

# COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL Y PREDICTIVO DE VARIABLES MACROECONÓMICAS: COMBINANDO MEEGD Y VAR\*

Daniel Barráez Guzmán\*\*

Mariela Perdomo León\*\*\*

Recibido: agosto 13 de 2010

Aceptado: octubre 21 de 2010

## RESUMEN

En este trabajo, se estima conjuntamente mediante métodos bayesianos un VAR y un modelo estocástico de equilibrio general dinámico (MEEGD) para la economía venezolana. Los resultados obtenidos muestran que el VAR estimado tiene un mejor desempeño predictivo que los VAR tradicionalmente utilizados. La respuesta del MEEGD a un shock monetario y su mecanismo de transmisión es acorde con la teoría económica, contrae el producto y esta contracción reduce la inflación. Esta técnica de estimación es lo suficientemente robusta para aplicar en economías que no exhiben un comportamiento estable.

## PALABRAS CLAVE

Modelo estocástico de equilibrio general dinámico, VAR, estimación bayesiana, predicción.

## CLASIFICACIÓN JEL

C11, C53, E37.

## CONTENIDO

Introducción; 1. El modelo estocástico de equilibrio general; 2. Vector autoregresivo bayesiano; 3. El algoritmo de estimación; 4. Desempeño predictivo; 5. Conclusiones; Bibliografía; Anexos.

---

\* Este artículo es producto del trabajo de investigación realizado para optar al título de Magíster en Modelos Aleatorios en la Universidad Central de Venezuela: "Modelo estocástico de equilibrio general (MEEG) para la construcción de densidades a priori de VAR bayesianos: una aplicación a la economía venezolana", elaborado en el período marzo 2008- noviembre 2008. Las opiniones expresadas en este trabajo son responsabilidad exclusiva de los autores y no comprometen al Banco Central de Venezuela.

\*\* Doctor y Licenciado en Matemáticas de la Universidad Central de Venezuela, con Postdoctorado en la Université de Paris Sud, Francia. Profesor de la Escuela de Matemáticas de la Universidad Central de Venezuela y Jefe del Dpto. de Modelos Económicos del Banco Central de Venezuela. Dirección postal: 1010, Esquina Las Carmelitas, Edificio Sede, piso 2, Departamento de Modelos Económicos, Caracas, Venezuela. Teléfono: (58212) 8015490. Correo electrónico: [dbarraez@bcv.org.ve](mailto:dbarraez@bcv.org.ve).

\*\*\* Magíster en Modelos Aleatorios de la Universidad Central de Venezuela, Profesora en Matemáticas egresada de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas. Analista Económico en el Banco Central de Venezuela. Dirección postal: 1010, Esquina Las Carmelitas, Edificio Sede, piso 2, Oficina de Investigaciones Económicas, Caracas, Venezuela. Teléfono: (58212)8018818. Correo electrónico: [mariperd@bcv.org.ve](mailto:mariperd@bcv.org.ve). Los programas computacionales para efectuar las estimaciones del modelo y los datos correspondientes, están disponibles en la página web de la autora en <http://www.redeconomia.org.ve>.

## STRUCTURAL BEHAVIOR AND FORECAST OF MACROECONOMIC VARIABLES: COMBINING DSGE AND VAR

### ABSTRACT

In this paper, we estimate at the same time a VAR and a Dynamic Stochastic General Equilibrium model (DSGE) for the Venezuelan economy using Bayesian methods. The results show that the estimated VAR has a better predictive performance than traditional VAR. The DSGE response to a monetary shock and its transmission mechanism agree with economic theory, the product shrinks and this reduces inflation. The estimation technique is robust enough to deal with economies that do not have a stable behavior.

### KEY WORDS

Dynamic stochastic general equilibrium model, VAR, bayesian estimation, forecast.

### JEL CLASIFICACION

C11, C53, E37.

### CONTENT

Introduction; 1. The general equilibrium stochastic model; 2. Bayesian autoregressive vector; 3. The estimation algorithm; 4. Predictive performance; 5. Conclusions; Bibliography.

## COMPORTAMENTO ESTRUTURAL E PREDITIVO DE VARIÁVEIS MACROECONÔMICAS: COMBINANDO MEEGD E VAR

### RESUMO

Neste trabalho, estima-se conjuntamente mediante métodos bayesianos um VAR e um modelo estocástico de equilíbrio geral dinâmico (MEEGD) para a economia venezuelana. Os resultados obtidos mostram que o VAR estimado tem um maior desempenho preditivo que os VAR tradicionalmente usados. A resposta do MEEGD a um shock temporal e seu mecanismo de transmissão é acorde com a teoria econômica, contrai o produto e esta contração diminui a inflação. Esta técnica de estimação é o suficientemente robusta para aplicar em economias que não exibem um comportamento estável.

### PALAVRAS-CHAVE

Modelo estocástico de equilíbrio geral dinâmico, VAR, estimação bayesiana, predição.

### CLASSIFICAÇÃO JEL

C11, C53, E37

### CONTEÚDO

Introdução; 1. O modelo estocástico de equilíbrio geral; 2. Vetor autoregressivo bayesiano; 3. O Algoritmo de estimação; 4. Desempenho preditivo; 5. Conclusões; Bibliografia; Anexos.

## INTRODUCCIÓN

Los modelos estocásticos de equilibrio general dinámico (MEEGD) y los vectores auto-regresivos (VAR) se han convertido en herramientas estándares en el medio académico y en las instituciones que diseñan y ejecutan políticas económicas. Los MEEGD proveen un marco conceptual que integra en un mismo modelo, la interrelación entre la dinámica del ciclo económico, la inflación y la política monetaria. Su fundamentación microeconómica permite analizar los efectos de los *shocks* estructurales, o *shocks* con sentido económico, en la dinámica de una economía. Sin embargo, la utilización de estos modelos en la Banca Central se ha visto limitada por su bajo desempeño predictivo en comparación con otras herramientas. Para las instituciones diseñadoras y ejecutoras de políticas económicas, predecir los efectos de una política determinada es crucial para la toma de decisiones. Los VAR son las herramientas predilectas por estas instituciones debido a su buen rendimiento predictivo. Sin embargo, los *shocks* que se estiman mediante un VAR son *shocks* predictivos que no permiten computar la respuesta dinámica a los *shocks* estructurales. Para identificar los *shocks* estructurales a partir de los *shocks* predictivos se ha desarrollado una vasta y sofisticada literatura (Christiano, Eichenbaum y Evans, 1999). Recientemente se han hecho importantes progresos para mejorar la capacidad predictiva de los MEEGD, entre los que destacan los trabajos de Smets y Wouters (2003) y Schorfheide y Del Negro (2004) que combinan ambos tipos de Modelos.

En Schorfheide y Del Negro (2004), con las simulaciones generadas por un MEEGD, se construyen las densidades a priori de los parámetros de un VAR bayesiano (BVAR). Combinando la densidad a priori con la verosimilitud de las series observadas, se estima conjuntamente la densidad a posteriori de los parámetros del BVAR y del MEEGD. El BVAR y el MEEGD, resultantes de este proceso de estimación, los denominaremos el BVAR-MEEGD.

Entre las principales ventajas de la metodología de Schorfheide y Del Negro (2004) podemos señalar, en primer lugar, que permite estimar de manera conjunta los parámetros del BVAR y del MEEGD. De modo que esta metodología proporciona un modelo dinámico de naturaleza estructural para la comprensión de la dinámica económica y al mismo tiempo un modelo predictivo, altamente valorado para su uso en el diseño de política económica. Además, permite construir densidades a priori de una BVAR fundamentado económicamente, a diferencia de las densidades a priori comúnmente empleadas cuya motivación es de naturaleza estadística. Es computacionalmente eficiente: el cálculo de la verosimilitud del BVAR y del MEEGD no requiere del Algoritmo de Kalman, que es la herramienta con la que usualmente se calcula la verosimilitud de los MEEGD. Provee una solución alternativa a las ya conocidas, al problema de identificación del VAR estructural, de una manera natural y sin mayor costo computacional.

EL modelo BVAR-MEEGD presupone que las series de datos observables con las que se efectúa la estimación son estacionarias, un supuesto que no presenta inconvenientes para la economías de países como USA. Las economías de los países latinoamericanos, y los países emergentes en general, presentan un comportamiento menos estable. ¿Los modelos BVAR-MEEGD para estas economías tienen sentido? ¿Es la técnica de estimación lo suficientemente robusta como para superar los problemas de irregularidades de las series de datos observables? En este trabajo se intenta dar respuesta a estas interrogantes, estimando un BVAR-MEEGD para la economía venezolana, cuyo comportamiento es menos estable que las economías desarrolladas, y evaluando su comportamiento tanto predictivo como estructural. Para ello, se considera un modelo estilizado nekeynesiano planteado en Woodford (2003), que tiene como variables observables (que son, a su vez, las variables endógenas del VAR) el producto, la inflación y las

tasa de interés. Se presentan comparaciones del desempeño predictivo entre el BVAR-MEEGD y de dos referentes de predicción macroeconómica, un VAR estimado por mínimos cuadrados ordinarios y el BVAR de Litterman (1985). Los resultados de esta comparación muestran que las proyecciones de la inflación y las tasas de interés del BVAR-MEEGD superan a los dos referentes mencionados. En el caso del producto, si bien es superado por el VAR estimado mediante mínimos cuadrados ordinarios, se observa también un buen desempeño predictivo. Se evalúa el comportamiento estructural de las variables del modelo ante un *shock* monetario mediante el análisis de las funciones impulso-respuesta del MEEGD. El comportamiento observado es consistente con la teoría económica.

El trabajo está estructurado de la manera siguiente: en la primera sección, se presenta el MEEGD, su loglinealización y las ecuaciones de evolución de las observaciones. En la segunda sección, se construye el BVAR-MEEGD de Schorfheide y Del Negro (2004), su densidad a priori y su densidad a posteriori. En la tercera, se presenta el algoritmo de estimación. En la cuarta sección, se analizan los resultados de las comparaciones de los desempeños predictivos de los distintos VAR y las respuestas del MEEGD ante *shocks* monetarios. Finalmente, se presentan las conclusiones.

## 1. EL MODELO ESTOCÁSTICO DE EQUILIBRIO GENERAL DINÁMICO (MEEGD)

En esta sección se presenta brevemente el modelo estocástico de equilibrio general dinámico considerado en este trabajo; para mayores detalles acerca del modelo se puede consultar King (2000), Woodford (2003) o Schorfheide y Del Negro (2004). Es un modelo de un agente representativo, los hogares, un continuo de firmas monopolísticas con una función de costos de ajustes de precios cuadráticos, y una autoridad monetaria que fija la tasa de interés de acuerdo con una regla de Taylor (Taylor, 1993).

Las preferencias de los hogares, en términos de consumo y ocio, y de su balance real<sup>1</sup> de efectivo se expresan en la siguiente función de utilidad

$$E_t \left[ \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} \left( \frac{(C_s/A_s)^{1-\tau} - 1}{1-\tau} + \chi \log \frac{M_s}{P_s} - h_s \right) \right]. \quad (1)$$

Donde  $E_t$  es el operador de expectativas,  $\beta$  es el factor de descuento,  $\tau$  es el parámetro de aversión al riesgo,  $C_s$ ,  $A_s$  y  $h_s$  representan el consumo, el factor de productividad y las horas trabajadas en el período de tiempo  $s$ , respectivamente.  $M_s/P_s$  denota los balances reales,  $\chi$  el factor de escala y  $P_s$  es el nivel de precios nominal. La inflación en el período de tiempo  $t$  la denotaremos mediante  $\pi = P_t / P_{t-1}$ .

La restricción presupuestaria de los hogares está dada por,

$$C_t + \frac{B_t}{P_t} + \frac{M_t}{P_t} + \frac{T_t}{P_t} = W_t h_t + \frac{M_{t-1}}{P_t} + R_{t-1} \frac{B_{t-1}}{P_t} + D_t. \quad (2)$$

En este caso  $B_t/P_t$  representa los bonos,  $T_t/P_t$  los impuestos,  $W_t$  el salario real,  $R_{t-1}$  las tasas de interés y  $D_t$  los beneficios de las firmas que son distribuidos uniformemente a los hogares.

La oferta agregada es generada por un continuo de firmas monopolísticas competitivas. La función de demanda de la  $j$ -ésima firma está dada por,

$$P_t(j) = \left( \frac{X_t(j)}{X_t} \right)^{-1/\nu} P_t, \quad (3)$$

Donde  $P_t(j)$  es el nivel de precios que maximiza los beneficios de las firmas para un nivel de producción  $X_t(j)$  y  $\nu$  la elasticidad de sustitución entre diferentes bienes. La rigidez de precios se modela mediante la función cuadrática de costos de menú,

$$\frac{\varphi}{2} \left( \frac{P_t(j)}{P_{t-1}(j)} - \pi^* \right)^2 X_t(j), \quad (4)$$

Donde  $\varphi$  representa un parámetro que caracteriza el grado de rigidez de los precios y  $\pi^*$  la inflación del estado estacionario.

<sup>1</sup> Estos balances denotan la demanda de los hogares de saldos reales.

La función de producción está dada por,  
 $X_t(j) = A_t h_t(j),$  (5)

Donde  $A_t$  el factor de productividad, un proceso auto-regresivo en logaritmos de raíz unitaria.

$$\ln(A_t) = \ln \gamma + \ln A_{t-1} + \tilde{z}_t, \quad (6)$$

y  $\tilde{z}_t$  es un AR(1),

$$\tilde{z}_t = \rho_z \tilde{z}_{t-1} + \varepsilon_{z,t}, \quad (7)$$

Donde  $\varepsilon_{z,t}$  es el *shock* a la productividad.

La autoridad monetaria ajusta la tasa de interés nominal siguiendo una regla de Taylor, que responde a las desviaciones de la inflación y de la producción de sus respectivos niveles, es decir,

$$\frac{R_t}{R^*} = \left( \frac{R_{t-1}}{R^*} \right)^{\rho_R} \left[ \left( \frac{\pi_t}{\pi^*} \right)^{\psi_1} \left( \frac{X_t}{X_t^*} \right)^{\psi_2} \right]^{(1-\rho_R)} e^{\varepsilon_{R,t}}, \quad (8)$$

Donde,  $R^*$  es la tasa de interés nominal,  $X_t^*$  es la producción potencial,  $X_t^* = A_t$  y  $\varepsilon_{R,t}$  es el *shock* a las tasas de interés. El parámetro  $0 \leq \rho_R < 1$  es el coeficiente de suavizado (Taylor, 1993).

El gobierno consume una fracción  $\zeta_t$  de cada bien  $j$ . Se define  $\tilde{g}_t = \frac{1}{1-\zeta_t}$  y se asume que

$\tilde{g}_t = \ln \left( \frac{g_t}{g^*} \right)$  sigue un proceso AR(1) estacionario,

$$\tilde{g}_t = \rho_g \tilde{g}_{t-1} + \varepsilon_{g,t}, \quad (9)$$

$\varepsilon_{g,t}$  se interpreta como un shock de los gastos del gobierno. El gobierno recauda impuestos para financiar su déficit o efectuar transferencias a los hogares en caso de superávit, es decir, no hay deuda pública.

La restricción presupuestaria del gobierno está dada por,

$$\zeta_t X_t + R_{t-1} \frac{B_{t-1}}{P_t} + \frac{M_{t-1}}{P_t} = \frac{T_t}{P_t} + \frac{M_t}{P_t} + \frac{B_t}{P_t}, \quad (10)$$

Donde,  $R_{t-1}$  es la tasa de interés en el período de tiempo  $t-1$ , y  $T_t/P_t$  es el impuesto en el período de tiempo  $t$ .

Tenemos entonces, que el MEEGD tiene tres *shocks* estructurales  $\varepsilon_t' = [\varepsilon_{R,t}, \varepsilon_{g,t}, \varepsilon_{z,t}]$ , y un vector de los parámetros estructurales,

$$\theta' = [\ln \gamma, \ln \pi^*, \ln r^*, \kappa, \tau, \psi_1, \psi_2, \rho_r, \rho_g, \rho_z, \sigma_R, \sigma_g, \sigma_z] \quad (11)$$

El estado estacionario del modelo, las condiciones de primer orden del problema de maximización de los hogares y las firmas, y su versión log-linealizada del modelo se presentan en el anexo A.

## 2. VECTOR AUTO-REGRESIVO BAYESIANO (BVAR)

El BVAR  $y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + u_t$ , con  $u_t$  normal multivariada  $N(0, \Sigma_u)$ , se representará en el formato de un sistema de ecuaciones simultáneas. Esta representación permitirá obtener la función de verosimilitud del VAR de una forma particularmente sencilla y útil.

Denotemos mediante  $Y$  la matriz de datos, de dimensión  $T \times n$ , es decir,

$$Y = \begin{pmatrix} y_1^1 & y_1^2 & \dots & y_1^n \\ y_2^1 & y_2^2 & \dots & y_2^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_T^1 & y_T^2 & \dots & y_T^n \end{pmatrix} \quad (12)$$

Sea  $k = 1 + np$  y  $X$  la matriz con la data rezagada, de dimensión  $T \times k$ , sea  $x_{t-j}^k = (y_{t-j}^k, y_{t-j}^k, \dots, y_{t-j}^k)'$  con  $j=1, \dots, p$  y  $k=1, \dots, n$  y  $\mathbf{1} = (1, \dots, 1)$ , entonces,

$$X = (\mathbf{1}', x_{t-1}^1, x_{t-1}^2, \dots, x_{t-1}^n, \dots, x_{t-l}^1, \dots, x_{t-l}^n, \dots, x_{t-p}^1, \dots, x_{t-p}^n) \quad (13)$$

$U$  es la matriz de ruidos, de dimensión  $T \times n$  y  $\phi$  es de dimensión  $(1 + np) \times n$ , es decir,

$$U = \begin{pmatrix} u_1^1 & u_1^2 & \dots & u_1^n \\ u_2^1 & u_2^2 & \dots & u_2^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_T^1 & u_T^2 & \dots & u_T^n \end{pmatrix} \quad (14)$$

$\phi$  la matriz de coeficientes,

$$U = \begin{pmatrix} u_1^1 & u_1^2 & \dots & u_1^n \\ u_2^1 & u_2^2 & \dots & u_2^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_T^1 & u_T^2 & \dots & u_T^n \end{pmatrix}, \quad (15)$$

El BVAR puede ser expresado como  $Y = X\phi + U$  con la función de verosimilitud,

$$p(Y | \varphi, \Sigma_u) = \frac{1}{(2\pi)^{nT/2}} |\Sigma_u|^{-nT/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \text{tr}[\Sigma_u^{-1}(Y'Y - \varphi'X'Y - Y'X\varphi + \varphi'X'X\varphi)] \right\}, \quad (16)$$

condicional a las observaciones  $y_{1-p}, \dots, y_0$ .

## 2.1. La verosimilitud y la densidad a priori

Sea  $Y$  la muestra observada,  $T$  el número de observaciones y  $X$  la matriz de rezagos de  $Y$ . La muestra observada es ampliada con observaciones sintéticas  $T^* = \lambda T$ ,  $(Y^*, X^*)$  (para  $\lambda$  fijo), simuladas a partir del MEEGD, (cuyo vector de parámetro es  $\theta$ ). La función de verosimilitud combina la data observada y la sintética, como se observa a continuación.

$$p(Y | \varphi, \Sigma_u) = \frac{1}{(2\pi)^{nT/2}} |\Sigma_u|^{-nT/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \text{tr}[\Sigma_u^{-1}(Y'Y - \varphi'X'Y - Y'X\varphi + \varphi'X'X\varphi)] \right\}, \quad (17)$$

Factorizando obtenemos,

$$p(Y^*(\theta) | Y | \phi, \Sigma_u) = p(Y^*(\theta) | \phi, \Sigma_u) p(Y | \phi, \Sigma_u) \quad (18)$$

el término  $p(Y^*(\theta) | \phi, \Sigma_u)$  puede ser interpretado como una densidad a priori de  $(\phi, \Sigma_u)$ . La información acerca de los parámetros del BVAR está contenida en la data simulada a partir del MEEGD.

En la expresión (17) si se sustituyen los momentos muestrales por los momentos poblacionales ( $\lambda T \Gamma_y^*(\theta)$ ,  $\lambda T \Gamma_x^*(\theta)$  y  $\lambda T \Gamma_x^*(\theta)$ ) se tiene la siguiente definición,

$$p(Y^*(\theta) | \varphi, \Sigma_u) = \frac{1}{(2\pi)^{nT/2}} |\Sigma_u|^{-nT/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \text{tr}[\Sigma_u^{-1}(Y^{*'}Y^* - \varphi'X^{*'}Y^* - Y^{*'}X^*\varphi + \varphi'X^{*'}X^*\varphi)] \right\}. \quad (19)$$

con  $c(\theta)$  el factor de normalización, es decir,

$$p(Y^*(\theta) | \varphi, \Sigma_u) = \frac{1}{(2\pi)^{nT/2}} |\Sigma_u|^{-nT/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \text{tr}[\Sigma_u^{-1}(Y^{*'}Y^* - \varphi'X^{*'}Y^* - Y^{*'}X^*\varphi + \varphi'X^{*'}X^*\varphi)] \right\}. \quad (20)$$

En (19) tenemos una densidad a priori de  $\phi$  y  $\Sigma_u$  condicionada por los parámetros del MEEGD.

La densidad a priori condicionada puede ser expresada como producto de densidades conjugadas naturales, lo cual simplifica su cómputo.

Si definimos,

$$\varphi^*(\theta) = \Gamma_{xx}^{*-1}(\theta) \Gamma_{xy}^*(\theta), \quad (21)$$

$$\Sigma_u^*(\theta) = \Gamma_{yy}^*(\theta) - \Gamma_{yx}^*(\theta) \Gamma_{xx}^{*-1}(\theta) \Gamma_{xy}^*(\theta) \quad (22)$$

entonces,

$$\Sigma_u | \theta \sim \text{Inv} - \text{Wishart}(\lambda T \Sigma_u^*(\theta), \lambda T - k, n), \quad (23)$$

$$\varphi | \Sigma_u, \theta \sim N(\varphi^*(\theta), \Sigma_u \otimes (\lambda T \Gamma_{xx}^*(\theta))^{-1}), \quad (24)$$

$$\Sigma_u, \varphi | \theta \sim \text{Inv} - \text{Wishart} - N \quad (25)$$

$p(\Sigma_u, \phi | \theta)$  tiene una distribución *Inversa Wishart-Normal* (Zellner, 1971).

La densidad conjunta de los parámetros del BVAR y los parámetros del MEEGD se obtiene como,

$$p(\varphi, \Sigma_u, \theta) = p(\varphi, \Sigma_u | \theta) p(\theta). \quad (26)$$

Por otra parte, como  $\phi^*(\theta)$  (24) es el estimador de mínimos cuadrados ordinarios (en el caso de una regresión lineal el estimador de máxima verosimilitud (emv)) es igual al estimador de mínimos cuadrados ordinarios (mco),  $\phi^*(\theta)$  minimiza el error cuadrático medio (ecm) a un paso.

## 2.2. Densidad a posteriori

La densidad a posteriori conjunta de los parámetros del BVAR y el MEEGD satisface,

$$p(\varphi, \Sigma_u, \theta | Y) = p(\varphi, \Sigma_u | Y, \theta) p(\theta | Y), \quad (27)$$

Con  $p(\phi, \Sigma_u, \theta | Y)$  la densidad a posteriori de todos los parámetros,  $p(\phi, \Sigma_u | Y, \theta)$  la densidad a posteriori de los parámetros del VAR dado los parámetros del MEEGD y  $p(\theta | Y)$  es la densidad a posteriori de los parámetros del MEEGD, que es generada por Metropolis-Hasting y empleando el Algoritmo de Sims (2002).



Además,

$$p(\varphi, \Sigma_u | Y, \theta) = p(\Sigma_u | Y, \theta)p(\varphi | Y, \theta, \Sigma_u) \quad (28)$$

Como la densidad a priori tiene una distribución *Inversa Wishart-Normal* y la función de verosimilitud tiene una distribución normal, se tiene que son conjugados naturales. Zellner (1971) muestra que la "densidad a posteriori" de  $\phi$  y  $\Sigma_u$  es *Inversa Wishart-Normal*, es decir,

$$\Sigma_u | Y, \theta \sim Inv - Wishart((\lambda + 1)T\tilde{\Sigma}_u(\theta), (1 + \lambda)T - k, n), \quad (29)$$

$$\varphi | Y, \Sigma_u, \theta \sim N(\tilde{\varphi}, \Sigma_u \otimes (\lambda T\Gamma_{xx}^*(\theta) + X'X)^{-1}) \quad (30)$$

Donde  $\tilde{\varphi}(\theta)$  y  $\tilde{\Sigma}_u(\theta)$  son los estimadores de Máximo Verosimilitud (MV) de  $\phi$  y  $\Sigma_u$ , es decir,

$$\tilde{\varphi}(\theta) = (\lambda T\Gamma_{xx}^*(\theta) + X'X)^{-1}(\lambda T\Gamma_{xy}^*(\theta) + X'Y), \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Sigma}_u(\theta) = & \frac{1}{(\lambda + 1)T} [(\lambda T\Gamma_{yy}^*(\theta) + Y'Y) \\ & - (\lambda T\Gamma_{yx}^*(\theta) + Y'X)(\lambda T\Gamma_{xx}^*(\theta) + \\ & X'X)^{-1}(\lambda T\Gamma_{xy}^*(\theta) + X'Y)] \end{aligned} \quad (32)$$

Schorfheide y Del Negro (2004), muestran las siguientes relaciones entre la densidad a posteriori y la verosimilitud.

**Proposición 1.** La densidad posterior conjunta de los parámetros del BVAR y el MEEGD puede ser escrita como,

$$p(\phi, \Sigma_u, \theta | Y) = p(\phi, \Sigma_u | Y)p(\theta | \phi, \Sigma_u) \quad (33)$$

La función de verosimilitud puede ser escrita como,

$$p(Y | \theta) = \int p(y | \phi, \Sigma_u)p(\phi, \Sigma_u | \theta)d(\phi, \Sigma_u). \quad (34)$$

La función de verosimilitud está dada por la siguiente expresión,

$$p(Y | \theta) = \frac{p(Y | \phi, \Sigma_u)p(\phi, \Sigma_u | \theta)}{p(\phi, \Sigma_u | Y)}. \quad (35)$$

### 3. EL ALGORITMO DE ESTIMACIÓN

Se pretende simular la densidad a posteriori  $p(\theta | y)$  de los parámetros del modelo. Las simulaciones se obtendrán mediante el algoritmo de Metropolis-Hastings considerando la función objetivo  $p(Y | \theta)p(\theta)$  como función de  $\theta$ , que es calculable salvo por una constante multiplicativa. El cálculo de la función de verosimilitud se efectuará empleando la ecuación (36), que requiere los momentos muestrales y poblacionales de los datos. Estos momentos poblacionales ( $\Gamma_{xx}^*(\theta)$ ,  $\Gamma_{yx}^*(\theta)$ ,  $\Gamma_{yy}^*(\theta)$ ) se calculan como simples sustituciones derivadas de la fórmula (44) que se obtienen de la representación de espacios de estado (37) y (38). Observe que el cálculo de la función de verosimilitud no requiere del algoritmo iterativo de Kalman, como usualmente se hace para los MEEGD, lo que permite calcularla de forma más rápida computacionalmente.

De la ecuación (27) se requiere simular  $p(\theta | Y)$  para determinar  $p(\phi, \Sigma_u, \theta | Y)$ . Es importante destacar que  $p(\phi, \Sigma_u | Y, \theta)$  es una expresión cerrada, es decir, la densidad a posterior de  $\phi$  y  $\Sigma_u$  es *Inv-Wishart-Normal* (ver la ecuación 28).

Se supondrá que el espacio de parámetros de  $\lambda$  es finito, es decir,  $\Lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_q\}$ .  $\lambda$  se estima y se genera la distribución a posteriori conjunta de los parámetros del MEEGD y del BVAR usando el siguiente algoritmo:

1. Para  $\lambda \in \Lambda$  se usa el algoritmo de Metropolis Hastings, para generar las simulaciones de  $p_\lambda(\theta | Y) \propto p_\lambda(Y | \theta)p(\theta)$ . Los pasos necesarios para evaluar  $p_\lambda(\theta | Y)$  se basan en la siguiente ecuación:

$$p(Y | \theta) = \frac{p(Y | \phi, \Sigma)p(\phi, \Sigma | \theta)}{p(\phi, \Sigma | Y)} \quad (36)$$

$$= \frac{|\lambda T\Gamma_{xx}^*(\theta) + X'X|^{-\frac{n}{2}} |(\lambda + 1)T\Sigma_u(\theta)|^{-\frac{(\lambda+1)T-k}{2}}}{|\lambda T\Gamma_{xx}^*(\theta)|^{-\frac{n}{2}} |\lambda T\Sigma_u(\theta)|^{-\frac{\lambda T-k}{2}}}$$

$$\times \frac{(2\pi)^{\frac{nT}{2}} 2^{\frac{n((\lambda+1)T-k)}{2}} \prod_{i=1}^n \Gamma[(\lambda+1)T-k+1-i] / 2]}{2^{\frac{n(\lambda T-k)}{2}} \prod_{i=1}^n \Gamma[(\lambda T-k+1-i) / 2]}.$$

$p(Y|\theta)$  se calcula condicionado por los parámetros del BVAR y en particular como una expresión cerrada que es función del estimador de mínimos cuadrados ordinarios y los momentos poblacionales.

Para cada  $\theta$ :

(a) Se resuelve el MEEGD dado por las ecuaciones (7), (9), (a.18), (a.19) y (a.20), con el algoritmo que describe Sims (2002). Esto conduce a una ecuación de transición de la forma,

$$s_t = T(\theta)s_{t-1} + R(\theta)\varepsilon_t. \quad (37)$$

Las ecuaciones (a.21) pueden escribirse en forma apilada como:

$$y_t = Z(\theta)s_t + D(\theta) + v_t. \quad (38)$$

En la implementación se elegirá  $s_t$  tal que  $v_t = 0$ . Se define la matriz de covarianza de los *shocks* como:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[v_t v_t'] &= 0, & \mathbf{E}[\varepsilon_t \varepsilon_t'] &= \Sigma_{\varepsilon\varepsilon}(\theta), \\ \mathbf{E}[\varepsilon_t v_t'] &= \Sigma_{\varepsilon v}(\theta). \end{aligned} \quad (39)$$

(b) Se define la matriz de covarianza de los *shocks* como  $\Gamma_{yy}^*(\theta)$ ,  $\Gamma_{yx}^*(\theta)$  y  $\Gamma_{xx}^*(\theta)$ , desde la representación de estados de (35) y (36). Note que,

$$\Gamma_{yy}^*(\theta) = \mathbf{E}_\theta[y_t y_t'] = Z\Omega_{ss}Z' + DD', \quad (40)$$

$$\mathbf{E}[y_t y_{t-h}'] = ZT^h(\Omega_{ss}Z' + R\Sigma_{\varepsilon v}) + DD'. \quad (41)$$

Donde  $\Omega_{ss} = \mathbf{E}[s_t s_t']$  el cual puede ser obtenido por la ecuación de Lyapunov  $\Omega_{ss} = T\Omega_{ss}T' + R\Sigma_{\varepsilon\varepsilon}R'$ . Por otra parte,  $\Gamma_{xx}^*(\theta)$  y  $\Gamma_{yx}^*(\theta)$  son submatrices que se obtienen a partir de  $\mathbf{E}[y_t y_{t-h}']$  y  $\mathbf{E}[y_t y_{t-h}']$   $\Gamma_{xu}^*(\theta) = [\Gamma_{ux}^*(\theta)]'$ .<sup>2</sup>

2. Basado en las simulaciones se modifica el estimador de la media armónica para obtener las

aproximaciones numéricas de la data  $p_\lambda(Y)$ , de acuerdo con Geweke (1998).

#### 4. DESEMPEÑO PREDICTIVO

Las variables del VAR coinciden con las variables observables del MEEGD, por lo tanto, consideraremos un VAR trivariado con 4 rezagos,

$$z_t = \varphi_0 + \sum_{i=1}^4 \varphi_i z_{t-i} + u_t, \quad (42)$$

con  $z_t = (y_t, \pi_t, r_t)'$ . Para las dos primeras variables se consideran los logaritmos de sus incrementos y para las tasas se les aplica solamente el logaritmo.

##### 4.1. Datos seleccionados

Los datos utilizados para la estimación del modelo son series trimestrales observadas de la economía venezolana durante el período comprendido desde el segundo trimestre del 1985 hasta junio del 2009, para un total de 93 observaciones. Las series consideradas son los incrementos logarítmicos del producto, incrementos logarítmicos de la inflación y los logaritmos de las tasas anualizadas, que se corresponden con el vector de observaciones  $(\Delta \log X_t, \Delta \log P_t, \log R_t^a)$ , de las ecuaciones de medida (14). Los datos se desestacionalizaron utilizando el módulo X12 Arima de Eviews. En las gráficas de los datos presentadas en el apéndice B, puede observarse el comportamiento irregular de estas series, lo que evidencia las dificultades que plantean estos datos para la estimación de los modelos y la elaboración de predicciones. En la simple inspección visual de las gráficas (corroboradas por los test correspondientes) se puede ver que las series no son estacionarias. En los contrastes de hipótesis (Apéndice C) acerca de la homocedasticidad de estas series, no se rechaza la hipótesis nula para la inflación y las tasas; en el caso del producto, se acoge la hipótesis alternativa de heterocedasticidad. Para los contrastes de hipótesis de raíz unitaria, los incrementos logarítmicos del producto y los precios, no se rechaza la

<sup>2</sup> Si el lector está interesado puede obtener una descripción detallada en Perdomo (2008).



hipótesis nula; se rechaza para los logaritmos de las tasas de interés.

**Cuadro 1.** Variables log-linealizadas y variables observables.

Variables del modelo (log-linealizadas).	Notación	Variables observables	Notación
Producto	$\tilde{x}_t$	Incrementos logarítmicos del producto <sup>1</sup>	$\Delta \log X$
Inflación	$\tilde{\pi}_t$	Incrementos logarítmicos de la inflación <sup>2</sup>	$\Delta \log P_t$
Tasas de interés	$\tilde{R}_t$	Logaritmo de las tasas anualizadas <sup>3</sup>	$\log R_t^a$

<sup>1</sup> y <sup>2</sup> Datos trimestrales, <sup>3</sup> datos anuales.

Fuente: adaptado de Schorfheide y del Negro (2004).

Los modelos se estiman de la siguiente forma: una primera estimación se efectúa con los datos hasta el último trimestre del 2006 y se construyen las predicciones para los siguientes cuatro trimestres del 2007. Una segunda estimación se efectúa con los datos hasta el primer trimestre del 2007 y se construyen las estimaciones para los siguientes cuatro trimestres, y así sucesivamente. El último conjunto de estimación contiene los datos hasta último trimestre del 2008 y las predicciones se realizan para los cuatro trimestres del 2009. Luego se calculan los errores cuadráticos medios de predicción para cada uno de los cuatro horizontes de tiempo.

En el cuadro 2 se tabulan los diferentes valores de  $\lambda$  (proporción de datos simulados en la muestra) y el valor de su verisimilitud computado por el algoritmo de media armónica de Geweke; obsérvese que el valor óptimo es para  $\lambda = 0,4$ .

**Cuadro 2.** Modelos con las medias armónicas.

Modelos	$\lambda$	Media armónica
Modelo 1	0,2	$2,8267 \times 10^{-28}$
Modelo 2	0,4	$5,7061 \times 10^{-21}$
Modelo 3	0,3	$1,167 \times 10^{-22}$
Modelo 4	0,25	$1,8307 \times 10^{-23}$

Modelo 5	0,45	$3,9373 \times 10^{-24}$
Modelo 6	0,5	$1,4738 \times 10^{-24}$

Fuente: elaboración propia.

En los cuadros 3, 4 y 5 se presentan los errores cuadráticos medios (ecm) en diferentes horizontes de predicción para las variables producción, inflación y tasas de interés, empleando el BVAR-MEEGD de Schorfheide, BVAR Litterman y VAR frecuentista respectivamente.

**Cuadro 3.** Ecm de las proyecciones del producto.

Pasos	BVAR-MEEGD	BVAR Litterman	VAR Frecuentista
1	0,002790683	0,000822775	0,000815536
2	0,000532552	0,001387553	0,001287144
3	0,001579257	0,001338943	0,000881544
4	0,000130717	6,00641E-05	3,07644E-05

Fuente: elaboración propia.

**Cuadro 4.** Ecm de las proyecciones de la inflación.

Pasos	BVAR-MEEGD	BVAR Litterman	VAR Frecuentista
1	0.000132466	0.000511253	0.000556081
2	1.12312E-05	0.000119504	0.00010753
3	0.000280285	0.00029206	0.000258868
4	4.41302E-05	8.27899E-05	8.50407E-05

Fuente: elaboración propia.

**Cuadro 5.** Ecm de las proyecciones de las tasas de interés.

Pasos	BVAR-MEEGD	BVAR Litterman	VAR Frecuentista
1	0.014753551	0.009776647	0.011169841
2	0.019278642	0.023830927	0.025326173
3	0.022126834	0.031663189	0.029906861
4	0.024469374	0.037530727	0.036952769

Fuente: Elaboración propia

En general, podemos concluir que al comparar las predicciones a diferentes pasos para cada uno de los modelos, se observa que el modelo BVAR Schorfheide tiene un mejor desempeño predictivo en el corto plazo para la inflación y las tasas de

interés. En el caso del producto, si bien es superado por el VAR estimado mediante mínimos cuadrados ordinarios, se observa también un buen desempeño predictivo.

## 2.2. Respuesta del modelo ante un shock de política monetaria

El comportamiento estructural de las variables observadas se analiza mediante las funciones impulso respuesta que se derivan de la representación de espacio de estados del MEEGD. Si se sustituye (41) en (42) e iterando la sustitución se tiene,

$$y_t = Z(\theta) \sum_{h=0}^{t-1} [T^h(\theta) R(\theta) \varepsilon_{t-h}] + D(\theta) \quad (43)$$

La expresión anterior es la representación de medias móviles de las variables observables del

MEEG. Observe que esta representación induce una identificación en el BVAR.

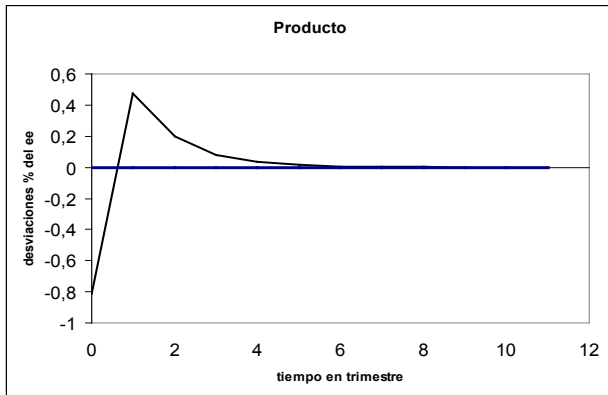
Con las estimaciones de los parámetros estructurales presentados en el cuadro 5, la respuesta a un *shock* monetario y su mecanismo de transmisión es acorde con la teoría económica, contrae el producto (ecuación a.18) y esta contracción reduce la inflación (ecuación a.19). En términos cuantitativos, un *shock* a las tasas de interés de un 1%, reduce el producto en un 0.5% con respecto a su estado estacionario, mientras que en la inflación es de una disminución del 0.35%. La persistencia del *shock* es similar en las tres variables; al paso de 6 trimestres su efecto se disipa. Este análisis evidencia que el MEEGD estimado es una herramienta útil para el diseño y estudio de política monetaria.

**Cuadro 6.** Distribución a priori y a posteriori de los parámetros estructurales.

Parámetros	Distribución a priori			Distribución a posteriori
	Densidad	Media	Desviación Estándar	Moda
$\ln \gamma$	Normal	0.5	0.25	0.74
$\ln \pi^*$	Normal	1.0	0.50	1.08
$\ln r^*$	Gamma	0.5	0.25	0.28
$\kappa$	Gamma	0.3	0.15	0.26
$\tau$	Gamma	2.0	0.50	1.88
$\varphi_1$	Gamma	1.5	0.25	1.17
$\varphi_2$	Gamma	0.125	0.10	0.20
$\rho_R$	Beta	0.5	0.20	0.56
$\rho_g$	Beta	0.8	0.10	0.85
$\rho_z$	Beta	0.3	0.10	0.35
$\sigma_R$	Inversa Gamma	0.251	0.139	0.06
$\sigma_g$	Inversa Gamma	0.63	0.323	0.11
$\sigma_z$	Inversa Gamma	0.875	0.43	0.22

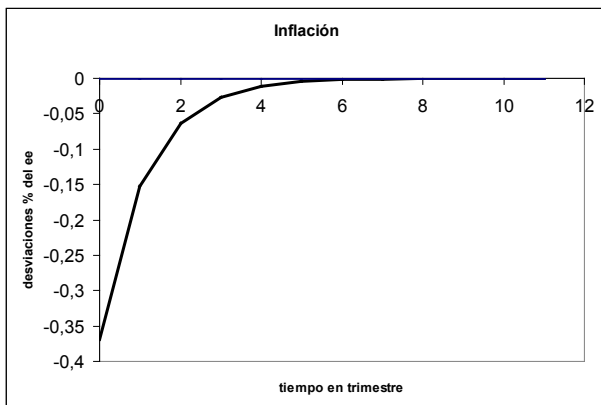
Fuente: Cálculos de los autores.

**Gráfico 1.** IR a un Shock de las Tasas de Interés al producto.



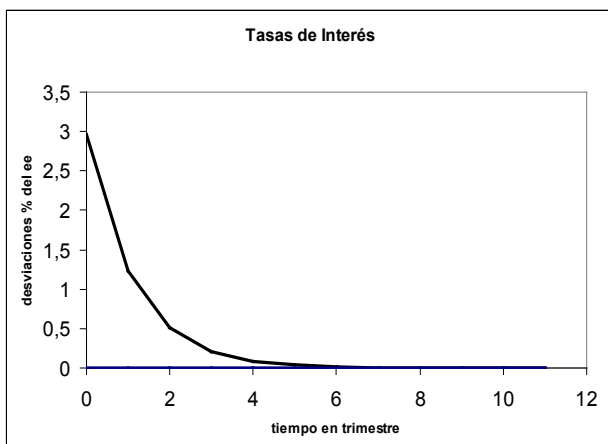
Fuente: Cálculos de los autores.

**Gráfico 2.** IR a un Shock de las Tasas de Interés a la inflación.



Fuente: Cálculos de los autores.

**Gráfico 3.** IR a un Shock de las Tasas de Interés a las Tasas.



Fuente: Cálculos de los autores.

## 5. CONCLUSIONES

La combinación de BVAR y MEEGD presentó un buen comportamiento en el corto plazo para la predicción de las series macroeconómicas observadas de la economía venezolana. Se evidenció que el modelo BVAR-MEEGD tiene un mejor desempeño predictivo en el corto plazo para la inflación y las tasas de interés. En el caso del producto, si bien es superado por el VAR estimado mediante mínimos cuadrados ordinarios, se observa también un buen desempeño predictivo. En cuanto a su comportamiento estructural, la respuesta a un *shock* monetario y su mecanismo de transmisión es acorde con la teoría económica, contrae el producto y esta contracción reduce la inflación. Un *shock* a las tasas de interés de un 1%, reduce el producto en un 0,5% con respecto a su estado estacionario, mientras que en la inflación es de una disminución del 0,35%. La persistencia del *shock* es similar en las tres variables; al paso de 6 trimestres su efecto se disipa. Las funciones impulso respuesta muestran que el BVAR-MEEGD estimado es una herramienta útil para el diseño y estudio de política monetaria.

La combinación del buen desempeño, tanto predictivo como estructural para la economía venezolana, muestra que el BVAR-MEEGD es una herramienta útil para modelar economías como las latinoamericanas y de los países emergentes, cuyo comportamiento no exhibe la estabilidad de las economías de países desarrollados.

La estimación conjunta del BVAR y el MEEGD permite contar, al mismo tiempo, con un modelo estructural microfundamentado y una herramienta de predicción que supera los modelos estándar, que son estadística y económicamente consistentes, lo que resulta particularmente atractivo para efectos de política económica.

El modelo considerado en este trabajo es un modelo estilizado de pequeña escala. Sería interesante considerar modelos que incorporen otros aspectos como, de pequeña economía abierta, diferentes tipos de firmas (domésticas, importado-

ras y exportadoras), hábitos en el consumo, entre otros. Con la incorporación de estos aspectos al modelaje, pudieran lograrse al mismo tiempo, la estimación de MEEGD más cercanos a la realidad y reproducir mejor la dinámica económica, y mejores predicciones de las variables observables.

## BIBLIOGRAFÍA

- Christiano, Lawrence; Eichenbaum, Martin y Evans, Charles. (1999). Monetary policy shocks: what have we learned and to what end? En: Handbook of macroeconomics, Elsevier, Vol. 1, pp. 65-148.
- Schorfheide, Frank y Del Negro, Marco (2004). Priors from general equilibrium models for VARS. En: International Economic Review, Vol. 45, No 2, pp. 643-673.
- Geweke, John (1999). Using simulation methods for Bayesian econometric models: inference, development, and communication. En: Econometrics Review, Vol. 140, No 2, pp. 1-126.
- King, Robert (2000). The new IS-LM model: language, logic and limits. En: Economic Quarterly, Vol.86, Federal Reserve Bank of Richmond, pp. 45-103.
- Litterman, Robert (1985). Forecasting with Bayesian vector auto-regressions five years of experience. Federal Reserve Bank of Minneapolis, Working Paper, 274 p.
- Perdomo, Mariela (2008). Modelo estocástico de equilibrio general (MEEG) para la construcción de densidades a priori de VAR bayesianos: una aplicación a la economía venezolana. Trabajo de grado de para optar al título de Magíster, en la Maestría en Modelos Aleatorios, Universidad Central de Venezuela, Caracas, 81 p.
- Rotemberg, Julio (1982). Monopolistic price adjustment and aggregate output. En: Review of Economic Studies, Vol. 49, No 4, pp. 517-531.
- Sims, Christopher (2002). Solving linear rational expectations models. En: Computational Economics, Vol. 20, No 1, pp. 1-20.
- Smets, Frank y Wouters, Raf (2003). An estimated dynamic stochastic general equilibrium model of the euro area. En: Journal of the European Economic Association, Vol. 1, No 5, pp. 1123-1175.
- Taylor, John (1993). Discretion versus policy rules in practice. Stanford University, Stanford, CA 94305 USA, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, Vol. 39, pp. 195-214.
- Woodford, Michael (2003). Interest and prices: foundations of a theory of monetary policy. Princeton University Press, 785 p.
- Zellner, Arnold (1971). An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics. Chicago, John Wiley y Sons INC., 431 p.

## ANEXO A

El problema de maximización de los hogares es el siguiente:

$$\max_{C_t, B_t, h_t} E_t \left[ \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} \left( \frac{(C_s / A_s)^{1-\tau} - 1}{1-\tau} + \chi \log \frac{M_s}{P_s} - h_s \right) \right], \quad (\text{a.1})$$

sujeto a,

$$C_t + \frac{B_t}{P_t} + \frac{M_t}{P_t} + \frac{T_t}{P_t} = W_t h_t + \frac{M_{t-1}}{P_t} + R_{t-1} \frac{B_{t-1}}{P_t} + D_t, \quad (\text{a.2})$$

$$X_t(j) = A_t h_t(j). \quad (\text{a.3})$$

El Lagrangeano de este problema es:

$$L = \max_{C_t, B_t, h_t} \left\{ E_t \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} \left[ \left( \frac{(C_s / A_s)^{1-\tau} - 1}{1-\tau} + \chi \log \frac{M_s}{P_s} - h_s \right) - \lambda_t^1 \left( C_t + \frac{B_t}{P_t} + \frac{M_t}{P_t} + \frac{T_t}{P_t} - W_t h_t - \frac{M_{t-1}}{P_t} - R_{t-1} \frac{B_{t-1}}{P_t} - D_t \right) - \lambda_t^2 (X_t - A_t h_t) \right] \right\} \quad (\text{a.4})$$

Las condiciones de primer orden con respecto a  $C_t$ ,  $B_t$  y  $h_t$  son:

$$\frac{\partial L}{\partial C_t} = \frac{(C_t / A_t)^{-\tau}}{A_t} - \lambda_t^1 = 0, \quad (\text{a.5})$$

$$\frac{\partial L}{\partial B_t} = \frac{-\lambda_t^1}{P_t} + \beta \lambda_{t+1}^1 E_t \left( \frac{R_t}{P_{t+1}} \right) = 0, \quad (\text{a.6})$$

$$\frac{\partial L}{\partial h_t} = -\beta^{s-t} + \lambda_t^1 W_t + \beta^{s-t} \lambda_t^2 A_t = 0. \quad (\text{a.7})$$

### Estado estacionario de las variables

Como el factor de productividad  $A_t$  tiene raíz unitaria en logaritmos, el modelo tiene una tendencia estocástica, por lo que el producto y el consumo crecen a una tasa igual  $A_t$ . Por lo tanto,  $X_t / A_t$ ,  $C_t / A_t$  y  $\lambda^* A_t$  son estacionarias. De la ecuación de la función de producción (a.13) se tiene que  $\frac{X^*}{A_t} = 1$ , luego de normalizar por  $h_t = 1$ . Observe que el estado estacionario de la inflación es un parámetro del modelo, y su valor  $\pi^*$  está definido por la ecuación (4) de costos de ajuste de menú de Rotemberg, (1982).

El estado estacionario de las tasas reales se obtiene:

De la ecuación (a.7) sabemos que  $\frac{\lambda_t^1}{\lambda_{t+1}^1}$  es igual a,

$$\frac{\lambda_t^1}{\lambda_{t+1}^1} = \beta E_t \left( \frac{R_t}{\pi_{t+1}} \right) \quad (\text{a.9})$$

Además,

$$\frac{\lambda_t^1 \cdot A_t \cdot \frac{1}{A_t}}{\lambda_{t+1}^1 \cdot A_{t+1} \cdot \frac{1}{A_{t+1}}} = \beta E_t \left( \frac{R_t}{\pi_{t+1}} \right) \quad (\text{a.10})$$

Luego,

$$\frac{A_{t+1} \cdot \lambda_t^1 \cdot A_t}{A_t \cdot \lambda_{t+1}^1 \cdot A_{t+1}} = \beta E_t \left( \frac{R_t}{\pi_{t+1}} \right) \quad (\text{a.11})$$

$$\gamma \cdot \frac{\lambda_t^1 \cdot A_t}{\lambda_{t+1}^1 \cdot A_{t+1}} = \beta E_t \left( \frac{R_t}{\pi_{t+1}} \right) \quad (\text{a.12})$$

En estado estacionario,

$$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{R^*}{\pi^*} \quad (\text{a.13})$$

El problema de maximización de las firmas es el siguiente,

$$\max_{h_t, P_t} E \left[ \sum_{s=t}^{\infty} Q_s D_s(j) \right], \quad (\text{a.14})$$

sujeto a,

$$X_t(j) = A_t h_t(j) \quad (\text{a.15})$$

$$\ln A_t = \ln \gamma + \ln A_{t-1} + \tilde{z}_t, \quad (\text{a.16})$$

donde,

$$D_t(j) = \left( \frac{P_t(j)}{P_t} X_t(j) - W_t h_t(j) - \frac{\varphi}{2} \left( \frac{P_t(j)}{P_{t-1}} - \pi^* \right)^2 X_t(j) \right). \quad (\text{a.17})$$

El sistema, luego de ser loglinealizado alrededor de su estado estacionario, se reduce a tres ecuaciones:

$$\tilde{x}_t = E[\tilde{x}_{t+1}] - \tau^{-1} (\tilde{R}_t - E[\tilde{\pi}_{t+1}]) + (1 - \rho_g) \tilde{g}_t + \rho_z \frac{1}{\tau} \tilde{z}_t, \quad (\text{a.18})$$

$$\tilde{\pi}_t = \frac{\gamma}{r^*} E[\tilde{\pi}_{t+1}] + \kappa [\tilde{x}_t - \tilde{g}_t], \quad (\text{a.19})$$

$$\tilde{R}_t = \rho_R \tilde{R}_{t-1} + (1 - \rho_R) (\psi_1 \tilde{\pi}_t + \psi_2 \tilde{x}_t) + \varepsilon_{R,t}. \quad (\text{a.20})$$

Las variables con tilde ( $\sim$ ) denotan desviaciones logarítmicas del estado estacionario. Por ejemplo  $\tilde{x}_t = \log X_t - \log X_t^*$ .  $\kappa$  es la pendiente de la curva de Phillips.

La solución del sistema de expectativas racionales conformado por las ecuaciones (7), (9), (a.13), (a.18) y (a.20) se computa con el algoritmo de Sims (2002).

Las relaciones entre las desviaciones del estado estacionario de las variables del modelo y las series observadas del producto, la inflación y las tasas de interés, se expresan en las siguientes ecuaciones de medida:

$$\Delta \ln X_t = \ln \gamma + \Delta \tilde{x}_t + \tilde{z}_t, \quad (\text{a.21})$$

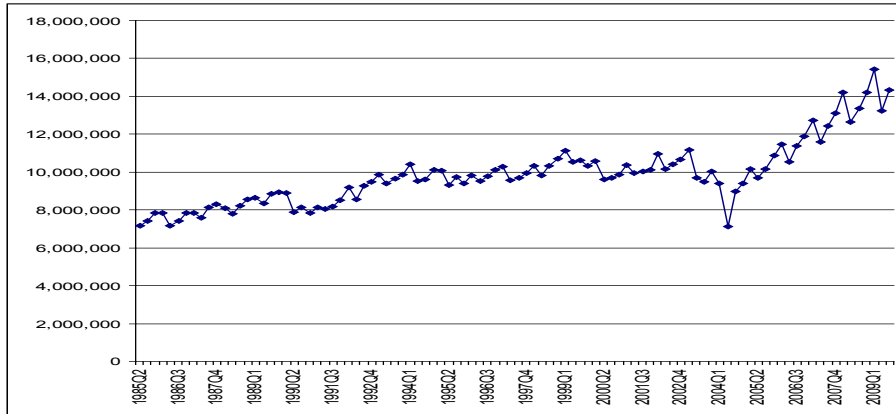
$$\Delta \ln P_t = \ln \pi^* + \tilde{\pi}_t,$$

$$\ln R_t^a = 4 \left[ (\ln r^* + \ln \pi^*) + \tilde{R}_t \right].$$



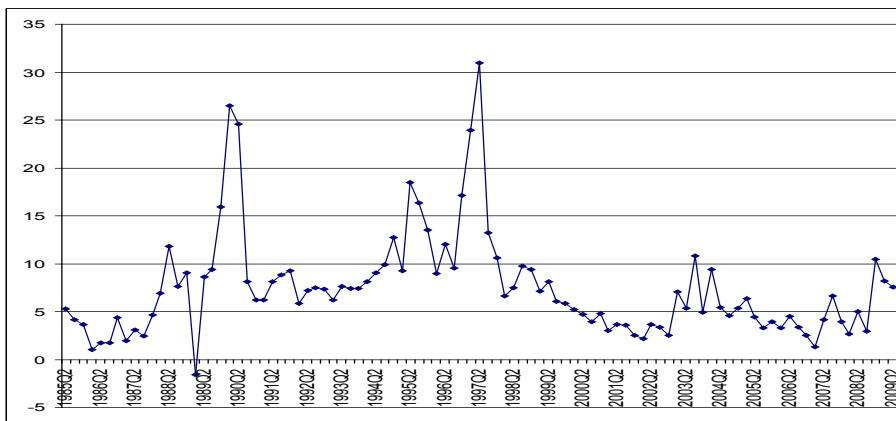
ANEXO B

**Gráfico 4.** Producto interno bruto.



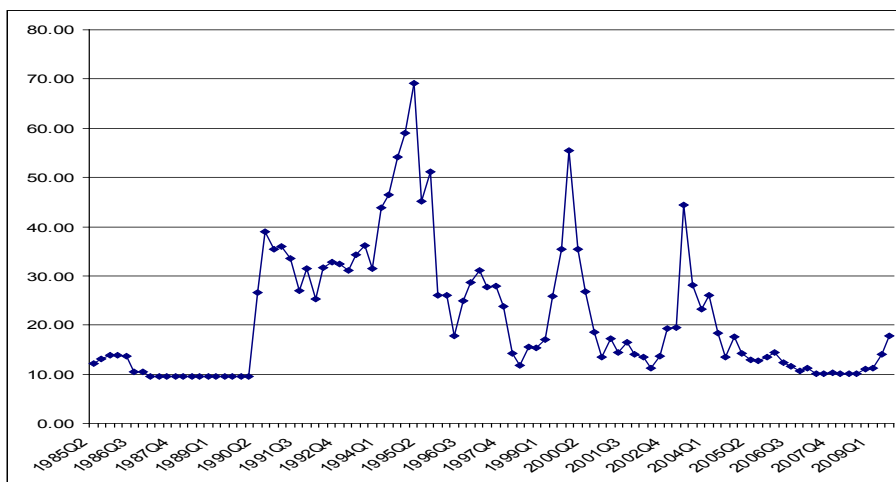
Fuente: Cálculos de los autores con información del Banco Central de Venezuela.

**Gráfico 5.** Inflación.



Fuente: Cálculos de los autores con información del Banco Central de Venezuela.

**Gráfico 6.** Tasas de interés.



Fuente: Cálculos de los autores con información del Banco Central de Venezuela.

## ANEXO C

### Pruebas de heterocedasticidad y raíz unitaria

#### 1. Pruebas de heterocedasticidad

##### a. Variable: $\Delta \log X_t$

Para el análisis del supuesto de homocedasticidad o varianza homogénea, se realiza la prueba de *White Heteroskedasticity Test* del software Eviews, donde se contrastan las hipótesis siguientes.

**H0:** Hay homocedasticidad.

**H1:** No hay homocedasticidad.

A través de Eviews se obtuvo la salida que se muestra a continuación:

White Heteroskedasticity Test:			
F-statistic	72.16285	Probability	0.000000
Obs*R-squared	58.38081	Probability	0.000000

Utilizando el estadístico F, observamos que se tiene una probabilidad menor que el nivel de significación al 5%; en consecuencia, no se asume la hipótesis nula.

##### b. Variable: $\Delta \log P_t$

White Heteroskedasticity Test:			
F-statistic	3.062331	Probability	0.051524
Obs*R-squared	5.931598	Probability	0.051519

Utilizando el estadístico F, observamos que se tiene una probabilidad mayor que el nivel de significación al 5%; en consecuencia, no se rechaza la hipótesis nula.

##### c. Variable: $\log R_t^a$

White Heteroskedasticity Test:			
F-statistic	0.618527	Probability	0.540915
Obs*R-squared	1.259954	Probability	0.532604

Utilizando el estadístico F, observamos que se tiene una probabilidad mayor que el nivel de significación al 5%; en consecuencia, no hay elementos para rechazar la hipótesis nula.

#### 2. Pruebas de raíz unitaria.

##### a. Logaritmo del PIB desestacionalizado (primera diferencia):

Para determinar si la serie tienen raíz unitaria utilizamos el test de Dickey-Fuller. Se contrastarán las hipótesis siguientes:

**H0:** La serie tiene raíz unitaria.

**H1:** La serie no tiene raíz unitaria.

A través de Eviews se obtuvo la salida que se muestra a continuación:

Null Hypothesis: D(LOG(PIB\_SA)) has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=11)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-10.29528	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.499910	
5% level	-2.891871	
10% level	-2.583017	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Al determinar la probabilidad con un nivel de significación al 5%, observamos que no asumimos H0; en consecuencia, la serie no tiene raíz unitaria.

### b. Logaritmo de la Inflación desestacionalizado (primera diferencia):

Null Hypothesis: D(LOG(INFLACION\_SA)) has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 3 (Automatic based on SIC, MAXLAG=11)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-8.051154	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.503049	
5% level	-2.893230	
10% level	-2.583740	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Al determinar la probabilidad con un nivel de significación al 5%, observamos que no asumimos H0; en consecuencia, la serie no tiene raíz unitaria.

### c. Logaritmo de las Tasas desestacionalizada:

Null Hypothesis: LOG(TASAS\_SA) has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=11)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.194851	0.2095
Test critical values:		
1% level	-3.499167	
5% level	-2.891550	
10% level	-2.582846	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Al determinar la probabilidad con un nivel de significación al 5%, observamos que asumimos H0; en consecuencia, la serie tiene raíz unitaria.

