

***DIFICULTADES EN LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES EN EDUCACIÓN  
BÁSICA: UNA MIRADA DESDE LOS ORGANIZADORES DEL CURRÍCULO Y EL  
ANÁLISIS DIDÁCTICO EN LA PERSPECTIVA DE LA FORMACIÓN DE  
PROFESORES***

FERNANDO WALTER MARTÍNEZ MORENO

Código: 0903593

CALI

UNIVERSIDAD DEL VALLE

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN - ÉNFASIS EDUCACIÓN MATEMÁTICA

2018

**DIFICULTADES EN LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES EN EDUCACIÓN BÁSICA:  
UNA MIRADA DESDE LOS ORGANIZADORES DEL CURRÍCULO Y EL ANÁLISIS  
DIDÁCTICO EN LA PERSPECTIVA DE LA FORMACIÓN DE PROFESORES**

FERNANDO WALTER MARTÍNEZ MORENO

Código: 0903593

Trabajo de grado presentado para obtener el título de  
Magister en Educación Énfasis Educación Matemática  
Universidad del Valle, Santiago de Cali

Tutor

EVELIO BEDOYA MORENO, *PhD.*

CALI

UNIVERSIDAD DEL VALLE

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN – ÉNFASIS EDUCACIÓN MATEMÁTICA

2018

## **Dedicatoria**

*A: Olga María, Andrés Fernando y José Fernando.*

*Con cariño y sentido de responsabilidad,  
porque son mis hijos y como padre  
debo ser modelo y referente en materia académica.*

## **Agradecimientos**

Agradezco ante todo a Dios por darme la posibilidad de alcanzar las metas que me he propuesto a lo largo de mi vida, a pesar de las dificultades que se presentan, a mi esposa Gloria Amparo Valencia Martínez y a mis hijos porque han sido comprensivos por el tiempo que le he quitado a la vida familiar para dedicarla a la actividad académica y formativa; agradezco también a mi profesor y tutor Evelio Bedoya Moreno por su vocación de maestro y de servicio, que entrega con cariño a sus estudiantes todo su saber y experticia, también a todos los profesores de la maestría por sus valiosas enseñanzas, aportes y correcciones. Mis agradecimientos a los docentes de matemáticas de la Institución Educativa Normal Superior Santiago de Cali, que permitieron hacer la revisión en la investigación documental realizada. Finalmente, a mis amigas y compañeras: Liliana Potosí y Yanjeline Trujillo del grupo de investigación en la línea de Didáctica de las Matemáticas, por el apoyo y la motivación que me brindaron para seguir adelante.

## Tabla de contenido

Capítulo 1	10
El Problema de investigación	10
1.1. Justificación	10
<b>1.3. Objetivos</b>	12
<b>1.3.1. Objetivo general</b>	12
<b>1.3.2. Objetivos específicos</b>	12
1.4. El contexto	13
1.5. Resultados esperados	15
1.6. Antecedentes	16
Capítulo 2	18
Referentes Teóricos	18
2.1. Errores y Obstáculos	18
2.2. El Análisis Didáctico	24
2.3. ¿Qué se entiende por Análisis Didáctico?	25
2.3.1. Análisis Cognitivo	25
2.3.2. Análisis de Contenido	26
2.3.3. Análisis de instrucción	27
2.3.4. Análisis del Currículo	28
Capítulo 3	31
Marco Metodológico	31
3.1. Modelo de Análisis Didáctico en la dialéctica análisis síntesis (PNA)	31
3.2. Modelo de Análisis Didáctico en GIFPME	33
3.3. Modelo Análisis Didáctico como metodología de investigación cualitativa en educación matemática	37
Capítulo 4	40
Aplicación del Análisis Didáctico en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Fracciones	40
4.1. Análisis del currículo en la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones	40
4.1.2. Dimensiones del currículo	79
4.2. Análisis cognitivo en la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones:	90
4.2.1. Obstáculos:	91
4.2.2. Dificultades	94

4.2.3. Errores	99
4.3. Análisis de contenido en la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones:	104
4.3.1. Lo histórico- epistemológico	104
4.3.2. Las representaciones y la modelación	105
4.3.3. Lo fenomenológico:	112
4.4. Análisis de instrucción en la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones	113
4.4.1. Actividades	113
4.4.2. Materiales y recursos	114
4.4.3. Programación de unidades didácticas	115
Capítulo 5	117
Resultados	117
5.1. Síntesis de propósitos del sistema educativo	117
Esta síntesis se construye con sustento de lo realizado en el Análisis Curricular.	117
5.2. Síntesis de focos prioritarios	118
5.3. Síntesis de la organización del aprendizaje	118
5.4. Síntesis de diseño o evaluación de unidades didácticas	119
Capítulo 6	120
Conclusiones	120
6.1. Conclusiones generales	120
Referencias	126

## Lista de Figuras

Figura 1. Dimensiones del currículo. -----	29
Figura 2. Modelo de Análisis Didáctico en la dialéctica análisis síntesis. -----	32
Figura 3. Modelo del Análisis Didáctico. -----	34
Figura 4. Modelo con los elementos componentes de cada parte del Análisis Didáctico.	35
Figura 5. Modelo de Análisis Didáctico como Metodología de Investigación Cualitativa en Educación Matemática.-----	38
Figura 6. Datos y diagrama de las frecuencias del nivel de formación docente en Básica Primaria.	85
Figura 7. Datos y diagrama de las frecuencias del nivel de formación docente en Básica Primaria y Secundaria.-----	86
Figura 8. Datos y diagrama de las frecuencias del nivel de formación docente en Básica Secundaria. Fuente: Elaboración propia -----	86
Figura 9. Plan de estudios - Programa de Formación Complementaria. Fuente: P.E.I Normal Superior Santiago de Cali. -----	87

## Resumen

Al revisar la programación y los contenidos de los cursos de matemática de la Educación básica en Colombia, se encuentra que la enseñanza de las fracciones pertenece al pensamiento numérico, además existe abundante producción investigativa respecto a la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones. Este trabajo de investigación, permite reflexionar y desarrollar una propuesta de un modelo que permita revisar y fundamentar esta problemática desde un punto de vista teórico-conceptual, analizar los obstáculos, errores y dificultades que se presentan en algunos profesores para acceder a los conocimientos curriculares, cognitivos y didácticos en relación con las actividades de planificación, desarrollo y evaluación curricular y didáctica en torno al contenido matemático escolar objeto de estudio.

Resulta evidente la rica producción en diversas líneas de investigación del orden local e internacional en relación con la enseñanza de las fracciones, pero desconcierta los escasos avances logrados en nuestro sistema educativo para la superación de las dificultades o errores recurrentes; en el trabajo se hace un acercamiento al problema con énfasis en la línea de Didáctica de las Matemáticas, teniendo como referente los desarrollos teóricos del grupo PNA<sup>1</sup>, especialmente en lo relacionado con los Organizadores del Currículo, Conocimiento Didáctico y el Modelo Local Análisis Didáctico del Contenido; que permitan fortalecer la formación de profesores y el conocimiento profesional que contribuyan con la evaluación y el diseño de Unidades Didácticas pertinentes para el contexto, estudiado particularmente en la Normal Superior Santiago de Cali.

### Términos Clave

Fracciones, obstáculo didáctico, obstáculo cognitivo, organizadores del currículo, análisis didáctico, unidades didácticas, formación de profesores.

---

<sup>1</sup> PNA: Pensamiento Numérico y Algebraico, grupo interuniversitario que trabaja el Pensamiento Numérico, cuya ubicación se encuentra en las Universidades de Almería, Córdoba, Granada y Málaga. Se desarrolla esta línea de indagación y estudio dentro de la Educación Matemática sobre los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y utilización de conceptos numéricos, tanto en el medio escolar como social. El campo general en el que se desenvuelve la investigación en Pensamiento Numérico comprende el estudio de los diferentes sistemas cognitivos y culturales con que los seres humanos asignan y comparten significado utilizando diferentes estructuras numéricas. El tutor Evelio Bedoya pertenece al grupo de la Universidad de Granada liderado por Luis Rico.



## Introducción

En el medio educativo colombiano la educación matemática constituye un campo de reflexión, indagación, producción e investigación permanente; que contiene elementos como: los pobres resultados que obtienen los estudiantes en Matemáticas en las pruebas externas (PERCE 1997, SERCE 2006, TIMSS 2007, TERCE 2013, Pisa 2018) y en las pruebas internas Saber (3°,5°,7°, 9° y 11°); los altos índices de deserción y reprobación en los establecimientos educativos, entre otros aspectos. Estos elementos influyen poderosamente en una percepción en el contexto educativo colombiano de las matemáticas, como “difícil” de aprender y de enseñar. La institución Educativa Normal Superior Santiago de Cali no es ajena a la problemática que se plantea y además adquiere una connotación especial, pues allí se forman los maestros que se desempeñarán en preescolar y primaria en el sistema educativo colombiano.

En el primero capítulo se presenta la caracterización del problema de investigación; en el segundo capítulo se abordan algunos referentes teóricos generales, se hace mayor énfasis en los desarrollos de investigación del PNA; en el tercer capítulo se recoge la importante producción del PNA en lo referente al Análisis Didáctico como metodología de investigación en Educación Matemática y se elabora un modelo entendido el término desde los planteamientos de Vasco (2014), el modelo construido se aplica a la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones en educación en la Escuela Normal Superior Santiago de Cali. De esta forma no solo se concreta el referente teórico del modelo, también se define la metodología de investigación con la concreción de modelo y se utiliza la investigación documental; En el capítulo cuarto se aplica el modelo. Los capítulos quinto y sexto contienen los resultados en perspectiva de la dialéctica análisis-síntesis del modelo propuesto y las conclusiones generales. También se utiliza el modelo local de Análisis Didáctico aplicado a la formación inicial de profesores con la elaboración de una propuesta para la disciplina de Didáctica de las Matemáticas en el PFC de la escuela normal.

## Capítulo 1

### El Problema de investigación

#### 1.1. Justificación

El sistema educativo colombiano establecido por la legislación educativa vigente y regulado por el Ministerio de Educación Nacional, tiene entre muchas de sus funciones, la de evaluar a los estudiantes mediante la aplicación de pruebas externas nacionales (Saber 3°, 5°, 7°, 9° y 11°, ISCE) e internacionales (TIMSS, TERCE, PISA); como una forma de medir la calidad educativa y de diagnosticar los problemas presentes en el aprendizaje de los estudiantes. Estas pruebas tienen entre sus componentes las matemáticas, lo que ha posibilitado diagnosticar e identificar falencias en el aprendizaje de los estudiantes y en los procesos de enseñanza de los docentes. También con la evaluación institucional y los resultados de la evaluación académica, es posible determinar problemas o dificultades presentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje en educación matemática de nuestro sistema educativo. Uno de ellos se ha convertido en motivo de preocupación, reflexión, innovación e indagación de la experiencia pedagógica vivida: es el problema planteado en torno a la “enseñanza de las fracciones”. Desde el ámbito de la Investigación Educativa se puede abordar esta problemática, enriquecida por los elementos teóricos y metodológicos que aportan el Instituto de Educación y Pedagogía en el programa de Posgrado en Educación con énfasis en Educación Matemática de la Universidad del Valle.

Aunque existen muchos trabajos de tesis en pregrado y posgrado en relación con la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones, las dificultades se siguen evidenciando en los resultados de las pruebas referidas anteriormente; el presente trabajo aborda la problemática desde el AD en el contexto particular de la institución Educativa Normal Superior Santiago de Cali, con la intención de hacer análisis en perspectiva del modelo local de AD, que permite realizar aportes en el contexto particular y que potencialmente puede ser utilizados en el contexto general. El modelo que se construye y aplica fundamentado en el extenso trabajo de investigación del Profesor Luis Rico y del grupo del PNA, hace énfasis en la formación de profesores (inicial y en ejercicio) y la investigación cualitativa que aborda de manera sistémica varios tipos de análisis: curricular, de contenido, cognitivo y de instrucción. Lo anterior permite identificar: los propósitos del sistema educativo, los focos prioritarios del conocimiento, la organización de los aprendizajes y el diseño, ajuste o evaluación de unidades didácticas.

El proceso de investigación desde esta perspectiva ofrece potencialmente importantes conclusiones en lo relacionado con la historia de las matemáticas, la didáctica de las matemáticas, razonamiento, lenguaje, comunicación de saberes y conocimientos matemáticos, también en las alternativas de solución que se obtienen en la investigación, especialmente en el caso particular de las fracciones; el cual puede ser aplicado a otro tópico de la matemática escolar, que haya sido identificado o diagnosticado por las pruebas externas, internas o en la evaluación anual institucional. Aportar a la reflexión, el análisis y el avance hacia la solución del problema en una institución formadora de maestros, dimensiona de manera diferente la pertinencia del problema, aunque no aporte una solución definitiva a la problemática abordada.

## 1.2. Planteamiento del problema

¿Por qué si existen numerosas investigaciones (nacionales e internacionales) realizadas en Educación Matemática en las tres últimas décadas en torno a las fracciones, se siguen presentando dificultades en su enseñanza y aprendizaje en Educación básica?

De acuerdo con resultados de pruebas escolares en nuestro país y los diferentes estudios nacionales e internacionales (Zapata, D. 1996; Recalde, L.1998; Maza, C. 1999; Obando, G. 1999; Guacaneme, E. 2002; Flórez, L. 2008; Pontón, T. 2007; Quispe, W.2010; Obando, G 2015. Rico, L. 2016; Díaz, C. (1997) Análisis y resultados de las pruebas externas, la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones en la educación básica sigue siendo una tarea difícil para profesores y estudiantes. Por otra parte, son numerosas las investigaciones que en diferentes contextos se han realizado sobre este tópico en las últimas tres décadas, las cuales no sólo ponen de manifiesto estas dificultades, obstáculos cognitivos y didácticos; también se ha formulado importantes propuestas didácticas para intentar superarlas o abordarlas. Sin embargo, las dificultades didácticas en torno a este asunto no sólo persisten, parece que se agudizan y se incrementan (si se tiene como referentes algunos informes de resultados publicados de pruebas externas nacionales e internacionales de la última década tales como: Informe Pisa 2016, Informes publicados por el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior: “Cuadernillos de prueba” años 2013 y 2014, Día E Informe por Colegio del Cuatrienio 2018).

Podría inferirse de manera inmediata, que una de las causas del problema radica en que existe poca difusión o escaso acercamiento de los maestros en ejercicio de educación básica en nuestro

medio, a la rica producción escrita en tesis de pregrado y postgrado; pero facilitar el acceso a los referentes textuales, no constituye “per se” la solución inmediata al problema; si las prácticas de aula, la investigación y la formación de los maestros permanecen anquilosadas, estáticas y resistentes a la innovación o simplemente, evitan afrontar el problema responsabilizando, de manera facilista, a los profesores de los grados o ciclos anteriores (Básica Secundaria, Básica Primaria o Preescolar) en una cadena de culpables que evade un tratamiento efectivo del problema.

### **1.3. Objetivos**

#### **1.3.1. Objetivo general**

Determinar algunos elementos fundamentales como aporte a una propuesta de formación inicial de maestros que permita el análisis de dificultades en la enseñanza de las fracciones en Educación Básica, desde la perspectiva de un Modelo Local de Análisis Didáctico (ML-AD), concebido como estrategia metodológica de investigación, de formación de profesores, orientado al desarrollo (elaboración, implementación y evaluación) de unidades didácticas pertinentes como aporte efectivo para la superación de las dificultades de la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones.

#### **1.3.2. Objetivos específicos**

**O.E.1.** Caracterizar conceptualmente algunos elementos fundamentales de un modelo local de Análisis Didáctico como propuesta que aporte a la formación inicial de maestros de Educación Básica sobre dificultades en enseñanza de las fracciones y como estrategia metodológica de investigación cualitativa al respecto, para la cualificación del profesor de matemáticas de dicho nivel.

**O.E.2.** Identificar y analizar algunas dificultades que se presentan en prácticas de enseñanza de las fracciones en Educación Básica por parte de algunos maestros... teniendo en cuenta elementos conceptuales y procedimentales caracterizados en el modelo local de AD, que posibiliten superar las dificultades halladas.

**O.E.3.** Determinar y caracterizar algunas nociones y elementos fundamentales de “conocimiento didáctico del contenido”, apropiado para la enseñanza de las fracciones en Educación Básica, en pro del mejoramiento del conocimiento profesional del profesor de matemáticas de la educación básica en la Escuela Normal Superior Santiago de Cali.

A continuación, se establecen las preguntas orientadoras de los objetivos específicos.

Para O.E.1

- ¿Qué elementos permiten definir un modelo local de Análisis Didáctico de Contenido?
- ¿Qué aspectos del ML-ADC aportan al análisis de las dificultades de enseñanza y aprendizaje de las fracciones en Educación Básica?
- ¿Cómo interpretar y adaptar los elementos del ML-ADC como estrategia metodológica de investigación cualitativa?

Para O.E.2

- ¿Cuáles dificultades se le presentan a los docentes para la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones en educación básica de la Escuela Normal Superior Santiago de Cali?
- ¿Qué elementos conceptuales y procedimentales se identifican en la aplicación del Modelo Local de Análisis Didáctico del Contenido?

Para O.E.3

- ¿Qué elementos o nociones del CDC y de qué manera resultan apropiados para diseñar o elaborar una UD sobre fracciones en educación básica?

#### **1.4. El contexto**

Al considerar el ámbito general se referencia el sistema educativo colombiano, el cual ha sufrido diferentes cambios en materia normativa y reglamentaria en las últimas tres décadas orientadas desde el Ministerio de Educación Nacional (MEN); la promulgación de la Ley General de Educación (1194) y sus decretos reglamentarios (actualmente compendiados en el Decreto Único del Sector Educativo No. 1075 del 26 de mayo de 2015) ha pretendido organizar el sistema educativo, para dar respuesta a la carta magna de 1991 y al modelo económico imperante (Neoliberalismo). Uno de los componentes a destacar del sistema es el de: “la autonomía institucional”, que posibilita la construcción autónoma del Proyecto Educativo Institucional (PEI) y da libertad a todos los establecimientos del país para responder a la diversidad de contextos, desde entonces, ha existido autonomía para la construcción del modelo pedagógico, del currículo y plan de estudios. El estado deposita en el Ministerio de Educación Nacional la responsabilidad de hacer el direccionamiento para la organización y unificación del currículo colombiano (entendida en este trabajo desde la perspectiva de “organizadores del currículo” del PNA y la producción investigativa de Luis Rico entre 1997, 2018), una de las acciones concretas del MEN

ha sido las publicaciones que inciden directamente en los libros de texto producidos por la industria editorial y que se exigen en las listas de útiles escolares de los establecimientos educativos (textos que se producen en el medio educativo colombiano para la educación básica, usados por los docentes para la preparación de clases y por los estudiantes para la resolver talleres y ejercicios propuestos por sus maestros) y que incluyen las exigencias de organismos internacionales como el Banco Mundial y la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE). El MEN en sus publicaciones ha tratado de proponer unos referentes “unificadores” con la producción de varios documentos e instrumentos como: los Lineamientos Curriculares, Los Estándares Básicos de Competencia (EBC) y Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), además de estrategias como: El programa Todos a Aprender (PTA), el Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE) y las pruebas externas nacionales (Saber 3°, 5°, 7°, 9° y 11°) e internacionales (Pisa y TIMSS), que tratan de permear la autonomía planteada en la normatividad vigente.

En el establecimiento educativo las prácticas de aula conocidas en el medio como “tradicionales”, caracterizadas por exposición magistral por parte del docente, el desarrollo de ejercicios de aplicación de la “explicación impartida” y la realización de los ejercicios propuestos en los libros llamados “ texto guía” por parte de los estudiantes; persiste de manera generalizada y se ha hecho resistente al cambio, a pesar de la llegada de las TIC y la diversidad de propuestas en materia de innovación generadas desde las escuelas normales superiores, las facultades de educación y los programas de formación de profesores, propuestos e implementados por el Ministerio de Educación Nacional y las entidades territoriales (SEM o SED). Es así que si se tiene como referencia la experiencia profesional personal es posible afirmar que: ni la secuenciación de los contenidos (en los grados 3°, 5°, 7°, 8° y 9°), ni las prácticas de aula en la enseñanza de las fracciones, presentan cambios significativos o sustanciales en los últimos treinta años. La Escuela Normal Superior Santiago de Cali se encuentra ubicada en un sector de estrato socio económico 4 y 5 (Barrio Colseguros) de la comuna 10, pero recibe estudiantes de las diferentes comunas y estratos socioeconómicos de la ciudad y municipios cercanos, pues al establecimiento acuden a solicitar cupos los menores y sus acudientes que desean la formación para ser maestros. La institución cuenta con dos sedes muy cercanas, la sede uno atiende en dos jornadas aproximadamente 1.800 estudiantes de secundaria y del PFC; la sede dos atiende en doble jornada aproximadamente 1.000 estudiantes de preescolar y primaria.

### **1.5. Resultados esperados**

Los resultados esperados en el desarrollo del trabajo se establecen en función de los objetivos planteados en las secciones iniciales, los cuales pueden relacionarse según el impacto a nivel institucional, local, regional y/o nacional:

- En la institución donde se estudian las prácticas de aula para identificar y describir las dificultades en la enseñanza de las fracciones que se presentan en la educación básica, se espera obtener unas conclusiones que permitan revisar desde el área de matemáticas del establecimiento: las prácticas innovadoras, los materiales, recursos, actividades, la representación, modelización y los aspectos históricos epistemológicos. Los cuales se conviertan en insumo para los procesos de planificación en los planes de área de los diferentes grados y de aula, materializados en el diseño, desarrollo o evaluación de unidades didácticas. Los beneficiarios potenciales directos del presente trabajo son los profesores de matemáticas de la institución donde se desarrolla la investigación y los indirectos sus estudiantes.

- En el ámbito regional la caracterización del “conocimiento pedagógico y didáctico del contenido” apropiado en Educación básica y el diseño de una propuesta de formación de profesores que tenga en cuenta las dificultades de la enseñanza y el conocimiento didáctico sobre las fracciones, en el caso particular de la Escuela Normal Superior Santiago de Cali.

- A nivel nacional en el ámbito de la Educación Matemática el diseño de una propuesta de investigación cualitativa que utilice el Análisis Didáctico como una estrategia metodológica de investigación válida, permitirá hacer aportes al grupo de investigación, liderado por Doctor Evelio Bedoya, con la potencialidad de presentarla de manera más elaborada, a futuro, para el desarrollo de una tesis de doctorado.

- La Normal Superior Santiago de Cali es una institución educativa de naturaleza especial, que forma docentes para la educación Prescolar y la Básica Primaria; si se define una propuesta para la formación inicial de docentes que aplique el Análisis Didáctico en disciplinas del PFC que se llamaría: Didáctica de las Matemáticas y Metodologías Investigación Cualitativa, se contribuir con el mejoramiento del conocimiento profesional del egresado normalista.

## 1.6. Antecedentes

En la experiencia profesional y personal como docente, he tenido la oportunidad de ser maestro de todos los grados de primaria durante siete años, en secundaria también en todos los grados como docente del área de Matemáticas durante diez y siete años, ejerciendo la labor educativa como directivo docente (coordinador y rector) en los últimos 14 años, el proceso formativo como profesional de la educación se inicia en la Escuela Normal Superior Santiago de Cali (anteriormente “Normal de Varones”), continua con la Licenciatura en Matemáticas, posteriormente la Especialización en educación Matemática y actualmente con la Maestría en Educación Matemáticas en la línea de investigación de didáctica de las matemáticas. Tanto en el ejercicio docente, como en el proceso formativo, se ha tenido presente algunos aspectos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en Básica Primaria, Básica Secundaria y Media, tales como: La innovación para mejorar los aprendizajes de los estudiantes, la creatividad para programar y desarrollar unidades didácticas pertinentes, los procesos de evaluación e investigación para responder adecuadamente a los contextos institucionales y respetar los ritmos de aprendizaje de los estudiantes, la formación y cualificación como profesor en ejercicio. Aunque los retos y dificultades que se presentan durante la experiencia docente de más de treinta y cinco años, son numerosas, “la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones” ocupan un lugar preponderante dentro de la inquietud por mejorar en la educación matemática del medio educativo local y nacional.

La existencia de una rica, variada y numerosa producción de investigaciones (nacionales e internacionales) relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de las fracciones permiten hacer la revisión del estado del arte y una delimitación del problema, para definir la pregunta central de la investigación. Entre la producción de tesis e investigaciones revisadas se destacan en este trabajo las siguientes:

Fazio, L., y Siegler, R (2010). En la investigación sobre la “Enseñanza de las fracciones”, realizan su estudio orientados a niños de preescolar y primaria, abordan aspectos relevantes como: la forma en que aprenden información nueva los niños y cómo corregir los errores que se presentan, la resolución de problemas, las actividades de aula; identifican el conocimiento didáctico sobre las fracciones que aporta conocimiento profesional del docente, reconocen también la importancia de los materiales didácticos, la representación de fracciones, la



importancia de diferenciar y abordar los conceptos erróneos y reconocer la importancia del contexto real. Flores, L. (2008), en su trabajo: “Historia y didáctica de los números racionales e irracionales”, presenta elementos relevantes de la importancia de hacer el acercamiento histórico de un contenido matemático y sus implicaciones en la didáctica.

En las reflexiones sobre la introducción en los números racionales positivos obra de Gairin, (2004), enfatiza que la gran mayoría de los estudiantes tiene un acercamiento a las fracciones exclusivamente en la relación parte todo, haciendo de las fracciones un conocimiento inestable; también plantea alternativas de orden conceptual para las fracciones, como aporte para la formación inicial de maestros. En la investigación documental juega un papel importante la revisión de textos escolares que circulan en el medio educativo en la educación básica para la enseñanza de las fracciones, estos funcionan como organizadores del currículo; el trabajo de tesis de Guacaneme (2002), realiza un estudio de los textos entorno a la proporcionalidad que sirve de referencia, respecto al estudio de los textos en el contenido de las fracciones; Quispe y otros (2010) también hacen una revisión de textos escolares indagando sobre la comprensión de fracción. . En lo representación y la conceptualización inicial en las fracciones Pontón (2007), en su tesis de maestría, hace una revisión desde lo semiótico y el multirregistro, como también los desarrollos de Valencia y Ángel (2008) en la conversión de representaciones semióticas de las fracciones mayores que la unidad, además se incluye el texto de Sfard (2008) que trata el aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional; los tres referentes mencionados, sirven para complementar en perspectiva del análisis local, con el estudio de los planteamientos que se hacen en los trabajos de investigación del PNA. Pruzzo (2012) hace una revisión de las fracciones como problemas de enseñanza o aprendizaje con estudiantes de primer año de secundaria, define como obstáculos en los esquemas de asimilación la operatoria con números naturales, contruidos desde el grado cuarto de primaria, que producen errores para el aprendizaje de las fracciones. Streefland (2012) hace un estudio de las fracciones desde la concepción de la educación matemática realista en el contexto de aprendizaje. Rico (2016) presenta un trabajo específico sobre las fracciones, en un estudio metodológico del número fraccionario en el que trata aspectos como: los antecedentes históricos, el empleo social de las fracciones, la didáctica del concepto de fracción y propone el uso de un material de transparencias para la suma de fracciones.

## Capítulo 2

### Referentes Teóricos

#### 2.1. Obstáculos, dificultades y errores

En los planteamientos y desarrollos se encuentran una fuente importante de estudios y trabajos de investigación en torno a la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones, que se convierten en un buen referente de revisión del estado del arte y la posibilidad de concebir un trabajo de investigación con elementos diferentes construidos con base en los desarrollos del grupo de investigación: Pensamiento Numérico y Algebraico (PNA).

Inicialmente se presentan algunos planteamientos existentes en lo relacionado con “Obstáculo Epistemológico”, “Obstáculo Didáctico” y “Obstáculo Ontogenético”, fundamentado en los desarrollos teóricos de Bachelard (1976), G Brousseau(1989) y Tall-Vinner (1981), entre otros; para llegar luego al concepto de “Obstáculo Cognitivo”, se abren múltiples opciones para realizar la investigación en torno a las dificultades presentes en relación con los fraccionarios desde grado tercero hasta noveno grado de Educación básica .

A continuación, se presenta un breve referente teórico en materia de “Obstáculos”, que permiten dimensionar las posibilidades de investigación el presente proyecto:

La epistemología del error, el concepto de aprendizaje, los obstáculos cognitivos y sus orígenes; la epistemología del concepto de función, la problemática y la modelación del sistema, dan origen al concepto de Obstáculo cognitivo (OC). Es un conocimiento que tiene un aspecto negativo y otro positivo. Funciona negativamente porque se interpone a lo que debería ser conocido, pero, al mismo tiempo, tiene un funcionamiento positivo porque es parte constitutiva del nuevo conocimiento que está a la espera de ser alcanzado y por tanto es necesario. Este funcionamiento, negativo y positivo, de los conocimientos hace que el obstáculo tienda a ser ignorado en el momento de las explicaciones de los errores de los estudiantes e intervienen nociones como “errores de enseñanza”, de “insuficiencia del sujeto” o de “dificultad intrínseca de los conceptos”. Se identifican como señales de obstáculos cognitivos: el error es sistemático que se presenta recurrentemente en un grupo significativo de estudiante, el error es resistente que a pesar de haber sido evidenciado y tratado por el maestro vuelve y se presenta, es difícil de modificar y el error que no es idiosincrásico. La superación del error exige la toma de conciencia

que conduce al nuevo conocimiento. Estos conocimientos que dificultan la apropiación de ciertas nociones pueden tener origen en diversas causas; es difícil incriminar solamente a uno de los sistemas de interacción (sistema de enseñanza, sistema alumno-medio, sistema didáctico). En todo caso, se pueden distinguir los orígenes de los obstáculos cognitivos; éste será el sistema tal que, modificándolo, se podría franquear el obstáculo. Los obstáculos cognitivos pueden tener diferentes orígenes: Ontogenético, didáctico o epistemológico. El origen del obstáculo es importante para determinar el subsistema (alumno, profesor y saber) sobre el cual se puede ejercer alguna acción que permita el franqueamiento del obstáculo; Los obstáculos de origen ontogenético son los que sobrevienen del hecho de las limitaciones neurofisiológicas del sujeto en momento de su desarrollo: quien alcanza conocimientos apropiados a sus medios y a sus objetivos. La Epistemología Genética evidencia etapas, acomodamientos y asimilaciones, que se asemejan a las etapas del desarrollo de los conceptos por las leyes de regulación que los hacen aparecer, y difieren de ellas por la naturaleza exacta de las limitaciones que determinan esas regulaciones. Los obstáculos de origen didáctico son los que parecen no depender más que de una elección o de un proyecto de sistema educativo en la forma de presentar y gestionar la enseñanza, son los obstáculos ligados a la naturaleza del conocimiento mismo y que son propios de él, se repiten en la historia, muestran su persistencia y dificultad para evolucionar, es decir los obstáculos en perspectiva de los planteamientos de Bachelard.

En la revisión de algunas tesis en torno a la enseñanza de las fracciones se destacan: el análisis histórico del concepto de fracción, la revisión del tratamiento del tema en los textos escolares, la representación incluida la visualización, su relación con el lenguaje y el análisis semiótico, existen también propuestas que se centran en los materiales, recursos y actividades para la enseñanza de las fracciones como los realizados por: Valencia, A., y Ángel, A. (2008); Pontón, T (2007); Obando (1999); Guacaneme, E (2002); Maza, C. (1999); Recalde, L (1998); Quispe, W., Gallardo, J., y González J. (2010).

En una vasta producción de tesis se encuentran propuestas importantes que en la práctica no generan el impacto esperado, pues se repiten las prácticas y el fracaso escolar de las fracciones concebidas como un tema de matemáticas “enseñado” en la Educación básica ; siguen siendo determinantes y reiterativas las dificultades que tienen estudiantes y maestros al abordar “temas” y los procesos inherentes a estos , proponer actividades o solucionar problemas que exigen un adecuado uso de las fracciones. No hay claridad en los maestros y menos en los estudiantes, con

respecto al concepto de fracción y el tratamiento que se le da en la escuela desde grado segundo hasta grado noveno en nuestro sistema educativo. Los diferentes significados y representaciones de las fracciones, que se utilizan en la escuela se pueden identificar de la siguiente forma: la fracción como relación parte todo, la fracción como un cociente, la fracción como medida, la fracción como razón y la fracción como operador. Pasar de un significado a otro o a sus formas de representación, parece ser “natural” y “automático” para el estudiante, en una postura del maestro que puede tildarse de “ingenua”. Otra situación en la que se hace poca reflexión es la ruta que se sigue para la construcción de número racional como clase de equivalencia. En la cuestión planteada un análisis desde lo histórico y epistemológico puede ofrecer a los profesores elementos importantes, cuando se hace la Transposición Didáctica de esta noción o concepto en la perspectiva de Chevalard (1991), de las relaciones de orden y de equivalencia o de las operaciones definidas mediante fórmulas o algoritmos que el estudiante debe aplicar en los ejercicios o actividades propuestas por el maestro, que pueden tener poco o ningún significado para el estudiante.

La concepción de educación como un proceso donde media la forma mental del individuo y entendida en este sentido como un proceso de: “darse forma a sí mismo”, con la mediación apropiada del maestro y del sistema educativo, permite establecer las responsabilidades de los actores del sistema, reconocer las relaciones complejas existentes y las dificultades que surgen en la situación descrita. Lo anterior permite un horizonte diferente para determinar alternativas de solución al problema planteado o a cualquier otra situación presente en nuestro contexto educativo y especialmente en el de la Educación Matemática.

Existe una intencionalidad en este trabajo de investigación: “centrarse en el maestro”, el saber que circula para realizar una mediación pertinente, la cual permita a quien aprende la apropiación de los conceptos, la significación de los aprendizajes y el desarrollo de las competencias básicas para solucionar los problemas que se le plantean.

Los diversos fundamentos y elementos aportados desde la Epistemología Genética, ofrecen una fuente para enriquecer la propuesta de investigación y la validación de conceptos considerados como pilares fundamentales para el análisis del problema y la oportunidad de encontrar alternativas de solución, válidas y pertinentes.

La manera que como se aborda la sistematización conceptual de la realidad, como un prerrequisito para el modelaje matemático, donde se interpreta la realidad, se describe y caracteriza, se sistematiza (estructura conceptual) se logra la matematización y la algoritmación,

para interpretar de nuevo y ponerla en práctica; es un proceso analizado por Skovsmose (1999) en la perspectiva del conocimiento reflexivo y el modelaje.

En la siguiente tabla se presentan algunos errores persistentes en los estudiantes de Educación básica con relación a las fracciones (errores identificados por los docentes de matemáticas de educación básica de la Escuela Normal en su experiencia profesional y que han sido identificados en otros estudios de investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones que se encuentran en trabajos como los de: Carmona, A., Lisi, M., Astorga, A., y Alindero, E. (2014).) desde ; una de sus posibles causas puede ser la presentación de generalizaciones de los docentes como situaciones de Institucionalización, sin tener claridad sobre el proceso, ni diferenciar situaciones de: Acción, Formulación y Validación; las cuales son necesariamente previas, pero se omiten o se consideran parte del conocimiento implícito que el estudiante adquiere de manera espontánea o natural.

Tabla 1. Listado de errores recurrentes en estudiantes de educación básica con relación a las fracciones.

<b>Ejemplo</b>	<b>Generalización presentada por el profesor</b>	<b>Referente</b>	<b>Error en la aplicación por el estudiante</b>
1	$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$	Adición de fracciones homogéneas	$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3+4}$
2	$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$	Multiplicación de fracciones	$\frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{2 \times 4 + 3 \times 5}{3 \times 4}$
3	$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}$	Division de facciones	$\frac{2}{3} \div \frac{5}{4} = \frac{2 \times 5}{3 \times 4}$
4	$\frac{a.\alpha}{\alpha.b} = \frac{a}{b}$	Simplificación de fracciones	$\frac{1\alpha}{\alpha 4} = \frac{1}{4}$

De la tabla anterior construida con los aportes de maestros del establecimiento educativo es posible hacer las siguientes reflexiones:

- En el ejemplo 1 el estudiante aplica una “fórmula general” de la adición de fracciones homogéneas, para la adición de fracciones con igual numerador.

- En el ejemplo 2 el estudiante aplica en una multiplicación de fracciones, la fórmula para la adición de fracciones heterogéneas.
- En el ejemplo 3 el estudiante aplica la “fórmula general” de la multiplicación de fracciones, para una división.
- En el ejemplo 4 el estudiante aplica de manera inadecuada la simplificación de fracciones, para obtener fracciones equivalentes, mediante un procedimiento que se conoce en el medio escolar como “cancelación”.

En el medio educativo colombiano, muy frecuentemente, los maestros y los textos escolares presenten mediante “fórmulas generales” o algoritmos, definiciones y operaciones en relación con las fracciones, para ser aplicados luego en ejercicios particulares, donde el estudiante debe demostrar su “aprendizaje”; con escasas o inexistentes reflexiones sobre los diferentes tipos de Situaciones Didácticas y su relación con los errores descritos anteriormente.

Reconocido el importante aporte de la Epistemología Genética a la teoría del conocimiento, fundamentada especialmente en la concepción del conocimiento como una construcción fruto de “adaptaciones” al medio, con sus condiciones que varían permanentemente. Donde la relación sujeto-medio es mutua, dual y dialéctica. Para explicar las adaptaciones Piaget (1978) usa dos funciones: la asimilación y la acomodación, que son asociadas a los “esquemas de acción”, sin desconocer inicialmente su relación con el acto reflejo. La asimilación concebida inicialmente desde la biología, se entiende como transformación, en ella se incorporan los elementos internos que se necesitan para que funcione la estructura interna (que da forma y contenido a la acción del sujeto), la asimilación en el aprendizaje se da de manera diferente en cada sujeto y depende de sus estructuras internas; para Piaget comprender es tomar conciencia y tomar conciencia es conceptualizar. La acomodación modifica la estructura por las influencias que se reciben del medio.

Existe un mecanismo de autorregulación entre asimilación y acomodación, que se encarga de controlar los intercambios entre las estructuras internas con el medio externo, el cual se llama: “equilibración.” Cuando la actividad es modificada y perfeccionada en función de los objetos da lugar a los “esquemas de acción” para ser luego integrados en las estructuras sensorio-motrices, preoperatorias, operatorias concretas y operatorias. El esquema caracteriza lo que es repetible y generalizable de la acción según lo planteado por Delgado, (2005,2010).

En el profundo desarrollo teórico que incluye cada término mencionado anteriormente, se sustenta una teoría que ofrece la oportunidad de entender y encontrar solución a problemas de la educación matemática y que motiva perspectivas diferentes e innovadoras en los profesores que se fundamentan en ella, para dar mayor profundidad a su quehacer pedagógico e incluir prácticas en la actividad profesional y en la producción en didáctica de las matemáticas.

En el caso particular de esta investigación aporta valiosos elementos de reflexión y enriquecimiento teórico, como también en la revisión del estado del arte, en torno el problema de investigación.

A continuación, se presentan algunos cuestionamientos y reflexiones relacionadas con situaciones que ocurren en nuestro sistema educativo:

- En segundo grado de educación básica primaria con niños de 7 años de edad en promedio, que están aprendiendo a dividir por una cifra, se introduce la noción de fracción como: “mitad”, “tercera parte”, la representación de la fracción como cociente indicado, parte-todo, partes de un conjunto y la representación gráfica de las partes que se toman con regiones coloreadas. ¿Se ha pensado en qué etapa del desarrollo cognitivo se encuentra el niño? ¿Es posible crear actividades en torno a la “mitad y tercera parte” que estén asociados a los esquemas de acción del niño? ¿Qué significado tienen para los estudiantes las actividades propuestas por los maestros y textos escolares? ¿Cumplen la función teleonómica del sujeto en relación con la acción y la meta propuesta, la interacción sujeto-objeto, las funciones de asimilación, acomodación y la función autorreguladora de la equilibrarían?
- En grado tercero se le define la fracción en términos de numerador y denominador, en la relación parte todo y como partes alícuotas de la unidad o de la medida, introducen la relación de equivalencia y la parte operatoria con la adición de fracciones homogéneas. ¿Qué esquemas de acción (conocimiento en acto), esquemas operatorios (interiorizados) y esquemas conceptuales (expresados en lenguaje) son posibles de ser construidos por los estudiantes?
- En grado cuarto y quinto se “definen” las operaciones adición y sustracción (de fracciones heterogéneas), multiplicación y división, con algoritmos o fórmulas de generalización que presentan los maestros y los textos escolares, para que el estudiante las utilice en ejercicios particulares. Situación en las que se aplican también los cuestionamientos anteriores.

- Entre los grados sexto a noveno, el tratamiento de las fracciones es similar al desarrollado en básica primaria, poco se evidencia el abordar el tratamiento desde la concepción y el horizonte que brinda el conjunto numérico de los Números Racionales.

## 2.2. El Análisis Didáctico

Otros elementos que aportan de manera central en el marco teórico del trabajo de investigación, son los desarrollados por el grupo PNA de la Universidad de Granada, especialmente los de Rico y su grupo de trabajo (del cual hace parte el tutor del presente proyecto); que permiten trazar una ruta del desarrollo teórico y del trabajo de investigación en torno a:

- Conocimiento Didáctico
- Análisis Didáctico
- Los Organizadores del Currículo de Matemáticas
- Unidades Didácticas.

Los componentes anteriores aportan una serie de herramientas conceptuales fundamentales para el diseño, organización y gestión de unidades didácticas para las matemáticas escolares.

Luis Rico (1997) afirma:

*“El análisis fenomenológico de los contenidos, las consideraciones de los sistemas de representación con que se expresan los conceptos y estructuras matemáticas, así como los modelos que los ejemplifican, la consideración de los errores y dificultades en el aprendizaje, la evolución histórica de los diferentes conceptos, son, entre otras, algunas de las herramientas con las cuales organizar la reflexión didáctica” ...*

*... “En la planificación de cada uno de los temas o unidades didácticas, además de las posibles opciones matemáticas de organización para un tópico, resulta imprescindible tener en cuenta otros aspectos, de los que vamos a hacer una selección y destacar los que, a nuestro juicio, resulta, más relevantes:*

*En primer lugar, consideramos los errores y dificultades usualmente detectados en el aprendizaje de las matemáticas, que se presentan sobre cada tópico, así como los problemas y obstáculos de aprendizaje que se detectan o plantean en cada concepto.*

*En segundo lugar, la diversidad de representaciones utilizadas para cada sistema conceptual, junto con algunas de las modelizaciones usuales en los correspondientes conceptos.*

*En tercer lugar, la fenomenología de los conocimientos implicados, así como las aplicaciones prácticas de cada bloque de contenidos.*

*En cuarto término, la diversidad de materiales de tipo manipulativo y de recursos que pueden emplearse en la enseñanza de cada tópico.*

*Y, quinto término, la evolución histórica de cada campo e, incluso de cada concepto.*

*Estas cinco perspectivas, junto con los propios contenidos, no agotan las posibilidades de reflexionar sobre cada una de las unidades del currículo de matemáticas desde un planteamiento didáctico. Posiblemente hay*



*otras alternativas u otros modos de considerar los organizadores que acabamos de presentar, pero son estos los que constituyen nuestra opción y sobre los que vamos a centrar nuestra reflexión en este trabajo”.*

De los planteamientos anteriores es posible determinar que en el Análisis Didáctico existe una fuente importante para determinar los organizadores del currículo, estructurar, gestionar y evaluar unidades didácticas, que trasciendan: la simple secuencia de contenidos, la formulación de algunos objetivos, una reflexión superficial sobre lo metodológico y una evaluación en función de los contenidos teóricos desarrollados.

El Análisis Didáctico brinda la oportunidad de innovación en dos ámbitos de la actividad profesional del profesor de matemáticas:

- Construir conocimiento didáctico haciendo un estudio sistemático de una noción, concepto o contenido determinado (en este caso el de las fracciones).
- Elaborar una propuesta innovadora de investigación en educación matemática, que utilice la investigación cualitativa y a la vez presente una opción como estrategia metodológica de investigación.

### **2.3. ¿Qué se entiende por Análisis Didáctico?**

Si tomamos como referente los aspectos planteados por Rico (1997) mencionados anteriormente, puede entenderse el análisis didáctico como una estrategia metodológica que permite hacer un estudio riguroso y complementario de un concepto o noción a enseñar, que integra fundamentalmente cuatro tipos de análisis:

- Análisis Cognitivo
- Análisis de Contenido
- Análisis de instrucción
- Análisis del Currículo

#### **2.3.1. Análisis Cognitivo**

Además de incluir la teoría referente a los desarrollos de los franceses en torno a los obstáculos epistemológicos, didácticos o cognitivos presentados en la parte inicial, se aprovecha los trabajos de Martín Socas (1997) del grupo PNA en torno a lo que él denomina: “Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria”. En las dificultades se estudian las asociadas a diferentes aspectos como: la complejidad de los objetos matemáticos, los

procesos del pensamiento matemático, los procesos de enseñanza, el desarrollo cognitivo de los estudiantes y las actitudes afectivas o emocionales. Los obstáculos desde los planteamientos de Bachelard (1938) que identifica varias clases de obstáculos epistemológicos que pueden surgir desde: La tendencia a generalizar, la tendencia a confiar en engañosas experiencias intuitivas y el uso del lenguaje natural. Los errores considerados en tres dimensiones que tienen su origen en la definición de los respectivos ejes: en un obstáculo, en la ausencia de sentido y en las actitudes; atendiendo a los errores en matemáticas y a las estrategias de prevención o remedio.

En el componente del análisis cognitivo Socas (p. 126) afirma:

*“El propósito es hacer una reflexión general sobre este tema central en el aprendizaje de las matemáticas y poner en contacto al lector con los aspectos más relevantes en torno a las dificultades, obstáculos y errores que presentan los alumnos en la construcción del conocimiento matemático. Para ello analizaremos el origen de estas dificultades, la noción de obstáculo y los diferentes errores que cometen los alumnos al trabajar con las matemáticas; también comentaremos las razones por las que se origina. Al conocer de manera general o específica estas razones, podemos propiciar una enseñanza adecuada y facilitar un mejor aprendizaje de las matemáticas”.*

### 2.3.2. Análisis de Contenido

En este se incluyen tres componentes: el análisis fenomenológico, las representaciones (especialmente en los planteamientos de Pesci (2009)). y la modelización, y el análisis histórico-epistemológico, desde los trabajos realizados en el grupo PNA por Luis Puig, Encarnación y Enrique Castro, y Modesto Sierra respectivamente.

En lo fenomenológico Puig aborda los desarrollos de Hans Freudenthal (1983) presentando algunos conceptos fundamentales del autor y permitiéndose diferencias que aclara previamente como por ejemplo en el análisis de los objetos mentales/adquisición de conceptos, en los que Freudenthal presenta la contraposición “fenómenos/noúmenos” entendido como “mundo de lo sensible / mundo de lo inteligible”; al cual Puig prefiere llamar “fenómenos/medios de organización” entendidos como: “objetos de nuestra experiencia matemáticas/aquello con lo que queremos dar cuenta de nuestra experiencia matemática”

Puig (p 66) afirma:

*“Freudenthal no se queda en el nivel más bajo describiendo la actividad matemática como un juego entre fenómenos del mundo y medios de organización de las matemáticas, en que los fenómenos solicitan ser organizadores y se crean medios para ello en las matemáticas. Por el contrario, el proceso de creación de*

*objetos matemáticos como medios de organización lo acompaña Freudenthal de un proceso por el que los medios de organización se convierten en objetos que se sitúan en el campo de fenómenos. En consecuencia, los objetos matemáticos se incorporan al mundo de nuestra experiencia, en los que entran como fenómenos a una nueva relación fenómenos medios de organización en las que se crean nuevos conceptos matemáticos, y este proceso lo reitera una y otra vez”.*

Encarnación y Enrique Castro (1997) tratan las representaciones y la modelización considerando aspectos como: el conocimiento matemático y la visualización, la naturaleza y las características del pensamiento visual, la noción de representación, la noción de modelo, la simbolización, las relaciones entre representaciones y modelos.

Modesto Sierra presenta algunas notas de historia de las matemáticas para el currículo de secundaria, que pueden ser ampliados en un análisis histórico y epistemológico, en los planteamientos del autor llama la atención especialmente el uso de la historia de las matemáticas en la enseñanza, acompañada de notas históricas que pueden ayudar a los profesores en formación a obtener una perspectiva distinta de las matemáticas para ser utilizada en el aula.

### 2.3.3. Análisis de instrucción

En esta dimensión se incluyen los materiales, recursos y las actividades desde los planteamientos presentados por Moisés Coriat (1997) del grupo PNA, en los que se destacan: “La universalidad de los materiales educativos y recursos simbólicos, los materiales y los recursos como organizadores de las actividades”. En una de las conclusiones presentadas (p. 173) manifiesta:

*“No hay una manera única de producir nuevos conocimientos matemáticos, ni un modo único de aprenderlos. La primera parte de la afirmación anterior halla muchos ejemplos en la historia de las matemáticas, Dedekind / Cantor, por ejemplo, no argumentaron de modo equivalente sus respectivas construcciones de la aritmética. La segunda parte de esa misma afirmación es obvia para cualquier profesor experto”*

*Los materiales didácticos y recursos aportan a la enseñanza y el aprendizaje una variedad de ayuda potencial a los profesores y alumnos durante la interacción educativa. La variedad también es evidente. En cambio, la ayuda es solo potencial por diferentes razones...”*

Otro componente del análisis de instrucción es la programación de unidades didácticas, en las que Antonio Marín (1997) del grupo PNA las concibe como un instrumento de planificación educativa y de gestión de la clase, la que puede enmarcarse al tomar tres tipos de decisiones sobre: los objetivos generales y específicos de la unidad; la secuenciación, organización y selección de los contenidos; y la evaluación de la unidad didáctica.

#### 2.3.4. Análisis del Currículo

Respecto de este análisis existe un referente teórico amplio desarrollado por Luis Rico el cual incluye: El conocimiento profesional en educación matemática (situación actual y necesidades de formación de los profesores de matemáticas, campos de trabajo de la matemática escolar, las matemáticas como elemento de cultura, la noción de currículo, la organización cognitiva de los contenidos y la evaluación, entre otros). Es posible tomar como elementos para hacer el análisis curricular tres componentes: las dimensiones del currículo, el conocimiento profesional de profesor de matemáticas y los organizadores del currículo (desde lo planteado por Bedoya (200), el trabajo de tesis doctoral del profesor Evelio Bedoya hace aportes importantes en relación con los organizadores del currículo, la tipificación de los profesores en torno a sus actitudes frente a la innovación, que pueden ser utilizados en la propuesta teórica del presente trabajo. Respecto a los organizadores Rico (1997), p. 45-46 plantea:

*“Vamos a llamar organizadores a aquellos conocimientos que adoptamos como fundamentales para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas. Hablamos así de organizadores del currículo. Una condición exigida para aceptar un tipo de conocimiento como organizador del currículo de matemáticas debe ser su carácter objetivo y la diversidad de opciones que genere. Un organizador debe ofrecer un marco conceptual para la enseñanza de las matemáticas, un espacio de reflexión que muestre la complejidad de los procesos de transmisión y construcción de conocimiento matemático y unos criterios para abordar y controlar esa complejidad”.*

Las dimensiones del currículo y los niveles que organizan su estudio, determinadas por Rico (1997), p. 22-24; define:

*“Dimensiones del currículum Las cuatro cuestiones consideradas tienen carácter ontológico y permiten establecer cuatro dimensiones en torno a las que organizar los niveles de reflexión curricular. Estas cuatro dimensiones son:*

- \* Dimensión cultural/ conceptual*
- \* Dimensión cognitiva o de desarrollo*
- \* Dimensión ética*
- \* Dimensión social.*

*Visualizamos estas dimensiones mediante la siguiente representación gráfica:*

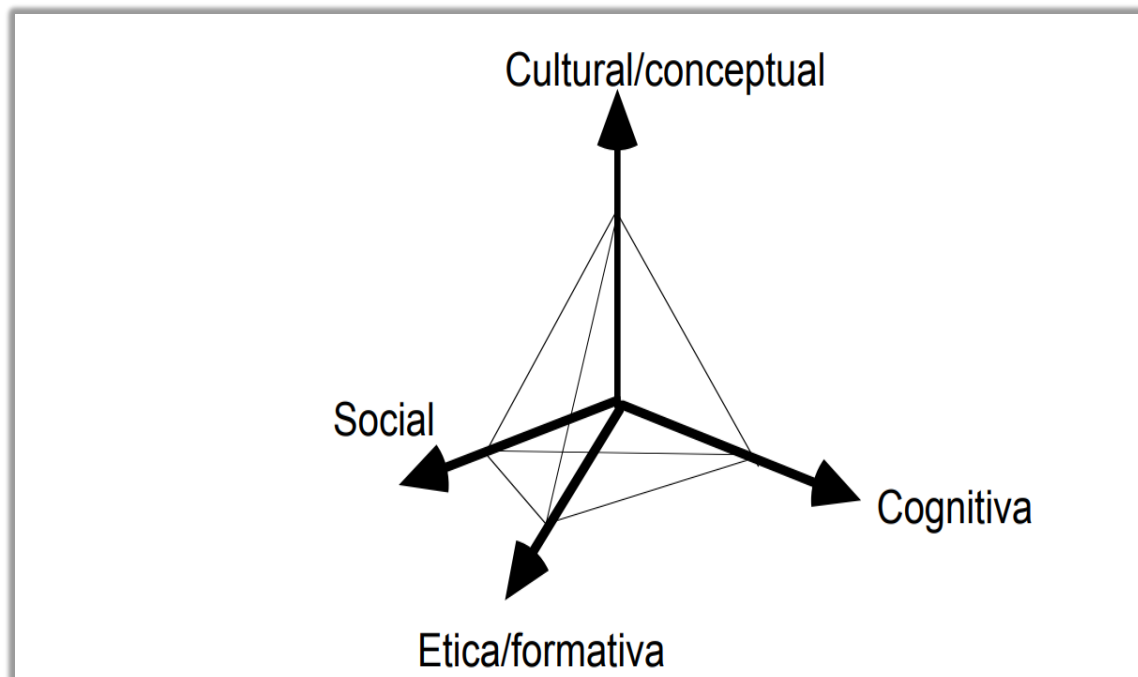


Figura 1. Dimensiones del currículo.

Fuente: Rico, 1997.

*Niveles que organizan el estudio del currículo Los diferentes niveles de reflexión han surgido al poner el énfasis sobre el currículo desde un planteamiento teórico determinado. Así, cuando hemos asumido el currículo como un plan de acción para el profesor, el nivel es la actuación en el aula. Cuando consideramos el currículo como planificación para la administración educativa el nivel de actuación es el sistema educativo. Cuando se acepta el currículo como objeto de estudio estamos en un nivel de reflexión académico y cuando atendemos a los fines generales de la educación nos situamos en una perspectiva teleológica. En cada uno de estos niveles de reflexión el currículo se ha podido caracterizar mediante cuatro componentes, que proporcionan un núcleo de conceptos adecuados para organizar ese nivel.*

Tabla 2. Niveles de organización de estudio del currículo.

Componentes por nivel =====	1ª dimensión:	2ª dimensión:	3ª dimensión:	4ª dimensión:
Niveles	Cultural/ conceptual	Cognitiva o de desarrollo	Ética o formativa	Social
Planificación para los profesores	Contenidos	Objetivos	Metodología	Evaluación
Sistema Educativo	Conocimiento	Alumno	Profesor	Aula

<i>Disciplinas Académicas</i>	<i>Epistemología e Teorías de la Pedagogía</i>	<i>Sicología</i>
	<i>Historia de la Aprendizaje</i>	
	<i>Matemáticas</i>	
<i>Teleológico o de finalidades</i>	<i>Fines culturales</i>	<i>Fines formativos</i>
		<i>Fines políticos</i>
		<i>Fines Sociales</i>

*El análisis que se resume en la tabla pone de manifiesto que, en las diferentes aproximaciones al estudio del currículum, hay cuatro órdenes de ideas o dimensiones permanentes, en base a las cuales se estructura la noción de currículum. Estas cuatro dimensiones las encontramos a lo largo de los niveles 25 de reflexión considerados.”*

Los organizadores del currículum constituyen un elemento determinante en el proceso de planeación, elaboración de unidades didácticas y desarrollo de actividades en el aula, entre los que destacan en el medio educativo colombiano y que serán revisados en el presente trabajo de investigación tenemos:

- La legislación actual en materia educativa: Ley 115 de 1994 y el Decreto Único Reglamentario del Sector Educativo -Decreto 1075 de 2015- que compila los decretos anteriores.
- Los documentos oficiales producidos por el Ministerio de Educación Nacional (Lineamientos Curriculares, Estándares Básicos de Competencia y Derechos Básicos de Aprendizaje -DBA-)
- Los programas adelantados por el ministerio y/o la secretaría de educación municipal (Todos a Aprender - PTA -, Pioneros, Tit@) Los textos de matemática para Educación básica adoptados como “textos guía” por los maestros o los establecimientos educativos.

## Capítulo 3

### Marco Metodológico

El Análisis Didáctico entendido desde los planteamientos anteriores puede ser concebido como una estrategia metodológica de investigación en educación matemática, con un potencial para convertirse en metodología para la formación, la producción y la investigación de los profesores de matemáticas.

El siguiente esquema constituye una propuesta inicial de la manera de concebir el Análisis Didáctico como un instrumento para la investigación en Educación Matemática, el cual continuará siendo objeto de estudio por parte de nuestro grupo de investigación.

#### 3.1. Modelo de Análisis Didáctico en la dialéctica análisis síntesis (PNA)

Rico (2013), p.11 afirma:

*“Análisis didáctico es un término de uso común en Didáctica de la matemática. Este análisis es relevante en la disciplina desde sus inicios, ya que aporta un modo específico de abordar cuestiones didácticas primordiales. Análisis didáctico abarca un conjunto de conceptos y métodos con uso generalizado en los grupos de investigación de Didáctica de la matemática, que detallaremos en este estudio. Se sustenta en las reglas generales del análisis, tal y como éste se entiende desde la filosofía y la historia del pensamiento. Aborda problemas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares.”*

En la propuesta del PNA, Luis Rico y su equipo de investigadores consolidan una propuesta de Análisis Didáctico centrados en la dialéctica análisis- síntesis, que permite emplear los componentes del AD como metodología de investigación cualitativa, que aplica cuatro análisis: conceptual, de contenido, cognitivo y de instrucción; para obtener resultados de la investigación que se concretan en las síntesis respectivas de: conceptos y red de significados, focos prioritarios, organización del aprendizaje, finalizando con el diseño o la evaluación de la unidad didáctica. Este modelo aplicado en la investigación y los resultados del presente Trabajo, se representa en la siguiente figura:

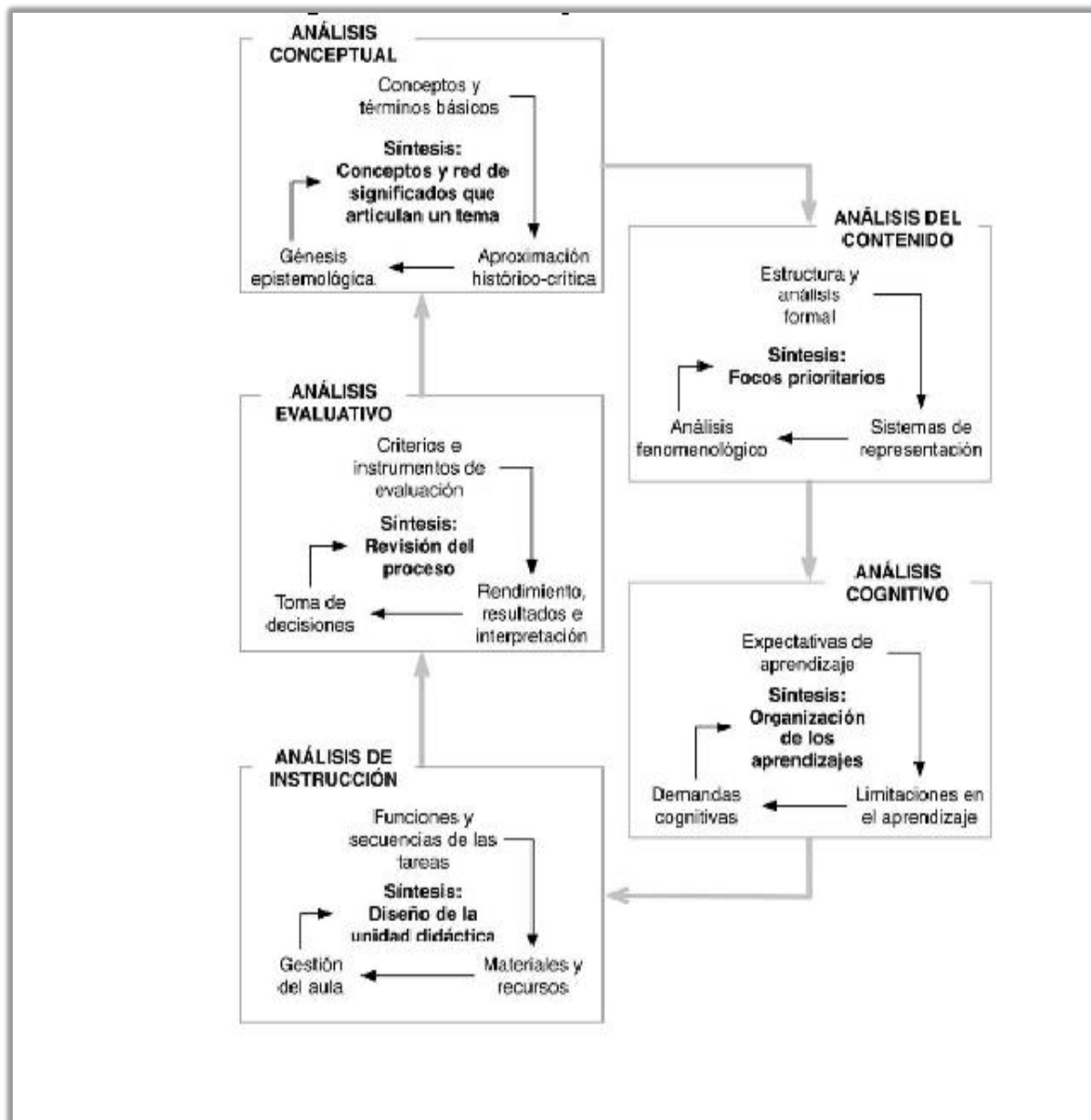


Figura 2. Modelo de Análisis Didáctico en la dialéctica análisis síntesis.

Fuente: Rico (2013).

Rico (2013) al referirse a la figura anterior escribe:

*“Este ciclo está constituido por cinco componentes: análisis conceptual, análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis evaluativo. El modelo general ajusta una dialéctica de análisis-síntesis. En el proceso subsiguiente consideramos las restantes dimensiones del currículo. Para ello diferenciamos, según esas dimensiones, nuevos tipos diferentes y complementarios de análisis, componentes*



*todos ellos del análisis didáctico. Dichos análisis son: el análisis cognitivo, el análisis de instrucción y el análisis evaluativo.”*

*El análisis didáctico comienza con una revisión histórica y epistemológica de los conceptos centrales implicados en el tema. Continúa con el análisis del contenido matemático escolar correspondiente, que se complementa con una síntesis que selecciona y organiza los conceptos y procedimientos relevantes que articulan el tema matemático en estudio y determina sus focos prioritarios. Prosigue con un análisis cognitivo centrado en el aprendizaje de tales contenidos, que genera una síntesis sobre expectativas de aprendizaje, establecida según dichos criterios y que sirve para organizar los aprendizajes. Avanza con el análisis de instrucción, que, a su vez, produce una nueva síntesis, que se expresa en el diseño de la unidad didáctica del tema cuyo estudio se contempla. Finalmente, un nuevo análisis sobre evaluación de la enseñanza y aprendizaje de unos contenidos matemáticos, da paso a una síntesis evaluadora del proceso. Esta descripción responde a un procedimiento estructurado y cíclico en educación matemática, como muestra la Figura 1.”*

### **3.2. Modelo de Análisis Didáctico en GIFPME**

Para nuestro grupo de investigación el recurso del “tetraedro” permite una interpretación multidimensional que posibilita realizar el análisis por las aristas, las caras laterales, en el espacio tridimensional se integran los desarrollados por Luis Rico con el currículo, en la perspectiva del profesor Evelio Bedoya, que es modelada y representada en la siguiente figura:

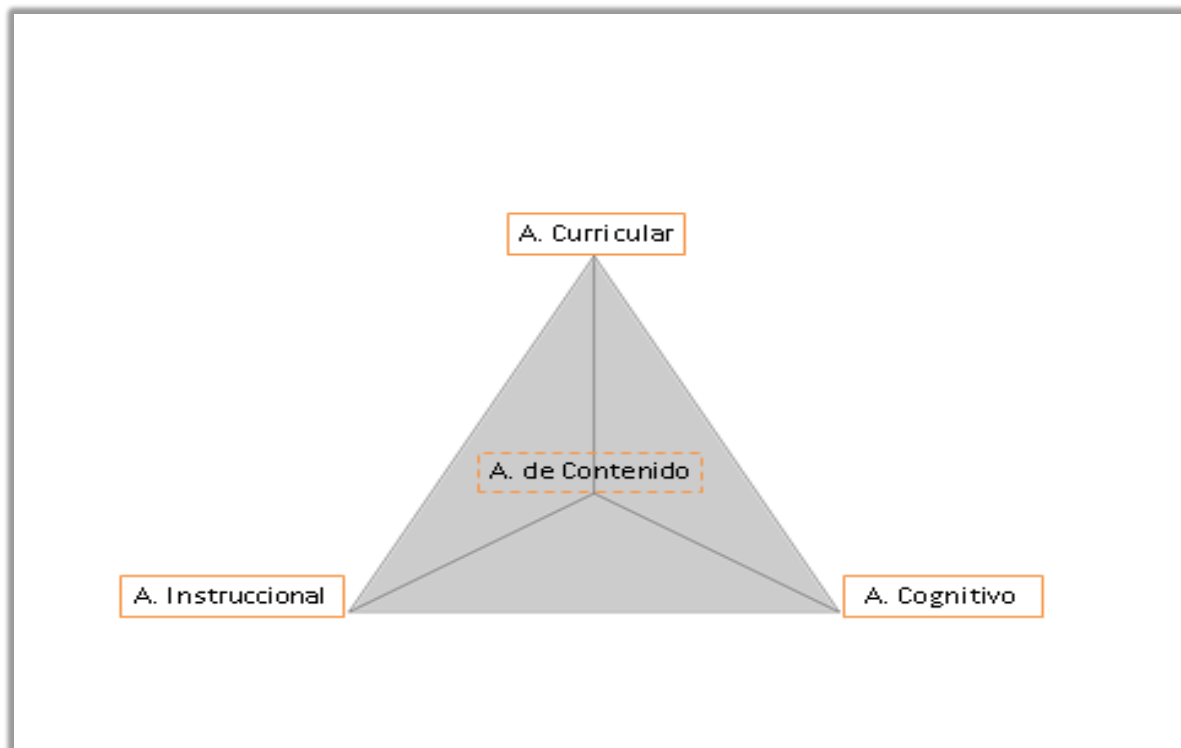


Figura 3. Modelo del Análisis Didáctico.

Fuente: Bedoya, 2017

Si le agregamos la prolongación de las aristas en cada vértice, asignándole los tres componentes descritos anteriormente en cada análisis, podemos obtener una semejanza con la estructura fractal, que multiplica en lo espacial los elementos a estudiar en una investigación en educación matemática. Este modelo permite integrar los componentes el AD y estructurarlos de tal manera que aplicados pasos a paso en forma sistémica se convierten en una metodología, que permite hacer investigación cualitativa en educación matemática. Cada componente se subdivide en tres subcomponentes a los cuales se estudian desde el tópico o temática de matemática escolar. La figura que presentada a continuación pretende explicar este método y dar cuenta del modelo que se sustenta en el marco teórico expuesto en el capítulo 2.

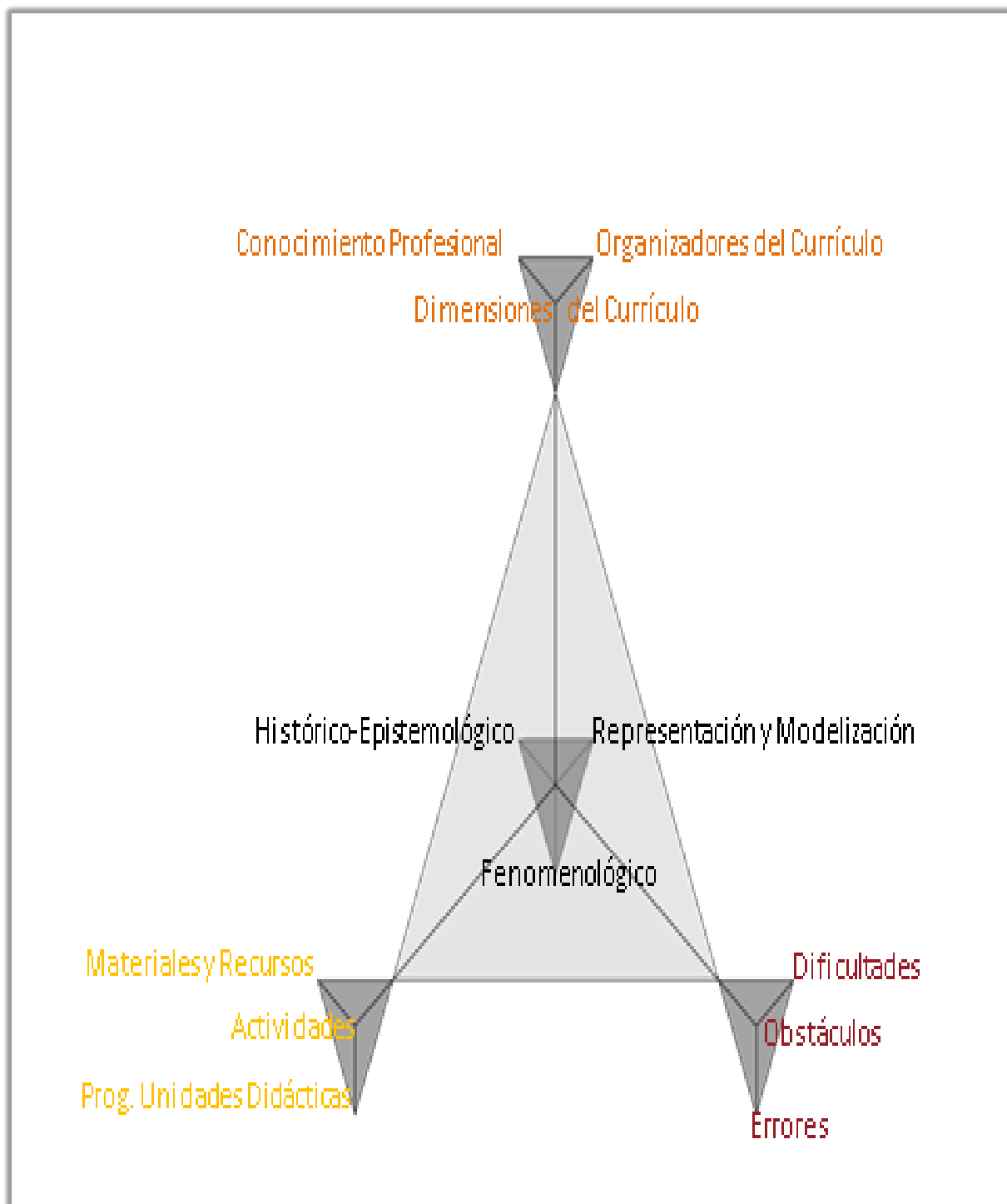


Figura 4. Modelo con los elementos componentes de cada parte del Análisis Didáctico.

Fuente: Elaboración propia

En el marco metodológico de la investigación cualitativa pretende aplicar la investigación acción participativa, la investigación evaluativa y la innovación curricular, en perspectiva de la investigación educativa. En la investigación se utiliza la investigación evaluativa como método para el diseño, implementación de un caso de formación de los profesores, método que se complementa con el método de Investigación Documental concebida en los planteamientos de Baena (1985) quien define este tipo de investigación como una técnica que consiste en la selección y recopilación de información por medio de la lectura y crítica de documentos y materiales bibliográficos, de bibliotecas, hemerotecas, centros de documentación e información, en el caso de este trabajo se realizó la revisión de documentos escritos en medio físico y magnético que fueron producidos por diferentes actores del sistema educativo: el estado (MEN, Icfes), la institución educativa Normal Superior Santiago de Cali, los docentes de matemáticas de educación básica del establecimiento educativo y los estudiantes de la misma institución.

De los documentos emanados del estado se revisan:

- Ley General de Educación, Decreto Único del Sector Educativo
- Lineamientos Curriculares
- Estándares Básicos de Competencia
- Derechos Básicos de aprendizaje
- Mallas de Aprendizaje
- Pruebas Saber (2014 y 2015) liberadas por el Icfes en el año 2016

De los documentos institucionales:

- El Proyecto Educativo Institucional,
- Planta de cargos de docentes del establecimiento educativo
- Plan de Estudios del PFC
- Documento Ejecutivo para la Verificación de Condiciones de Calidad del PFC

De los documentos elaborados por el docentes:

- Planes de área de matemática en la educación básica
- Instrumento de planeación de unidades didácticas y plan de clase 8 agendas pedagógicas
- Guías y talleres elaborados para los estudiantes
- Evaluaciones y pruebas presentadas por los estudiantes

De los documentos elaborados por los estudiantes:

- Cuadernos
- Talleres desarrollados
- Pruebas calificadas por los docentes

### **3.3. Modelo Análisis Didáctico como metodología de investigación cualitativa en educación matemática**

Después de revisar el sustento teórico de los trabajos del PNA, liderado por Luis Rico y su grupo de investigadores, en relación con el Análisis Didáctico en Educación Matemática como: metodología de investigación, formación de profesores desarrollo e innovación curricular los trabajos del grupo de investigación liderado por el profesor Evelio Bedoya (GIFPME) y de la producción personal en este trabajo, se presenta en la siguiente gráfica el modelo que pretende dar sustento y explicación de la metodología de investigación empleada, que también integra las figuras anteriores (Figura 1, Figura 2 y Figura 3) correspondientes respectivamente al modelo de Análisis Didáctico, a sus componentes subcomponentes y a la metodología de investigación en la dialéctica análisis-síntesis:

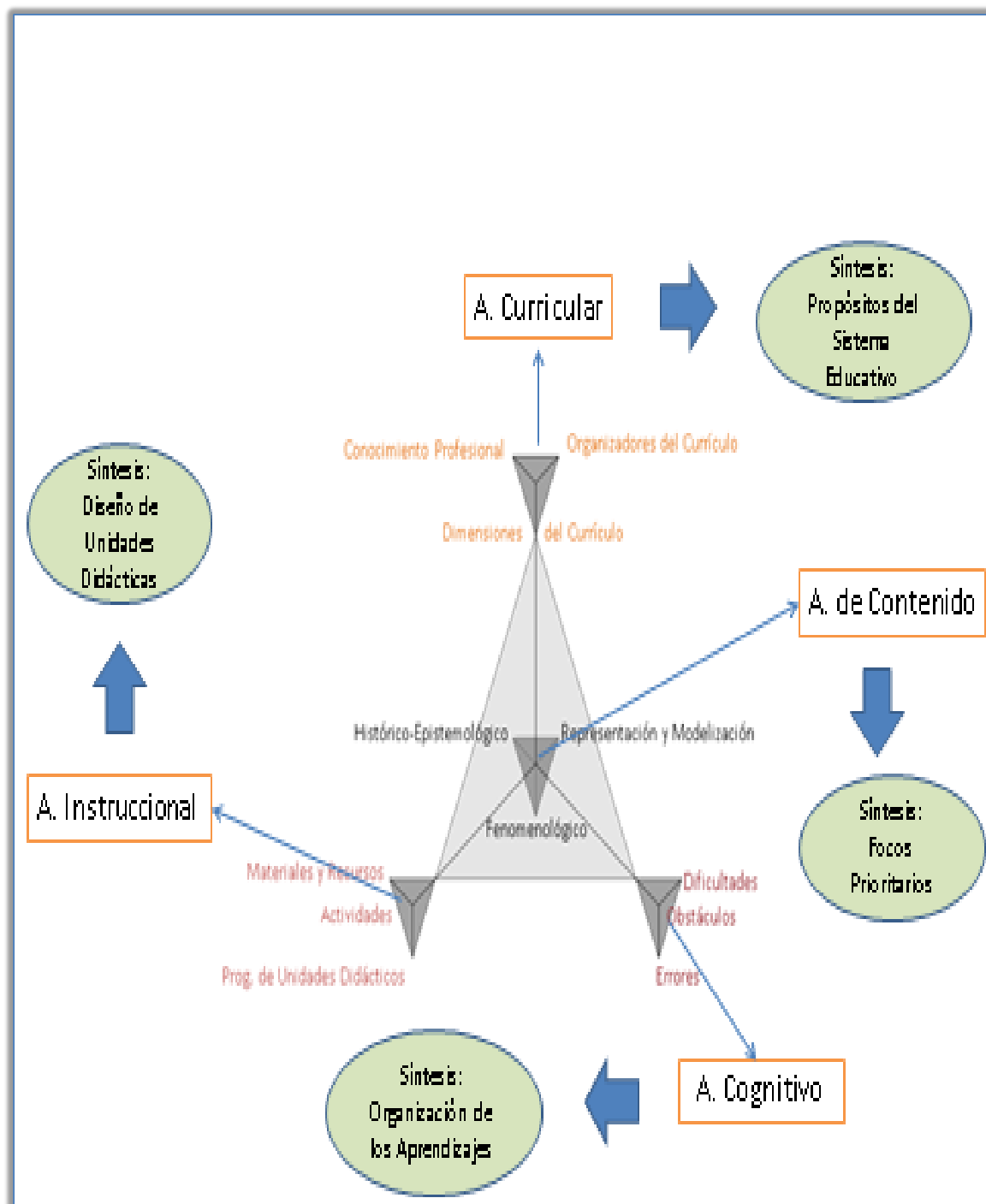


Figura 5. Modelo de Análisis Didáctico como metodología de investigación cualitativa en Educación Matemática.

Fuente: Elaboración propia

Este modelo contiene un tetraedro en el que se ubican, en cada vértice, los cuatro componentes del AD (A. Curricular, A. Contenido, A. Cognitivo, A. de Instrucción); si se sigue la prolongación de cada arista en los vértices se encuentran los subcomponentes de cada análisis (Conocimiento profesional, organizadores del currículo, dimensiones del currículo; Histórico-Epistemológico, Representaciones y Modelación, Fenomenológico; Obstáculos, Dificultades, Errores; Materiales y Recursos, Actividades, Programación de Unidades Didácticas) que dan origen a cuatro nuevos tetraedros que tienen ubicadas en sus caras frontales de proyección las Síntesis respectivas ( Propósitos del Sistema Educativo, Focos Prioritarios, Organización de los aprendizajes, Diseño de Unidades Didácticas)

## Capítulo 4

### Aplicación del Análisis Didáctico en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Fracciones

A continuación, se aplicará el AD presentado en el capítulo anterior, para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las fracciones en el contexto ya caracterizado, particularmente en los grados: tercero, quinto y séptimo de educación básica.

#### 4.1. Análisis del currículo en la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones

##### 4.1.1. Organizadores del currículo:

Entendidos como los criterios que se ajustan a los componentes del currículo en relación con objetivos, competencias, contenidos, metodología, didácticas y actividades; que permiten al docente tomar decisiones en las etapas de planeación, desarrollo y evaluación de las unidades didácticas y del trabajo a desarrollar en aula; en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En este Trabajo se revisarán en perspectiva de la enseñanza de las fracciones en los siguientes documentos:

- La legislación educativa en Colombia desde la Ley general de Educación (Ley 115 de 1994).
- Los decretos reglamentarios de la Ley 115 promulgados en las dos últimas décadas y compilados en el Decreto Único Reglamentario del Sector Educativo: Decreto 1075 de mayo 26 de 2015.
- Los programas implementados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) y La Secretaría de Educación Municipal como: Pruebas Saber (3°, 5°, 7°, 9° y 11°), Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE), Todos a Aprender (PTA), Pioneros, Aliados 10, Método Singapur, Tit@, entre otros.
- Los documentos producidos por el MEN como: Lineamientos Curriculares, Estándares Básicos de Competencia (EBC), Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) y Mallas de Aprendizaje.
- Los textos escolares y las guías para docente producidas por la industria editorial privada y el MEN
- El Proyecto Educativo Normalista (PEN) que incluye los planes de área y de aula.



Después de hacer la revisión de los documentos se obtienen los elementos que aportan en forma crítica, a la caracterización y concreción del Modelo Local de AD del contenido de las fracciones. A continuación, se presentan los resultados de la revisión realizada:

4.1.1.1. En la Ley General de Educación se determina que los establecimientos educativos de Básica y Media en Colombia tienen “autonomía” para la elaboración del Proyecto Educativo Institucional, el cual incluye entre sus componentes: el modelo pedagógico, el currículo y el plan de estudio de las áreas obligatorias y fundamentales entre los que se destacan los siguientes artículos:

- *“ARTICULO 23. Áreas obligatorias y fundamentales. Para el logro de los objetivos de la educación básica se establecen áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento y de la formación que necesariamente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el Proyecto Educativo Institucional. Los grupos de áreas obligatorias y fundamentales que comprenderán un mínimo del 80% del plan de estudios, son los siguientes:*
  1. *Ciencias naturales y educación ambiental.*
  2. *Ciencias sociales, historia, geografía, constitución política y democracia.*
  3. *Educación artística.*
  4. *Educación ética y en valores humanos.*
  5. *Educación física, recreación y deportes.*
  6. *Educación religiosa.*
  7. *Humanidades, lengua castellana e idiomas extranjeros.*
  8. *Matemáticas.*
  9. *Tecnología e informática.*

*PARAGRAFO. La educación religiosa se ofrecerá en todos los establecimientos educativos, observando la garantía constitucional según la cual, en los establecimientos del Estado ninguna persona podrá ser obligada a recibirla.”*

- *“ARTICULO 73. Proyecto educativo institucional. Con el fin de lograr la formación integral del educando, cada establecimiento educativo deberá elaborar y poner en práctica un Proyecto Educativo Institucional en el que se especifiquen entre otros aspectos, los principios y fines del establecimiento, los recursos docentes y didácticos disponibles y necesarios, la estrategia pedagógica, el reglamento para docentes y estudiantes y el sistema de gestión, todo ello encaminado a cumplir con las disposiciones de la presente ley y sus reglamentos. El Gobierno Nacional establecerá estímulos e incentivos para la investigación y las innovaciones educativas y para aquellas instituciones sin ánimo de lucro cuyo Proyecto Educativo Institucional haya sido valorado como excelente, de acuerdo con los criterios establecidos por el Sistema Nacional de Evaluación. En este último caso, estos estímulos se canalizarán exclusivamente para que implanten un proyecto educativo semejante, dirigido a la atención de poblaciones en condiciones de pobreza, de acuerdo con los criterios definidos anualmente por el CONPES Social.*

*PARAGRAFO. El Proyecto Educativo Institucional debe responder a situaciones y necesidades de los educandos, de la comunidad local, de la región y del país, ser concreto, factible y evaluable.”*

- *“ARTICULO 76. Concepto de currículo. Currículo es el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías, y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional.”*
- *“ARTICULO 77. Autonomía escolar. Dentro de los límites fijados por la presente ley y el proyecto educativo institucional, las instituciones de educación formal gozan de autonomía para organizar las áreas fundamentales de conocimientos definidas para cada nivel, introducir asignaturas optativas dentro de las áreas establecidas en la ley, adaptar algunas áreas a las necesidades y características regionales, adoptar métodos de enseñanza y organizar actividades formativas, culturales y deportivas, dentro de los lineamientos que establezca el Ministerio de Educación Nacional.*

*PARAGRAFO. Las Secretarías de Educación departamentales o distritales o los organismos que hagan sus veces, serán las responsables de la asesoría para el diseño y desarrollo del currículo de las instituciones educativas estatales de su jurisdicción, de conformidad con lo establecido en la presente ley.”*

- *“ARTICULO 78. Regulación del currículo. El Ministerio de Educación Nacional diseñará los lineamientos generales de los procesos curriculares y, en la educación formal establecerá los indicadores de logros para cada grado de los niveles educativos, tal como lo fija el artículo 148 de la presente ley. Los establecimientos educativos, de conformidad con las disposiciones vigentes y con su Proyecto Educativo Institucional, atendiendo los lineamientos a que se refiere el inciso primero de este artículo, establecerán su plan de estudios particular que determine los objetivos por niveles, grados y áreas, la metodología, la distribución del tiempo y los criterios de evaluación y administración. Cuando haya cambios significativos en el currículo, el rector de la institución educativa oficial o privada lo presentará a la Secretaría de Educación Departamental o Distrital o a los organismos que hagan sus veces, para que ésta verifique el cumplimiento de los requisitos establecidos en la presente ley.”*
- *“ARTICULO 79. Plan de estudios. El plan de estudios es el esquema estructurado de las áreas obligatorias y fundamentales y de áreas optativas con sus respectivas asignaturas, que forman parte del currículo de los establecimientos educativos. En la educación formal, dicho plan debe establecer los objetivos por niveles, grados y áreas, la metodología, la distribución del tiempo y los criterios de evaluación y administración, de acuerdo con el Proyecto Educativo Institucional y con las disposiciones legales vigentes.”*

Se hizo la selección de estos artículos porque en ellos el estado oficializa aspectos generales como:

- Establece las áreas obligatorias y fundamentales, entre ella Matemáticas
- El Proyecto Educativo Institucional que debe responder a las necesidades de lo local, regional y nacional
- El concepto de currículo y sus componentes

- La autonomía escolar dentro de las limitaciones de ley, con la asesoría y supervisión de las entidades territoriales a que pertenecen los establecimientos educativos
- La regulación del currículo con la responsabilidad del MEN para diseñar los lineamientos generales
- El concepto de plan de estudios.

La legislación educativa existente ha dado autonomía a los establecimientos educativos para construir un PEI que responda a los lineamientos de ley y a las realidades de cada contexto local de manera pertinente; dicha autonomía ha sido poco aprovechada en las dos últimas décadas en relación con el modelo pedagógico, la investigación, la formación de profesores y la innovación educativa. La Institución Educativa Normal Superior Santiago de Cali también presenta la situación descrita anteriormente; pues el proyecto educativo institucional determina el modelo y enfoque pedagógico, pero en la práctica hay poca apropiación y aplicación del modelo definido, además la producción en investigación e innovación que se realiza en el PFC, no trasciende y no se aprovecha como referente para los docentes de preescolar y básica primaria, en materia de innovación o aplicación del modelo concretado en su propuesta formativa, el cual es conocido en el ámbito institucional como PEN (Proyecto Educativo Normalista).

4.1.1.2. Los decretos reglamentarios de la Ley General de educación fueron promulgados por el estado en un período comprendido entre los años de 1994 a 2015 (21 años) hasta que salió el Decreto Único reglamentario del Sector Educativo (Decreto 1075 de 2015) se revisaron los artículos relacionados con formación de profesores y los que se refieren a las funciones de las escuelas normales superiores en Colombia; se encontraron los relacionados a continuación:

- *“Artículo 2.3.3.4.2.9. Formación Docente. Las normales superiores y las instituciones de educación superior que posean una facultad de educación u otra unidad académica dedicada a la educación, tendrán en cuenta experiencias, contenidos y prácticas pedagógicas relacionadas con los estudios afrocolombianos, en el momento de elaborar los correspondientes currículos y planes de estudio, atendiendo los requisitos creación y funcionamiento de sus respectivos programas académicos formación docente. (Decreto 1 de 1998, artículo 9).”*
- *“Artículo 2.4.2.1.3.4.1. De la acreditación de los programas para la formación docente. conformidad con lo dispuesto en el artículo 113 de la Ley 115 1994, todos los programas académicos para la formación de docentes, ofrecidos por las universidades y demás instituciones de educación superior que posean de educación u otra unidad académica dedicada a la educación, deberán adelantar obligatoriamente proceso de evaluación que lleve a la acreditación previa de dichos programas atendiendo las políticas que en lo pertinente adopte el Consejo Nacional Educación*

*Superior -CESU. Para el caso de las escuelas normales superiores, la acreditación previa obligatoria se hará de conformidad con los requisitos mínimos de infraestructura, pedagogía, administración, financiación y dirección que establezca el Ministerio de Educación Nacional y acuerdo con reglamento del Sistema Nacional Acreditación a que se refiere el artículo 74 la Ley 115 de 1994. (Decreto 709 de 1996, artículo 12).”*

- *“Artículo 2.3.3.5.1.4.1. Formulación de los planes de estudios. En desarrollo de lo establecido en artículo 47 Ley 115 de 1994, las escuelas normales superiores y las instituciones de educación superior que posean una facultad de educación u unidad académica dedicada a la educación, tendrán en cuenta experiencias, contenidos y prácticas pedagógicas relacionadas con la atención educativa de las personas con limitaciones o con capacidades o talentos excepcionales, en el momento de elaborar los correspondientes currículos y planes de estudio. Para tales efectos, atenderán, además, los requisitos de creación y funcionamiento de sus respectivos programas académicos de formación de docentes y lo dispuesto en el Decreto 709 de 1996, en la manera en que queda compilado en el presente Decreto. (Decreto 2082 de 1996, artículo 18).”*
- *“Artículo 2.3.3.5.1.4.3. Formación de docentes. Las entidades territoriales certificadas orientarán y apoyarán los programas de formación permanente o en servicio de los docentes de los establecimientos educativos que atienden estudiantes con discapacidad o con capacidades o con talentos excepcionales, teniendo en cuenta los requerimientos pedagógicos de estas poblaciones, articulados a los planes de mejoramiento institucional y al plan territorial de capacitación. Parágrafo 1. Las escuelas normales superiores, las instituciones de educación superior que poseen facultad de educación y los comités territoriales de capacitación docente, deberán garantizar el desarrollo de programas de formación sobre educación inclusiva para los docentes que atienden estudiantes con discapacidad o con capacidades o con talentos excepcionales. Parágrafo 2. El personal de apoyo pedagógico asignado a las escuelas normales superiores, asesorará la formación de los nuevos docentes en lo concerniente al proceso de educación inclusiva de la población con discapacidad o con capacidades o con talentos excepcionales, para lo cual deberá presentar proyectos de formación articulados al proyecto educativo dentro de las fechas previstas en la planeación institucional y con el apoyo de las facultades de educación. (Decreto 366 de 2009, artículo 16).”*
- *“Artículo 2.3.3.5.3.7.3. Formulación del ciclo complementario y de los programas académicos de educación superior. desarrollo de lo establecido en el artículo 50 la Ley 115 de 1994, escuelas normales superiores y las instituciones educación superior que posean una facultad de educación u unidad académica dedicada a la formación de docentes, tendrán en cuenta experiencias, contenidos y prácticas pedagógicas relacionadas con la atención educativa de las personas adultas, en el momento de elaborar los correspondientes currículos y de estudio. tales efectos, atenderán los requisitos y de creación y funcionamiento de sus respectivos programas académicos formación de*

*docentes y lo dispuesto en el Decreto de 1996, en la manera en que queda compilado en Decreto, o la norma lo modifique o sustituya.”*

- *“Artículo 2.4.2.1 la formación permanente. formación permanente o en servicio está dirigida a la actualización y al mejoramiento profesional los educadores vinculados al servicio público educativo. Los programas estarán relacionados con el área formación los docentes, constituirán complementación pedagógica, investigativa y disciplinar y facilitarán la construcción y ejecución del Proyecto Educativo Institucional. Estos programas serán válidos para el otorgamiento de créditos exigidos como requisito de capacitación para el ingreso y ascenso en Escalafón Nacional Docente, si cumplen con lo dispuesto en la Subsección 4 de la Sección y son ofrecidos por universidades u otras instituciones de educación superior, directamente por su facultad de educación o su unidad académica dedicada a la educación, en general, a través de los demás programas académicos que en ellas se ofrezcan organismos o instituciones de carácter académico y científico dedicados a la investigación educativa, legalmente reconocidos, podrán ofrecer programas de formación permanente o en servicio, previo convenio o mecanismo semejante con las instituciones de educación superior que reúnan los requisitos mencionados en los incisos inmediatamente anteriores, para la correspondiente tutoría. Las escuelas normales superiores podrán igualmente ofrecer programas de formación permanente o en dirigidos a los se desempeñan en nivel de preescolar y en ciclo de educación básica primaria, cuando así lo disponga respectivo convenio suscrito con la institución de educación superior. Parágrafo. Constituyen igualmente formación permanente o en servicio, los cursos ofrecidos por instituciones y organismos internacionales o los realizados por instituciones educación superior del exterior, reconocidas de acuerdo con normas que rigen en cada país, cuya finalidad sea la actualización y perfeccionamiento de educadores. (Decreto 709 de 1996, artículo 7).”*
- *“Artículo 2.4.2.1.3.5.1. Comité de Capacitación de Docentes. De conformidad con el artículo 111 de la Ley 115 de 1994, en cada departamento y distrito se creará un comité de capacitación de docentes que estará bajo la dirección de la secretaría de educación respectiva. A este Comité se incorporarán de manera permanente, representantes de las universidades, de las facultades de educación de las escuelas normales superiores y de los centros especializados en investigación educativa, con o influencia en la respectiva entidad territorial. el efecto, departamento o el distrito expedirá el correspondiente reglamento que fije, entre otros aspectos, su composición, sus funciones específicas, los mecanismos de designación y el perfil de sus miembros, el período en que actuarán como tales, su reelección, la frecuencia de las sesiones, la integración de quórum, la sede de funcionamiento y demás disposiciones sobre su organización interna. El secretario de educación departamental o distrital determinará la dependencia de su despacho que ejercerá la secretaría técnica permanente de dicho Comité. (Decreto 709 de 1996, artículo 20).”*
- *“Artículo 2.4.6.1.3.2. Docentes de Escuelas Normales Superiores. La definición de la planta de personal docente de la educación básica secundaria y media de las Escuelas Normales Superiores,*

*incluirá las necesidades de formación del ciclo complementario de los normalistas superiores de acuerdo con las áreas o núcleos del saber establecidos en el Decreto 4790 de 2008, en la manera en que queda compilado en el presente Decreto. (Decreto 3020 de 2002, artículo 15)."*

Los artículos relacionados anteriormente del Decreto Único Reglamentario del Sector Educativo, aplican a las escuelas normales y definen aspectos que las caracterizan como establecimientos educativos de Educación Superior, tales como como:

- Formación de docentes para desempeñarse en el preescolar y básica primaria
- Acreditación de los programas de formación docente ofrecidos en las escuelas normales
- Formulación del ciclo complementario como una unidad académica para la formación de docentes
- Autorización para ofrecer programas de formación permanente para docentes de preescolar y primaria
- Participación de las escuelas normales en el Comité Territorial de Capacitación.
- Proceso especial para la definición de la planta docente de educación básica secundaria y media.

Las escuelas normales superiores en Colombia, desde su creación al inicio de la época republicana, fueron encargadas de formar a los docentes a desempeñarse educación primaria, para responder a la construcción de ciudadanía y mejorar el nivel cultural de la población que en su mayoría era analfabeta; en la actualidad se cumple con la misión en la formación de los maestros para desempeñarse en el nivel de Preescolar y en el ciclo de Educación básica primaria; también el Normalista Superior puede desempeñarse como directivo docente en el cargo de Director Rural. El Programa de Formación Complementaria (PFC) es ofrecido en dos grados (12° y 13°) posteriores a la educación media, después de la reestructuración de las escuelas normales superiores reglamentadas por el decreto 3012 de 1994 y el 4790 de 2008 que modifica y deroga al anterior. Actualmente con la legislación existente las escuelas normales superiores están reglamentadas para unos aspectos como instituciones educativas oficiales de educación preescolar, básica y media, pero para el PFC se concibe como educación superior, hasta el momento el MEN no ha resuelto el limbo jurídico que reglamente la naturaleza y el funcionamiento de las escuelas normales superiores. La Institución Educativa Normal Superior Santiago de Cali, también está inmersa en dicha problemática.

4.1.1.3. Los programas implementados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) y La Secretaría de Educación Municipal como entidad territorial certificada que deben estar alineadas en términos de política educativa para alcanzar los objetivos propuestos por el estado y seguir las exigencias de los países “desarrollados” a través de organizaciones como el Banco Mundial y la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico), entre otras; Las pruebas nacionales (Saber 3°,5°,9° y 11°) y el concepto de “calidad educativa”, en función de los resultados de pruebas nacionales e internacionales, el ISCE que condiciona la inversión en educación en materia clasificación de establecimientos educativos, metas propuestas, infraestructura, recursos y programas, desarrollados por el MEN, inciden sobre la autonomía institucional y la pertinencia de los PEI en relación con los contextos y los modelos locales. Por lo expuesto es posible afirmar que los aspectos caracterizados se imponen de manera intencionada como “organizadores del currículo” en lo institucional, territorial y nacional; seguidamente revisarán algunos de estos componentes en lo relacionado con fracciones.

#### 4.1.1.3.1. Pruebas Saber en educación básica

Preguntas relacionadas con fracciones tomadas de las pruebas Saber 3°, 5° y 9° en los años 2014 y 2015, extraídas de los documentos publicados por el Icfes (Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior) llamados “Cuadernillos de prueba”<sup>2</sup> ( los cuales están disponibles en la [www.icfes.gov.co](http://www.icfes.gov.co), para su revisión, no hay versión en documento Pdf., ni impresa, en el momento de la investigación, por lo tanto se copiaron los pantallazos para hacer el análisis de las preguntas identificadas relacionadas con las fracciones), en los cuales se presenta: la pregunta, la competencia, componente, la afirmación, el nivel de desempeño, la respuesta correcta y la tabla de resultados en porcentajes por entidad territorial de estudiantes que escogieron cada opción. En relación con la tabla se hace énfasis en los resultados de Cali, comparados con los resultados nacionales.

- Tomado de la Prueba Saber 3° de matemáticas aplicada el año 2015

---

<sup>2</sup> Documentos liberados por la entidad para el fomento de la educación Superior en el año 2016, que no se encontraban en PDF, hubo que bajarlos con “pantallazos” para agregarlos al presente trabajo:

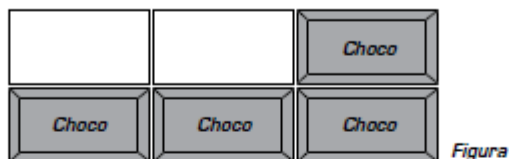
Icfes (2016). *Saber 3°, 5° y 9° 2015 Cuadernillo de prueba Saber 3° Matemáticas.*

Icfes (2016). *Saber 3°, 5° y 9° 2015 Cuadernillo de prueba Saber 5° Matemáticas.*

Icfes (2016). *Saber 3°, 5° y 9° 2015 Cuadernillo de prueba Saber 9° Matemáticas.*

• **Pregunta 5.**

En la figura, la parte blanca corresponde a los trozos de chocolatina que se comió Martín.



¿Cuál fracción representa la parte de la chocolatina que se comió Martín?

- A.  $\frac{4}{6}$
- B.  $\frac{2}{6}$
- C.  $\frac{6}{4}$
- D.  $\frac{6}{2}$

• **Estructura**

Competencia	Comunicación
Componente	Númerico - Variacional
Afirmación	Usar fracciones comunes para describir situaciones continuas y discretas.
Nivel de desempeño	Satisfactorio
Respuesta Correcta	B

La pregunta corresponde a la representación gráfica de una fracción propia, sin simplificar, los estudiantes están familiarizados en la práctica de aula, con el sombreado de las partes de la unidad que se toman, pero en la pregunta la acción presentada es contraria, “lo que se come Martín queda sin sombrear”.

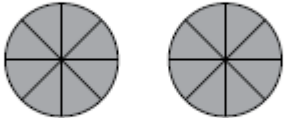


En la tabla se observa que tanto en Cali, como en la nación el 40% de los niños que presentaron la prueba marcaron opciones de respuestas incorrectas, que es un indicador elevado para una pregunta aparentemente elemental, pero que presenta la dificultad descrita anteriormente, en la acción contraria al sombreado que acostumbran los maestros y estudiantes para la representación gráfica de fracciones en grado tercero y en los demás grados de educación básica.

- Preguntas extraídas de la prueba Saber 5° año 2015

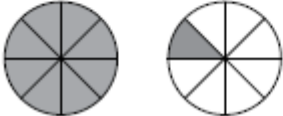
• **Pregunta 23.**

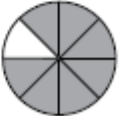
Carlos compró 2 pizzas, cada una dividida en ocho partes iguales, como se muestra en la figura.

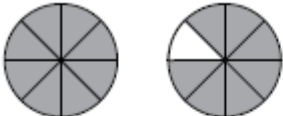



**Figura**

Si repartió a sus amigos  $\frac{9}{8}$  de pizza, ¿cuál de las siguientes figuras representa la pizza que se repartió?

A. 

B. 

C. 

D. 

• **Estructura**

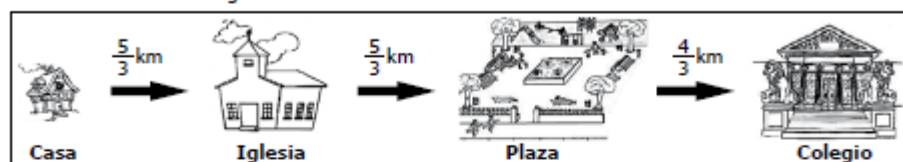
Competencia	Comunicación
Componente	Numérico - Variacional
Afirmación	Reconocer diferentes representaciones de un mismo número (natural o fracción) y hacer traducciones entre ellas.
Nivel de desempeño	Mínimo
Respuesta Correcta	A

La pregunta es similar a la del grado tercero, se representa una fracción mayor que la unidad (impropia), pero se sombrea las partes que se toman (reparten), como están acostumbrados los estudiantes en la representación gráfica de fracciones.

Tanto en Cali, como a nivel nacional es cercano al 40% de los estudiantes que responden de manera incorrecta.

• **Pregunta 35.**

Para ir de la casa al colegio, Ana debe pasar por la iglesia y por la plaza. Las distancias que debe recorrer se muestran en la figura.



Figura

En total, ¿qué distancia debe recorrer Ana para ir de la casa al colegio?

- A.  $\frac{4}{3}$  km.
- B.  $\frac{9}{3}$  km.
- C.  $\frac{10}{3}$  km.
- D.  $\frac{14}{3}$  km.

• **Estructura**

Competencia	Resolución
Componente	Numérico - Variacional
Afirmación	Resolver y formular problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón.
Nivel de desempeño	Mínimo
Respuesta Correcta	D

La pregunta incluye la adición de fracciones homogéneas, pero la representación de medida de las distancias con fracciones no es común para los estudiantes.

En Cali el 33% y en Colombia el 37% de los estudiantes evaluados eligen opciones de respuestas incorrectas para la adición de fracciones homogéneas, que corresponde a la clasificación del Icfes como de desempeño mínimo.

• **Pregunta 41**

Observa el titular de este periódico.



El número que representa la información del titular del periódico es

- A.  $\frac{1}{10}$
- B.  $\frac{1}{9}$
- C. 1.
- D. 10.

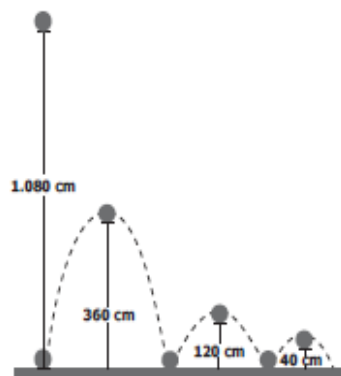
• **Estructura**

Competencia	Comunicación
Componente	Aleatorio
Afirmación	Expresar grado de probabilidad de un evento, usando frecuencias o razones.
Nivel de desempeño	Mínimo
Respuesta Correcta	A

La pregunta incluye representación de frecuencias o razones utilizando, los porcentajes de elección de opciones incorrectas son similares a los de la pregunta anterior.

• **Pregunta 41.**

Una pelota se deja caer desde una altura de 1.080 cm. En la gráfica se muestran las alturas que alcanza la pelota en cada rebote.



Gráfica

La altura de cada rebote es

- A. un noveno de la altura alcanzada en el rebote anterior.
- B. un cuarto de la altura alcanzada en el rebote anterior.
- C. un tercio de la altura alcanzada en el rebote anterior.
- D. un medio de la altura alcanzada en el rebote anterior.

• **Estructura**

Competencia	Comunicación
Componente	Numérico - variacional
Afirmación	Reconocer el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos.
Nivel de desempeño	Avanzado
Respuesta Correcta	C

La pregunta incluye un fenómeno, el cociente indicado entre números enteros y la simplificación de fracciones (equivalencia en los números racionales). En la revisión de los textos y las prácticas de aula se quiere verificar el aprovechamiento de lo fenomenológico en los procesos de enseñanza

y aprendizaje de las fracciones. En Cali más del 50% de los estudiantes evaluados tomaron opciones de respuesta incorrecta y en Colombia más del 80%.

4.1.1.4. De los documentos producidos por el Ministerio de Educación Nacional se escogieron las publicaciones recientes de los “Derechos Básicos de Aprendizaje” del año 2016 (DBA V.2) y las “Mallas de Aprendizaje” del año 2017; de acuerdo con lo planteado en dichos documentos estos se encuentran alineados y en coherencia con otros documentos anteriores del MEN como los Lineamientos Curriculares del año 1998 y los Estándares Básicos de Competencia (EBC) publicados en el año 2006. Aunque en se plantea en la presentación de las diferentes publicaciones que no son una propuesta curricular y que deben ser articulados con el PEI, los planes de área y de aula, traen implícito la intencionalidad del MEN de que se conviertan en organizadores del currículo.

#### 4.1.1.4.1. Lineamientos Curriculares (LC)

En el documento se evidencian las pretensiones del MEN en relación con los organizadores del currículo, entre las que se destacan:

- Fomentar el estudio y apropiación de los LC por áreas del conocimiento.
- Responder a la necesidad de dar orientaciones y criterios nacionales sobre los currículos.
- Aportar a la fundamentación pedagógica de las áreas obligatorias disciplinas.

También determinan: Procesos Generales (Razonamiento Matemático, Resolución y Planteamiento de problemas, Comunicación, Modelación y Procedimientos); Conocimiento Matemático (Pensamiento Numérico y Sistemas numéricos, Pensamiento Métrico y sistemas de medidas, Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos, Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos, Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos) y Contextos (Situaciones problema en: las matemáticas, vida diaria y otras ciencias).

En torno a las fracciones se encuentran algunos referentes, aunque el documento está enfocado en procesos generales de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares, se puede destacar:

- Situaciones problemitas con fracciones.

El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos.

Otras situaciones que involucran el desarrollo del pensamiento numérico hacen referencia a la comprensión del significado de los números, a sus diferentes interpretaciones y representaciones, a la utilización de su poder descriptivo, al reconocimiento del valor (tamaño) absoluto y relativo de los números, a la apreciación del efecto de las distintas operaciones, al desarrollo de puntos de referencia para considerar números. En general estos puntos de referencia son valores que se derivan del contexto y evolucionan a través de la experiencia escolar y extraescolar de los estudiantes. Otro indicador valioso del pensamiento numérico es la utilización de las operaciones y de los números en la formulación y resolución de problemas y la comprensión de la relación entre el contexto del problema y el cálculo necesario, lo que da pistas para determinar si la solución debe ser exacta o aproximada y también si los resultados a la luz de los datos del problema son o no razonables.

El contexto mediante el cual se acercan los estudiantes a las matemáticas es un aspecto determinante para el desarrollo del pensamiento, por tanto para la adquisición del sentido numérico es necesario proporcionar situaciones ricas y significativas para los alumnos. Claramente, el pensamiento numérico es a veces determinado por el contexto en el cual las matemáticas evolucionan, por ejemplo, mientras un estudiante en la escuela no se incomoda porque 514 sea la suma de  $26 + 38$ , el mismo estudiante en una tienda puede exigir que se le revise la cuenta si tiene que pagar \$5140 por dos artículos cuyos precios son \$260 y \$380. Para otro estudiante resulta más fácil decir que en  $1/2$  libra de queso hay más que en  $1/4$  de libra, que determinar cuál es mayor entre  $1/4$   $1/2$ .

La manera como se trabajen los números en la escuela contribuye o no a la adquisición del pensamiento numérico. Los estudiantes que son muy hábiles para efectuar cálculos con algoritmos de lápiz y papel (éste es el indicador mediante el

- Conceptualización sobre las operaciones con fracciones y las relaciones entre ellas.

Lo más importante en el trabajo con las propiedades no es que los alumnos las expresen con símbolos o palabras, sino que sean capaces de manejar los números con solvencia al resolver problemas de la vida real, y en especial, para efectuar operaciones con destreza y eficacia, tanto en el cálculo mental como con calculadora.

**Comprensión del efecto de las operaciones:** una conceptualización completa de una operación implica la comprensión del efecto de la operación sobre varios números incluyendo naturales y racionales. A menudo se usan modelos para ayudar a los estudiantes a comprender la acción de la operación. Por ejemplo, modelar la multiplicación como una adición repetida suministra una forma concreta de ayudar a los alumnos a pensar en la multiplicación así como también en cómo resolverla. Es importante explorar varios modelos para la multiplicación para que los estudiantes vean tanto el poder de un modelo como sus limitaciones. Por ejemplo, pensar en la multiplicación como adición repetida puede conducir a generalizaciones incorrectas (la multiplicación siempre hace las cosas más grandes). Una variedad de modelos tales como una recta numérica o un modelo de arreglo son útiles en la medida en que los niños ven la multiplicación en una variedad de contextos y modelos.

- Las fracciones y su relación con la introducción del continuo.

## Ministerio de Educación Nacional

¿cómo medir la cuarta parte de una torta?. (...) en este caso cada unidad de volumen o área no es individualmente distinguible, como lo era cuando la situación sólo requería contar. Por lo tanto tal medición sólo puede tener precisión aproximativa, y cuanto más refinado y perfecto es el instrumento de medida, tanto más podremos acercarnos a la exactitud. (...) ¿Cuánto hay?, es en este caso una pregunta muy distinta de ¿cuántos hay?

Siempre que al medir podamos refinar la medida indefinidamente tomando unidades más y más pequeñas estaremos ocupándonos de una variable continua<sup>18</sup>.

Aunque las magnitudes que nos ocupan son de naturaleza continua, en los primeros ensayos tendientes a encontrar una estimación de sus medidas, la repetición reiterada de patrones susceptibles de ser contados mediante los números naturales parece ocultar el carácter continuo de dichas magnitudes. Podríamos decir que, en este caso, hay un esfuerzo por capturar lo continuo (magnitudes) con lo discreto (números naturales).

Para los niños las unidades de medida son antropocéntricas, y se relacionan con acciones más que con patrones; aparentemente el patrón es el paso, el pie, o la cuarta; pero en realidad es dar el paso, poner el pie o extender la cuarta.

- Usos con la medida, la comparación de unidades de las medidas y operaciones con fracciones.



Si se mira la historia de las matemáticas escolares se ve que la primera modelación de los niños es la del infinito – cuando ven que al contar y contar nunca acaban–, y así se arman un modelo de que los números son infinitos, hecho que podrán formalizar posteriormente.

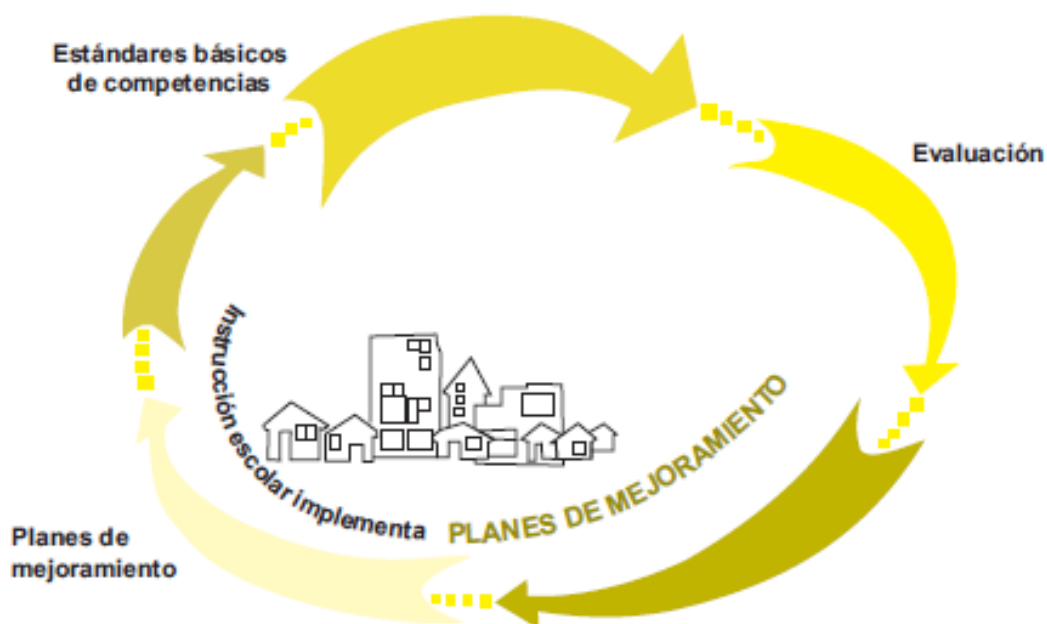
- Para los niños pequeños no tienen sentido ni el cero natural, ni el cero de conjuntos, ni el cero de comienzo de la recta si no lo han modelado a partir del conteo en reversa, hasta darse cuenta que allá donde ellos comienzan, debe haber un cero. Éste es un modelo mental. Mientras no lo posean, los niños no sabrán dónde colocar el cero en la recta numérica, si en la primera rayita o en la segunda.
- En las medidas, los fraccionarios aparecen en las puntas que sobran, después de medir unas cuantas unidades. No aparecen al comienzo de cero para arriba como nosotros creemos; esta situación hay que modelarla expresamente.
- En cualquier problema, cuando uno cree que el alumno no puede pasar de la historia a la ecuación, lo que faltó fue un proceso de modelación de los hechos relatados en la historia.
- El estudio de las funciones en la educación básica secundaria tiene más sentido si se hace a partir de la modelación de situaciones de cambio, como se propuso en la Renovación Curricular <sup>34</sup>. Es importante que los alumnos se sensibilicen ante los patrones que se encuentran a diario en diversas situaciones, a describirlos y a elaborar modelos matemáticos de esos patrones y a establecer relaciones. Si el estudio del álgebra se hace partiendo de expresiones simbólicas, como se ha hecho tradicionalmente, se está privando al alumno de la experiencia de modelación para llegar a esos sistemas simbólicos.
- Se ha visto también que toda la dificultad que tienen los alumnos en la resolución de problemas en geometría, en cálculo, en física, es debido a la falta de cultivar el proceso de modelar mentalmente situaciones de la vida real.

#### 4.1.1.4.2. Estándares Básicos de Competencia (ECB)

Presentados por el MEN como lo que “debe saber y saber hacer el estudiante”, entendida la “calidad” en educación como los buenos resultados en pruebas internas y externas.

En este orden de ideas, los *estándares básicos de competencias* constituyen uno de los parámetros de lo que todo niño, niña y joven debe *saber y saber hacer para lograr* el nivel de calidad esperado a su paso por el sistema educativo y la *evaluación externa e interna* es el instrumento por excelencia para saber qué tan lejos o tan cerca se está de alcanzar la calidad establecida con los estándares. Con base en esta información, los *planes de mejoramiento* establecen nuevas o más fortalecidas metas y hacen explícitos los procesos que conducen a acercarse más a los estándares e inclusive a superarlos en un contexto de construcción y ejercicio de autonomía escolar.

Si bien *estándares, evaluación y planes de mejoramiento* son componentes fundamentales de una estrategia a favor de la calidad de la educación, es claro que por sí



En el documento se encuentra referencias explícitas en torno a las fracciones y los números racionales como las siguientes:

- Las fracciones entendidas en el contexto escolar como los racionales positivos y la importancia de los racionales para del conteo con cantidades y magnitudes discretas, a lo continuo con cantidades y magnitudes continuas. También el paso del concepto de número natural a número racional, la conceptualización de la unidad en relación con la medida.

Históricamente, las operaciones usuales de la aritmética eran muy difíciles de ejecutar con los sistemas de numeración griegos o con el romano, y sólo en el Siglo XIII se empezó a adoptar en Europa el sistema de numeración indo-arábigo. Entre los Siglos XIV y XIX, la enseñanza de la aritmética escolar se redujo en la práctica al manejo de este sistema de numeración para los naturales y de su extensión para los racionales positivos (o "fraccionarios"). Pero durante el Siglo XX hubo una proliferación muy grande de otros contenidos matemáticos en la Educación Básica y Media; en particular, además de los naturales, se empezaron a estudiar los sistemas numéricos de los enteros, los racionales, los reales y los complejos, y otros sistemas de numeración antiguos y nuevos (como el binario, el octal, el hexadecimal, el vigesimal y el sexagesimal para los naturales y sus extensiones a los racionales), así como las notaciones algebraicas para los números irracionales, los reales y los complejos.

*Históricamente, las operaciones usuales de la aritmética eran muy difíciles de ejecutar con los sistemas de numeración griegos o con el romano, y sólo en el Siglo XIII se empezó a adoptar en Europa el sistema de numeración indo-arábigo.*

Estas extensiones sucesivas de los sistemas numéricos y de sus sistemas de numeración representan una fuerte carga cognitiva para estudiantes y docentes y una serie de dificultades didácticas para estos últimos. Es conveniente recordar, por ejemplo, que durante la Edad Antigua y Media ni siquiera las razones entre dos números de contar se consideraban como verdaderos números. Hoy día se aceptan como una nueva clase de números, llamados precisamente "racionales" (por la palabra latina "ratio", que significa "razón").

El paso del concepto de número natural al concepto de número racional necesita una reconceptualización de la unidad y del proceso mismo de medir, así como una extensión del concepto de número. El paso del número natural al número racional implica la comprensión de las medidas en situaciones en donde la unidad de medida no está contenida un número exacto de veces en la cantidad que se desea medir o en las que es necesario expresar una magnitud en relación con otras magnitudes. Las primeras situaciones llevan al número racional como medidor o como operador ampliador o reductor (algunos de estos últimos considerados a veces también como "partidores" o "fraccionadores" de la unidad en partes iguales), representado usualmente por una fracción como  $\frac{3}{4}$ , o por un decimal como "0,75", o por un porcentaje como "el 75%". Las otras situaciones llevan al número racional como razón, expresado a veces por frases como "3 de 4", o "3 por cada 4", o "la relación de 3 a 4", o por la abreviatura "3:4".

Algo parecido sucede con el paso del concepto de número natural al de número entero más general, que puede ser positivo, cero o negativo, y del concepto de número racional positivo (también llamado “número fraccionario”) al de número racional más general, que también puede ser positivo, cero, o negativo. Aunque los chinos e hindúes empezaron a explorar números negativos hace más de mil años, en los países europeos éstos no se aceptaron como números hasta bien entrado el Siglo XVII. El concepto de número negativo es el resultado de la cuantificación de ciertos cambios en las medidas de una magnitud, o de la medida relativa de una magnitud con respecto a un punto de referencia, identificado con el cero. Este paso de los números naturales a los números enteros positivos y negativos (con el cero como entero) y a los números racionales positivos y negativos (con el cero como racional) no sólo amplía el concepto de número, sino que también obliga a cambios conceptuales en las operaciones y las relaciones entre ellos, configurando así sistemas numéricos diferentes.

El fracaso en la medición de ciertas longitudes cuando se tomaba otra como unidad llevó al concepto de número irracional, que complementó el de número racional y llevó a pensar en un sistema unificado de números racionales e irracionales llamados “reales”, con sus operaciones y relaciones apropiadamente extendidas a los nuevos números. Las conceptualizaciones relativas a los números reales implican la aritmetización de procesos infinitos, y por ende, la construcción de las nociones de inconmensurabilidad, irracionalidad, completitud y continuidad. Igualmente, este paso de los números racionales a los números reales requiere del uso y comprensión de diferentes tipos de representaciones numéricas, sobre todo, las relativas a los números irracionales, tanto por medio de decimales infinitos como de símbolos algebraicos.

El fracaso en la solución de ciertas ecuaciones algebraicas llevó a la conceptualización de un nuevo tipo de número, llamado “imaginario”, que complementó el de número real y llevó a pensar en un sistema unificado de números llamados “complejos”. Éstos, a su vez, requieren de diferentes tipos de representaciones y una extensión de las operaciones y las relaciones entre estos nuevos números complejos.

Se fueron configurando así sistemas numéricos llamados “naturales”, “rationales positivos” (o “fraccionarios”), “enteros”, “rationales”, “reales” y “complejos”, cada uno de ellos con operaciones y relaciones extendidas a los nuevos sistemas numéricos a

- Para el conjunto de grados de 1° a 3° de educación básica primaria en el Pensamiento Numérico y sistemas numéricos, presenta la relación de los fraccionarios con la medición.

### Al terminar tercer grado...

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS	PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros).</li> <li>• Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones.</li> <li>• Describo situaciones que requieren el uso de medidas relativas.</li> <li>• <b>Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes.</b></li> <li>• Uso representaciones –principalmente concretas y pictóricas– para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal.</li> <li>• Uso representaciones –principalmente concretas y pictóricas– para realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal.</li> <li>• Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos.</li> <li>• Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de...</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales.</li> <li>• Dibujo y describo cuerpos o figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños.</li> <li>• Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia.</li> <li>• Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales.</li> <li>• Reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura.</li> <li>• Reconozco y valoro simetrías en distintos aspectos del arte y el diseño.</li> <li>• Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir).</li> <li>• Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales.</li> <li>• Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio.</li> </ul>

- Para el conjunto de grados de 4° y 5°, la interpretación como: relación parte todo, medición, cociente, razones y proporciones, porcentajes y su representación decimal.

82

## Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas

### Cuarto a quinto

*Al terminar quinto grado...*

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS	PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.</li> <li>• Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos.</li> <li>• Utilizo la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relaciono estas dos notaciones con la de los porcentajes.</li> <li>• Justifico el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades.</li> <li>• Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.</li> <li>• Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.</li> <li>• Identifico, represento y utilizo ángulos en giros, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas.</li> <li>• Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.</li> <li>• Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.</li> </ul>

- Para el conjunto de grados de 6° a 7° presenta el uso de los racionales en la solución de problemas, la medida, las magnitudes y cantidades continuas, operaciones y sus propiedades, representación decimal.

### Sexto a séptimo

*Al terminar séptimo grado...*

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS	PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas.</li> <li>• Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.</li> <li>• Justifico la extensión de la representación polinomial decimal usual de los números naturales a la representación decimal usual de los números racionales, utilizando las propiedades del sistema de numeración decimal.</li> <li>• Reconozco y generalizo propiedades de las relaciones entre números racionales (simétrica, transitiva, etc.) y de las operaciones entre ellos (conmutativa, asociativa, etc.) en diferentes contextos.</li> <li>• Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Represento objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.</li> <li>• Identifico y describo figuras y cuerpos generados por cortes rectos y transversales de objetos tridimensionales.</li> <li>• Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.</li> <li>• Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte.</li> <li>• Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.</li> <li>• Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.</li> <li>• Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.</li> </ul>

#### 4.1.1.4.3. Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA)

Su estructura está compuesta por tres elementos: enunciado, evidencias de aprendizaje y ejemplo. La revisión del documento se hace en función de la enseñanza de las fracciones en Educación básica en los grados tercero, cuarto y quinto:

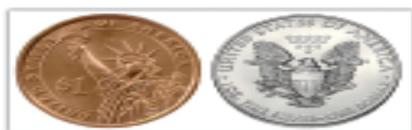
- Para grado 3° en las evidencias de aprendizaje refiere la fracción como la relación parte todo, las relaciones de equivalencia y de orden:

##### Evidencias de aprendizaje

- Realiza mediciones de un mismo objeto con otros de diferente tamaño y establece equivalencias entre ellas.
- Utiliza las razones y fracciones como una manera de establecer comparaciones entre dos cantidades.
- Propone ejemplos de cantidades que se relacionan entre sí según correspondan a una fracción dada.
- Utiliza fracciones para expresar la relación de "el todo" con algunas de sus "partes", asimismo diferencia este tipo de relación de otras como las relaciones de equivalencia (igualdad) y de orden (mayor que y menor que).

##### Ejemplo

Algunos sistemas económicos usan monedas para representar fracciones de la unidad. En Estados Unidos se utiliza como unidad *un dólar*, y algunas monedas representan fracciones de esta unidad. La siguiente imagen presenta dos ejemplos de las monedas en este sistema, una corresponde a *medio dólar* y la otra a *un cuarto de dólar*.



En Colombia, las monedas que representaban fracciones de peso, desaparecieron hace ya varios años. Existían monedas con denominaciones de uno, dos, cinco, diez, veinte, veinticinco y cincuenta centavos. Construye ese tipo de monedas. En una de las caras diseña la

denominación de la moneda en centavos, y en la otra, diseña la denominación de la moneda en fracción (semejante a como se denominan en Estados Unidos).

- La moneda de *un cuarto* de peso, ¿a cuántos centavos equivaldría?

- La moneda de 10 centavos ¿a cuál fracción equivaldría?

Si 50 centavos son lo mismo que dos monedas de 20 centavos y una de 10 centavos. Es decir,  
 $50 = 2 (20) + 1 (10)$

En fracciones sería: medio de peso equivale a 2 monedas de quinto y una moneda de décimo.  
 Es decir,

**1 medio = 2 quintos + 1 décimo**

- Mónica tiene 70 centavos en monedas, Carlos tiene dos monedas de 20 centavos, Paula tiene cinco monedas de 10 centavos. Representa estos valores usando la denominación en forma de fracción de cada moneda.

- Propone otras equivalencias para cantidades diferentes de monedas usando tanto la denominación en forma de fracción como en centavos.

En el ejemplo para grado tercero propone una situación con la moneda de los Estados Unidos, nada familiar para los niños de grado tercero en el contexto colombiano:



# 1 Interpreta las fracciones como razón, relación, parte todo, cociente y operador en diferentes contextos.

## Evidencias de aprendizaje

- Describe situaciones en las cuales puede usar fracciones y decimales.
- Reconoce situaciones en las que dos cantidades covarían y cuantifica el efecto que los cambios en una de ellas tienen en los cambios de la otra y a partir de este comportamiento determina la razón entre ellas.

## Ejemplo

Las limonadas de don Diego son famosas. Tienen un sabor característico, quien las haya probado es capaz de identificarlas en cualquier parte. Aunque no se conoce la receta de don Diego, si se sabe que él utiliza para un litro de agua, seis limones y tres cucharadas de azúcar.



**Ingredientes**

- 1 JARRA DE AGUA
- 6 LIMONES
- 3 CUCHARADAS DE AZÚCAR
- Canela y cerezas al gusto.

Revuelva los ingredientes en un recipiente hondo. Tenga en cuenta que si desea hacer la limonada con el mismo sabor, debe conservar la concentración de los ingredientes, es decir, por cada jarra de agua debe tener \_\_\_ limones y \_\_\_ cucharadas de azúcar.

Disfrute su Sabor **CARACTERÍSTICO**

- Para grado 4º incluye la fracción como razón, relación parte todo, cociente y operador; obtener fracciones equivalentes y solución de problemas que involucran operaciones con fraccionarios:

- Utiliza y justifica algoritmos estandarizados y no estandarizados para realizar operaciones aditivas con representaciones decimales provenientes de fraccionarios cuyas expresiones tengan denominador 10, 100, etc.
- Identifica y construye fracciones equivalentes a una fracción dada.
- Propone estrategias para calcular sumas y restas de algunos fraccionarios.

3

Evi

### Ejemplo

El banco de un juego de mesa tiene los siguientes billetes y fichas para comprar tarjetas de autos:



Eje

Cada billete representa una parte del valor de la ficha circular y ésta se le entrega únicamente a quien deposite \$10.000 en el banco del juego. Encuentra la cantidad de dinero que se puede canjear en el banco cuando tenga trece billetes azules, veintidós billetes rojos, dos billetes grises y seis fichas. Determina si con ese dinero es posible comprar la tarjeta de un auto cuyo precio en el juego es de 10 fichas circulares.

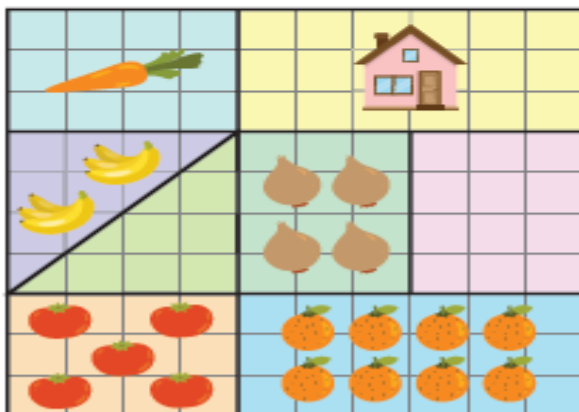
- En grado 5° la fracción como relación parte todo, razones y cocientes; uso del contexto, solución de problemas, representación en la recta numérica y relaciones de orden:

### Evidencias de aprendizaje

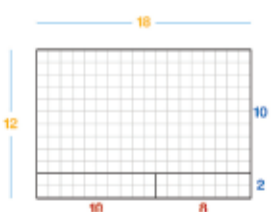
- Interpreta la relación parte - todo y la representa por medio de fracciones, razones o cocientes.
- Interpreta y utiliza números naturales y racionales (fraccionarios) asociados con un contexto para solucionar problemas.
- Determina las operaciones suficientes y necesarias para solucionar diferentes tipos de problemas.
- Resuelve problemas que requieran reconocer un patrón de medida asociado a un número natural o a un racional (fraccionario).

### Ejemplo

Don Marcos, el dueño de una finca productora de frutas y vegetales, ha decidido distribuir su lote para sembrar los productos que se muestran en la siguiente imagen.



Expresa la fracción del total de la finca que representa cada una de las situaciones siguientes y justifica las respuestas y procedimientos empleados:

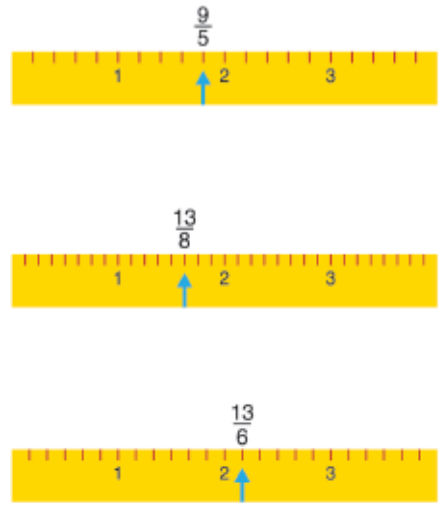


$$18 \times 12 = (10 \times 18) + (2 \times 10) + (8 \times 2)$$

$$= 180 + 20 + 16$$

$$= 216$$

Al dividir de forma diferente la cuadrícula explora si es posible encontrar otra manera de representar el mismo producto.



Utiliza las cintas de Camilo e identifica si  $\frac{9}{5}$  es igual, mayor o menor a  $\frac{11}{6}$ .

---

### 3. Compara y ordena números fraccionarios a través de diversas interpretaciones, recursos y representaciones.

**Evidencias de aprendizaje**

- Representa fracciones con la ayuda de la recta numérica.
- Determina criterios para ordenar fracciones y expresiones decimales de mayor a menor o viceversa.

**Ejemplo**

Camilo construyó tres cintas métricas de la misma longitud y dividió la unidad de cada una de ellas en diferentes partes. Luego representó una fracción en cada una de ellas, como se muestra a continuación.

- En grado 7° el uso de algoritmos para operar con fracciones, solución de problemas y representación decimal usando la calculadora:

**Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2**

**1** Comprende y resuelve problemas, que involucran los números racionales con las operaciones (suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación) en contextos escolares y extraescolares.

**Evidencias de aprendizaje**

- Describe situaciones en las que los números enteros y racionales con sus operaciones están presentes.
- Utiliza los signos "positivo" y "negativo" para describir cantidades relativas con números enteros y racionales.
- Resuelve problemas en los que se involucran variaciones porcentuales.

**Evidencias de aprendizaje**

- Representa los números enteros y racionales en una recta numérica.
- Estima el valor de una raíz cuadrada y de una potencia.
- Construye representaciones geométricas y pictóricas para ilustrar relaciones entre cantidades.
- Calcula e interpreta el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo entre números enteros.
- Describe procedimientos para calcular el resultado de una operación (suma, resta, multiplicación y división) entre números enteros y racionales.

**Ejemplo**

Las Mallas de aprendizaje: Publicadas por el MEN en el año 2017, corresponden a las áreas de Ciencias Naturales, Lenguaje y Matemáticas; para los grados de 1° a 5° de la Educación básica primaria, pretende (según los planteamientos del MEN) alinear los documentos publicados anteriormente: ECB y DBA para que se conviertan en referentes para la planeación y desarrollo curricular, en los planes de estudio, de área y de aula, desde la perspectiva de lograr tener lineamientos que respondan a los intereses de construcción de un currículo único nacional, que cumpla con las exigencias internacionales<sup>3</sup>, aunque se manifieste expresamente en los diferentes documentos: “el respeto a la autonomía” institucional; es evidente que el efecto que se quiere producir es contrario: que el sistema educativo estatal quiere convertirlos en “organizadores del currículo”.

En relación con las fracciones, se encuentra en los documentos publicados hasta el momento, de las Mallas de Aprendizaje de Matemáticas, los siguientes elementos en grado 3°:

- Se explicitan las progresiones de aprendizaje para el grado siguiente.

<sup>3</sup> MEN (2016). *Derechos básicos de aprendizaje matemáticas DBA.V2* (pp. 5-6). Bogotá: MEN

Pensamiento Numérico		
GRADO 2°	GRADO 3°	GRADO 4°
<p>Interpreta, propone y resuelve problemas aditivos (de composición, transformación y relación) que involucren la cantidad en una colección y la medida de magnitudes (longitud, peso, capacidad y duración de eventos) y problemas multiplicativos sencillos.</p>	<p><b>DBA 1</b> Interpreta, formula y resuelve problemas en diferentes contextos, tanto aditivos de composición, transformación y comparación; como multiplicativos directos e inversos.</p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Construye</b> diagramas para representar relaciones aditivas o multiplicativas observadas entre las cantidades presentes en una situación.</li> <li>● <b>Resuelve</b> problemas aditivos (suma o resta) y multiplicativos (multiplicación o división) de composición de medida y de conteo.</li> <li>● <b>Propone</b> estrategias para calcular el número de combinaciones posibles de un conjunto de atributos.</li> <li>● <b>Analiza</b> los resultados ofrecidos por el cálculo matemático e identifica las condiciones bajo las cuales ese resultado es o no plausible.</li> </ul>	<p>Interpreta las fracciones como razón, relación parte todo, cociente y operador en diferentes contextos.</p>
<p>Utiliza diferentes estrategias para calcular (agrupar, representar elementos en colecciones, etc.) o estimar el resultado de una suma, resta, multiplicación o reparto equitativo.</p>	<p><b>DBA 2</b> Propone, desarrolla y justifica estrategias para hacer estimaciones y cálculos con operaciones básicas en la solución de problemas.</p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Utiliza</b> las propiedades de las operaciones y del Sistema de Numeración Decimal para justificar en los cálculos acciones como: descomposición de números, completar hasta la decena más cercana, duplicar, cambiar la posición, multiplicar abreviadamente por múltiplos de 10, entre otros.</li> <li>● <b>Reconoce</b> el uso de las operaciones para calcular la medida (compuesta) de diferentes objetos de su entorno.</li> <li>● <b>Argumenta</b> cuando algunos atributos de los objetos se pueden ser medidos mediante la comparación directa con una unidad y cuándo pueden ser calculados con algunas operaciones entre números.</li> </ul>	<p>Describe y justifica diferentes estrategias para representar, operar y hacer estimaciones con números naturales y números racionales (fraccionarios), expresados como fracción o como decimal.</p>

- En las evidencias de aprendizaje el uso de las fracciones para hacer mediciones de un mismo objeto, la comparación entre cantidades, la relación entre el todo y las partes, las relaciones de: equivalencia, igualdad y orden.

Mallas de Aprendizaje Grado 3° • Área de Matemáticas

## Pensamiento Numérico

GRADO 2°	GRADO 3°	GRADO 4°
<p>Utiliza el Sistema de Numeración Decimal para comparar, ordenar y establecer diferentes relaciones entre dos o más secuencias de números con ayuda de diferentes recursos.</p>	<p><b>DBA 3</b> Establece comparaciones entre cantidades y expresiones que involucran operaciones y relaciones aditivas y multiplicativas y sus representaciones numéricas.</p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Realiza mediciones de un mismo objeto con otros de diferente tamaño y utiliza las fracciones para establecer equivalencias entre ellos.</li> <li>● Utiliza las razones y fracciones como una manera de establecer comparaciones entre dos cantidades.</li> <li>● Propone ejemplos de cantidades que se relacionan entre sí según correspondan a una fracción dada.</li> <li>● Utiliza fracciones para expresar la relación de "el todo" con algunas de sus "partes", así mismo, diferencia este tipo de relación de otras como las relaciones de equivalencia (igualdad) y de orden (mayor que y menor que).</li> </ul>	<p>Establece relaciones mayor que, menor que, igual que y relaciones multiplicativas entre números racionales en sus formas de fracción o decimal.</p>

- Construcción de la idea de fracción.

Mallas de Aprendizaje Grado 3° • Área de Matemáticas

<p>Puede ser útil promover estrategias para la <b>resolución de un problema por descomposición en etapas</b>, apoyarlos en la lectura en caso de dificultades y, a medida que se les lee, orientarlos para que registren los datos por escrito y analicen la información del problema; cuando sea posible, recrear el enunciado para ayudar a representar las acciones sugeridas, elaborar esquemas, intentar resolver el mismo problema con cantidades menores y manipular materiales. (DBA 1)</p> <p>La multiplicación, como agregación sucesiva de grupos iguales, y la división, como repartos equitativos, son apenas algunos de los significados asociados con lo multiplicativo, por lo que conviene que los estudiantes se enfrenten a tipos de <b>problemas multiplicativos</b> que requieren otras comprensiones (grupos iguales, arreglos rectangulares, operadores multiplicativos). (DBA 1)</p>	<p>Dadas algunas prácticas de enseñanza, es común que los estudiantes asuman actitudes poco favorables para los procesos de resolución de problemas (p. ej., creer que resolver un problema consiste en aplicar un único método previamente enseñado por el docente) por eso, es importante orientarlos para que propongan y comprueben sus propias ideas, persistan en la búsqueda de soluciones e ideen métodos para controlar la validez de las soluciones. (DBA 1)</p> <p>Comprender los fraccionarios es más que aprender a partir unidades, representarlas mediante fracciones de un todo o aprender los algoritmos de las operaciones. Los estudiantes construyen la idea de fraccionario a medida que se enfrentan a diversos problemas en variados contextos que exigen distintos significados de la fracción (en grado tercero <b>parte-todo</b>, <b>operador</b> y, en menor medida, como razón). (DBA 3)</p>
--	--

- La fracción como relación parte todo y como operador.

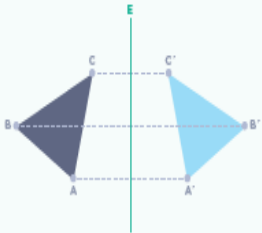
Mallas de Aprendizaje Grado 3° • Área de Matemáticas

### Fracciones y algunos de sus significados

Como parte y todo	Como operador	Como razón
La altura de un niño es de 72 cm; y la del padre, 1 m y 80 cm. ¿Qué fracción de la estatura del padre representa la del hijo?	La altura de una persona en la imagen de una fotografía es de 12 cm, si la persona mide 15 veces más que la imagen, ¿cuál es la altura real de la persona?	Juan estudia un plano del barrio que se ha hecho a escala. El plano reduce a $\frac{1}{500}$ las medidas reales. Si la ruta que sigue Juan para ir a la escuela mide 24 cm en el plano, ¿qué longitud camina Juan?

### Transformaciones de figuras en el plano

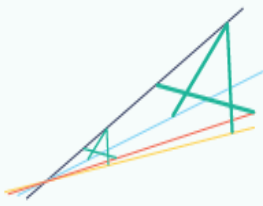
En geometría se hace referencia a una transformación de una figura en el plano cuando se crea una nueva figura a partir de otra.



**Movimientos rígidos**

La figura creada conserva las dimensiones de los lados y de los ángulos del original, en ese caso las dos figuras son congruentes.

Los movimientos rígidos también se llaman isometrías y pueden ser translaciones, rotaciones o simetrías. Un ejemplo concreto de este tipo de movimientos es la rotación o translación de una figura elaborada en cartulina sobre una superficie.



**Homotecia**

La figura creada conserva la medida de los ángulos pero no la de la longitud de los lados, sin embargo estas últimas guardan la misma razón con las del original. En ese caso las dos figuras son semejantes.

Un ejemplo cotidiano de esta transformación es la fotocopia ampliada o reducida de un dibujo o la relación entre un objeto y una fotografía.

En grado 4° la interpretación de la fracción en diferentes contextos como: relación parte todo, razón, cociente y operador.



Mallas de Aprendizaje Grado 4° • Área de Matemáticas

### Pensamiento Numérico

GRADO 3°	GRADO 4°	GRADO 5°
Interpreta, formula y resuelve problemas en diferentes contextos, tanto aditivos de composición, transformación y comparación; como multiplicativos directos e inversos.	<p><b>DBA 1</b> Interpreta las fracciones como razón, relación parte todo, cociente y operador en diferentes contextos.</p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe situaciones en las cuales puede usar fracciones y decimales.</li> <li>Reconoce situaciones en las que dos cantidades covarían y cuantifica el efecto que los cambios en una de ellas se presenta a partir de los cambios de la otra y determina la razón entre ellas.</li> </ul>	Interpreta y utiliza los números naturales y las fracciones en su representación fraccionaria y decimal para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos y que involucren operaciones de potenciación.
Propone, desarrolla y justifica estrategias para hacer estimaciones y cálculos con operaciones básicas en la solución de problemas.	<p><b>DBA 2</b> Describe y justifica diferentes estrategias para representar, operar y hacer estimaciones con números naturales y números racionales (fraccionarios), expresados como fracción o como decimal.</p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Utiliza el sistema de numeración decimal para representar, comparar y operar con números mayores o iguales que 10.000.</li> <li>Describe y desarrolla estrategias para calcular sumas y restas basadas en descomposiciones aditivas y multiplicativas.</li> <li>Utiliza y justifica algoritmos estandarizados y no estandarizados para realizar operaciones aditivas con representaciones decimales provenientes de fraccionarios cuyas expresiones tienen denominador 10, 100, etc.</li> <li>Identifica y construye fracciones equivalentes a una fracción dada.</li> <li>Propone estrategias para calcular sumas y restas de algunos fraccionarios.</li> </ul>	Describe y desarrolla estrategias (algoritmos, propiedades de las operaciones básicas y sus relaciones) para hacer estimaciones y cálculos al solucionar problemas de potenciación.

- Construcción y comparación de expresiones numéricas que contienen fracciones.

Mallas de Aprendizaje Grado 4° • Área de Matemáticas

### Pensamiento Numérico

GRADO 3°	GRADO 4°	GRADO 5°
Establece comparaciones entre cantidades y expresiones que involucran operaciones y relaciones aditivas y multiplicativas y sus representaciones numéricas.	<p><b>DBA 3</b> Establece relaciones mayor que, menor que, igual que y relaciones multiplicativas entre números racionales en sus formas de fracción o decimal.</p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Construye y utiliza diferentes representaciones para comparar números racionales (como fracción o decimales).</li> <li>Establece, utiliza y explica criterios para comparar fracciones y decimales.</li> <li>Construye y compara expresiones numéricas que contienen decimales y fracciones.</li> </ul>	Compara y ordena fracciones (en sus representaciones fraccionaria y decimal) a través de diversas interpretaciones y representaciones.

## Maneras de abordar las razones y la relación de equivalencia.

- La construcción de sentido en la equivalencia

Mallas de Aprendizaje Grado 4º • Área de Matemáticas .....

Estos métodos no se aprenden como simples pasos a seguir, más bien, se construyen con la experiencia, por eso es importante promover diálogo entre los estudiantes sobre los diferentes caminos que siguen al resolver problemas, apoyarlos para que identifiquen semejanzas y diferencias, y orientarlos para considerar los procedimientos de otros. (DBA 2)

Interpretar los **fraccionarios** como **razón** es más que transformar la escritura  $a : b$  en la fracción  $\frac{a}{b}$ , ya que esto supone la comprensión de las relaciones multiplicativas asociadas a la razón  $a : b$  (p. ej., la expresión "En una caja, por cada 3 mangos maduros hay 5 biches" se puede expresar por la fracción  $\frac{3}{5}$ , o indicar que la cantidad de mangos maduros corresponde a  $\frac{3}{5}$  de la cantidad de mangos biches. También se puede decir que la razón entre la cantidad de mangos maduros y biches es 3 a 5) (DBA 1).

La equivalencia entre fraccionarios no se reduce a la aplicación de un procedimiento para comprobarla o para generar fracciones equivalentes (simplificar y ampliar), por lo que conviene orientar a los estudiantes en la comprensión del sentido de la **equivalencia** entre dos o más fracciones como expresiones diferentes de la misma razón entre las cantidades comparadas, cuando se cambia la fracción unitaria  $\frac{1}{n}$  con que se mide. El razonamiento implicado en esta idea es complejo, por eso hay que apoyar a los estudiantes con acciones orientadas a comprender los cambios en la unidad de medida, p. ej., entre dos superficies, el área de una de ellas es  $\frac{3}{4}$  del área de la otra, (ambas se han medido con

la fracción unitaria  $\frac{1}{4}$ ), pero igualmente se puede expresar como  $\frac{6}{8}$  (lo cual significa, que ambas superficies se han medido con la fracción unitaria  $\frac{1}{8}$ , puesto que  $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ , y por tanto  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ ). (DBA 2)

Los estudiantes avanzan en el pensamiento variacional cuando en situaciones de variación reconocen, describen y cuantifican cantidades cambiantes, variaciones que pueden representarse en tablas y gráficas. P. ej., para subir la arena, un albañil utiliza el mecanismo de la figura; el albañil hala el lazo hasta poner el balde a la altura del albañil que está en el segundo piso. ¿Qué pasa con la distancia del balde a la polea mientras este sube?, ¿qué pasa cuando baja? (DBA 8)



Asegúrese de construir, en conjunto con sus estudiantes, las reglas del juego que se consideren necesarias para el buen desarrollo de la actividad. Contemple aspectos como: respetar los turnos, reconocer que a veces se gana y a veces se pierde, el nivel de ruido en el aula, las palabras que se usan, entre otros, que favorezcan un ambiente de aprendizaje adecuado.



Este juego da lugar a preguntas como:

- ¿Cuántas tapas azules se obtienen con 2 amarillas, 4 blancas, 5 rojas y 3 azules, si los cambios entre tapas se hacen de 4 en 4?
- ¿Cuántas tapas de cada color se tenían si después de hacer los cambios se obtuvieron 27 tapas azules y estos se efectuaron de 2 en 2? Explorar si hay varias soluciones.

Una variante del juego puede ser que las tapas que queden por fuera de la caja se cambien por sus respectivos valores y su equivalencia final en tapas azules se reste de la cantidad total de las tapas azules que se pueden conseguir si todas quedan dentro de la caja.

- Se puede realizar cambios sucesivos entre diferentes unidades de un sistema de medida, al establecer analogías relativas a problemas con expresiones compuestas de medidas de longitud, peso o capacidad, (p. ej., expresar 300 metros, 400 decímetros y 500 centímetros como 345 metros).

**C** Lleven a cabo acciones que ayuden a construir sentido de la equivalencia de fraccionarios como:

- Tomar una misma unidad (p. ej., el área de una hoja de papel o cierta cantidad de agua) y verificar que los  $\frac{2}{3}$  de esa cantidad coinciden con  $\frac{4}{6}$ , o con  $\frac{6}{9}$ , y buscar una explicación de tal igualdad.
- Comparar el efecto que se produce sobre un número o una medida cuando se realizan transformaciones equivalentes (p. ej., al multiplicar por 3 y luego dividir por 6, se tiene el mismo efecto que multiplicar por 12 y luego dividir por 24). Se busca que los estudiantes establezcan que en cada caso es la mitad, porque se divide por un número que es el doble del que multiplica. Orientar a los estudiantes para que den explicaciones.



Oriente a los estudiantes que tengan dificultad para anticipar el efecto final sobre un número o cantidad producido por una multiplicación (p. ej., multiplicar por 4) seguida de una división (p. ej., dividir por 12). Para ello ilustre la situación con piolas, hojas o colecciones de tapas; pídale que apliquen a estos objetos los dos operadores, uno después del otro, y comparen el resultado final con lo inicial, y oriéntelos para que puedan entender el efecto resultante (finalmente se divide por 3) luego de aplicar los dos operadores.

Retoma en situación problema, algunos de los significados de las fracciones (parte todo, operador, razón y cociente)


■ **Mallas de Aprendizaje Grado 4º** • Área de Matemáticas .....

■ **Fraciones y algunos de sus significados**

Como parte y todo	Como operador	Como razón	Como cociente
La altura de un niño es de 72 cm; y la del padre, 1 m y 80 cm. ¿Qué fracción de la estatura del padre representa la del hijo?	La altura de una persona en la imagen de una fotografía es de 12 cm, si la persona mide 15 veces más que la imagen, ¿cuál es la altura real de la persona?	Juan estudia un plano del barrio que se ha hecho a escala. El plano reduce a $\frac{1}{500}$ las medidas reales. Si la ruta que sigue Juan para ir a la escuela mide 24 cm en el plano, ¿qué longitud camina Juan?	8 niños van a repartirse 5 chocolatinas. Si todos quieren comer la misma cantidad de chocolatina, ¿cuánto le corresponde a cada niño?

■ **Magnitud**  
A los atributos medibles se les llama magnitudes (longitud, peso, tiempo, capacidad, superficie, volumen, entre otros).

■ **Patrones, unidades e instrumentos de medida**  
Una unidad de medida se denomina convencional cuando su uso ha sido acordado y reconocido por una comunidad; por ejemplo el uso de algunas medidas agrícolas en el campo o en la antigüedad, como un puñado (peso) o un gеме (longitud).



**Geme**

En grado 5º abordan de nuevo aspectos tratados en cuarto y quinto grado.

- La representación de fracciones, operaciones y relaciones, relación entre fracciones, decimales y porcentaje.

Mallas de Aprendizaje Grado 5° - Área de Matemáticas

**Durante grado quinto se espera que los estudiantes:**

- ✓ Formulen y resuelvan preguntas estadísticas con las que comparen los datos al interior de una misma población o entre dos o más poblaciones, expliquen los resultados a partir de la forma de la distribución, medidas de tendencia central, el rango, y algunas causas de la variación de los datos (p. ej., diferencias entre los individuos que conforman la población, imprecisión de las medidas, entre otras). Realicen experimentos aleatorios simples y predigan la probabilidad de ocurrencia de eventos simples.
- ✓ Consoliden sus comprensiones sobre los números naturales y las **fracciones** (en sus representaciones de fraccionario y decimal y sus relaciones con expresiones en porcentajes) con sus operaciones (suma, resta, multiplicación y división) y relaciones (mayor que, menor que, igual a, ser múltiplo de y ser divisor de). Así mismo, establezcan formas para calcular resultados de operaciones con fraccionarios.

Inicien la comprensión de la potenciación en los números naturales.

Amplien el estudio de fenómenos de variación, en particular cuando se relacionan con proporcionalidad y utilicen las propiedades de los sistemas de los números naturales y las fracciones para construir procedimientos no convencionales con el fin de resolver ecuaciones sencillas.

- ✓ Realicen procesos de medición y estimación de superficies y volúmenes, y justifiquen relaciones entre ellos. Elijan las **unidades de medida** y los **instrumentos** apropiados según la situación. Amplien sus comprensiones sobre relaciones entre variaciones de perímetro y área de una figura, de forma que pueda explicarlas y justificarlas.

Describan las características de figuras bidimensionales y cuerpos tridimensionales en el desarrollo de situaciones de composición y descomposición. Describan posiciones y trayectorias mediante el uso del plano cartesiano.

- Solución de problemas y la representación en la recta numérica.

**Pensamiento Numérico**

**GRADO 4°**

Interpreta las fracciones como razón, relación parte todo, cociente y operador en diferentes contextos.

**DBA 1**

Interpreta y utiliza los números naturales y las fracciones en su representación fraccionaria y decimal para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos y que involucren operaciones de potenciación.

**EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE**

- **Interpreta** la relación parte - todo y la representa por medio de fracciones, razones o cocientes.
- **Interpreta y utiliza** números naturales y racionales (fraccionarios) asociados con un contexto para solucionar problemas.
- **Determina** las operaciones suficientes y necesarias para solucionar diferentes tipos de problemas.
- **Resuelve** problemas que requieran reconocer un patrón de medida asociado a un número natural o a un racional (fraccionario).

**GRADO 6°**

Interpreta los números enteros y racionales (en sus representaciones de fracción y de decimal) con sus operaciones, en diferentes contextos, al resolver problemas de variación, repartos, particiones, estimaciones, etc. Reconoce y establece diferentes relaciones (de orden y equivalencia) y las utiliza para argumentar procedimientos).

Mallas de Aprendizaje Grado 5° • Área de Matemáticas		
Pensamiento Numérico		
GRADO 4°	GRADO 5°	GRADO 6°
<p>Describe y justifica diferentes estrategias para representar, operar y hacer estimaciones con números naturales y números racionales (fraccionarios), expresados como fracción o como decimal.</p>	<p><b>DBA 2</b> Describe y desarrolla estrategias (algoritmos, propiedades de las operaciones básicas y sus relaciones) para hacer estimaciones y cálculos al solucionar problemas de potenciación.</p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Utiliza</b> las propiedades de las operaciones con números naturales y racionales (fraccionarios) para justificar algunas estrategias de cálculo o estimación relacionados con áreas de cuadrados y volúmenes de cubos.</li> <li>● <b>Descompone</b> un número en sus factores primos.</li> <li>● <b>Identifica y utiliza</b> las propiedades de la potenciación para resolver problemas aritméticos.</li> <li>● <b>Determina y argumenta</b> acerca de la validez o no de estrategias para calcular potencias.</li> </ul>	<p>Utiliza las propiedades de los números enteros y racionales y las propiedades de sus operaciones para proponer estrategias y procedimientos de cálculo en la solución de problemas.</p>
<p>Establece relaciones mayor que, menor que, igual que y relaciones multiplicativas entre números racionales en sus formas de fracción o decimal.</p>	<p><b>DBA 3</b> Compara y ordena fracciones (en sus representaciones fraccionaria y decimal) a través de diversas interpretaciones y representaciones.</p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Representa</b> fracciones con la ayuda de la recta numérica.</li> <li>● <b>Determina</b> criterios para ordenar fracciones y expresiones decimales de mayor a menor o viceversa.</li> </ul>	<p>Reconoce y establece diferentes relaciones (orden y equivalencia) entre elementos de diversos dominios numéricos y los utiliza para argumentar procedimientos sencillos.</p>

- Ampliación del significado de fracción, solución de problemas relacionados con su contexto.

Se amplía la capacidad de interpretar los números naturales y fraccionarios al formular y resolver problemas ligados a contextos conocidos por los estudiantes. Por eso conviene enfatizar en la formulación y resolución de problemas que exijan combinar varias operaciones con números naturales y las fracciones (incluyendo sus representaciones decimal y fraccionaria) y especialmente en **problemas inversos**.

La ampliación del significado de una **fracción** como cociente entre dos números naturales no es simplemente reconocer el resultado de un reparto de  $a$  unidades entre  $b$ , sino que dicho reparto no siempre es exacto (p. ej., repartir 4 entre 3) y que este se representa mediante la fracción  $\frac{a}{b}$ . (p. ej.,  $\frac{4}{3}$ ). De ahí que sea conveniente que los estudiantes se enfrenten a múltiples experiencias en las que se construyan razonamientos basados en la idea de cambios de unidad (una parte se toma como unidad, p. ej.,  $\frac{1}{2}$  se toma como 1 unidad). (DBA 1)

La comprensión de la operación de potenciación no se reduce a interpretar el signo de potencia y calcular el resultado; los estudiantes construyen significados de la potenciación al modelar situaciones que pueden representarse por cuadrados o cubos (en el caso de los exponentes dos o tres respectivamente). Para ampliar a expresiones con exponentes mayores que 3, puede recurrirse a situaciones de **correspondencias múltiples**. Las equivalencias entre unidades del **Sistema Métrico Decimal** involucran la potenciación. Al resolver problemas inversos sencillos que requieran encontrar el valor de la base o del exponente, los estudiantes construyen intuiciones de la radicación. (DBA 1 y 2)

#### 4.1.2. Dimensiones del currículo

Para el componente del análisis curricular se tomarán las cuatro dimensiones establecidas por Rico L. (1997): Dimensión Cultural /conceptual, Dimensión Cognitiva, Dimensión Ética / formativa y uno de los niveles definidos que corresponde a la Planificación para los profesores; que se concretan en: Contenidos, Objetivos, Metodología, y Evaluación (cada uno se corresponde respectivamente con las cuatro dimensiones). En la Escuela Normal Superior Santiago de Cali, los docentes tienen como instrumento para la planeación un instrumento llamado: “Agenda de Trabajo Académico”. A continuación, se presentan las agendas de matemáticas de educación básica elaboradas por los docentes de matemáticas de la institución para el año lectivo 2017, en relación con las fracciones:

- Grado 6° tercer período semanas uno a cuatro y semanas cinco a la quince, cabe anotar que son tres períodos académicos, el primero de 10 semanas, el segundo y el tercero de quince semanas. En la planeación se destina un período académico a la enseñanza de las fracciones o los racionales positivos.

## COMPETENCIAS PROPIAS DEL ÁREA:



- Interpreto y resuelvo argumentando adecuadamente problemas matemáticos en los cuales se requieren las operaciones básicas de los números racionales.
- Aplica de manera adecuada los conceptos geométricos para dar solución a diversos ejercicios matemáticos

Semana	AMBITOS CONCEPTUALES	ESTANDAR Y/O DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE DESEMPEÑO	ACTIVIDADES	ESTRATEGIAS EVALUACIÓN
1 y 4	<p>-Conjunto numérico de los racionales.</p> <p>-Concepto de número racional y su representación gráfica.</p> <p>Recta numérica de los Q</p> <p>-Perímetro</p> <p>Representación gráfica de datos (barras y lineal)</p> <p>-Tolerancia y solidaridad</p>	<p>-Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida</p> <p>- Resuelve problemas que involucran números racionales positivos(D.B.A)</p> <p>- Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación.</p> <p>• Interpreto, produzco y comparo representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos. (diagramas de barras, diagramas circulares.)</p>	<p>-Reconoce los números racionales y los ubica en la recta numérica.</p> <p>-Encuentra racionales equivalentes, amplificando y simplificando</p> <p>-Simplifica una fracción hasta encontrar la expresión irreductible.</p> <p>-Determina cuando un número racional es mayor, menor o igual a otro.</p> <p>-Efectúa adiciones y sustracciones de números racionales y aplica propiedades.</p>	<p>--Se realizaran juegos de preguntas que ayudara a determinar el grado de comprensión que han tenido los estudiantes respecto a la temática y también que tan sólidos están los conocimientos previos</p> <p>-Se solicitará a los estudiantes salir al tablero como medio de comprobación.</p> <p>-Se hará la dinámica grupal de Matematiquando, para comprometer a todos los estudiantes con su aprendizaje de manera significativa.</p>	<p>-Participación en clase</p> <p>-Salidas al tablero</p> <p>-Evaluación escrita.</p>



		- Comprendo que el disenso y la discusión constructiva contribuyen al progreso del grupo.	-Plantea y resuelve problemas que requieren el uso de operaciones con números racionales.	-Se realizaran talleres de la temática abordada en clase
5 a 10	-Operaciones básicas con Q -Polinomios aritméticos sencillos con Q -Área de figuras planas -Representación gráfica de datos diagrama circular	Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones. - Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación. • Interpreto, produzco y comparo representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos. (diagramas de barras, diagramas circulares.)	-Halla el perímetro de algunas figuras planas.  -Multiplica y divide números racionales haciendo uso de los algoritmos correspondientes y utiliza las propiedades de la multiplicación  -Resuelve polinomios aritméticos con números racionales.  -Resuelve operaciones básicas con números racionales.	
11 a 15	-Potenciación y radicación de Q -Ecuaciones. -Área de figuras planas -Medidas de tendencia central	-Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas. - Resuelve problemas en los que debe dividir un entero entre una fracción o una fracción entre una fracción (D.B.A)	-Resuelve ecuaciones de primer grado con una incógnita con números racionales.  -Encuentra el área de diferentes figuras planas	

- En grado 7° planean los procesos de enseñanza y aprendizaje en diez semanas del segundo período académico.

 <p>ALCALDÍA DE SANTIAGO DE CALI</p>	<p>INSTITUCIÓN EDUCATIVA NORMAL SUPERIOR SANTIAGO DE CALI MEN – Resolución Acreditación de Calidad y Desarrollo no. 81103septiembre 14, 2016 Reconocimiento Oficial de Estudios Resolución No. 4143.21.8478 septiembre 17 de 2013 Secretaría de Educación Municipal de Santiago de Cali Carrera 34 No. 12 – 80 Colegiales Teléfonos 3384797 – 88 – 89 Fax 3368233 Correo Electrónico: <a href="mailto:normalsuperiorcali@hotmail.com">normalsuperiorcali@hotmail.com</a> NIT 800243086-3</p>	<b>AGENDA DE TRABAJO ACADÉMICA</b>				
		Versión: 05	Fecha: 25/01/2016	Página 4 de	Código: F-GA 02	
<p>NOMBRE DEL DOCENTE Leopoldo Medina    AREA/ASIGNATURA: Matemáticas    GRADOS: 7 </p> <p>AÑO LECTIVO: 2017</p> <p>PERIODO: Segundo</p> <p>PREGUNTA PROBLÉMICA: ¿Qué representan para las matemáticas y sus aplicaciones los números fraccionarios?</p> <p>COMPETENCIAS PROPIAS DEL ÁREA:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>RAZONAMIENTO: IDENTIFICAR Y UTILIZAR LOS NÚMEROS RACIONALES EN DIFERENTES SITUACIONES DE LA VIDA DIARIA.</b></li> <li>• <b>PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: CONSTRUIR PENSAMIENTO VARIACIONAL A TRAVÉS DE LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS. DESARROLLAR Y APLICAR ESTRATEGIAS PARA RESOLVER PROBLEMAS RELACIONADOS CON LOS NÚMEROS RACIONALES</b></li> <li>• <b>COMUNICACIÓN: EXPLICAR EL CONCEPTO DE NÚMERO RACIONAL A SUS COMPAÑEROS</b></li> </ul>						
SEM	AMBITOS CONCEPTUALES	ESTANDAR Y/O DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE DESEMPEÑO	ACTIVIDADES	ESTRATEGIAS EVALUACIÓN	

Del 17 de abril al 23 de junio 10 sem.	<p>Reconocimiento de los distintos tipos de fracciones. Relación de los números decimales con las fracciones y el porcentaje. Elaboración de cálculos numéricos. Determinación de la razón entre dos cantidades de una magnitud. Hallazgo del término desconocido en una proporción.</p> <p>Medición de diferentes magnitudes: longitud, perímetro y área. Resolución de problemas en los que intervienen los números fraccionarios y decimales.</p> <p>Elaboración de dibujos a escala. Completación de tablas. Elaboración e interpretación de gráficas.</p> <p>Responsabilidad en la entrega oportuna de tareas y trabajos. Disposición para colaborar con los demás.</p> <p>Interés por el conocimiento. Respeta los diferentes puntos de vista de sus compañeros.</p>	<p>Utilizo números (fracciones, decimales, razones, porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.</p> <p>Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones en matemáticas y en el arte (simetría, traslación, rotación, homotecias, semejanzas).</p> <p>Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.</p>	<p>Identifica los números racionales y los utiliza en diferentes situaciones de la vida diaria.</p> <p>Construye el pensamiento variacional a través de la solución de situaciones problema verificando e interpretando resultados.</p> <p>Contribuye, de manera constructiva, a la convivencia en su medio escolar y en su comunidad.</p>	<p>Medición de diferentes magnitudes: longitud, perímetro y área. Resolución de problemas en los que intervienen los números fraccionarios y decimales. Elaboración de dibujos a escala. Completación de tablas. Interpretación de gráficas.</p>	<p>Portafolio con trabajos y talleres.</p> <p>Diario de Clase</p> <p>Evaluación escrita</p> <p>Seguimiento al desempeño académico</p>
---	--	---	--	--	---

- En grado 8° se planea el trabajo académico del primer período, durante cinco semanas.

 <p>INSTITUCIÓN EDUCATIVA NORMAL SUPERIOR SANTIAGO DE CALI MEN - Resolución Acreditación de Calidad y Desarrollo no. 81105 de Diciembre 14, 2010 Reconocimiento Oficial de Estudios Resolución No. 4143.21.6478 Septiembre 17 de 2013 Secretaría de Educación Municipal de Santiago de Cali Carrera 34 No. 12 - 95 Coisaguas Teléfonos 3364797 - 98 - 99 Fax 3366233 Correo Electrónico: <a href="mailto:icn@sepmunicipal@tccm.com">icn@sepmunicipal@tccm.com</a> NIT 800243083-3</p>	<b>AGENDA DE TRABAJO ACADÉMICA</b>				
	Versión: 05	Fecha: 25/01/2016	Página 1 de	Código: F-GA 02	

NOMBRE DEL DOCENTE Johanna Ortiz Bravo AREA Matemáticas, GRADO Octavo

AÑO LECTIVO 2017 PERIODO Primero

PREGUNTA PROBLEMATICA ¿COMO SE RELACIONAN LAS MATEMATICAS CON EL ARTE, LA ARQUITECTURA Y LA MUSICA?

COMPETENCIA: Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos.

SEMANA	1.1 OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	1.2 AMBITOS CONCEPTUALES Y/O DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE	1.3 DESEMPEÑOS ESPERADOS	1.4 INDICADORES DE DESEMPEÑO	1.5 ACTIVIDADES*	1.6 ESTRATEGIAS EVALUACIÓN
1-5	Reconocer y realizar operaciones entre los números reales usando diferentes representaciones	*Resuelve problemas que involucra números racionales positivos y negativos (fracciones, decimales o números mixtos).	Que el estudiante reconozca y realice operaciones entre los números reales usando sus diferentes representaciones.	<p>Analiza y resuelve problemas aplicando las operaciones entre números enteros y racionales.</p> <p>Caracteriza algunos irracionales como el número <math>\pi</math>, el número áureo y comprende su uso y significado.</p>	<p>Taller individual sobre operaciones entre números enteros, racionales y resolución de problemas.</p> <p>Presentación del video "el pato Donald en el país de las matemáticas"</p>	<p>Resolución de problemas en el tablero.</p> <p>Sustentación de los talleres en forma individual y/o colectiva.</p> <p>Observación de las actitudes personales del estudiante.</p>

Llama la atención al revisar las agendas académicas de educación básica primaria para el año 2017, no se encuentra ningún referente a la enseñanza de las fracciones.

El instrumento de planeación tiene explicitados los objetivos de aprendizaje, los contenidos y la evaluación, el componente metodológico se concreta en la “pregunta problema”.

#### 4.1.3. Conocimiento profesional

Revisada la planta de cargos en la institución educativa, se seleccionaron los docentes nombrados de educación básica de los grados primero a noveno, que tienen en su asignación académica el área de Matemáticas y se estableció como referente la titulación obtenida en pregrado y posgrado de cada uno; en las siguientes tablas y gráficos se evidencia lo hallado:

*Tabla 3. Planta de cargos nivel educativo y de enseñanza de los docentes de matemática en la Normal Superior de Santiago de Cali.*

Primer Apellido	Segundo Apellido	Primer nombre	Segundo nombre	Nivel Educativo	Nivel Enseñanza	Título
1 Ayacú	Gallego	Juliet	a	9 postgrado en otras áreas	2 Básica Primaria	Lic. Preescolar - Esp. Pedagogía Infantil
2 Castro	de Ávila	Aman	da	8 postgrado en educación	2 Básica Primaria	Lic. Admón. Educativa, Especialista Desarrollo Aprendizaje
3 Cedano	Rojas	Sime	ón	8 postgrado en educación	3 básica y Secundaria Media	Normalista Lic. Matemáticas - Esp. Sistema Educa
4 Serna	Posso	Mónica	Cristina	6 Profesional o licenciado en educación	2 Básica Primaria	Normalista Superior
5 Caicedo	Capera	María	Francisca	2 Normalista superior	2 Básica Primaria	Abogada - Normalista Superior
6 Duarte	Monroy	Yolanda		8 Postgrado en educación	2 Básica Primaria	Lic. Biología y Química –Magister en Educación
7 Fandiño	Artundua	Maribel		6 Profesional o licenciado en educación	2 Básica Primaria	Lic. Lenguas Modernas
8 Fernandez	Solarte	Nubia		8 Postgrado en educación	2 Básica Primaria	Lic. Educ. Primaria Esp. Computación para la Docencia
9 Franco	Falla	Carmen	Obdulia	6 Profesional o licenciado en educación	2 Básica Primaria	Lic. Educación Primaria, especialista Esp. Orientación. Educativa
10 Hinojosa	Palacios	Luis	Eduardo	2 Normalista superior	2 Básica Primaria	Normalista Superior
11 Lasso	Cruz	Dina	Vanesa	2 Normalista superior	2 Básica Primaria	Normalista Superior

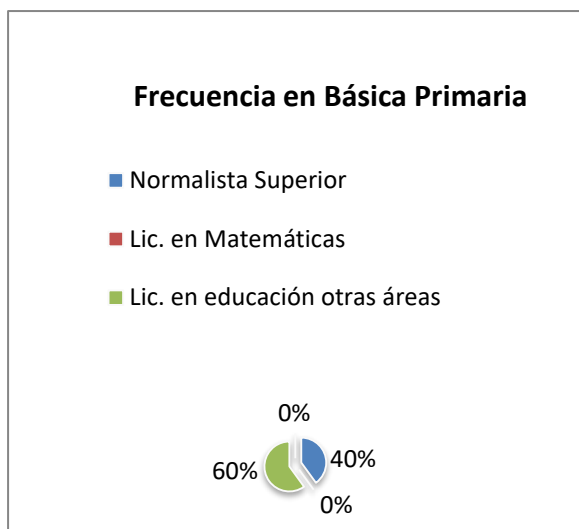
1 2	López	Herrera	Yohana		2 Normalista superior	2 Básica Primaria	Normalista Superior
1 3	Loaiza	Meza	Luz	América	6 Profesional o licenciado en educación	2 Básica Primaria	Lic. Educación básica
1 4	Medina	Gil	Leopoldo		8 Postgrado en educación	3 Básica Secundaria y Media	Normalista Lic. Matemáticas Esp. Informática Educativa
1 5	Mosquera	Mosquera	Yamil eth		2 Normalista superior	2 Básica Primaria	Ingeniera Industrial -Normalista Superior
1 6	Ordoñez	Rodríguez	Viviana	Yamil eth	6 Profesional o licenciado en educación	3 Básica Secundaria y Media	Normalista Lic. Matemáticas
1 7	Ortiz	Bravo	Johana		6 Profesional o licenciado en educación	3 Básica Secundaria y Media	Normalista Lic. Matemáticas
1 8	Rotawisky	Saldarriaga	Simeón		8 Postgrado en educación	2 Básica Primaria	Lic. Ciencias Sociales-Abogado-Esp. D.H
1 9	Vallecilla	Gómez	Luis	Eduardo	8 Postgrado en educación	3 Básica Secundaria y Media	Normalista Lic. Matemáticas Esp. Enseñanza C. Naturales
2 0	Villanova	Gómez	Elizabeth		8 Postgrado en educación	3 Básica Secundaria y Media	Bachiller Comercial Lic. Matemáticas
2 1	Viveros	Delgado	Susana		2 Normalista superior	2 Básica Primaria	Contadora _ Normalista Superior
2 2	Villa	Álvarez	Gloria		8 Postgrado en educación	2 Básica Primaria	Lic. Filosofía Magister en Filosofía
2 3	Rotawisky		Carlos			2 Básica Primaria	Licenciado en Tecnología
2 4	Zúñiga	Hurtado	Liliana	Amparo	8 Postgrado en educación	2 Básica Primaria	Lic. Filosofía Esp. Orientación Educativa y Derechos Humanos
2 5	Valencia	Rentería	Ana	Cruz	2 Normalista superior	2 Básica Primaria	Administrador Empresas - Normalista S
2 6	Angulo	Díaz		Fernando	8 Postgrado en educación	3 Básica Secundaria y Media	Normalista Lic. Matemáticas Especialista en Educación Matemática
2 7	Ospina	Hurtado	Beatriz	Elena	8 Postgrado en educación	2 Básica Primaria	Licenciado en Administración. Educativa y Esp. Educación Ambiental

Frecuencia formación pregrado	Frecuencia Básica Primaria
Normalista	
Superior	8
Lic. en Matemáticas	0
Lic. en educación otras áreas	12
Profesionales de áreas diferentes a	

Los resaltados en la tabla anterior con color amarillo corresponden a docentes de secundaria, los de color blanco a docentes de primaria licenciados en áreas diferentes a matemáticas y los de color verde a docentes normalistas nombrados en primaria.

Figura 6. Datos y diagrama de las frecuencias del nivel de formación docente en Básica Primaria.

Fuente: Elaboración propia



La mayoría de los docentes encargados de la enseñanza de las matemáticas en educación básica primaria son licenciados en educación de otras áreas, no hay licenciados en matemáticas y es significativa la presencia de Normalistas (40%)

Formación de Postgrado	Frecuencia en Básica Primaria y Secundaria
En Educación Matemática	1
En Educación Otras áreas	14
No tiene	12

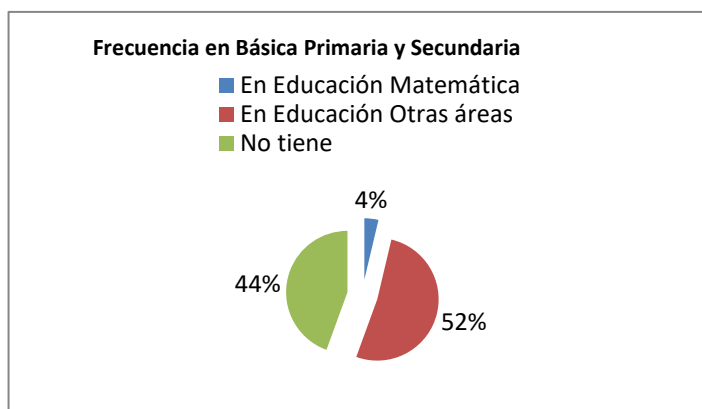


Figura 7. Datos y diagrama de las frecuencias del nivel de formación docente en Básica Primaria y Secundaria.

Fuente: Elaboración propia

Solo hay un docente en Educación básica que enseña matemáticas en la institución educativa con licenciatura en Matemática y postgrado en Educación Matemática. Este docente está ubicado en secundaria, el 96% de los docentes que enseñan matemáticas tienen posgrado en otras áreas fundamentales o no tienen formación pos gradual.

Formación de pregrado	Frecuencia en Básica Secundaria
Lic. en Matemáticas y normalista	6
Lic. en Matemáticas y bachiller no normalista	1
Lic. en educación otras áreas	0
Profesionales de áreas diferentes a educación	0

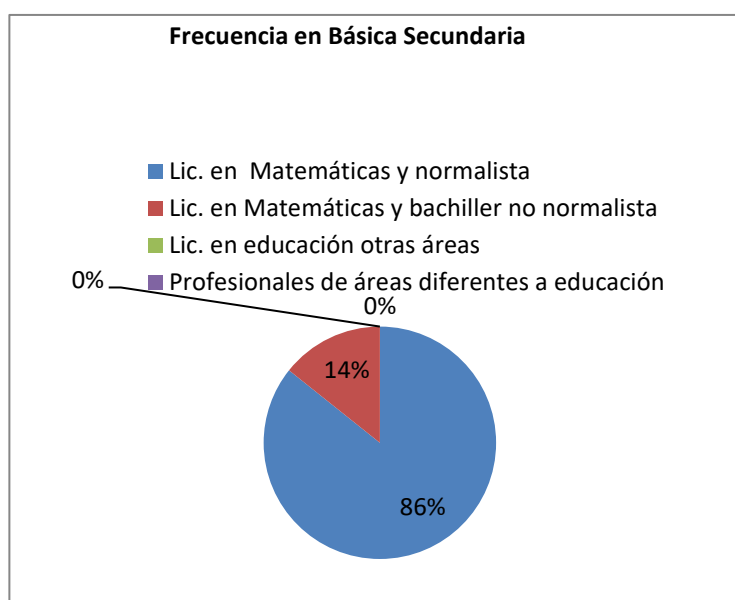


Figura 8. Datos y diagrama de las frecuencias del nivel de formación docente en Básica Secundaria. Fuente: Elaboración propia.

Todos los docentes nombrados en secundaria de la institución educativa tienen licenciatura en educación y el 86% son egresados normalistas (Normalista Superior, Maestro o Maestro Bachiller).

Los maestros en formación del Programa de Formación Complementaria (PFC) que cursan los grados doce y trece que viene de cursar Educación básica y Media en una Normal Superior, deben estudiar cuatro semestres para recibir el título de Normalista Superior; los bachilleres de otras especialidades (Media Académica, Media Técnica Industrial, Media técnica Comercial, etc.) deben cursar un semestre adicional al iniciar su proceso formativo para poder optar por el mismo

título. A continuación, se presenta la malla curricular del PFC con sus respectivos créditos, que les permiten homologar las disciplinas y continuar sus estudios licenciatura en educación en las universidades con las que se tienen convenios establecidos.

		Núcleo del saber	0	1	2	3	4
<b>PEDAGOGÍA</b>	Educabilidad			Filosofía de la educación 2C 3H	Psicología del desarrollo infantil 2C 4H	Psicología del niño: dimensión cognitiva y educación 2C 4H	Educación para la salud en la primera infancia 2C 4H
	Enseñabilidad	Didáctica General 2C 4H		Lengua y lenguaje en Preescolar y B.P. 2C 4H	Enseñanza de la Matemática en Preescolar y B.P. 2C 4H	Didáctica de las Ciencias en Preescolar y B.P. 2C 6H	Didáctica de la Ed. Física en Preescolar y B.P. 2C 3H
	Curriculo Didáctica Evaluación	Inglés 2C 3H		Inglés I 2C 3H	Inglés II 2C 3H	Inglés III 2C 3H	Inglés IV 2C 3H
	Uso pedagógico. Medios. Educación y Diversidad	Ciencia y Tecnología 2C 3H					Uso pedagógico de los medios interact. de com. e info. "IX" 2C 3H
<b>ENSEÑABILIDAD</b>	Estructura Histórica y epistemología de la Pedagogía	Educación y Pedagogía 2C 4H		Historia de la Educación y la Pedagogía 2C 4H	Escuelas y tendencias Pedagógicas 2C 4H	Educación y diversidad cultural 2C 3H	Atención a poblaciones con NEE 2C 4H
	Realidades y tendencias sociales de la educación	Práctica pedagógica investigativa (seminario cátedra) 3C 7H		Práctica pedagógica investigativa I (seminario cátedra) 3C 7H	Práctica pedagógica investigativa II (seminario cátedra) 3C 7H	Práctica pedagógica investigativa III (seminario cátedra) 3C 7H	Práctica pedagógica investigativa IV (seminario cátedra) 3C 7H
	Realidades y tendencias sociales de la educación	Legislación Educativa Colombiana 2C 4H		Historia Sociológica de la Educación en Colombia 2C 4H	Infancia Nociones y Perspectivas 2C 4H		
	Dimensión ética, política y cultural de la Educación						Ética e idoneidad del maestro 2C 3H
<b>EDUCABILIDAD</b>	Análisis y expresión científica	Investig. formativa y formación para Investig. 2C 6H		Investig. Formativa y formación para investig. I 2C 6H	Investig. Formativa y formación para investig. II 2C 7H	Investig. Formativa y formación para investig. III 2C 7H	Investig. Formativa formación para investig. IV 2C 7H
	Análisis y expresión científica	Comprensión y Producción de Textos 2C 4H					
	Análisis y expresión científica						
	Pensamiento y expresión artística			Taller de música 2C 4H	Taller de arte escénico 2C 2H	Taller de expresión folclórica 2C 2H	
			17C 35H	17C 35H	17C 35H	17C 35H	17C 35H

Figura 9. Plan de estudios - Programa de Formación Complementaria. Fuente: P.E.I Normal Superior Santiago de Cali.

El plan de estudios definido en la Escuela Normal para el PFC responde a los lineamientos del Decreto 1490 de 2008, por el cual se establecen los principios de Educabilidad, Enseñabilidad, Pedagogía y Contextos; los núcleos del saber definen las disciplinas distribuidas en cuatro semestres para los estudiantes de grado 11 de la Escuela Normal y cinco semestres para estudiantes bachilleres de otras modalidades.

En el documento maestro elaborado por la escuela normal superior con fines de verificación de las condiciones de calidad, para la visita de pares académicos programada por parte del MEN para el año 2018, presenta los contenidos del plan de estudio y en las páginas 88 a 90, lo referente a la didáctica de las Matemáticas que se desarrolla en el segundo semestre de formación complementaria, que se presenta a continuación:



**Didáctica de la Matemática en la Educación Preescolar y Básica Primaria**

UNIDAD	NOMBRE DE LA UNIDAD	TEMA
1	Actividades para el desarrollo de pensamiento lógico matemático	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El Tangram, Los cuadros mágicos, Las Torres de Hanói, El Pentominó y problemas lógicos.</li> <li>- Elaboración de portafolios virtuales de unidades didácticas.</li> <li>- Planeación del proyecto.</li> <li>- Breve historia de la Didáctica de las Matemáticas</li> </ul>

88

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Montessori</li> <li>- Piaget</li> <li>- Aprendizaje basado en problemas y aprendizaje significativo.</li> </ul>
2	Didáctica de las matemáticas conceptos generales de la didáctica.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Didáctica general, didáctica de las matemáticas.</li> <li>- Dificultades relacionadas con la motivación del alumnado.</li> <li>- Dificultades relacionadas con la falta de dominio de los contenidos anteriores.</li> <li>- Derechos básicos de Aprendizaje en Matemáticas.</li> <li>- Metodologías para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas</li> <li>- Algoritmos</li> <li>- Secuencias didácticas</li> <li>- Definición</li> <li>- Ejemplos y elaboración.</li> </ul>
3	Competencias Matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pruebas Saber para quinto grado</li> <li>- Diagnóstico, análisis crítico</li> <li>- Elaboración de pruebas saber</li> </ul>
4	Currículo matemático para la Educación primera infancia y Básica Primaria	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Fines y objetivos de la educación matemática</li> <li>- ¿Por qué y para qué enseñar matemáticas?</li> <li>- Objetivos generales de la educación matemática</li> <li>- Contenidos matemáticos en la Educación Primaria</li> <li>- Orientaciones sobre la evaluación</li> <li>- Diseño y gestión de unidades didácticas</li> <li>- Implementación del proyecto.</li> </ul>

5	Planeación y presentación de las micro-clases.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Elementos a tener en cuenta en la planificación de una unidad didáctica.</li> <li>- Diseño de una unidad didáctica</li> <li>- Socialización de micro-clases</li> </ul>		
89				
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td data-bbox="277 793 808 1346" style="width: 50%; vertical-align: top;">           Recursos para el estudio de las matemáticas.         </td> <td data-bbox="808 793 1299 1346" style="width: 50%; vertical-align: top;"> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Juegos matemáticos y rondas infantiles.</li> <li>- Juegos de simetría</li> <li>- Metro.</li> <li>- Geo plano</li> <li>- Bloques lógicos.</li> <li>- Geogebra</li> <li>- Ovas. página web.</li> <li>- colombiaaprenderende.edu.co.</li> <li>- Dominó matemático</li> <li>- Uso de la Plataforma Edmodo.</li> <li>- Socialización del Proyecto Portafolio virtual.</li> </ul> </td> </tr> </table>			Recursos para el estudio de las matemáticas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Juegos matemáticos y rondas infantiles.</li> <li>- Juegos de simetría</li> <li>- Metro.</li> <li>- Geo plano</li> <li>- Bloques lógicos.</li> <li>- Geogebra</li> <li>- Ovas. página web.</li> <li>- colombiaaprenderende.edu.co.</li> <li>- Dominó matemático</li> <li>- Uso de la Plataforma Edmodo.</li> <li>- Socialización del Proyecto Portafolio virtual.</li> </ul>
Recursos para el estudio de las matemáticas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Juegos matemáticos y rondas infantiles.</li> <li>- Juegos de simetría</li> <li>- Metro.</li> <li>- Geo plano</li> <li>- Bloques lógicos.</li> <li>- Geogebra</li> <li>- Ovas. página web.</li> <li>- colombiaaprenderende.edu.co.</li> <li>- Dominó matemático</li> <li>- Uso de la Plataforma Edmodo.</li> <li>- Socialización del Proyecto Portafolio virtual.</li> </ul>			

En el plan de estudios, en la malla curricular y en los contenidos de este, se observa que en segundo semestre se dicta didáctica de las matemáticas para primaria y preescolar, con una intensidad de cuatro horas semanales, pero no se encuentra planteado, ni desarrollados contenidos que permitan el maestro en formación fortalecer el conocimiento disciplinar de las matemáticas.

#### **4.2. Análisis cognitivo en la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones:**

Se hizo la revisión de cuadernos de algunos estudiantes donde consignan las explicaciones de los profesores, las actividades propuestas y desarrolladas por los estudiantes (Talleres y ejercicios) y pruebas escritas calificadas por el profesor

### 4.2.1. Obstáculos:

Una práctica generalizada de los profesores de matemática de educación básica de la escuela Normal es la presentación de los contenidos y lo que se conoce como “explicación del tema”, donde de entrada el maestro pretende la formalización de los conceptos y procedimientos, con una marcada tendencia a la generalización a manera de “receta” que el estudiante debe apropiarse y aplicar en ejercicios repetitivos, siguiendo fielmente los pasos “enseñados” por el profesor. En el siguiente caso el profesor presenta cómo se debe proceder para sumar fracciones heterogéneas en grado séptimo:

**OPERACIONES BASICAS Q**

**Adición y Substracción Q**

Para sumar y restar números Q se debe tener fracciones Homogéneas, es decir que tengan el mismo denominador y ello lo logramos empleando el mínimo común múltiplo y haciendo un proceso realmente fácil así.

$-\frac{3}{8} + \frac{7}{4} \Rightarrow$  Estas fracciones son heterogéneas y necesitamos que sean homogéneas para poder operarlas, entonces hallamos el denominador común así

$$\begin{array}{r} 8 \\ 4 \\ 2 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ 2 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ 2 \end{array} \Rightarrow 2 \times 2 \times 2 = 8 \Rightarrow$$
 Este es el m.c.m., ahora divido entre cada denominador y multiplico el resultado con los numeradores para obtener las nuevas fracciones equivalentes.

$$\left( \begin{array}{c} \times \\ -\frac{3}{8} + \frac{7}{4} \\ \div \end{array} \right) = \frac{-3 + 14}{8} = \frac{11}{8}$$

Otro ejemplo:

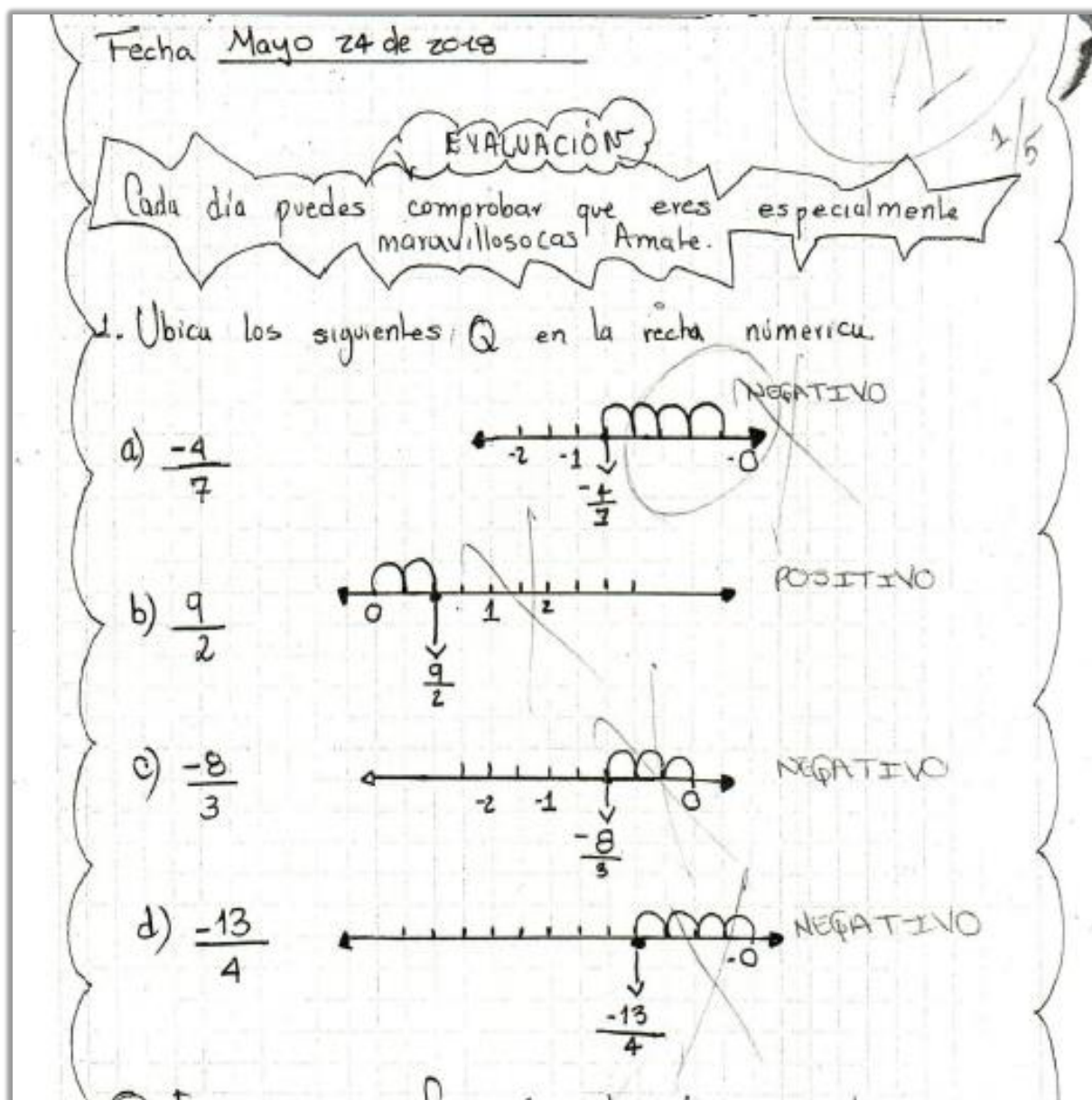
$$\frac{3}{10} - \frac{1}{4} + \frac{2}{6}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 5 \\ 5 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ 2 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ 3 \\ 3 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} > 4 \\ \times \\ > 15 \end{array} \Rightarrow 60$$

$$\frac{18}{60} - \frac{15}{60} + \frac{20}{60} = \frac{18 - 15 + 20}{60} = \frac{-15 + 38}{60} = \frac{23}{60}$$

Aprende el truco de TAPAR

En la representación de racionales en la recta numérica, el profesor le enseña a ubicar cada número en una recta numérica distinta, confiando en que intuitivamente el estudiante percibe la unidad de medida, la subdivisión de esta y la relación parte todo; de cada ejercicio, es diferente, aunque use la cuadrícula de la hoja para dividir la “unidad” en partes “iguales”. Resultando en la representación que tienen igual longitud los segmentos que representan tercios, medios o cuartos. A continuación, se presentan dos casos de estudiantes de grado séptimo donde se identifica en mismo obstáculo, el primero con calificación de 1,0 (insuficiente) y el otro con una calificación de 5,0 (excelente)



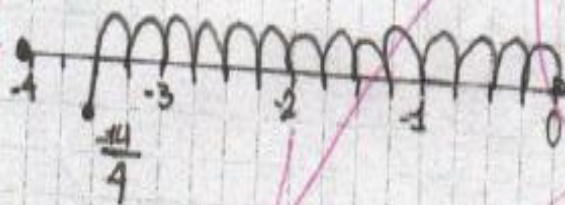
Fecha: 24-05-18CURSO 7º

## EVALUACIÓN

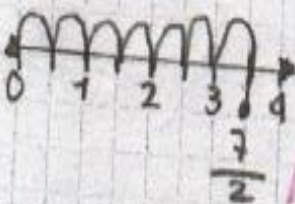
Cada día puedes comprobar que eres especialmente maravilloso(a) Amate!

1. Ubica los siguientes  $Q$  en la recta numérica.

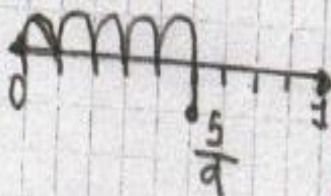
a)  $-\frac{14}{4} = \text{Negativa}$



b)  $\frac{7}{2} = \text{Positiva}$



c)  $\frac{5}{9} = \text{Positiva}$



d)  $-\frac{11}{2} = \text{Positiva}$



Fuente: ...

### 4.2.2. Dificultades

Las dificultades se asocian al desarrollo cognitivo del estudiante y a complejidad de los objetos matemáticos que son estudiados; al revisar la planeación de los profesores se puede observar que no se explicitan, ni se tratan las dificultades que se presentaron en cursos anteriores, en torno a la enseñanza de las fracciones. A continuación, se muestran algunas dificultades que detectaron en la enseñanza de las fracciones:

- La representación gráfica de fracciones omitiendo la importancia del concepto de unidad, la relación entre las partes iguales y el todo.

**EJERCICIO**

1. Escribe la fracción que corresponde a la parte sombreada

a.  $\frac{1}{3}$       f.  $\frac{1}{2}$

b.  $\frac{1}{4}$       g.  $\frac{3}{8}$

c.  $\frac{3}{8}$       h.  $\frac{1}{5}$

d.  $\frac{2}{6}$       Haz el gráfico que representen las siguientes fracciones

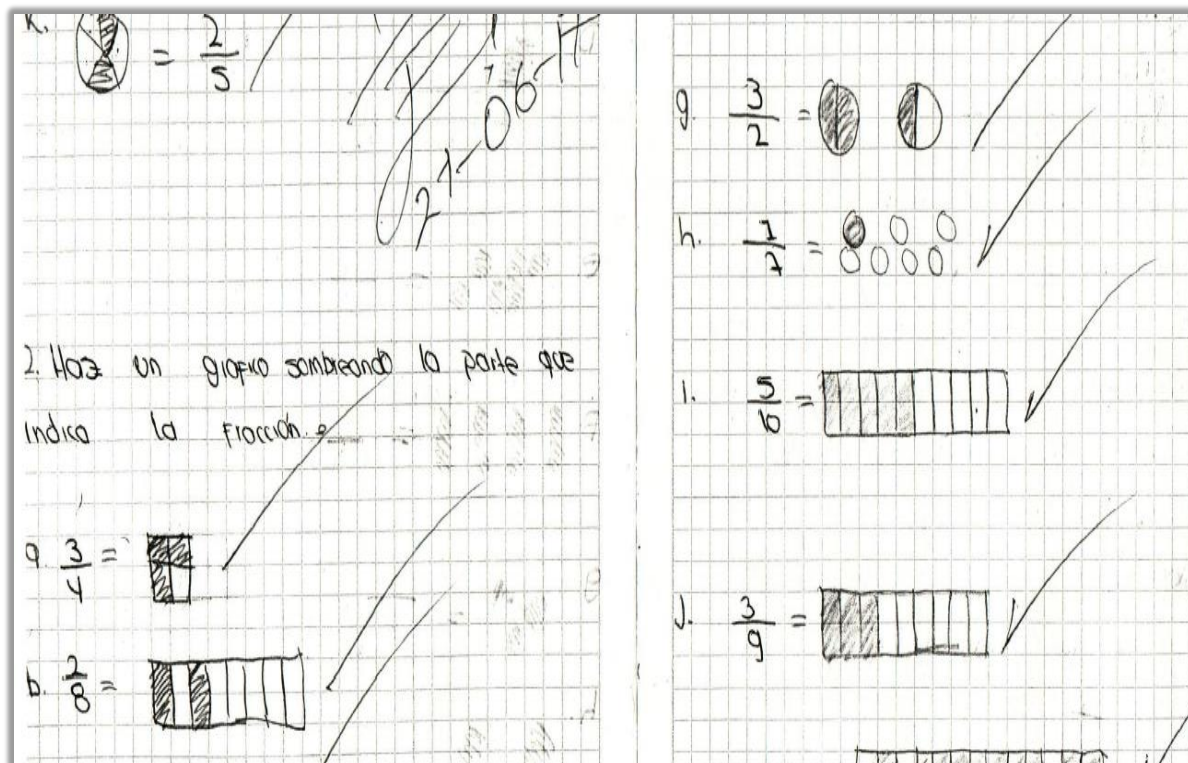
e)  $\frac{4}{10}$       a)  $\frac{1}{2}$

b)  $\frac{7}{8}$       f)  $\frac{3}{5}$

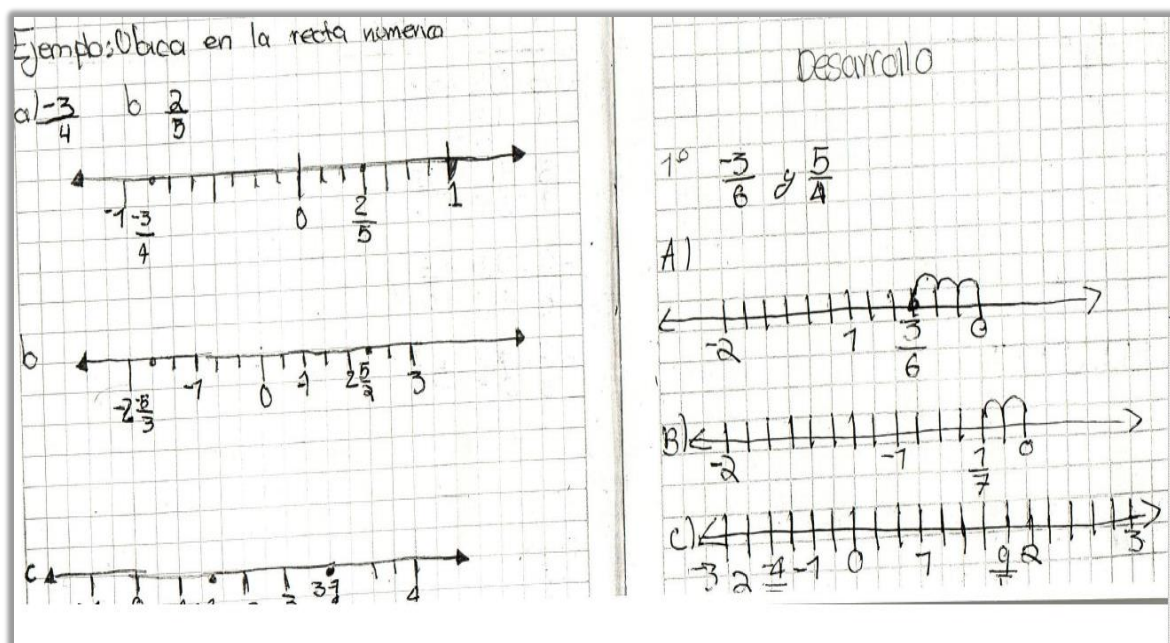
c)  $\frac{4}{10}$       g)  $\frac{8}{10}$

d)  $\frac{3}{4}$       e)  $\frac{2}{4}$

- La representación de gráfica de fracciones por yuxtaposición de rectángulos y sombreado, que dificulta posteriormente establecer relaciones de orden y de igualdad.



- La representación en la recta numérica que dificulta establecer relación de orden y de igualdad.



- La complejidad de la suma de fracciones homogéneas y de fracciones heterogéneas comparada con la adición en los números naturales y números enteros.

$D_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$   
 $D_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$   
 $D_{60} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$

Suma de fracciones Homogéneas

Las fracciones Homogéneas son las que tiene igual denominador, para sumar fracciones homogéneas se suman los numeradores y se conserva el mismo denominador se simplifica si es posible

Ejemplo:

$$a. \frac{3}{4} + \frac{9}{4} + \frac{8}{4} = \frac{3+9+8}{4} = \frac{20}{4} = \frac{10}{2} = \frac{5}{1} = 5$$

$$b. \frac{-9}{5} + \frac{3}{5} = \frac{-9+3}{5} = \frac{-6}{5}$$



Adición y sustracción de fracciones heterogéneas (Método Alvebrado)

$$* \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \times d}$$


---


$$* \frac{3}{5} + \frac{2}{4} = \frac{3 \cdot 4 + 5 \cdot 2}{5 \times 4} = \frac{12 + 10}{20}$$

$$\frac{22}{20} = \frac{11}{10}$$

- Definir y apropiar el concepto de otras operaciones como la multiplicación o la división de fraccionarios, que son presentadas por los docentes de matemática como definiciones, procedimientos o reglas generales (expresión algebraica) que no tienen significado relevante para los estudiantes que aún no han hecho el tránsito de la Aritmética al Álgebra.

## MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES

Se aplica la ley de los signos y se simplifica si es posible. Realiza las multiplicaciones que voy a continuación.

$$\frac{15}{3} \times \frac{9}{4} \times \frac{5}{3} \times \frac{9}{4} = \frac{45 \cdot 45}{12 \cdot 12} = \frac{15}{4}$$

$$\frac{10^{-7}}{3} \times \frac{9}{5} = \frac{-7 \cdot 9}{3 \cdot 5} = \frac{-63}{15} = \frac{-21}{5}$$

## División de Números Racionales

Debemos tener en cuenta la ley de los signos para dividir los números racionales debemos tener en cuenta la ley de los signos y tener la ley cruzada así:

$$-\frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 2} = \frac{-3 \cdot 7}{4 \cdot 2} = \frac{-21}{8}$$

En las gráficas anteriores evidencia la práctica generalizada de los docentes de hacer una “explicación” con un ejemplo particular, utilizando flechas para indicar procedimientos en cada operación; Se constató con los estudiantes que lo consignado en el cuaderno corresponde a fiel copia de lo escrito por el profesor en el tablero.

Multiplicación Q.  
 Para multiplicar debes hallar el producto de numerador con numerador y denominador con denominador así:

$$\frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{8}{7}\right) = \frac{-24}{35}$$

División Q  
 Debes multiplicar en  $\times$ ; la primera diagonal corresponde al numerador y la segunda al denominador así

$$\frac{a}{b} \div \frac{d}{c} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \Rightarrow \frac{1}{2} \div \left(-\frac{3}{8}\right) = \frac{1 \times 8}{2 \times (-3)} = \frac{-8}{6} = -\frac{4}{3}$$

Otro ejemplo:  
 $\left(-\frac{7}{2}\right) \div \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{-35}{-2} = \frac{35}{2}$

ⓐⓑ Para los signos tienes dos opciones los multiplicas de una vez o cuando hagas el producto.

También se puede expresar así:

$$\frac{-a}{\frac{b}{c}} = \frac{a \cdot c}{d \cdot d} \Rightarrow \left(\frac{-7}{2} \div \frac{-1}{5}\right) = \frac{-35}{-2} = \frac{35}{2}$$

ⓐⓑ El arco grande es el numerador te aconsejo solo marcar ese.

**EN RESUMEN** Suma y Resta  $\Delta$   $\rightarrow$  m.c.m  $\rightarrow$  Multiplicación  $\rightarrow$  División  $\left(\frac{C}{C}\right)$



En la parte inferior del material entregado por el profesor denominado “resumen” pretende que el estudiante memorice y aplique los procedimientos para operar con números racionales. También se registran las llamadas “fórmulas generales” (expresiones algebraicas).


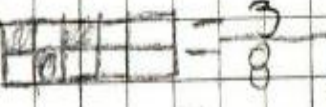
#### 4.2.3. Errores



El docente acepta en la representación gráfica de fracciones con unidades divididas en partes desiguales y con yuxtaposición de rectángulos sombreados que le dificultarán posteriormente establecer la relación de orden y de igualdad entre racionales:


EXERCICIO

Escribe la fracción que corresponde a la parte sombreada



 =  $\frac{1}{3}$ 
 =  $\frac{1}{2}$



 =  $\frac{1}{4}$ 
 =  $\frac{3}{8}$


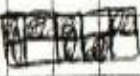
 =  $\frac{3}{8}$ 
 =  $\frac{1}{5}$

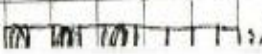
 =  $\frac{2}{6}$

Haz el gráfico que representen las siguientes fracciones

 a)  $\frac{4}{10}$ 


 f)  $\frac{3}{8}$ 


 g)  $\frac{4}{10}$ 


 h)  $\frac{3}{10}$

- Ausencia de significado para los estudiantes de grado quinto de primaria en la definición y de los procedimientos (fórmulas generales y diagramas con flechas) dados por los profesores para operar con fraccionarios, encontradas en una prueba escrita:

$$\frac{5+2}{4 \cdot 11} = \frac{5+2}{16} = \frac{7}{16} \times \quad \frac{8+1}{5 \cdot 2} = \frac{16+5}{10} = \frac{21}{10} \times$$

$$\frac{15+10}{3 \cdot 9} = \frac{45+30}{27} = \frac{120}{27} \times$$

$$\frac{11}{4} + \frac{13}{2} = \frac{22+52}{8} = \frac{74}{8} \times$$

22

October 1, 2017 / 3

$$\frac{11}{16} \quad \textcircled{12} \quad 8 \cdot \frac{8}{8} \times$$

$$\frac{9}{4} + \frac{11}{4} = \frac{44+10}{8} = \frac{81}{8} \times$$

$$\frac{7}{3} + \frac{1}{3} = \frac{24+2}{3} = \frac{23}{6} \times$$

$$\frac{23}{8} - \frac{23}{5} = \frac{46-21}{20} = \frac{67}{20}$$

96

Ausencia de lo “fenomenológico” concebido como la aplicación de las fracciones y sus operaciones en la vida práctica o en la solución de problemas. Se presentan a continuación dos talleres propuestos por los docentes, el primero para grado quinto y el otro para grado séptimo:

### Sumar y Restar Fracciones (B)

Halle el valor de cada expresión en los menores términos posibles.

1. $\frac{9}{4} + \frac{11}{4}$ <del>X</del>	5. $\frac{19}{2} + \frac{2}{3}$	9. $\frac{5}{3} - \frac{7}{10}$
2. $\frac{7}{2} + \frac{1}{3}$ <del>X</del>	6. $\frac{7}{3} - \frac{1}{2}$	10. $\frac{7}{11} + \frac{5}{3}$
3. $\frac{7}{4} - \frac{9}{7}$	7. $\frac{23}{2} - \frac{23}{5}$ <del>X</del>	11. $\frac{5}{2} + \frac{23}{10}$
4. $\frac{9}{2} + \frac{7}{3}$	8. $\frac{11}{8} + \frac{1}{8}$ <del>X</del>	12. $\frac{5}{3} - \frac{15}{11}$

Fecha: 07/06/18

## EVALUACION

Cada día que despiertas tienes la oportunidad de amarte más

1. Simplifica las siguientes fracciones hasta encontrar la fracción irreductible

a)  $\frac{720}{900}$

b)  $\frac{375}{225}$

c)  $\frac{48}{60}$

d)  $\frac{98}{112}$

2) Compara las siguientes fracciones coloca mayor, menor o igual. Muestra el proceso (16)

a)  $\frac{-3}{4} > \frac{-7}{5}$   
-15      -28

b)  $\frac{8}{1} = \frac{32}{4}$

c)  $\frac{-7}{3} < \frac{5}{3}$   
-21      15

(b) 32      32

3) Encuentra dos fracciones equivalentes. Muestra el proceso (3)

$$\frac{7}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{21}{15} \times \frac{3}{3} = \frac{63}{45}$$

### 4.3. Análisis de contenido en la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones:

#### 4.3.1. Lo histórico- epistemológico

Existe una buena producción en relación con lo histórico- epistemológico de las fracciones que permiten hacer un recorrido desde las civilizaciones antiguas hasta nuestros tiempos; también le permite conocer al profesor la importancia de los conceptos, sus desarrollos en diferentes contextos, organizar los focos de interés y los contenidos de acuerdo a su complejidad, también puede ser utilizado en lo didáctico y lo motivacional, especialmente las reseñas históricas, que pueden convertirse en recurso para lograr interesar a los estudiantes en lo objetos de estudio y de aprendizaje. Rico (2016) publica un estudio metodológico del número fraccionario en el 6° nivel de la E.G.B.<sup>4</sup> que contiene elementos en torno a los antecedentes históricos y el empleo social de las fracciones. Al revisar la programación realizada por los profesores de matemáticas de la Normal Superior Santiago de Cali, en las agendas de trabajo pedagógicas (revisadas en la sección 4.1.2), dichos elementos no aparecen evidenciados, tampoco en las guías de enseñanza para docentes de primaria de los textos “Todos a aprender 2.0”, entregadas por el MEN para la educación básica primaria. En los textos del mismo programa denominados: “Cuadernillo del estudiante”, tampoco se utilizan referentes históricos. En básica secundaria no hay textos guía, los objetos de revisión fueron: las agendas de los docentes, los cuadernos de los estudiantes y los talleres entregados por los profesores; en ellos tampoco se encontraron evidencias sobre referentes histórico-epistemológicos abordados por los profesores o de lo histórico presentado a los estudiantes.

Rico (2016) determina cuatro empleos básicos del concepto de fracción en la actualidad:

- i. Fracción de las unidades fundamentales del Sistema Métrico.*
- ii. Fracciones de unidades o períodos temporales.*
- iii. Fracciones en situaciones de contrato, convenio o reparto.*
- iv. Fracciones en situaciones culturales o históricas, la mayor parte en desuso o habiendo perdido el significado de fracción.”*

Desde la perspectiva de modelo de análisis local, para los estudiantes de educación básica de la escuela normal, los empleos del concepto de fracción están ligados a su vida familiar o social,

---

<sup>4</sup> Corresponde a un nivel educativo del sistema en España.



más que en el ámbito escolar, pues ha sido una tradición en las familias de la ciudad, que los niños o jóvenes en edad escolar realicen compras menores o “mandados” en los establecimientos de barrio (tiendas, ferreterías, misceláneas, restaurantes, etc.), entre las que se pueden reconocer (en relación con los apartados del trabajo en el 6° de EGB) las siguientes:

Apartado i.

- Peso:  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$  de libra de alimentos (carne, arroz, frutas, verduras, etc.)
- Capacidad:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ , de litro de leche o aceite de cocina;  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{16}$  de galón de combustible, aceite automotor o pintura;
- Longitud:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$  de metro de cuerda;  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{16}$  de pulgada para largo de puntilla o diámetro de tubería
- Superficie:  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{16}$  de metro cuadrado de tela;  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{16}$  pliego de papel o cartulina.
- Volumen:  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{16}$  de metro cúbico de arena o balastro;  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{16}$  de bulto de cemento.

Apartado ii.

- Tiempo:  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$  de hora

Apartado iii.

- Partir alimentos:  $\frac{1}{2}$ , de torta o pizza
- Torneos de fútbol:  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{16}$  fases

Apartado iv.

- Orientación:  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$  de vuelta o giro (derecha o izquierda)

En relación con la fenomenología de las fracciones vista solo el significado que tienen para el estudiante en su vida cotidiana o en las situaciones problema planteadas en las actividades o talleres propuestos por el docente, que se relacionan con de fenómenos observables en el medio, no se encontraron evidencias o registros.

#### **4.3.2. Las representaciones y la modelización**

La representación y construcción de conceptos en la enseñanza de las fracciones son importantes, en los trabajos realizados por Castro y Castro (1997) las representaciones son notaciones simbólicas o gráficas, específicas para cada noción, mediante las que se expresan los conceptos y procedimientos matemáticos, así como las características y propiedades más

relevantes; la noción de representación es vinculada a los signos, notaciones, figuras y expresiones usuales de las matemáticas; la noción de modelo a los esquemas o materiales estructurados, conectados mediante leyes o reglas que ofrecen una imagen isomorfa de un concepto respecto a determinadas relaciones y propiedades. En referencia a representaciones y construcción de conceptos destacan dos cambios desde una perspectiva didáctica: el primero el progresivo incremento de diversidad de esquemas, cuadros, figuras e ilustraciones en los libros de texto escolares; el segundo el concepto de “representación” precisado por muchos investigadores (Goldin (2002), Duval (1993), Vergnaud (1987), entre otros). También plantean la pluralidad de los sistemas de representación para un mismo concepto, el manejo de los diferentes sistemas de representación ligados fuertemente a los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Desde los anteriores planteamientos se hace una revisión previa de los textos del programa PTA, entregados por el MEN a las instituciones focalizadas por sus bajos desempeños en pruebas Saber aplicadas en básica primaria; aunque la Escuela Normal Superior no fue focalizada, los docentes utilizan la publicación en PDF de los textos en mención, se determinó hacer la revisión de algunos de los textos usados por los docentes de la escuela normal en básica primaria.

- Título del Texto: “El desfile de los continentes” matemáticas grado segundo, módulo c, cuadernillo del estudiante, página 27:

## Centro 3 - Fracciones para mi colección - Hojas "Lo que estoy aprendiendo"

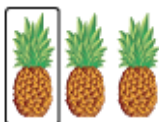
### El sentido de las operaciones

Agrega una representación personal de cada una de las siguientes fracciones.

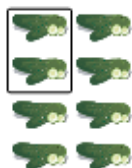
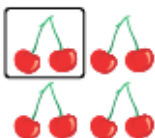
Un medio



Un tercio



Un cuarto



Se utilizan gráficas para explicarle al estudiante y que luego represente fracciones de una colección de objetos y en un solo objeto (en la relación parte todo): un medio, un tercio y un cuarto; sin utilizar la notación para las fracciones.

- Texto: "Se necesita un arquitecto para un zoológico" matemáticas grado tercero, módulo c, cuadernillo del estudiante, página 29:

## Centro 4 - Los fraccionarios en acción - Hojas « Lo que estoy aprendiendo »

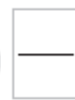
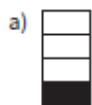
### Fraccionarios

Una **fracción** es una manera de escribir un número que se puede expresar de la forma  $\frac{a}{b}$  en donde **a** y **b** son números enteros y b es diferente a 0.

$\frac{1}{8}$  —→ **Numerador:** Es el número de partes equivalentes tomadas.

$\frac{1}{8}$  —→ **Denominador:** Es el número de partes equivalentes que conforman el todo.

¿Qué fracción de un todo o de la colección representa la parte sombreada en los siguientes ejemplos?



Encierra en un círculo las figuras que fueron divididas correctamente en partes isométricas. Las partes isométricas se superponen y son iguales.

1.



2. Cuadrado



3.



4.



5.



6.



¿Encerraste en un círculo todas las figuras planas?

¿Qué información es importante para representar una fracción?

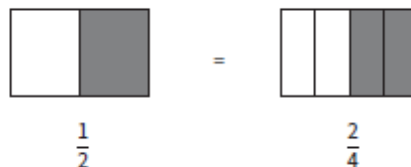
Se presenta la noción de fraccionario en términos de una definición, se utiliza notación algebraica, flechas y gráficas con figuras sombreadas en la relación parte todo y de una colección de objetos iguales, presentan la fracción como un cociente indicado y “se pretende reforzar la importancia de partir la unidad en partes iguales, pero se usa la expresión “partes isomorfas”, donde se ignora el grado de escolaridad del estudiante que realizará el ejercicio grado tercero).

En la página 55 del mismo texto, para niños de grado tercero:

## Centro 1 - Más de un nombre para un mismo fraccionario - Hojas « Lo que estoy aprendiendo »

### Fracciones

- Las fracciones equivalentes son fracciones que representan la misma parte de un todo.
- Se trata de dos representaciones de la misma cantidad. Las representaciones pueden ser distintas, pero representan el mismo número.
- Dos fracciones equivalentes son representaciones de la misma parte de un todo. Como se ve en el dibujo, las fracciones  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{2}{4}$  son equivalentes: si dividimos un rectángulo en dos partes iguales y tomamos una de esas partes ( $\frac{1}{2}$ ), obtenemos la misma cantidad que al dividir el rectángulo en cuatro partes iguales y tomar dos de ellas ( $\frac{2}{4}$ ).



- a) ¿Qué fracción de la figura está de color negro? Encuentra maneras diferentes de escribir la misma fracción.



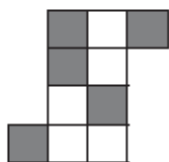
Las siguientes fracciones  
son equivalentes:


Las siguientes fracciones  
son equivalentes:

- b) Sombrea una parte de la forma geométrica o de la colección presentada abajo.  
Escribe al menos dos maneras posibles de nombrar la fracción que representa la parte sombreada.



Las siguientes fracciones  
son equivalentes:


Las siguientes fracciones  
son equivalentes:

Se utiliza la relación parte todo, la representación gráfica de dos fracciones con regiones sombreadas y el lenguaje corriente con definiciones, como condición suficiente para que el estudiante obtenga fracciones equivalentes, se presenta ambigüedad en las gráficas que presentan colecciones de objetos.

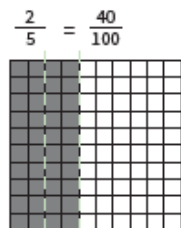
Texto: “El desfile de mi pueblo” matemáticas grados cuarto, módulo c, cuadernillo del estudiante, página 106:

## Centro 5 - La reconstrucción de la ciudad - Hojas «Lo que estoy aprendiendo»

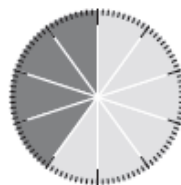
Representa una fracción cuyo denominador sea 100.

Ejemplo de fracción:

$$\frac{2}{5}$$



$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$$



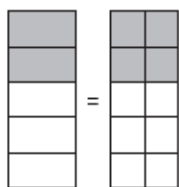
1) ¿La fracción escogida es superior? Colocar las fracciones de manera bien alineada

- a) a 0?
- b) a 12?
- c) a 1?

2) Asocia la fracción  $\frac{40}{100}$  o  $\frac{2}{5}$  al número decimal correspondiente en la lista. Haz el cálculo para encontrar el número decimal correcto.

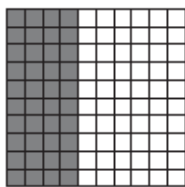
Lista de los números decimales:: 0,45 - 0,80 - 0,62 - 0,40 - 0,56 - 0,60

Ej. 1



$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$$

Ej. 2



$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{0,4}{0,40}$$

Ej. 3

$$\frac{2}{5} + \frac{2}{2} = \frac{4}{10} = 0,4$$

Se pretende que estudiante entienda la equivalencia entre dos fracciones y el número decimal correspondiente, emplean la representación gráfica con figuras sombreadas rectangulares (dividida en cuadrícula) y un círculo (dividido en grados). En los ejemplos 2 y 3 del numeral 2 los valores erróneos, se convierten en distractores que dificultan la comprensión del estudiante.

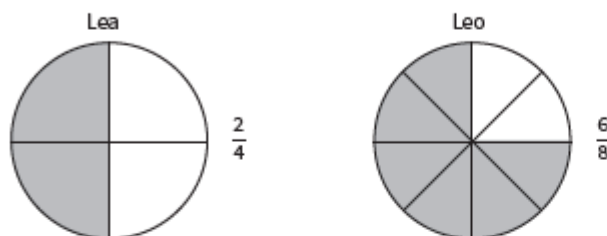
Texto: “El refugio de animales”, matemáticas grado quinto, módulo c, cuadernillo del estudiante, página 72:

## Centro 2 - El cuartel - Hojas "Lo que estoy aprendiendo"

Examina la siguiente situación :

"Lea y Leo están comiendo de la misma pizza. Lea come  $\frac{2}{4}$  de una pizza y Leo come  $\frac{6}{8}$  . ¿Qué parte de la pizza se comieron entre los dos?"

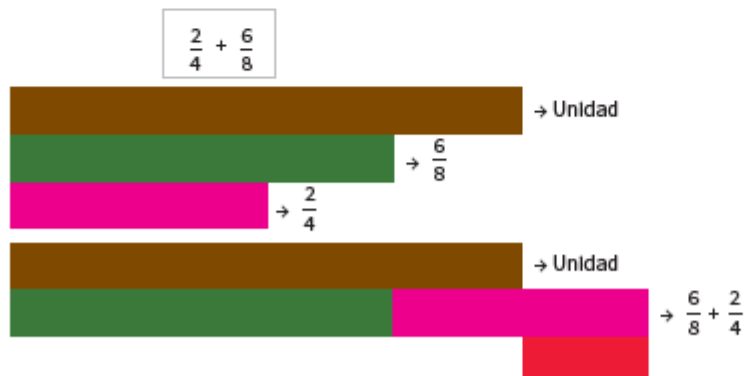
Si fuéramos a representar el problema con la ayuda de dibujos, podríamos representarlo así:



Podemos quitar  $\frac{1}{4}$  a  $\frac{6}{8}$   
y colocarlos con  $\frac{2}{4}$  para  
formar un círculo completo,  
una unidad. Sobra  $\frac{1}{4}$

$$\text{Entonces } \frac{2}{4} \text{ y } \frac{6}{8} = 1 \frac{1}{4}$$

Podríamos utilizar las regletas de Cuisenaire. Para representar la unidad, escoja la tira de colores café. Para representar las dos fracciones escoja tiras de otros colores.



La suma es una regleta café y una roja. Una regleta roja es  $\frac{1}{4}$  de una regleta café.

$$\text{Entonces } \frac{6}{8} + \frac{2}{4} = 1 \frac{1}{4}$$

Utilizan gráficas de regiones circulares sombreadas y rectángulos de colores (que el estudiante debe percibir como "tiras o regletas de colores") para hacer la suma de dos fracciones que dan como resultado un número mixto. En la situación problema inicial, la expresión: "comen de la misma pizza" es ambigua y podría concluirse que sería imposible que Leo y Lea pudiesen consumir las cantidades planteadas en el problema.

En básica secundaria de la escuela normal a los estudiantes no les piden texto guía; al revisar los cuadernos de los estudiantes donde consignan del tablero las explicaciones del docente, que son fiel transcripción de lo escrito por este, se observa el uso de diagramas con flecha, expresiones

algebraicas o fórmulas generales, ejemplos particulares acompañados de flechas con signos de operaciones que indican los procedimientos, procedimientos descritos en el lenguaje común escrito, notas de alerta al estilo de tira cómica (ver secciones: 4.2.1. y 4.2.2. páginas 88, 93,94 y 95). En estos materiales el docente pretende representar y modelar los procedimientos para que estudiantes de grado 7° en las operaciones (adición, multiplicación y división) con fracciones.

### **4.3.3. Lo fenomenológico:**

En los trabajos desarrollados por Luis Puig sobre el análisis fenomenológico, apoyado en la obra de Hans Freudenthal, conserva el término: “fenómeno” como una forma de hablar de lo que es objeto de nuestra experiencia matemática y lo considera en relación con lo que llama: “medio de organización” por la función que cumplen los conceptos matemáticos, Puig (1997). Para el concepto de fracción se buscó identificar los fenómenos y su relación con el concepto aprovechados por los maestros de la escuela normal, con la revisión de las agendas pedagógicas, explicaciones consignadas en los cuadernos de los estudiantes, los talleres propuestos por los maestros y los textos de matemáticas del PTA que trabajan los docentes en cada grado.

- En las agendas pedagógicas (ver sección 4.1.2, páginas 78 a 80 del presente trabajo) que la planeación de los docentes no se encuentra evidencia del uso pedagógico de los fenómenos asociados al concepto de fracción, ni en las actividades, ni en los indicadores de desempeño; como parte final de las actividades a desarrollar para terminar la unidad, se explicita el uso de las operaciones con fracciones o racionales (adición, sustracción y multiplicación) para solucionar problemas (como aplicación de estas), después de haber ejercitado la operatoria con fracciones y concebir los problemas como aplicación de dichas operaciones.
- En los talleres y evaluaciones (ver sección 4.2.3, páginas 96 a 100 del presente trabajo) no se encontró evidencia de la aplicación de lo planeado para la solución de problemas como aplicación de la parte operatoria, solo se presentan operaciones con fracciones, sin asociación a fenómenos o actividades observables o realizables en la vida cotidiana.
- En anotaciones consignadas en los cuadernos, escritas en el tablero o dictadas por el profesor (ver sección 4.2.2, páginas 93 a 95 del presente trabajo). No se evidencia fenómenos asociados al concepto de fracción, ni problemas de aplicación en la solución de



problemas. Se encuentran conceptos, definiciones y procedimientos de cómo operar con fracciones.

- En los textos del PTA (ver sección 4.3.2, páginas 105 a 108 del presente trabajo) aunque tienen riqueza en gráficas e ilustraciones conservan el mismo esquema de las explicaciones de los docentes, como definiciones o procedimientos “recetas”. Pero sí se encuentran evidencias donde se proponen situaciones problema o actividades de la vida cotidiana, donde se aplica el concepto de fracción y sus operaciones.

#### **4.4. Análisis de instrucción en la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones**

Las actividades, los recursos y los materiales vistos desde la práctica educativa, pueden ser considerados como temas de investigación en Educación Matemática, según los planteamientos de Moisés Coriat (1997). Se hizo la revisión de los mismos documentos de la sección anterior 4.3.3 (agendas pedagógicas, cuadernos de los estudiantes, talleres propuestos por los maestros y los textos de matemáticas del PTA)

##### **4.4.1. Actividades**

- En las agendas pedagógicas (ver sección 4.1.2, páginas 78 a 80 del presente trabajo) se encuentran planeadas las siguientes actividades: Juego de preguntas, salida individual al tablero para resolver ejercicios, trabajo grupal e individual en la resolución de talleres y resolver problemas que involucre la operatoria con fracciones.
- En los talleres y evaluaciones (ver sección 4.2.3, páginas 96 a 100 del presente trabajo) la actividad propuesta de manera recurrente, es la de desarrollar varios ejercicios similares a los realizados por el docente en la “explicación del tema”; no se evidencian actividades diferentes, ni siquiera en la planeada como resolución de problemas.
- En anotaciones consignadas en los cuadernos, escritas en el tablero o dictadas por el profesor (ver sección 4.2.2, páginas 93 a 95 del presente trabajo) la situación es igual a la planteada anteriormente, no se evidencian actividades diferentes, ni siquiera en resolución de problemas.

- En los textos del PTA (ver sección 4.3.2, páginas 105 a 108 del presente trabajo) se evidencia diversas actividades propuestas, donde se incluyen el planteamiento y resolución de problemas, el uso de material manipulativo, la modelación y el uso de gráficas que pretenden ayudar construir conceptos o contribuir a la identificación y aplicación procedimientos para el concepto de fracción, operatoria, relación de equivalencia entre otras. Pero también es recurrente lo que se ha identificado con las prácticas de aula, donde se presenta un ejemplo o una definición y después se pide al estudiante que repita o aplique (“la receta” o “la fórmula” dada) a manera de aplicación con otros ejemplos particulares.

#### **4.4.2. Materiales y recursos**

Entendidos los materiales como los diseñados con fines educativos (material didáctico) y por recursos como cualquier material no diseñado para el aprendizaje de un concepto o procedimiento, incorporado por el profesor en el proceso de enseñanza, Moisés Coriat (1997); para la enseñanza de las fracciones también se hizo la revisión de los mismos documentos de la sección anterior 4.3.3 (agendas pedagógicas, cuadernos de los estudiantes, talleres propuestos por los maestros y los textos de matemáticas del PTA) en los cuales se encontró lo siguiente:

- En las agendas pedagógicas (ver sección 4.1.2, páginas 78 a 80 del presente trabajo) el formato diseñado para la planeación no incluye en sus columnas el espacio para registro de recursos y material didáctico a utilizar por parte del profesor, esto imposibilita determinar los recursos o materiales que se emplean en el proceso de enseñanza aprendizaje de las fracciones en la educación básica de dicha normal superior.
- En los talleres y evaluaciones propuestos por los docentes (ver sección 4.2.3, páginas 96 a 100 del presente trabajo) no se encontraron actividades donde se proponga el uso de material manipulativo diseñado para la enseñanza de las fracciones. Solo en una docente encontramos que adicional a cada taller entrega un material a manera de resumen donde consigna, de manera sintética los conceptos y utilizando gráficos o diagramas modela procedimientos para la parte operatoria.
- En anotaciones consignadas en los cuadernos, escritas en el tablero o dictadas por el profesor (ver sección 4.2.2, páginas 93 a 95 del presente trabajo) solo se evidencia el uso de representación gráfica (visualización) de fracciones con áreas sombreadas, parte de una

colección encerrada en una línea curva y representación en la recta numérica. No se encontró evidencias de uso de material manipulativo.

- En los textos del PTA (ver sección 4.3.2, páginas 105 a 108 del presente trabajo y en respectivo cuaderno del docente) se propone una gran variedad de material manipulativo a utilizar por parte del docente en el proceso de enseñanza y para el estudiante en su proceso de aprendizaje en el caso de la básica primaria, pues en la básica secundaria no hay producción de textos por parte del programa PTA. La tendencia general en la escuela normal es a hacer poco uso del material concreto y manipulativo en la enseñanza de las fracciones, se persiste de manera repetitiva, en los diferentes grados de la educación básica, en la representación gráfica de regiones sombreadas.

#### **4.4.3. Programación de unidades didácticas**

Concebida la programación de unidades didácticas como un instrumento valioso de planificación educativa, de evaluación de la enseñanza-aprendizaje y de sistematización de experiencias de las prácticas de aula; que permiten la retroalimentación, investigación, reflexión, análisis y mejoramiento de la práctica educativa por parte de los profesores; en congruencia con los planteamientos de Rico y Marín (1997). Se identifica en la Escuela Normal Superior Santiago de Cali, el instrumento llamado: “agenda pedagógica” (o “agenda de trabajo” del área de la Gestión Académica) como el instrumento (oficial, institucional, construido y aprobado por el Consejo Académico) utilizado por profesores de la institución para planear y ejecutar unidades didácticas.

Al revisar las agendas pedagógicas (ver sección 4.1.2, páginas 78 a 80 del presente trabajo) se encuentra:

- Un formato diseñado como matriz que tiene un encabezado donde se consignan datos generales como: nombre del docente, área/asignatura, grado, año lectivo, período académico (son tres períodos académicos), pregunta problema (el PEI de la normal define su modelo pedagógico en el aprendizaje por problemas) Competencias propias del área.
- Las columnas del formato tienen las siguientes denominaciones de izquierda a derecha: semana, ámbitos conceptuales, estándares y/o derechos básicos de aprendizaje, indicadores de desempeño, actividades y estrategias de evaluación.
- Los tiempos que disponen los profesores para la elaboración del instrumento son: cinco semanas de desarrollo institucional (donde se programan momentos de trabajo por áreas:

tres a inicio del año escolar, una en semana santa y una en octubre) y las dos horas (dentro o fuera de la institución) de trabajo individual diario fuera de la asignación académica.

- La casilla tiene copia textual en su gran mayoría) de los documentos entregados por el MEN, que fueron revisados en capítulo 4 de los organizadores del currículo.
- Al comparar los documentos de los tres últimos años las agendas no presentan diferencias sustanciales en su contenido, solo cambian las fechas, el nombre del docente responsable y las semanas en que se van a desarrollar.
- En teoría las agendas pedagógicas deben ser fruto del trabajo en equipo de los profesores del área, pero en la práctica los docentes se las distribuyen por grados, para el trabajo individual del docente y no del área, según su asignación académica y luego recopilan para ser entregadas a respectivo coordinador académico.
- Los docentes entregan las agendas a iniciar cada período académico del año lectivo, pero es recurrente que dicha entrega la hace el docente al finalizar el período, es decir que no se usan como instrumento de planificación.
- No se encuentran observaciones sobre el desarrollo de las unidades y la evaluación se refiere a la evaluación de aprendizajes de los estudiantes, no hay referentes para la evaluación de la unidad como tal, ni de los procesos desarrollados.
- Las actividades son descritas de manera general como: elaboración de talleres, salidas al tablero y trabajo individual o en grupo.

## Capítulo 5

### Resultados

Los resultados se presentan en congruencia con el modelo planteado en la figura 5 del “Modelo de Análisis Didáctico como Metodología de Investigación Cualitativa”, después de hacer el respectivo análisis (Curricular, de Contenido, Cognitivo e de Instrucción) posibilitan generar resultados en las cuatro síntesis que plantea el modelo y las teorías desarrolladas por el PNA que la soportan.

#### 5.1. Síntesis de propósitos del sistema educativo

Esta síntesis se construye con sustento de lo realizado en el Análisis Curricular.

El sistema educativo colombiano con la promulgación de la Ley General de Educación y sus decretos reglamentarios, ofrece a las instituciones oficiales y privadas de educación Preescolar, Básica y Media del país permite la “autonomía institucional”, para construir sus proyectos educativos institucionales y desarrollar currículos pertinentes de acuerdo a los contextos, pero simultáneamente surge la preocupación de tener referentes comunes en materia de los currículos desarrollados y los contenidos abordados, el esfuerzo del MEN se materializa por más de dos décadas con sus publicaciones (Lineamientos Curriculares, Estándares Básicos de Competencia, Derechos Básicos de Aprendizaje, Mallas de Aprendizaje, Índice Sintético de Calidad Educativa), que son concebidos y funcionan como organizadores del currículo que pretenden alinearlos, para poder responder a las exigencias de orden global como el Banco Mundial y la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) entre otras. Los libros de textos que producen las editoriales y que circulan en el ámbito escolar, que contienen los elementos direccionados por el MEN y que tienen un fuerte arraigo por los contenidos de las diferentes áreas obligatorias, se constituyen en organizadores del currículo de gran influencia en el medio educativo institucional, territorial y nacional. Las dimensiones del currículo cumplen un papel preponderante en los Modelos Locales de Análisis Didáctico que incluyen lo social, lo cultural, lo cognitivo y lo ético-formativo.

En relación con el conocimiento profesional del docente que se desempeña en educación básica se pueden destacar tres situaciones:

- Entre los docentes que se desempeñan en básica primaria no hay licenciados en matemáticas, asumen la enseñanza de las matemáticas de grado primero a quinto docentes formados en otras áreas del conocimiento con una presencia importante de normalistas superiores.
- En básica secundaria la totalidad de los docentes de matemáticas son licenciados y formados en el saber disciplinar de su área de desempeño y la gran mayoría también son normalistas superiores.
- En la revisión del plan de estudios del Programa de Formación Complementaria de la Escuela Normal se evidencia que la formación del futuro docente en matemáticas, está orientada a la didáctica y la elaboración de materiales, no existe una formación disciplinar en el área, por lo tanto, solo cuentan con los aprendizajes de la educación básica y media.

## **5.2. Síntesis de focos prioritarios**

Esta síntesis se construye con sustento de lo realizado en el Análisis de Contenido.

En la enseñanza de las fracciones los profesores de educación básica utilizan mínimamente los elementos histórico-epistemológicos, como recurso para motivar a los estudiantes, tampoco les posibilita evidenciar la complejidad de los objetos matemáticos a trabajar e incluirlos en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las fracciones. Lo fenomenológico como un recurso que permite asociar al aprendizaje elementos de matemática realista, que potencialmente pueden ser significativos para los estudiantes en el aprendizaje de las fracciones y su aplicabilidad, no son aprovechados por los profesores.

La representación y modelación en torno a la enseñanza de las fracciones por parte de los profesores se circunscribe a la presentación gráfica con áreas sombreadas especialmente de rectángulos y círculos.

## **5.3. Síntesis de la organización del aprendizaje**

Esta síntesis se construye con sustento de lo realizado en el Análisis Cognitivo.

Las dificultades y errores recurrentes en los estudiantes de educación básica en torno a la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones, tienen su origen principal en los obstáculos de orden didáctico, que subyacen a las prácticas de aula donde se hacen o se plantean desarrollos inapropiados por parte de los profesores en:

- El abuso de representación gráfica de fracciones con áreas sombreadas de rectángulos, donde se parte la unidad en partes desiguales en las regiones circulares o por yuxtaposición de rectángulos que convierte cualquier fracción de la unidad en la misma área rectangular.
- Los procedimientos entregados por el profesor a manera de “receta” para que el estudiante opere con fracciones (adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación) y establezca relaciones de igualdad, orden y equivalencia; realizando talleres con ejercicios repetitivos, con ausencia total de su aplicación en el planteamiento y resolución de problemas.
- La representación de fracciones en la recta numérica que no tiene significado para los estudiantes, además se representa cada fracción en una recta numérica diferente, lo que no permite establecer relación de orden, ni de equivalencia.

#### **5.4. Síntesis de diseño o evaluación de unidades didácticas**

Esta síntesis se construye con sustento de lo realizado en el Análisis de Instrucción.

Revisados los planes de área y las agendas pedagógicas (formatos donde se escriben: semanas lectivas, ámbitos conceptuales, estándares o DBA, indicadores de desempeño, actividades y estrategia de evaluación) elaboradas por los docentes como instrumentos para la planeación y de elaboración unidades didácticas en todas las áreas, incluida el área de Matemáticas y por ende la enseñanza de las fracciones; se observa la transcripción exacta de las definiciones y ejercicios de los textos publicados por el MEN o de los libros guía que circulan en el mercado editorial, descripción de actividades y estrategias de evaluación de manera general o genérica (taller, prueba escrita, exposición, video, etc.), práctica que dificulta conocer de manera específica los procesos desarrollados en el aula. Puede afirmarse entonces que la programación, desarrollo y evaluación de unidades didácticas no se concretan en esta institución educativa, existe un instrumento que se diligencia para cumplir una exigencia institucional, pero no se constituye en un elemento de planeación efectivo.

## Capítulo 6

### Conclusiones

#### 6.1. Conclusiones generales

Las conclusiones generales del presente trabajo están alineadas con los objetivos y los resultados esperados, pues las referentes al objeto de estudio en torno al aprendizaje y enseñanza de las fracciones están explicitadas en la revisión documental y en el capítulo anterior.

- El desarrollo del presente trabajo permite concretar una propuesta de formación para profesores en ejercicio basada en el análisis y la comprensión de las dificultades presentes en la enseñanza de las fracciones en la Educación básica, aunque podría ser en torno a cualquier otro contenido de las matemáticas que se fundamenta en la propuesta de los Organizadores del Currículo y el Análisis Didáctico, concebido como estrategia metodológica de formación de profesores, que incluye el diseño y desarrollo de unidades didácticas para los maestros en ejercicio o que se encuentran en formación inicial en el Programa de Formación Complementaria de la escuela normal y de investigación cualitativa para los docentes en ejercicio, en los que se pueden aplicar los tres ejes (Pedagogía, Investigación y Evaluación) definidos por la Política Pública para la formación de profesores en Colombia.
- La descripción e identificación de las dificultades presentes en la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones en la Educación básica en la Escuela Normal Superior Santiago de Cali, sintetizadas en una comparación de las dificultades originadas por elecciones de tipo didáctico del docente, versus las dificultades que se le presentan al estudiante consecuencia de dichas elecciones; se sintetizan a continuación:
  - Desestimar lo histórico epistemológico/ ausencia de significado del origen en lo geométrico y en lo social
  - Definir la fracción como un cociente indicado de números naturales/ apropiar la fracción en la relación parte todo o como operador
  - Permitir representaciones gráficas incorrectas/ apropiarse de lo continuo y lo discreto de las fracciones, poder establecer relaciones
  - Entregar fórmulas para operar con fracciones/ operar con fracciones con el referente de la operatoria con naturales



- Presentar la relación de orden asociada a la multiplicación de los términos y el orden en los naturales/ establecer la relación de orden en las fracciones con el referente de orden en los naturales y confundir equivalencia de fracciones con igualdad.
- La caracterización del “conocimiento pedagógico y didáctico del contenido” apropiado para la enseñanza de las fracciones en Educación básica, debe contener al menos tres componentes fundamentales: el estudio histórico-epistemológico, las representaciones y la modelización, y lo fenomenológico; para que el docente identifique los focos prioritarios para la enseñanza de las fracciones. Respecto a dichos componentes en la Escuela Normal Santiago de Cali se encontró:
- Al revisar la programación realizada por los profesores de matemáticas de la Normal Superior Santiago de Cali, en las agendas de trabajo pedagógico, no aparecen referenciados, ni descritos, tampoco en las guías de enseñanza para docentes de primaria de los textos que emplean en la educación básica primaria. En básica secundaria no hay textos guía, los objetos de revisión fueron: las agendas de los docentes, los cuadernos de los estudiantes y los talleres entregados por los profesores; en ellos tampoco se encontraron evidencias sobre referentes histórico-epistemológicos abordados por los profesores o de lo histórico presentado o consultado por los estudiantes.
  - En primaria se utilizan el material en medio magnético del PTA, donde se puede encontrar gráficas para explicarle al estudiante, luego debe representar fracciones de una colección de objetos y en un solo objeto (en la relación parte todo) un medio, un tercio y un cuarto; sin utilizar la notación para las fracciones, pero introducen el uso de lo discreto y lo continuo sin hacer resaltar la diferencia.
  - En básica secundaria no utiliza texto guía, el docente hace representaciones de gráficas de regiones sombreadas o en la recta numérica en el tablero.
  - En relación con la fenomenología de las fracciones vista desde el significado que tienen para el estudiante en su vida cotidiana o en las situaciones problema planteadas en las actividades o talleres propuestos por el docente, que se relacionan con fenómenos observables en el medio, no se encontraron evidencias o registros de estudio o de su aplicación

- Con sustento en el componente teórico del presente trabajo y el desarrollo de la investigación realizada, la aplicación del modelo de Análisis Didáctico propuesto en la Figura 5. (Modelo de Análisis Didáctico como metodología de investigación cualitativa en Educación Matemática) es posible diseñar una propuesta de formación para los estudiantes del PFC de la Escuela Normal Superior Santiago de Cali, que permita enriquecer el perfil del egresado en el conocimiento disciplinar de las matemáticas y en la didáctica. La propuesta de formación está presentada de manera general para ser aplicada en cualquier contenido de la matemática escolar de educación básica primaria. La propuesta de formación se presenta en forma completa en los anexos de este trabajo (se debe aclarar que la propuesta se presenta en un cuadro, que corresponde a un formato institucional del establecimiento educativo para el PFC, donde se relacionan los contenidos a desarrollar en un semestre para la disciplina denominada: Didáctica de las Matemáticas).

Unidad	Nombre de la Unidad	Tema
1	Conocimiento profesional del docente de matemáticas de preescolar y básica primaria	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Evaluación diagnóstica</li> <li>- Autoevaluación: fortalezas y debilidades en el conocimiento disciplinar del estudiante del PFC</li> <li>- Estrategias para suplir las carencias</li> </ul>
2	Didáctica general y didáctica de las matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Breve historia de la didáctica general</li> <li>- Referentes teóricos de la didáctica de las matemáticas y el análisis didáctico</li> </ul>
3	El Análisis Didáctico y la formación inicial de profesores	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Análisis Curricular</li> <li>- Análisis de Contenido</li> <li>- Análisis Cognitivo</li> <li>- Análisis de Instrucción (Evaluación y diseño de unidades didácticas)</li> </ul>
4	El modelo de Análisis Didáctico como metodología de investigación cualitativa	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Presentación y estudio de modelo de análisis didáctico</li> <li>- Aplicabilidad del modelo en proyectos de investigación en la enseñanza de las matemáticas en preescolar y básica primaria</li> </ul>
5	Propuestas de investigación para el proyecto integrador	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identificación de problemas de investigación relacionados con el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en preescolar y básica primaria</li> <li>- Definición del proyecto de investigación a desarrollar en el proyecto integrador.</li> </ul>

- En la institución donde se realizó la revisión documental posibilitó identificar y describir las dificultades en la enseñanza de las fracciones, presentes en la educación básica y las conclusiones obtenidas; permiten hacer un análisis desde el área de matemáticas del establecimiento educativo: sus prácticas, los materiales, recursos, actividades, la representación, modelización, la evaluación de los aprendizajes, los aspectos históricos epistemológicos y demás componentes del Análisis Didáctico para aprovecharlos como insumo en los procesos de planificación como: los planes de área y de aula, y que puedan ser materializados en el diseño y desarrollo de Unidades Didácticas pertinentes, que tengan un carácter innovador y estén enfocadas en la superación de las dificultades evidenciadas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las fracciones.

## **6.2. Sugerencias**

La formación inicial y en ejercicio de profesores se convierte en el eslabón que puede unir la rica y creciente producción de las investigaciones realizadas en educación matemática, con la solución a los problemas que se le presentan y están diagnosticados (para el caso particular de la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones en educación básica o para cualquier otro problema planteado en la educación básica del medio educativo colombiano)

A continuación, se presentan algunas sugerencias:

- Para la formación de profesores
  - Existe una política pública para la formación de profesores en Colombia que no está articula entre las escuelas normales y las universidades con programas o facultades de educación, esta política está orientada para la formación inicial, en ejercicio y avanzada de los docentes en tres ejes fundamentales: Pedagogía, Evaluación e Investigación
  - Debe construirse una articulación de los procesos formativos de las escuelas normales con los de las instituciones de educación superior, que facilite el tránsito de los normalistas a las licenciaturas

- Respetar mutuamente los espacios de formación entre las universidades y las escuelas normales, para evitar ser competidores y poder generar procesos de formación complementarios.
  - Posibilitar los convenios entre las universidades y las escuelas normales para facilitar el tránsito de los normalistas y que puedan continuar sus licenciaturas, con el reconocimiento de saberes adquiridos en el PFC.
- Para La investigación educativa
- Incluir en los procesos formativos de los profesores en formación inicial y en ejercicios, la capacitación en métodos de investigación cualitativa, que actualmente se encuentra centrado solo en la formación avanzada.
  - Que el MEN genere programas de incentivos y patrocinios para los maestros, para las instituciones que desarrollen experiencias significativas en la investigación y para los establecimientos de educación superior (incluidas las Escuelas Normales Superiores) que desarrollen proyectos de investigación en las instituciones educativas de educación básica y media.
  - Que se puedan establecer convenios para la investigación entre las universidades y los establecimientos educativos, es decir que se trasciendan los convenios que solo buscan campos de práctica para los estudiantes de las licenciaturas en educación.
- Para los diseñadores curriculares
- El Modelo de Análisis Didáctico es una de las posibilidades, que potencialmente puede enriquecer los procesos de diseño curricular en el área de Matemáticas de los establecimientos educativos, que puedan responder a los modelos locales, regionales y nacionales de manera efectiva y pertinente.
- Para quienes construyen las pruebas saber
- Los equipos de profesionales especializados en la construcción de las pruebas saber deben contar con estudios que les permitan reconocer las prácticas de aula que son familiares a los estudiantes del país, para poder construir preguntas pertinentes, que minimicen los resultados negativos, por la ausencia de significado para los estudiantes o por el desconocimiento de los contextos por parte de los profesores y los profesionales que emplea el Icfes.

## Referencias

- Azcárate, P. (2001). El conocimiento profesional didáctico-matemático en la formación inicial de Maestros, España, Publicaciones de la universidad de Cádiz.
- Bachelard, G. (1976). La formación del espíritu científico. 5 ed. México: Siglo Veintiuno, editores, S.A.
- Baena, G. (1988). Manual para elaborar trabajos de Investigación Documental, 3ª. reimp., Ed. Editores Unidos Mexicanos, México.
- Bedoya, E. (2002). Formación inicial de profesores de matemáticas: enseñanza de funciones, sistemas de representación y calculadoras graficadoras, Tesis de Doctoral, Universidad de Granada.
- Brousseau, G. (1989). Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. En N. Bednarz & C. Garnier (Eds.), *Constructions des savoirs, obstacles et conflits* (pp. 41–64). Montreal: Agence d'Arc.
- Chevalard, Y (1991). La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado. Argentina: Aique Grupo Editor S.A.
- Díaz, C. (1997). Análisis y resultados de las pruebas de matemática-TIMSS- Colombia Convenio UNIVALLE-MEN-ICETEX.
- Castro, E. (1997). Didáctica de la matemática en Educación Primaria. Madrid: Síntesis Educación.
- Cohen, L., Manión L. (1990). Métodos de investigación educativa., Madrid, Grafur S.A.
- Delgado, C. (2010). El concepto de función y la teoría de situaciones. Bases epistemológicas didácticas en la enseñanza del concepto de función con la ayuda de calculadoras graficadoras. Universidad de la Salle, Bogotá. Cap.1 y 2.
- Duval, R. (1993). Semiosis y noesis. En Sánchez y Zubieta (Eds.), *Lecturas en Didáctica de las Matemáticas*. Escuela Francesa, 118-144. México: Departamento de Didáctica Educativa del CINVESTAV-IPN.
- Duval, R. (1999). Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas Superiores en el desarrollo cognitivo, Traducido por Miriam Vega (20019), Cali. Merlin I.D.

- Fazio, L., y Siegler, R (2010). Enseñanza de las fracciones. Series Prácticas Educativas-22. Academia Internacional de la Educación (IAE), versión en español realizada por VVOB, Quito, Ecuador (2013).
- Flores, L.(2008). Historia y didáctica de los números racionales e irracionales, Publica tus libros. Com.
- Frudenthal, H (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures, Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Gairin, J.M. (2004). Estudiantes para maestros: reflexiones sobre la introducción en los números racionales positivos. Contextos educativos, 7, 235-260.
- Goldin, G. (1998). Representational systems, learning, and problem solving in mathematics. Journal of Mathematical Behavior, 17(2), 137-165.
- Goldin, G. (2002). Representation in mathematical learning and problem solving. En L. English (Ed.), Handbook of international research in mathematics education (pp. 197-218). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Guacaneme, E (2002). Estudio didáctico de la proporcionalidad: Una aproximación a los conceptos matemáticos formales y a los textos escolares de matemáticas. Tesis de maestría, Universidad del Valle.
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia, MEN (2006). Estándares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas matemáticas. Bogotá.
- Ministerio de educación nacional, MEN (2016). Derechos básicos de aprendizaje matemáticas V 2 (pp. 5-6). Bogotá: MEN.
- Morales, R.O. (2014). Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales. Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Manizales.
- Obando, G (1999). Los racionales a partir de la relación parte todo, Tesis de maestría, Universidad del Valle.
- Obando, G (2015). Sistema de prácticas matemáticas en relación con las Razones, las Proporciones y la Proporcionalidad en los grados 3o y 4o de una institución educativa de la Educación básica, Tesis doctoral, Universidad del Valle.

- Piaget, J (1978). Introducción a la epistemología genética, versión castellana de María T. Carlos E. Vasco y Víctor Fischman. Paidós 2ª edición.
- Pesci, A (2009). Visualization in Mathematics and Graphical Mediators: An Experience with 11-12-Year-Old Pupils. Universidad de Pavía, Italia.
- Pontón, T. (2007). Una propuesta multirregistro para la conceptualización inicial de las fracciones. Tesis de maestría. Universidad del Valle.
- Pruzzo, V. (2012). ¿Las fracciones problemas de aprendizaje o problemas de la enseñanza? Revista Pilquen, sección Psicopedagogía, año 14, N° 8. (pp. 1-14).
- Quispe, W., Gallardo, J., González J. (2010). ¿Qué comprensión de fracción formulan los libros de texto de matemáticas peruanos? PNA (4)3, 111-131.
- Recalde, L (1998). Número y Magnitud, una perspectiva Histórica. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía.
- Rico, L. (1997). Bases teóricas del Currículo De Educación matemática-España, Editorial Síntesis.
- Rico, L. (1997). La Educación Matemática en la escuela Secundaria. 1 ed. Barcelona: Horsori.
- Rico, L. (2000). Fundamentos didácticos de las áreas curriculares. Madrid: Síntesis.
- Rico, L. (2013)., Lupiañes, j. y otros. Análisis Didáctico en Educación Matemática, Granada, Editotora Comares.
- Rico, L. (2016). Textos del profesor Luis Rico. 1 ed. España, FESPM.
- Rodríguez, G., Gil, J., y García, E. (1999). Metodología de la investigación cualitativa. 2 ed. Granada: ALJIBE.
- Sfard A. (2008). Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional. 1 ed. Cali, Universidad del Valle.
- Skovsmose, O., (1999). Hacia una Filosofía de la Educación Matemática. Traducida por Paola Valero. Bogotá, Universidad de los Andes.
- Streefland, L., (2012). Fractions in Realistic Mathematics Education: A Paradigm of Developmental Research. Springer Science & Business Media.
- Tall, D. & Vinner, S. Educ Stud Math (1981) 12: 151. <https://doi.org/10.1007/BF00305619>



- Valencia, A., y Ángel, A. (2008). La conversión de representaciones semióticas en la temática de fracciones mayores que la unidad, Trabajo de grado, Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle.
- Vasco, C. E., (2014). Procesos, sistemas, modelos y teorías de investigación educativa. Perspectivas Educativas, 2014 - die.udistrital.edu.co. Recuperado de [https://scholar.google.es/scholar?hl=es&as\\_sdt=0%2C5&q=modelo+carlos+vasco&btnG=](https://scholar.google.es/scholar?hl=es&as_sdt=0%2C5&q=modelo+carlos+vasco&btnG=)
- Vergnaud, G. (1987). En C. Janvier(edt), Problems of representation in the teachin and learning of mathematics. NJ:Lawrwnce Erlbaum Associates.
- Zapata, D. (1996). Una experiencia con números fraccionarios: conceptualización. Informática Educativa Vol. 9, No. 2, 1996 UNIANDES - LIDIE, Colombia (pp. 129-138)

## VITA

Fernando Walter Martínez Moreno, edad 55 años, Educador de profesión y por vocación, padre de tres hijos, viudo recientemente, con amplia trayectoria en el sector educativo público y privado de la ciudad de Cali, con formación en la Escuela Normal Superior Santiago de Cali como Maestro Bachiller, en pregrado como Licenciado en matemáticas de la USCA y posgrado como especialista en ciencias de la educación, en la línea de Educación Matemática de Univalle. Me he desempeñado como: docente de aula en primaria y secundaria, coordinador académico y rector. Profesional de la educación con alto grado de responsabilidad, capacidad de mediación, liderazgo y deseo permanente de aprender y de servicio a los demás. Actualmente me desempeño como rector de la Escuela Normal Superior Santiago de Cali.