la densidad. Barksdale y Hicks, citados por IMT (2002), concluyeron que en materiales compactados en el 95% de la compactación óptima del próctor modificado, la deformación permanente se incrementa en un factor de 1.5 a 2.0 con respecto a la que se presenta cuando la compactación se hace al 100%.

**Otros factores.** Gudishala (2004) reporta que factores como la forma del pulso y su secuencia de aplicación tienen gran incidencia sobre la magnitud del módulo resiliente. Adicional a estos factores, el número, forma del pulso, tiempo de descanso y número de aplicaciones también tienen efectos sobre el mismo (Masada &

Sargan, 2002). Tanto para suelos cohesivos como para materiales granulares la temperatura es un factor con influencia en la magnitud del  $M_r$ , puesto que causa esfuerzos internos en el material; pero en países como Colombia que no presenta cambios de clima extremos, este agente no tiene mayor relevancia.

### 9.7 ENSAYOS PARA DETERMINAR EL MÓDULO RESILIENTE

Las tendencias que actualmente se presentan en el diseño de pavimentos apuntan a usar el módulo resiliente como uno de los parámetros de diseño con el cual explican las características de resistencia de los materiales. Por dicha razón se han realizado muchos intentos para determinar este valor de una manera más eficiente y económica. Como se mencionó anteriormente, habitualmente el módulo resiliente se determina por medio de ensayos triaxiales cíclicos de carga repetida, ya que es la técnica que presenta mejores resultados, pues es la que representa con mayor exactitud las condiciones de carga que ocurren en campo, aunque requiere mucho tiempo y es bastante costoso. Lo anterior conduce a intentos por establecer correlaciones con otras propiedades de los materiales.

A continuación se enumerarán algunos de los ensayos, tanto de laboratorio como de campo, que se realizan para determinar el  $M_r$ , pero se hará énfasis en el ensayo triaxial, puesto que las demás técnicas son muy experimentales.

**Ensayo triaxial de carga repetida.** Hasta el momento es la prueba que presenta mejores resultados, se realiza con el equipo triaxial descrito en la norma ASTM 3999-91 y su procedimiento se establece en la norma colombiana INV E-156, que a su vez toma como base la norma AASHTO T274-82. Tiene la gran ventaja de no ser un ensayo destructivo puesto que las muestras ensayadas no presentan falla al momento de terminar la prueba. En este ensayo se representan las condiciones de esfuerzos a las cuales el suelo está sometido en campo, es decir, las condiciones de esfuerzos

dentro de la muestra en cualquier plano son definidas por medio del ensayo y son equivalentes a los esfuerzos producidos por una llanta aislada.

El ensayo permite medir además del módulo resiliente, la presión de poros y las deformaciones axial, volumétrica y radial del espécimen. En el ensayo se pueden utilizar tanto suelos puros, como estabilizados. A pesar de que este ensayo simula de manera más aproximada las condiciones de campo, presenta la dificultad de ser un ensayo muy complejo y requiere de personal altamente calificado para su realización e interpretación, además de ser costoso.

Adicionalmente, pueden presentarse algunos factores que afectan sus resultados y generalmente son originados por mala calibración del equipo y por imperfectos en la muestras, en especial imperfecciones en sus extremos. Barksdale et al. (1997) concluyen que el ensayo triaxial es recomendable para hallar el módulo resiliente de suelos cohesivos y materiales granulares, pero se debe tener especial cuidado con la calibración del equipo, realización de las probetas, acondicionamiento de las mismas y lecturas en el sistema. Además, estos autores recomiendan que en suelos cohesivos se implemente un ensayo triaxial cíclico no confinado.

**Ensayo de columna resonante.** Este ensayo es usado para determinar propiedades mecánicas de los suelos tales como módulo de corte, características de amortiguamiento, velocidad de onda de corte y módulo de Young. En este ensayo se pueden usar probetas cilíndricas huecas o macizas, remoldeadas o inalteradas, las cuales son sometidas a carga torsional o longitudinal. Se sigue el procedimiento descrito en la norma ASTM D 4015-92.

El ensayo es básicamente de retroanálisis, la respuesta no es la del suelo por sí misma, pero contiene efectos del suelo y los aparatos del ensayo. Además, el ensayo es confiable para obtener datos sobre las propiedades dinámicas de suelos en un rango de deformación cortante cercano a 0.10% (Barksdale et al, 1997).

En la literatura no se presentan ecuaciones que relacionen este ensayo con el módulo resiliente, además éste es más complicado de

realizar que el triaxial de carga repetida, por tanto, se utiliza con menor frecuencia y se destina básicamente a trabajos experimentales.

**Ensayo de cilindro hueco.** Este ensayo puede ser el más acertado para simular condiciones de esfuerzos complejas pero presenta la gran dificultad de necesitar especímenes demasiado grandes puesto que los espesores de las probetas están normalizados según el tamaño máximo del agregado; en otros términos, el tamaño de los agregados es limitado. Este ensayo es muy apropiado para caracterizaciones avanzadas de suelos, y debido a su gran flexibilidad permite investigar deformaciones que simulan estados de esfuerzos producidos por las llantas en movimiento (Barksdale et al, 1997).

**Penetrómetro de cono dinámico.** Es un ensayo que se realiza in situ, y debe ser operado por dos personas. Consiste en aplicar una carga dinámica al suelo, producida por la caída de un martillo que lo penetra. La medida de la penetración del martillo en el suelo, llamada índice de penetración, por medio de correlaciones que se presentan frecuentemente de forma gráfica en ábacos, puede definir la resistencia ofrecida por el suelo.

Una de las mayores ventajas del ensayo es que el aparato tiene la habilidad de proporcionar un registro de la resistencia relativa del suelo con la profundidad. Gudishala (2004) presenta ecuaciones experimentales de correlación entre el módulo resiliente y el ensayo, establecidas por diferentes autores, y las verifica experimentalmente para suelos cohesivos y materiales granulares.

**FWD o deflectómetro de impacto.** Este ensayo produce un pulso de carga definido sobre una placa que lo transmite al suelo, la cual tiene un sensor en el centro que registra la deflexión del suelo en el centro de la carga. Gudishala (2004) reporta que los estudios con este método son muy pocos y muestra una ecuación de correlación con el módulo resiliente hallada por otros autores. Sin embargo, cada vez más se emplea este método y se reportan resultados de importantes estudios (George, 2003 y Gaspard & Mohammad, 2005)

En la actualidad este método de ensayo se viene imponiendo para la determinación de módulos en campo, dada su rapidez y eficacia,

lo cual permite grandes rendimientos en el control de calidad y en la auscultación de vías.

**Geogauge.** El geogauge es un instrumento portátil que mide la rigidez y el módulo del suelo in situ, además, proporciona medios para medir la densidad del suelo. El GeoGauge permite el control del proceso de compactación de las capas de pavimentos. Por sus características el geogauge se convierte en una gran herramienta para medir el módulo resiliente en campo. Aunque son pocos los estudios que se han realizado para verificar que esto sí se puede hacer, Gudishala (2004) presenta algunas correlaciones establecidas por investigadores que se han interesado en establecer el módulo a partir de las lecturas generadas por este equipo.

## **9.8 CORRELACIONES**

Existen varias correlaciones para estimar el módulo resiliente de los materiales; éstas son establecidas empíricamente y en general están dadas en relación con el módulo obtenido en ensayos triaxiales cíclicos y otros parámetros más fáciles y económicos de obtener (George, 2004, Sukumaran et al., 2002 ).

El valor del módulo resiliente se ha correlacionado con otras características de los materiales tales como el CBR, el valor de resistencia  $R$ , que expresa la resistencia a la deformación como función en proporción de la presión lateral transmitida a una presión vertical aplicada y características índice (Huang, 2004). Aunque son correlaciones empíricas, comúnmente son utilizadas en el diseño mecanicista de pavimentos.

La más utilizada de las correlaciones ya mencionadas es con el CBR, puesto que esta propiedad es de gran utilidad en el diseño de pavimentos. La AASHTO basada inicialmente en la ecuación establecida por Heukelom and Klomp (1962), ha establecido en sus guías de diseño, varias ecuaciones de correlación entre el módulo resiliente y el CBR; también presenta otra correlación con el valor de resistencia  $R$ , pero algunas de estas correlaciones están limitadas

a ser usadas en suelos con características específicas (Sukuraman et al., 2002).

Algunas de estas correlaciones son:

$Mr = 1500 \text{ CBR}$ : Establecida por Heukelom y Klomp en 1962, pero está restringida para suelos finos o arenas finas con un valor de CBR saturado menor o igual 20 (Huang, 2004).

$Mr = 2555 \text{ CBR}^{0.64}$ : La cual fue desarrollada por la AASHTO en su última guía de diseño en 1993, y no presenta grandes restricciones (Sukuraman et al., 2002 y Hopkins et al., 2001).

Una de las mayores limitaciones de la correlación entre el CBR y el módulo resiliente se presenta debido a que el CBR no involucra variaciones de  $Mr$  con la magnitud del esfuerzo aplicado (Kim et al., 2001).

Otra correlación para estimar el módulo resiliente se da con el esfuerzo al 1% ( $S_{u1.0\%}$ ) de la deformación en el ensayo triaxial. Lee et al. (1995) realizó una investigación y estableció una ecuación experimental, para relacionar el  $Mr$  con  $S_{u1.0\%}$ , la cual, muestra que estas dos propiedades son directamente proporcionales.

La AASHTO reconoce que todas estas correlaciones no presentan resultados iguales a los valores de  $Mr$  obtenidos en campo; por tal razón sugiere que el módulo de la subrasante determinado a partir de la medida de la deflexión sobre la superficie del pavimento sea ajustada con un factor de 0.33 (Kim et al., 2001).

En la actualidad son muchos los intentos por establecer una manera de estimar el módulo resiliente de los suelos, con resultados que sean confiables y que, además, sean alternativas económicas y rápidas, sin embargo, el ensayo triaxial dinámico de carga repetida sigue siendo el que presenta los resultados más confiables.

## 9.9 PROPIEDADES RESILIENTES DE SUELOS ESTABILIZADOS

En realidad son pocos los estudios realizados en esta área, por ende, la literatura existente sobre el tema no es muy cuantiosa. Little (1999,

2001 y 2002), quien ha realizado numerosos estudios sobre estabilización de suelos con cal, presenta una descripción detallada sobre las propiedades resilientes de este tipo de material.

Little (1999), Little & Yusuf (2001) y Little et al. (2002), en sus investigaciones, encontraron que la deformación en suelos estabilizados con cal es mucho menor que en aquellos que no lo están, en éstos es del orden del 3%, mientras que en los primeros solo es aproximadamente del 1%, esto conduce a que las mezclas de suelo cal sean 10 a 25 veces más rígidas. Para sus trabajos Little utilizó un suelo con un contenido de finos de 25% mínimo y un IP al menos de 10; la compactación se realizó al 95% de la máxima alcanzada con el ensayo Próctor modificado, ya que este nivel de compactación es fácilmente alcanzable con maquinaria de campo convencional. Además, los niveles de humedad son los óptimos obtenidos en el ensayo anteriormente mencionado.

La estabilización con cal produce un mejoramiento progresivo de la resistencia del suelo, haciendo que el material sea más rígido y, por ende, que el módulo sea mayor y las deformaciones menores, debido a las reacciones puzolánicas que se presentan cuando la cal entra en contacto con el suelo. Little (1999) cita una serie de autores que han realizado investigaciones sobre el módulo resiliente de suelos estabilizados con cal, los cuales por lo general concluyen que la adición de cal genera efectos inmediatos sobre las características resilientes de los suelos y que estos suelos son menos sensibles ante la humedad. Los módulos resilientes de estas estabilizaciones pueden tener un incremento entre el 800% y 1500% después de cierto período de curado, aunque se debe tener en cuenta que el módulo resiliente es muy sensible al nivel de compactación y al contenido de humedad. Con respecto al módulo resiliente en campo, Little (1999) enuncia que los módulos de suelos estabilizados con cal varían entre 210 *MPa* y 3500 *MPa*. Little (2001) utilizó un tiempo de curado para los especímenes de ensayo de 7 días bajo una temperatura de 40 °C ó de 30 días a 25 °C, saturados durante 24 horas y sin saturar, con porcentajes de cal de 4, 5 y 6%.

## 9.10 ENSAYOS DE LABORATORIO

En total, se ensayaron 1740 probetas cilíndricas elaboradas con los suelos descritos en la tabla 9.1. Las dimensiones de los especímenes de ensayo fueron 10 cm de diámetro y 20.5 cm de altura aproximadamente, para los ensayos de módulo resiliente, compresión simple y tracción indirecta.

**Tabla 9.1.** Tipos de suelos utilizados. [FUENTE: propia].

<i>Suelo</i>	<i>Descripción</i>	<i>Código</i>
1	Base granular origen residual de diorita (Cantera Sta. Rita)	MS-022
2	Suelo fino granular de origen residual de diorita (MH)	MS-061
3	Suelo fino granular de origen residual de esquisto (MH)	MS-064
4	Suelo arenoso de origen residual de diorita (ML)	MS-065
5	Suelo fino granular arcilloso (CH)	MS-012
6	90% del MS-022 con el 10% del MS-061	MS-022-10
7	80% del MS-022 con el 20% del MS-061	MS-022-20
8	70% del MS-022 con el 30% del MS-061	MS-022-30
9	60% del MS-022 con el 40% del MS-061	MS-022-40
10	50% del MS-022 con el 50% del MS-061	MS-022-50

Para el proceso experimental, se establecieron diferentes edades de curado con el fin de analizar la evolución de las propiedades mecánicas de los materiales en el tiempo, y, posteriormente hacer las correlaciones respectivas con los resultados de cada ensayo. Dichos períodos fueron 7, 30, 60, 90 y 365 días para los ensayos de compresión simple y de tracción indirecta. Para los ensayos de CBR se estableció una edad de 3 días, y 2 meses para los ensayos de módulo resiliente.

El número total de probetas correspondiente a cada tipo de suelo para compresión simple y tracción indirecta fue de 120, las cuales se

dividieron en grupos de 3 para cada ensayo, contenido de cal y edad de curado. Adicionalmente, se fabricaron 6 probetas sin adición de cal que fueron falladas inmediatamente.

Para la determinación de la resistencia a la penetración mediante el ensayo CBR, se elaboraron dos especímenes por cada contenido de cal, realizándose la penetración sobre una muestra inundada durante 3 días y otra sobre una muestra sin inundar de forma inmediata y sin permitir su curado. En la tabla 2 se resumen las probetas ensayadas.

**Tabla 9.2.** Número de probetas construidas para cada tipo de suelo. [Fuente: propia].

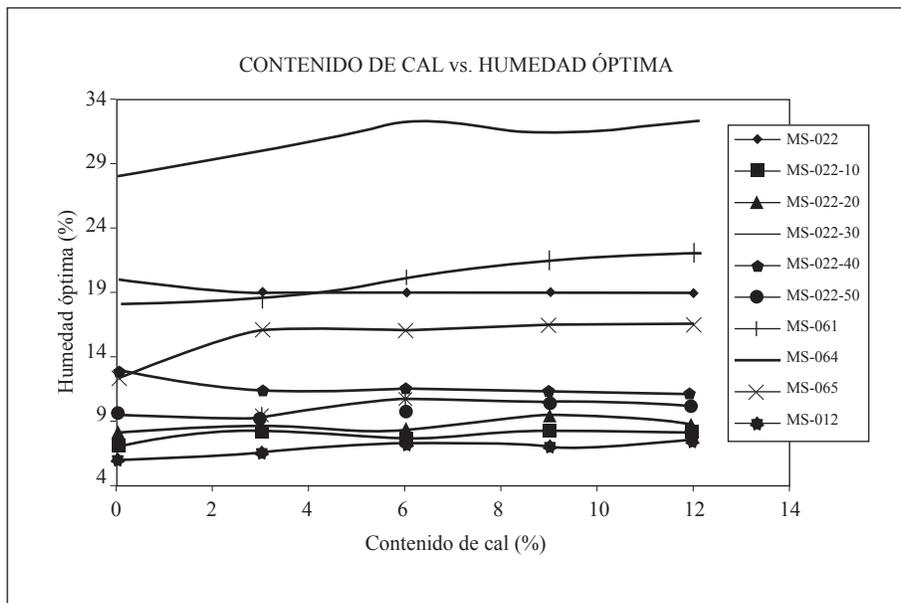
<i>Ensayo</i>	<i>% cal</i>				<i>Total</i>
	<i>3</i>	<i>6</i>	<i>9</i>	<i>12</i>	
C.B.R.	2	2	2	2	8
Módulo resiliente	2	2	2	2	8
Tracción indirecta	3	3	3	3	12
Compresión simple	3	3	3	3	12

El curado se realizó colocando las probetas dentro de una bolsa plástica hermética y en un lugar fresco que mantuviera la humedad y la temperatura constantes. La cal que se ha utilizado para la ejecución de la investigación es cal hidratada que cumple con las normas y especificaciones de calidad vigentes de la ASTM y NTC (Gómez et al., 2004)

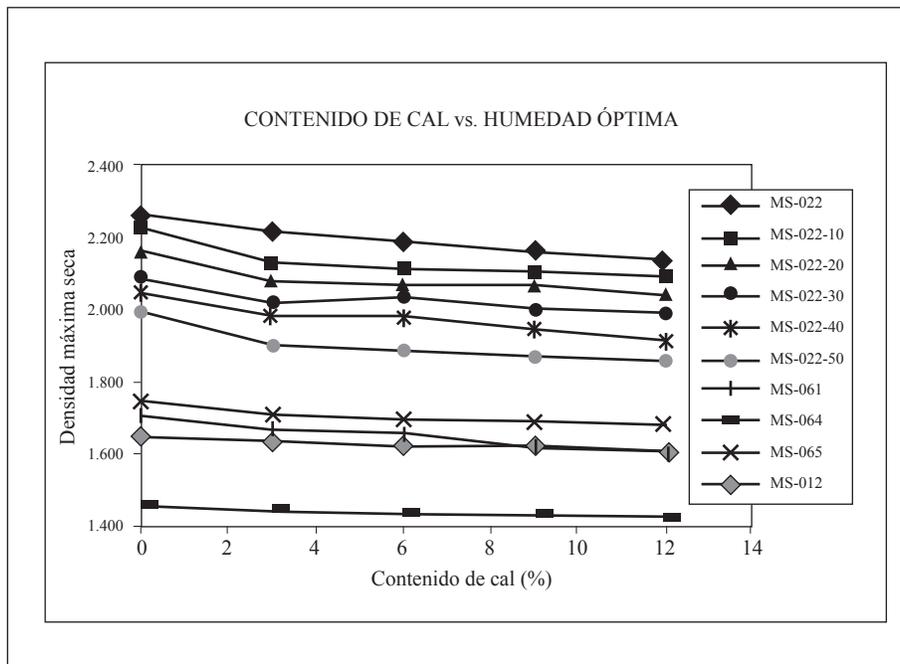
Se realizó el ensayo de análisis químico a cada uno de los suelos de la investigación, siguiendo el método fluorescencia de rayos-X (B4Li2O7 fund), mediante el uso de las normas NTC 184 y ASTM C114. Los resultados de los ensayos químicos arrojaron como resultado que el mineral más representativo en todos los suelos es el óxido de silicio (SiO<sub>2</sub>), en un rango que varía entre 31% y 58%; en los suelos grueso granulares, este mineral va disminuyendo en la medida que éste tiene una mayor participación granulométrica

de suelo finogranular. Un fenómeno similar se presenta con otros minerales, cuyo contenido porcentual es significativo dentro de estos suelos; dichos minerales son los óxidos de magnesio (MgO), de sodio (Na<sub>2</sub>O) y de calcio (CaO). También se obtuvo que los óxidos de aluminio (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) y de hierro (Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) aumentan en proporción al contenido de la fracción finogranular. Se apreció la presencia de bajos contenidos de SO<sub>3</sub>, lo cual favorece la estabilización de estos suelos con cal.

Se realizó el ensayo próctor modificado a todos los suelos con cal y se observó que para los suelos finogranulares la densidad seca máxima es menor que para los suelos granulares; caso contrario sucede con la humedad óptima, que es mayor para los suelos fino granulares y menor para los grueso granulares, estando ésto de acuerdo con la teoría de compactación. Lo anterior se puede observar en las figuras 9.1 y 9.2.



**Figura 9.1.** Densidades secas máximas vs. Porcentajes de cal para cada tipo de suelo. [FUENTE: propia].



**Figura 9.2.** Humedades óptimas vs. Porcentajes de cal para cada tipo de suelo. [FUENTE: propia].

## 9.11 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los resultados de los ensayos en suelos estabilizados se compararon con los obtenidos en los suelos sin cal, evidenciándose un aumento sustancial de la resistencia tanto a compresión simple como a tracción indirecta; estos incrementos en la resistencia son de más del 100% con 7 días de curado, y para edades superiores a dos meses llegan a más del 300%. En las figuras 9.3 y 9.4 se presentan estos resultados para el suelo MS-022; los demás resultados son presentados por Hidalgo y Rodríguez (2006).

Contenidos de cal alrededor del 3% no generan un mejoramiento importante en las propiedades de resistencia de los suelos finos, mientras que en suelos granulares un contenido igual de cal induce un incremento de más del 100%.

Las muestras con alto contenido de finos presentan una tendencia a lograr mayor resistencia en el tiempo; ésto confirma lo presentado en la literatura, por ejemplo, Little (2000).

La ganancia de resistencia en un suelo estabilizado con cal depende de diversos factores, tales como el diseño de la mezcla, proceso de compactación, contenido de cal y mineralogía del suelo, mezclado de la cal con el suelo y contenido de humedad de la mezcla suelo-cal (Little, 1999).

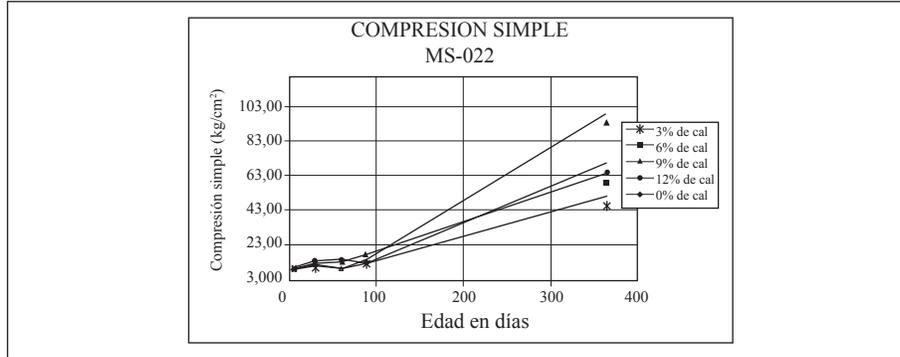
Se ha observado que el contenido de finos influye en gran medida para que el aumento de la resistencia en una estabilización sea mayor o menor, lo cual se ha evidenciado en esta investigación; también es claro que a mayores contenidos de finos, la cantidad de cal adicionada debe ser mayor (Gómez et al, 2004 y Hidalgo & Rodriguez, 2005).

Se presenta una tendencia general a aumentar la resistencia tanto a compresión como a tracción a medida que se aumenta la participación de material finogranular, es decir, se evidencia que en el suelo MS-022 la ganancia de resistencia fue menor comparada con los suelos finos, aunque tomó menos tiempo alcanzar la máxima resistencia.

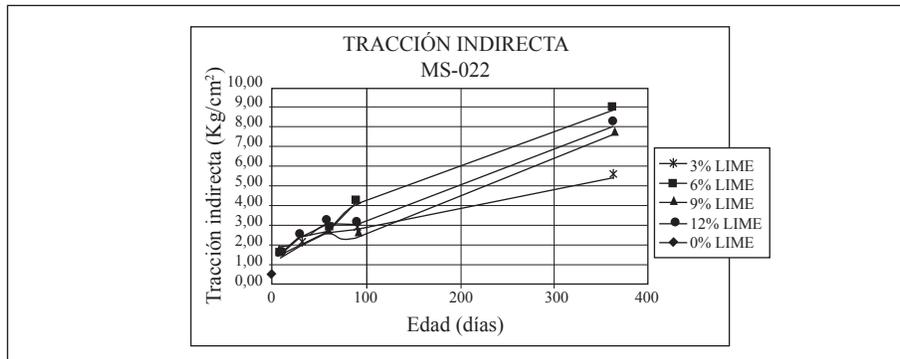
También se observó que el suelo que ha obtenido una mayor ganancia de resistencia a los 365 días de curado ha sido el MS-061, con unas resistencias máximas de 140 kg/cm<sup>2</sup> en compresión simple y de 18 kg/cm<sup>2</sup> para tracción indirecta (figuras 9.5 y 9.6). También es de anotar que estos valores son para una adición de cal del 12%, respectivamente. Sin embargo, en adiciones de 9% y 6% también es muy notoria la mejoría. Por tanto, en este aspecto se puede concluir que por costos una estabilización de un suelo con las características del MS-061 puede ser estabilizado con una adición de cal entre el 6% y 9%, obteniéndose así buenas resistencias del suelo en capas estructurales de pavimentos.

### **9.11.1 Compresión simple**

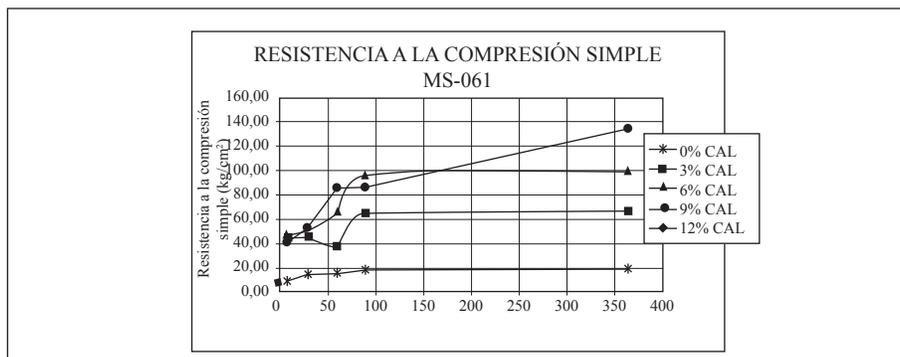
Puede concluirse que para suelos con altos contenidos de finos, se requiere, al menos, de 60 días para alcanzar resistencias aceptables. En el material MS-022 la mejor resistencia se alcanzó al poco tiempo



**Figura 9.3.** Evolución de la resistencia a la compresión simple para el suelo MS-022. [FUENTE: propia].



**Figura 9.4.** Evolución de la resistencia a la tracción indirecta para el suelo MS-022. [FUENTE: propia].



**Figura 9.5.** Evolución de la resistencia a la compresión simple para el suelo MS-061. [FUENTE: propia].

de curado, pasando de una resistencia sin cal del orden de 3 kg/cm<sup>2</sup> a una resistencia 3 veces superior a los 7 días de curado, para cada uno de los contenidos de cal. El hecho de que la resistencia máxima se haya obtenido con el contenido de cal más alto resulta lógico ya que por la falta de finos, la cal debe envolver todas las partículas para obtener una buena cementación.

En general, se observa que la resistencia aumenta gradualmente con el tiempo de curado hasta llegar a un valor aceptable, y que le permite al material un buen comportamiento en una vía abierta al tráfico vehicular a los 60 días, a partir del cual, en la mayoría de los casos, tiende a estabilizarse.

Para los suelos granulares, de acuerdo con las de resistencias registradas, los valores máximos correspondieron a muestras preparadas con contenidos de cal del 6% o del 9%; para los suelos con el 0%, 10%, 20%, 30% y 40% de adición de limo, el mejor comportamiento se obtuvo con el 6% de cal; para la mezcla de suelo, con el 50% de limo, el mejor comportamiento se obtuvo con una adición del 9% de cal, lo que puede indicar una tendencia de mayor requerimiento de cal con respecto al contenido de suelo cohesivo.

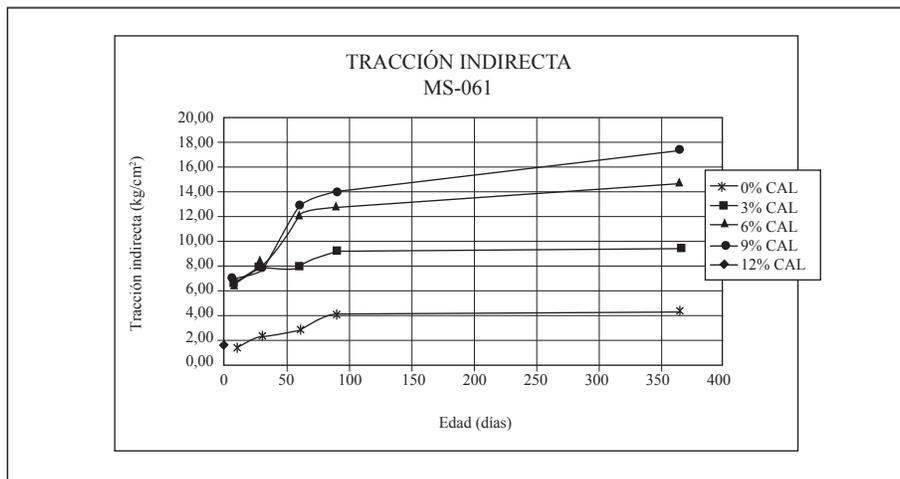
En el caso de los suelos finos el aumento de resistencia en el tiempo tiene como valor máximo el correspondiente a 90 días de curado, presentándose incrementos importantes con respecto al suelo sin ningún contenido de cal; es así como para 7 días de curado los incrementos variaron entre 130% y 370%; para 90 días estuvieron entre 450% y 1100%. El mejor desempeño se encontró para un contenido de cal de 12%, aunque se pueden apreciar que para contenidos del 9% de cal, el mejoramiento de la resistencia es sustancial (Hidalgo y Rodríguez 2005 y 2006).

La tendencia lleva a que los valores más promisorios para las dosificaciones de cal sean el 6% y el 9% ya que se obtienen resistencias que permiten un buen comportamiento de los materiales en capas estructurales de pavimentos. Aunque las mejores resistencias se han obtenido con un contenido de cal del 12%, no se considera que esta cantidad de cal sea apta debido a los altos costos que se generan.

Se puede apreciar que los suelos finos alcanzan las más altas resistencias, lo cual se asocia con la acción de los efectos puzolánicos en la reacción dada entre la cal y el suelo, en donde se sabe que los minerales arcillosos son más susceptibles a la cal.

### 9.11.2 Tracción indirecta

Se pudo observar que los suelos que presentaron mayor aumento de resistencia a la tracción con respecto al suelo sin adición de cal, si se compara dicha resistencia con la alcanzada a los 7 días de curado son en términos generales los suelos grueso granulares y el finogranular MS-061.



**Figura 9.6.** Evolución de la resistencia a la tracción indirecta para el suelo MS-061. [FUENTE: propia].

La evolución de la resistencia a la tracción indirecta para cualquier dosificación de cal, aún en edades de curado tempranas, es notablemente mayor con respecto al material sin adición de cal; este comportamiento es similar al que se presenta en la compresión simple (figuras 9.4 y 9.6).

Para los suelos granulares se presenta un aumento en un 150% para edades de 7 días de curado, y de más del 250% para probetas

ensayadas a los 90 días, considerando en ambos casos los resultados más desfavorables registrados.

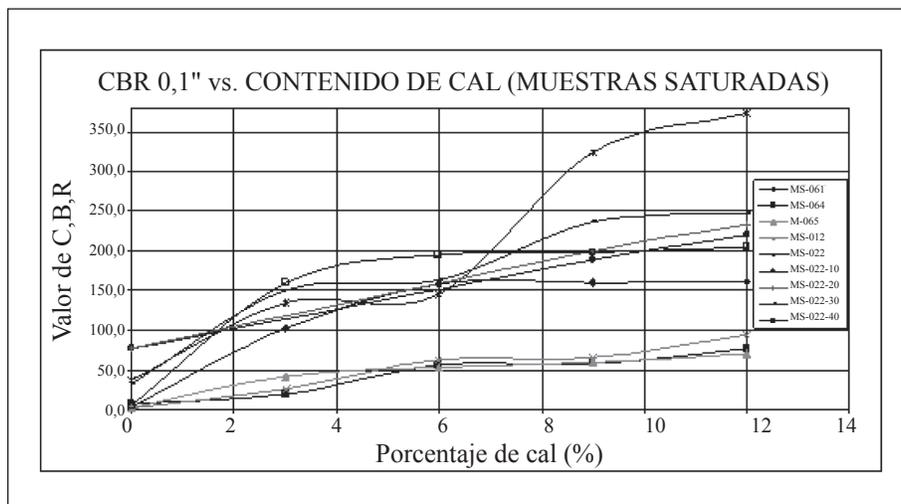
A diferencia de lo observado en los ensayos de resistencia a compresión simple, en la tracción indirecta la resistencia máxima del suelo MS-022 se obtienen los 60 días y fue de 3 kg/cm<sup>2</sup>. En este suelo se observa una variación muy pequeña de las resistencias con los diferentes contenidos de cal. De manera similar a la compresión simple, se presenta el máximo valor para el 12% de cal.

En general, la resistencia a la tracción presenta unas tendencias similares a las de la compresión simple, observándose que la resistencia aumenta gradualmente con el tiempo de curado hasta llegar a un valor máximo a los 60 días para todos los suelos; a partir de esta edad tiende a estabilizarse.

### **9.11.3 CBR**

Los resultados de estos ensayos mostraron un gran incremento del CBR para todas las muestras, y sus resultados concuerdan con lo establecido en trabajos de investigación realizados por Moore et al. (1971) Thompson (1969) y Little (1995, 1996, 1997) que son citados por Little (1999), quienes concluyeron que esta propiedad se incrementa sustancialmente, independientemente del tiempo de curado y de la reactividad de la cal. El número total de probetas para el ensayo fue de 10, de las cuales 2 no tenían ninguna adición de cal. Las figuras 9.7 y 9.8 muestran los resultados obtenidos para los ensayos de CBR en todos los suelos de estudio.

En ensayos realizados para determinar sus valores, se obtuvo como resultado un incremento sustancial que varía según el contenido de finos del suelo, que incide de forma notoria sobre la mezcla de suelo-cal, es decir, para bajos contenidos de cal, del orden del 3%, el mejoramiento en la capacidad de soporte no es muy importante en suelos con mayor contenido de finos, mientras que en un suelo con bajo contenido de material finogranular el aumento del CBR es muy significativo.



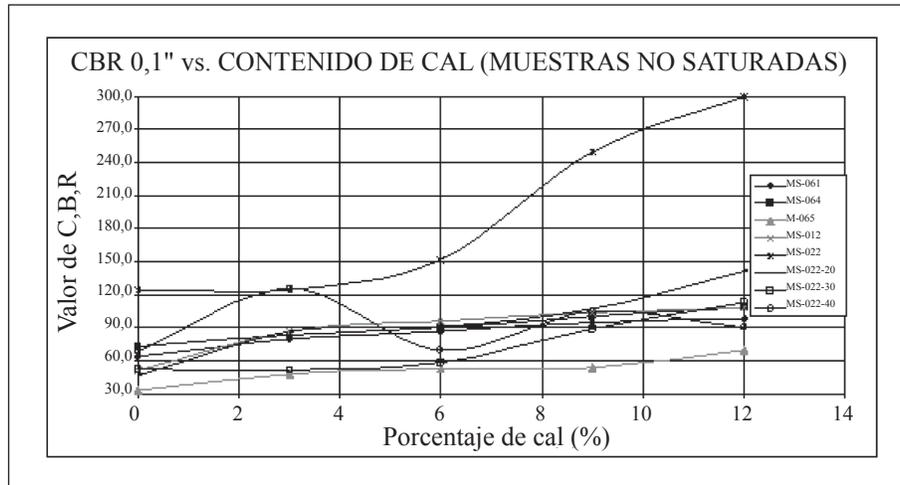
**Figura 9.7.** Resultados de CBR para muestras saturadas (0.1"). [FUENTE: propia].

El mayor valor de CBR se presentó para el suelo MS-022, lo cual es lógico, pues este material debe cumplir con las especificaciones requeridas para una base granular.

El contenido de cal que generó mejor CBR en todos los suelos fue el 12%, tanto para muestras saturadas como sin inundar. Esto indica que una mayor adición de cal tiene mayores efectos cementantes en el suelo y, por ende, puede generar un mejor comportamiento del material frente a la acción de cargas vehiculares.

En dichos gráficos, se aprecia que el esfuerzo para penetrar las muestras es mucho mayor en el suelo saturado que en el que no lo está, lo cual se debe a que a pesar de estar sumergidos durante 3 días, el proceso de curado se lleva a cabo en la cal normalmente, aumentando su resistencia.

Los valores del CBR de los suelos MS-022-10, MS-022-20, MS-022-30, MS-022-40 y MS-022-50 tienen una reducción considerable, comparados con el material de base original; se evidencia que el contenido de finos tiene gran influencia sobre esta propiedad. Es de anotar que las adiciones de cal también generan alteraciones positivas para la resistencia, es decir, generan aumentos en la misma.



**Figura 9.8.** Resultados de CBR para muestras no saturadas (0.1"). [FUENTE: propia].

Los suelos finos en una penetración de 0.1 pulg saturados presentan valores de CBR más bajos que los suelos granulares. Sin embargo, el suelo MS-065 reporta un CBR muy cercano al del MS-022-40; esto indica que suelos cuyo contenido de material limoso sea cercano al 50% pueden presentar un comportamiento similar al de un suelo finogranular como el MS-065.

En las muestras no saturadas se presenta una diferencia notable entre los valores de CBR de los suelos finos y los granulares, siendo mucho mayores los correspondientes a aquellos con algún contenido de material grueso. Sin embargo, cuando las muestras están sin saturar las diferencias no son tan notorias. Lo anterior puede ser originado por la falta de tiempo para que se dé una reacción fuerte entre la cal y el suelo.

#### 9.11.4 Módulo resiliente

La edad para la falla de los especímenes fue de dos meses, y durante el tiempo de curado, las probetas fueron empacadas en bolsas plásticas y almacenadas en un cuarto húmedo para mantener constantes las condiciones de compactación.

Para cada tipo de suelo y dosificación de cal se construyeron 2 probetas. Como patrón de comparación se fabricaron diez probetas sin adición de cal, una probeta por cada tipo de suelo, las cuales fueron falladas inmediatamente después de ser compactadas.

Es de aclarar que sólo se fallaron por tipo de suelo 4 probetas con un contenido de cal de 0%, 3%, 6% y 9%, pues se consideró que aquellas con un 12% no representaban un incremento representativo en la resistencia y económicamente no son muy viables para la construcción de vías. Se efectuaron análisis comparativos de los resultados obtenidos con dos modelos  $K-\theta$  y Uzan descritos por Hopkins et al. (2001), ver ecuaciones 9.2 y 9.3. Tales relaciones se realizaron haciendo uso de un programa de análisis estadístico para relacionar más de dos variables.

$$Mr = K_1 \theta^{k_2} \quad (9.2)$$

$$Mr = K_3 \theta^{k_4} (\sigma_d)^{k_5} \quad (9.3)$$

Todos los suelos presentan módulos resilientes después de el número máximo de ciclos de carga presentan valores que varían en los rangos que se muestran en la tabla 9.3.

**Tabla 9.3.** Resumen de resultados de módulo resiliente para el último ciclo de carga. [FUENTE: propia].

<i>Suelo</i>	<i>3% de cal</i>		<i>6% de cal</i>		<i>9% de cal</i>	
	<i>Mr últ</i>	<i>Ciclo</i>	<i>Mr últ</i>	<i>Ciclo</i>	<i>Mr últ</i>	<i>Ciclo</i>
	<i>Mpa</i>		<i>Mpa</i>		<i>Mpa</i>	
MS-061	<b>105</b>	14	<b>118</b>	14	112	14
MS-064	124	14	<b>131</b>	13	<b>68</b>	14
MS-065	133	14	<b>159</b>	13	<b>121</b>	13
MS-012			<b>165</b>	14	<b>146</b>	14

<i>Suelo</i>	<i>3% de cal</i>		<i>6% de cal</i>		<i>9% de cal</i>	
	<i>Mr últ</i>	<i>Ciclo</i>	<i>Mr últ</i>	<i>Ciclo</i>	<i>Mr últ</i>	<i>Ciclo</i>
	<i>Mpa</i>		<i>Mpa</i>		<i>Mpa</i>	
MS-022	172	13	<b>128</b>	13	<b>189</b>	7
MS-022 10% L	<b>139</b>	14	151	13	<b>161</b>	13
MS-022 20% L	<b>156</b>	13	126	14	<b>122</b>	14
MS-022 30% L	<b>134</b>	14	<b>153</b>	7	149	13
MS-022 40% L	146	13	<b>190</b>	13	<b>145</b>	14
MS-022 50% L	<b>166</b>	13	151	11	<b>130</b>	13

En general, se observa una tendencia a que los mejores valores del módulo se presentan en un contenido de cal correspondiente al 6%. Esto se evidencia al observar la figura 9.9, en la cual, se grafican los módulos resilientes correspondientes a cada suelo, con dosificaciones de cal correspondientes al 3, 6 y 9% para trece y siete ciclos de carga. De la figura 9.10 se logra observar que a pesar de haber una diferencia en los ciclos de carga, la tendencia siempre es hacia dicho porcentaje (6%) como óptimo.

El *Mr* varía con el esfuerzo desviador aplicado y muestra una tendencia creciente que en algunos casos es tal como se muestra en las figuras 9.11 y 9.12.

Se observó que los módulos aumentan cuando la presión de cámara se incrementa, pero, para presiones más altas el módulo tiende a estabilizarse como se logra apreciar en las figura 9.11 y 9.12.

Cuando se analiza la variación del módulo resiliente con la invariante de esfuerzos ( $\theta = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ , donde  $\sigma_2$  es igual a  $\sigma_3$ , por tanto  $\theta = \sigma_1 + 2\sigma_3$  ó  $\theta = \sigma_d + 3\sigma_3$ ), se observa una tendencia creciente, presentando los mayores valores con el 6% de cal.

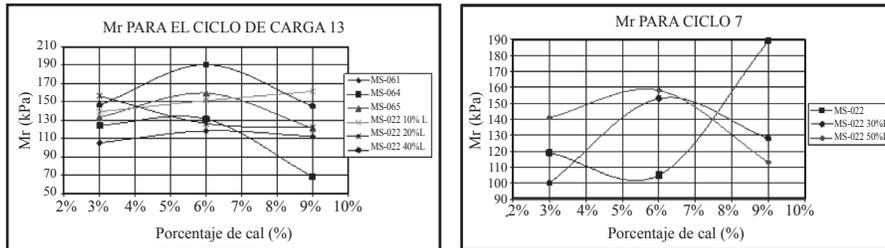


Figura 9.9. Variación de  $M_r$  para 13 y 7 ciclos de carga. [Fuente: propia]

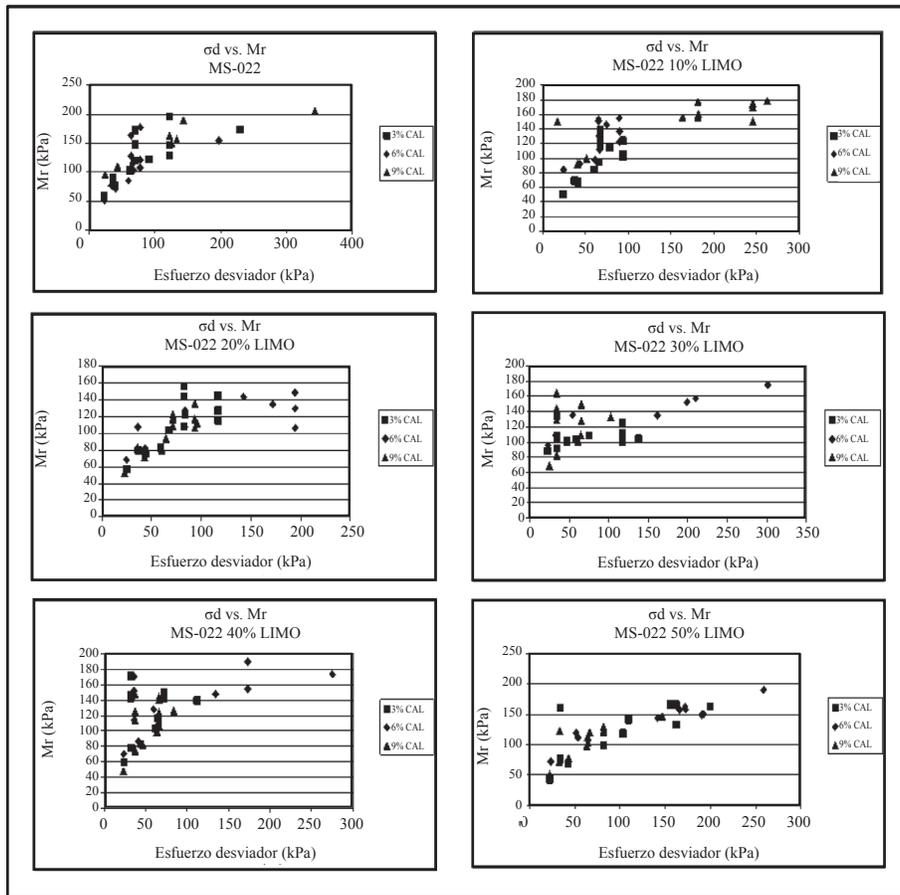


Figura 9.10. Variación de  $M_r$  con el esfuerzo desviador para suelos granulares. [FUENTE: propia].

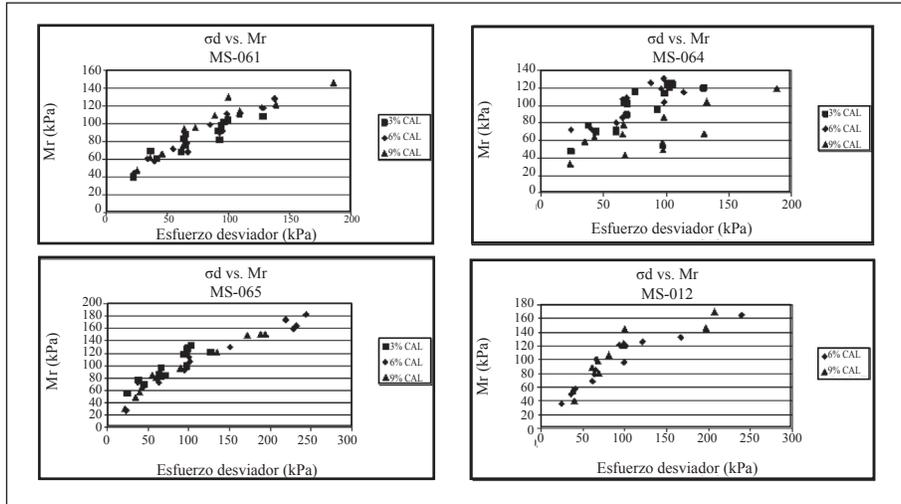


Figura 9.11. Variación de  $M_r$  con el esfuerzo desviador para suelos fino-granulares

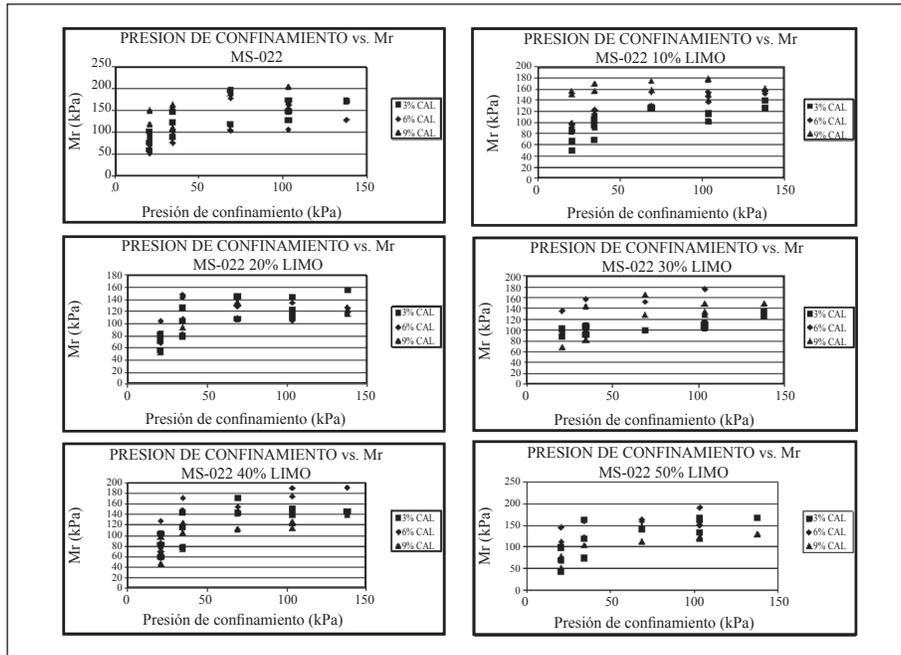


Figura 9.12. Variación de  $M_r$  con la presión de confinamiento para suelos granulares

Los resultados obtenidos se ajustaron a los modelos K- $\theta$  Uzan, UT-Austin y Utep (Hopkins et al., 2001), mediante el uso de herramientas computacionales para el análisis estadístico obteniéndose los ajustes mostrados en la tabla 9.4. Se observa que el modelo que mejor predice el comportamiento de los suelos analizados es el Uzan, que presenta un coeficiente de regresión medio de 0.81 y con una desviación estándar de 0.13, los modelos Utep y K- $\theta$  presentan menores valores de  $r^2$  y mayores desviaciones estándar, mientras que el modelo UT-Austin presenta un  $r^2$  similar pero una mayor desviación estándar.

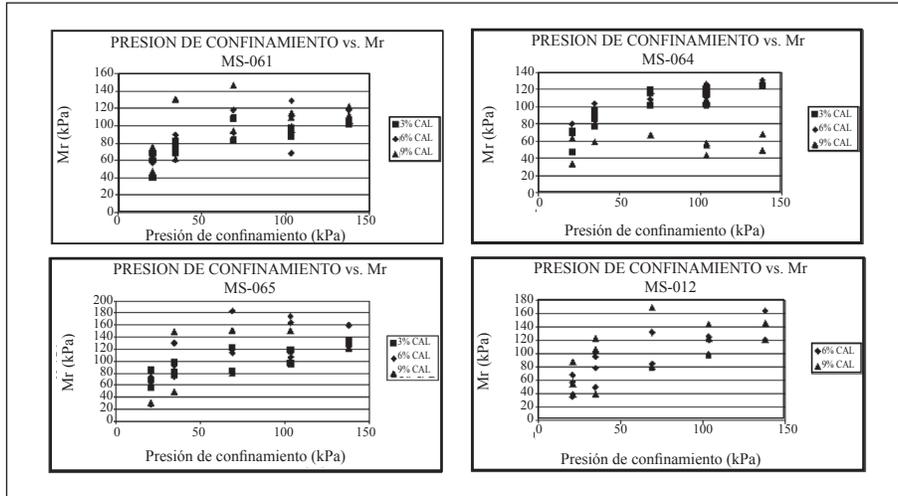
**Tabla 9.4.** Modelos teóricos de la variación del módulo resiliente. [FUENTE: propia]

MODELO	EXPRESIÓN	$r^2$	Desviación estándar
K- $\theta$	$Mr = K_1 \theta^{K_2}$	0.68	0.17
Uzan	$Mr = K_3 \theta^{K_4} (\sigma_d)^{K_5}$	0.81	0.13
UT-Austin	$Mr = N_6 \sigma_d^{N_7} N_3^{N_8}$ $N_6 = K_6 = 10^a$ $N_7 = 1 - K_7$ $N_8 = -K_8$	0.82	0.19
Utep	$Mr = K_9 \theta^{K_{10}} (\epsilon_a)^{K_{11}}$	0.73	0.17

Se han hecho comparativos con resultados de módulo resiliente en otras investigaciones (Little, 2001), los cuales permiten definir que los éstos seguirán incrementando con el tiempo.

## 9.12 CONCLUSIONES

La estabilización de suelos con cal se presenta como una buena alternativa para el mejoramiento de suelos empleados en la construcción de pavimentos, tanto en el nivel de subrasante como en bases y subbases



**Figura 9.13.** Variación de  $M_r$  con la presión de confinamiento para suelos finogranulares. [FUENTE: propia].

estabilizadas. Se evidencia un mejor comportamiento mecánico, aparte del mejor desempeño en el proceso de compactación.

De acuerdo con los resultados de los ensayos de compresión simple y de tracción indirecta se aprecia que el contenido óptimo de cal para estos suelos se encuentra entre el 6% y el 9% en peso.

Los suelos con altos contenidos de finos presentan mayores incrementos en su resistencia, pero requieren mayores contenidos de cal.

En los suelos granulares se presentan incrementos importantes en su resistencia, aun para pequeñas cantidades de cal.

Se observa de los ensayos de CBR que aun en presencia de agua, el incremento en la resistencia es apreciable, lo cual representa ventajas para trabajos en zonas muy húmedas, aun con porcentajes de cal muy pequeños (3%).

El módulo resiliente tiende a incrementarse con el contenido de cal, y se ajusta al modelo Uzan.

Con base en los resultados obtenidos y en algunos datos de la literatura, se puede establecer que la resistencia mecánica de los suelos

en estudio seguirá aumentando con el tiempo tanto para compresión simple y tracción indirecta, como para módulo resiliente y CBR.

## **9.11 REFERENCIAS**

- Álvarez, J.C. y Echeverri, J.D. (1999). "Estabilización de Arcillas Expansivas con Cal Hidratada" Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, Trabajo dirigido de grado.
- Álvarez, M.E. y García, C.I. (1989). "Efecto de Algunos Compuestos del Calcio Sobre las Arcillas Expansivas". Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, Trabajo dirigido de grado.
- Análisis del comportamiento estático de un suelo tipo granular adicionado con cal.
- Arroyave M.N. y Echavarría, J.C. 2003. Diseños de mezclas de suelo-cemento para estructuras ingenieriles utilizando suelo residual proveniente de diorita. Trabajo de grado par optar el título de ingeniero civil. Universidad de Medellín, 185 p.
- Barksdale, R., Alba, J., Khosla, N., Kim, R., Lambe, P. & Rahman, M. 1997. Laboratory Determination of Resilient Modulus for Flexible Pavement Design: Final Report. National Cooperative Highway Research Program (NCHRP) Web Doc [http://books.nap.edu/openbook.php?record\\_id=6353&chapselect=yo&page=R1](http://books.nap.edu/openbook.php?record_id=6353&chapselect=yo&page=R1)
- Cadavid, B.E. y Castro, G.J. 1995. "Aplicación de Cal Industrial en Pavimentación". Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, Trabajo dirigido de grado.
- Das, B.M (2001). "Principios de Ingeniería de Cimentaciones". Thompson. México. 862 p.
- Figueroa, S. & Reyes, F. (2003). "Estabilización con cal y cemento". IV Jornadas de Pavimentos y Mantenimiento Vial. Bogotá, En CD Rom.
- Fredlund, D.G. 1999. The 1999 R.M. Hardy Lecture: The implementation of unsaturated soil mechanics into geotechnical engineering. Canadian Geotechnical Journal, No 37, pp. 963-986.
- Gaspard, K. & Mohammad, L. 2005. Comparative Evaluation of Subgrade Resilient Modulus from Non-destructive, In-situ, and Laboratory Methods. Louisiana Transportation Research Center [https://www.ltrc.lsu.edu/pdf/03\\_3P.pdf](https://www.ltrc.lsu.edu/pdf/03_3P.pdf).

- George, K. 2003. Falling Weight Deflectometer For Estimating Subgrade Resilient Moduli. Final Report. The Mississippi Department of Transportation And U.S Department of Transportation-Federal Highway Administration. 168 p.
- George, K. 2004. Prediction of Resilient Modulus From Soil Index Properties. Final Report. The Mississippi Department of Transportation And U.S Department of Transportation-Federal Highway Administration. 71 p.
- Gomez, C. M, Osorio, J., Hidalgo, C.A & Rodríguez, M.A. 2004.
- Gudishala, R. 2004. Development of Resilient Modulus Prediction Models for Base and Subgrade Pavement Layers from In Situ devices Test Results. Thesis of Master of Science in Civil Engineering in the Department of Civil and Environmental Engineering of Louisiana State University, USA. 133 p.
- Hidalgo, C. y Rodríguez M. (2005). “Comportamiento de algunos suelos residuales colombianos estabilizados con cal”. XIII Congreso Ibero-Latinoamericana del Asfalto. Costa Rica
- Hidalgo, C. y Rodríguez M. (2006). “Informe técnico – suelos estabilizados con cal”. Universidad de Medellín. Sin publicar.
- Hopkins, T., Beckham, T., Sun, C., & Ni, B. 2001. Resilient Modulus of Kentucky Soils. Kentucky Transportation Cabinet and Federal Highway Administration. Lexington, Kentucky, 86p. [http://www.ktc.uky.edu/Reports/KTC\\_01\\_07\\_SPR163\\_95\\_1F.pdf](http://www.ktc.uky.edu/Reports/KTC_01_07_SPR163_95_1F.pdf)
- Huang, Y.H. 2004. Pavement Analysis and Design. Pearson-Prentice Hall. Second Edition. USA. 775 p.
- IMT. 2000. Modulo resiliente en suelos Finos y Materiales Granulares. Instituto mexicano del Transporte, Publicación Técnica 142.
- IMT. 2001. Deformaciones Permanentes en Materiales Granulares para la Sección Estructural de Carreteras. Instituto mexicano del Transporte, Publicación Técnica 176.
- Jucá, F.T. 1993. Comportamiento de los Suelos Parcialmente Saturados Bajo Succión Controlada. CEDEX, Madrid, España, 241 p.
- Kim, D., Kweon, G. & Lee, K. 2001. Alternative method of determining resilient modulus of subgrade soils using a static triaxial test. Canadian Geotechnical Journal. Vol 38: 107–116.

- Lee, W., Bohra, N.C., Altschaeffl, A.G. & White, T.D. 1995. Resilient modulus of cohesive soils. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. Vol. 123, No 2, pp. 131-135.
- Little, D. 1999. Evaluation of Structural Properties of Lime Stabilized Soils and Agregates. National Lime Association. 97 p.
- Little, D. & Yusuf, M. 2001. Example Problem Illustrating the Application of the National Lime Association Mixture Design and Testing Protocol (MDTP) to Ascertain Engineering Properties of Lime
- Little, D., Snead, B., Godiwalla, A., Oshiro, P. & Tang, P. 2002. Characterization of Design Properties (Compressive Strength and Resilient Modulus) Of Lime, Cement, Fly Ash Stabilized Structural Recycled Concrete Base As A Function Of Curing Time. The 2002 Federal Aviation Administration Airport Technology Transfer Conference.
- Masada, T. & Sargan S. 2002. Laboratory Characterization Of Materials & Data Management For Ohio-SHRP Projects (U.S. 23). Final Report. Ohio Department of Transportation And Federal Highway Administration. <http://www.dot.state.oh.us/research/Pavements.htm>
- Morales, D.J. y Roldán, C.H 1982. “Efecto de la Cal Hidratada Sobre Algunos Parámetros de Resistencia Mecánica de Arcillas de Medellín”. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, Trabajo dirigido de grado.
- Muhammad, L. 2005. Comparative Evaluation of Subgrade Resilient Modulus from Non-destructive, In-situ, and Laboratory Methods. Louisiana Transportation Research Center.
- Revista Ingenierías Universidad de Medellín. Medellín:, v.3, n.5, p.75 – 96.
- Salencon, J. 1977. Applications of the Theory of Plasticity in Soil Mechanics. John Wiley, Chichester, UK. 158 p.
- Sampedro, A. 2003. “Tratamiento de Suelos con Cal. III Congreso Andaluz de Carreteras”. Sevilla.
- Sukuraman, B., Kyatham, V., Shah, A. & Sheth, D. 2002. Suitability of Using California Bearing Ratio Test to Predict Resilient Modulus. Federal Aviation Administration Airport Technology Transfer Conference. <http://www.airport-tech.tc.faa.gov/naptf/att07/2002%20TRACK%20P.pdf/P-62.pdf>
- Treated Subgrades for Mechanistic Pavement Design/Analysis. National Lime Association.

- Wolfe, W. & Butalia, T. 2004. Seasonal Instrumentation of SHRP Pavements. Final Report. Ohio Department of Transportation And Federal Highway Administration. <http://www.dot.state.oh.us/research/2004/Pavements/14691-FR.pdf>
- Wolfe, W. 2004. Resilient Modulus of the Soil as an Input to Current Pavement Design Procedures. 58th Annual Ohio Transportation Engineering Conference. Ohio Department of Transportation. Columbus, Ohio.





Nuevas tendencias en el diseño de materiales y estructuras  
Se terminó de imprimir en agosto de 2008  
en Logofomas S.A.

Para su elaboración se utilizó papel Propal-libros 75 gr  
en páginas interiores y en carátula Propalcote 250 BD  
la fuente usada es Times New Roman a 12.5 puntos