

Ähnlichkeitsbeziehungen bei Verdrängermaschinen – eine einheitliche Wirkungsgradmodellierung

Peter F. Pelz, Christian Schänzle, Tobias Corneli

Verdrängermaschinen zeichnen sich durch ihr breites Einsatzspektrum aus. Dies zeigt sich in der Vielzahl zum Einsatz kommender Medien und in der Vielfalt konstruktiver Ausführungen. Aufgrund dieser Vielfalt ist eine einheitliche Wirkungsgradmodellierung, die für eine konsistente energetische Bewertung von Maschinen notwendige Voraussetzung ist, bisher nur in Ansätzen gelungen. Die hier vorgestellte dimensionsanalytische Modellierung ermöglicht nunmehr eine kompakte und typenunabhängige Beschreibung des Wirkungsgrads anhand lediglich folgender vier dimensionslosen Kenngrößen: (i) Spezifischer Druck, (ii) Reynoldszahl, (iii) spezifische Nachgiebigkeit und (iv) relativer Spalt. Im Modell unterscheiden sich die Maschinentypen allein durch den relativen Spalt. Maschinen gleichen Typs ordnen sich zu einer Spaltklasse. Dies ist das Ergebnis der Modellanwendung auf vier verschiedene Maschinentypen mit 155 unterschiedlichen Größen und über 2680 Betriebspunkten.

1. Kernaussage: Die energetische Effizienz von Verdrängermaschinen lässt sich typunabhängig von nur vier dimensionslosen Größen darstellen.
2. Kernaussage: Unterschiedliche Maschinentypen unterscheiden sich im Rahmen des Modells allein im relativen Spalt. Die Spaltklasse ψ/ψ_{ref} wird als neue charakteristische Größe für die verschiedenen Maschinentypen eingeführt.

Einleitung

Für Verdrängermaschinen existieren detaillierte typenspezifische Modelle für die innere Leckage und die mechanisch-hydraulischen Verluste. Demgegenüber fehlt jedoch eine kompakte, physikalisch begründete und typenunabhängige Modellierung des Wirkungsgrads in Abhängigkeit der wesentlichen Betriebs- und Maschinengrößen. Die Typenunabhängigkeit ist auf der einen Seite für die einheitliche energetische Bewertung notwendig. Auf der anderen Seite erleichtert die Typenunabhängigkeit die Maschinenauswahl. Zusammengefasst muss die Wirkungsgradbeschreibung kompakt, einheitlich, physikalisch begründet und einfach anwendbar sein. Die hier erstmals präsentierten Ergebnisse erfüllen diese Anforderungen.

Methodisch wird folgender Weg beschritten: Im ersten Schritt wird aus dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik die Wirkungsgraddefinition von Verdrängermaschinen abgeleitet. Dabei liegen bei dieser Arbeit tropfbare Medien sowie Arbeitsmaschinen im Fokus. Im zweiten Schritt wird der Wirkungsgrad, wie allgemein üblich, in einen volumetrischen und hydraulisch-mechanischen Wirkungsgrad aufgetrennt, und für jeden Teilwirkungsgrad ein physikalisch begründetes und dimensionsanalytisch verallgemeinertes Modell entwickelt. Dabei sind eine dimensionsanalytische Beschreibung der inneren Leckage sowie die Einführung des relativen Spaltes als wesentliches Unterscheidungsmerkmal von Maschinentypen neu. Im dritten und letzten Schritt wird das kompakte, typenunabhängige Modell auf die Daten von vier verschiedenen Maschinentypen mit 155 unterschiedlichen Größen und über 2680 Betriebspunkten angewendet.

Der Nutzen der Arbeit ist dreierlei: Erstens können die Ergebnisse von Anwendern bei der Maschinenauswahl genutzt werden. Zweitens dienen die Ergebnisse den Maschinenherstellern

hinsichtlich der Skalierung von Volumenstrom und Leistungsaufnahme bei unterschiedlichen Medien und der Untersuchung von Fertigungsunsicherheiten. Drittens bilden die Ergebnisse eine physikalisch-technisch sinnvolle Basis zur übergreifenden Effizienzbewertung von Verdrängermaschinen. Der letztgenannte Punkt mag in Zukunft zunehmend wichtiger werden. Hierfür muss die Effizienzbewertung typenunabhängig sein.

Stand der Forschung

In der Literatur finden sich zahlreiche Untersuchungen zur Modellierung des Wirkungsgrads von Verdrängermaschinen. Murrenhoff et al. [Mur07] geben hierzu einen sehr ausführlichen Überblick über bisherige Untersuchungen. Ausgehend von den Modellansätzen unterteilen sie die Wirkungsgradmodelle in physikalische, analytische und numerische Modelle. Die physikalischen Modelle beschreiben die volumetrischen und mechanisch-hydraulischen Verluste in Verdrängermaschinen. Wilson [Wil50] entwickelte auf dieser Basis Ende der 1940er- Jahre erstmals ein Wirkungsgradmodell, welches die Leckage als laminare Strömung annimmt und die mechanisch-hydraulischen Verluste allein durch die viskose Reibung beschreibt. Dieses Modell wurde von Schlösser und Hilbrands [Sch61][Sch63][Sch65][Sch68] in den 1960er-Jahren weiterentwickelt. Die Leckage wird um einen turbulenten Strömungsanteil ergänzt. Das Modell für die mechanisch-hydraulischen Verluste wird um einen druck- und einen trägheitsdominierten Verlustterm erweitert. Thoma [Tho70] und Bravendik [Bra87] griffen diese Modelle auf und entwickelten sie für Verdrängermaschinen mit verstellbarem Verdrängervolumen weiter. Diese physikalischen Modelle haben gemein, dass dort dimensionslose Verlustfaktoren verwendet werden, vergleichbar mit Druckverlustbeiwerten. Diese Verlustfaktoren werden empirisch bestimmt und als konstant angenommen. Untersuchungen von Zarotti und Nervegna [Zar81], Rydberg [Ryd83] und McCandlish und Dorey [McC88] haben gezeigt, dass diese Annahme verletzt wird, beispielsweise durch sich verändernde Spalthöhen bei unterschiedlichen Betriebsbedingungen. Darin ist die Unsicherheit dieser Modelle begründet. Sie verfolgen daher Modellansätze, die eine physikalische Verlustbeschreibung mit empirischen Formulierungen auf Basis von experimentellen Ergebnissen kombinieren [Iva93]. McCandlish und Dorey zufolge steigt dabei die Komplexität dieser Modelle. Sie müssen nach aktuellem Stand der Wissenschaft und Technik für verschiedene Maschinentypen angepasst werden. Eine Vergleichbarkeit unterschiedlicher Maschinentypen wird folglich erschwert. Einen weiteren Modellierungsansatz stellen nach Murrenhoff [Mur07] die numerischen Modelle von Ivantsyn und Ivantsynova [Iva93], Huhtala [Huh96] und Baum [Bau01] dar. Grundlage dieser Modelle ist eine hohe Anzahl an Messwerten, die mit unterschiedlichen numerischen Methoden, beispielsweise nichtlinearen Polynomfunktionen oder neuronalen Netzen, approximiert werden.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass es einen Trend hin zu immer feinergranularen, maschinenspezifischen Modellen gibt. Vor diesem Hintergrund stellt sich die Frage, ob nicht eine einheitliche Modellierung der Effizienz von Verdrängermaschinen existiert, die physikalisch und dimensionsanalytisch begründet ist. Solch eine Modellierung ist für eine gesamtheitliche Bewertung von Verdrängermaschinen erwünscht. Mit der Arbeit von Cordier existiert eine derartige Darstellung für Turbomaschinen [Cor53]. Für Verdrängermaschinen existiert nichts Vergleichbares.

Ziel der vorliegenden Untersuchung ist es daher, ein Wirkungsgradmodell zu entwickeln, welches typenunabhängig das Wirkungsgradverhalten von Verdrängermaschinen in Abhängigkeit von wenigen dimensionslosen Kenngrößen beschreibt. Dieses Vorhaben ist eng mit den folgenden zwei Forderungen verknüpft: Erstens soll die Modellbeschreibung für unterschiedliche Medien anwendbar sein. Dies ist bei den bekannten maschinenspezifischen Modellen überwiegend nicht der Fall. Zweitens erfordert ein typenunabhängiges Modell das Loslösen von der maschinenspezifischen Gestalt. Dabei stellt sich dann die Frage nach der zu erwartenden Modellunsicherheit. Im Vergleich zu rein empirischen, datengetriebenen Modellen (Polynomapproximationen, neuronale Netze, usw.) zeigt der neue Ansatz eine geringere Modellunsicherheit bei den verfolgten maschinentypübergreifenden Betrachtungen. Bei der Anwendung auf einen einzigen Maschinentyp zeigen demgegenüber die datengetriebenen Modelle erwartungsgemäß eine geringere Modellunsicherheit. Unser Ziel ist aber gerade die typenunabhängige Beschreibung, für die unserer Kenntnis nach nur sehr wenige Ansätze existieren.

Die Arbeit gliedert sich in die oben bereits angesprochenen drei Teile: Erstens die Diskussion des Wirkungsgrades im Lichte des ersten Hauptsatzes, zweitens die dimensionsanalytisch verallgemeinerte Modellierung des Wirkungsgrades als Funktion der vier dimensionslosen Größen spezifischer Druck Δp^+ , Reynoldszahl Re , spezifische Nachgiebigkeit $\kappa \Delta p$ sowie relativer Spalt ψ . Drittens folgt die Modellidentifikation und -anwendung anhand von Maschinendaten. Der Artikel wird durch ein Anwendungsbeispiel abgeschlossen.

Wirkungsgrad

Zunächst wird der Energiewandlungsprozess in einer Fluidenergiemaschine näher betrachtet. Es wird davon ausgegangen, dass die Maschine im zeitlichen Mittel stationär arbeitet. Der erste Hauptsatz der Thermodynamik für im zeitlichen Mittel stationäre Vorgänge lautet

$$\dot{m} \Delta h_t = P_S + \dot{Q}. \quad (1)$$

Dabei ist der Massenstrom mit \dot{m} bezeichnet, die Differenz der Totalenthalpie zwischen Aus- und Eingang mit Δh_t sowie der mechanischen Wellenleistung mit P_S und der Wärmestrom mit \dot{Q} . Die Wellenleistung ist das Skalarprodukt von Wellenmoment \vec{M}_S und Winkelgeschwindigkeit $\vec{\Omega} = 2\pi n \vec{e}_z$ der Welle oder das Skalarprodukt von Stangenkraft \vec{F}_S und Stangengeschwindigkeit \vec{U} :

$$P_S := \frac{1}{T} \int_0^T \vec{F}_S \cdot \vec{U} dt, \text{ mit der Zykluszeit } T = \frac{1}{n}; (:= \text{Definition}) \quad (2)$$

Für Arbeitsmaschinen sind P_S und Δh_t jeweils größer Null, für Kraftmaschinen jeweils kleiner Null.

Spricht der Ingenieur vom isentropen Wirkungsgrad einer Maschine, so ist der Fall einer wärmeisolierten, d. h. adiabaten Maschine gemeint. Der Wärmestrom \dot{Q} in (1) ist dann identisch Null. Die Differenz der Totalenthalpie kann in einen idealen Anteil $\Delta h_{t,s}$ bei konstanter Entropie s und einen Verlustanteil h_l aufgeteilt werden, sodass gilt:

$$\dot{m} \Delta h_t = \dot{m} (\Delta h_{t,s} + h_l) = \dot{m} \Delta h_{t,s} \frac{1}{\eta^{\pm 1}} = P_S. \quad (3)$$

Der Enthalpieverlust h_l ist mit einer Entropieproduktion durch innere Reibung verknüpft. Der Exponent +1 in Gleichung (3) gilt für Arbeitsmaschinen, der Exponent -1 für Kraftmaschinen. Im Folgenden liegt der Fokus auf Arbeitsmaschinen. Eine Ausweitung auf Kraftmaschinen gelingt aber ganz entsprechend.

Der adiabate (oder isentrope) Wirkungsgrad η , definiert durch Gleichung (4), bemisst die dissipativen Leistungsverluste $\dot{m} h_l$ in der Maschine. Aus dem ersten Hauptsatz (3) folgen die drei Identitäten:

$$\eta := 1 - \frac{\dot{m} h_l}{P_S} = \frac{\Delta h_{t,s}}{\Delta h_t} = \frac{\dot{m} \Delta h_{t,s}}{P_S}. \quad (4)$$

Die isentrope Enthalpieänderung in einer Verdrängermaschine wird in Abbildung 1 anhand des p - v -Diagramms (auch als Indikator diagramm bezeichnet) veranschaulicht, bei dem der Druck p über dem spezifischen Volumen $v = 1/\rho$ aufgetragen ist. Das Schadvolumen wird in dieser Darstellung als vernachlässigbar klein angenommen. Kommt es zu einer Entspannung des Schadvolumens, dann ist die damit verbundene technische Arbeit in den meisten Fällen vernachlässigbar klein, so dass diese Näherung für die hier allein verfolgte energetische Betrachtung zielführend ist. Bekanntermaßen begrenzt das Schadvolumen aber das maximal mögliche Druckverhältnis, bei dem eine Förderung noch stattfinden kann [Pel13][Fis84].

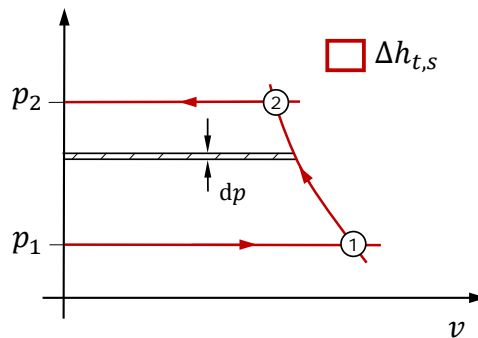


Abbildung 1: Isentrope Enthalpieänderung für eine Arbeitsmaschine im p - v -Diagramm bei vernachlässigtem Schadvolumen.

Die isentrope Enthalpieänderung, die auch als technische Arbeit oder spezifische Stutzenarbeit bezeichnet wird, berechnet sich als

$$\Delta h_{t,s} \approx \Delta h_s = \int_1^2 v dp, \quad (5)$$

mit dem spezifischen Volumen v und dem statischen Druck p , wobei der kinetische Anteil vernachlässigt wird. Für diesen Fall entspricht dann die isentrope Totalenthalpie $\Delta h_{t,s}$ der isentropen Enthalpie Δh_s .

Bisher waren alle Aussagen noch gleichermaßen gültig für gasförmige und tropfbare Medien. Im Folgenden erfolgt eine Beschränkung auf tropfbare Medien (Öl, Wasser, Suspensionen, ...).

Werden „sehr hohe“ Drücke erreicht, wie dies bei Verdrängermaschinen der Fall sein kann, muss die Nachgiebigkeit κ des Fördermediums und ggf. der Maschine berücksichtigt werden. Bekanntermaßen addieren sich die Nachgiebigkeiten. Die Nachgiebigkeit bei konstanter Entropie s ist definiert als

$$\kappa := - \frac{1}{v} \frac{dv}{dp} \Big|_s \approx const. \quad (6)$$

Für ein tropfbares Medium wird die Nachgiebigkeit als näherungsweise konstant angenommen. Mittels der so erfolgten Linearisierung berechnet sich die isentrope Enthalpieänderung zu

$$\Delta h_{t,s} = v_1 \Delta p \left(1 - \frac{\kappa \Delta p}{2} \right), \quad (7)$$

mit der Änderung des statischen Drucks Δp und des spezifischen Volumens v_1 bei niedrigem Druckniveau (vgl. auch Frömel [Frö71]). Durch Einsetzen von Gleichung (7) in (4) berechnet sich der Wirkungsgrad mit dem saugseitigen Volumenstrom Q_1 zu

$$\eta := \frac{Q_1 \Delta p}{P_S} \left(1 - \frac{\kappa \Delta p}{2} \right) \neq \frac{Q_2 \Delta p}{P_S} =: \eta_{Din}. \quad (8)$$

Der adiabate (= isentrope) Wirkungsgrad nach Gleichung (8) berücksichtigt im Gegensatz zur Wirkungsgraddefinition nach DIN 4391 und VDMA-Einheitsblatt 24280 die Änderung der inneren Energie des Fördermediums infolge Nachgiebigkeit. Aus energetischer Sicht muss daher η im Folgenden weiter betrachtet werden. In vielen praktischen Fällen ist die spezifische, d. h. dimensionslose, Nachgiebigkeit $\kappa \Delta p$ aber so klein, dass ihr Einfluss vernachlässigbar ist und der in Normen definierte Wirkungsgrad vom adiabaten Wirkungsgrad praktisch nicht unterscheidbar ist. Eine Diskussion hierzu findet sich auch bei Palmen und Murrenhoff [Pal07], wobei dort aufgeführt wird, dass die Leistung $Q_1 \kappa \Delta p^2 / 2$ technisch nur schwer nutzbar sei. Dessen ungeachtet ist es aber nicht notwendig, den Einfluss von $\kappa \Delta p$ zu vernachlässigen, weshalb hier darauf verzichtet wird.

Durch die Erweiterung der Wirkungsgraddefinition mit dem Verdrängervolumen V ist die Aufteilung in einen volumetrischen Wirkungsgrad η_{vol} und einen mechanisch-hydraulischen Wirkungsgrad η_{mh} möglich und üblich:

$$\eta := \frac{Q_1 \Delta p}{P_S} \left(1 - \frac{\kappa \Delta p}{2} \right) \frac{V}{V} = \frac{Q_1}{nV} \frac{\Delta p V}{2\pi M_S} \left(1 - \frac{\kappa \Delta p}{2} \right) = \eta_{vol} \eta_{mh}. \quad (9)$$

Die Wellenleistung P_S wird in diesem Fall durch das Produkt aus Wellenmoment M_S und Drehzahl n dargestellt. Der volumetrische Wirkungsgrad ist das Verhältnis von Förderstrom und theoretisch möglichem Förderstrom und damit ein Maß für die Leckageverluste. Der mechanisch-hydraulische Wirkungsgrad ist das Verhältnis aus hydraulischer Arbeit und Wellenarbeit pro Umdrehung. Er stellt ein Maß für die mechanisch-hydraulischen Verluste dar. Die Nachgiebigkeit wirkt sich auf die zu leistende Enthalpieänderung (s. Abb. 1) aus. Sie verringert im Vergleich zu einem inkompressiblen Fördermedium die erforderliche Wellenarbeit und ist folgerichtig im mechanisch-hydraulischen Wirkungsgrad zu berücksichtigen (vgl. [Pal07]). Hinsichtlich der Modellierung ist es sinnvoll, die Teilwirkungsgrade getrennt voneinander zu betrachten, da Leckage und mechanisch-

hydraulische Verluste jeweils durch unterschiedliche physikalische Wirkprinzipien entstehen. Der volumetrische Wirkungsgrad lässt sich mittels der Leckage Q_L als

$$\eta_{vol} := \frac{Q_1}{nV} = 1 - \frac{Q_L}{nV} \quad (10)$$

definieren. Gelingt es, die Leckage zu beschreiben, ist der volumetrische Wirkungsgrad bekannt. Als Methode wird die Dimensionsanalyse verwendet [Spu92], die bereits von Galileo Galilei verwendet wurde. Die erste schriftliche Darstellung des Grundgedankens der Dimensionsanalyse findet sich bei Fourier [Fou78]. Sinngemäß schreibt Fourier, dass physikalisch-technische Zusammenhänge unabhängig von der Wahl des Einheitensystems sein müssen. Heute ist dies als Bridgman-Postulat bekannt [Bri22]. Wird die redundante Information des Maßsystems aus einem Zusammenhang eliminiert, reduziert sich dieser auf dimensionslose Größen von verminderter Anzahl.

Die physikalischen Größen, die die Leckage Q_L beeinflussen, sind der Förderdruck Δp , das Verdrängervolumen V , die kinematische Viskosität $\nu = \mu/\rho$, die Dichte ρ sowie das Spaltmaß s . Experimentelle Untersuchungen am Institut für Fluidsystemtechnik der TU Darmstadt haben gezeigt, dass die Drehzahl nur einen sehr geringen Einfluss auf die Leckage von Verdrängermaschinen im Nennbetriebsbereich hat und in der Regel vernachlässigt werden kann [Cor14], d. h. der Schleppanteil der Leckage ist gegenüber dem druckgetriebenen Anteil vernachlässigbar. Es wird zunächst die Hypothese getroffen, dass dies für alle hier betrachteten Maschinen gilt. In der Tat bestätigen die Vielzahl der Maschinendaten diese Hypothese, wie im Folgenden gezeigt wird. Aus der Dimensionsanalyse ergeben sich folgende drei dimensionslose Produkte:

$$Q_L^+ := \frac{Q_L}{\nu V^{1/3}}, \quad \Delta p^+ := \frac{\Delta p}{\nu^2 \rho V^{-2/3}}, \quad \psi := \frac{s}{V^{1/3}}, \quad (11)$$

mit der spezifischen Leckage Q_L^+ , dem spezifischen Förderdruck Δp^+ und dem relativen Spalt ψ . Tatsächlich reduziert die Dimensionsanalyse die Zahl der Parameter von sechs dimensionsbehafteten Größen auf drei dimensionslose Größen, mit denen das Leckageverhalten beschrieben werden kann.

An dieser Stelle ist anzumerken, dass die Dimensionsanalyse nicht eindeutig ist. Interessant ist der spezifische Förderdruck Δp^+ . Hier wurde die Druckdifferenz Δp mit einer der Flüssigkeit innewohnenden Materialkraft $\nu^2 \rho$ entdimensioniert. Die Inspiration hierfür stammt aus einer Arbeit von Purcell [Pur76].

Es gilt für die spezifische Leckage einen funktionalen Zusammenhang

$$Q_L^+ = Q_L^+(\Delta p^+, \psi) \quad (12)$$

zwischen den drei dimensionslosen Größen aufzustellen und für die Beschreibung des volumetrischen Wirkungsgrads wie folgt zu verwenden:

$$\eta_{vol} = 1 - \frac{1}{Re} Q_L^+(\Delta p^+, \psi), \quad Re := \frac{nV^{2/3}}{\nu}. \quad (13)$$

Die Reynoldszahl Re ergibt sich nach Einsetzen der spezifischen Leckage aus Gleichung (11) in die Wirkungsgraddefinition aus Gleichung (10). Gleichung (13) stellt den volumetrischen Wirkungsgrad als Funktion der drei dimensionslosen Größen Re , Δp^+ und ψ dar. Die Leckagefunktion (12) wird im folgenden Abschnitt weiter behandelt. Die Dimensionsanalyse liefert zunächst kein über Gleichung (12) hinausgehendes Ergebnis.

Der mechanisch-hydraulische Wirkungsgrad η_{mh} wird entsprechend Gleichung (9) als Quotient aus hydraulischer Arbeit und Wellenarbeit pro Umdrehung definiert. Das Wellenmoment M_S ergibt sich aus der Summe von hydraulischem Nutzmoment und mechanisch-hydraulischem Reibmoment M_{mh} zu

$$M_S = \frac{\Delta p V}{2\pi} \left(1 - \frac{\kappa \Delta p}{2}\right) + M_{mh}. \quad (14)$$

Das mechanisch-hydraulische Reibmoment umfasst die Summe aus mechanischer und viskoser Reibung. Der mechanisch-hydraulische Wirkungsgrad lässt sich in Abhängigkeit dieses Reibmoments als

$$\eta_{mh}^{-1} := 1 + \frac{2\pi}{1 - \frac{\kappa \Delta p}{2}} \frac{M_{mh}}{\Delta p V} \quad (15)$$

darstellen. Analog zur Leckage, wird die Dimensionsanalyse auch für das mechanisch-hydraulische Reibmoment M_{mh} verwendet. Zur Bestimmung der Einflussgrößen des Reibmoments M_{mh} ist die Kenntnis der auftretenden Verlustmechanismen hilfreich und notwendig. Die mechanisch-hydraulischen Verluste setzen sich aus Coulombschen Reibverlusten, viskoser Reibung sowie Trägheitsverlusten (Planschverluste, Ein- und Austrittsverluste) zusammen. Als physikalische Einflussgrößen auf das Reibmoment M_{mh} lassen sich folglich der Förderdruck Δp , das Verdrängervolumen V , die Drehzahl n , die kinematische Viskosität ν , die Dichte ρ sowie das Spaltmaß s bestimmen. Aus der Dimensionsanalyse ergeben sich die vier dimensionslosen Produkte:

$$M_{mh}^+ := \frac{M_{mh}}{\Delta p V}, \quad \Delta p^+ := \frac{\Delta p}{\nu^2 \rho V^{-2/3}}, \quad Re := \frac{n V^{2/3}}{\nu}, \quad \psi := \frac{s}{V^{1/3}}. \quad (16)$$

Ganz analog zur Leckage gilt es also auch für das spezifische Reibmoment M_{mh}^+ einen funktionalen Zusammenhang

$$M_{mh}^+ = M_{mh}^+(\Delta p^+, Re, \psi) \quad (17)$$

aufzustellen. Gleichung (15) nimmt damit folgende Form an:

$$\eta_{mh}^{-1} := 1 + \frac{2\pi}{1 - \frac{\kappa \Delta p}{2}} M_{mh}^+(\Delta p^+, Re, \psi). \quad (18)$$

Der funktionale Zusammenhang für das spezifische Reibmoment (17) wird im folgenden Abschnitt weiter behandelt.

Die Zusammenführung des volumetrischen Wirkungsgrads nach Gleichung (13) und des mechanisch-hydraulischen Wirkungsgrads (18) zum Gesamtwirkungsgrad nach Gleichung (9) ergibt das gesuchte Ergebnis:

$$\eta = \frac{1 - \frac{1}{Re} Q_L^+(\Delta p^+, \psi)}{1 + \frac{2\pi}{1 - \frac{\kappa \Delta p}{2}} M_{mh}^+(\Delta p^+, Re, \psi)} \quad (19)$$

Die Darstellung (19) gilt ganz allgemein und ohne Einschränkung für Verdrängermaschinen, die als Arbeitsmaschinen für tropfbare Medien arbeiten, d. h. für Verdrängerpumpen. Für Kraftmaschinen, d. h. Hydromotoren, gilt der Kehrwert, wie die Wirkungsgraddefinition in Gleichung (3) nahelegt.

Spezifische Leckage und spezifisches Reibmoment

Wie im vorigen Abschnitt erläutert, gilt es nunmehr die dimensionsanalytisch begründeten Beziehungen für die spezifische Leckage Q_L^+ , Gleichung (12), und das spezifische Reibmoment M_{mh}^+ , Gleichung (17), anhand von funktionalen Zusammenhängen zu beschreiben. Das methodische Vorgehen hierfür wird zunächst an der spezifischen Leckage und anschließend am spezifischen Reibmoment erläutert und anhand von Messdaten, welche am Institut für Fluidsystemtechnik gewonnen wurden, diskutiert.

Abbildung 2 a) stellt die Messwerte für die Leckage einer Verdrängerpumpe für verschiedene Medien und Betriebsparameter in dimensionsloser Form dar. Die spezifische Leckage ist über den spezifischen Förderdruck in einem doppellogarithmischen Diagramm aufgetragen. Alle Messpunkte fallen auf eine Gerade, die mittels eines Potenzgesetzes

$$Q_L^+ \sim (\Delta p^+)^m \quad (20)$$

beschrieben werden kann. Der Exponent m entspricht in der doppellogarithmischen Darstellung der Steigung der Geraden. Die Abhängigkeit vom relativen Spalt ist noch unbekannt, da nur ein und dieselbe Maschine dargestellt ist.

An dieser Stelle wird der Nutzen der dimensionslosen Darstellung deutlich. Das Leckageverhalten einer Maschine kann für den ganzen Nennbetriebsbereich, d.h. bei unterschiedlichen Drehzahlen, Förderdrücken und Viskositäten, anhand einer einzigen Geraden modelliert werden. Zur Bestimmung der Geraden sind lediglich wenige Messpunkte notwendig. Dieser dimensionsanalytische Modellierungsansatz ermöglicht es Maschinenherstellern, den notwendigen Messaufwand auf ein Minimum zu reduzieren.

Für den Spalteinfluss auf die Leckage wird die Hypothese verfolgt, dass spezifischer Förderdruck und relativer Spalt nicht unabhängig voneinander sind, sondern nur im Produkt $\Delta p^+ \psi^3$ auftauchen. Dies ist analog zum Einfluss des relativen Spalts auf die Tragfähigkeit eines Gleitlagers. Hier tauchen die spezifische Traglast und das Quadrat des relativen Lagerspaltes nur als Produkt aber nicht unabhängig voneinander auf. Die dritte Potenz ist über Schichtenströmungen motiviert. Für die Leckagefunktion besteht damit folgender Zusammenhang

$$Q_L^+ = L (\Delta p^+ \psi^3)^m. \quad (21)$$

Die Modellparameter sind in diesem Fall die Konstante L sowie der Exponent m .

Für die Modellierung des mechanisch-hydraulischen Reibmoments wird der physikalische Modellansatz nach Schlösser und Hilbrands [Sch65] verwendet. Das Reibmoment wird in diesem Fall als Linearkombination von druck-, viskositäts- und trägheitsdominierten Verlusttermen angenommen:

$$M_{mh} = C\Delta pV + R_\mu \frac{\mu nV}{\psi} + R_\varrho \varrho n^2 V^{5/3}. \quad (22)$$

Implizit liegt hierbei die Hypothese zu Grunde, dass sich die Verlustmechanismen nicht gegenseitig beeinflussen. Diese Hypothese ist als Froudsche Hypothese bekannt, benannt nach William Froude, dem Begründer der Modelltheorie im Schiffsbau [New77]. Der erste Verlustterm stellt die Coulombschen Reibverluste, beispielsweise in Wälzlagern oder beim Übergang vom viskosen in den Mischreibungsbereich dar. Der zweite Verlustterm stellt die viskose Reibung in den Spalten, der dritte Verlustterm die Trägheitsverluste des Förderstroms sowie Planschverluste dar. Die Entdimensionierung des mechanischen-hydraulischen Reibmoments mit Förderdruck und Verdrängervolumen ist motiviert durch das Ergebnis der Dimensionsanalyse aus Gleichung (16) und ergibt folgendes Modell für das spezifische Reibmoment

$$M_{mh}^+(\Delta p^+, Re, \psi) = C + R_\mu \frac{Re}{\Delta p^+ \psi} + R_\varrho \frac{Re^2}{\Delta p^+}. \quad (23)$$

C , R_μ und R_ϱ sind dimensionslose Verlustfaktoren, die empirisch bestimmt werden müssen. Abbildung 2b) zeigt die Messwerte einer Verdrängermaschine sowie die Modellbeschreibung nach Gleichung (23) für das spezifische Reibmoment in einer logarithmischen Darstellung. Wie bei der Leckage sind diese Messwerte bei verschiedenen Medien und Betriebsparametern ermittelt worden.

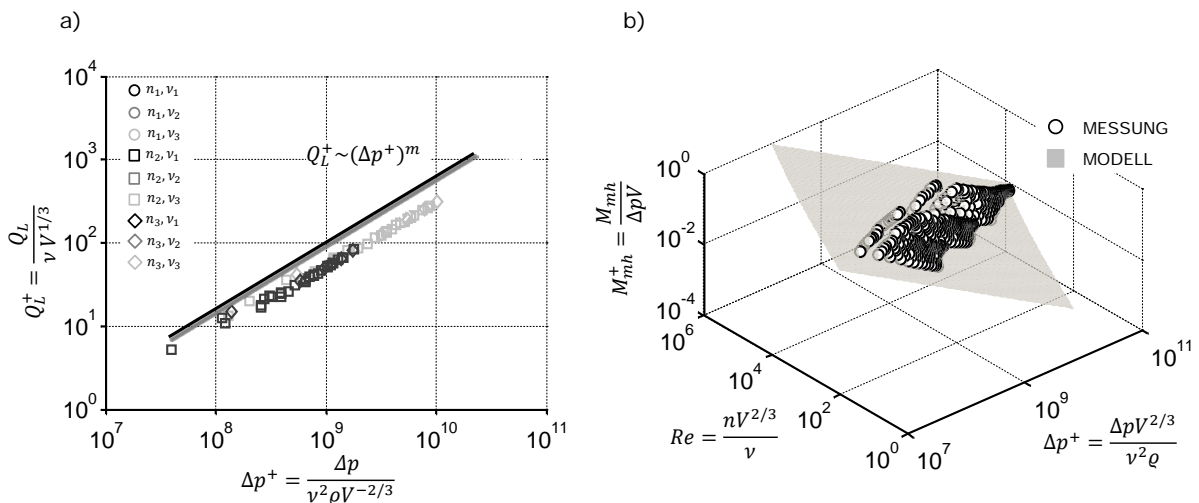


Abbildung 2: a) Dimensionslose Darstellung des Leckageverhaltens für eine Maschine mit $\psi = const$, b) dimensionslose Darstellung der mechanisch-hydraulischen Verluste.

Mit den Funktionen (21) und (23) stehen nun axiomatisch und empirisch motivierte Modellansätze zur Detaillierung des allgemein gültigen Ansatzes (19) zur Verfügung:

$$\eta = \frac{1 - \frac{1}{Re} L (\Delta p^+ \psi^3)^m}{1 + \frac{2\pi}{1 - \frac{\kappa \Delta p}{2}} \left(C + R_\mu \frac{Re}{\Delta p^+ \psi} + R_e \frac{Re^2}{\Delta p^+} \right)}. \quad (24)$$

Gleichung (24) kann mithilfe der Messdaten validiert werden. Hierfür gilt es die relative Modellunsicherheit $\delta(\eta)$ sowie die relative Messunsicherheit $\delta(\eta)_{Mess}$ der Daten gegenüber zu stellen. Die relative Modellunsicherheit $\delta(\eta)$ wird als

$$\delta(\eta) := \left| \frac{\eta_{Mess} - \eta}{\eta_{Mess}} \right| \quad (25)$$

definiert. η_{Mess} bezeichnet dabei den gemessenen Wirkungsgrad und η das Modell nach Gleichung (24). Die relative Messunsicherheit $\delta(\eta)_{Mess}$ des Wirkungsgrads ist definiert als

$$\delta(\eta)_{Mess} := \frac{\delta(\eta_{Mess})}{\eta_{Mess}}. \quad (26)$$

Dabei bezeichnet $\delta(\eta_{Mess})$ die absolute Messunsicherheit.

Abbildung 3 stellt die relative Modellunsicherheit und die relative Messunsicherheit für insgesamt über 450 Betriebspunkte der untersuchten Verdrängermaschine dar. Die relative Modellunsicherheit liegt überwiegend unter 3 %. Die relative Messunsicherheit der Messdaten liegt überwiegend unter 2 %. Für kleine Drücke steigt die Modell- und Messunsicherheit in gleichem Maße an.

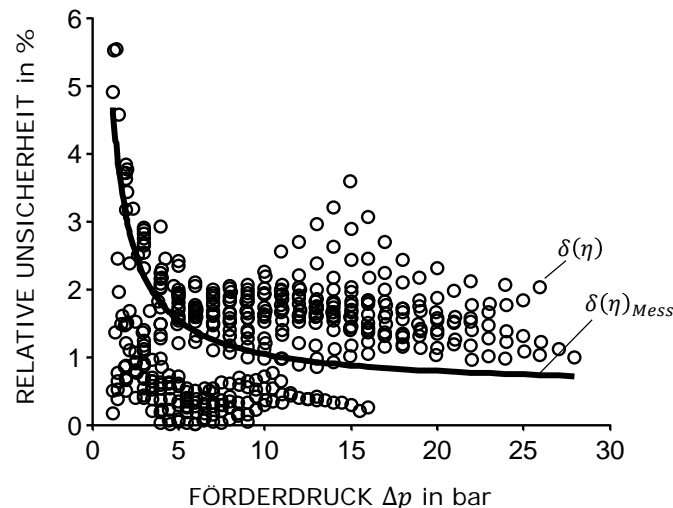


Abbildung 3: Gegenüberstellung der Modell- und Messunsicherheit an einer Verdrängermaschine.

Das für eine Maschine validierte Modell (24) hat für alle Maschinen den Charakter einer Schablone, die den physikalischen Kern des abgebildeten Gegenstandes trifft und die wesentlichen Abhängigkeiten darstellt. Für die „Schablone“ gilt es nun eine Modellidentifikation durchzuführen, wobei der Modellcharakter nicht verändert werden kann

und lediglich die dimensionslosen Modellkonstanten L, m, C, R_μ, R_ρ bestimmt werden. Die „Schablone“ muss sich als brauchbar erweisen, die physikalischen Abhängigkeiten von den dimensionslosen Kenngrößen $\Delta p^+, Re, \psi, \kappa \Delta p$ abzubilden.

Modellidentifikation und Modellanwendung des Wirkungsgradmodells

Im wissenschaftshistorischen Kontext stellen die Untersuchungen von Otto Cordier ein wichtiges Vorbild für das weitere Vorgehen der Modellidentifikation dar. Cordier veröffentlichte 1953 erstmals die Ergebnisse seiner Datenauswertung von 120 rotordynamischen Turbomaschinen im bekannten Cordier-Diagramm [Cor53]. Mit seinen Untersuchungen zur Anwendung von dimensionslosen Kenngrößen auf Turbomaschinen ebnete er den Weg zu deren einheitlichen Beurteilung. Heute stellt das Cordier-Diagramm ein häufig gebrauchtes Werkzeug bei der Auswahl spezifischer Turbomaschinen dar. Obgleich Grabow das Cordier-Diagramm auch für Verdrängermaschinen zu erweitern suchte [Gra93], ist dies bis heute nicht zufriedenstellend gelungen. Als wesentlicher Grund hierfür gilt, dass in der Datenanalyse der Herstellerdaten und Prüfstandsdaten die Viskosität nicht beachtet wurde. Als weitere wichtige Grundlage für die gewählte Methodik gilt die Arbeit von Vogelpohl zur Ähnlichkeitsbetrachtung bei Gleitlagern [Vog49]. Der hier verwendete Ansatz hat sich in anderen Wissenschaftszweigen ebenfalls bewährt. Als Beispiel mag die Ähnlichkeitsbetrachtung in der Biomechanik gelten [Pel14].

Wir nennen diesen Abschnitt mit Bedacht Modellidentifikation und nicht Modellvalidierung. Die Modellidentifikation gelingt mit den Herstellerdaten. Die Modellvalidierung erfordert Prüfstandsdaten bei bekannter Messunsicherheit, wie im vorangegangenen Abschnitt dargestellt. Im Rahmen dieser Arbeit wurden für die Modellidentifikation Herstellerdaten von Kolbenpumpen, Exzentrerschneckenpumpen, Zahnradpumpen sowie von 2- und 3-spindligen Schraubenpumpen jeweils in deren Nennbetriebsbereich erhoben. Insgesamt besteht die Datenbasis aus 155 verschiedenen Pumpen unterschiedlicher Bauart und Baugröße mit insgesamt 2680 Betriebspunkten.

Tabelle 1 listet den Parameterraum der Herstellerdaten anhand der dimensionsbehafteten Betriebsgrößen sowie der dimensionslosen Kenngrößen auf.

6 dimensionsbehaftete Parameter	Parameterintervall	3 äquivalente dimensionslose Parameter	Parameterintervall
Förderdruck Δp	0.1 ... 468 bar	spez. Förderdruck Δp^+	$4 \cdot 10^6 \dots 2 \cdot 10^{15}$
Verdrängervolumen V	28 ml ... 28 l	Reynoldszahl Re	$3 \dots 2 \cdot 10^6$
kinematische Viskosität ν	1 ... 10000 cSt	dimensionslose Nachgiebigkeit $\kappa \Delta p$	0 ... 0.23
Dichte ρ	630 ... 1250 kg/m ³		
Nachgiebigkeit κ	$4.5 \dots 50 \cdot 10^{-5}$ 1/bar		
Drehzahl n	100 ... 3600 1/min		

Tabelle 1: Parameterraum der dimensionsbehafteten Betriebsgrößen und der äquivalenten dimensionslosen Größen der Herstellerdaten.

In Abbildung 4a) sind die Ergebnisse für die Leckage dargestellt. In einem doppellogarithmischen Diagramm ist die spezifische Leckage Q_L^+ über dem spezifischen Förderdruck Δp^+ aufgetragen. Das Diagramm zeigt, dass alle Maschinentypen überwiegend im gleichen Parameterintervall des spezifischen Förderdrucks eingesetzt werden (vgl. Tabelle 1). Ein funktionaler Zusammenhang kann näherungsweise – wie im vorigen Abschnitt (vgl. Abb. 2a, Gleichung (21)) dargestellt – durch ein Potenzgesetz

$$Q_L^+ = L(\Delta p^+ \psi^3)^m \quad (27)$$

beschrieben werden.

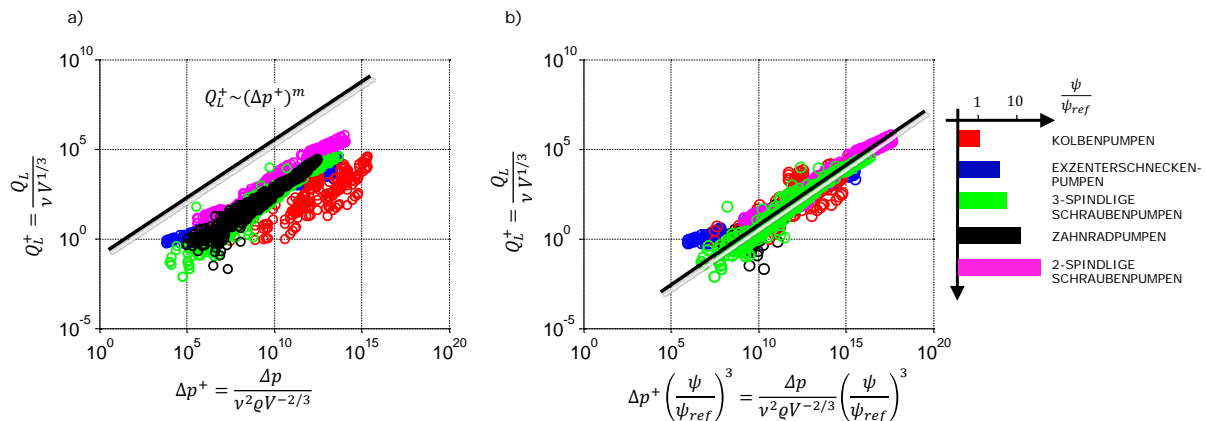


Abbildung 4: a) Spaltabhängige spezifische Leckage b) verallgemeinerte spezifische Leckage.

Anders als bei Abbildung 2b) bilden die Datenpunkte in Abbildung 4a) keine Gerade, sondern liegen in einem Band, dessen Breite durch den relativen Spalt ψ bestimmt wird und damit vom Maschinentyp und der Fertigungsunsicherheit abhängt. Die Steigung ist für alle Maschinentypen nahezu identisch und wird durch den Exponenten $m = 0.7$ beschrieben.

Abbildung 5 stellt die Ergebnisse für die mechanisch-hydraulischen Verluste dar. Das dimensionslose Reibmoment ist über dem spezifischen Förderdruck und der Reynoldszahl aufgetragen. Wie für den spezifischen Förderdruck gilt auch für die Reynoldszahl, dass alle Maschinentypen überwiegend im gleichen Parameterintervall liegen (vgl. Tabelle 1). Die Datenpunkte fallen näherungsweise auf eine Fläche. Die Daten zeigen für das mechanisch-hydraulische Reibmoment keine nennenswerte Abhängigkeit vom Förderdruck. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die druckabhängigen Verluste im Nennbetriebsbereich der Pumpen gegenüber den Trägheitsverlusten und den viskosen Reibungsverlusten vernachlässigbar klein sind. Folglich kann das dimensionslose Reibmoment durch den funktionalen Zusammenhang

$$M_{mh}^+ = R_\mu \frac{Re}{\Delta p^+ \psi} + R_\rho \frac{Re^2}{\Delta p^+} \quad (28)$$

beschrieben werden. Die Parameter R_μ und R_ρ sind charakteristisch für jeden Maschinentyp und verursachen den Versatz der Flächen.

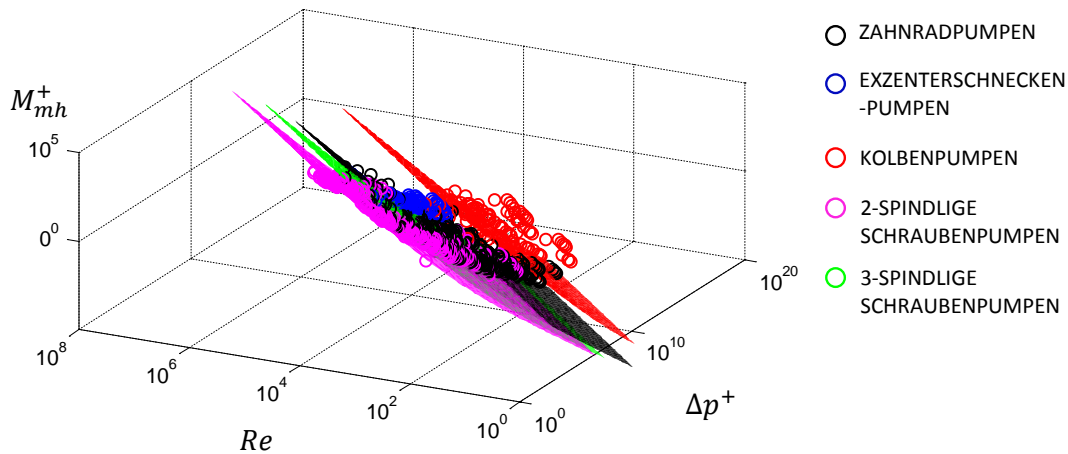


Abbildung 5: Darstellung des dimensionslosen Reibmoments M_{mh}^+ über Δp^+ und Re mit Ausgleichsflächen.

Unvollständige Ähnlichkeit und Spaltklassen

Es zeigt sich, dass sich die Maschinentypen in der bisher entwickelten Darstellung im relativen Spalt ψ und im Druckverlustbeiwert R_q unterscheiden. ψ und R_q sind dimensionslose Gestaltparameter, die vom Typ, der Größe und der Fertigungsunsicherheit abhängen. Aus dimensionsanalytischer Sicht lässt sich die geometrische unvollständige Ähnlichkeit auf (vgl. [Spu92]) diese beiden dimensionslosen Größen zurückführen. Maschinenspezifische Gestaltparameter, wie beispielsweise die Spaltmaße, die für eine detaillierte Beschreibung der unvollständigen Ähnlichkeit notwendig wären, sind nicht Teil der Herstellerdaten. Sie gehören zum Know-how der Unternehmen und legen die energetische Qualität der Maschine entscheidend fest. Es ist daher von Vorteil, das vorhandene Modell nach Gleichung (24), bzw. (21) und (23), zu nutzen, um den relativen Spalt der Maschinen aus den Messdaten zu bestimmen. Der vertikale Abstand zwischen den Maschinentypen bei der Leckage (s. Abb. 4a) kann auf unterschiedliche relative Spalte zurückgeführt werden. Trotz der fehlenden quantitativen Beschreibung der Spalte ist es möglich, den Spalteinfluss der Maschinentypen anhand einer relativen Betrachtung zu erfassen. Bei Kolbenpumpen liegen die kleinsten Spalte vor, dementsprechend treten bei diesem Maschinentyp die geringsten Leckagen auf. Sie bilden für die relative Betrachtung die Referenzgröße ψ_{ref} mit

$$\psi_{ref} := 1. \quad (29)$$

Die übrigen Maschinentypen werden auf dieses Spaltmaß referenziert. Auf diese Weise kann eine neue Größe definiert werden, die im Folgenden als Spaltklasse ψ/ψ_{ref} bezeichnet wird. Sie ermöglicht eine verallgemeinerte Darstellung anhand einer Masterkurve, wie in Abbildung 4b) dargestellt. Die verallgemeinerte Darstellung der spezifischen Leckage wird folglich durch den funktionalen Zusammenhang

$$Q_L^+ = L \left[\Delta p^+ \left(\frac{\psi}{\psi_{ref}} \right)^3 \right]^{0.7} \quad (30)$$

beschrieben. Die Spaltklasse stellt somit eine charakteristische Größe für die verschiedenen Maschinentypen dar. Die Streuung der Punkte innerhalb der jeweiligen Maschinentypen verdeutlicht, dass die relative Spalte und somit auch die Spaltklasse für einen Maschinentyp variieren. Tabelle 2 listet die mittleren, minimalen und maximalen Werte der Spaltklassen auf, welche im Rahmen der Datenerhebung ermittelt wurden.

	Spaltklasse ψ/ψ_{ref}	min. Spaltklasse $(\psi/\psi_{ref})_{min}$	max. Spaltklasse $(\psi/\psi_{ref})_{max}$
Kolbenpumpen	1.0	0.3	2.0
Exzentrerschneckenpumpen	5.0	2.9	7.2
3-spindlige Schraubenpumpen	8.0	5.2	11.1
Zahnradpumpen	10.0	7.2	13.9
2-spindlige Schraubenpumpen	15.0	11.2	24.0

Tabelle 2: Werte für die Spaltklassen der untersuchten Maschinentypen.

Wie bei der Leckage, fallen auch bei den mechanisch-hydraulischen Verlusten nicht alle Punkte auf eine Ausgleichsfläche, sondern bilden einen Streubereich aus. Dieser kann ebenfalls auf die relative Spalte zurückgeführt werden, welche die viskose Reibung in den Spalten beeinflussen. Ferner wird die Streuung durch den dimensionslosen Verlustfaktor R_Q hervorgerufen. R_Q ist vergleichbar mit einem Druckverlustbeiwert und ist ein Maß für die Trägheitsverluste (Carnotsche Stoßverluste, Planschverluste), beispielsweise durch Einschnürung der Strömung oder sprunghafte Querschnittserweiterungen. Abbildung 6 stellt den Druckverlustbeiwert R_Q in Abhängigkeit des Verdrängervolumens für Exzentrerschnecken-, Zahnrad- und 2-spindlige Schraubenpumpen dar.

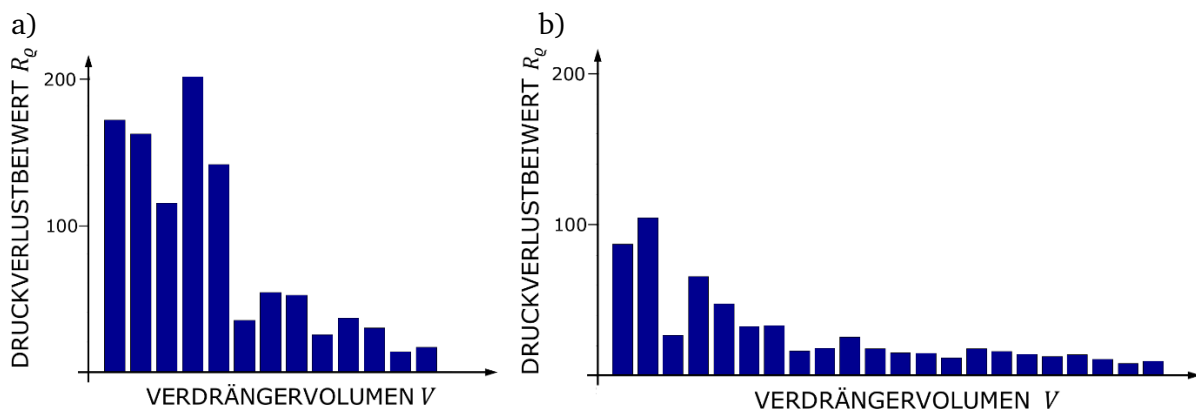




Abbildung 6: Darstellung von R_q über die Maschinengröße für a) Exzentrerschnecken- b) Zahnrad- und c) 2-spindlige Schraubepumpen.

Es zeigt sich, dass der Druckverlustbeiwert R_q vom Maschinentyp abhängig ist. Für Exzentrerschneckenpumpen ist der Druckverlustbeiwert am größten und erreicht Werte von über 100. Bei Zahnradpumpen liegt der Druckverlustbeiwert überwiegend unter einem Wert von 50. Bei 2-spindligen Schraubepumpen ist der Druckverlustbeiwert am geringsten und liegt unter einem Wert von 15. Der Druckverlustbeiwert R_q stellt neben der Spaltklasse die zweite charakteristische Größe für Verdrängermaschinen dar. Bei allen Maschinentypen haben gemein, dass der Druckverlustbeiwert R_q hin zu größeren Verdrängervolumen abnimmt und asymptotisch gegen einen konstanten Wert strebt. Dieses Verhalten zeigt, dass „große“ Maschinen zunehmend geometrisch ähnlich werden. Bei „kleinen“ Maschinen ist diese geometrische Ähnlichkeit nicht gegeben. Denkt man an den Carnotschen Stoßverlust, dann ist R_q eine Funktion des Flächenverhältnisses welches bei „kleinen“ Maschinen ungünstiger gegenüber „großen“ Maschinen ist.

Nun ist es möglich, den Modellansatz nach Gleichung (24) unter Berücksichtigung von Gleichung (30) zu einem einheitlichen Modell des Gesamtwirkungsgrads – mit der Spaltklasse als charakteristische Größe für unterschiedliche Maschinentypen –weiterzuentwickeln:

$$\eta = \eta_{vol}\eta_{mh} = \frac{1 - \frac{1}{Re} L \left[\Delta p^+ \left(\frac{\psi}{\psi_{ref}} \right)^3 \right]^{0.7}}{1 + \frac{2\pi}{1 - \frac{\kappa \Delta p}{2}} \left(R_\mu \frac{Re}{\Delta p^+ \psi / \psi_{ref}} + R_q \frac{Re^2}{\Delta p^+} \right)} \quad (31)$$

Die Modellbeschreibung wird im Folgenden verwendet, um zwei wichtige Ziele der einheitlichen Modellierung anhand von Anwendungsbeispielen zu veranschaulichen: Erstens zeigt das Modell, dass für unterschiedliche Betriebsbereiche verschiedene Maschinentypen energetisch verteilhaft sind. In Abbildung 7 sind in diesem Sinne die Gesamtwirkungsgrade in Abhängigkeit von Reynoldszahl und spezifischem Förderdruck für Zahnradpumpen und 2-spindlige Schraubepumpen als Muscheldiagramm dargestellt. Für die Spaltklasse und den Druckverlustbeiwert R_q sind jeweils die mittleren Werte aus Tabelle 2 eingesetzt. Die Betriebspunkte von Pumpen $(\Delta p, Q, \varrho, \nu)_i$ werden durch den Förderdruck, Volumenstrom und das Medium festgelegt. In den Muscheldiagrammen können die Betriebspunkte durch Variation

von Drehzahl n und Verdrängervolumen V anhand von Isolinien dargestellt werden. Zunächst wird erkennbar, dass es für jeden Betriebspunkt ein optimales Verdrängervolumen V_{opt} und eine optimale Drehzahl n_{opt} gibt. Ferner ist ersichtlich, dass für unterschiedliche Betriebsbereiche verschiedene Maschinentypen energetisch vorteilhaft sein können. Für Betriebspunkt 1 erreichen Schraubepumpen höhere Wirkungsgrade. Für die Betriebspunkte 2 und 3 sind dagegen Zahnradpumpen vorteilhaft und erzielen höhere Wirkungsgrade.

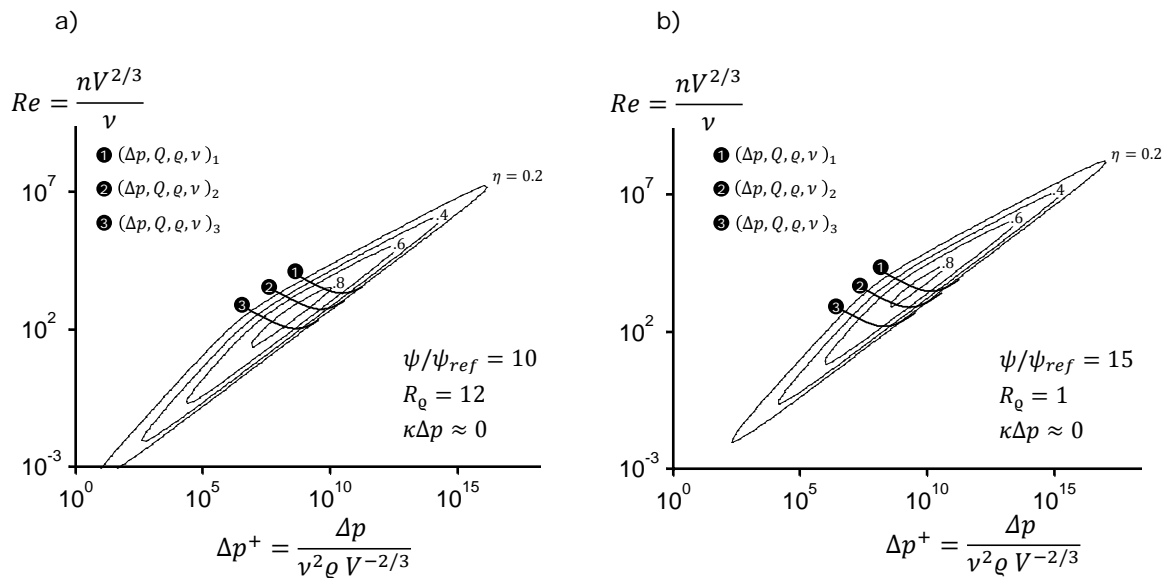


Abbildung 7: Wirkungsgradmuschelkurve mit Isobetriebslinien von a) einer Zahnradpumpe und b) einer Schraubepumpe.

Zweitens ermöglicht das Modell nach Gleichung (31), die Sensivität von Spaltklasse ψ/ψ_{ref} und Druckverlustbeiwert R_q als charakteristische Größen für unterschiedliche Maschinentypen zu untersuchen. Abbildung 8 stellt dahingehend zwei Diagramme mit jeweils einer Schar von Isobetriebslinien dar. Hierbei sind Drehzahl und Wirkungsgrad über dem Verdrängervolumen aufgetragen. Die Scharparameter sind die Spaltklasse ψ/ψ_{ref} (Abb. 8a) und der Druckverlustbeiwert R_q (Abb. 8b). Der Punkt höchsten Wirkungsgrads bestimmt die optimale Drehzahl und das optimale Verdrängervolumen. Der optimale Wirkungsgrad nimmt bei kleiner werdenden relativen Spalten zu. Des Weiteren verschieben sich die Punkte optimaler Verdrängervolumina und Drehzahlen. Bei abnehmenden relativen Spalten nimmt das optimale Verdrängervolumen zu und die optimale Drehzahl ab. Angesichts der steigenden Wirkungsgrade lässt sich die Schlussfolgerung ziehen, dass der Einfluss kleiner werdender Spalte auf die Leckage gegenüber der steigenden viskosen Reibung überwiegt.

Bei fallenden Druckverlustbeiwerten R_q steigen die erreichbaren Wirkungsgrade erwartungsgemäß. In diesem Fall nehmen die optimale Drehzahl zu und das optimale Verdrängervolumen ab. Dieses Verhalten kann auf die quadratische Abhängigkeit der Trägheitsverluste von der Drehzahl zurückgeführt werden. Bei steigendem Druckverlustbeiwert R_q wirken sich die Trägheitsverluste stärker auf den Wirkungsgrad aus und kleinere Drehzahlen werden vorteilhaft.

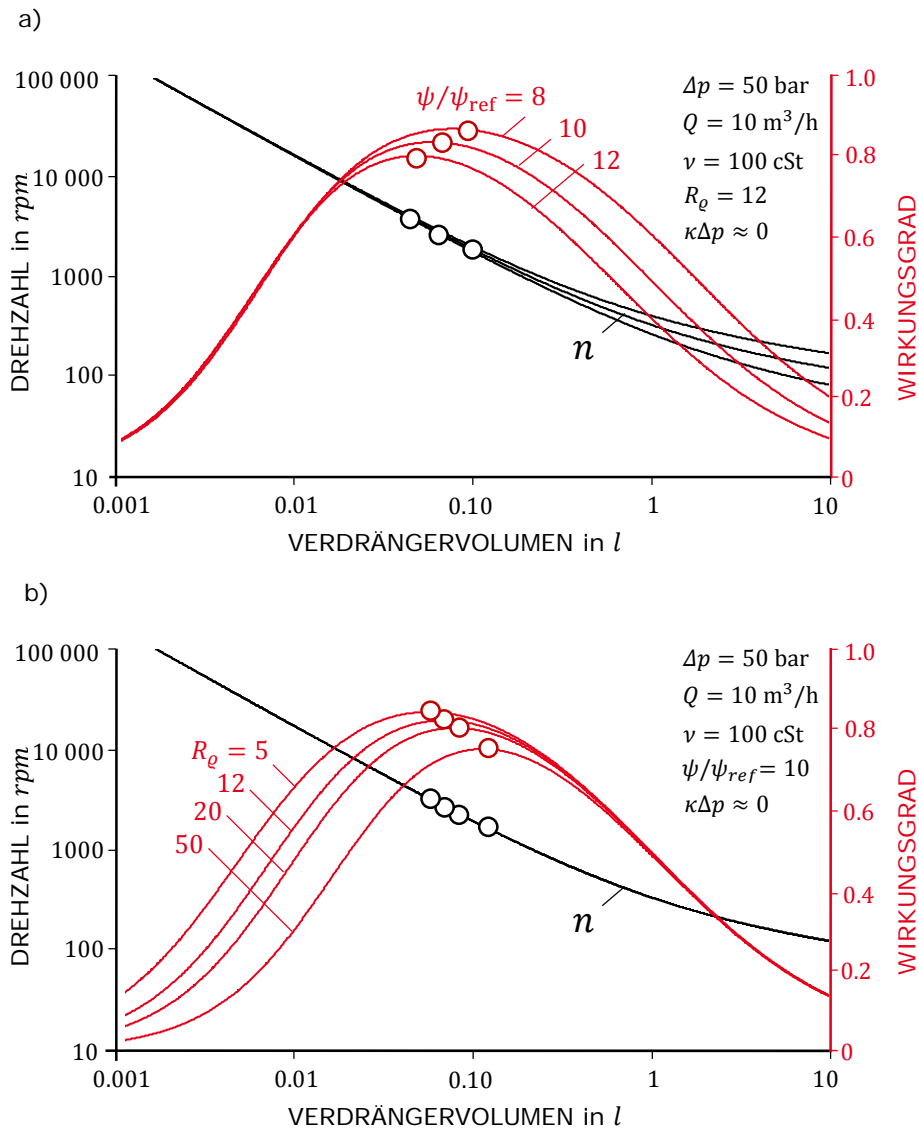


Abbildung 8: a) Isobetriebslinien für unterschiedliche Spaltklassen ψ/ψ_{ref} . b) Isobetriebslinien für unterschiedliche Druckverlustbeiwerte R_Q .

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der Untersuchungen wurde eine einheitliche, d.h. typenunabhängige, Modellbeschreibung des Gesamtwirkungsgrades für unterschiedliche Verdrängermaschinen für tropfbare Medien entwickelt. Modellansatz ist die dimensionsanalytische Beschreibung der Leckage und die physikalische Beschreibung der mechanisch-hydraulischen Verluste. Es wurden dimensionslose Kenngrößen bestimmt, die eine kompakte Beschreibung des Wirkungsgrades ermöglichen. Die Anwendung des Modellansatzes fand auf Basis einer Datenerhebung unter Herstellern statt. Im Sinne der Entwicklung eines typenunabhängigen Modells für Verdrängermaschinen wurde die Spaltklasse ψ/ψ_{ref} als neue Größe eingeführt, die eine Charakterisierung der unterschiedlichen Maschinentypen erlaubt und deren Vergleichbarkeit ermöglicht. Als zweite charakteristische Größe für Maschinentypen wurde der Druckverlustbeiwert R_Q identifiziert.

Danksagung

Die hier veröffentlichten Ergebnisse wurden im Rahmen des VDMA Projektes „Entwicklung eines Verfahrens zur produktbasierten Effizienzbewertung von Verdrängerpumpen“ erarbeitet. Unser Dank gilt dem Forschungsfond Pumpen und Systeme für die Finanzierung sowie den Teilnehmer des projektbegleitenden Arbeitskreises „ERP Verdrängerpumpen“ für die sehr gute und konstruktive Zusammenarbeit.

Formelzeichen

\vec{F}_S	Stangenkraft
h_l	Verlustenthalpie
h_s	isentropie Enthalpieänderung
Δh_t	Totalenthalpieänderung
$\Delta h_{t,s}$	isentropie Totalenthalpieänderung
L	dimensionslose Leckagekonstante
m	Exponent für Potenzgesetz der spez. Leckage
\dot{m}	Massenstrom
M_{mh}	mechanisch-hydraulisches Reibmoment
M_{mh}^+	spezifisches Reibmoment
\vec{M}_S	Wellenmoment
n	Drehzahl
Δp	Förderdruck
Δp^+	spezifischer Förderdruck
P_S	Wellenleistung
Q	Fördervolumenstrom
Q_1	saugseitiger Fördervolumenstrom
Q_L	Leckage
Q_L^+	spezifische Leckage
C	Verlustfaktor des druckdominierenden Verlustterms
R_μ	Verlustfaktor des viskositätsdominierenden Verlustterms
R_q	Druckverlustbeiwert der Trägheitsverluste
Re	Reynoldszahl
s	Spaltmaß
T	Zykluszeit
\vec{U}	Stangengeschwindigkeit
v	spezifisches Volumen
V	Verdrängervolumen
$\delta(\eta)$	relative Messunsicherheit des Wirkungsgrads
$\delta(\eta)$	relative Modellunsicherheit des Wirkungsgrads
η	Gesamtwirkungsgrad
η_{mess}	messtechnisch bestimmter Gesamtwirkungsgrad
η_{mh}	mechanisch-hydraulischer Wirkungsgrad
η_{vol}	volumetrischer Wirkungsgrad

κ	Nachgiebigkeit
μ	dynamische Viskosität
ν	kinematische Viskosität
ρ	Dichte
ψ	relativer Spalt
ψ/ψ_{ref}	Spaltklasse
$\vec{\Omega}$	Winkelgeschwindigkeit

Literaturverzeichnis

- [Bau01] Baum, H.: *Einsatzpotentiale neuronaler Netze bei der CAE-Tool unterstützten Projektierung fluidtechnischer Antriebe*, Doktorarbeit, Insitut für fluidtechnische Antriebe und Steuerungen IFAS, RWTH Aachen, Germany, 2001
- [Bra87] Bravendik, R.: *Neue Methode zur Bestimmung der Verluste (Wirkungsgrade) an hydrostatischen Maschinen*, O+P Zeitschrift 11, S.861-866, 1987
- [Bri22] Bridgeman, P. W.: *Dimensional Analysis*, Yale University Press, New Haven, 1922
- [Cor14] Corneli, T.; Preuß, N.; Trossmann, O.; Pelz, P.F.: *Experimental studies on the volumetric efficiency of triple screw pumps*, International VDI Conference “Screw Machines 2014“, Dortmund, Germany, 2014
- [Cor53] Cordier, O.: *Ähnlichkeitsbedingungen für Strömungsmaschinen*, BWK Band 5, Nr. 10, S.337-340, 1953
- [Fis84] Fister, W.: *Fluidenergiemaschinen*, Band 1, Springerverlag, Berlin, 1984
- [Frö71] Frömel, I.: *Verlustanalyse an Zahnradpumpen, theoretische und experimentelle Untersuchungen*, Dissertation, Darmstadt, 1971
- [Fou78] Fourier, J. B. J.: *Analytical Theory of Heat*, University Press, Cambridge, 1878
- [Gra93] Grabow, G.: *Das erweiterte „CORDIER“-Diagramm für Fluidenergiemaschinen und Verbrennungsmotoren*, Freiburger Forschungshefte A 830, Maschinen- und Energietechnik, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1993
- [Huh96] Huhtala, K.: *Modelling of Hydrostatic Transmission – Steady State, Linear and Non-Linear Models*, Mechanical Engineering Series No. 123, Tampere, Finland, 1996
- [Iva93] Ivantysyn, J.; Ivantysynova, M.: *Hydrostatische Pumpen und Motoren*, Vogel Verlag, Würzburg, Germany, 1993
- [McC88] McCandlish, D.; Dorey R.: *The mathematical modelling of hydrostatic pumps and motors*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Vol 198 Both International Fluid Workshop, University of Bath, UK, 1988
- [Mur07] Kohmäscher, T.; Rahmfeld, R.; Skirde, E.; Murrenhoff, H.: *Improved loss modeling of hydrostatic units- requirements for precise simulation of mobile working machine drivelines*, Proceedings of International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Seattle, USA, 2007

- [New77] Newman, J. N.: *Marine Hydrodynamics*, MIT Press Cambridge, Massachusetts, USA, 1977
- [Pal07] Palmen, A.; Murrenhoff H.: *Experimentelle Wirkungsgraduntersuchungen – Am Beispiel einer Axialkolbenpumpe*, O+P-Zeitschrift 9, 2007
- [Pel13] Pelz, P. F.; Ludwig, G.: *Wirkungsgrad von Verdrängermaschinen*, Delta-p Zeitschrift 3, 2013
- [Pel14] Pelz, P. F.; Vergé, A.: *Validated Biomechanical Model for Efficiency and Speed of Rowing*, Journal of Biomechanics, 2014
- [Pur76] Purcell, E. M.: *Life at low Reynolds number*, Physics and Our World: A Symposium in Honor of Victor F. Weisskopf, American Institute of Physics, 1976
- [Ryd83] Rydberg, K.-E.: *On performance optimization and digital control of hydrostatic drives for vehicle applications*, Linköping Studies in Science and Technology, Dissertation No. 99, Linköping, Sweden, 1983
- [Sch61] Schlösser, W.M.J.: *Ein mathematisches Modell für Verdrängerpumpen und -motoren*, O+P-Zeitschrift 5, S.122-129, 1961
- [Sch63] Schlösser, W.M.J.; Hilbrands, J.W.: *Der volumetrische Wirkungsgrad von Verdrängerpumpen*, O+P-Zeitschrift 12, S.469-476, 1963
- [Sch65] Schlösser, W.M.J.; Hilbrands, J.W.: *Über den hydraulisch-mechanischen Wirkungsgrad von Verdrängerpumpen*, O+P-Zeitschrift 9, S.333-338, 1965
- [Sch68] Schlösser, W.M.J.: *Über den Gesamtwirkungsgrad von Verdrängerpumpen*, O+P-Zeitschrift 12, S.415-420, 1968
- [Spu92] Spurk, J.H.: *Dimensionsanalyse in der Strömungslehre*, Springer-Verlag, Berlin, Germany 1992
- [Tho70] Thoma, J.: *Mathematische Modelle und die effektive Leistung hydrostatischer Maschinen und Getriebe*, O+P Zeitschrift 6, S.233-237, 1970
- [Vog49] Vogelpohl, G.: *Ähnlichkeitsbeziehungen der Gleitreibung und untere Reibungsgrenze*, VDI-Zeitschrift 91/16, S.379-384, 1949
- [Wil50] Wilson, W.E.: *Positive displacement pumps and fluid motor*, Publication Corporation, New York, USA, 1950
- [Zar81] Zarotti, L.; Nervegna, N.: *Pump efficiencies approximation and modeling*, 6th International Fluid Power Symposium, Cambridge, UK, 1981

Autoren

Dipl.-Ing. Christian Schänzle und Tobias Corneli, M.Sc. sind Mitarbeiter der TU Darmstadt, Institut für Fluidsystemtechnik (FST). Univ.-Prof. Dr.-Ing. Peter Pelz ist Institutsleiter.