

**INTEGRACIÓN DE DECISIONES DE INVENTARIOS Y RUTEO DE VEHÍCULOS
EN LA CADENA DE SUMINISTRO DE UNA EMPRESA DE PRODUCTOS
ALIMENTICIOS DE SANTIAGO DE CALI – VALLE DEL CAUCA**



NATALIA GOMEZ ALVAREZ

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
INGENIERÍA INDUSTRIAL
PALMIRA
2018**

**INTEGRACIÓN DE DECISIONES DE INVENTARIOS Y RUTEO DE VEHÍCULOS
EN LA CADENA DE SUMINISTRO DE UNA EMPRESA DE PRODUCTOS
ALIMENTICIOS DE SANTIAGO DE CALI - VALLE DEL CAUCA**



NATALIA GOMEZ ALVAREZ

Trabajo de grado para aspirar al título de Ingeniera Industrial

**Director:
JULIO CÉSAR LONDOÑO ORTEGA
Magister en Ingeniería Industrial**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
INGENIERÍA INDUSTRIAL
PALMIRA
2018**

Nota de aceptación

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Palmira, 30 de Enero de 2018

DEDICATORIA

Este trabajo de grado se lo dedico a mis padres Rodrigo Gómez Martínez mi gran orgullo y María Idalba Álvarez Grajales porque con su particular forma de ser es la persona que siempre me apoya, a mis hermanos Héctor Fabio Gómez Álvarez y Mónica Andrea Gómez Álvarez quienes son mi mayor ejemplo a seguir, a mis abuelas Luisa Martínez la mejor persona que conozco y María de Jesús Grajales el gran amor de mi vida, a mi tía Luz María Gómez Martínez porque siempre está conmigo, ayudándome y aconsejándome, a mi familia Gómez Álvarez por querer siempre lo mejor para mí, a Guillermo Balbuena Lozano por su amor, incondicionalidad y motivación, a mi mejor amiga Gina Paola Rodríguez Suarez por ser indispensable en cada paso que doy en mi vida, a mis amigos por su colaboración y disposición, y a mi futuro sobrino al cual quiero darle el mejor ejemplo, todos ellos son la bendición más grande de mi vida, sin su comprensión y constante ayuda no hubiera sido posible culminarlo, este trabajo es fruto del esfuerzo de ellos y de las ganas que tienen de verme salir adelante.

AGRADECIMIENTOS

Hoy doy muchas gracias a DIOS por estar siempre presente en cada proyecto de mi vida, guiándome, bendiciéndome y poniendo personas maravillosas en el momento indicado, gracias a mi director de tesis el magister en ingeniería industrial Julio Cesar Londoño Ortega a quien admiro por su trabajo, dedicación, entrega, y carisma, y a todas las personas que de una u otra manera pusieron su grano de arena en este trabajo, ya que sin la ayuda de ellos no lo hubiera logrado.

TABLA DE CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	143
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	16
1.1 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	109
2. JUSTIFICACIÓN	20
3. OBJETIVOS.....	22
3.1 OBJETIVO GENERAL.....	22
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	22
4. MARCO DE REFERENCIA	23
4.1 MARCO CONCEPTUAL.....	23
4.1.1 Cadena de suministro	23
4.1.2 Problema de ruteo de vehículos (VRP).....	24
5. METODOLOGÍA	31
5.1 REVISIÓN DE LITERATURA CON INFORMACIÓN RELEVANTE.....	31
5.2 CARACTERIZACIÓN DE LOS PROCESOS ASOCIADOS AL REABASTECIMIENTO DE LOS PUNTOS DE VENTA DE LA EMPRESA OBJETO DE ESTUDIO.	35
5.2.1 Descripción del equipo: Vehículos.....	35
5.2.2 Información de la operación de transporte.....	38
5.2.3 Planeación, programación y asignación de rutas.	40
5.2.4 Costos de mantener inventario en el punto de venta.....	42
5.2.5 Costos de mantener inventario en la bodega	45
5.2.6 Costo por agotados.....	46
5.2.7 Ruteo de vehículos con el sistema actual.....	47
5.2.8 Cálculo de distancias de la bodega a los puntos de venta	54
5.3 FORMULACIÓN DEL MODELO.....	55
5.3.1 Supuestos y consideraciones	55

5.3.2 Notación.....	55
5.3.3 Función objetivo.....	57
5.3.4 Restricciones	57
5.4 PRONÓSTICO DE DEMANDA.....	57
6. RESULTADOS.....	69
6.1 MODELO DE OPTIMIZACIÓN DE INVENTARIOS	69
6.2 MÉTODO DE CLARKE Y WRIGHT PARA RUTEO.....	71
7. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	79
7.1 CONTROL DE INVENTARIOS	79
7.1.1 Análisis de sensibilidad para el modelo propuesto	82
7.2 RUTAS DE DISTRIBUCIÓN.....	86
7.3 INTEGRACIÓN DE INVENTARIOS Y RUTEO.....	89
8. CONCLUSIONES	91
BIBLIOGRAFÍA.....	92
ANEXOS.....	97

LISTA DE TABLAS

Pág.

Tabla 1. Comportamiento de la demanda por parte de algunos clientes.	9
Tabla 2. Costos fijos mensuales de la flota.....	24
Tabla 3. Costos variables de transporte.	25
Tabla 4. Demanda semanal y capacidad de almacenamiento de cada punto de venta.	21
Tabla 5. Demanda diaria de los principales puntos de venta.....	22
Tabla 6. Inventario final por periodo y punto de venta en el sistema actual.....	23
Tabla 7. Órdenes pendientes por periodo por punto de venta en el sistema actual.	24
Tabla 8. Determinación costo de mantener inventario en punto de venta.	25
Tabla 9. Determinación de costos de mantener inventario en la bodega.	27
Tabla 10. Ruta 1 con el sistema actual de ruteo.	30
Tabla 11. Ruta 2 con el sistema actual de ruteo.	31
Tabla 12. Ruta 3 con el sistema actual de ruteo.	32
Tabla 13. Distancia de la bodega a cada punto de venta.	36
Tabla 14. Determinación de los datos de inicio para pronóstico del punto de venta 1.....	44
Tabla 15. Cálculo de valores en pronóstico por suavización exponencial doble. ..	46
Tabla 16. Programa de distribución obtenido por el modelo de optimización.	20
Tabla 17. Inventario final esperado obtenido por el modelo de optimización.....	21
Tabla 18. Productos agotados sistema propuesto.	20
Tabla 19. Puntos de venta visitados y distancia de la ruta 1.	21
Tabla 20. Puntos de venta visitados y distancia de la ruta 2.	22
Tabla 21. Puntos de venta visitados y distancia de la ruta 3.	23
Tabla 22. Comparación del inventario final en cada uno de los escenarios.	20
Tabla 23. Comparación del producto agotado en cada uno de los escenarios.....	21
Tabla 24. Resumen de costos de manejo de inventario.	20
Tabla 25. Variables de interés del sistema actual de ruteo.....	20
Tabla 26. Variables de interés del sistema propuesto de ruteo.	21
Tabla 27. Comparación de resultados entre escenarios evaluados.....	20
Tabla 28. Costo total del sistema estudiado en ambos escenarios.	21

LISTA DE GRÁFICOS

	pág.
Gráfico 1. Rutas actuales para el lunes.	33
Gráfico 2. Rutas actuales para el martes.	33
Gráfico 3. Rutas actuales para el miércoles.	34
Gráfico 4. Rutas actuales para el jueves.	34
Gráfico 5. Rutas actuales para el viernes.	35
Gráfico 6. Rutas actuales para el sábado.	35
Gráfico 7. Histórico de demanda del punto de venta 1.	40
Gráfico 8. Histórico de demanda del punto de venta 9.	41
Gráfico 9. Histórico de demanda del punto de venta 16.	41
Gráfico 10. Histórico de demanda del punto de venta 19.	42
Gráfico 11. Histórico de demanda del punto de venta 20.	42
Gráfico 12. Histórico de demanda del punto de venta 22.	43
Gráfico 13. Demanda de canastillas para el punto de venta 1 para una semana y su pronóstico.....	47
Gráfico 14. Demanda de canastillas para el punto de venta 9 para una semana y su pronóstico.....	47
Gráfico 15. Demanda de canastillas para el punto de venta 16 para una semana y su pronóstico.....	48

Gráfico 16. Demanda de canastillas para el punto de venta 19 para una semana y su pronóstico.....	48
Gráfico 17. Demanda de canastillas para el punto de venta 20 para una semana y su pronóstico.....	49
Gráfico 18. Demanda de canastillas para el punto de venta 22 para una semana y su pronóstico.....	49
Gráfico 19. Rutas propuestas para el lunes.....	24
Gráfico 20. Rutas propuestas para el martes.....	25
Gráfico 21. Rutas propuestas para el miércoles.	25
Gráfico 22. Rutas propuestas para el jueves.	26
Gráfico 23. Rutas propuestas para el viernes.....	26
Gráfico 24. Rutas propuestas para el sábado.....	27
Gráfico 25. Comportamiento de costos de inventarios y costos de transporte	21
Gráfico 26. Comparación de costos del sistema bajo los dos escenarios estudiados.	21

LISTA DE FIGURAS

Pág.

Figura No. 1 Elementos básicos de la cadena de suministros..**¡Error!** **Marcador no definido.**4

RESUMEN

Este trabajo de grado presentó un caso de estudio donde se aborda un problema de decisiones de inventario y ruteo de vehículos, IRP (Inventory Routing Problem) secuencialmente, el experimento se realizó en una empresa del sector de alimentos de Santiago de Cali que distribuye a 90 clientes; para dar solución al problema se diseñó un modelo de programación entero mixto basado en el algoritmo Branch and Cut para el problema de inventario y ruteo propuesto por Archetti, Bertazzi, Laporte y Speranza el cual integra ambas decisiones. La estrategia para resolver este problema consistió en formular un modelo de programación lineal, asumiendo como conocido el costo de transporte, analizando los arcos para el TSP (Traveling Salesman Problem) correspondiente a este problema; posteriormente la solución del modelo matemático determinó las cantidades a enviar en cada periodo, información que fue utilizada para realizar la programación de rutas mediante el método de los ahorros.

Palabras clave: Clarke and Wright, BRANCH AND CUT, Inventory Routing Problem (IRP), Vehicle Routing Problem (VRP).

INTRODUCCIÓN

La logística en una empresa comprende el estudio y optimización de los procesos físicos, flujos de información y financieros, políticas de gestión, etc., desde un origen hasta un destino, se interrelacionan cada una de estas actividades con el objetivo de brindar a los clientes un excelente nivel de servicio traducido en calidad y entrega oportuna con un mínimo de costos. Dos grandes grupos de costos encierran gran parte del costo logístico total de las operaciones de la cadena de suministros: costos asociados a la administración de los inventarios y costos asociados a la logística de distribución o recolección de productos (Pérez y Guerrero, 2015). Donde secuencialmente primero se analizan las políticas de inventario y luego se analiza la distribución de acuerdo con el enfoque tradicional. Este trabajo de grado propone estudiar de forma integrada ambos problemas de optimización en una empresa productora de alimentos en la ciudad de Cali, mostrando los beneficios económicos en la cadena de abastecimiento, resultado de tomar mejores decisiones empresariales (tácticas u operativas).

Existen diversas herramientas como JIT, modelo de EOQ, políticas de inventario periódico y permanente, Newsvendor problem y VMI entre otras, que ayudan a administrar y calcular los inventarios con el fin de minimizar los costos logísticos (Arango, Zapata y Adarme, 2013). El VMI (Vendor Managed Inventory) traducido como sistema de inventario gestionado por el proveedor, es una de las herramientas que más se utiliza para agregar valor a través de la logística; en donde el proveedor es el responsable de realizar los pedidos de compra para reabastecer el inventario de sus clientes, por lo tanto el proveedor tiene que tomar tres decisiones simultáneas: (1) cuándo abastecer a un cliente, (2) la cantidad a entregar y (3) la secuencia de clientes para asignar las rutas (Coelho et al. 2012 b). Por otra parte, el problema de ruteo de vehículos es uno de los temas más importantes en logística, al ser un factor crítico para la competitividad de las

empresas, estas deben ofrecer un nivel rápido de respuesta al cliente y eficiencia en la cadena de suministro.

Integración de decisiones de inventarios y ruteo de vehículos es un problema de logística que busca minimizar los costos de mantener inventario tanto en la bodega como en los puntos de venta, así como los de transporte por medio del diseño de rutas que logren abastecer a un grupo de 90 clientes geográficamente dispersos desde la bodega central. Las rutas deben estar diseñadas teniendo en cuenta criterios como: cada cliente puede ser visitado en más de una ocasión en el periodo de planificación, todas las rutas inician y terminan en el almacén central y cada cliente tiene una demanda conocida que no debe exceder la capacidad del vehículo. Es evidente que dentro de la logística, los costos de transporte se relacionan directamente con las decisiones de inventarios y la cantidad de visitas que se realice a los clientes, dado lo anterior se diseña un modelo de programación entera mixta que minimice la suma de la gestión de inventario y los costes de transporte.

En el problema de inventarios gestionados por el proveedor (Vendor Managed Inventory-VMI) en el cual el proveedor (la bodega) con base en las políticas de inventario toma las decisiones de reposición para los puntos de venta, así se contribuye al ahorro en costos tanto para la bodega al minimizar los costos distribución, ya que son ellos mismo los que realizan la programación de los envíos para cada punto de venta; como para estos últimos al no incurrir en costos por gestión de inventario.

El problema de enrutamiento de Vehículos Capacitados (Capacitated Vehicle Routing Problem - CVRP) consiste en la programación de rutas eficientes para vehículos con capacidad de carga limitada que distribuye productos a distintos destinos una sola vez, logrando en las empresas mayor competitividad.

Este trabajo de grado expone en primera instancia el problema que motivó a su desarrollo, así mismo los objetivos propuestos y una justificación que presenta la importancia de este ejercicio en la actualidad que vivimos, posteriormente para dar cumplimiento a los objetivos se realiza una revisión bibliográfica reciente de problemas de inventario y ruteo, se caracteriza brevemente el proceso productivo de la empresa objeto de estudio y finalmente se presenta la metodología de un modelo de programación entero mixto basado en el propuesto por Archetti, Bertazzi, Laporte y Speranza, que para su solución óptima se procede a obtener la mejor ruta a través del método Clarke and Wright, hallando de esta forma los costos mínimos de inventario y una ruta eficiente en cuanto a los costos variables intrínsecos en la distribución del producto. Finalmente se realizan el análisis de los resultados y conclusiones del trabajo.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La cadena de suministro se conforma por la planificación, organización y control de todas las actividades desde el suministro de materias primas hasta la distribución al consumidor final. Estas actividades son selección, compra, programación de la producción, procesamiento de órdenes, control de inventarios, transporte, almacenamiento y servicio al cliente, el presente trabajo de grado se enfoca en la relación por cercanía de dos de estos procesos; el manejo de inventarios y la distribución física de productos (transporte).

En las cadenas de suministro convencionales, como en el caso de estudio son los puntos de venta los que remiten las órdenes para abastecer el inventario de acuerdo a la cantidad de producto que tengan en posesión en ese momento. Por su parte la bodega elabora productos, después recogen los pedidos, realizan la programación de rutas y despachan. Esta metodología para el abastecimiento conlleva a una serie de problemas evidenciados en la variabilidad de la demanda en los sistemas de producción y transporte, desbalanceo en las cargas de trabajo, costos innecesarios de transporte, incremento de órdenes urgentes y establecimiento de prioridades, además deben tomarse decisiones complejas, iniciando con la definición de los niveles de inventarios a mantener en cada punto de distribución y la bodega, y resolver el problema relacionado con la asignación de clientes a rutas, lo que tradicionalmente se ha desarrollado de forma individual y cada una de ellas resulta compleja. Este trabajo por lo tanto propone tomar esas decisiones de forma secuencial por medio de un modelo de programación entera mixta y una heurística típica en los problemas de transporte.

Bajo este panorama, en una empresa de Santiago de Cali-Valle del Cauca, la cual se dedicada a la elaboración y distribución de productos de panadería de alto volumen y bajo peso, considerados además como alimentos funcionales (pan

integral), se encontró una oportunidad de mejora en el proceso que realizan para abastecer de su producto a los clientes mayoristas, ya que se han identificado serias falencias relacionadas con las decisiones de inventario y ruteo de vehículos evidenciadas en la carencia de metodologías y herramientas que permitan realizar órdenes de distribución oportunas para cada cliente, con el fin de evitar que se agote el producto en sus almacenes. Por otro lado, no cuentan con una herramienta para seleccionar la mejor ruta diaria posible, esto genera costos de transporte altos y demoras en la entrega del producto a los clientes, estas tardanzas traen como consecuencia el desabastecimiento en los puntos de venta calculado en 440 canastillas semanales, lo que es igual al 26.73% de las ventas para esa misma semana y un costo de \$2.640.000 por ingresos no percibidos.

Un aspecto que apoya las deficiencias en el nivel de servicio recién mencionados son los descuentos emitidos por los puntos de venta. La empresa ha recibido frecuentemente quejas por parte de cuatro de sus mejores clientes, haciendo referencia a entregas tardías, lo que les ha ocasionado desabastecimiento y pérdidas de clientes. La *tabla 1* presenta la demanda de los cuatros clientes en mención, donde se observa una disminución en las cantidades solicitadas, vista como una posible consecuencia de los incumplimientos en fechas de entrega.

Tabla 1. Comportamiento de la demanda por parte de algunos clientes.

	Canastillas pedidas por punto de venta			
	PV 4	PV 8	PV 14	PV 20
Semana 1	111	113	58	80
Semana 2	103	83	68	64
Semana 3	79	70	87	62
Semana 4	94	90	106	58
Semana 5	111	74	103	80
Semana 6	87	96	82	80
Semana 7	104	79	94	80
Semana 8	84	81	93	71
Semana 9	105	87	95	60
Semana 10	85	78	111	61
Semana 11	93	81	76	69
Semana 12	86	72	74	61
Semana 13	77	73	108	53
Semana 14	97	67	74	66
Semana 15	97	71	100	59
Semana 16	76	72	78	52
Semana 17	74	65	79	48
Semana 18	76	84	74	56
Semana 19	70	88	79	49
Semana 20	72	78	73	62
Semana 21	69	67	76	64
Semana 22	79	64	54	60
Semana 23	79	90	86	49
Semana 24	68	79	61	65
Semana 25	64	63	56	59
Semana 26	67	64	52	61
Semana 27	67	66	68	53
Semana 28	72	56	64	64
Semana 29	68	73	58	46
Semana 30	76	54	64	46
Semana 31	68	71	48	65
Semana 32	76	65	64	61

Fuente: Elaboración propia a partir de información otorgada por la empresa.

Actualmente la empresa realiza la distribución de sus productos a 90 clientes generalmente supermercados de la ciudad que son visitados una sola vez por día aunque algunos de ellos solicitan más de una visita por semana. Para la realización de esta operación, la empresa posee tres vehículos con capacidad de 2,5 toneladas y 12 metros cúbicos cada uno y tiene identificados sus recorridos por zonas (sur, norte, oriente, occidente), pero no conoce con precisión los costos en los que incurre por la operación de distribución hecha por sus furgonetas. De igual manera, se presenta problemas con la toma de decisiones, las cuales son tomadas arbitrariamente para diseñar la ruta de distribución, lo que se traduce en una evidente oportunidad de mejora del sistema.

Por ello, esta investigación pretende encontrar una secuencia óptima de visita a los minoristas y al mismo tiempo abastecer eficientemente los inventarios para minimizar la problemática presente en la empresa, aumentar su productividad, mejorar el servicio y disminuir costos de almacenamiento y distribución tanto en la bodega como en los puntos de venta.

1.1 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

La empresa caso de estudio, actualmente en su proceso logístico presenta dificultades en cuanto a las decisiones sobre mantenimiento de inventario y diseño de rutas de distribución, lo cual ocasiona incumplimiento en los plazos de entrega y posteriores molestias a sus clientes. Estos puntos negativos generan la necesidad de formular la siguiente pregunta: ¿Cómo disminuir costos en la cadena de suministro de una empresa de productos alimenticios por medio de la integración de las decisiones de inventarios y ruteo de vehículos?

2. JUSTIFICACIÓN

En un mercado capitalista, la competitividad de cada empresa determina su prosperidad o fracaso. Para mantenerse competitivas, las organizaciones deben estar en la constante búsqueda de métodos que reduzcan los costos y aumenten las utilidades preocupándose por la calidad del producto y la satisfacción del cliente, esto se logra mejorando los procesos e innovando y mejorando los productos por medio de una adecuada gestión.

El sector alimenticio es sin duda uno de los más competitivos de la industria, ya que es fácil encontrar productos sustitutos para casi todos los bienes que se puedan elaborar, es por esto que la calidad y el buen sabor son la clave para la fidelización del cliente. Sin embargo, si las ventas del productor no se realizan directamente con el consumidor final sino por medio de distribuidores o puntos de venta, es necesario darle mucha importancia a otras variables como el nivel de servicio y la respuesta oportuna a requisitos para mantener contentos a estos intermediarios, ya que son ellos quienes captan la atención del usuario final.

El nivel de servicio está relacionado directamente con el cumplimiento en las entregas al cliente, tanto en cantidad como en tiempo. Cuando se cuenta con una capacidad productiva suficiente, es posible mejorar el nivel de servicio por medio de gestión en la distribución de los productos, de manera que el cliente tenga certeza sobre la fecha y hora de llegada de su pedido. Por su parte, para responder rápidamente a las fluctuaciones de la demanda en términos de cantidad de productos, es preciso contar con un nivel de inventario adecuado, sin exceder los límites de capacidad de almacenamiento.

La investigación, análisis y desarrollo de este trabajo de grado nace como una oportunidad de mejorar el procedimiento de toma de decisiones respecto al manejo de inventario y su posterior distribución de una empresa del sector

alimenticio y como consecuencia, sentar un precedente que incentive una ampliación en la visión de las empresas locales por medio de los beneficios obtenidos al integrar los problemas de gestión de inventarios por parte del proveedor-bodega (VMI) y los problemas de enrutamiento (VRP).

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Integrar decisiones de inventarios y ruteo de vehículos a través de herramientas de optimización, con el objetivo de disminuir costos en la cadena de suministro de una empresa de productos alimenticios de Santiago de Cali – Valle del Cauca.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Revisar la literatura disponible sobre el tema de ruteo de vehículos y gestión de inventarios, con el objeto de incluir información relevante en la herramienta de mejora para la empresa objeto de estudio.
- Caracterizar los procesos asociados al reabastecimiento del centro de distribución y los puntos de venta de la empresa objeto de estudio, con el fin de conocer el detalle de su funcionamiento.
- Proponer una metodología de asignación que determine los niveles de inventario a mantener en cada cliente y las rutas a ejecutar para abastecer los eslabones de la cadena de suministro en estudio que permitan disminuir sus costos.

4. MARCO DE REFERENCIA

4.1 MARCO CONCEPTUAL

4.1.1 Cadena de suministro

Es considerada como la herramienta integradora de las principales funciones que se llevan a cabo dentro de una organización desde el usuario final mediante la gestión de los proveedores originales como ofertantes de productos y/o servicios e información que brindan valor agregado al usuario, cliente u otro interesado (stakeholders) (Lambert y Stock, 2001).

Según Lambert y Stock (2001), la cadena de suministro incluye dos tipos de miembros:

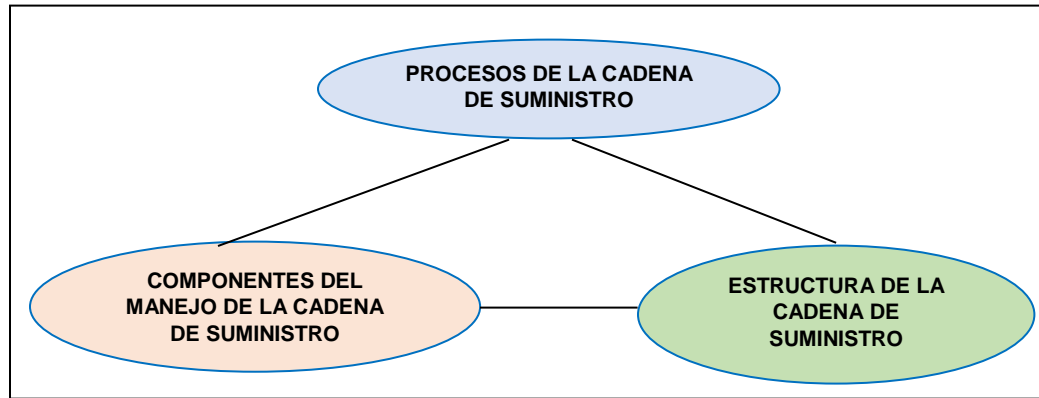
- Miembros primarios: organizaciones autónomas cuyas actividades realizadas están enfocadas a la satisfacción del cliente.
- Miembros de soporte: organizaciones encargadas de proveer los recursos los miembros primarios para que puedan ejecutar sus respectivas actividades.

La constitución de la cadena de suministro está conformada por tres ejes o elementos básicos:

- Los procesos, como las actividades que llevan a cabo los miembros dentro de la cadena.
- Los componentes, integración y manejo de los procesos

- La estructura, miembros con los que se establece una unión entre los procesos.

Figura No. 1 Elementos básicos de la cadena de suministros.



Fuente: Stock y Lamber, 2001. p. 59

La importancia de la cadena de suministros radica en el alcance de ventajas significativas relevantes de muchas organizaciones en la manera en que éstas configuran y manejan las actividades operacionales de la misma cadena (Chase, et. Al. 2009).

Se evidencia como la cadena de suministros controla el flujo de trabajo en la gestión de productos en todas las actividades que se requieren desde el almacenamiento hasta el usuario final, siendo la logística uno de los componentes de mayor importancia dentro de esta.

4.1.2 Problema de ruteo de vehículos (VRP)

El problema de ruteo de vehículos con recogidas y entregas fue abordado en 1989 por primera vez por H. Min, reconociendo la posibilidad de entrega y recogida de manera simultánea en el mismo nodo o cliente, de aquí que el objetivo principal del problema sea la búsqueda y encuentro de rutas para determinado número de vehículos bajo costos mínimos que permitan suministrar los servicios o productos

a los clientes de la forma más adecuada posible, cumpliendo con los requerimientos y restricciones de que estos tengan la capacidad suficiente para transportar los productos a recoger y/o entregar a cada usuario (Min, 1989).

El VRP es un problema de tipo NP-Hard o NP- Complejo, puesto que el tiempo que se requiere para la solución del algoritmo no está ligado al tiempo polinomial, sino que pertenece al orden exponencial. Aparece en 1959 bajo la óptica de distribución de combustible (Sarmiento, 2014). Debido a su complejidad, es necesario analizar este tipo de problemas por medio de sistemas de simplificación como pueden ser las simulaciones o los modelos matemáticos.

La flota de vehículos requeridos puede ser homogénea o heterogénea dependiendo de la capacidad, la cual se establece en relación a la cantidad de unidades a transportar, al costo del combustible y mantenimiento pudiendo ser iguales o diferentes respectivamente (Rocha, 2011). Cuando habla de VPR de flota heterogénea se hace referencia a que los vehículos que conforman la flota difieren en equipamiento, capacidad, antigüedad, estructura de costes o incluso nivel de emisiones, si éstas son consideradas (Cespón, 2003).

Los estudios de problemas de ruteo requieren incluir como componentes básicos *los clientes*, quienes cuentan con una demanda preestablecida para ser satisfecha mediante la *flota de vehículos* que debe partir y regresar al *depósito*, cuyo regreso a depósito está sometido a consideración puesto que pueden ser propiedad de su conductor, *y las restricciones y los objetivos* que son establecidos en relación a la situación que se presente (Pino, 2011).

De manera general, el VRP distribuye una flota de vehículos que salen de un depósito con el objeto de cubrir una demanda solicitada por un cliente como vértices de una figura. Los arcos que unen estos vértices, son las distancias o costos de transporte fijo y variables, la capacidad del vehículo se relaciona con la

demanda en cada vértice, de modo, que la totalidad de las demandas por las que debe pasar un vehículo no puede superar su capacidad (Liao y Hu, 2011).

Para encontrar solución al problema de ruteo de vehículos, se hace uso dos tipos de métodos, los exactos, conformados por algoritmos de ramificación y acotación, y los aproximados, lo cuales, aunque no brindan una solución óptima, facilitan la evaluación de una cantidad mucho mayor de variables y el planteamiento de escenarios reales. Dichos métodos son clasificados como algoritmo de búsqueda local, algoritmo GRASP, algoritmos de dos etapas y algoritmos evolutivos (Nieto, 2011).

Sistemas de ruteo de vehículos

Dentro de los sistemas de ruteo se pueden diferenciar:

- CVRP – VRP capacitado: en la cual se establece que el vehículo no puede transportar más de lo que su capacidad de carga le permite y cada ruta inicia y termina en el depósito (Daneshzand, 2011).

- MDVRP – VRP con múltiples depósitos: los almacenes de despacho son superiores a uno, generalmente ubicados de forma geográficamente estratégica (Salhi, Imran y Wassan, 2014).

- PVRP – VRP periódico: el horizonte contemplado en el problema es superior a un día, de esta manera, un conjunto de clientes debe ser visitado una o más veces durante un período de tiempo establecido, para minimizar la flota de vehículos requerida y el tiempo total recorrido (Cacchiani, Hemmelmayr, y Tricoire, 2014).

- SDVRP – VRP con entrega dividida: La cantidad de vehículos que se encarga de la distribución a un cliente es superior a uno, siempre que el costo total se reduzca (Bolduc, et. Al., 2010).

- SVRP – VRP estocástico: Una variable o más son de carácter aleatorio, tales como las demandas, el tiempo de aprovisionamiento y la disponibilidad del cliente para atender el abastecimiento (Allahviranloo, Chow y Recker, 2014).

- VRPPD – VRP con recogidas y entregas simultaneas: se puede presentar cuando el cliente se encuentra inconforme con la mercancía entregada, por lo que realiza una devolución parcial o total de la misma, generando como principal consecuencia la necesidad de contemplar espacio adicional en el vehículo (Coelho, et. Al., 2012)

- VRPTW – VRP con ventanas de tiempo: se establece un intervalo de tiempo en el cual el cliente está dispuesto a recibir el pedido, si la entrega se realiza fuera de dicho período, se genera un costo adicional por espera o retraso (Ma, 2010).

- VRPB – VRP con red de retorno: el cliente puede demandar o entregar la mercancía, de esta manera se generan dos subconjuntos de clientes al interior de las rutas, los consumidores y los vendedores; ocasionando una distribución mixta, lo cual representa la minimización de costos totales asociados (Yuyan, Jiafu y Jing, 2013).

- DCVRP – VRP con restricciones de capacidad y distancia: la capacidad de los vehículos es limitada y la longitud de los arcos que se realizan en una ruta, es decir las distancias (Tlili, Faiz, y Krichen, 2014).

- OVRP – VRP abierto: el vehículo no está obligado a regresar al depósito, una vez haya finalizado su recorrido. Se presenta generalmente, cuando las organizaciones no cuentan con una flota de vehículos propia parcial o totalmente (Marinakis y Marinaki, 2014).

- MFVRP – VRP con flota mixta: la flota de vehículos es homogénea, presentando variaciones en la capacidad y en los costos relacionados al transporte de la mercancía (Subramanian, et. Al., 2012).

- VRPF – VRP difuso: Surge en respuesta a la dificultad para establecer demandas, tiempos de recorrido y ubicación de los clientes desconocidos (Eksioglu, Volkan y Reisman, 2009).

Logística: es considerada toda una disciplina encargada de diseñar, gestionar y perfeccionar de manera integral todos aquellos procesos tanto de carácter interno como externo de una organización o empresa, para lo cual, se provee y gestiona los flujos de energía, materia e información necesaria para hacer viable e incrementar los niveles de competitividad de la misma en aras de suplir y satisfacer las necesidades de los consumidores (Salhi, Imran y Wassan, 2014).

Problema de ruteo de vehículos (VPR): el objetivo principal es la búsqueda y encuentro de rutas para determinado número de vehículos bajo costos mínimos que permitan suministrar los servicios o productos a los clientes de la forma más adecuada posible, cumpliendo con los requerimientos y restricciones de que estos tengan la capacidad suficiente para transportar los productos a recoger y/o entregar a cada usuario (Min, 1989).

Algoritmo Clarke and Wright: También conocido como método del ahorro, es un procedimiento metaheurístico diseñado en 1964 para realizar un ruteo óptimo de una flota de camiones de diversas capacidades de carga desde una bodega central a cierto número de puntos de entrega, con una mercancía homogénea respecto a la unidad de carga restrictiva, el objetivo de este algoritmo es asignar cargas a los diferentes vehículos de tal manera que toda la mercancía sea entregada recorriendo la distancia total mínima (Clarke y Wright, 1964) . Desde su

presentación ha resultado ser muy efectivo y a partir de él se empezaron a realizar grandes investigaciones relacionadas con el ruteo de vehículos (Daza, 2009).

La capacidad de cada vehículo debe ser menor a la sumatoria de las demandas de todos los puntos de entrega, de lo contrario el problema se convertiría en un TSP. Es necesario conocer la distancia entre cada par de puntos o nodos de la red, incluyendo la bodega central (Clarke y Wright, 1964). Estas distancias se almacenan en una matriz de distancias de la cual se seleccionará el valor menor para crear la primera ruta con los dos nodos relacionados, luego se toma el segundo valor menor y se crea una nueva ruta. En caso de que uno de los nodos del n -ésimo valor menor de la matriz de distancias ya pertenezca a una ruta x , el otro nodo se adiciona a x en lugar de crear una nueva ruta $x+1$. Por otra parte, si ambos nodos ya pertenecen a una ruta (no necesariamente la misma) se ignora esa pareja y se continúa con la siguiente distancia menor. Cada vez que se agregue un nodo a una ruta, también se debe sumar la cantidad de mercancía que se pretende despachar a ese punto de entrega con la carga asignada a ese vehículo, para evitar sobrepasar su capacidad.

¿Por qué se selecciona el método de ahorros o algoritmo de Clarke y Wright?

El método de ahorros es lo suficientemente flexible y capaz de formar rutas y soluciones aceptables.

1. Permite obtener la restricción de la capacidad de los camiones y la restricción del tiempo de la entrega en los centros de gestión u obras. Es decir, el usuario sólo tiene que preocuparse del máximo ahorro de la distancia recorrida de los camiones.

2. Permite generar varias rutas óptimas para satisfacer todas las demandas, a partir de un solo centro de distribución. El algoritmo permite producir, a su vez, varias sub rutas en vez de generar una sola ruta óptima como en otros algoritmos.
3. La implementación de este algoritmo es bastante más simple que otros algoritmos.
4. El algoritmo de Clark & Wright, puede tener gran valor para una empresa que se caracteriza por exhibir una alta demanda de un transporte específico. Entre otros beneficios, este tipo de herramienta permite obtener soluciones óptimas o cercanas a lo óptimo, ayuda a analizar muchos escenarios distintos en forma rápida y precisa, y permite entender mejor cómo incide cualquier cambio de escenario sobre la estructura de costo logístico.
5. Permite resolver el problema principal, sin importar el costo fijo, así como también, el problema con respecto a la restricción a la capacidad de los camiones.

5. METODOLOGÍA

A continuación se presenta el proceso metodológico que se siguió para el logro de los objetivos propuestos.

5.1 REVISIÓN DE LITERATURA CON INFORMACIÓN RELEVANTE.

En esta fase se llevó a cabo una búsqueda con palabras claves, particularmente aquellas relacionadas con los costos y tiempos de ruteo de vehículos y gestión de inventarios.

Abdelhalim, Eltawil y Nashat (2015), en su artículo “The Multiple Vehicle Inventory Routing Problem for Perishable Products”, resuelven mediante un modelo de programación lineal entera mixta el Inventory Routing Problem en una industria panificadora, considerando un horizonte de tiempo de tres días, la capacidad de producción, la capacidad de los vehículos y la demanda de cada producto. Dadas las características de los productos, se considera un costo por la conservación del producto mediante refrigeración.

Archetti, Bertazzi, Laporte y Speranza (2007), en su artículo “A Branch-and-Cut Algorithm for a Vendor-Managed Inventory-Routing Problem“, consideran un problema de distribución en el cual un producto debe ser enviado por un proveedor a varios minoristas, en un horizonte de tiempo conocido y capacidad del vehículo limitada. Cada minorista define un nivel de inventario máximo y el proveedor supervisa el inventario de cada minorista y determina su política de reabastecimiento. El problema es determinar para cada instante de tiempo discreto la cantidad a enviar a cada minorista y la ruta del vehículo. Los autores presentan un modelo de programación lineal entero mixto y deriva nuevas

desigualdades válidas adicionales utilizadas para fortalecer la relajación lineal del modelo e implementan un algoritmo de ramificación y corte para resolver el modelo de manera óptima.

Pérez y Guerrero (2015), en su artículo “Métodos de optimización para el problema de ruteo de vehículos con inventarios y ventanas de tiempo duras”, formula una programación entera mixta para optimizar las cantidades a aprovisionar a los minoristas y, simultáneamente, la secuencia de minoristas a visitar en cada periodo de tiempo. Además a través de dos métodos de optimización estudia el impacto que tiene la configuración de las ventanas de tiempo sobre las decisiones de ruteo de vehículos con inventarios.

Vigo (2014), en su artículo “Solución al Problema de Ruteo de Vehículos con Capacidad Limitada (CVRP) usando una técnica Meta heurística”, utilizan la heurística de barrido de dos fases para generar soluciones aproximadas para el CVRP tradicional y resolviendo cada problema del agente viajero con el algoritmo genético modificado de Chu-Beasley.

Daza, Montoya y Narducci (2009) en su artículo “Resolución del problema de enrutamiento de vehículos con limitaciones de capacidad utilizando un procedimiento meta heurístico heurístico de dos fases”, plantea un algoritmo Meta heurístico que consta de la combinación de dos fases: diseño de rutas compuesta de procedimientos heurísticos y metaheurísticos donde se construye una solución inicial que es mejorada mediante búsqueda tabú obteniendo soluciones no dominadas en tiempo de cálculo polinomial. Y planificación de la flota, correspondiente a la planificación (scheduling) de la flota, se propone abordar el problema partiendo de una analogía con el problema de programación de máquinas paralelas idénticas.

Mercado, Pandolfi, Villagra (2013), en su artículo “Hibridación de metahurísticas aplicadas al problema de ruteo de vehículos” de 2013, plantean un algoritmo para resolver el problema de ruteo de vehículos con capacidad limitada, utilizando como base un Algoritmo Evolutivo conocido como MCMP-SRI (Stud and Random Inmigrants) combinado con conceptos de computación cuántica aplicados a la mutación.

Vidal, Londoño y Contreras (2004), en su artículo “Aplicación de Modelos de Inventarios en una Cadena de Abastecimiento de Productos de Consumo Masivo con una Bodega y N Puntos de Venta”, implementaron modelos de control de inventario periódico (R, S) para las compras en la bodega central y para los despachos automáticos hacia los detallistas. Además se implementó sistemas de pronósticos de demanda tradicionales, tales como promedio móvil y suavización exponencial doble, refinados con técnicas de detección de problemas mediante señales de rastreo y eliminación de datos atípicos de demanda. Se diseñaron además sistemas especiales de control para productos nuevos en la cadena.

Franco y Figueroa (2016), en su artículo “Algoritmo basado en generación de columnas para resolver problemas combinados de ruteo e inventarios” presentan un algoritmo que trata de coordinar los niveles de inventario del cliente mediante envíos a costo mínimo, utilizando el método de generación de columnas se pueden generar iterativamente rutas interesantes al sistema basadas en los costos duales, esto es rutas que mejoren la calidad de la función objetivo al presentar costos reducidos negativos, Para esto el problema entero mixto original se relaja para obtener los costos reducidos y se establece un subproblema encargado de generar las rutas. El subproblema se modela como un problema de ruta más corta. Finalmente cuando se tiene un conjunto de rutas atractivas para el modelo, el problema entero mixto es el encargado de seleccionar aquellas rutas que

minimicen costos y satisfagan las restricciones establecidas y se combina con el algoritmo de pulso.

Gelves, Mora y Lamos (2016), en su artículo “Solución del problema de ruteo de vehículos con demandas estocásticas mediante la optimización por espiral” presenta el estudio de un problema de ruteo de vehículos con demandas estocásticas (Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands, VRPSD), en el cual la única variable estocástica es la demanda de los clientes; la cual sigue una distribución discreta. Para su solución, se implementó la metaheurística denominada Optimización por Espiral, con el enfoque a priori y la estrategia de reabastecimiento preventivo para un solo vehículo. Para mejorar el método se inicializaron las rutas mediante la heurística del vecino más cercano, y posteriormente se utilizó la mutación, un operador evolutivo, para ampliar la zona de exploración de los puntos de búsqueda.

Jaramillo (2013), en su artículo “Algoritmo Memético Para Resolver El Problema De Enrutamiento De Vehículos Con Capacidad Limitada” presenta un algoritmo memético que evoluciona utilizando un mecanismo inspirado en las mutaciones de los virus. Adicionalmente, el algoritmo utiliza la Búsqueda Tabú como mecanismo de intensificación.

Solarte, Gaspar y Rodríguez (2015), en su artículo “Optimización de un ruteo vehicular usando algoritmo genético simple chu-beasley” donde presentan el algoritmo genético de Chu-Beasley.

5.2 CARACTERIZACIÓN DE LOS PROCESOS ASOCIADOS AL REABASTECIMIENTO DE LOS PUNTOS DE VENTA DE LA EMPRESA OBJETO DE ESTUDIO.

La empresa objeto de estudio cuenta con una trayectoria aproximadamente de 11 años en el mercado alimenticio de panes tajados tradicional e integral, con enfoque en este último que se ha convertido en su producto estelar. Produce y distribuye a varios supermercados de la ciudad en presentaciones de 750 g (36 tajadas) independientemente del sabor (linaza, pasas, fruticereal, quinua, avena, maíz, dulce de coco, miel de abejas, naranja, kiwi, arándanos y granola).

La empresa objeto de estudio también vende su producto al detal en su lugar de elaboración, quien a su vez es la bodega de almacenamiento.

El producto es embalado y distribuido en canastillas que contienen un máximo de 8 unidades, mediante esta unidad de carga se estudiará el sistema y así mismo será diseñado el modelo de optimización.

5.2.1 Descripción del equipo: Vehículos.

Para la distribución de las canastillas de pan, la empresa objeto de estudio cuenta con tres furgonetas de 12 metros cúbicos totalmente idénticas en sus características, dos de su propiedad y la restante se alquila por mes. La capacidad de un vehículo puede darse por el peso y volumen, sin embargo, el producto a transportar es muy ligero por lo que el peso no representa una variable significativa.

La capacidad de cubicaje de un vehículo depende estrictamente de la mercancía a transportar y a su vez este puede tener varios compartimientos. En general, cada vehículo tiene asociado un costo fijo en el que se incurre al utilizarlo y un costo variable proporcional a la distancia que recorra (Olivera, 2004). Los costos fijos que causan la posesión y el alquiler de los vehículos, se presentan en la *tabla 2*,

de la misma manera los costos variables por kilómetro recorrido son resumidos en la *tabla 3*.

Tabla 2. Costos fijos mensuales de la flota.

COSTOS FIJOS DE LAS FURGONETAS PROPIAS		
SOAT:	\$	480,000.00
Impuesto para camiones de carga:	\$ 25,900,000	\$ 388,500.00
	1.5%	
Impuesto por derechos de semaforización:	\$	43,000.00
Mantenimiento mensual :	\$	60,000.00
Parqueadero mensual:	\$	110,000.00
Salario del conductor:	\$	1,150,000.00
Prestaciones sociales del conductor:	15% del salario	\$ 172,500.00
Salario del ayudante:	\$	650,000.00
Prestaciones sociales del ayudante:	15% del salario	\$ 97,500.00
Total por 1 furgoneta:	\$	3,151,500.00
Total por 2 furgonetas:	\$	6,303,000.00

COSTOS FIJOS DE LA FURGONETA RENTADA		
Alquiler:	\$	1,500,000.00
Salario del conductor:	\$	1,100,000.00
Prestaciones sociales del conductor:	15% del salario	\$ 165,000.00
Salario del ayudante:	\$	650,000.00
Prestaciones sociales del ayudante:	15% del salario	\$ 97,500.00
Total:	\$	3,512,500.00

Fuente: Elaboración propia.

La empresa abastece en la ciudad de Santiago de Cali a supermercados, almacenes de cadena y tiendas minoristas; cada uno de los vehículos dispone de dos operarios, conductor y ayudante de cargue y descargue. La capacidad de los vehículos puede atender la variabilidad de la demanda diaria de los noventa clientes. Las características específicas de cada furgón se describen a continuación:

- Capacidad de 312 canastillas.
- Dimensiones en metros del furgón 3.40 largo, 1.80 ancho y 1.80 de alto.

Tabla 3. Costos variables de transporte.

(1). Precio de galón de combustible [\$/galón]:	7,469.00
(2). Rendimiento del galón de combustible [kilómetro/galón]:	9.50
(3) = (1)/(2). Costo por kilómetro recorrido [\$/km]:	786.21
(4). Precio del par de llantas delanteras [\$/llantas]:	1,335,800.00
(5). Rendimiento del par de llantas delanteras [kilómetros/llantas]:	30,000.00
(6) = (4)/(5). Costo por kilómetro recorrido [\$/km]:	44.53
(7). Precio del par de llantas traseras [\$/llantas]:	1,335,800.00
(8). Rendimiento del par de llantas traseras [kilómetros/llantas]:	37,375.00
(9) = (7)/(8). Costo por kilómetro recorrido [\$/km]:	35.74
(10). Precio de filtro de aire [\$/filtro]:	29,000.00
(11). Rendimiento de filtro de aire por kilómetro [kilómetros/filtro]:	10,000.00
(12) = (10)/(11). Costo por kilómetro recorrido [\$/km]:	2.90
(13). Precio de filtro de aceite [\$/filtro]:	25,000.00
(14). Rendimiento de filtro de aceite por kilómetro [kilómetros/filtro]:	6,000.00
(15) = (13)/(14). Costo por kilómetro recorrido [\$/km]:	4.17
(16). Precio de filtro de combustible [\$/filtro]:	23,000.00
(17). Rendimiento de filtro de combustible por kilómetro [kilómetros/filtro]:	7,500.00
(18) = (16)/(17). Costo por kilómetro recorrido [\$/km]:	3.07
(19). Precio de lubricante para motor [\$/filtro]:	14,000.00
(20). Rendimiento de lubricante para motor por kilómetro [kilómetros/filtro]:	6,000.00
(21) = (19)/(20). Costo por kilómetro recorrido [\$/km]:	2.33
(22). Precio de lubricante de caja o transmisión [\$/filtro]:	11,000.00
(23). Rendimiento de lubricante de caja o transmisión por kilómetro [kilómetros/filtro]:	35,000.00
(24) = (22)/(23). Costo por kilómetro recorrido [\$/km]:	0.31
(25). Precio de lubricante para diferenciales [\$/filtro]:	11,000.00
(26). Rendimiento de lubricante para diferenciales por kilómetro [kilómetros/filtro]:	35,000.00
(27) = (25)/(26). Costo por kilómetro recorrido [\$/km]:	0.31
Total del flete variable por furgoneta [\$/km]:	879.57

Fuente: Elaboración propia.

5.2.2 Información de la operación de transporte.

5.2.2.1 Tiempo. La distribución del producto es realizada entre 7:00 am y 5:00 pm, lo que corresponde a nueve horas teniendo en cuenta que los operarios tienen una hora para almorzar, la cual varía de horario según la ruta asignada.

5.2.2.2 Clientes. La empresa atiende un total de noventa clientes, cada uno solicita una cantidad de canastillas semanales por vía telefónica. A pesar de que los pedidos de compra por parte del cliente son semanales, a algunos se les despacha más de una vez a la semana, esto se debe a sus limitaciones de espacio, la *tabla 4* resume la demanda semanal promedio y la capacidad de almacenamiento de cada uno de los clientes, tomado como la mayor cantidad enviada en un solo día según el registro de despachos.

Teniendo en cuenta que los clientes de la empresa objeto de estudio no son usuarios finales del producto que compran sino puntos de venta, se presume su demanda diaria según el porcentaje de ventas de cada día (de lunes a domingo) causadas en la bodega, debido a que los clientes no permitieron conocer de primera mano su demanda diaria. Esto será considerado como consumo diario del producto para las decisiones relacionadas con el inventario del cliente. Esta demanda diaria fue calculada con las *ecuaciones 1 y 2* y el resultado para los diez clientes mayores se presenta en la *tabla 5* como un resumen, la demanda diaria de los noventa clientes se puede observar en el *Anexo 4*.

$$PVB_t = \frac{VB_t}{\sum VB_t} \quad \text{Ecuación 1}$$

$$VC_t = PVB_t * \sum VC_t \quad \text{Ecuación 2}$$

Donde PVB_t es la participación en las ventas semanales realizadas por la bodega en el día t, VB_t es el total de ventas realizadas por la bodega en el día t y VC_t es el total de ventas realizadas por el cliente en el día t. El subíndice t es un número de 1 a 7 que representa cada uno de los días de la semana, de lunes a domingo.

Tabla 4. Demanda semanal y capacidad de almacenamiento de cada punto de venta.

Cliente	Demanda semanal	Capacidad almacén	Cliente	Demanda semanal	Capacidad almacén	Cliente	Demanda semanal	Capacidad almacén
1	162	75	31	16	15	61	7	10
2	84	50	32	10	10	62	5	10
3	66	50	33	9	15	63	8	10
4	52	50	34	17	15	64	7	10
5	56	45	35	10	5	65	5	10
6	63	35	36	12	10	66	10	10
7	68	35	37	6	10	67	3	5
8	53	30	38	9	5	68	5	5
9	38	30	39	9	5	69	4	5
10	59	30	40	6	10	70	4	5
11	54	20	41	11	10	71	6	5
12	37	15	42	8	10	72	4	5
13	62	50	43	6	10	73	3	5
14	62	25	44	6	5	74	5	5
15	33	20	45	14	10	75	6	5
16	39	20	46	10	5	76	4	5
17	41	20	47	10	10	77	4	5
18	16	15	48	6	10	78	3	5
19	27	15	49	7	10	79	4	3
20	7	10	50	9	10	80	2	3
21	25	20	51	12	10	81	4	3
22	21	10	52	5	10	82	3	3
23	23	10	53	7	10	83	3	3
24	15	10	54	8	10	84	4	3
25	18	10	55	8	10	85	5	3
26	16	10	56	7	10	86	4	2
27	13	10	57	8	10	87	2	2
28	11	15	58	9	10	88	2	2
29	16	15	59	8	5	89	1	1
30	10	15	60	5	10	90	1	1

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5. Demanda diaria de los principales puntos de venta.

Cliente	Demanda semanal	Demanda diaria						
		Lunes 8%	Martes 20%	Miércoles 12%	Jueves 15%	Viernes 18%	Sábado 17%	Domingo 10%
1	162	12.96	32.4	19.44	24.3	29.16	27.54	16.2
2	84	6.72	16.8	10.08	12.6	15.12	14.28	8.4
3	66	5.28	13.2	7.92	9.9	11.88	11.22	6.6
4	52	4.16	10.4	6.24	7.8	9.36	8.84	5.2
5	56	4.48	11.2	6.72	8.4	10.08	9.52	5.6
6	63	5.04	12.6	7.56	9.45	11.34	10.71	6.3
7	68	5.44	13.6	8.16	10.2	12.24	11.56	6.8
8	53	4.24	10.6	6.36	7.95	9.54	9.01	5.3
9	38	3.04	7.6	4.56	5.7	6.84	6.46	3.8
10	59	4.72	11.8	7.08	8.85	10.62	10.03	5.9

Fuente: Elaboración propia.

5.2.3 Planeación, programación y asignación de rutas.

La empresa atiende la demanda por zonificación (Ver Anexo No.1), se inicia el proceso de distribución a las 7:00 am, los transportistas identifican las canastillas correspondientes a su zona y con la ayuda del colaborador cargan las canastillas, una vez cargada la furgoneta, el jefe de bodega asigna a cada vehículo la ruta a seguir, asignación que realiza de manera empírica, ya que sólo le da prioridad al cliente con mayor demanda y a partir de este continúa la ruta al cliente más cercano, lo anterior sin tener en cuenta las distancias a recorrer ni la posición de los clientes. Una vez realizadas las entregas del producto finalizan en el centro de distribución y posteriormente realizan el mismo trayecto para recoger las canastillas de cada uno de los clientes ya visitados (Ver Anexo No. 2).

Según el programa de despachos y la demanda diaria conocida para cada punto de venta, se estimó el inventario final para cada periodo, este se presenta en la

tabla 6. Así mismo, se estimó la cantidad de agotados durante el mismo lapso, tabla 7.

Tabla 6. Inventario final por periodo y punto de venta en el sistema actual.

Cliente	Inventario final semanal						
	Inv final L	Inv final M	Inv final X	Inv final J	Inv final V	Inv final S	Inv final D
1	35.04	2.64	56.18	31.88	2.72	48.16	31.96
2	25.28	57.06	46.98	34.38	19.26	53.55	45.15
3	26.72	13.52	53.88	43.98	32.10	69.16	62.56
4	27.84	17.44	58.73	50.93	41.57	80.25	75.05
5	9.52	39.52	32.80	24.40	55.52	46.00	40.40
6	38.51	25.91	18.35	8.90	30.12	19.41	13.11
7	5.56	0.00	24.15	13.95	34.03	22.47	15.67
8	15.76	34.65	28.29	20.34	10.80	31.29	25.99
9	4.96	0.00	22.79	17.09	37.59	31.13	27.33
10	3.28	19.36	12.28	3.43	20.68	10.65	4.75
11	3.68	8.99	2.51	0.00	6.39	13.32	7.92
12	4.13	0.00	6.65	0.00	4.43	0.00	0.00
13	40.79	28.39	20.95	11.65	0.49	0.00	0.00
14	1.04	9.84	2.40	0.00	10.04	0.00	0.00
15	9.36	2.76	17.08	12.13	6.19	18.87	15.57
16	18.36	10.56	5.88	0.03	9.49	2.86	0.00
17	16.44	8.24	3.32	0.00	8.34	0.00	0.00
18	10.01	6.81	4.89	13.78	10.90	8.18	6.58
19	4.84	9.89	6.65	2.60	0.00	5.86	3.16
20	1.44	9.19	8.35	7.30	15.19	14.00	13.30

Fuente: Elaboración propia.

Sin embargo, debido al gran tamaño de la lista completa, estas tablas solo incluirán a los primeros 20 clientes según la numeración otorgada por la empresa para la visualización de la información.

Tabla 7. Órdenes pendientes por periodo por punto de venta en el sistema actual.

Cliente	Órdenes pendientes						
	BO Lun	BO Mar	BO Mié	BO Jue	BO Vie	BO Sáb	BO Dom
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	0.00	8.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	0.00	2.64	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	0.00	0.00	0.00	5.59	0.00	0.00	0.00
12	0.00	3.27	0.00	2.18	0.00	4.04	7.74
13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	10.05	16.25
14	0.00	0.00	0.00	6.90	0.00	7.40	13.60
15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.04
17	0.00	0.00	0.00	2.83	0.00	1.46	5.56
18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
19	0.00	0.00	0.00	0.00	2.26	0.00	0.00
20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Fuente: Elaboración propia.

5.2.4 Costos de mantener inventario en el punto de venta

Los costos de mantener inventario r son el resultado de guardar artículos durante determinado periodo y por lo general son proporcionales a la cantidad promedio de artículos disponibles; estos costos r se pueden dividir en 4 grupos 1) El costo de espacio 2) Costos de capital 3) Los costos de almacenamiento y manejo 4) Costos de riesgo de inventario (Ballou, 2004).

Para hallar este costo r se tomaron los componentes del costo de mantener inventario para el punto de venta 1, ya que es el cliente con mayor demanda.

El costo de espacio que es empleado para almacenar las canastillas se determinó con el gasto mensual por arrendamiento del local \$750.000 cada mes. El costo de capital: Es la inversión por activos a corto y largo plazo, se ha sugerido que la tasa de superación es más precisa para reflejar el costo verdadero de capital, (Ballou, 2004).

Dado lo anterior para esta empresa se tomó el costo de oportunidad del 7.2% anual que es el mejor rendimiento de un CDT para el segundo trimestre del año 2017 y se multiplicó por la mercancía adquirida por la empresa, se considera el producto de esta operación como la posible pérdida de inversión en otras actividades con menor riesgo de no obtener rentabilidad.

Tabla 8. Determinación costo de mantener inventario en punto de venta.

Costos de mantener inventario (r)	
Concepto	\$/año
El costo de espacio	
Arrendamiento del local.	\$ 9.000.000
Costos de capital	
Inversión en inventario.	\$ 4.465.152
Los costos de almacenamiento y manejo	
Servicios (agua, energía).	\$ 3.000.000
Mantenimiento de montacargas.	\$ 1.000.000
Mantenimiento de estanterías.	\$ 600.000
Mantenimiento de estibas.	\$ 500.000
Mantenimiento de equipos de cómputo.	\$ 200.000
Mantenimiento de instalaciones (servicios sanitarios, casilleros, pisos, techos).	\$ 1.200.000
Seguro por pérdidas o daños.	\$ 2.360.000
Total	\$ 22.325.152

Fuente: Elaboración propia.

Los costos de seguro: La cobertura del seguro incluye protección frente a pérdidas por incendios, tormentas o robo y su nivel depende de la cantidad de inventario disponible, la empresa caso de estudio emplea un seguro sobre un valor promedio de mercancía anual de \$62.016.000.

A partir costo total del inventario presentado en la *tabla 8* se procede a hallar la tasa r a través de la *ecuación 3*.

Se debe tener en cuenta que el inventario en stock que maneja el punto de venta 1 en promedio es 152 canastillas mensual, cada canastilla tiene una capacidad de 8 panes y el precio de cada canastilla es de \$34.000; por lo tanto el valor del inventario promedio anual es \$62.016.000.

$$r = \frac{\text{Costo total del inventario}}{\text{Valor del inventario promedio}} \quad \text{Ecuación 3}$$

$$r = \$ 22.325.152 / \$ 62.016.000 = 0,36 = 36\%$$

Costo de mantener inventario en el punto de venta. Se procede hallar este costo a través de la ecuación:

$$C_{mi} = \text{Inventario} * \text{Valor de la canastilla} * r$$

Donde,

Inventario: Este valor lo proporciona el modelo matemático propuesto

Valor de canastilla: se conoce que en cada camión hay un límite de capacidad para 312 canastillas, 8 panes por canastilla y que el costo del producto en el punto de venta es de \$5.000, por lo tanto el valor de la canastilla es el producto de los dos últimos.

Tasa r : valor hallado en la *tabla 8* dividido en 365 días, porque el horizonte del problema es semanal, se necesita una tasa r diaria. No se incluye inventario para así obtener un costo unitario.

$$C_{mi}/uni = \$40.000 * 0,000986 = \$39,452056$$

5.2.5 Costos de mantener inventario en la bodega

Para hallar la tasa r de la bodega se tuvo en cuenta el proceso presentado anteriormente.

El costo de espacio que es empleado para almacenar las canastillas es supuesto por la empresa objeto de estudio como la mitad del gasto mensual por arrendamiento del local, la otra mitad es cargada al establecimiento de venta minorista ubicado en el mismo lugar (cada mitad equivale a \$250.000). El costo de oportunidad para la bodega también corresponde al 7.2% ofrecido por un CDT.

Tabla 9. Determinación de costos de mantener inventario en la bodega.

Costos de mantener inventario (r)	
Concepto	\$/año
El costo de espacio	
Arrendamiento del local.	\$ 3.000.000
Costos de capital	
Inversión en inventario.	\$ 4.406.400
Los costos de almacenamiento y manejo	
Mano de obra (1 operario1).	\$ 8.852.604
Servicios (agua, energía).	\$ 1.560.000
Mantenimiento de instalaciones (servicios sanitarios, casilleros, pisos, techos).	\$ 600.000
Costos de riesgo de inventario	
Seguros por pérdidas o daños.	\$ 1.200.000
Total	\$ 19.619.004

Fuente: Elaboración propia

Los costos de seguro: La empresa caso de estudio emplea un seguro sobre un valor promedio de mercancía anual de \$61.200.000.

Se debe tener en cuenta que el inventario en stock que maneja la bodega en promedio es 150 canastillas mensual, cada canastilla tiene una capacidad de 8 panes y el precio de cada canastilla es de \$34.000; por lo tanto el valor del inventario promedio es \$ 61.200.000.

$$r = \frac{\text{Costo total del inventario}}{\text{Valor del inventario promedio}} \quad \text{Ecuación 4}$$

$$r = \$ 19.619.004 / \$ 61.200.000 = 0,32 = 32\%$$

Costo de mantener inventario en el punto de venta: Se procede hallar este costo a través de la ecuación.

$$C_{mi} = \text{Inventario} * \text{Valor de la canastilla} * r$$

Donde,

Inventario: Este valor lo proporciona el modelo matemático propuesto.

Valor de canastilla: Se conoce que cada furgoneta tiene un límite de capacidad de 312 canastillas, 8 panes por canastilla y que el costo del producto en bodega es de \$4250, por lo tanto el valor de la canastilla es el producto de los dos últimos.

Tasa r: valor hallado en la *tabla 9* dividido en 365 días, porque el horizonte del problema es semanal, se necesita una tasa r diaria.

$$C_{mi}/uni = \$34.000 * 0,00087671 = \$29,8082$$

5.2.6 Costo por agotados

Este costo se produce cuando se recibe una orden y no hay suficiente inventario disponible para cubrirla, Carlos Julio Vidal Holguín 2010, en este trabajo se calcula

con el margen de utilidad que se deja de obtener por cada unidad dejada de vender.

1. Costo del producto en el punto de Venta: \$5.000
2. Cantidad de panes por canastilla: 8 unidades
3. Valor de la canastilla: $\$5.000 * 8 \text{ unidades} = \40.000
4. Margen de Utilidad en el punto de Venta = 15%.
5. Costo del agotado = $\$40.000 * 15\% = \6.000

5.2.7 Ruteo de vehículos con el sistema actual

En la *tabla 10* se resumen los puntos de venta visitados por el vehículo asignado a la ruta 1 en el sistema actual, también se incluye la distancia recorrida entre dos nodos de la red y finalmente el costo de llevar a cabo esta ruta. La *tabla 11* presenta los mismos datos para la ruta 2 y la *tabla 12*, para la ruta 3.

Tabla 10. Ruta 1 con el sistema actual de ruteo.

RUTA 1						
Puntos de venta visitados por día						
Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	
0	0	0	0	0	0	
24	14	12	25	39	34	
13	20	84	24	12	63	
75	35	9	18	41	15	
47	32	60	23	26	1	
25	5	15	66	12	8	
18	44	1	56	9	0	
23	0	33	89	79		
12		81	71	0		
22		52	0			
0		0				
Conteo=	9	6	9	8	7	5
TOTAL VISITAS						
44						
Distancia recorrida (kilómetros)						
6.53	19.16	3.56	2.07	7.75	0.93	
5.78	0.51	3.07	8.59	4.58	3.28	
0.81	3.07	5.98	4.99	0.86	3.67	
0.46	16.69	5.03	2.16	1.37	2.33	
5.56	1.93	3.76	2.51	1.43	9.98	
5.03	6.75	2.33	4.5	5.71	5.08	
2.16	6.21	0.5	6.98	14.31		
2.16		7.48	2.26	10.94		
4.73		8.23	2.59			
6.45		5.21				
Suma=	39.67	54.32	45.15	36.65	46.95	25.27
TOTAL KMS						
248.01						
Costo de la ruta (879.57 \$/Km)						
\$34,892.54	\$47,778.24	\$39,712.59	\$32,236.24	\$41,295.81	\$22,226.73	\$ 218,142.16
COSTO TOTAL						

Fuente: Elaboración propia.

El vehículo asignado a la ruta 1 visita a 9 puntos de venta el día lunes, 6 el martes, 9 el miércoles, 8 el jueves, 7 el viernes y 5 el sábado para un total de 44 visitas semanales, en las cuales recorre una distancia total de 248,01 kilómetros. Esto supone un costo de \$218,142.16 semanalmente por transporte (entiéndase como costos variables presentados en la *tabla 3*).

Tabla 11. Ruta 2 con el sistema actual de ruteo.

RUTA 2						
Puntos de venta visitados						
Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	
0	0	0	0	0	0	
6	19	43	61	14	19	
27	11	7	85	20	11	
46	2	4	86	35	2	
17	83	59	67	32	37	
65	68	45	76	5	38	
73	62	3	55	44	59	
78	38	80	57	0	0	
16	28	69	77			
0	0	82	90			
		0	0			TOTAL VISITAS
8	8	9	9	6	6	46
Distancia recorrida (kilómetros)						
10.64	5.51	9.63	4.76	19.16	5.51	
0.9	5.01	2	3.57	0.51	5.01	
5.59	6.02	6.31	3	3.07	6.02	
6.35	3.67	4.93	3.14	17	2.62	
3.83	1.46	4.31	0.18	1.93	3.42	
4.9	2.34	1.57	1.4	6.75	8.08	
4.21	2.15	5.37	1.49	6.21	10.55	
1.18	2.14	2.84	1.83			
6.48	5.43	2.68	4.25			
		3.52	5.24			TOTAL KMS
44.08	33.73	43.16	28.86	54.63	41.21	245.67
Costo de la ruta (879.57 \$/Km)						
\$ 38,771.45	\$29,667.90	\$37,962.24	\$25,384.39	\$48,050.91	\$36,247.08	\$216,083.96

Fuente: Elaboración propia.

El vehículo asignado a la ruta 2 visita a 8 puntos de venta el día lunes, 8 el martes, 9 el miércoles, 9 el jueves, 6 el viernes y 6 el sábado para un total de 46 visitas semanales, en las cuales recorre una distancia total de 245,67 kilómetros. Esto supone un costo de \$216.083,96 semanalmente por transporte.

Tabla 12. Ruta 3 con el sistema actual de ruteo.

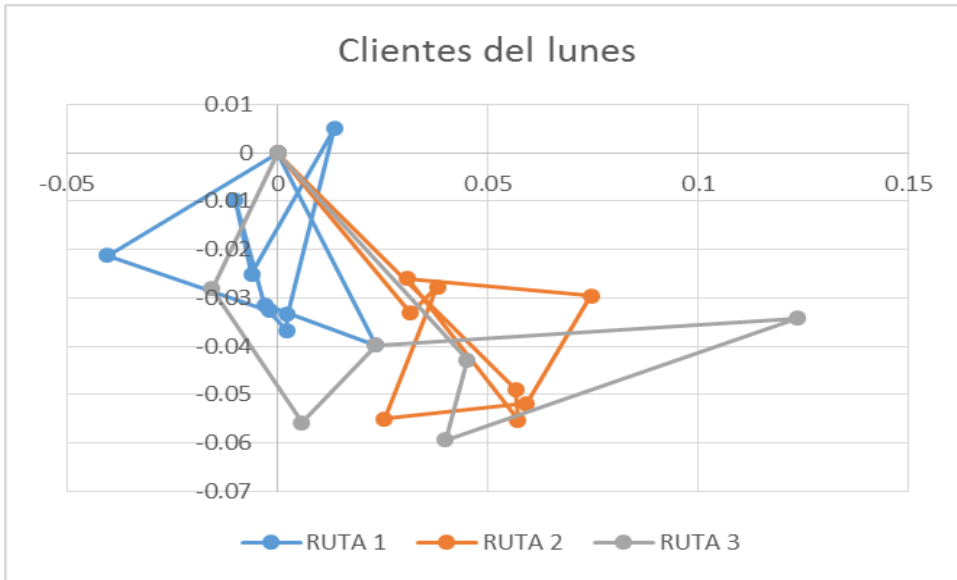
RUTA 3						
Puntos de venta visitados						
Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	
0	0	0	0	0	0	0
36	8	42	27	6	4	
21	72	70	46	17	88	
51	58	40	74	11	3	
22	10	87	31	16	30	
39	0	26	49	10	64	
26		53	48	7	54	
0		0	50	0	0	
			0			
6	4	6	7	6	6	TOTAL VISITAS
						35
Distancia recorrida (kilómetros)						
8.83	5.08	2.19	11.29	10.64	12.41	
2.43	5.43	0.99	5.59	3.76	0.76	
12.6	2.43	8.86	7.45	7.95	1.3	
14.5	11.32	20.7	6.62	3.17	4.16	
3.39	9.86	16.53	4.4	3.38	7.35	
4.91		10.3	2.06	0.72	5.04	
4.48		7.76	9.55	9.33	11	
			17.22			
51.14	34.12	67.33	64.18	38.95	42.02	TOTAL KMS
						297.74
Costo de la ruta (879.57 \$/Km)						
\$ 44,981.21	\$30,010.93	\$59,221.45	\$56,450.80	\$34,259.25	\$36,959.53	COSTO TOTAL
						\$ 261,883.17

Fuente: Elaboración propia.

El vehículo asignado a la ruta 3 visita a 6 puntos de venta el día lunes, 4 el martes, 6 el miércoles, 7 el jueves, 6 el viernes y 6 el sábado para un total de 35 visitas semanales, en las cuales recorre una distancia total de 297,74 kilómetros. Esto supone un costo de \$261.883,17 semanalmente por transporte.

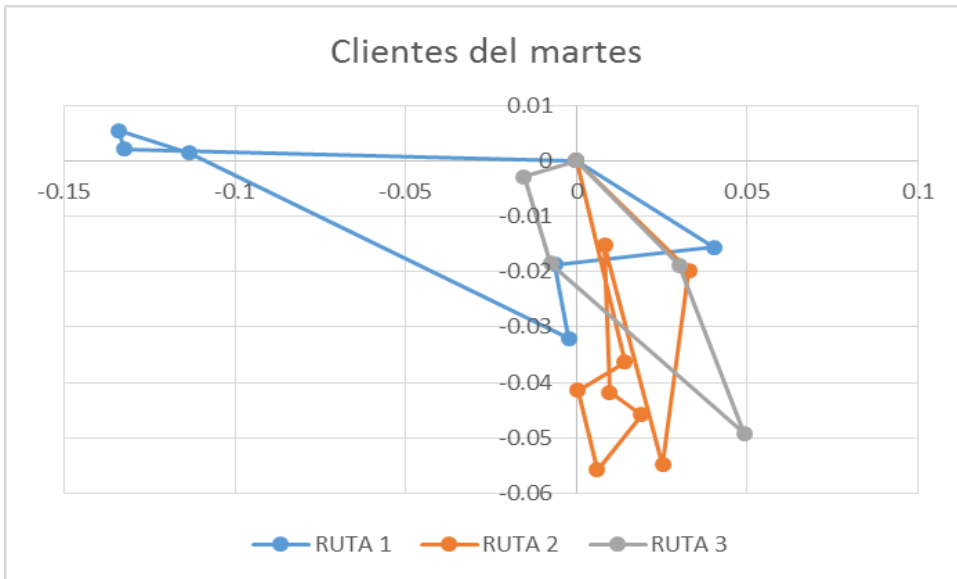
A partir de la información presentada en las tablas 10, 11 y 12 fueron diseñados los mapas de recorrido que presentan el rumbo de cada una de las tres rutas identificadas (*gráficos 1-6*).

Gráfico 1. Rutas actuales para el lunes.



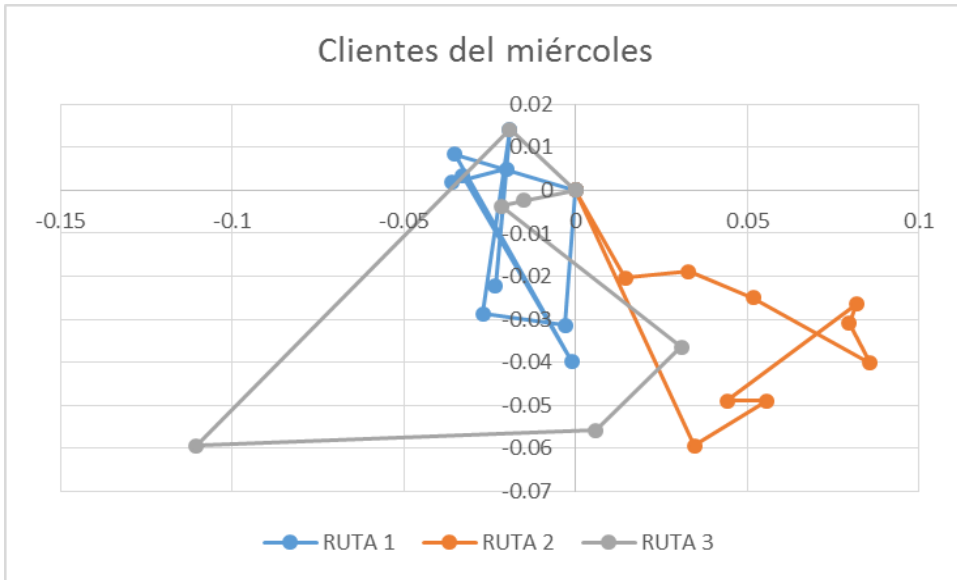
Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 2. Rutas actuales para el martes.



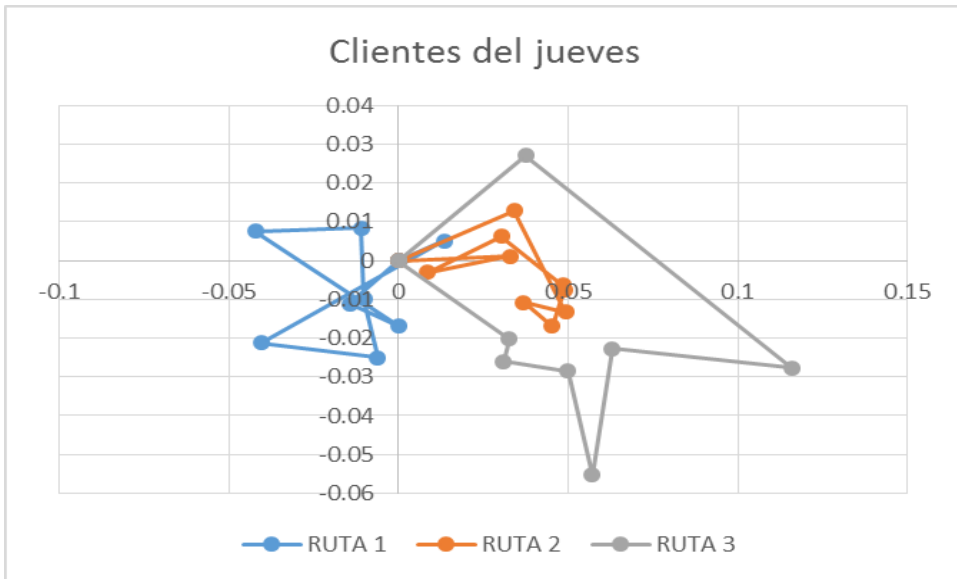
Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 3. Rutas actuales para el miércoles.



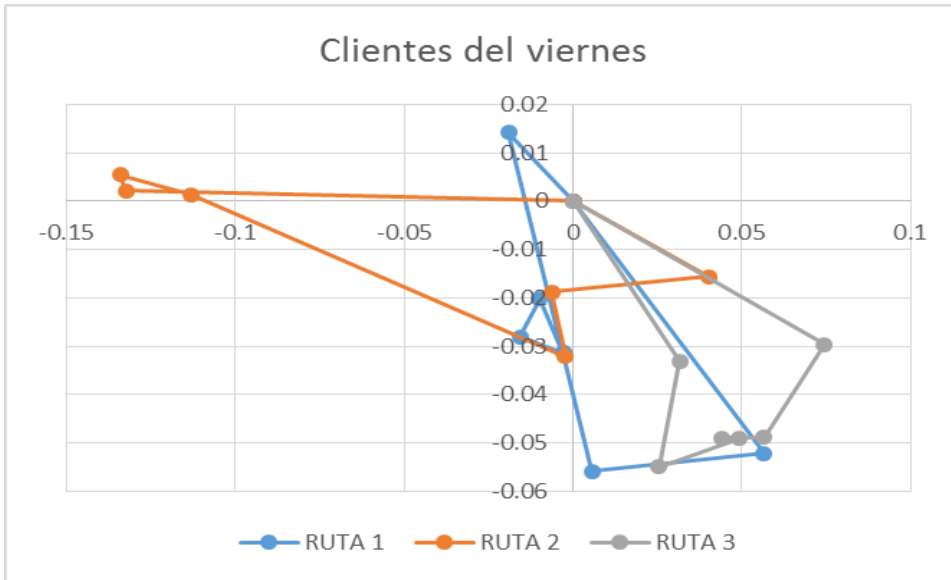
Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 4. Rutas actuales para el jueves.



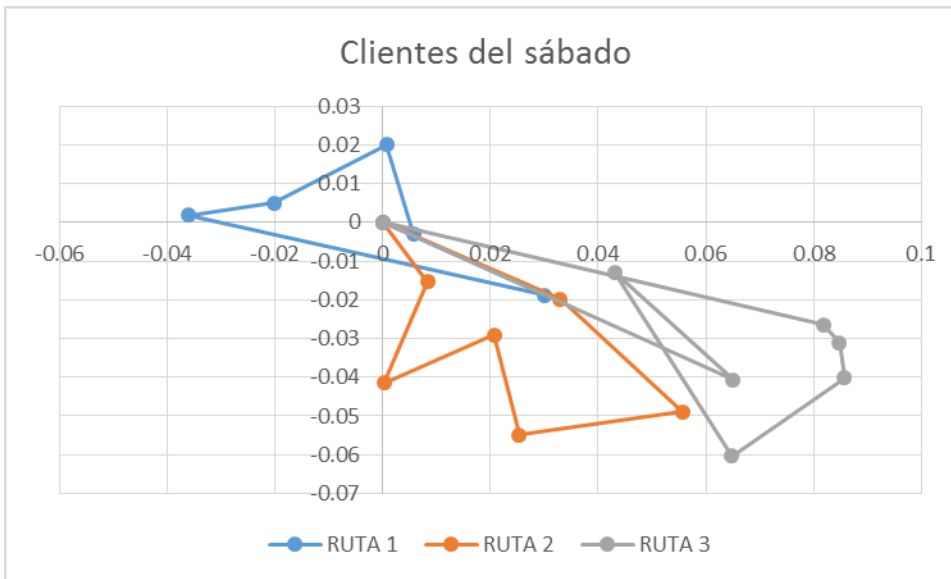
Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 5. Rutas actuales para el viernes.



Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 6. Rutas actuales para el sábado.



Fuente: Elaboración propia.

5.2.8 Cálculo de distancias de la bodega a los puntos de venta

Se obtuvo la localización en direcciones de los noventa puntos de venta y del centro de distribución, la demanda de cada uno de los puntos y el número de vehículos homogéneos con capacidades conocidas. Las direcciones suministradas de cada uno de los nodos se cambiaron a coordenadas de latitud y longitud utilizando el servidor de aplicaciones de mapas (Google Maps) de Google, estas se presentan en el *Anexo 1*. Al obtener el resultado del modelo de asignación de rutas a periodos se extrajeron las coordenadas de todos los puntos a visitar en cada periodo por separado, con lo que se redujo los pares de nodos de 91x91 a un máximo de 31x31.

Para transformar estas coordenadas geográficas a Coordenadas UTM (Universal Transversal Merkator) se utilizó un conversor en línea (Cotticia & Surace, n.d.) con el fin de calcular la distancia euclidiana en kilómetros entre cada par de nodos. Estas distancias en kilómetros entre nodos se registraron en una matriz de distancias para cada periodo. A manera de ejemplo se presenta la matriz de distancias del periodo 6 en la *tabla 13*.

Tabla 13. Distancia de la bodega a cada punto de venta.

MATRIZ DE DISTANCIAS (kilómetros)												
Nodo	0	1	2	5	12	13	15	23	25	29	34	41
0	.	5.22	2.43	2.74	4.35	4.51	3.00	2.00	2.07	3.38	0.93	3.12
1	5.22	.	6.83	5.14	6.60	6.83	2.33	4.08	7.17	2.97	6.08	4.84
2	2.43	6.83	.	2.17	2.76	2.82	4.97	2.76	2.91	5.67	1.74	2.71
5	2.74	5.14	2.17	.	1.80	2.02	3.83	1.34	4.36	4.89	2.79	0.55
12	4.35	6.60	2.76	1.80	.	0.23	5.58	3.13	5.56	6.68	4.12	1.84
13	4.51	6.83	2.82	2.02	0.23	.	5.81	3.35	5.67	6.90	4.25	2.07
15	3.00	2.33	4.97	3.83	5.58	5.81	.	2.51	4.87	1.27	3.91	3.76
23	2.00	4.08	2.76	1.34	3.13	3.35	2.51	.	3.98	3.55	2.48	1.41
25	2.07	7.17	2.91	4.36	5.56	5.67	4.87	3.98	.	4.88	1.57	4.85
29	3.38	2.97	5.67	4.89	6.68	6.90	1.27	3.55	4.88	.	4.31	4.90
34	0.93	6.08	1.74	2.79	4.12	4.25	3.91	2.48	1.57	4.31	.	3.28
41	3.12	4.84	2.71	0.55	1.84	2.07	3.76	1.41	4.85	4.90	3.28	.

Fuente: Elaboración propia.

5.3 FORMULACIÓN DEL MODELO

5.3.1 Supuestos y consideraciones

- Una Cadena de Suministro CS de la forma Una Bodega Central y N puntos de distribución.
- La demanda es determinística y se conoce su comportamiento (tipo de distribución, media y desviación).
- Se considera un solo producto.
- Se considera un horizonte de planeación finito.
- El horizonte planeación se divide en periodos.
- Costo de mantener los inventarios (por excesos y faltantes) en los distribuidores.
- Se permiten pedidos pendientes .
- Se considera un costo de mantener inventarios y un costos por faltantes en los distribuidores.
- Se considera un costo de mantener inventarios en la bodega central.
- Limitaciones de capacidad de almacenamiento en los puntos de distribución
- Se considera un costo de transporte asociado a visitar un distribuidor.
- Los vehículos poseen una capacidad limitada.

5.3.2 Notación

Conjuntos:

NODOS: Conjunto de posibles nodos a ser satisfechos en un día.

PERIODOS. Horizonte de tiempo de ejecución del modelo. PERIODOS = $\{t_1, t_2, \dots, T\}$.

PUNTOS_V within NODOS. Puntos de venta o clientes del sistema.

PUNTOS_V = $\{i_1, i_2, \dots, I\}$.

Parámetros:

I_{ini_i} : Inventario inicial del horizonte de tiempo para cada punto de venta. Representa únicamente el del día lunes.

BO_{ini_i} : Pedidos pendientes del punto de venta i con que inicia el horizonte de tiempo. Representa únicamente el del día lunes.

Dem_{it} : Demanda diaria del punto de venta i .

CT_i : Costo de transporte del punto de venta i . Es el costo de trasladarse desde la bodega hasta el punto de venta.

CI_i : Costo de mantener inventario en el punto de venta i .

CA_i : Costo de producto agotado en el punto de venta i , desabastecimiento.

I_{max_i} : Cantidad máxima de canastillas que puede almacenar el punto de venta i .

Variables:

X_{it} : Cantidad de canastillas a enviar al punto de venta i en el periodo t .

$Y_{it} = \begin{cases} 1, & \text{Si decide enviar producto al punto de venta } i \text{ en el periodo } t \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases}$

$Prod_t$: Cantidad a producir en la bodega en el periodo t .

Ib_t : Inventario inicial de la bodega en el periodo t .

Id_{it} : Inventario final del punto de venta i en el periodo t .

Bd_{it} : Cantidad de productos agotados en el punto de venta i en el periodo t .

Para el diseño del modelo integración de decisiones de inventario y ruteo se consideró como base el algoritmo Branch and Cut propuesto por Archetti, Bertazzi, Laporte y Speranza, resultando en la siguiente arquitectura:

5.3.3 Función objetivo

$$\text{Min } Z \sum_{t \in T'} IB_0 * h + \sum_{t \in T'} \sum_{i \in I} I_{st} * h_s + \sum_{t \in T'} \sum_{i \in I} Ct * Y_{it} + \sum_{t \in T'} \sum_{i \in I} Bit * h_0$$

5.3.4 Restricciones

$$\text{Balance PV: } Id_{it} - Bd_{it} = Id_{it-1} - Bd_{it-1} + X_{it} - dem_{it} \quad \forall i, t$$

$$\text{Envío: } X_{it} \leq M * Y_{it} \quad \forall i, t$$

$$\text{Balance B: } Ib_t = Ib_{t-1} + Prod_t - \sum_{i \in I} X_{it} \quad \forall t$$

$$\text{Abastecimiento: } \sum_{t \in T} X_{it} \geq I_{max_i} - I_{ini_i} + Bd_{it-1} \quad \forall i$$

5.4 PRONÓSTICO DE DEMANDA

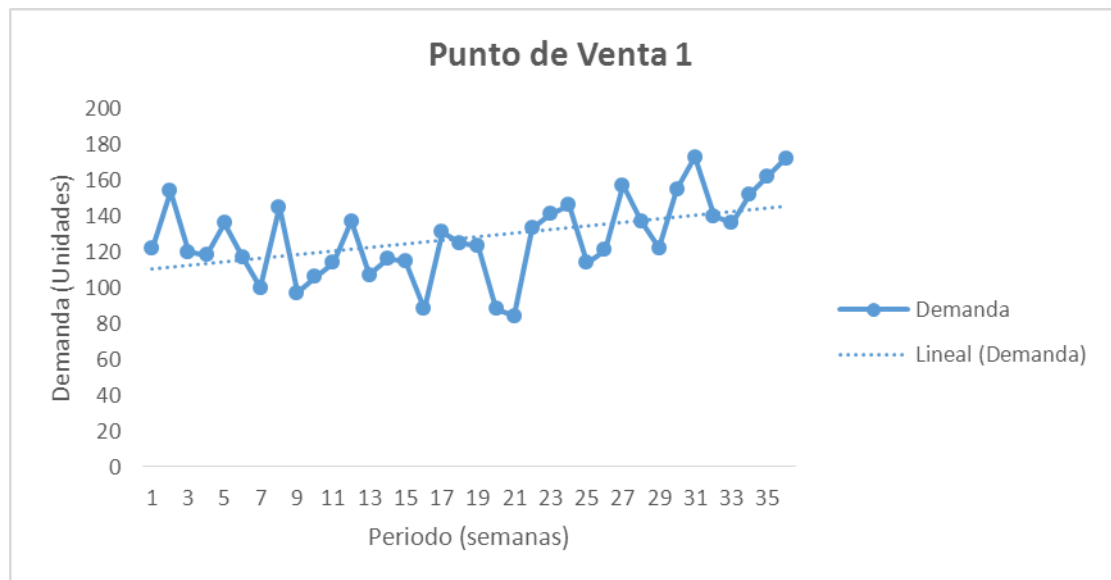
Para la obtención de los valores respectivos al inventario máximo el cual es utilizado para definir la cantidad máxima que puede existir en un inventario, se realizó un pronóstico de demandas con los datos históricos proporcionados por la empresa objeto de estudio, siendo indispensable para ello comprender el concepto de pronóstico de demanda.

En esta sección se va a realizar un pronóstico semanal de las demandas para la empresa caso de estudio, para lo anterior se pretende utilizar un método de pronósticos dependiendo del comportamiento que presente la demanda.

Para una empresa que produce y comercializa productos, es fundamental pronosticar la demanda que dichos clientes van a generar y de esta forma tomar

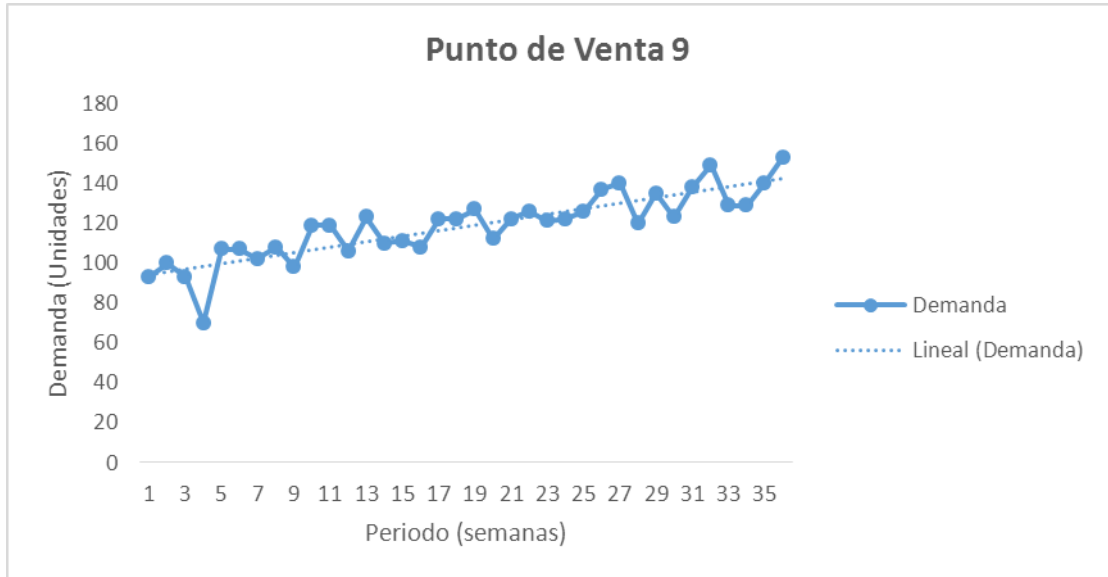
decisiones correctas para mantener inventarios balanceados (Vidal, 2010). Series de tiempo es el tipo de pronósticos a utilizar en este trabajo de grado ya que la empresa nos proporcionó los datos históricos de demanda. Para determinar el método de pronóstico adecuado se define el comportamiento de la demanda que para este trabajo es demanda con tendencia como se muestra a continuación: para presentar las gráficas se escogió los puntos de venta con demandas mayores.

Gráfico 7. Histórico de demanda del punto de venta 1.



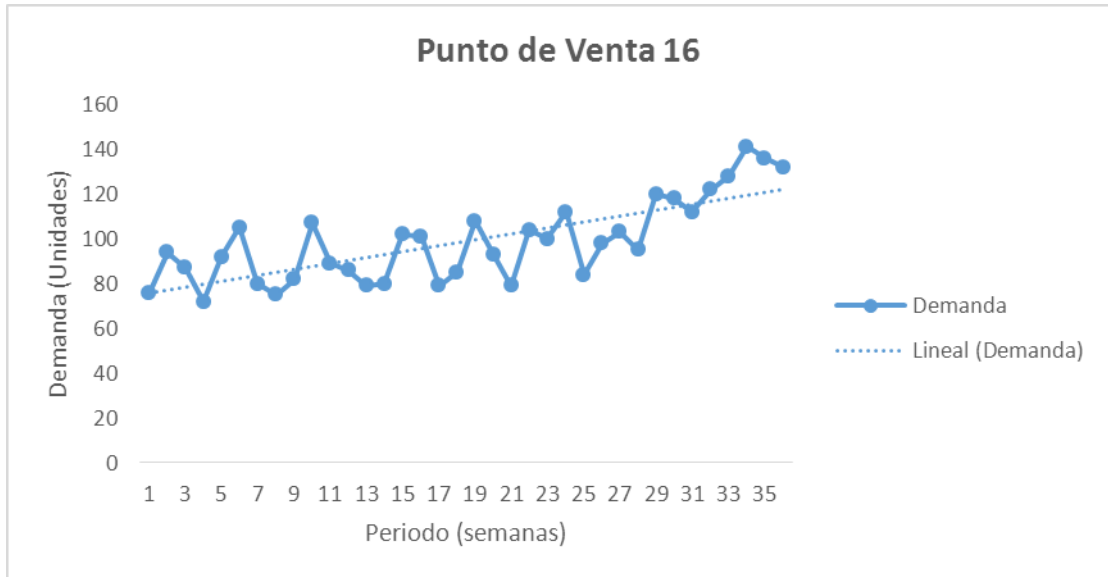
Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 8. Histórico de demanda del punto de venta 9.



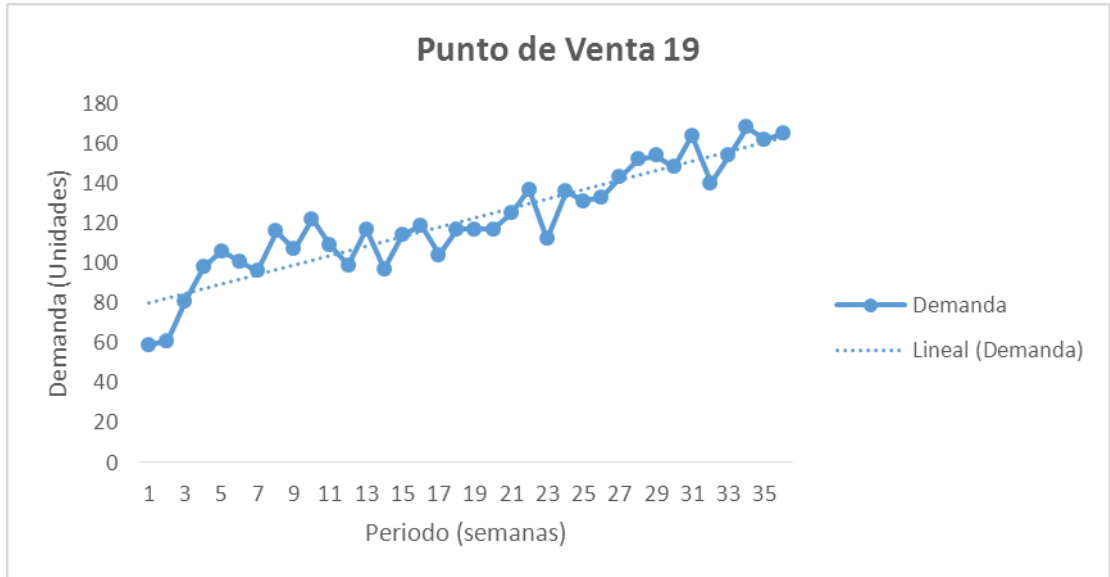
Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 9. Histórico de demanda del punto de venta 16.



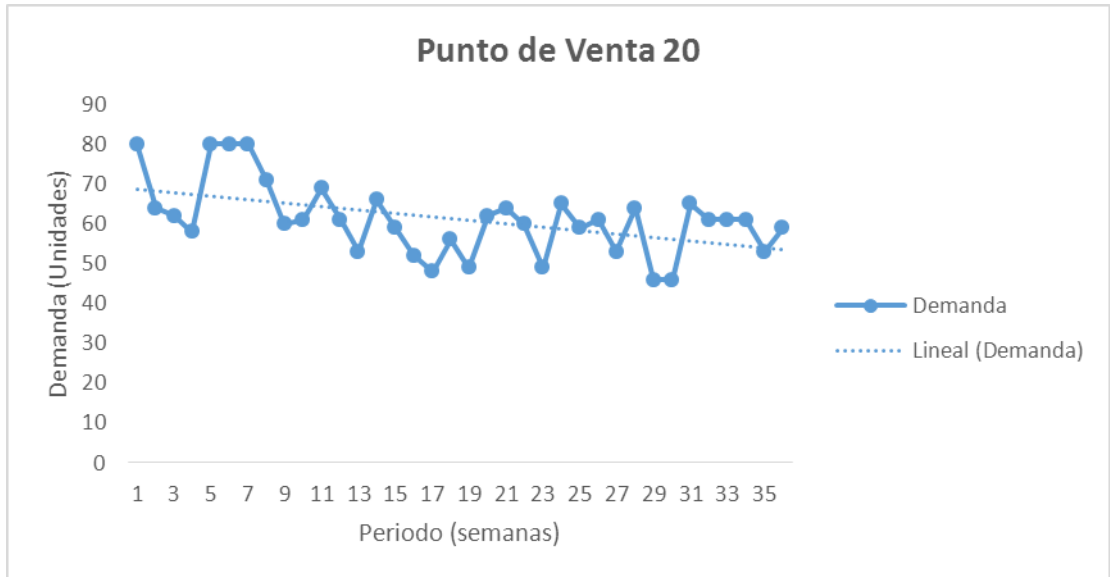
Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 10. Histórico de demanda del punto de venta 19.



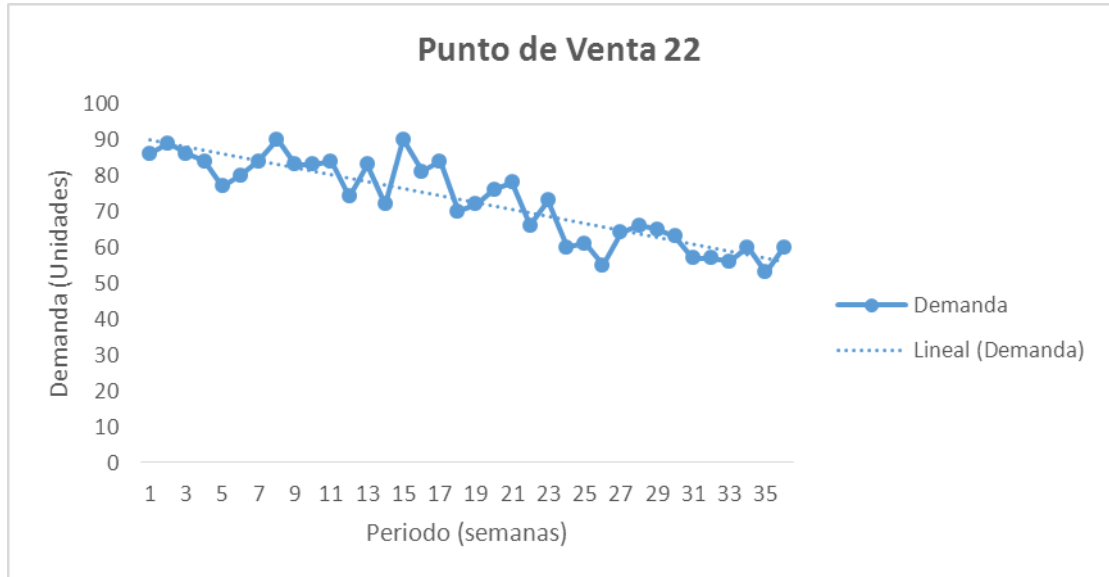
Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 11. Histórico de demanda del punto de venta 20.



Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 12. Histórico de demanda del punto de venta 22.



Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar en los gráficos 1-9, la empresa presenta en la demanda de sus productos una tendencia (creciente-decreciente), por lo tanto se considera para el desarrollo del pronóstico, el método de suavización exponencial doble.

Para el método de suavización exponencial doble se considera la ecuación 4:

$$X_t = b_1 + b_2 + \varepsilon_t \quad (\text{Ecuación 5})$$

Donde;

X_t = Valor real de la demanda en el periodo t.

b_1 = Es una constante que representa la componente fija de la demanda.

b_2 = Es una constante que representa la componente de tendencia de la demanda.

ε_t = Es una variable aleatoria del proceso imposible de pronosticar.

La empresa proporcionó de forma confidencial los datos históricos de la demanda en canastillas de los puntos de venta y apoyados en esta información se realiza una regresión lineal simple para estimar los valores de $\hat{a}_1(0)$ y $\hat{b}_2(0)$ ubicando el

origen de las coordenadas al comienzo de la semana 1. Se toma los datos de demanda del Punto de venta 6 ya que presenta una demanda alta.

Tabla 14. Determinación de los datos de inicio para pronóstico del punto de venta 1.

	Demanda			
	Periodo (Semanas)	Real (Canastillas)	Regresión Lineal	Residuos
Datos Iniciales	1	122	122,23	-0,23
	2	154	121,97	32,03
	3	120	121,72	-1,72
	4	118	121,46	-3,46
	5	136	121,21	14,79
	6	117	120,95	-3,95
	7	100	120,70	-20,70
	8	145	120,44	24,56
	9	97	120,18	-23,18
	10	106	119,93	-13,93
	11	114	119,67	-5,67
	12	137	119,42	17,58
	13	107	119,16	-12,16
	14	116	118,91	-2,91
	15	115	118,65	-3,65
	16	88	118,40	-30,40
	17	131	118,14	12,86
	18	125	117,89	7,11
	19	123	117,63	5,37
	20	88	117,38	-29,38
	21	84	117,12	-33,12
	22	133	116,87	16,13
	23	141	116,61	24,39
	24	146	116,36	29,64

Fuente: Elaboración Propia.

$$\hat{b}_1(0) = \hat{a}_1(0) + m \hat{b}_2(0) \quad \text{Ecuación 6}$$

Por medio de la ecuación 5 se obtienen para los primeros 24 datos de demanda histórica:

$$\hat{a}_1(0): 122.48 \text{ (corte con el eje Y)}$$

$$\hat{b}_2(0) = -0,26 \text{ (pendiente)}$$

Se inicia el pronóstico a partir de la semana 25 (Periodo T =1); el origen de las coordenadas es situado al comienzo de esta semana y se halla el valor para $\hat{b}_1(0)$ así:

$$\hat{b}_1(0) = 122.48 + (24) (-0,26)$$

$$b_1(0) = 116.36$$

Se utilizan ahora las ecuaciones:

$$S_0 = b_1(0) - \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) b_2(0) \quad \text{EC}$$

Donde $\alpha = 0,10$ (Valor tomado antes de optimizar)

$$S_0 = 116.36 - \left(\frac{1-0,10}{0,10}\right) (-0,26) = 118,65$$

$$S_0^{[2]} = b_1(0) - 2 \left[\frac{1-\alpha}{\alpha}\right] b_2(0) \quad \text{EC}$$

$$S_0^{[2]} = 116.36 - 2 \left(\frac{1-0,10}{0,10}\right) (-0,26) = 120,95$$

Para simular los pronósticos para las semanas 25-36 se utilizan los valores de S_T y $S_T^{[2]}$ correspondientes al actual periodo T y $\tau = 1$ para reemplazar en la ecuación 6:

$$\hat{x}_{T+\tau}(T) = \left(2 + \frac{\alpha\tau}{1-\alpha}\right) S_T - \left(1 + \frac{\alpha\tau}{1-\alpha}\right) S_T^{[2]} \quad \text{Ecuación 6}$$

Para realizar el pronóstico a la semana 1 se emplean los valores para S_0 y $S_0^{[2]}$ hallados anteriormente y $T=1$

$$\hat{x}_1(T) = \left(2 + \frac{\alpha}{1-\alpha}\right) S_0 - \left(1 + \frac{\alpha\tau}{1-\alpha}\right) S_0^{[2]} \quad \text{EC}$$

$$\hat{x}_1(T) = \left(2 + \frac{0,1}{0,9}\right) (118,65) - \left(1 + \frac{0,1}{0,9}\right) (120,95) = 116$$

Para calcular el pronóstico de las siguientes semanas se hallan los valores de S_1 y $S_1^{[2]}$ por medio de las siguientes ecuaciones

$$S_T = \alpha x_T + (1 - \alpha) S_{T-1} \quad \text{EC (17)}$$

Se conoce la demanda de la semana 1 = 114.

$$S_1 = \alpha x_1 + (1 - \alpha) S_{1-1}$$

$$S_1 = (0,1) (114) + (0,9) (118,65) = 118,18$$

$$S_T^{[2]} = S_T \alpha + (1 - \alpha) S_{T-1}^{[2]} \quad \text{EC (18)}$$

$$S_1^{[2]} = S_1 \alpha + (1 - \alpha) S_{1-1}^{[2]}$$

$$S_1^{[2]} = (118,18) (0,1) + (0,9) (120,95) = 120,67$$

Con estos valores de S_1 y $S_1^{[2]}$ se halla el pronóstico de la semana 2 y se repite el procedimiento para cada una de las semanas restantes. El α se optimiza utilizando la herramienta solver de Excel minimizando el Error Cuadrático Medio (ECM), se obtuvo $\alpha_{\text{optimo}} = 0,03$ y Desviación estándar (σ) = 19,55.

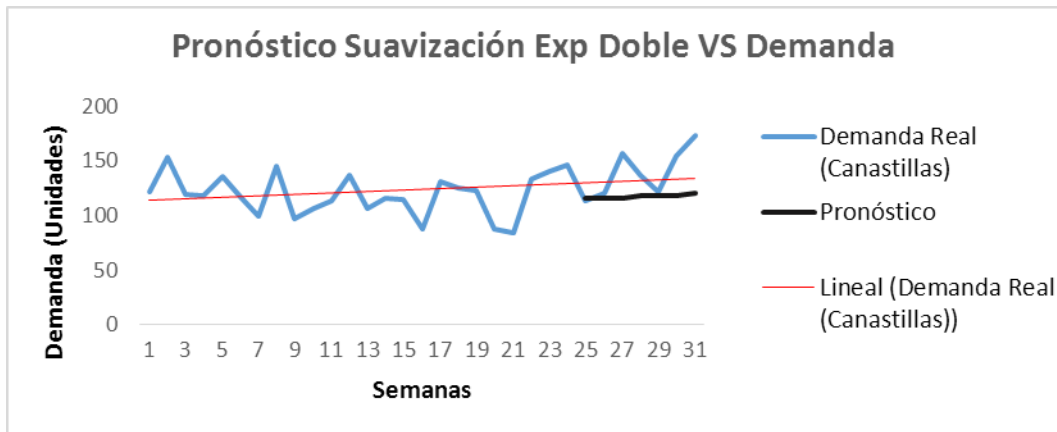
Los resultados obtenidos se presentan en la *tabla 15*.

Tabla 15. Cálculo de valores en pronóstico por suavización exponencial doble.

			b1	116.36	Suavizacion Exponencial Doble							
Semanas	Periodo (T)	Demanda Real (Canastillas)	Regresión Lineal	Residuos	St	St [2]	Xt	e	e	e2	MAD (S)	ECM (S)
24	0	146	116,356667	29,6433333	124,806464	133,256261					15,9350147	382,366001
Simulación	25	1	114		124,489635	132,999237	116,101449	-2,1014493	2,10144928	4,41608906	14,2749868	337,012012
	26	2	121		124,387325	132,746749	115,723009	5,27699052	5,27699052	27,8466289	13,1952273	299,912166
	27	3	157		125,343477	132,529697	115,775412	41,2245881	41,2245881	1699,46666	16,5587506	467,858705
	28	4	137		125,685228	132,329028	117,940205	19,0597951	19,0597951	363,275791	16,8588759	455,308756
	29	5	122		125,577183	132,131074	118,840759	3,1592408	3,1592408	9,98080242	15,2149197	401,869401
	30	6	155		126,439814	131,964216	118,825338	36,1746619	36,1746619	1308,60617	17,7300888	510,677813
	31	7	173		127,804886	131,84227	120,748553	52,2514466	52,2514466	2730,21367	21,8726517	777,022116
	32	8	140		128,162427	131,734383	123,645556	16,3544443	16,3544443	267,467847	21,2104668	715,875603
	33	9	136		128,392213	131,636396	124,482584	11,5174159	11,5174159	132,650869	20,0473007	645,888635
	34	10	152		129,084356	131,561574	125,050042	26,949958	26,949958	726,300234	20,8756196	655,538027
	35	11	162		130,049391	131,517239	126,532316	35,4676841	35,4676841	1257,95661	22,6266673	727,828257
	36	12	172		131,279317	131,510264	128,537208	43,462792	43,462792	1889,01429	25,1270023	867,170581
					131,041395		→ Pronostico en tiempo real					

Fuente: Elaboración propia.

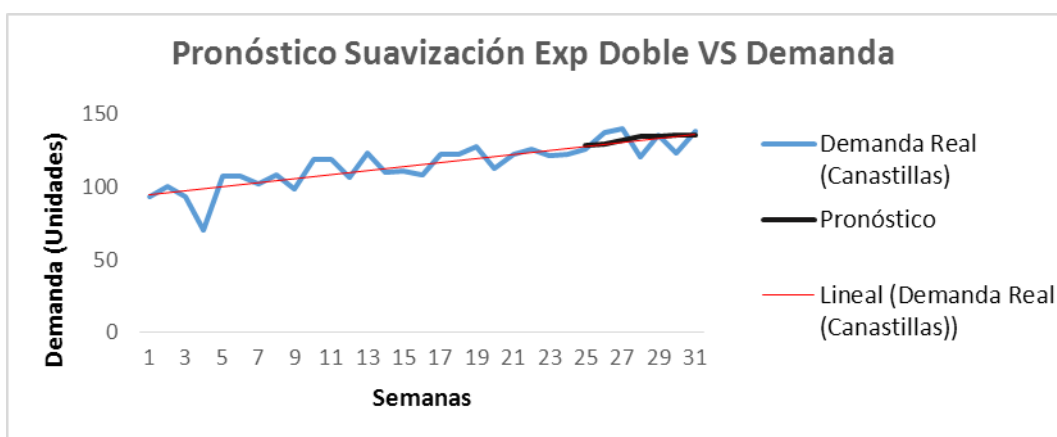
Gráfico 13. Demanda de canastillas para el punto de venta 1 para una semana y su pronóstico.



Fuente: Elaboración propia.

Se utiliza el método de suavización exponencial doble descrito anteriormente para los siguientes 89 puntos de venta del caso de estudio, a continuación se van a presentar los resultados para el punto de venta 9, punto de venta 16, punto de venta 19, punto de venta 20 y punto de venta 22; ya que estos son los que mayor demandan canastillas.

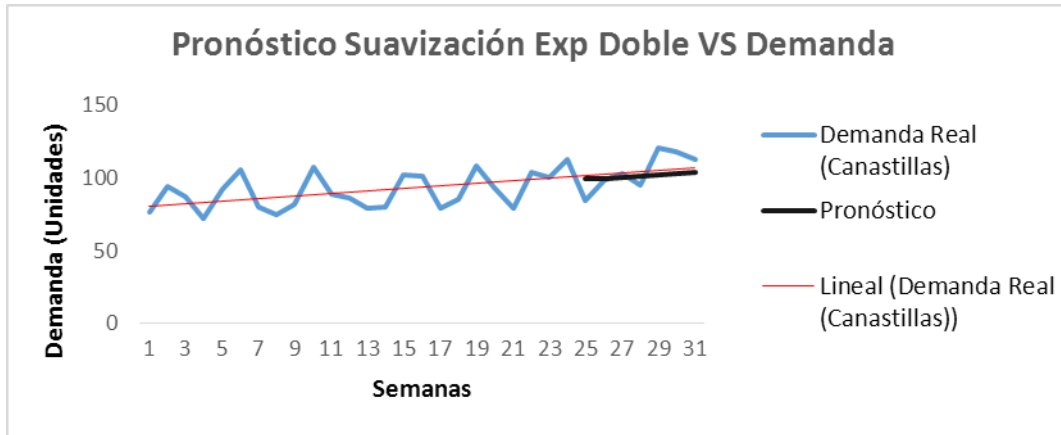
Gráfico 14. Demanda de canastillas para el punto de venta 9 para una semana y su pronóstico.



Fuente: Elaboración propia.

Para el punto de venta 9 se obtuvo $\alpha = 0,08$ y $\sigma = 8,8$ unidades.

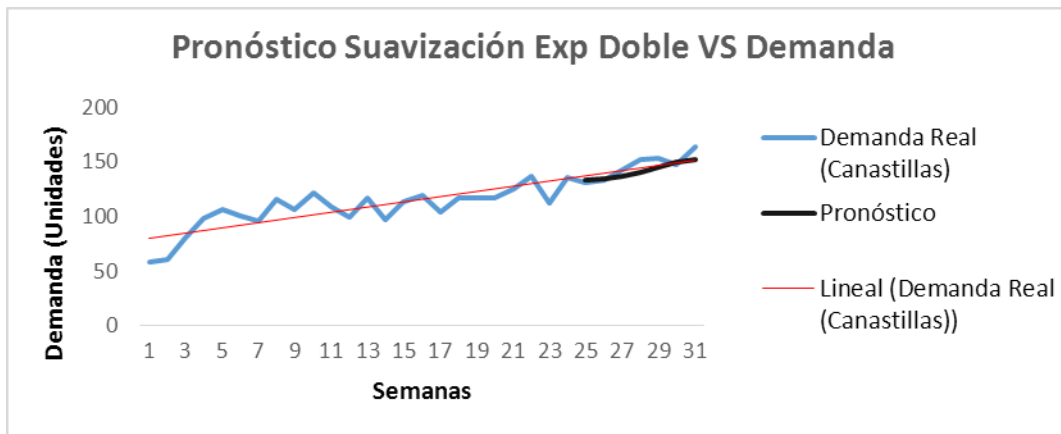
Gráfico 15. Demanda de canastillas para el punto de venta 16 para una semana y su pronóstico.



Fuente: Elaboración propia.

Para el punto de venta 16 se obtuvo $\alpha = 0,09$ y $\sigma = 11,9$ unidades.

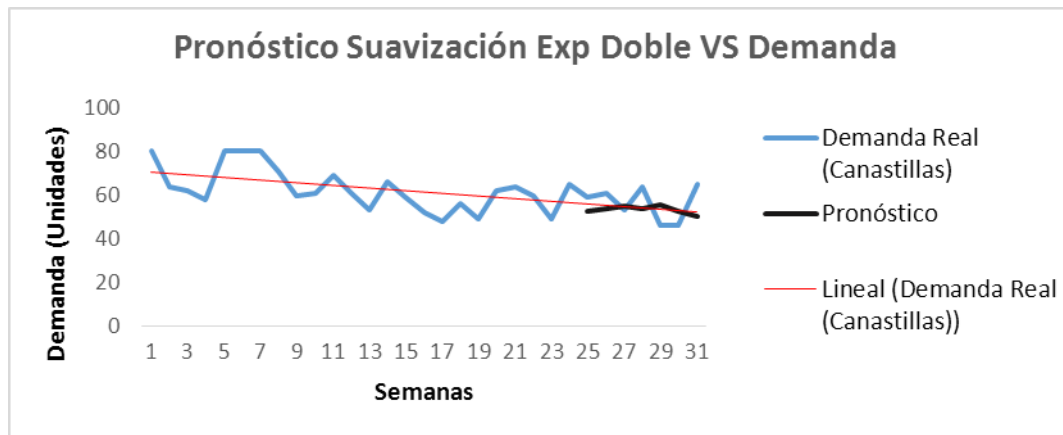
Gráfico 16. Demanda de canastillas para el punto de venta 19 para una semana y su pronóstico.



Fuente: Elaboración propia.

Para el punto de venta 19 se obtuvo $\alpha = 0,01$ y $\sigma = 12,3$ unidades.

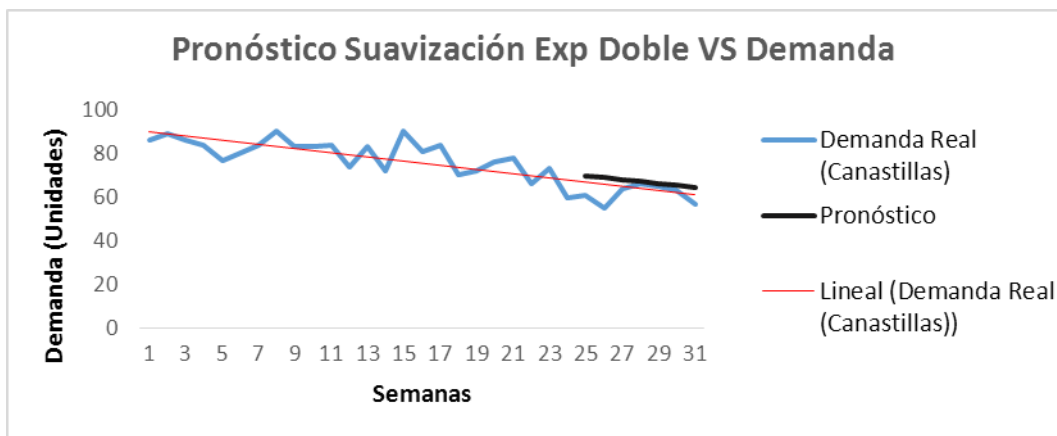
Gráfico 17. Demanda de canastillas para el punto de venta 20 para una semana y su pronóstico.



Fuente: Elaboración propia

Para el punto de venta 20 se obtuvo $\alpha = 0,01$ y $\sigma = 8,3$ unidades.

Gráfico 18. Demanda de canastillas para el punto de venta 22 para una semana y su pronóstico.



Fuente: Elaboración propia

Para el punto de venta 22 se obtuvo $\alpha = 0,12$ y $\sigma = 5,7$ unidades.

Los pronósticos de demanda para cada punto de venta varían incluso en su tendencia, por ello es necesario hallar los 90 valores para dar inicio a la construcción del archivo de datos, ya que todo arranca desde la demanda de canastillas a la bodega central.

6. RESULTADOS

6.1 MODELO DE OPTIMIZACIÓN DE INVENTARIOS

El modelo de optimización fue desarrollado en el lenguaje AMPL y ejecutado haciendo uso del solver gurobi 7.5.4 del servidor NEOS. Los resultados obtenidos ofrecen un programa de distribución por días a los diferentes puntos de venta (*tabla 16*), teniendo en cuenta la demanda unitaria de cada uno de estos y como variables auxiliares, se conoce también el inventario final y el agotamiento de inventario de estos clientes, presentados en las *tablas 17 y 18* respectivamente.

Tabla 16. Programa de distribución obtenido por el modelo de optimización.

Cliente	Abastecimiento semanal (Canastillas)					
	Envío Lun	Envío Mar	Envío Mie	Envío Jue	Envío Vie	Envío Sáb
1	0.00	0.00	58.00	0.00	0.00	73.00
2	0.00	29.00	0.00	37.00	0.00	46.00
3	39.00	0.00	0.00	0.00	54.00	0.00
4	0.00	0.00	54.00	0.00	0.00	0.00
5	12.00	0.00	43.00	0.00	0.00	41.00
6	0.00	47.00	0.00	108.00	0.00	0.00
7	43.00	0.00	0.00	98.00	0.00	0.00
8	23.00	0.00	0.00	0.00	40.00	0.00
9	0.00	29.00	39.00	0.00	77.00	0.00
10	49.00	0.00	0.00	0.00	69.00	0.00
11	0.00	0.00	84.00	0.00	0.00	0.00
12	0.00	0.00	22.00	0.00	0.00	36.00
13	0.00	38.00	0.00	41.00	0.00	45.00
14	0.00	126.00	0.00	0.00	0.00	0.00
15	0.00	22.00	0.00	37.00	0.00	54.00
16	46.00	0.00	0.00	106.00	0.00	0.00
17	0.00	36.00	0.00	0.00	78.00	0.00
18	40.00	0.00	0.00	0.00	53.00	0.00
19	32.00	0.00	44.00	0.00	89.00	0.00
20	0.00	0.00	53.00	0.00	0.00	0.00

Fuente: Elaboración propia.

Teniendo en cuenta que se trata de 90 puntos de venta, estas tablas incluyen los resultados solo para los 20 primeros, según la numeración con la que se han presentado datos anteriores. La distribución del producto se realiza entre lunes y sábado, mientras el consumo en los puntos de venta se mantiene durante toda la semana, incluso el domingo.

Tabla 17. Inventario final esperado obtenido por el modelo de optimización.

Cliente	Inventario final semanal (Canastillas)						
	Inv final L	Inv final M	Inv final X	Inv final J	Inv final V	Inv final S	Inv final D
1	27.52	1.32	43.60	23.95	0.37	51.10	38.00
2	7.12	13.92	0.60	20.95	0.97	28.10	17.00
3	43.64	25.24	14.20	0.40	37.84	22.20	13.00
4	10.68	0.00	47.40	39.30	29.58	20.40	15.00
5	19.41	0.45	32.07	17.85	0.78	25.66	16.18
6	2.61	18.62	0.03	84.79	56.90	30.56	15.07
7	45.79	17.75	0.93	77.90	52.67	28.84	14.82
8	29.96	17.35	9.79	0.34	28.99	18.27	11.97
9	0.47	0.64	22.34	0.72	51.77	27.27	12.86
10	55.59	32.07	17.96	0.32	48.16	28.17	16.41
11	17.27	0.44	74.34	61.72	46.58	32.28	23.87
12	12.74	2.08	17.68	9.68	0.08	27.02	21.69
13	1.20	14.69	0.00	22.61	0.55	24.72	12.47
14	4.89	105.62	90.46	71.51	48.77	27.29	14.66
15	13.20	13.21	0.01	20.52	0.73	36.04	25.04
16	47.20	17.71	0.01	83.89	57.35	32.28	17.53
17	16.16	30.06	16.80	0.23	58.34	39.56	28.51
18	41.04	23.64	13.20	0.15	37.49	22.70	14.00
19	32.17	0.10	24.86	0.81	60.95	33.69	17.65
20	6.36	0.00	44.84	38.00	29.82	22.10	17.56

Fuente: Elaboración propia.

El inventario final, al igual que la demanda y las órdenes pendientes, se pueden presentar en decimales ya el producto es vendido en unidades de pan y no por canastillas completas de ocho panes.

Tabla 18. Productos agotados sistema propuesto.

Cliente	Ordenes pendientes (Canastillas)						
	BO Lun	BO Mar	BO Mié	BO Jue	BO Vie	BO Sáb	BO Dom
4	0.00	0.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
13	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
20	0.00	2.73	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
28	0.00	2.48	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
39	0.00	2.68	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
44	0.00	2.96	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
45	0.00	1.72	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
53	0.00	2.56	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
54	0.00	1.52	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
73	0.00	2.36	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
74	0.00	1.64	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
76	0.00	0.76	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
80	0.00	0.40	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
81	0.00	2.60	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
86	0.00	0.40	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
87	0.00	1.52	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
89	0.00	0.24	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Fuente: Elaboración propia.

En las *tablas 17 y 18* se puede observar que es preferible para el modelo mantener inventarios altos en los puntos de venta que incurrir en órdenes pendientes o pérdidas de ventas. Esto se debe al alto costo que acarrea el dejar de vender el producto por desabastecimiento.

6.2 MÉTODO DE CLARKE Y WRIGHT PARA RUTEO

Partiendo del resultado del modelo de optimización de inventarios, se toma la lista de envíos diarios para diseñar una red de distribución para cada día por separado. Para esto se utilizó el método del ahorro o método de Clarke y Wright teniendo en

cuenta que el sistema es restringido por la capacidad limitada de cada vehículo (312 canastillas).

Las *tablas 19, 20 y 21* resumen los resultados de la aplicación de la heurística de transporte divididos en tres rutas, una para cada vehículo. Estas tablas presentan los puntos de venta visitados cada día, la distancia en kilómetros recorrida entre cada par de estos puntos y el costo que esta ruta representa.

Tabla 19. Puntos de venta visitados y distancia de la ruta 1.

Puntos de venta visitados					
Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	
0	0	0	0	0	
7	29	1	36	62	
10	9	20	6	22	
59	52	87	79	10	
30	56	39	7	3	
3	14	53	40	17	
51	35	68	0	55	
88	24	28		31	
0	0	41		0	
		0			TOTAL VISITAS
9	9	10	7	9	44
Distancia recorrida (kilómetros)					
9.327	3.385	5.218	8.825	7.756	
0.722	0.008	14.212	1.863	3.359	
0.953	2.442	9.194	0.457	3.953	
2.070	1.031	16.821	1.862	5.454	
4.160	13.072	0.041	2.585	2.197	
5.510	2.760	2.346	6.752	4.600	
5.608	10.969	1.482		1.872	
13.008	6.535	4.140		5.495	
		3.124			TOTAL KMS
41.358	40.202	56.577	22.343	34.687	195.167
Costo de la ruta (879.57 \$/Km)					COSTO TOTAL
\$ 36,377.19	\$ 35,360.41	\$ 49,763.61	\$ 19,652.17	\$ 30,509.33	\$ 171,662.70

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 20. Puntos de venta visitados y distancia de la ruta 2.

Puntos de venta visitados						
Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	
0	0	0	0	0	0	
66	46	80	84	9	15	
58	43	4	13	25	1	
33	27	50	38	8	29	
26	6	45	47	19	0	
32	17	54	82	46		
18	49	65	16	37		
5	48	21	69	0		
37	67	73	61			
55	0	11	0			
77		0				
64						
0						
13	10	11	10	8	5	TOTAL VISITAS
						44
Distancia recorrida (kilómetros)						
1.973	5.733	8.252	5.551	3.391	2.998	
1.649	4.684	4.361	3.674	4.884	2.332	
2.675	3.313	4.936	1.253	4.096	2.967	
4.973	0.898	5.257	1.145	0.442	3.385	
2.012	3.759	2.530	2.522	0.914		
1.127	1.940	1.780	3.039	1.527		
0.861	2.056	2.986	1.981	5.016		
4.165	3.112	2.179	2.790			
3.929	7.050	0.005	4.755			
0.769		8.440				
0.895						
6.481						
31.510	32.544	40.726	26.710	20.270	11.682	TOTAL KMS
						163.441
Costo de la ruta (879.57 \$/Km)						
27,715.08	28,624.40	35,821.11	23,493.18	17,828.58	10,275.21	COSTO TOTAL
						\$ 143,757.56

Fuente: Elaboración propia.

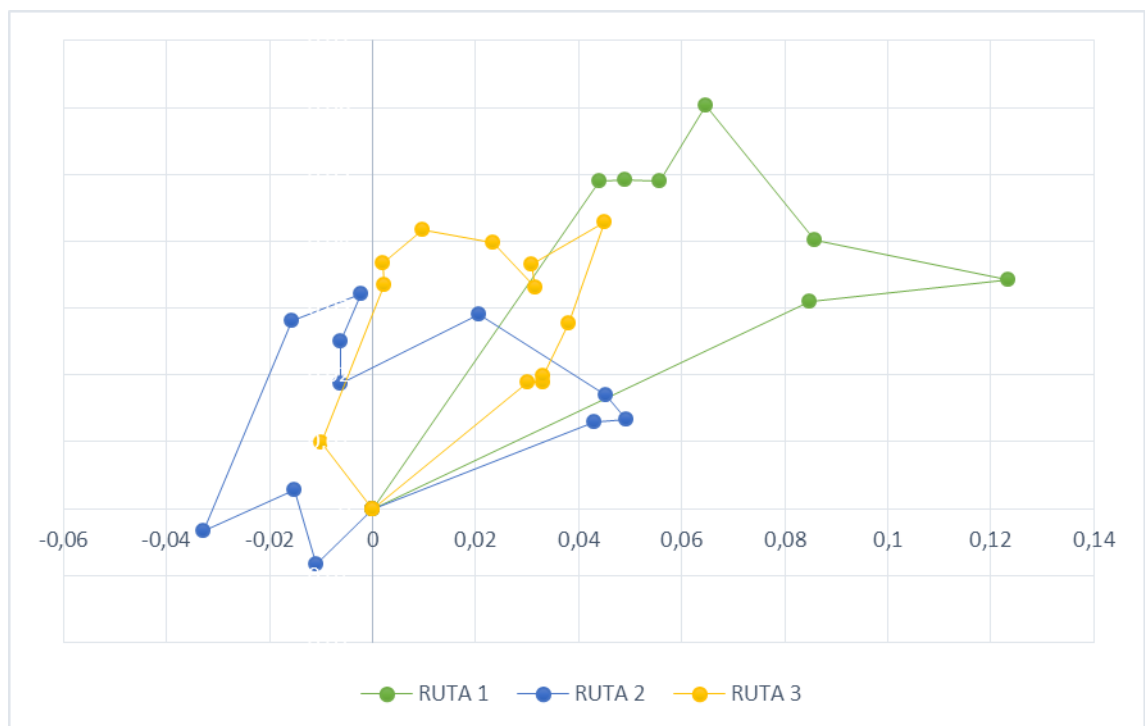
Tabla 21. Puntos de venta visitados y distancia de la ruta 3.

Puntos de venta visitados					
Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
8	63	85	66	63	25
69	25	25	29	33	34
19	61	74	52	24	2
78	57	90	15	60	13
36	31	86	58	26	12
40	2	76	42	32	41
16	38	44	71	18	5
22	13	19	23	72	23
83	60	81	2	0	0
75	72	12	34		
47	71	5	0		
23	70	89			
0	15	9			
	42	0			
	34				
	0				
12	15	13	10	8	8
VISITAS					
54					
Distancia recorrida (kilómetros)					
5.078	2.779	1.300	1.973	2.779	2.066
0.420	2.787	1.321	1.412	5.368	1.571
0.120	2.860	4.628	2.443	3.524	1.740
1.308	1.757	2.046	2.211	2.486	2.822
2.352	1.437	1.051	1.280	1.369	1.217
2.231	3.596	3.294	0.084	2.012	0.855
0.484	3.791	1.677	1.214	1.127	0.549
1.516	1.253	1.190	0.657	0.923	1.337
2.005	3.402	5.662	2.761	2.758	1.997
1.296	2.356	2.156	1.740		
0.456	1.433	0.861	0.930		
3.708	1.462	0.970			
1.997	1.205	5.111			
	1.247	3.391			
	3.005				
	0.930				
22.971	35.300	34.658	16.704	22.347	14.154
TOTAL KMS					
146.134					
Costo de la ruta (879.57 \$/Km)					
20,204.71	31,048.62	30,484.46	14,691.94	19,655.58	12,449.76
TOTAL \$					
\$ 128,535.07					

Los *gráficos 19-24* muestran esquemáticamente la red de transporte compuesta por las tres rutas para cada día. El día sábado se utilizarían solamente dos vehículos.

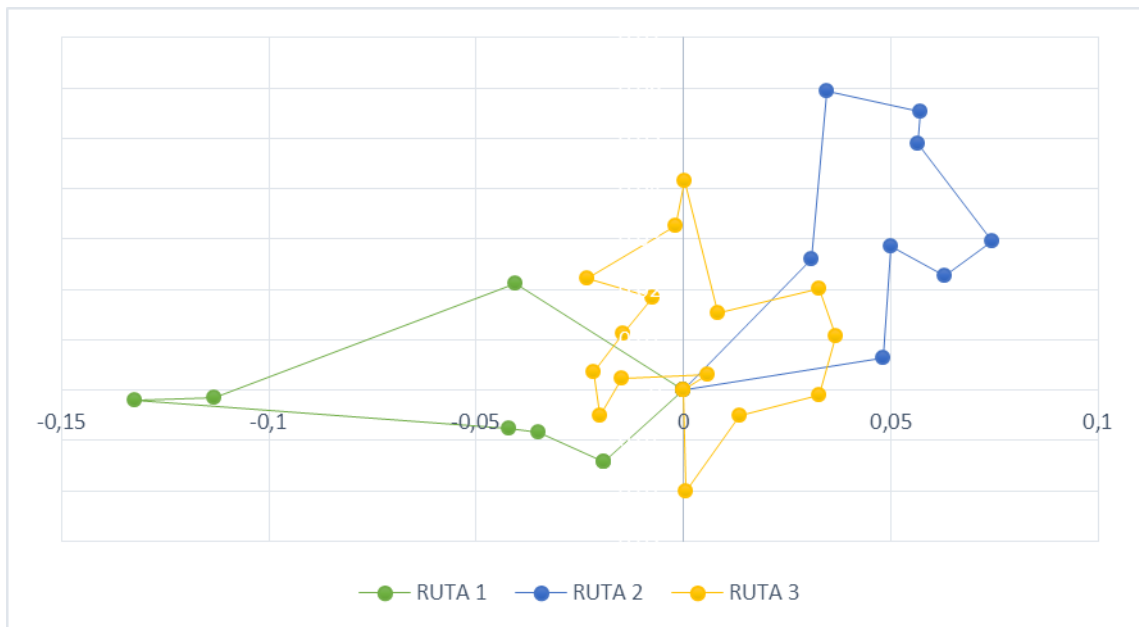
Los ejes del plano cartesiano no presentan unidades en kilómetros debido a que las distancias fueron calculadas a partir de la latitud y longitud de la bodega central, tomándola como punto (0,0) en el plano, por ello, los valores presentados en los ejes carecen de importancia, sin embargo no se borran, ya que estos facilitan la identificación de la bodega.

Gráfico 19. Rutas propuestas para el lunes.



Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 20. Rutas propuestas para el martes.



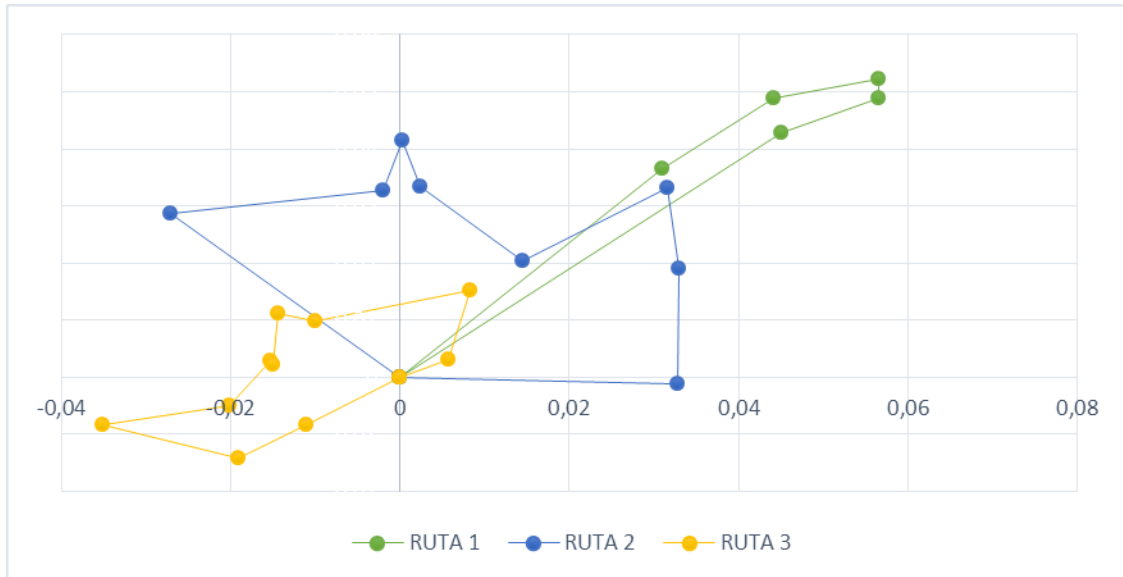
Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 21. Rutas propuestas para el miércoles.



Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 22. Rutas propuestas para el jueves.



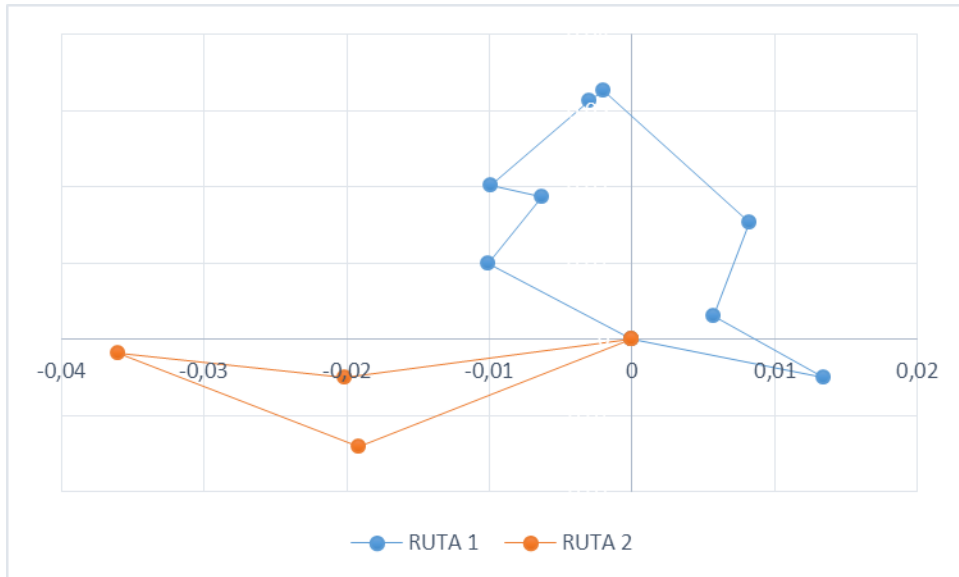
Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 23. Rutas propuestas para el viernes.



Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 24. Rutas propuestas para el sábado.



Fuente: Elaboración propia.

Los gráficos de las rutas muestran resultados positivos, ya que son circuitos cerrados sin intersección ni cruce entre líneas que conectan dos puntos de venta (arcos). Sin embargo, es evidente que se pierde la naturaleza de zonificación que la empresa utiliza actualmente, ya que el método de Clarke y Wright no busca relacionar a los nodos más cercanos, sino a aquellos que logren ahorrar más respecto a su posición desde la bodega.

7. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para conocer el impacto que tendría la implementación de los sistemas propuestos para el control de inventarios y el ruteo de vehículos, es necesario compararlo con el sistema actual respecto a diferentes variables de interés. Para el control y manejo de inventarios, se analizarán el inventario final y la cantidad esperada de agotados ya que estas dos variables representan un costo para cada punto de venta. En cuanto al sistema de ruteo, las variables a tener en cuenta serán la cantidad de puntos de venta visitados, los kilómetros recorridos y el costo que genera el tránsito de cada ruta.

7.1 CONTROL DE INVENTARIOS

Tabla 22. Comparación del inventario final en cada uno de los escenarios.

Día	Sistema		Diferencia
	Actual	Propuesto	
Lunes	459.90	1166.05	706.15
Martes	425.68	1142.36	716.68
Miércoles	603.59	1439.28	835.69
Jueves	518.40	1626.74	1108.34
Viernes	528.00	1670.125	1142.13
Sábado	633.58	1266.88	633.30
Domingo	509.86	818.21	308.35
Total	3.679,01	9.129,65	5.450,64
Costo	\$145.136,86	\$360.154,50	\$215.027,64

Fuente: Elaboración propia.

La *tabla 22* presenta el inventario con el que queda cada punto de venta al finalizar cada día para ambos escenarios. El costo por mantener una canastilla del producto se determinó como \$39.45. Por su parte, la *tabla 23* contiene cantidad de canastillas que se dejarían de vender en cada punto de venta por agotamiento del producto, lo cual tiene un costo unitario de \$6.000.

Tabla 23. Comparación del producto agotado en cada uno de los escenarios.

Día	Sistema		Diferencia
	Actual	Propuesto	
Lunes	16.55	0	-16.55
Martes	45.81	26.69	-19.12
Miércoles	34.68	0.01	-34.67
Jueves	46.86	0	-46.86
Viernes	54.41	0	-54.41
Sábado	97.36	0	-97.36
Domingo	144.34	0	-144.34
Total	440.00	26.70	-413.30
Costo	\$2.639.989,91	\$160.200,00	-\$2.479.789,91

Fuente: Elaboración propia.

En las dos tablas anteriores se presenta una columna llamada diferencia que da a entender cuanto incrementaría cada variable en el sistema propuesto con respecto al sistema actual, es decir, los beneficios que traería la implementación de la herramienta de modelación desarrollada.

Según esta columna, se puede observar que el inventario final para todos los puntos de venta se incrementa considerablemente durante todos los días de la semana incluso más del doble, pasando de 3.679 canastillas semanales a 9.129, aumentando a su vez el costo por mantener inventario en los puntos de venta en \$215.027,64.

Por otro lado, la presencia de agotados se reduce drásticamente en el sistema propuesto, pasando de 440 canastillas que se dejaron de vender a tan solo 26,7 lo cual disminuye el costo por desabastecimiento en \$2.479.789,91.

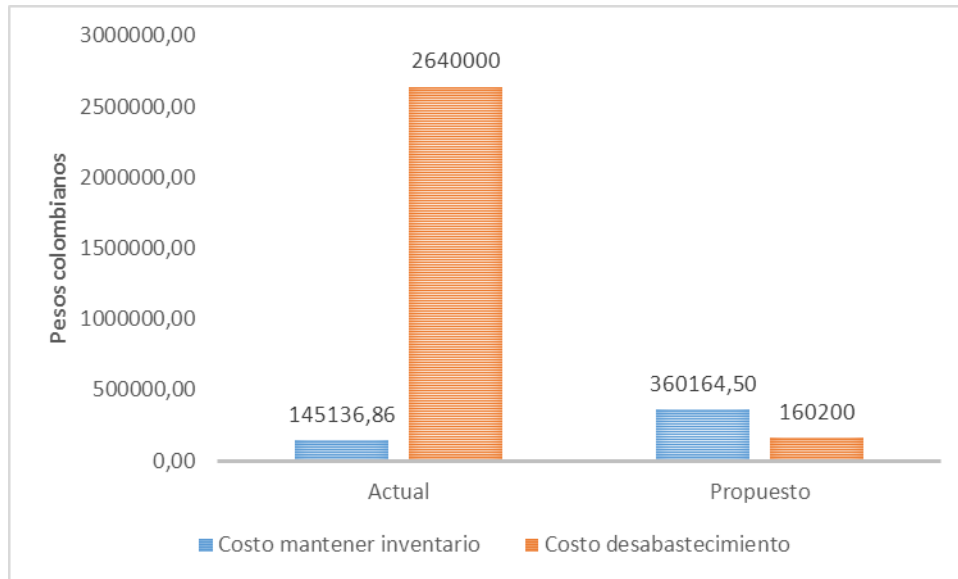
La *tabla 24* resume los costos totales de la semana en relación a ambas variables y presenta el ahorro esperado con la implementación de la herramienta propuesta. El *gráfico 25* permite apreciar de mejor manera esta información, ya que en él se pueden observar las proporciones de cada valor.

Tabla 24. Resumen de costos de manejo de inventario.

	Actual (\$)	Propuesto (\$)	Ahorro (\$)	Proporción ahorro
Costo mantener inv.	145.136,86	360.164,50	-215.027,64	-148.16%
Costo agotados	2.640.000	160.200	2.479.800	93.93%
Costo total sistema	2.785.136,86	520.364,50	2.264.772,36	81.32%

Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 25. Comportamiento de costos de inventarios y costos de transporte



Fuente: Elaboración propia.

El modelo de optimización sugiere incrementar el inventario de los puntos de venta hasta un 148.16%, con lo que se disminuirían las ventas perdidas por producto agotado en un 93.93%, de esta manera se espera un ahorro para la empresa de \$2.264.772,36, lo que representa el 81.32% de los costos semanales por cuestión de inventarios incurridos en el sistema objeto de estudio. Sin embargo, se debe tener en cuenta la aprobación de cada punto de venta, ya que este sistema propuesto requiere ocupar mayor parte de su espacio de almacenamiento (sin exceder el máximo considerado).

7.1.1 Análisis de sensibilidad para el modelo propuesto

Con el fin de conocer como respondería el modelo IRP propuesto ante las posibles fluctuaciones del mercado se crearon 4 escenarios ficticios con incrementos porcentuales en la demanda; estos son, disminución al 80% y al 90% y aumento al 110% y al 120% de la demanda diaria pronosticada. Estos nuevos valores para la demanda fueron incluidos en el parámetro dem del archivo de datos para el modelo.

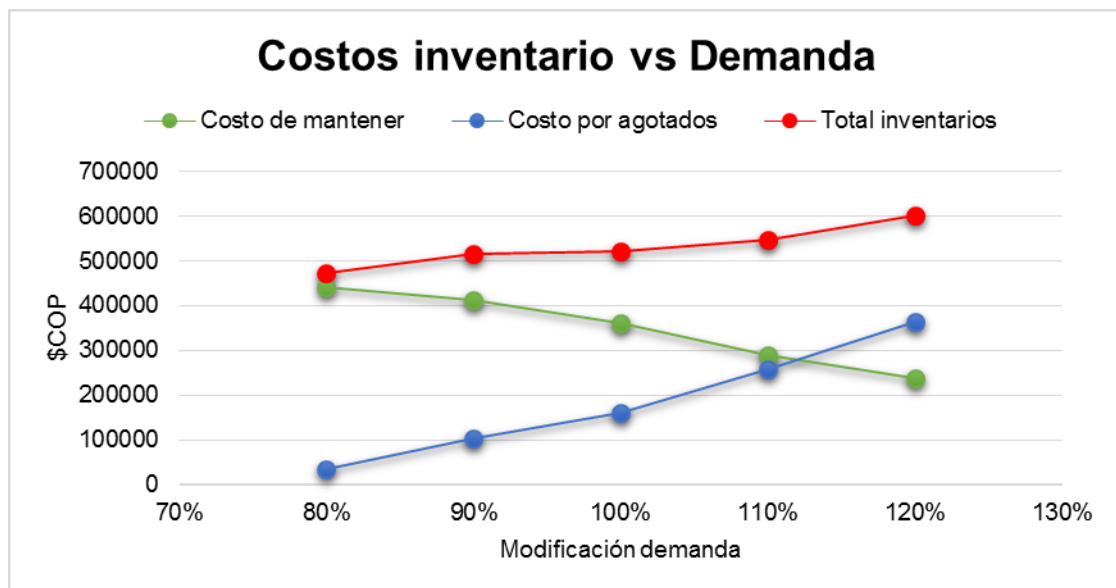
Los resultados de la ejecución del modelo con estas demandas modificadas son agrupados y comparados con la demanda pronosticada en la *tabla 25*, en la cual se entienden el costo de mantener inventario y el costo generado por desabastecimiento en los puntos de venta por separado. El comportamiento de estos costos según la demanda total se puede apreciar en el *gráfico 26*.

Tabla 25. Resultados del modelo para demanda modificada.

	Demanda evaluada				
	80%	90%	100%	110%	120%
Costo de mantener	\$440.356	\$413.102	\$360.155	\$290.545	\$238.156
Costo por agotados	\$ 33.960	\$102.240	\$160.200	\$257.820	\$362.760
Total inventarios	\$474.316	\$515.342	\$520.355	\$548.365	\$600.916

Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 26. Comportamiento de los costos en el modelo propuesto para demanda modificada.



Fuente: Elaboración propia.

Se puede observar que el costo por agotados aumenta con la demanda, lo que quiere decir que el sistema no es capaz de reaccionar de la mejor manera ante un incremento en las ventas, esto debido a las restricciones de capacidad, tanto en producción como en cubicaje para el transporte. Por su parte, el costo de mantener inventario tiene una relación inversamente proporcional a la demanda, ya que se escazearán más rápido las existencias de producto, lo que se evidencia en el incremento de órdenes pendientes (o ventas perdidas).

Debido al balance entre el costo por mantener inventario y el costo por desabastecimiento, la sumatoria de estas dos variables, el costo total, no se altera mucho para una modificación en la demanda entre el 80% y el 120% de lo pronosticado.

Otro aspecto a evaluar son los BackOrder (BO), las canastillas que no podrían ser vendidas por desabastecimiento en cada punto de venta (PV), ya que este es el problema más fácilmente apreciable en el sistema actual de la empresa caso de estudio. La *tabla 26* lista los clientes en los que se produce ausencia de producto, la cantidad de ventas no ejecutadas y el periodo dentro del horizonte de tiempo en el cual ocurrieron para los escenarios en los que la demanda es mayor a la pronosticada; por su parte, la *tabla 27* presenta las mismas variables para los escenarios en los que la demanda es menor a la pronosticada.

Tabla 26. Ventas perdidas en canastillas para escenarios optimista.

Demanda al 110%			Demanda al 120%		
PV	BO	Periodo	PV	BO	Periodo
1	2.35	Martes	4	3.14	Martes
4	1.63	Martes	5	0.6	Jueves
11	1.91	Martes	11	4.27	Martes
20	4	Martes	12	0.91	Martes
28	3.63	Martes	20	5.27	Martes
41	1.01	Martes	21	0.47	Martes
45	2.39	Martes	28	4.78	Martes
50	0.08	Martes	41	2.1	Martes
53	4.02	Martes	44	4.75	Martes
54	2.47	Martes	45	3.06	Martes
70	3.47	Martes	50	0.73	Martes
73	2.76	Martes	54	3.42	Martes
74	2	Martes	66	0.04	Jueves
76	1.24	Martes	70	4.06	Jueves
80	0.54	Martes	73	3.18	Martes
81	3.16	Martes	74	2.37	Martes
82	0.2	Miércoles	76	1.71	Martes
84	0.2	Miércoles	78	3.46	Martes
86	0.54	Martes	80	0.68	Martes
87	1.77	Martes	81	3.72	Martes
88	3.14	Martes	82	0.4	Miércoles
89	0.46	Martes	84	0.4	Miércoles
			85	0.02	Martes
			86	0.68	Martes
			87	2.02	Martes
			88	3.62	Martes
			89	0.69	Martes
			90	0.45	Miércoles
Total	43		Total	61	

Tabla 27. Ventas perdidas en canastillas para escenarios pesimistas.

Demanda al 80%			Demanda al 90%		
PV	BO	Periodo	PV	BO	Periodo
12	0.06	Miércoles	17	2.84	Martes
20	0.18	Martes	20	1.45	Martes
28	0.18	Martes	28	1.33	Martes
44	1.17	Martes	39	1.11	Martes
45	0.38	Martes	44	2.06	Martes
62	0.04	Sábado	45	1.05	Martes
74	0.91	Martes	53	1.1	Martes
80	0.12	Martes	54	0.57	Martes
81	1.48	Martes	68	0.12	Miércoles
86	0.12	Martes	74	1.28	Martes
87	1.02	Martes	76	0.28	Martes
			80	0.26	Martes
			81	2.04	Martes
			86	0.26	Martes
			87	1.27	Martes
			89	0.02	Martes
Total	5.66		Total	17	

Fuente: Elaboración propia.

De las *tablas 26 y 27* se puede deducir que la mayoría de ventas perdidas se produciría el día martes para todos los escenarios. Esto ocurre por el nivel bajo de inventario inicial con el que se construyó el archivo de datos, calculado a partir del registro de despachos anterior al horizonte de tiempo modelado. No se presenta en el día lunes debido a que la demanda total para ese periodo es bastante inferior a la capacidad de producción, por lo que puede ser cubierta fácilmente por el abastecimiento del mismo día.

Cabe mencionar que la producción de la empresa es de 900 canastillas de pan al día, para un total de 5400 en los 6 días de trabajo. La demanda total por semana pronosticada es de 4737 canastillas, por lo tanto, un aumento superior al 14% de este valor sobrepasaría la capacidad productiva de la fábrica y posteriormente, el desabastecimiento de los puntos de venta se haría cada vez más frecuente.

Finalmente, la conclusión apropiada para el análisis de sensibilidad al cambiar la demanda en escenarios pesimistas y optimistas es que el modelo continúa su tendencia a evitar que se generen costos por agotados aun si esto eleva los costos por mantener inventario.

7.2 RUTAS DE DISTRIBUCIÓN

Tabla 28. Variables de interés del sistema actual de ruteo.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	
# Visitas	9	6	9	8	7	5	
Kms recorridos	39.67	54.32	45.15	36.65	46.95	25.27	RUTA 1
Costo día	\$ 34,892.54	\$ 47,778.24	\$ 39,712.59	\$ 32,236.24	\$ 41,295.81	\$ 22,226.73	
# Visitas	8	8	9	9	6	6	
Kms recorridos	44.08	33.73	43.16	28.86	54.63	41.21	RUTA 2
Costo día	\$ 38,771.45	\$ 29,667.90	\$ 37,962.24	\$ 25,384.39	\$ 48,050.91	\$ 36,247.08	
# Visitas	6	4	6	7	6	6	
Kms recorridos	51.14	34.12	67.33	64.18	38.95	42.02	RUTA 3
Costo día	\$ 44,981.21	\$ 30,010.93	\$ 59,221.45	\$ 56,450.80	\$ 34,259.25	\$ 36,959.53	
Total visitas	23	18	24	24	19	17	125
Total Kms	134.89	122.17	155.64	129.69	140.53	108.5	791.42
Costo total	\$ 118,645.20	\$ 107,457.07	\$ 136,896.27	\$ 114,071.43	\$ 123,605.97	\$ 95,433.35	\$ 696,109.29

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 29. Variables de interés del sistema propuesto de ruteo.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	
# Visitas	7	7	8	5	7	0	
Kms recorridos	41.36	40.20	56.58	22.34	34.69	0.00	RUTA 1
Costo día	\$ 36,377.19	\$ 35,360.41	\$ 49,763.61	\$ 19,652.17	\$ 30,509.33	\$ -	
# Visitas	11	8	9	8	6	3	
Kms recorridos	31.51	32.54	40.73	26.71	20.27	11.68	RUTA 2
Costo día	\$ 27,715.08	\$ 28,624.40	\$ 35,821.11	\$ 23,493.18	\$ 17,828.58	\$ 10,275.21	
# Visitas	12	15	13	10	8	8	
Kms recorridos	22.97	35.30	34.66	16.70	22.35	14.15	RUTA 3
Costo día	\$ 20,204.71	\$ 31,048.62	\$ 30,484.46	\$ 14,691.94	\$ 19,655.58	\$ 12,449.76	
Total visitas	30	30	30	23	21	11	145
Total Kms	95.84	108.05	131.96	65.76	77.30	25.84	504.74
Costo total	\$ 84,296.98	\$ 95,033.43	\$ 116,069.17	\$ 57,837.29	\$ 67,993.50	\$ 22,724.96	\$ 443,955.33

Fuente: Elaboración propia.

La *tabla 25* presenta la cantidad de clientes a visitar, los kilómetros transitados y el costo de ese recorrido para cada una de las tres rutas durante cada uno de los seis días de trabajo según el sistema actual de ruteo de vehículos. El total para la semana de estas variables es: 125 puntos de venta visitados y 791,42 kilómetros recorridos para un costo de \$ 696.109,29.

Por su parte, la *tabla 26* contiene la cantidad de clientes a visitar, los kilómetros transitados y el costo de ese recorrido para cada una de las tres rutas durante cada uno de los seis días de trabajo según el sistema propuesto de ruteo de vehículos. El total para la semana de estas variables es: 145 puntos de venta visitados y 504,74 kilómetros recorridos para un costo de \$ 443.955,33.

Estos valores totales se resumen en la *tabla 27* con el fin de comparar el rendimiento de ambos sistemas.

Tabla 30. Comparación de resultados entre escenarios evaluados.

	RUTA ACTUAL	RUTA PROPUESTA	MEJORA
Total visitas	125	145	-16,00%
Total Kms	791,42	504,74	36,22%
Costo total	\$ 696.109,29	\$ 443.955,33	36,22%

Fuente: Elaboración propia.

Con el sistema propuesto, se harían 20 visitas más a diferentes puntos de venta, pero esto no resulta ser malo si no aumenta las distancias recorridas, quienes por el contrario se reducen en un 36,22% junto con los costos que estas representan. De esta manera, se concluye que la ruta propuesta tiene un rendimiento mayor y más cercano al óptimo que el sistema actual de ruteo.

7.3 INTEGRACIÓN DE INVENTARIOS Y RUTEO

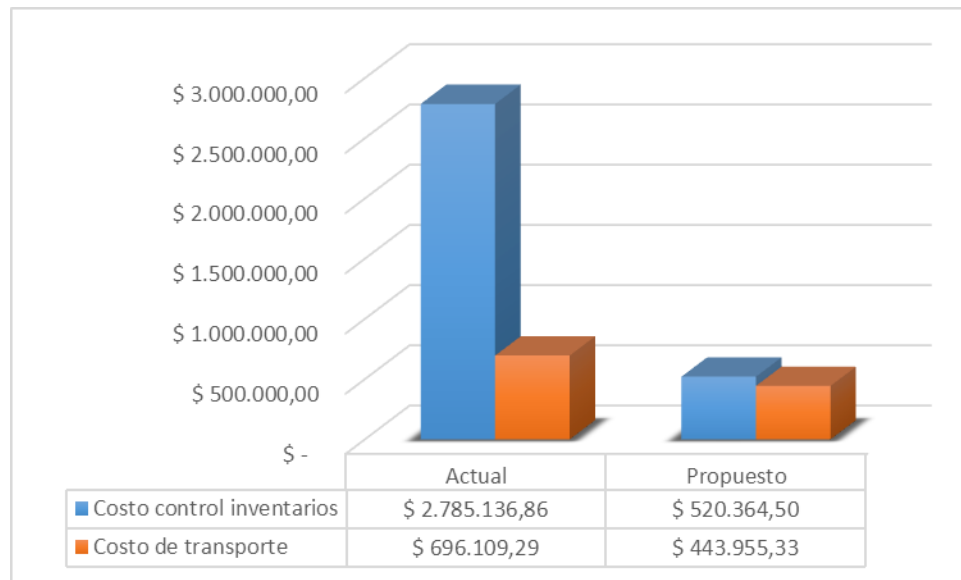
Finalmente, es preciso analizar el costo total de las operaciones relacionadas con el manejo de inventario y el ruteo de vehículos, ya que la integración de estas es el objetivo principal de esta investigación.

Tabla 31. Costo total del sistema estudiado en ambos escenarios.

	Actual	Propuesto	Ahorro	Proporción ahorro
Costo de inventario	\$ 2.785.136,86	\$ 520.364,50	\$ 2.264.772,36	81,32%
Costo de transporte	\$ 696.109,29	\$ 443.955,33	\$ 252.153,96	36,22%
Costo total sistema	\$ 3.481.246,14	\$ 964.319,83	\$ 2.516.926,32	72,30%

Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 27. Comparación de costos del sistema bajo los dos escenarios estudiados.



Fuente: Elaboración propia.

La *tabla 28* y el *gráfico 26* permiten apreciar la superioridad del sistema propuesto respecto al actual en cuanto a la reducción de costos, tanto en el control de los inventarios como en la distribución de los productos. Haciendo uso del modelo de optimización de inventarios y el método de Clarke y Wright de transporte, se espera obtener un ahorro del 72,3% de lo invertido actualmente para estas operaciones.

8. CONCLUSIONES

Resulta muy provechoso para una empresa integrar sus decisiones de inventario y distribución. Para el caso de estudio se logra un ahorro del 72,3% gracias a la decisión tomada por el modelo de abastecer con mayor frecuencia a los puntos de venta y así evitar al máximo incurrir en costos por desabastecimiento.

Con el modelo de integración de decisiones de inventario y ruteo propuesto, la empresa obtuvo un ahorro de \$ 2.516.926,32 frente al caso de estudio, lo que indica un mayor control en los inventarios y distribución de los productos, mejorando implícitamente el servicio.

Un sistema de ruteo empírico no es una opción muy eficiente cuando se trata de un gran número de clientes, con una heurística sencilla como el método de ahorros se logró proponer mejores rutas que ofrecen un ahorro del 36.22% en cuanto a costos de transporte.

Considerando el método de Clarke y Wright la empresa ahorra por costos de transporte \$ 252.153,96, resaltando a la empresa objeto de estudio la importancia de implementar una metodología para optimizar las rutas.

El método de Clarke y Wright o método de ahorros no relaciona los nodos por su proximidad o por zonas determinadas, solo da prioridad a aquellos arcos más provechosos en cuanto a su distancia con la bodega. Se hace evidente que siempre las primeras rutas creadas son con los puntos de venta más distantes respecto al centro de acopio.

BIBLIOGRAFÍA

ABDELHALIM, A., ELTAWIL, A., Y NASHAT, M. The Multiple Vehicle Inventory Routing Problem for Perishable Products. Editorial: IEEE. Singapur. 2015

ALLAHVIRANLOO, M., CHOW, J., & RECKER, W. Selective vehicle routing problems under uncertainty without recourse. Transportation Research Part E 62, 68-88. 2014

ARANGO, M., ADARME, W. & ZAPATA, J. Inventarios colaborativos en la optimización de la cadena de suministros. DYNA, Volumen 80, Número 181, p. 71-80, 2013.

ARCHETTI, C., BERTAZZI, A., LAPORTE, G. Y SPERANZA, M. A Branch-and-Cut Algorithm for a Vendor-Managed Inventory-Routing Problem. University of Brescia. Pág. 6. 2007.

BALLOU, H. Logística administración de la cadena de suministro. Quinta edición. Editorial Pearso. México. 2004. pág 338.

BOLDUC, M.-C., LAPORTE, G., RENAUD, J., & BOCTOR, F. A tabu search heuristic for the split delivery vehicle routing problem with production and demand calendars. European Journal of Operational Research, 122-130. 2010

CACCHIANI, V., HEMMELMAYR, V., & TRICOIRE, F. A set covering based heuristic algorithm for the periodic vehicle routing problem. Discrete Applied Mathematics, 53-64. 2014

CLARKE, G. & WRIGHT, J.W. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations research*, vol. 12, No. 4, pp. 568-581. Manchester, Inglaterra. 1964.

CESPÓN, R. & Auxiliadora, M. Administración de la cadena de suministros. Manual para estudiantes de la especialidad de Ingeniería Industrial. Universidad Tecnológica Centroamericana de Honduras. UNITEC. Tegucigalpa. 2003

CHASE, Et. Al. Administración de operaciones. Producción y cadena de suministros. 12ª edición. Ed.: Mc Graw Hill. México. 2009. p. 332.

COELHO, L.C., CORDEAU, J.F., and LAPORTE, G. The inventory-routing problem with transshipment. *Computers & Operations Research*, 2012 (b), vol. 39, no. 11, pp. 2537-2548.

COELHO, I., Munhoz, P., Haddad, M., Souza, M., & Ochi, L. A hybrid heuristic based on General Variable Neighborhood Search for the Single Vehicle Routing Problem with Deliveries and Selective Pickups. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 99 - 106. 2012

DANESHZAND, F. The vehicle routing problem. *Logistics Operations and Management*, 127-153. 2011

DAZA, J.; MONTROYA, J., & NARDUCCI, F. Resolución del problema de enrutamiento de vehículos con limitaciones de capacidad utilizando un procedimiento metaheurístico de dos fases. *Revista EIA*, No. 12, pp. 23-38. Medellín, Colombia. 2009.

EKSIOGLU, B., VOLKAN Vural, A., & REISMAN, A. The vehicle routing problem: A taxonomic review. *Computers & Industrial Engineering*, 1472-1483. 2009

FRANCO, C., FIGUEROA, J. Algoritmo basado en generación de columnas para resolver problemas combinados de ruteo e inventarios. *Ingeniare. Rev. chil. ing.* vol.24 no.2 Arica abr. 2016.

GELVES, N., MORA, R. y LAMOS, H. Solving the vehicle routing problem with stochastic demands using spiral optimization. Tesis de Maestría. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia. 2016

JARAMILLO, J. Algoritmo memético para resolver el problema de enrutamiento de vehículos con capacidad limitada. *Revista EIA*, ISSN 1794-1237. Año X. Volumen 10. Número 20. Julio-Diciembre 2013. pp. 13-22

LAMBERT, D; STOCK. J. *Strategic Logistics Management*, Irwin- Mc Graw Hill. Boston. 2001

LIAO, T.-Y., & HU, T.-Y. An object-oriented evaluation framework for dynamic vehicle routing problems under real-time information. Taiwan. 2011

MA, X. Vehicle routing problem with time windows based on improved ant colony algorithm. *Information Technology and Computer Science*, 94-97. 2010

MARINAKIS, Y., & MARINAKI, M. A Bumble Bees Mating Optimization algorithm for the Open Vehicle Routing Problem. *Swarm and Evolutionary Computation*, 80-94. 2014

MERCADO, V., PANDOLFI, D. VILLAGAR, N. Hibridación de metaheurísticas aplicadas al problema de ruteo de vehículos. *Informe Científico Técnico UNPA*, ISSN-e 1852-4516, Vol. 5, N°. 3, 2013, págs. 1-21

MIN, H. "The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick up points", *Transportation Research*, vol. 23, n° 5. pp. 377-386, 1989.

NIETO Isaza, S., López Franco, J., & Herazo Padilla, N. Desarrollo y Codificación de un Modelo Matemático para la Optimización de un Problema de Ruteo de Vehículos con Múltiples Depósitos. Ciudad de Panamá: Tenth LACCEI Latin American and Caribbean Conference. 2012

OLIVIERA, A. Heurísticas Para Problemas de Ruteo de Vehículos. Instituto de Computación, Facultad de Ingeniería. Universidad de la República, Montevideo, Uruguay. 2004.

PÉREZ, E., y GUERRERO, W. Ruteo de inventarios con ventanas de tiempo fuertes. Congreso de la Asociación Colombiana de Investigación Operativa – ASOCIO. Julio 15 – 16. Chía, Colombia. 2015.

PINO, R., Lozano, J., Martínez, C., & Villanueva, V. Estado del arte para la resolución de enrutamiento de vehículos con restricciones de capacidad. Cartagena, Colombia: 5th International Conference on Industrial Engineering and Industrial Management. 2011

ROCHA, L., Orjuela Castro, J., & González La Rota, E. Una revisión al estado del arte del problema de ruteo de vehículos: Evolución histórica y métodos de solución. *Ingeniería*, 35-55. 2011

SALHI, S., IMRAN, A., & WASSAN, N. The multi-depot vehicle routing problem with heterogeneous vehicle fleet: Formulation and a variable neighborhood search implementation. *Computers & Operations Research*, 315-325. 2014

SARMIENTO, A. Estudio del problema de ruteo de vehículos con balance de carga: Aplicación de la meta-heurística Búsqueda Tabú. Chía, Colombia: Universidad de la Sabana. 2014

SOLARTE, GASPAR Y RODRÍGUEZ. Optimización de un ruteo vehicular usando algoritmo genético simple chu-beasley. Volume 19. Número 44. Universidad Distrital Francisco José de Calda. 2015

SUBRAMANIAN, A., VAZ PENNA, P., UCHOA, E., & SATORU Ochi, L. A hybrid algorithm for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem. European Journal of Operational Research, 285-295. 2012

TLILI, T., FAIZ, S., & KRICHEN, S. A Hybrid Metaheuristic for the Distanceconstrained Capacitated Vehicle Routing Problem. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 779 - 783. 2014

VIDAL, C., LONDOÑO, J., CONTRERAS, F. Aplicación de los Modelos de Inventarios en una Cadena de Abastecimiento de Productos de Consumo Masivo con una Bodega y N Puntos de Venta. Universidad del Valle. Santiago de Cali. 2004

VIGO, P. T. Vehicle Routing Problem: Problems, Methods and Applications. SIAM. 2014

YUYAN, M., JIAFU, T., & JING, G. Split delivery weighted vehicle routing problem: comparison perspective. Control Conference, 8436-844. 2013

ANEXOS

Anexo No. 1 Latitud y longitud geográfica de los clientes

Cliente	Nombre	Dirección	Latitud	Longitud
0	Centro de despacho	Calle 54 # 10-38	3,4506919	-76,4974228
1	Abastecemos de Occ 1	Carrera 5 # 5-48 YUMBO	3,5830046	-76,4953378
2	Abastecemos de Occ 2	Calle 9 # 2-26 YUMBO	3,5847956	-76,4919707
3	Abastecemos de Occ 3	Transversal 6N # 13-194 YUMBO	3,5639482	-76,4960468
4	Alkosto	Calle 80 A # 80-117	3,3855950	-76,5381350
5	Éxito CD	Carrera 36a# 16-122	3,4205890	-76,5162377
6	La 14 Valle Lili	Carrera 98B # 25-130	3,3688770	-76,5239020
7	La 14 Av 6	Avenida 6 # 30N-47	3,4570178	-76,5161854
8	La 14 Calima	Carrera 1 Con Calle 70	3,4866893	-76,4955706
9	La 14 Centro	Carrera 5 # 14-37	3,4526729	-76,5301038
10	La 14 Cosmocentro	Calle 5 # 50-103	3,4015993	-76,5465780
11	La 14 Limonar	Calle 5 # 70-05	3,3941841	-76,5463059
12	La 14 Pasoancho	Calle 13 # 80-60	3,3649625	-76,5375384
13	La 14 Santa Helena	Calle 29A # 19-60	3,4176869	-76,5163584
14	La 14 Centenario	Avenida 4 N # 7N-46	3,4911269	-76,5186235
15	La 14 Centro Sur	Calle 9 # 32A-16	3,4273519	-76,5371509
16	La 14 Dapa	Antigua via a Yumbo Cra 28 No 10-150 cruce Dapa	3,5611390	-76,5568560
17	La 14 Rapienda Municipal	Calle 31 # 11B-04	3,4505515	-76,5143446

Cliente	Nombre	Dirección	Latitud	Longitud
18	Mercainter Buenos Aires AMANDA INES GIRALDO	Carrera 73 # 3-07	3,3916059	-76,5491961
19	Mercaunion 1 La Union	Carrera 41 C # 40-03	3,4138782	-76,5082427
20	Mercaunion 2 Diamante	Carrera 29 # 40-70	3,4421779	-76,5004240
21	Comfandi Santa Rosa	Carrera 8 # 8-26	3,4486053	-76,5341447
22	Comfandi Av las Americas	Avenida De las Americas # 23N-55	3,4518174	-76,5371672
23	Comfandi Guadalupe	Calle 10 # 56-05	3,4056242	-76,5402174
24	Comfandi La Merced	Avenida 3 N # 51N-56	3,4739839	-76,5196758
25	Comfandi Terminal	Calle 30 N # 2A-19	3,4605638	-76,5175979
26	Comfandi Torres de Comfa	Carrera 1 # 56-20	3,4835107	-76,4940472
27	Comfandi Calipso	Calle 70 # 28D3-39	3,4203272	-76,4911411
28	Comfandi el prado	Carrera 23 # 26B-46	3,4361574	-76,5178333
29	Comfandi Morichal	Calle 54 # 42B-21	3,4023794	-76,5038024
30	GALERIAS TERRON	Avenida 5 Oeste # 19-01	3,4447208	-76,5532912
31	Giraldo 1 MELENDEZ	Carrera 94 # 4-86	3,3761710	-76,5270383
32	Giraldo 2 POPULAR	Carrera 5 N # 44 esquina	3,4607800	-76,5073100
33	Giraldo 3 POPALA	Carrera 7 L BIS # 76-04	3,4568550	-76,5224379
34	Giraldo 4 GUADALUPE	Carrera 56 # 13C-103	3,4108966	-76,5567372
35	Giraldo 5 SILOE	Diagonal 51 # 2-60	3,4161035	-76,5567883
36	Giraldo 6 PASOANCHO	Avenida Pasoancho # 75-44	3,4076705	-76,5103356
37	Giraldo 8 ACOPI	Calle 11A # 39-78	3,4197793	-76,5339030
38	Giraldo 9 OUTLET LA 80	Carrera 80 # 13-261	3,3859172	-76,5577528
39	Giraldo 10 POBLADO	Carrera 29 # 44-181	3,4178617	-76,4963320
40	Giraldo 11 LA MARIA	Calle 18 # 127-37	3,4198606	-76,5233868
41	Giraldo 12 LA UNION	Carrera 46 # 42A-45	3,4054747	-76,5143620
42	Giraldo 14 GUAYACAN	Calle 62 # 2A-15	3,4708556	-76,4924449
43	Giraldo 15 CENTRO	Carrera 9 # 12-35	3,4483537	-76,5308518
44	Giraldo 16 LA LUNA	Calle 14 diagonal 25-16	3,4299811	-76,5264819
45	Giraldo 19 AV 6TA	Avenida 6N # 24N-35	3,4777612	-76,5260563
46	Giraldo 21 ESTADIO	Calle 5 # 34A-02	3,4317003	-76,5432084
47	Giraldo 22 INTER YUMBO	Calle 15 # 5-100	3,4529497	-76,5295194
48	Giraldo 23 PASARELA	Avenida 5 N # 23DN-40	3,4663154	-76,5255173
49	Giraldo 25 MIRACALI	Carrera 24B # 2A-145 Oeste	3,4446981	-76,5532522
50	Giraldo 26 SAN FDO	Calle 4 # 27-161	3,4503849	-76,5388688
51	Giraldo 27 OESTE	Avenida Colombia # 1-50 Oeste	3,4450042	-76,5532602
52	Giraldo 28 Villa Colombia	Carrera 8 # 51-06	3,4500031	-76,4772869
53	Giraldo 30 Rio Cauca	Calle 75A # 20-81	3,4928515	-76,4899095
54	Giraldo 31 Salomia	Calle 53 # 3-30	3,4656840	-76,4997193
55	Giraldo Luz Dary Independencia	Carrera 40B # 27-48	3,4176896	-76,5172205
56	Cencosud SIMON BOLIVAR	Diagonal 65, 25-50	3,3989613	-76,5223550
57	Cencosud SALOMIA	Carrera 3, 69B-26	3,3940924	-76,5495642
58	Cencosud VALLE LILI	Carrera 98 # 16-50	3,3709762	-76,5282793
59	Cencosud PREMIER	Calle 5A # 69-03	3,3950178	-76,5463702
60	Cencosud CHIPICHAPE	Calle 40 N 6 A - 45	3,4105131	-76,5130647
61	Casa Tenderos 1 JARDIN	Calle 27 # 33B-09	3,4180231	-76,5176116

Ciente	Nombre	Dirección	Latitud	Longitud
62	Casa de Tenderos 2 DECEPAZ	Carrera 27 # 121-19	3,4132637	-76,4703823
63	Mercamio Sur	Calle 6 # 59A-30	3,4065810	-76,5463816
64	Mercamio Guabal (LA 39)	Carrera 39 # 13A-62	3,4190473	-76,5305118
65	Mercamio Ciudad Jardin	Calle 18 # 106-46	3,4007540	-76,5259798
66	Mercamio Plaza Norte	Calle 44 # 2GN-30	3,4568550	-76,5224379
67	Quiceno y Cia	Carrera 28N # 19-120	3,4253334	-76,5523134
68	Su Papa REFUGIO	Carrera 66 # 1C-18	3,4253410	-76,5523514
69	Su papa 2 LOPEZ	Carrera 7C # 72A-10	3,4617761	-76,4890805
70	Super Alejo	Calle 18 # 100-11	3,3659549	-76,5284003
71	La Gran Colombia 1 GAITAN	Calle 72 # 1D-04	3,4372517	-76,4923912
72	Gran Colombia 2 MORICHAL	Carrera 42B # 53-11	3,4019205	-76,5050143
73	Gran Colombia 3 CALDAS	Carrera 70 # 2-21	3,3935672	-76,5526765
74	Olimpica B/quilla	Carrera 1D # 62-04	3,4723810	-76,5010917
75	Olimpica las granjas	Calle 16 # 43-45	3,4127527	-76,5250813
76	Olimpica Salomia	Carrera 3 # 52-28	3,4659871	-76,5002392
77	Olimpica Villa Colombia	Calle 51 # 14-12	3,4449377	-76,5004104
78	Olimpica La 26	Calle 44 # 2-95	3,4651629	-76,5085472
79	Olimpica Porvenir	Carrera 5 # 31A-31	3,4581144	-76,5158653
80	Olimpica Cañaveral	Carrera 46 # 48-48	3,4014969	-76,5107211
81	Olimpica Guadalupe	Calle 18A # 17-65	3,3273489	-76,5316118
82	Olimpica Fruver	Calle 25 # 17-05	3,3348028	-76,5250861
83	Olimpica Poblado	Carrera 28D # 72T-72	3,4166410	-76,4846359
84	Olimpica Caney	Calle 42 # 80-01	3,3877481	-76,5200976
85	Surtifam Alcazar	Carrera 1A5 # 71-46	3,4857795	-76,4890241
86	Surtifam Alameda	Calle 9B # 23C-65	3,4364669	-76,5337443
87	Comercial. Floralia (Floralia)	Carrera 4 N # 72F-25	3,4698299	-76,4832010
88	Comercial. Floralia (Floresta)	Calle 33 A # 17C-52	3,4424181	-76,5127186
89	Comercial. Floralia (Mercamio nte)	Carrera 4 N # 72A-05	3,4698119	-76,4832530
90	Del Campo al Valle	Carrera 22 # 3-49	3,4410597	-76,5391945

Anexo No. 2 Rutas

Ruta actual – Camión 1

Camión 1							
Día	Cliente	Dirección	Demanda	ai	bi	si	Zona
LUNES	La 14 Centenario	AVDA 4 NORTE # 7N-46	13	7:00 AM	9:30 AM	11	Norte
	La 14 Centro	CARRERA 5 # 14-39	62	7:00 AM	9:30 AM	52	
	Comfandi Santa Rosa	CARRERA 8 # 8-26	5	7:00 AM	10:30 AM	4	
	Giraldo 15 CENTRO	CARRERA 9 # 12-35	11	7:00 AM	4:00 PM	9	
	La Gran Colombia 1 GAITAN	CALLE 72 # 1D-04	13	7:00 AM	5:00 PM	11	
	Giraldo 3 POPALA	CARRERA 7 L BIS # 76-04	17	7:00 AM	4:00 PM	14	
	Giraldo 2 POPULAR	CARRERA 5 NORTE # 44 ESQUINA	12	7:00 AM	4:00 PM	10	
	Mercamio Plaza Norte	CALLE 44 # 2GN-30	16	7:00 AM	5:00 PM	14	
La 14 Centro Sur	CALLE 9 # 32A-16	14	7:00 AM	9:30 AM	12		
MARTES	Abastecemos de Occ 1	CARRERA 5 # 5-48 YUMBO	23	7:00 AM	2:00 PM	19	Yumbo - Norte
	Abastecemos de Occ 2	CALLE 9 # 2-26 YUMBO	12	7:00 AM	2:00 PM	10	
	Abastecemos de Occ 3	TRANSVERSAL 6N # 13-194 YUMBO	4	7:00 AM	2:00 PM	3	
	Giraldo 22 INTER YUMBO	CALLE 15 # 5-100	8	7:00 AM	3:00 PM	6	
	La 14 Av 6	AVDA 6 NORTE # 30-37	61	7:00 AM	9:30 AM	51	
Censosud CHIPICHAPE	AVDA 6 CON CALLE 40 NORTE	4	7:00 AM	9:00 AM	4		
MIÉRCOLES	MERCAMIO PLAZA NORTE	CALLE 44 # 2GN-30	16	7:00 AM	5:00 PM	14	Norte
	Giraldo 19 AV 6TA	AVDA 6N # 24N-35	4	7:00 AM	3:00 PM	3	
	Comercial. Floralia (Floralia)	CARRERA 4 NORTE # 72F-25	40	7:00 AM	2:00 PM	34	
	COMFANDI LA MERCED	AVDA 3 NORTE # 51N-24	8	7:00 AM	11:30 AM	7	
	Giraldo 14 GUAYACAN	CALLE 62 # 2A-15	27	7:00 AM	3:30 AM	23	
	La 14 Calima	CALLE 70 CON CARRERA 1	108	7:00 AM	9:00 AM	90	
	Comfandi Torres de Comfa	CARRERA 1 # 56-20	16	7:00 AM	10:30 AM	13	
	Comfandi Av las Americas	AVDA DE LAS AMERICAS # 23N-77	4	7:00 AM	11:00 AM	3	
Surtifam Alcazar	CARRERA 1A5 # 71-46	10	7:00 AM	4:30 PM	9		
JUEVES	La Gran Colombia 1 GAITAN	CALLE 72 # 1D-04	13	7:00 AM	5:00 PM	11	Norte - Oriente
	La 14 Centenario	AVDA 4 NORTE # 7N-46	13	7:00 AM	9:30 AM	11	
	Giraldo 3 POPALA	CARRERA 7 L BIS # 76-04	17	7:00 AM	4:00 PM	14	
	Giraldo 2 POPULAR	CARRERA 5 NORTE # 44 ESQUINA	12	7:00 AM	4:00 PM	10	
	Su papa 2 LOPEZ	CARRERA 7C # 72A-10	9	7:00 AM	4:00 PM	7	
	Giraldo 30 Rio Cauca	CALLE 75A # 20-81	9	7:00 AM	4:00 PM	8	
	La 14 Rapitienda Municipal	CALLE 31 # 11B-04	1	7:00 AM	9:30 AM	1	
	Olimpica La 26	CALLE 44 # 26-05	6	7:00 AM	10:00 AM	5	
VIERNES	Giraldo 27 OESTE	AVDA COLOMBIA # 1-50 OESTE	6	7:00 AM	4:00 PM	5	Oeste
	MERCAMIO PLAZA NORTE	CALLE 44 # 2GN-30	16	7:00 AM	5:00 PM	14	
	COMFANDI TERMINAL	CALLE 30 NORTE # 2A-19	12	7:00 AM	1:30 PM	10	
	Giraldo 23 PASARELA	AVDA 5 NORTE # 23DN-40	10	7:00 AM	4:00 PM	8	
	Mercamio Plaza Norte	CALLE 44 # 2GN-30	16	7:00 AM	5:00 PM	14	
	Comercial. Floralia (Floralia)	CARRERA 4 NORTE # 72F-25	40	7:00 AM	2:00 PM	34	
	Censosud SALOMA	CALLE 70 ENTRE CARRERA 3 Y 4D	4	7:00 AM	9:30 AM	3	
SABADO	Olimpica Villa Colombia	CALLE 51 # 14-12	16	7:00 AM	10:00 AM	14	Oriente
	Giraldo 28 Villa Colombia	CARRERA 8 # 51-06	9	7:00 AM	4:00 PM	7	
	Giraldo 14 GUAYACAN	CALLE 62 # 2A-15	27	7:00 AM	3:30 AM	23	
	La 14 Calima	CALLE 70 CON CARRERA 1	108	7:00 AM	9:00 AM	90	
	Éxito CD	CARRERA 4 A Norte # 55-51	40	7:00 AM	10:00 AM	34	

Ruta actual – Camión 2

Camión 2							
Día	Ciente	Dirección	Demanda	ai	bi	si	Zona
LUNES	La 14 Limonar	CALLE 10 # 70-38	48	7:00 AM	9:30 AM	40	Sur
	Gran Colombia 3 CALDAS	CARRERA 70 # 2-21	10	7:00 AM	5:00 PM	8	
	Giraldo 11 LA MARIA	CALLE 18 # 127-37	5	7:00 AM	4:00 PM	4	
	Giraldo 1 MELENDEZ	CARRERA 94 # 4-86	23	7:00 AM	4:00 PM	19	
	MERCANTER BUENOS AIRES	CARRERA 73 # 3-07	8	7:00 AM	5:00 PM	6	
	SU PAPA REFUGIO	CARRERA 66 # 1C-18	6	7:00 AM	4:00 PM	5	
	Olimpica las granjas	CALLE 16 # 49-08	5	7:00 AM	5:00 PM	4	
MERCAMIO Guabal (LA 39)	CARRERA 39 # 13A-62	24	7:00 AM	5:00 PM	20		
MARTES	Giraldo Luz Dary Independencia	CARRERA 40B # 27-48	15	7:00 AM	4:00 PM	13	Sur - Oeste
	Quiceno y Cia	CARRERA 28N # 19-120	24	7:00 AM	5:00 PM	20	
	Comercial. Floralia (Floresta)	CALLE 33A # 17C-52	72	7:00 AM	11:30 AM	60	
	DEL CAMPO AL VALLE	CARRERA 22 # 3-49	4	7:00 AM	9:30 AM	3	
	Giraldo 21 ESTADIO	CALLE 5 # 34A-02	6	7:00 AM	5:00 PM	5	
	Giraldo 25 MIRACALI	CARRERA 24B # 2A-145 OESTE	9	7:00 AM	4:00 PM	7	
	Giraldo 26 SAN FDO	CALLE 4 # 27-161	7	7:00 AM	4:00 PM	6	
Surtifam Alameda	CALLE 9B # 23C-65	20	7:00 AM	2:00 PM	16		
MIÉRCOLES	Giraldo 5 SILOE	DIAGONAL 51 # 2-60	13	7:00 AM	3:30 PM	11	Sur
	MERCAMIO SUR	CALLE 6 # 59A-30	48	7:00 AM	5:00 PM	40	
	La 14 Valle Lili	CALLE 25 CON CARRERA 98B	70	7:00 AM	10:00 AM	59	
	Cencosud PREMIER	CALLE 5A # 69-03	3	7:00 AM	11:00 AM	3	
	Cencosud VALLE LILI	CARRERA 98 # 16-50	12	7:00 AM	11:00 AM	10	
	La 14 Pasoancho	CALLE 13 # 80-80	71	7:00 AM	9:00 AM	60	
	Cencosud SIMON BOLIVAR	AVDA SIMON BOLIVAR ENTRE DIAGONAL 65 Y 66	4	7:00 AM	11:30 AM	3	
	La 14 Santa Helena	CARRERA 29 # 19-60	7	7:00 AM	9:00 AM	6	
Comfandi el prado	CARRERA 23 # 26B-54	4	7:00 AM	10:30 AM	3		
JUEVES	Giraldo 10 POBLADO	CARRERA 29 # 44-181	8	7:00 AM	5:00 PM	6	Oriente
	Mercaunion 2 Diamante	CARRERA 29 # 40-70	4	7:00 AM	5:00 PM	3	
	COMFANDI CALIPSO	CALLE 70 # 28D3-39	3	7:00 AM	10:30 AM	2	
	COMFANDI MORICHAL	CALLE 54 # 42B-21	7	7:00 AM	10:30 AM	6	
	Gran Colombia 2 MORICHAL	CARRERA 42B # 53-11	5	7:00 AM	5:00 PM	4	
	Giraldo 12 LA UNION	CARRERA 46 # 42A-45	10	7:00 AM	4:00 PM	8	
	Mercaunion 1 La Union	CARRERA 41 C # 40-03	10	7:00 AM	5:00 PM	8	
	OLIMPICA CAÑAVERAL	CARRERA 46 # 48-48	5	7:00 AM	10:00 AM	4	
OLIMPICA POBLADO	CARRERA 28D # 72T-72	1	7:00 AM	10:00 AM	0		
VIERNES	Abastecemos de Occ 1	CARRERA 5 # 5-48 YUMBO	23	7:00 AM	2:00 PM	19	Yumbo - Norte
	Abastecemos de Occ 2	CALLE 9 # 2-26 YUMBO	12	7:00 AM	2:00 PM	10	
	Abastecemos de Occ 3	TRANSVERSAL 6N # 13-194 YUMBO	4	7:00 AM	2:00 PM	3	
	Giraldo 22 INTER YUMBO	CALLE 15 # 5-100	8	7:00 AM	3:00 PM	6	
	La 14 Av 6	AVDA 6 NORTE # 30-37	61	7:00 AM	9:30 AM	51	
Cencosud CHIPICHAPE	AVDA 6 CON CALLE 40 NORTE	4	7:00 AM	9:00 AM	4		
SABADO	Giraldo Luz Dary Independencia	CARRERA 40B # 27-48	15	7:00 AM	4:00 PM	13	Sur
	Quiceno y Cia	CARRERA 28N # 19-120	24	7:00 AM	5:00 PM	20	
	Comercial. Floralia (Floresta)	CALLE 33A # 17C-52	72	7:00 AM	11:30 AM	60	
	Giraldo 16 LA LUNA	CALLE 14 DIAGONAL 25-16	14	7:00 AM	4:00 PM	12	
	Giraldo 26 SAN FDO	CALLE 4 # 27-161	7	7:00 AM	4:00 PM	6	
Cencosud PREMIER	CALLE 5A # 69-03	3	7:00 AM	11:00 AM	3		

Ruta actual – Camión 3

Camión Rentado - Conductor Externo							
Dia	Cliente	Dirección	Demanda	ai	bi	si	Zona
LUNES	COMFANDI GUADALUPE	CALLE 10 # 56-05	14	7:00 AM	10:30 AM	11	Sur- Oeste
	Giraldo 4 GUADALUPE	CARRERA 56 # 13C-103	29	7:00 AM	4:00 PM	25	
	OLIMPICA GUADALUPE	CARRERA 56 # 18A-80	11	7:00 AM	3:00 PM	9	
	La 14 Centro Sur	CALLE 9 # 32A-16	14	7:00 AM	9:30 AM	12	
	Giraldo 27 OESTE	AVDA COLOMBIA # 1-50 OESTE	6	7:00 AM	4:00 PM	5	
	Giraldo 23 PASARELA	AVDA 5 NORTE # 23DN-40	10	7:00 AM	4:00 PM	8	
MARTES	Éxito CD	CARRERA 4 A Norte # 55-51	40	7:00 AM	10:00 AM	34	Norte
	OLIMPICA PORVENIR	CARRERA 5 # 31A-31	6	7:00 AM	3:00 PM	5	
	OLIMPICA SALOMIA	CARRERA 3 # 52-28	10	7:00 AM	3:00 PM	8	
	La 14 Cosmocentro	CALLE 5 # 50-00	37	7:00 AM	10:30 AM	31	
MIERCOLES	Giraldo 31 Salomia	CALLE 53 # 3-30	12	7:00 AM	4:00 PM	10	Norte
	Olimpica B/quilla	CARRERA 1D # 62-04	6	7:00 AM	4:00 PM	5	
	Giraldo 8 ACOPI	CALLE 11A # 39-78	14	7:00 AM	4:00 PM	11	
	La 14 Dapa	KM 6 ANTIGUA VIA CALI YUMBO CRUCE DAPA	3	7:00 AM	12:00 PM	2	
	Comercial. Floralia (Mercamio nte	CARRERA 4 NORTE # 72A-05	19	7:00 AM	3:00 PM	16	
	GALERIAS TERRON	AVDA 5 OESTE # 19-01	10	7:00 AM	3:00 PM	8	
JUEVES	Gran Colombia 3 CALDAS	CARRERA 70 # 2-21	10	7:00 AM	5:00 PM	8	Sur - Oriente
	Giraldo 11 LA MARIA	CALLE 18 # 127-37	5	7:00 AM	4:00 PM	4	
	Casa de Tenderos 2 DECEPAZ	CARRERA 27 # 121-19	5	7:00 AM	5:00 PM	4	
	Casa Tenderos 1 JARDIN	CALLE 27 # 33B-09	17	7:00 AM	5:00 PM	15	
	OLIMPICA CANEY	CARRERA 80 # 38-98	11	7:00 AM	10:00 AM	9	
	Mercamio Ciudad Jardin	CALLE 18 # 106-46	11	7:00 AM	4:00 PM	10	
	Olimpica Fruver	CALLE 26 # 7-41	12	7:00 AM	10:00 AM	10	
VIERNES	La 14 Limonar	CALLE 10 # 70-38	48	7:00 AM	9:30 AM	40	Sur
	Giraldo 1 MELENDEZ	CARRERA 94 # 4-86	23	7:00 AM	4:00 PM	19	
	Quiceno y Cia	CARRERA 28N # 19-120	24	7:00 AM	5:00 PM	20	
	Mercamio Guabal (LA 39)	CARRERA 39 # 13A-62	24	7:00 AM	5:00 PM	20	
	La 14 Cosmocentro	CALLE 5 # 50-00	37	7:00 AM	10:30 AM	31	
	MERCAMIO SUR	CALLE 6 # 59A-30	48	7:00 AM	5:00 PM	40	
SABADO	La 14 Valle Lili	CALLE 25 CON CARRERA 98B	70	7:00 AM	10:00 AM	59	Sur
	Super Alejo	CALLE 18 # 100-11	3	7:00 AM	5:00 PM	2	
	La 14 Pasoancho	CALLE 13 # 80-80	71	7:00 AM	9:00 AM	60	
	Giraldo 9 OUTLET LA 80	CARRERA 80 # 13-261	19	7:00 AM	4:00 PM	16	
	Giraldo 6 PASOANCHO	AVDA PASOANCHO # 75-44	8	7:00 AM	4:00 PM	7	
	ALKOSTO	CALLE 13 # 80-187	10	7:00 AM	9:30 AM	9	

Anexo No. 3 Estudio de tiempos

ai: Momento mas temprano en el que el cliente puede ser visitado.
bi: Momento más lejano o tardío en el que el cliente puede recibir visitas.
si: Tiempo que tarda el servicio en el cliente i.

Tiempo maximo de servicio (min)	90
Maximo de canastillas surtidas	108
Factor tiempo de servicio	0,837

Cliente	Nombre	Dirección	Latitud	Longitud	Demanda (unidades)	Demanda (canastillas)	ai	bi	si (min)
0	Centro de despacho	Calle 54 # 10-38	3,451	-76,497			7:00 AM	5:00 PM	
1	Abastecemos de Occ 1	Carrera 5 # 5-48 YUMBO	3,583	-76,495	139	23	7:00 AM	2:00 PM	19
2	Abastecemos de Occ 2	Calle 9 # 2-26 YUMBO	3,585	-76,492	72	12	7:00 AM	2:00 PM	10
3	Abastecemos de Occ 3	Transversal 6N # 13-194 YUMBO	3,564	-76,496	21	4	7:00 AM	2:00 PM	3
4	Alkosto	Calle 80 A # 80-117	3,386	-76,538	61	10	7:00 AM	9:30 AM	9
5	Éxito CD	Carrera 36a# 16-122	3,421	-76,516	242	40	7:00 AM	10:00 AM	34
6	La 14 Valle Lili	Carrera 98B # 25-130	3,369	-76,524	420	70	7:00 AM	10:00 AM	59
7	La 14 Av6	Avenida 6 # 30N-47	3,457	-76,516	364	61	7:00 AM	9:30 AM	51
8	La 14 Calima	Carrera 1 Con Calle 70	3,487	-76,496	645	108	7:00 AM	9:00 AM	90
9	La 14 Centro	Carrera 5 # 14-37	3,453	-76,530	374	62	7:00 AM	9:30 AM	52
10	La 14 Cosmocentro	Calle 5 # 50-103	3,402	-76,547	223	37	7:00 AM	10:30 AM	31
11	La 14 Limonar	Calle 5 # 70-05	3,394	-76,546	288	48	7:00 AM	9:30 AM	40
12	La 14 Pasoancho	Calle 13 # 80-60	3,365	-76,538	427	71	7:00 AM	9:00 AM	60
13	La 14 Santa Helena	Calle 29A # 19-60	3,418	-76,516	41	7	7:00 AM	9:00 AM	6
14	La 14 Centenario	Avenida 4 N # 7N-46	3,491	-76,519	78	13	7:00 AM	9:30 AM	11
15	La 14 Centro Sur	Calle 9 # 32A-16	3,427	-76,537	84	14	7:00 AM	9:30 AM	12
16	La 14 Dapa	Antigua via a Yumbo Cra 28 No 10-150 cruce Da	3,561	-76,557	17	3	7:00 AM	12:00 PM	2
17	La 14 Rapienda Municipal	Calle 31 # 11B-04	3,451	-76,514	7	1	7:00 AM	9:30 AM	1
18	Mercainter Buenos Aires	Carrera 73 # 3-07	3,392	-76,549	45	8	7:00 AM	5:00 PM	6
19	Mercaunion 1 La Union	Carrera 41 C # 40-03	3,414	-76,508	59	10	7:00 AM	5:00 PM	8
20	Mercaunion 2 Diamante	Carrera 29 # 40-70	3,442	-76,500	24	4	7:00 AM	5:00 PM	3
21	Comfandi Santa Rosa	Carrera 8 # 8-26	3,449	-76,534	30	5	7:00 AM	10:30 AM	4
22	Comfandi Avlas Americas	Avenida De las Americas # 23N-55	3,452	-76,537	23	4	7:00 AM	11:00 AM	3
23	Comfandi Guadalupe	Calle 10 # 56-05	3,406	-76,540	82	14	7:00 AM	10:30 AM	11
24	Comfandi La Merced	Avenida 3 N # 51N-56	3,474	-76,520	48	8	7:00 AM	11:30 AM	7
25	Comfandi Terminal	Calle 30 N # 2A-19	3,461	-76,518	71	12	7:00 AM	1:30 PM	10
26	Comfandi Torres de Comfa	Carrera 1 # 56-20	3,484	-76,494	95	16	7:00 AM	10:30 AM	13
27	Comfandi Calipso	Calle 70 # 28D3-39	3,420	-76,491	17	3	7:00 AM	10:30 AM	2
28	Comfandi el prado	Carrera 23 # 26B-46	3,436	-76,518	23	4	7:00 AM	10:30 AM	3
29	Comfandi Morichal	Calle 54 # 42B-21	3,402	-76,504	44	7	7:00 AM	10:30 AM	6
30	GALERIAS TERRON	Avenida 5 Oeste # 19-01	3,445	-76,553	59	10	7:00 AM	3:00 PM	8
31	Giraldo 1 MELENDEZ	Carrera 94 # 4-86	3,376	-76,527	139	23	7:00 AM	4:00 PM	19
32	Giraldo 2 POPULAR	Carrera 5 N # 44 esquina	3,461	-76,507	75	12	7:00 AM	4:00 PM	10
33	Giraldo 3 POPALA	Carrera 7 L BIS # 76-04	3,457	-76,522	100	17	7:00 AM	4:00 PM	14

Cliente	Nombre	Dirección	Latitud	Longitud	Demanda (unidades)	Demanda (canastillas)	ai	bi	si (min)
34	Giraldo 4 GUADALUPE	Carrera 56 # 13C-103	3,411	-76,557	177	29	7:00 AM	4:00 PM	25
35	Giraldo 5 SILOE	Diagonal 51 # 2-60	3,416	-76,557	77	13	7:00 AM	3:30 PM	11
36	Giraldo 6 PASOANCHO	Avenida Pasoancho # 75-44	3,408	-76,510	48	8	7:00 AM	4:00 PM	7
37	Giraldo 8 ACOPI	Calle 11A # 39-78	3,420	-76,534	82	14	7:00 AM	4:00 PM	11
38	Giraldo 9 OUTLET LA 80	Carrera 80 # 13-261	3,386	-76,558	111	19	7:00 AM	4:00 PM	16
39	Giraldo 10 POBLADO	Carrera 29 # 44-181	3,418	-76,496	46	8	7:00 AM	5:00 PM	6
40	Giraldo 11 LA MARIA	Calle 18 # 127-37	3,420	-76,523	29	5	7:00 AM	4:00 PM	4
41	Giraldo 12 LA UNION	Carrera 46 # 42A-45	3,405	-76,514	57	10	7:00 AM	4:00 PM	8
42	Giraldo 14 GUAYACAN	Calle 62 # 2A-15	3,471	-76,492	162	27	7:00 AM	3:30 AM	23
43	Giraldo 15 CENTRO	Carrera 9 # 12-35	3,448	-76,531	66	11	7:00 AM	4:00 PM	9
44	Giraldo 16 LA LUNA	Calle 14 diagonal 25-16	3,430	-76,526	85	14	7:00 AM	4:00 PM	12
45	Giraldo 19 AV 6TA	Avenida 6N # 24N-35	3,478	-76,526	24	4	7:00 AM	3:00 PM	3
46	Giraldo 21 ESTADIO	Calle 5 # 34A-02	3,432	-76,543	39	6	7:00 AM	5:00 PM	5
47	Giraldo 22 INTER YUMBO	Calle 15 # 5-100	3,453	-76,530	45	8	7:00 AM	3:00 PM	6
48	Giraldo 23 PASARELA	Avenida 5 N # 23DN-40	3,466	-76,526	59	10	7:00 AM	4:00 PM	8
49	Giraldo 25 MIRACALI	Carrera 24B # 2A-145 Oeste	3,445	-76,553	52	9	7:00 AM	4:00 PM	7
50	Giraldo 26 SAN FDO	Calle 4 # 27-161	3,450	-76,539	42	7	7:00 AM	4:00 PM	6
51	Giraldo 27 OESTE	Avenida Colombia # 1-50 Oeste	3,445	-76,553	39	6	7:00 AM	4:00 PM	5
52	Giraldo 28 Villa Colombia	Carrera 8 # 51-06	3,450	-76,477	53	9	7:00 AM	4:00 PM	7
53	Giraldo 30 Rio Cauca	Calle 75A # 20-81	3,493	-76,490	55	9	7:00 AM	4:00 PM	8
54	Giraldo 31 Salomia	Calle 53 # 3-30	3,466	-76,500	74	12	7:00 AM	4:00 PM	10
55	Giraldo Luz Dary Independencia	Carrera 40B # 27-48	3,418	-76,517	92	15	7:00 AM	4:00 PM	13
56	Cencosud SIMON BOLIVAR	Diagonal 65, 25-50	3,399	-76,522	25	4	7:00 AM	11:30 AM	3
57	Cencosud SALOMIA	Carrera 3, 69B-26	3,394	-76,550	23	4	7:00 AM	9:30 AM	3
58	Cencosud VALLE LILI	Carrera 98 # 16-50	3,371	-76,528	70	12	7:00 AM	11:00 AM	10
59	Cencosud PREMIER	Calle 5A # 69-03	3,395	-76,546	18	3	7:00 AM	11:00 AM	3
60	Cencosud CHIPICHAPE	Calle 40 N 6 A - 45	3,411	-76,513	27	4	7:00 AM	9:00 AM	4
61	Casa Tenderos 1 JARDIN	Calle 27 # 33B-09	3,418	-76,518	104	17	7:00 AM	5:00 PM	15
62	Casa de Tenderos 2 DECEPAZ	Carrera 27 # 121-19	3,413	-76,470	30	5	7:00 AM	5:00 PM	4
63	Mercamio Sur	Calle 6 # 59A-30	3,407	-76,546	286	48	7:00 AM	5:00 PM	40
64	Mercamio Guabal (LA 39)	Carrera 39 # 13A-62	3,419	-76,531	146	24	7:00 AM	5:00 PM	20
65	Mercamio Ciudad Jardin	Calle 18 # 106-46	3,401	-76,526	68	11	7:00 AM	4:00 PM	10
66	Mercamio Plaza Norte	Calle 44 # 2GN-30	3,457	-76,522	98	16	7:00 AM	5:00 PM	14
67	Quiceno y Cia	Carrera 28N # 19-120	3,425	-76,552	142	24	7:00 AM	5:00 PM	20
68	Su Papa REFUGIO	Carrera 66 # 1C-18	3,425	-76,552	36	6	7:00 AM	4:00 PM	5
69	Su papa 2 LOPEZ	Carrera 7C # 72A-10	3,462	-76,489	52	9	7:00 AM	4:00 PM	7
70	Super Alejo	Calle 18 # 100-11	3,366	-76,528	17	3	7:00 AM	5:00 PM	2
71	La Gran Colombia 1 GAITAN	Calle 72 # 1D-04	3,437	-76,492	78	13	7:00 AM	5:00 PM	11
72	Gran Colombia 2 MORICHAL	Carrera 42B # 53-11	3,402	-76,505	28	5	7:00 AM	5:00 PM	4
73	Gran Colombia 3 CALDAS	Carrera 70 # 2-21	3,394	-76,553	60	10	7:00 AM	5:00 PM	8
74	Olimpica B/quilla	Carrera 1D # 62-04	3,472	-76,501	37	6	7:00 AM	4:00 PM	5
75	Olimpica las granjas	Calle 16 # 43-45	3,413	-76,525	30	5	7:00 AM	5:00 PM	4
76	Olimpica Salomia	Carrera 3 # 52-28	3,466	-76,500	57	10	7:00 AM	3:00 PM	8
77	Olimpica Villa Colombia	Calle 51 # 14-12	3,445	-76,500	97	16	7:00 AM	10:00 AM	14
78	Olimpica La 26	Calle 44 # 2-95	3,465	-76,509	36	6	7:00 AM	10:00 AM	5
79	Olimpica Porvenir	Carrera 5 # 31A-31	3,458	-76,516	36	6	7:00 AM	3:00 PM	5
80	Olimpica Cañaverl	Carrera 46 # 48-48	3,401	-76,511	28	5	7:00 AM	10:00 AM	4
81	Olimpica Guadalupe	Calle 18A # 17-65	3,327	-76,532	64	11	7:00 AM	3:00 PM	9
82	Olimpica Fruver	Calle 25 # 17-05	3,335	-76,525	70	12	7:00 AM	10:00 AM	10
83	Olimpica Poblado	Carrera 28D # 72T-72	3,417	-76,485	3	1	7:00 AM	10:00 AM	0
84	Olimpica Caney	Calle 42 # 80-01	3,388	-76,520	64	11	7:00 AM	10:00 AM	9
85	Surtifam Alcazar	Carrera 1A5 # 71-46	3,486	-76,489	63	10	7:00 AM	4:30 PM	9
86	Surtifam Alameda	Calle 9B # 23C-65	3,436	-76,534	118	20	7:00 AM	2:00 PM	16
87	Comercial. Floralia (Floralia)	Carrera 4 N # 72F-25	3,470	-76,483	242	40	7:00 AM	2:00 PM	34
88	Comercial. Floralia (Floresta)	Calle 33 A # 17C-52	3,442	-76,513	430	72	7:00 AM	11:30 AM	60
89	Comercial. Floralia (Mercamio nte)	Carrera 4 N # 72A-05	3,470	-76,483	112	19	7:00 AM	3:00 PM	16
90	Del Campo al Valle	Carrera 22 # 3-49	3,441	-76,539	23	4	7:00 AM	9:30 AM	3

Anexo No. 4 Ventas semanales por cliente

Cliente	Venta semanal						
	Dem lun	Dem mar	Dem mie	Dem jue	Dem vie	Dem sáb	Dem dom
1	10.48	26.2	15.72	19.65	23.58	22.27	13.1
2	8.88	22.2	13.32	16.65	19.98	18.87	11.1
3	7.36	18.4	11.04	13.8	16.56	15.64	9.2
4	4.32	10.8	6.48	8.1	9.72	9.18	5.4
5	7.59	18.96	11.38	14.22	17.07	16.12	9.48
6	12.39	30.99	18.59	23.24	27.89	26.34	15.49
7	11.21	28.04	16.82	21.03	25.23	23.83	14.02
8	5.04	12.61	7.56	9.45	11.35	10.72	6.30
9	11.53	28.83	17.30	21.62	25.95	24.50	14.41
10	9.41	23.52	14.11	17.64	21.16	19.99	11.76
11	6.73	16.83	10.10	12.62	15.14	14.30	8.41
12	4.26	10.66	6.40	8.00	9.60	9.06	5.33
13	9.80	24.51	14.70	18.38	22.06	20.83	12.25
14	10.11	25.27	15.16	18.95	22.74	21.48	12.63
15	8.80	21.99	13.20	16.49	19.79	18.69	11.00
16	11.80	29.49	17.70	22.12	26.54	25.07	14.75
17	8.84	22.10	13.26	16.57	19.89	18.78	11.05
18	6.96	17.40	10.44	13.05	15.66	14.79	8.70
19	12.83	32.07	19.24	24.05	28.86	27.26	16.04
20	3.64	9.09	5.45	6.82	8.18	7.72	4.54
21	3.21	8.02	4.81	6.01	7.21	6.81	4.01
22	4.4	11	6.6	8.25	9.9	9.35	5.5
23	6.24	15.6	9.36	11.7	14.04	13.26	7.8
24	4.88	12.2	7.32	9.15	10.98	10.37	6.1
25	8.48	21.2	12.72	15.9	19.08	18.02	10.6
26	5.76	14.4	8.64	10.8	12.96	12.24	7.2
27	4.48	11.2	6.72	8.4	10.08	9.52	5.6
28	3.28	8.2	4.92	6.15	7.38	6.97	4.1
29	6.32	15.8	9.48	11.85	14.22	13.43	7.9
30	4.24	10.6	6.36	7.95	9.54	9.01	5.3
31	4.24	10.6	6.36	7.95	9.54	9.01	5.3
32	6.56	16.4	9.84	12.3	14.76	13.94	8.2
33	4.88	12.2	7.32	9.15	10.98	10.37	6.1
34	2.72	6.8	4.08	5.1	6.12	5.78	3.4
35	4	10	6	7.5	9	8.5	5

36	6.32	15.8	9.48	11.85	14.22	13.43	7.9
37	4.32	10.8	6.48	8.1	9.72	9.18	5.4
38	5.44	13.6	8.16	10.2	12.24	11.56	6.8
39	4.48	11.2	6.72	8.4	10.08	9.52	5.6
40	5.68	14.2	8.52	10.65	12.78	12.07	7.1
41	3.12	7.8	4.68	5.85	7.02	6.63	3.9
42	4.24	10.6	6.36	7.95	9.54	9.01	5.3
43	3.28	8.2	4.92	6.15	7.38	6.97	4.1
44	2.56	6.4	3.84	4.8	5.76	5.44	3.2
45	1.92	4.8	2.88	3.6	4.32	4.08	2.4
46	3.6	9	5.4	6.75	8.1	7.65	4.5
47	5.12	12.8	7.68	9.6	11.52	10.88	6.4
48	2.88	7.2	4.32	5.4	6.48	6.12	3.6
49	2.88	7.2	4.32	5.4	6.48	6.12	3.6
50	1.84	4.6	2.76	3.45	4.14	3.91	2.3
51	2.24	5.6	3.36	4.2	5.04	4.76	2.8
52	3.52	8.8	5.28	6.6	7.92	7.48	4.4
53	4.16	10.4	6.24	7.8	9.36	8.84	5.2
54	2.72	6.8	4.08	5.1	6.12	5.78	3.4
55	3.6	9	5.4	6.75	8.1	7.65	4.5
56	3.2	8	4.8	6	7.2	6.8	4
57	2.08	5.2	3.12	3.9	4.68	4.42	2.6
58	3.36	8.4	5.04	6.3	7.56	7.14	4.2
59	5.44	13.6	8.16	10.2	12.24	11.56	6.8
60	2.72	6.8	4.08	5.1	6.12	5.78	3.4
61	4.08	10.2	6.12	7.65	9.18	8.67	5.1
62	0.56	1.4	0.84	1.05	1.26	1.19	0.7
63	2.32	5.8	3.48	4.35	5.22	4.93	2.9
64	3.04	7.6	4.56	5.7	6.84	6.46	3.8
65	0.88	2.2	1.32	1.65	1.98	1.87	1.1
66	3.2	8	4.8	6	7.2	6.8	4
67	2.16	5.4	3.24	4.05	4.86	4.59	2.7
68	1.36	3.4	2.04	2.55	3.06	2.89	1.7
69	3.36	8.4	5.04	6.3	7.56	7.14	4.2
70	1.68	4.2	2.52	3.15	3.78	3.57	2.1
71	1.76	4.4	2.64	3.3	3.96	3.74	2.2
72	2.32	5.8	3.48	4.35	5.22	4.93	2.9
73	0.96	2.4	1.44	1.8	2.16	2.04	1.2
74	1.04	2.6	1.56	1.95	2.34	2.21	1.3
75	2.08	5.2	3.12	3.9	4.68	4.42	2.6

76	1.36	3.4	2.04	2.55	3.06	2.89	1.7
77	1.84	4.6	2.76	3.45	4.14	3.91	2.3
78	0.64	1.6	0.96	1.2	1.44	1.36	0.8
79	0.32	0.8	0.48	0.6	0.72	0.68	0.4
80	0.4	1	0.6	0.75	0.9	0.85	0.5
81	1.6	4	2.4	3	3.6	3.4	2
82	0.4	1	0.6	0.75	0.9	0.85	0.5
83	1.28	3.2	1.92	2.4	2.88	2.72	1.6
84	0.4	1	0.6	0.75	0.9	0.85	0.5
85	0.48	1.2	0.72	0.9	1.08	1.02	0.6
86	0.4	1	0.6	0.75	0.9	0.85	0.5
87	0.72	1.8	1.08	1.35	1.62	1.53	0.9
88	1.04	2.6	1.56	1.95	2.34	2.21	1.3
89	0.64	1.6	0.96	1.2	1.44	1.36	0.8
90	0.24	0.6	0.36	0.45	0.54	0.51	0.3

Anexo No. 5 Modelo matemático para asignación de rutas (archivo.mod)

Conjuntos

set nodos;

Conjunto de puntos de venta y bodega central.

set periodos;

Conjunto de periodos en el horizonte de tiempo.

set puntos_v within nodos;

Parámetros

param Inv_inicial_D {i in puntos_v} >=0;

Nivel de inventario inicial en punto de venta i.

param CAP_D{i in puntos_v}>=0;

Capacidad para almacenar inventario en punto de venta i.

param N =0;

Horizonte de tiempo.

param Inv_inicial_Bod >=0;

Nivel de inventario inicial al correr el modelo en la bodega central.

param dem {i in puntos_v, t in periodos} >=0;

Demanda del punto de venta i en el periodo t.

param CT {i in puntos_v} >=0;

Costo de visitar al punto de venta i.

param CI >=0;

Costo de una unidad de inventario en cualquier punto de venta.

param Co >=0;

Costo de una unidad de inventario en la bodega central.

```
param B_o {i in puntos_v} >=0;
# Backorder en el punto de venta i en el periodo 0.

param CA >=0;
# Costo de una unidad de inventario agotado en cualquier punto de venta.

param lmax{i in puntos_v} >=0;
# Inventario máximo que puede mantener el punto de venta i.

# Variables

var X {i in puntos_v, t in periodos} integer >=0;
# Cantidad de producto a enviar desde la bodega central al punto de venta i en el periodo t.

var Prod {t in periodos}>=0;
# Unidades a elaborar en el periodo t.

var lo {t in periodos} >=0;
# Cantidad de producto disponible en la bodega central en el periodo t inicial.

var ld {i in puntos_v, t in periodos} >=0;
# Nivel de inventario del punto de venta en cierto tiempo t.

var Bd {i in puntos_v, t in periodos} >=0;
# Backorder del punto de venta en cierto tiempo t.

var Y {i in puntos_v, t in periodos}>=0 binary;
# Decision de la bodega central de enviar o no producto al punto de venta i.

var CIPv >=0;
# Costo de mantener inventarios en los puntos de venta.

var Ctran >=0;
# Costo de distribuir desde la bodega hasta los puntos de venta.

var CBord >=0;
# Costo de tener agotados en los puntos de venta.
```

var CmlB >=0;

Costo de mantener inventario en la bodega.

Función Objetivo

minimize Costo_Total: CIPv + Ctran + CBord + CmlB;

Minimización de la sumatoria de todos los costos incurridos en la operación logística.

subject to costo_inv:

CIPv =sum {i in puntos_v, t in periodos} CI*Id [i, t];

subject to costo_Transp:

Ctran =sum {i in puntos_v, t in periodos} CT [i]*Y [i, t];

subject to costo_backo:

CBord = sum {i in puntos_v, t in periodos} Bd [i, t]*CA;

subject to costo_IB:

CmlB= sum {t in periodos} lo[t]*Co;

Restricciones

subject to Produccion_maxima { t in periodos}:

Prod [t]<=1200;

subject to Balance {i in puntos_v, t in periodos: t>1}:

Id [i, t] - Bd [i, t] = Id [i, t-1] - Bd [i,t-1] + X [i, t] - dem [i, t];

subject to Balance_i {i in puntos_v, t in periodos: t=1}:

$$I_d [i, t] - B_d [i, t] = \text{Inv_inicial_D} [i] - B_o [i] + X [i, t] - \text{dem} [i, t];$$

subject to tamaño_envioi {i in puntos_v,t in periodos}:

$$X [i, t] \leq 10000 * Y[i, t];$$

subject to Cant_envios {t in periodos}:

$$\text{sum}\{i \text{ in puntos_v}\} Y[i, t] \leq 30;$$

subject to Cap_vehiculos {t in periodos}:

$$\text{sum}\{i \text{ in puntos_v}\} X [i, t] \leq 900;$$

subject to Balance_IB {t in periodos: t>1}:

$$I_o[t] = I_o[t-1] - \text{sum} \{i \text{ in puntos_v}\} X [i, t] + \text{Prod}[t];$$

subject to Balance_IBi {t in periodos: t=1}:

$$I_o[t] = \text{Inv_inicial_Bod} - \text{sum} \{i \text{ in puntos_v}\} X [i, t] + \text{Prod}[t];$$

subject to cumpl_imax{i in puntos_v}:

$$\text{sum}\{t \text{ in periodos}\} X [i, t] \geq I_{\text{max}}[i] - \text{Inv_inicial_D}[i] + B_o[i];$$