

**COMPRESION DE LOS ERRORES QUE SE EVIDENCIAEN LOS
ESTUDIANTES EN LA EVALUACIONENMATEMATICAS EN EL GRADO
DECIMO EN INSTITUCIONES EDUCATIVAS DE GIRARDOT Y ORTEGA.**

**SANDRA MILENA MENDIETA
DIANA MARCELA GONZALEZ YATE
ALVARO EDISON SALGUERO TELLEZ**

**UNIVERSIDAD DEL TOLIMA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRIA EN EDUCACIÓN - MODALIDAD PROFUNDIZACIÓN
IBAGUÉ – TOLIMA
2013**

**COMPRESION DE LOS ERRORES QUE SE EVIDENCIAN EN LOS
ESTUDIANTES EN LA EVALUACION ENMATEMATICAS EN EL GRADO
DECIMO EN INSTITUCIONES EDUCATIVAS DE GIRARDOT Y ORTEGA.**

**SANDRA MILENA MENDIETA
DIANA MARCELA GONZALEZ YATE
ALVARO EDISON SALGUERO TELLEZ**

**Trabajo de grado para obtener el título de Maestría en Educación, Modalidad
Profundización.**

**Director:
LIGIA INÉS GARCIA CASTRO
Magister en Educación y Desarrollo Humano
Candidata a Doctorado en Ciencias Sociales, Niñez y juventud**

**UNIVERSIDAD DEL TOLIMA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRIA EN EDUCACIÓN - MODALIDAD PROFUNDIZACIÓN
IBAGUÉ – TOLIMA
2013**



**FORMATO PARA SUSTENTACION
TRABAJO DE GRADO
MAESTRIA EN EDUCACION**



LÍNEA Profundización.

DIRECTOR: Ligia Inés García

JURADO (S): _____

ESTUDIANTES: Diana Marcela González Yate
Landra Xilene Manchote Laguna
Alvaro Edison Salguero Tellez.

DENOMINACIÓN TRABAJO DE GRADO Comprensión de los Errores que se evidencian en los estudiantes en la evaluación en Matemáticas Grado 10^o

CALIFICACIÓN: 4,5.

APROBADO SI NO

OBSERVACIÓN Se nota un esfuerzo de los estudiantes por apropiarse de conceptos y retomar autores desde la didáctica de la dialéctica

FIRMA ESTUDIANTES: Diana M. González Yate.
Landra Xilene Manchote Laguna.
Alvaro E. Salguero Tellez.

Ligia Inés García
FIRMA DIRECTOR

FIRMA JURADO

CIUDAD Y FECHA: Ibagué, Julio 5 / 2013.

ADVERTENCIA

“El programa de Maestría en Educación de la Universidad del Tolima, el director del trabajo de grado no son responsables de las ideas expuestas por el autor en el presente trabajo.” Artículo 17, Resolución 015 de Diciembre 18 de 1978, Reglamento de Trabajos de Grado.

Los autores SANDRA MILENA MENDIETA Identificada con C.C. No. 39673587, DIANA MARCELA GONZALEZ YATE Identificada con C.C. No. 1070593181 y ALVARO EDISON SALGUERO TELLEZ Identificado con C.C. No. 1110452972, autorizan a la Universidad del Tolima la reproducción total o parcial de este documento, con la debida cita de reconocimiento de la autoría y cede a la misma universidad de los derechos patrimoniales con fines de investigación, docencia e institucionales, consagrados en el artículo 72 de la Ley 23 de 1982 y las normas que lo constituyan o modifiquen.

DEDICATORIA

Primeramente la gloria y honra es para la persona que le da sentido a mi vida, "Porque de él, y por él, y en él, son todas las cosas. A él sea gloria por siglos. Amén." Rom. 11:36.

Agradezco a mi familia, amigos y todos aquellos que siempre me brindaron sus oraciones y apoyo para llegar triunfante en el cumplimiento de mi proyecto de vida. También, a la institución Colegio Americano quien nos abrigó para lograr realizar este trabajo de investigación.

Sandra Milena Mendieta Laguna

A Dios, Nuestro Señor Jesucristo y la Santísima Virgen María por sus bondades, bendiciones y fortaleza para terminar este trabajo.

A mis padres Marladyn Yate y Gregorio González, quienes me acompañaron siempre con su apoyo incondicional para que me realizara profesionalmente.

A mis hermanos Daniel y Sergio González, mis amigos y compañeros que día a día vieron mi interés y ganas de ser cada vez mejor y por su apoyo día tras día.

Diana Marcela González Yate

Con el corazón puesto en las manos de Dios, quien es el guía en cada paso que recorro, agradezco a su ejército de ángeles que me acompañaron en cada momento de mi formación como Magister, y dedico la culminación de este trabajo a mi madre Elsy Téllez Duarte, por su apoyo emocional, económico y como motor primordial de mi interés por superarme profesionalmente, a mis hermanos, amigos, compañeros y a mis estudiantes del grado decimo de la Institución Educativa Guatavita Tua, quienes colaboraron con la mejor disposición con el trabajo de investigación.

Álvaro Edison Salguero Téllez

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan sus agradecimientos a:

Dios y nuestras familias por su apoyo incondicional.

La Universidad del Tolima, por su valioso aporte a nuestra formación y aprendizaje permanente.

A los docentes y asesores de la Universidad por sus enseñanzas, correcciones y orientaciones para mejorar la investigación.

A la directora y asesora del proyecto Ligia Inés García Castro por sus orientaciones y propuestas para la realización del proyecto.

A Néstor William Aponte López Director de la Maestría por su oportuna colaboración y comprensión.

Los directivos, docentes y estudiantes de las instituciones Guatavita Tua de Ortega Tolima y Colegio Americano de Girardot por facilitar los momentos y espacios para el desarrollo de la investigación y su colaboración permanente.
Y a todas las personas que de una u otra forma contribuyeron al logro de resultados y la realización de la investigación.

RESUMEN

Este trabajo representa una parte primordial del que hacer docente en aras del mejoramiento de la enseñanza y aprendizaje de la trigonometría en los estudiantes de grado decimo, identificando y analizando los errores y dificultades que se presentan.

Para lograr comprender el objeto de estudio de esta investigación, se recolectó información a través del diseño de instrumentos que permitieran identificar y describir las dificultades que enfrenta el estudiante en su realidad frente a su aprendizaje y afianzamiento de las matemáticas desde la trigonometría.

La evaluación, desde los lineamientos actuales está centrada en el marco de las competencias, sin embargo, la finalidad al evaluar se da en relación a un resultado numérico que determina si el estudiante aprendió. En otra perspectiva, el aprender es un proceso educativo donde el docente presta el servicio de ayuda para que el estudiante tenga el mejor aprestamiento del aprendizaje.

Los resultados de esta investigación dan cuenta de la factibilidad de analizar el error y tenerlo en cuenta como herramienta para el mejoramiento del aprendizaje y generar soluciones para las dificultades que los estudiantes presentan al evidenciar lo aprendido. Comprender los errores y dificultades que se presentan en la evaluación del área de matemáticas permitió que por medio de este proceso de investigación se lograra evidenciar lo establecido según Kilpatrick (1998), en la categorización de los errores. Así mismo, esta experiencia aportó en la reflexión, que los errores son los instrumentos para comprender las dificultades y a partir de ellos se puede lograr un aprendizaje significativo para los estudiantes

Palabras Claves: Evaluación, dificultades, errores, matemáticas, trigonometría.

ABSTRACT

This document is an essential part of a teacher's job for the sake of the trigonometry teaching and learning process improvement in tenth-grade students, by identifying and analyzing the errors and challenges of the evaluation process. In order to get to understand the object of this research study, real information was carefully collected by different tools that allowed us to identify and describe the difficulties students face in their learning reality and mathematics strengthening, from a trigonometry perspective.

The evaluation is focused on the competency framework. However, the purpose of evaluation is related to a numerical score that determines if the student actually learned. From another perspective, the learning process is an educational process where the Teacher supports the student for him to get prepared to have the best learning process. Results demonstrate the feasibility of analyzing the error and considering it as a tool for the learning process improvement, and also to solve the difficulties students have when they prove what they have learned. However, the fact of understanding the mistakes and difficulties shown during the mathematics evaluation process helped this research have a clear focus on what was established by Kilpatrick (1998), in the error classification. Furthermore, this experience supported a critical reflection: "errors are the best tools in order to understand difficulties and get to build a significant learning process for the students.

Key Words: Evaluation, difficulties, errors, mathematics, trigonometry.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	11
1. JUSTIFICACIÓN	12
2. PROBLEMA	15
2.1 CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA	15
2.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	16
2.3 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN	18
2.3.1 Preguntas generadoras	18
3. OBJETIVOS	20
3.1 OBJETIVO GENERAL	20
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	20
4. MARCO TEÓRICO	21
4.1 ANTECEDENTES	21
4.2 CATEGORÍAS DEL ESTUDIO	25
4.2.1 Los Errores en Matemáticas	25
4.2.2 Dificultades	28
5. DISEÑO METODOLOGICO	35
6. INTERPRETACIÓN Y RESULTADOS	38
6.1 SISTEMATIZACIÓN, CARACTERIZACIÓN DE LOS ERRORES	38
6.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS	43
7. CONCLUSIONES	59
8. RECOMENDACIONES	61
REFERENCIAS	63
ANEXOS	65

LISTADE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Procedimiento metodológico	37
Figura 2. Evidencia error 1	46
Figura 3. Evidencia error 2	46
Figura 4. Evidencia error 3	47
Figura 5. Evidencia error 4	48
Figura 6. Evidencia error 5	49
Figura 7. Evidencia error 6	50
Figura 8. Evidencia error 7	51
Figura 9. Evidencia error 8	51
Figura 10. Evidencia error 9	52
Figura 11. Evidencia error 10	53
Figura 12. Evidencia error 11	53
Figura 13. Evidencia error 12	54
Figura 14. Evidencia error 13	54
Figura 15. Evidencia error 14	55
Figura 16. Evidencia error 15	56
Figura 17. Evidencia error 16	56
Figura 18. Evidencia error 17	57
Figura 19. Evidencia error 18	58
Figura 20. Evidencia error 19	58

INTRODUCCIÓN

En este trabajo de investigación se aborda desde la didáctica de la matemática a partir del reconocimiento de los errores y dificultades que se presentan en los estudiantes, al evaluar en el área de las matemáticas, pretendiendo exponer los resultados de los instrumentos diseñados para lograr comprender los errores desde una mirada teórica según Kilpatrick, (1998) y Duval, (1999) para recoger información, se contó con una población de estudiantes de grado decimo en dos contextos, la primera es la Institución Educativa Guatavita Túa de Ortega – Tolima (Oficial – Rural) y el Colegio Americano de Girardot – Cundinamarca (Privado-Urbano) se pretende trascender en comprender las dificultades que el estudiante presenta en el momento de realizar la evaluación de las matemáticas tomando como referente las siguientes temáticas: Teorema de Pitágoras, Razones trigonométricas, Funciones trigonométricas.

El interés de este proceso es dar respuesta a la pregunta ¿Cuáles son los errores que se pueden reconocer y comprender evidenciados en los estudiantes a partir de la evaluación en el área de las matemáticas? Como interés particular en la práctica de la enseñanza de la trigonometría, el poder reconocer y analizar los errores y las dificultades que se presentan en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Analizar la realidad del aula, centrándose en observar los errores presentados y comprender el momento en que se presenta en el proceso de la evaluación para lograr interpretar su incidencia. Para ello, se diseñaron tres pruebas donde se pudiera identificar los diferentes errores.

El procedimiento realizado en esta investigación conlleva a complementar la categorización de los errores y caracterizarlos con su respectiva descripción, permitiendo tener una clara mirada que las dificultades presentadas en los estudiantes donde se identificó que se presentan en lo numérico, espacial, geométrico-métrico y variacional. Por otro lado, no se puntualizaron errores de los estudiantes en el pensamiento aleatorio. También se logra identificar que durante la aplicación de los instrumentos, persisten y se manifiestan en otros niveles de la secundaria y, en otros casos, son particulares de cada uno de ellos.

En conclusión, es importante llegar a generar espacios de reflexión, análisis crítico y ajustes progresivos en la ejecución de lo planeado por parte de los maestros para crear una relación de medición en los sistemas de evaluación y en el planeamiento del área de matemáticas, evaluación implica ir más allá de un logro es poder visualizar más de lo que se puede llegar a planear y ejecutar.

1. JUSTIFICACIÓN

La educación en Colombia ha avanzado considerablemente desde la investigación de los procesos educativos, ya que esta se ha transformado en un indicador de calidad dentro del proceso de enseñanza - aprendizaje que se implementa en las diferentes instituciones y colegios Colombianos, se precisa entonces la investigación como un mecanismo dinamizador y transformador de las prácticas educativas, aportando elementos que permitan reflexionar en torno a las prácticas que aún se observan en las aulas, aporta también a la formación de los estudiantes y futuros maestros, tal como se evidencia en las innumerables publicaciones y propuestas innovadoras que han venido surgiendo en los últimos años.

La evaluación del aprendizaje constituye una significativa función que todo maestro realiza como parte de su actividad docente, sin embargo es frecuente verificar la presencia de diversas dificultades que perturban la calidad de la misma. Por ello, se reconoce que la función educativa de la evaluación es importante, pero debe definirse su lugar en el proceso de enseñanza. Muchos de los problemas que se manifiestan en el proceso educativo están relacionados con la implementación o desarrollo de la evaluación, bien sea por desconocimiento de la finalidad de la evaluación en el proceso de enseñanza o por el poco reconocimiento que se le da en los procesos de aprendizaje.

Derivado de lo anterior, los errores se constituyen en el aspecto evidente en las evaluaciones de los estudiantes, y son fundamentales a la hora de validar los aprendizajes de los estudiantes; aspecto que es recurrente en todos los niveles del sistema educativo

De igual manera, el tener en cuenta que aprender matemáticas, es el propósito fundamental de cualquier método de enseñanza, es claro que las respuestas incorrectas a las cuestiones que se les plantean a los estudiantes serán consideradas por parte del docente, como señales de graves deficiencias, e incluso fracaso en el logro de los objetivos propuestos.

La evaluación se ejecuta como recurso para verificar si las actividades, instrumentos aplicados y proyectos propuestos son los adecuados para promover el desarrollo integral y de acuerdo a sus resultados, adaptarla a las necesidades e intereses de los estudiantes, manifestando flexibilidad y apertura ante lo observado, de tal manera que le permite al docente modificar o reformular sus prácticas ; ¿pero es realmente este el concepto de evaluación?, ¿o se convirtió en la herramienta para calificar y valorar los desempeños o en un indicador de medición de estos aprendizajes?.

Se encuentra también el cuestionamiento acerca del por qué los estudiantes no demuestran el alcance de los objetivos propuestos en las evaluaciones, no aprueban, no consiguen resolver un instrumento de evaluación, se retroalimentan y corrigen los errores que ellos cometen; es este aspecto el proceso del presente estudio, encierra un parámetro aun sin explorar, del cual no se ha realizado un análisis a profundidad, y en el área de matemáticas, donde las operaciones y cálculos matemáticos con números incrementan el riesgo de cometer un error, establecida por el ministerio de educación como una de las 4 áreas fundamentales en el proceso académico de la educación Colombiana, y dentro de las instituciones y estudiantes es considerada un área de bastante complejidad, que atemoriza, llena de prevención y tendencia a la reprobación.

Paralelamente, los resultados de encuestas, monografías y otros estudios hechos en evaluación casi siempre arrojan resultados cuantitativos de impacto sobre la problemática de reprobación, de innovación en los instrumentos, de las diferentes tendencias, de presentar un listado de los errores y las técnicas; es por ello que esta propuesta investigativa pretende avanzar hacia la interpretación de los errores de los estudiantes en la evaluación de la matemáticas de tal manera que se muestre la otra cara del problema y que se enfoque en los errores más comunes y de mayor trascendencia, para mostrar a partir de un análisis interpretativo, un evento presente, constante, al que se debe mirar desde otro punto de vista en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Los errores son una preocupación constante para el docente, quien desconoce la importancia que tienen en el proceso como una herramienta de aprendizaje y mejoramiento dentro de su proceso evaluativo y de enseñanza. Durante el proceso de construcción y evaluación de los conocimientos matemáticos aparecen constantemente errores, en general, lo que más preocupa es la persistencia y la el gran número de algunos de ellos

Evidentemente estos errores influyen en los resultados de las diferentes evaluaciones y es imprescindible que ellos los reconozcan y asuman la necesidad de superarlos a fin de obtener logros de aprendizaje. El análisis de los errores serviría para ayudar al docente a organizar estrategias para un mejor aprendizaje insistiendo en aquellos aspectos que generan más dificultades, y que requieren de su atención e intervención.

Diagnosticar lo que ocurre en el aula, lleva implícito un acercamiento a la intimidad de la evaluación, entendiéndola como la expresión del currículo vivido, profundizar e interpretar en cuáles serían las causas, y justificaciones que presentan los estudiantes al cometer errores en el desarrollo de los instrumentos evaluativos que miden los desempeños en la matemáticas, se estaría apuntando a un proceso de investigación innovador en el que se carece de investigación en el ámbito regional y departamental, aspecto que se corrobora después de haber revisado; investigaciones acerca de la categorización del error en la evaluación de la

matemáticas, lo que no arroja pesquisas acabadas y plasmadas documentalmente.

Por consiguiente, Escorcía, (2008), indica que según las concepciones de educación actual, enseñar implica evaluar, y evaluar, sugiere enseñar, y enseñar correctamente a partir de la identificación y retroalimentación de los errores, equivocaciones y falta de entendimiento que presentan los estudiantes en el proceso de aprendizaje; desde esta investigación, se apunta a la identificación de los errores, y al reconocimiento de las dificultades.

2. PROBLEMA

2.1 CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA

La importancia de la evaluación se observa en la intención del docente por obtener unos resultados en el proceso de enseñanza llegando a medir al estudiante desde una escala numérica que se utiliza para otorgar las notas y ubicar al estudiante dentro de una escala de valoración, en el momento donde se le dice al estudiante “aprobó – reprobó, perdió – gano, se quedó - paso” está estigmatizando al estudiante y es entonces cuando la evaluación se convierte en un mecanismo medidor en las instituciones educativas en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Efectivamente los resultados que se obtienen de estas evaluaciones, en muchas ocasiones no es lo que espera el docente tras haber realizado su clase o explicado una temática, es entonces donde se concibe que la evaluación debe ser transformadora, de los procesos de enseñanza de tal manera que se cualifique el aprendizaje de los estudiantes.

Por lo tanto, la evaluación debe tener otra mirada porque no es solo un resultado, es una construcción transformadora, la cual debe tener una finalidad, seguimiento, reflexión, mejoramiento y por ultimo un resultado. Llegar a cumplir con lo establecido en el Decreto 1290, estrategias de valoración integral de los desempeños de los estudiantes; acciones de seguimiento para el mejoramiento de los desempeños de los estudiantes durante el año escolar; procesos de autoevaluación de los estudiantes; estrategias de apoyo necesarias para resolver situaciones pedagógicas pendientes de los estudiantes.

Leyva, (1998) manifiesta que en general, se atribuyen los problemas de la evaluación a causas externas, se plantean que no se califica con objetividad y justicia, pero no analizan la calidad del trabajo metodológico que realiza el colectivo de docentes en una asignatura que le permita o no perfeccionar su sistema evaluativo precisando qué evaluar y cómo evaluarlo. Sin embargo es frecuente que al preguntarle a los docentes sobre cuáles son las habilidades esenciales que su asignatura debe contribuir a desarrollar, no se tenga claridad en torno a ello, así como de las manifestaciones de estas habilidades de tal manera que pueda evaluarlas con objetividad.

Por otro lado, Villarroel, (1990), le preocupa más las deficiencias y culpas de los estudiantes que sus aspectos positivos y sus capacidades. Si hay un interés en el aprendizaje del estudiante dentro del sistema escolar, se ha de desarrollar un sistema que le permita, lo estimule a aprender y posteriormente reconocerle lo que haya aprendido. El sistema de calificaciones muchas veces le cierra esta oportunidad o le quita todo deseo que pudiera tener de hacer otra vez la prueba.

Se refleja entonces que la evaluación es un proceso importante y poco a poco se ha ido ganando su espacio, al hecho de que actualmente incorpora nuevos elementos en busca de mejoras en el desarrollo del aprendizaje como lo es la comprensión del error, componente totalmente nuevo que no había estado presente entre otras cosas desde modelos pedagógicos tradicionales, pero que en la actualidad resulta innovador a la hora de utilizarlo como un mecanismo para mejorar el proceso de enseñanza y de la misma evaluación.

Señalando así, que una actividad importante que se debe realizar en la labor docente, es la identificación de los errores típicos que cometen los estudiantes, tratando, al mismo tiempo, de llevar acciones de corrección bajo un modelo constructivista de enseñanza.

No obstante, para esta misión se hace imprescindible encontrar herramientas metodológicas que permitan identificar los errores, los cuales no sólo tienen lugar en una instancia de diagnóstico inicial, sino durante todo el proceso de enseñanza y aprendizaje que se lleve a cabo.

2.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Esta investigación, se llevara a cabo en el Colegio Americano de Girardot y la Institución Guatavita Tua en Ortega, instituciones en donde laboran dos de los docentes investigadores, que pueden aportar a controlar algunas variables dadas las condiciones contextuales y culturales o finalmente para encontrar que los errores en matemáticas son independientes de ellos y que obedecen a otras condiciones de orden didáctico.

Una de las razones de la dificultad en el aprendizaje de las matemáticas es que se centra en el acierto y desacierto de la evaluación dejando al lado las posibles estrategias para el mejoramiento del aprendizaje, donde se identifiquen dificultades que contribuyan a la corrección de lo procedimental en las matemáticas. Por lo tanto, “Considerar el error no como una falta o una insuficiencia sino como una parte coherente de un proceso, ayuda al alumno a tomar conciencia de que puede aprender de sus errores y a nosotros mismos, los docentes, a aprender mucho de los errores de nuestros alumnos.” Charnay citado por Engler, (2011).

Uno de los contextos en donde se desarrolló la investigación fue El Colegio Americano, ubicado en el municipio de Girardot-Cundinamarca. Cuenta con adecuada infraestructura en dos secciones preescolar y básica primaria, y secundaria, de modalidad mixta, única jornada, con una planta de 48 docentes dirigida por el magíster Laurentino Carranza Meneses, con una comunidad educativa de 900 familias representadas en 1130 estudiantes, distribuidos en la básica primaria de 545 estudiantes y en la sección secundaria de 585 estudiantes.

El título que se otorga es el de Bachiller Académico y su filosofía se fundamenta en las concepciones, principios y prácticas que emanaron de la reforma del siglo XVI. En el sistema institucional de evaluación y los criterios de evaluación en el proceso de enseñanza-aprendizaje se referencia que la evaluación es continua y formativa; se trabaja el plan de estudios por periodos trazados por competencias en aras de dar cumplimiento a los estándares nacionales y ejecutándose a lo largo de los 4 periodos escolares (10 semanas cada uno). En el área de matemáticas, la evaluación se realiza teniendo en cuenta los parámetros del MEN, el PEI y el SIEE del colegio, lo cual involucra la parte socio-afectiva del estudiante al evaluársele la actitud, el esfuerzo y su resultado frente a la asignatura. Las dos primeras se toman de ciertos criterios generalizados para todas las áreas de la institución en donde se ilustran diversos perfiles y rasgos característicos de cada estudiante dándole a cada una un porcentaje para computarlo al final con la parte cuantitativa.

Se trabaja con el estudiante en cumplir con unos logros establecidos en su desempeño, buscando ser un sistema equilibrado donde se reúnan un criterio cuantitativo y cualitativo que permita ser favorable para el estudiante, aunque en algunas ocasiones se presentan bajos desempeños; donde se regula a través de unos planes de mejora como estrategia pedagógica que mitiga la mortandad académica.

El segundo contexto, la Institución Educativa GuatavitaTua, se encuentra ubicada en el municipio de Ortega –Tolima, cuenta con un número de aulas limitadas para el total estudiantes con los que cuenta la sede, en los que se orienta los niveles de preescolar, básica primaria, y secundaria, de modalidad mixta, con doble jornada; la jornada de preescolar y primaria funciona en la mañana y la de bachillerato en la tarde. Con una planta de 16 docentes, 10 de ellos se encuentran en secundaria. En la sede principal, asisten 310 estudiantes de los cuales 210 pertenecen a la básica secundaria y la media. El grado que otorgan es el de Bachiller Académico. El modelo pedagógico es Escuela Nueva.

Son numerosas las fallas que presenta el área de matemáticas, deficiencias que se han observado en un año de desarrollo pedagógico en la institución por parte de uno de los docentes asociados al presente proyecto de grado, y donde la evaluación destaca cuatro características generales.

La primera instancia de evaluación, consiste en la participación en el tablero de uno o dos estudiantes en donde la participación del resto del grupo, se limita a asentir los cálculos que el compañero hace frente a ellos, el error es corregido de manera inmediata hasta conseguir el resultado correcto. Como segundo recurso se procede a evaluar inmediatamente después de explicado el tema y sus contenidos, mediante ejercicios, se realiza en ese momento porque se ha logrado identificar que los estudiantes aprenden para el momento y difícilmente recuerdan ni lo más mínimo de lo aprendido en clase.

Como tercera instancia se evalúan los contenidos permitiendo que el estudiante utilice su cuaderno de apuntes como guía y apoyo en los procedimientos y formulas, y por último se ha observado que el docente recurre a que cada estudiante resuelva ejercicios con datos y variables diferentes, pero donde el docente en el tablero resuelve al tiempo un problema con datos y variables diferentes, y sirve como guía inmediata en el procedimiento para la solución de los problemas y ejercicios, cada estudiante resuelve su problema en el mismo tiempo en el que el docente resuelve el suyo en el tablero.

A lo largo de la enseñanza de las matemáticas, no es común salir de lo tradicional al momento de evaluar los conceptos y/o definiciones transmitidas a los estudiantes, se sigue la enseñanza basada en lo tradicional y no se tiene en cuenta los avances científicos de la disciplina como tal, o en un afán de lograr la enseñanza de los conceptos matemáticos

Basándose en los libros de texto de la enseñanza matemática y confiándose a instrumentos de lápiz y papel para responder ciertas preguntas asociadas a los temas vistos, son las maneras con las que se evalúan a los estudiantes para que logren alcanzar los conocimientos necesarios y validar la temática de una manera cuantitativa y no cualitativa, pues lo que interesa es que el resultado haya sido el correcto y no se tiene en cuenta el proceso llevado a cabo para su resolución.

El desafío consiste, en generar estrategias que permitan ayudar a salvar estos errores reiterados en el tiempo y que suelen ser identificados por la mayoría de los docentes de matemática a lo largo de toda la formación básica y media.

La intención de esta investigación se encuentra no solo en el análisis de los errores que cometen los estudiantes, los que pueden ser síntomas de concepciones inadecuadas, sino también en determinar qué conviene reconocer en relación con los errores que cometen los estudiantes, puesto que se podrían proporcionar elementos claves acerca de las posibles estrategias que se pueden generar para que los estudiantes logren el aprendizaje.

2.3 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cómo identificar y comprender los errores que se evidencia en los estudiantes a partir de la evaluación en el área de matemáticas?

2.3.1 Preguntas generadoras

- ¿Cuáles son los errores en la evaluación en el área de matemáticas para el grado decimo?

- ¿Qué dificultades manifiestan los estudiantes en el proceso de aprendizaje de las matemáticas?
- ¿Cuál es el contraste de las dificultades y los errores que presentan los estudiantes en el momento de resolver temáticas y ejercicios de trigonometría?

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Comprender los errores que se evidencian en los estudiantes en la evaluación en matemáticas en el grado decimo.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar los errores que se evidencia en los estudiantes en la evaluación en matemáticas.
- Analizar y caracterizar los errores que se evidencian en los estudiantes en la evaluación de la matemática para contrastar con las dificultades matemáticas.

4. MARCOTEÓRICO

4.1 ANTECEDENTES

Caderno,(1998) las autoras realizan un acercamiento a la clasificación del error y una compilación de los mecanismos o estrategias que los docentes utilizan para corregirlos resaltan la imperante que debe tener en el aula el error, y en primaria instancia destacan el compartir la investigación indicando los errores de mayor presencia generar a su vez interrogantes sobre las posibilidades de aprovechar el error dentro del proceso educativo, recalcando así la importancia de aprender del error y utilizar el corregirlo como una opción más de aprendizaje.

Definen en primera instancia el error, y a manera de tipificación realizan una clasificación de los errores, bajo parámetros y componentes lingüísticos, en el que también tienen en cuenta los criterios y orígenes de acuerdo a la naturaleza en el comportamiento y desempeño de los estudiantes. Por otro lado parten de acuerdo con la comunicación entre los estudiantes, y la frecuencia con que se comenten los errores.

Teniendo una clasificación y argumentación de los tipos de errores, se encuentra que se plantean los métodos, para corregir los errores, clasificándolas también de acuerdo al tipo de error, en el que plantean el momento en el que se debe corregir, puntualizan bastante que el método de corrección debe ser un mecanismo de ayuda o terapia acompañada y no un instrumento de ataque o juicio.

Finalmente las autoras concluyen la importancia del ejercicio del error como mecanismo combinado para alcanzar los objetivos de producción oral y escrita, donde los diferentes métodos convierten al estudiante en un agente de autorregulación de control y corrección de sus errores y resaltan que la presencia del error conlleva a alcanzar una expresión correcta y donde el docente no debe frustrar el proceso por el hecho de observar un error.

Aunque el documento realiza un análisis de los errores en la enseñanza de las lenguas y la parte lingüística, brinda a la investigación como primaria instancia factores que deben tener en cuenta a la hora de clasificar el error, tales como su origen, el momento en que ocurre, y que también se deben tener en cuenta los componentes y competencias que plantean las directrices ministeriales para cada área

Cruz,et al, (2011) en su investigación acerca del análisis de las clases de errores que cometen los alumnos y una propuesta de andamiaje para aquellos errores que requieren cambio conceptual; tras un previo diagnóstico basado en la revisión de clases y preguntas hechas a 50 profesores, resaltan que el error no es visto como un problema, sino como un acontecimiento común y transitorio dentro del proceso

educativo, inicialmente plantean que el error se puede clasificar en dos clases: el que proviene de un aprendizaje incompleto y el que proviene de una comprensión equivocada.

Dentro de estas dos maneras de entender el error, especifican algunos ejemplos para cada asignatura, pero partiendo de una revisión teórica de autores que hablaron sobre el tema, y en el que diferencian las distintas equivocaciones conceptuales, de expresión y de solución de problemas que comenten los estudiantes.

La importancia de esta investigación radica en la propuesta que realizan sus autoras del cambio conceptual que debe propiciarse a partir del uso de error dentro del aula, proponen que a partir de todas las formas manifestadas por los estudiantes, sean estas equivocadas o no. El propósito es generar una concepción en la que se dé la oportunidad al estudiante y al docente, de tomar conciencia de sus manifestaciones, de tal manera que se direccionen al tema central fijado en el objetivo del contenido a enseñar.

La reflexión realizada por las investigadoras, radica en que inicialmente se ve al error como acontecimiento cotidiano que ocurre naturalmente en cualquier salón de clases, y no como una alerta de preocupación para los docentes, y menos como un recurso a partir del cual se puede comprender las dificultades en los estudiantes, donde el reto pedagógico radica en cómo conciliar la existencia de este hecho espontáneo necesario para el estudiante, con la necesidad de adquirir conocimiento, finalmente manifiestan que si se siguen realizando investigaciones sobre el error pueden ir generando un cambio cultural y dar vía a un innovador recurso de aprendizaje.

Para el presente trabajo de investigación, este antecedente se convierte en un importante aporte ya que en el que se está siendo consecuente con la necesidad de visualizar el error no como una manera de justificar el castigo, sino como una posibilidad de aprendizaje, ratificando que es innovador abordar esta temática.

Kilpatrick, et al. (1998), en su artículo “Educación Matemática: errores y dificultades de los estudiantes en la resolución de problemas, recogen a partir de una compilación de conferencias, el reconocimiento del error desde diferentes perspectivas, en donde los autores realizan un compendio de diferentes investigaciones realizadas en 4 países Europeos en los que se revisa la importancia, clasificación, determinación y características del error en la matemáticas, permitiendo así que se cuente con más referencias a las cuales acudir para revisar y contribuir a la fundamentación del presente trabajo de investigación.

En la primera parte, se hace una reflexión acerca de la historia de la investigación en educación matemática y de algunos de sus temas de actualidad; donde se

presenta la evolución que la educación matemática ha tenido en España. Posteriormente se presenta la relación de algunas de las líneas de investigación en educación matemática que se han trabajado en Colombia.

La segunda parte presenta dos temas de gran actualidad en la educación matemática: la resolución de problemas y la evaluación. Estos textos son producto de las discusiones que los autores tuvieron con un grupo de investigadores colombianos. En la tercera y última parte se hace una reflexión sobre los errores y las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas y algunas técnicas sencillas de evaluación que un profesor puede introducir en su quehacer docente.

En el último capítulo se resalta el error dentro del proceso de aprendizaje de la matemáticas, se determina que el error puede contribuir positivamente en el proceso de aprendizaje; que este no aparece por azar sino que surge en un marco conceptual basado sobre conocimientos adquiridos previamente y finalmente se indica que todo proceso de enseñanza es potencialmente generador de error, debidos a diferentes causas, algunos de los cuales se presentan inevitablemente. Hay que admitir como consecuencia de las reflexiones anteriores que, a partir del error, el estudiante puede aprender distintas propiedades de un concepto de las que no era previamente consciente. Al cometer un error, el estudiante expresa un alcance incompleto de su conocimiento y permite a los compañeros o al docente colaborar en el completar este conocimiento adicional o llevarlo a comprender por sí mismo aquello que estaba mal.

Este trabajo realizado por Rico, y Gómez, (1998) permitió reconocer que el conocimiento de los errores y su comprensión puede ayudar a avanzar en la cualificación de las prácticas en el aula.

Amaya, (2011), en la investigación analizaron los errores que en octavo grado cometen estudiantes de educación básica secundaria tratando de resolver una expresión Aritmética. Este análisis se hace con los temas habituales, que según los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, que rigen en Colombia, Los errores encontrados fueron de tres tipos: de entrada, de operación y de escritura. Estos errores fueron sistemáticos: se dieron en serie, unos como consecuencia de los otros. En su mayoría estos errores se debieron a la prioridad que los estudiantes dan a las operaciones, realizando primero operaciones aditivas que multiplicativas o porque operaron con números que no estaban en la expresión.

Definen que el error es un conocimiento deficiente, insuficiente, imperfecto, defectuoso, escaso o incompleto; una desviación de un conocimiento establecido, citando a Carrión. Por otro lado, parten de acuerdo a la comunicación entre los estudiantes y docentes; ahora bien, los errores desde la concepción de Charnay, también citado en el mismo texto, los consideran significativos, y poseen las

características de ser reproducibles cuando se manifiesta una cierta persistencia, por lo tanto no es considerado al azar, o por distracción. Sin embargo, es necesario dar una clasificación y argumentación de los tipos de errores y siendo fundamental la corrección para su clasificación de acuerdo al tipo de error para plantear el momento en el que se debe corregir, puntualizando un método de corrección o mecanismo que permita el acompañamiento en el momento de retroalimentar o regular la evaluación en las matemáticas puesto que se debe tener en cuenta que “el error es considerado parte inseparable del proceso de aprendizaje.” (Del Puerto & Amaya, 2011. p.2).

Retomando a lo citado de Carrión, en cuanto al concepto de error, los clasifica en tres tipos:

- Errores de entrada, en estos los estudiantes aunque realizan los cálculos en forma correcta, operan una expresión diferente a la que se les propone, es decir, eligen el proceso correcto, pero presentan errores en su proceso de solución, cambiando por ejemplo los términos de las expresiones o alterando el uso de los paréntesis o inventando números que no están en la expresión; estos errores por lo general conducen a resultados incorrectos.
- Errores de operación, en estos los estudiantes distorsionan el proceso de obtener el resultado de cada operación realizada en forma independiente, por mal uso de las operaciones o de los signos.
- Errores de escritura, se presentan al comunicar el procedimiento de transformación de la expresión, aunque se escojan las operaciones adecuadas y estas se realicen correctamente; en los errores de este tipo, el estudiante realiza los cálculos secuencialmente sin cometer errores en la ejecución de las operaciones y es muy común que se obtengan resultados correctos.

Al analizar la postura planteada por Carrión en la clasificación de los errores en la evaluación de las matemáticas, al contrastar esto con lo anterior, el estudiante debe enfrentar sus capacidades cognitivas desde el saber hacer, donde se dé un equilibrio en el desarrollo cognitivo con el postulado de Carrión. Por lo tanto, se da una distorsión en el desarrollo del pensamiento lógico matemático del estudiante en su proceso de aprendizaje.

Ahora bien, los autores Ruano, y Palarea, (2008) en el estudio acerca del análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra, determinan que se pueden dar errores espontáneos, independientes o sistemáticos en el proceso:

“La necesidad de clausura, la particularización de expresiones, el uso incorrecto del paréntesis y la confusión de la multiplicación y la potencia son considerados como errores. Parece conveniente prestar especial atención a la prevención y remedio de estos errores en el tratamiento del lenguaje algebraico, fijándose principalmente en el origen de los mismos; Otros muchos errores tienen su origen en una ausencia de sentido. En algunos casos, son errores que están relacionados con cuestiones que han quedado sin resolver en la Aritmética.”

4.2 CATEGORÍAS DEL ESTUDIO

4.2.1 Los Errores en Matemáticas. A partir del análisis de varias concepciones sobre el error, cabe en primera instancia introducir que los errores, mal estigmatizados como fallas, en muy pocas ocasiones se les da la oportunidad de ser un paso para corregir o avanzar, Si los tomamos en el contexto educativo y bajo la mirada de la evaluación, se han llegado a considerar como algo negativo, por esta razón el estudiante aprende a ocultar para no ser castigado. Sin embargo, los errores son la diferencia entre cuanto puede avanzar y mejorar y así lograr mejores aprendizajes. En el origen de los errores hay que tener en cuenta factores físicos, contextuales y cognitivos para determinar las causas de su aparición, sin dejar a un lado al profesor que a través de su intención de verificar cuanto ha aprendido su estudiante puede omitir involuntariamente factores que influyen para que la evaluación sea exitosa.

Como señala Matz, et al, (2008), “los errores son intentos razonables pero no exitosos de adaptar un conocimiento adquirido a una nueva situación”. Se entiende que el error tendrá distintas procedencias, pero siempre se considerará como un esquema cognitivo inadecuado y no sólo como consecuencia de falta de conocimiento o de un despiste.

Si, “el error se quedara como error no habría oportunidades de cambio pero, si no hubiera errores que superar, no habría posibilidad de aprender.” Astolfi, (1999), El aprendizaje se vería influenciado por la cantidad de aciertos que se requieran para inferir que se ha aprendido. Realmente, el aprendizaje en el estudiante esta dado en representaciones previamente construidas a través de una actividad cognitiva “aprender” y poder entender que aprender partiendo del error posiblemente suene descabellado por que la reacción primaria es dejar de hacer lo que se está haciendo y volver a iniciar para no caer en el error, pero si esta acción se analizase desde el error indudablemente se partiría del error para superarlo y regular el aprendizaje, se llegaría a un constructor de aprehensión desde el error.

Sanmarti, (2007) dice que aprender no es tanto incorporar conocimientos a una mente vacía, sino reconstruirlos a partir de otros ya conocidos, revisando concepciones iniciales y rehaciendo prácticas. El mismo Einstein decía que buena parte de su trabajo consistía en detectar errores en la resolución de

los problemas y superarlos uno a uno, donde investigaciones realizadas en este tema infieren en que “los errores que cometen los alumnos se pueden organizar al menos en dos grandes categorías: aquellos que provienen de un aprendizaje incompleto o impreciso de algún concepto o procedimiento y aquellos que provienen de una comprensión equivocada de un aspecto nuclear del concepto o procedimiento”.

Brousseau, et al, (2003) expresan: los estudiantes piensan frecuentemente acerca de sus tareas matemáticas de un modo muy original, bastante diferente de lo que esperan sus profesores. Cuando esta vía de pensamiento original se muestra inesperadamente útil, admiramos su poder y decimos que el estudiante ha tenido una comprensión inusual; pero cuando, por el contrario, este modo personal de pensamiento omite algo que es esencial, decimos usualmente que el estudiante ha cometido un error. De hecho, ambos casos tienen mucho en común, en particular el dato de que las ideas en la mente del alumno no son las que el profesor espera.

Vale destacar la siguiente clasificación, debida a Radatz y Rico, (1995):

- Errores debidos a dificultades en el lenguaje: son de tipo conceptual, al usar símbolos y vocabulario, para transformar el lenguaje común al lenguaje matemático.
- Errores debidos a dificultades para obtener información espacial: como su mismo nombre lo indica proviene de situaciones tipo espacial o de problemas geométricos.
- Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos: se evidencian por falta de manejo en algoritmos, procedimientos básicos, símbolos y conceptos matemáticos.
- Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento: son producto de la complejidad en el pensamiento al asociarlo a situaciones nuevas; son errores constantes, de asociación, de interferencia, y de asimilación.
- Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes: son consecuencia al aplicar erróneamente las reglas y/o estrategias en diferentes contenidos.

De esta clasificación se comprende los errores, desde su lenguaje conceptual, algorítmico y procedimental, detallando a cada uno de ellos, como consecuencias de dificultades matemáticas al momento de abordar el conocimiento.

El mismo Rico, (1995) presenta otra clasificación empírica de los errores, sobre la base de un análisis constructivo de las soluciones de los alumnos realizadas por expertos, en las que propone:

- Datos mal utilizados: Errores generados por alguna diferencia entre los datos y el tratamiento que le da el estudiante.
- Interpretación incorrecta del lenguaje: Son errores debidos a una conversión incorrecta de situaciones matemáticas representadas en un lenguaje simbólico a otro lenguaje simbólico diferente.
- Inferencias no válidas lógicamente involucran los errores que se relacionan con fallas en el razonamiento y no al contenido o temáticas.
- Teoremas o definiciones deformados, involucra los errores que se originan por deformación de un principio, regla, teorema o definición identificable.
- En la falta de verificación en la solución se relacionan los errores que se presentan cuando cada paso en el desarrollo de la tarea es correcto, pero el resultado final no es la solución de la pregunta planteada.
- Y por último los errores técnicos, incluyen los errores de cálculo, al tomar datos de una tabla, en la manipulación de símbolos algebraicos y otros derivados de la ejecución de algoritmos.

La anterior clasificación agrupa los errores partiendo de una característica fundamental y común, el momento exacto en que el estudiante realiza los procedimientos y utiliza las estrategias necesarias para dar solución a un ejercicio matemático, en el que se entienden los tres momentos de la solución, el planteamiento inicial del método a utilizar, el desarrollo como tal, y la obtención de la respuesta o solución, dejando por fuera cualquier evento conceptual o del manejo de los conocimientos.

Esteley y García, (2010) realizaron una tipificación de los errores en matemática y discutieron las siguientes categorías:

- Errores al operar con números reales en cálculos, planteo y resolución de ecuaciones.
- No empleo o uso parcial de la información.
- No verificación de resultados parciales o totales que se manifiesta en: desconexión entre lo analítico y lo gráfico, respuestas consecutivas

incoherentes entre sí y no comprobación de que los resultados obtenidos satisfacen la o las ecuaciones originales.

- Empleo incorrecto de propiedades y definiciones (de números o funciones).
- No verificación de condiciones de aplicabilidad de teoremas, definiciones, etc. En un caso particular.
- Deducción incorrecta de información o inventar datos a partir de la dada.
- Errores de lógica: justificaciones inadecuadas de proposiciones y uso inadecuado del lenguaje.
- Errores al transcribir un ejercicio a la hoja de trabajo.

En la tipificación planteada por Esteley, y Villareal, (2010) se observan similitudes con los planteamientos anteriores, difiriendo que estos autores proponen también variables importantes como lo son el manejo del lenguaje y la información, al momento de entenderla y analizarla dentro de sus conocimientos, así como en el uso que el estudiante hace con la información, y como esta se ve sesgada y alterada durante el desarrollo de los ejercicios.

4.2.2 Dificultades. Partiendo de lo que plantean Santiuste, y González, (2005) que las dificultades en las matemáticas se basan frecuentemente en conceptos muy discutidos y de dudosa consistencia. Un ejemplo es el concepto tradicional de *discalculia*, aplicado con reiteración en la literatura especializada (Rivière, 1990). Con este término, muchos profesionales se refieren a los niños que presentan un trastorno estructural de aprendizaje para las matemáticas.

Dado que no existe una definición clara, operativa y rigurosa, los autores citados plantean, utilizar el término de Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas (DAM) para referirse a aquellos estudiantes que no llegan al dominio de ciertas formas de pensamiento matemático, o que encuentran grandes dificultades para alcanzar los objetivos establecidos en el currículo escolar. Considerando que las dificultades son muy variadas y que están relacionadas con varios factores, los autores Santiuste y González (2005) consideran como las más importantes:

- No establecer la asociación número-objetos.
- No comprender que un sistema de numeración está formado por grupos iguales de unidades que dan lugar a unidades de orden superior.

- No comprender el valor posicional de las cifras dentro de una cantidad.
- No descubrir la relación de los números en una serie.
- Mostrar alteraciones en la escritura de los números (omisiones, confusiones, reiteraciones, números en espejo o invertidos, etc.)
- Manifestar dificultades en la estructura espacial de las operaciones o en la comprensión de las acciones correctas que debe realizar.
- Confundir los signos.

No conocer todos los datos de un problema u operar con ellos sin tener en cuenta el resultado, etc.

Otros autores: González, y Álvarez, (1998); Mastropieri, y Chung, (1998); Garnett, (1998);González, (2000); Miranda, y Gil, (2000); Defior, (2000); García, (2001); entre otros,Romero y Lavigne, (2004), plantean que alrededor del 25% de los alumnos con Dificultades Específicas de Aprendizaje tienen problemas con el cálculo y/o la solución de problemas, y cuando se dan combinados con problemas lecto - escritores el porcentaje aumenta hasta casi el 55%, el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas gozan de ciertas dosis de mitificación social e, incluso, escolar. Por ello los autores precisan algunas cuestiones de interés:

- Las dificultades específicas en el aprendizaje de las matemáticas las presentan estudiantes con capacidades y habilidades básicas y estándar, pero que rinden por debajo de su capacidad en tareas de cálculo y de solución de problemas.
- La incongruencia (cuando no la injusticia) que entraña “medir” la inteligencia de los alumnos con dificultades de las matemáticas con test de cálculo numérico y solución de problemas, en los que estos alumnos inevitablemente puntuaran bajo.

Y de manera más concreta Romero y Lavigne, (2004), citan en su texto la siguiente clasificación y categorización de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas:

1. Dificultades en el aprendizaje del cálculo:

- a. Dificultades en la adquisición de las nociones básicas y principios numéricos: se producto de conocimientos que, según la psicología genética, son la base de toda proceso matemático posterior. se pueden presentar dificultades en el aprendizaje de las matemáticas relacionados

al conteo, al desarrollo del concepto de numérico y al aprendizaje de la suma.

b. Dificultades en la numeración y el cálculo: Para González, (1998) las dificultades relacionadas con las habilidades numéricas y el cálculo se concretan en:

- La comprensión: dificultades en la memorización de los números, al realizar la asociación entre el número y los objetos reales.
- La escritura de los números: son semejantes a las que se presentan en la escritura de letras y palabras (escritura en espejo, inversiones, etc.)
- Las operaciones: dificultades al efectuar operaciones y al comprenderlas como con, lo que González, (1998) denomina, “la mecánica de las operaciones.

2. Dificultades específicas en la solución de problemas matemáticos:

Las dificultades al solucionar problemas matemáticos, se relacionan con error la aplicación de los diferentes procesos de traducción, integración, planificación, operación, revisión y control en la ejecución de operaciones.

A continuación, se menciona cada uno de los diferentes procesos:

- Dificultades en los procesos de traducción: traslada cada término de la tarea a una representación interna de la misma.
- Dificultades en los procesos de integración: La debida representación a un problema, va más allá de una buena traducción de sus componentes.
- Dificultades en los procesos de planificación: falta de conocimientos en cuanto a procedimientos, estrategias, algoritmos matemáticos que permitan planificar un debido proceso encaminado a la solución del problema.
- Dificultades en la realización de las operaciones: ausencia de procedimientos y conocimientos operatorios al usar cálculos.
- Dificultades en los procesos de revisión y control: En la resolución del problema: 1) todo proceso debe generar una solución acorde con el plan y los procedimientos seguidos, y 2) revisar el proceso y el resultado final para comprobar si se ajusta a lo planificado y para detectar y corregir, en su caso posibles errores.

Las dificultades en el aprendizaje del cálculo, son consecuencias de no aplicar correctamente los diferentes procesos de traducción, integración, planificación, operación, revisión y control en la ejecución de operaciones. Lo que conlleva a una detallada revisión en los tales procesos matemáticos utilizados y una ardua verificación para que no sean permanentes y así poder trascenderlas

Otra clasificación de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, es la que realizan Di BlasiRegner, et al, (2006) agrupadas en los siguientes tópicos:

- Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos matemáticos. La comunicación de forma escrita, se realiza a través de los signos matemáticos con la ayuda del lenguaje habitual, de esta manera, se presentan diferentes conflictos asociados a la comprensión y comunicación de los objetos matemáticos.
- Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático. Se manifiestan las dificultades de la naturaleza lógica de la Matemática y en las rupturas que se relacionan con los modos de pensamiento matemático. Cuando se abandonan ciertas demostraciones formales en beneficio de una aplicación más instrumental de las reglas matemáticas.
- Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza. Estas tienen que ver con la institución, con el currículo de Matemática y con los métodos de enseñanza. Una equivocada organización o planteamiento de estas características afectan tanto a los elementos espacio-temporales como a los agrupamientos en clases homogéneas o heterogéneas, de acuerdo con sus habilidades en Matemática.
- Dificultades asociadas al desarrollo cognitivo de los alumnos. Generalmente relacionadas con el desarrollo intelectual, representado cada uno de ellos por un modo característico de razonamiento y por unas tareas específicas de Matemática que los estudiantes no son capaces de hacer.
- Dificultades asociadas a las actitudes afectivas y emocionales. Partiendo del hecho de que a muchos estudiantes, incluyendo a los denominados hábiles, no les gusta la Matemática. Muchos de ellos manifiestan sentimientos de tensión y miedo hacia el área en los que se derivan posibles causas; la naturaleza jerárquica del conocimiento matemático, la actitud de los profesores, los estilos de enseñanza, y las actitudes y creencias hacia la Matemática que les son transmitidas por compañeros, hermanos y familia.

Se encuentra entonces la importancia a la que trasciende el anterior planteamiento, que asocia las dificultades a patrones propios e intrínsecos de cada estudiante, donde las capacidades, habilidades y conocimientos, son

utilizados o no por el estudiante, una deficiencia en el eje central de cada uno de estos patrones, limita al estudiante para desarrollar y entender la matemáticas, es tal el punto que la empatía por el área se convierte también en una dificultad, entendiendo entonces que todo viene del adentro conceptual y de disposición del estudiante y de cómo influye el medio en la manifestación y desarrollo de sus capacidades y voluntad por aprender.

Por último para referenciar los pensamientos matemáticos que contribuyan a una revisión fundamentada y conceptual de los errores, como se encuentra en los Lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional, (1998) y en los Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas del MEN de Colombia, se encuentra entonces que:

- Pensamiento Espacial y los sistemas Geométricos. Este pensamiento, analiza y examina las propiedades de los espacios, haciendo relaciones geométricas en la visualización espacial para modelar y resolver problemas. Usa propiedades de los espacios en dos o tres dimensiones para hacer conjeturas y semejanzas entre formas y figuras.

A su vez, desarrolla procesos cognitivos mediante los cuales se construyen representaciones mentales del objeto, relaciones entre ellos y/o representaciones.

El pensamiento espacial constituye un componente esencial del pensamiento matemático, está referido a la percepción intuitiva o racional del entorno propio y de los objetos que hay en él. Está asociado a la interpretación y comprensión del mundo físico, permite desarrollar interés matemático y mejorar estructuras conceptuales y destrezas numéricas. El desarrollo del pensamiento espacial, está asociado a la interpretación y comprensión del mundo físico, permite desarrollar interés matemático y mejorar estructuras conceptuales y destrezas numéricas.

Desde lo trigonométrico este pensamiento, hace argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias, además de describir y modelar fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas. Y en cuanto a las razones trigonométricas encuentra razones entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo, para así poder resolver problemas en donde se requieran de estas.

Por lo tanto, el pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico, ya que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. El manejo de información espacial para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios es peculiar a esas personas que tienen desarrollada su inteligencia espacial.

- Pensamiento Métrico y los sistemas métricos o de medidas. El pensamiento métrico alude, al tratamiento de la medida contrastando de un lado, con el reconocimiento de medición. Además, proporciona herramientas conceptuales y

procedimentales para comprender el aprendizaje de las magnitudes y su medida, comunicadas con el uso del lenguaje matemático (números, medidas, magnitudes, representaciones, fórmulas, etc.)

También, busca formalizar y potenciar el conocimiento intuitivo que tiene la realidad espacio- temporal, por medio de la identificación de formas y medidas. El tratamiento de la noción de medida favorece la interpretación numérica de la realidad, estimando de manera objetiva las características físicas de distintos elementos y situaciones en el contexto.

La interacción dinámica que genera el proceso de medir entre el entorno y los estudiantes, hace que éstos encuentren situaciones de utilidad y aplicaciones prácticas donde una vez más cobran sentido las matemáticas.

Actividades de la vida diaria relacionadas con las compras en el supermercado, con la cocina, con los deportes, con la lectura de mapas, con la construcción, etc., acercan a los estudiantes a la medición y les permiten desarrollar muchos conceptos y destrezas matemáticas. La desatención de la geometría como materia de estudio en las aulas y el tratamiento de los sistemas métricos desde concepciones epistemológicas y didácticas, descuida por un lado el desarrollo histórico de la medición y por otro reduce el proceso de medir a la mera asignación numérica.

Por lo tanto, este sistema posibilita el desarrollo de destrezas y habilidades desarrolladas con la comprensión y el manejo de entes matemáticos distintos de los numéricos, mediante el contacto con formas y cuerpos tomados de su entorno.

Para la trigonometría, justifica la pertinencia de utilizar unidades de medida estandarizadas en situaciones tomadas de distintas ciencias al momento de contrastar situaciones de Espacio – Tiempo.

- Pensamiento Variacional y los sistemas Algebraicos y Analíticos. Es una manera didáctica de pensar; intenta producir mentalmente sistemas que relaciones sus variables al momento de la captación del conocimiento, es decir lo que se cambia y lo que queda constante, generando patrones que se repitan en ciertos procesos.

Este pensamiento, por lo tanto transforma conceptos de variables y procesos de cambio al momento de representar y describir fenómenos de variación. A su vez, desarrolla conocimiento, percepción, identificación y caracterización de la variación y el cambio de diferentes contextos.

Tiene en cuenta una de las aplicaciones más importantes de la matemática: la formulación de modelos matemáticos para diversos fenómenos. Por ello, debe permitir que los estudiantes adquieran progresivamente una comprensión de patrones, relaciones y funciones, así como desarrollar su capacidad de representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas mediante símbolos

algebraicos y gráficas apropiadas. Así mismo, debe desarrollar en ellos la capacidad de analizar el cambio en varios contextos y de utilizar modelos matemáticos para entender y representar relaciones cuantitativas. Esto es, a partir del análisis matemático de contextos de las matemáticas, desde las ciencias, desde la vida cotidiana, etc., en los cuales se puedan modelar procesos de variación entre variables, se abre un camino fructífero para el desarrollo de los procesos de pensamiento matemático ligados al álgebra, las funciones y el cálculo.

Requiere del pensamiento espacial al momento de que si una o varias variables son espaciales y si se acentúan los movimientos en transformaciones y cambios.

En cuanto a la trigonometría, modela situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas al momento de desarrollar relaciones y funciones con sus correspondientes propiedades y representaciones gráficas.

5. DISEÑO METODOLOGICO

Este estudio obedece a un enfoque cualitativo con un alcance interpretativo que pretendió en primera instancia identificar los errores que se evidencian en las evaluaciones que presentan los estudiantes cuando se enfrentan a una tarea matemática en este caso relacionada con las funciones trigonométricas.

Es importante considerar que la investigación en Educación Matemática ha tenido grandes movilizaciones debido en parte a que los objetos de estudio también se han modificado, Kilpatrick, (1988) ya apuntó que se está produciendo un desplazamiento en el contenido y cambios en el estilo de investigación.

Al respecto Kilpatrick, afirma que vienen emergiendo temas como:

- Las diferencias en el aprendizaje por género, clase social o inmigración, estudio de las ideas y creencias de los profesores, afectividad y matemáticas y el estudio de las matemáticas utilizadas fuera del contexto escolar, así como el incremento de la investigación en procesos de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en el nivel universitario.
- Incremento en importancia de temas que si bien estaban presentes en trabajos anteriores tales como análisis de errores, análisis de la instrucción, problemas relacionados con el uso de herramientas informáticas, la transición de la aritmética al álgebra, aprendizaje y primera enseñanza del Análisis.
- Siguen estando vigentes estudios acerca de la resolución de problemas y razonamiento espacial.

Al respecto se reafirma desde la investigación en didáctica de la matemática y para este estudio, que el análisis de los errores puede llegar a generar transformaciones en el aula.

A partir de diferentes estudios en donde se indagó por los errores que presentan los estudiantes en matemáticas, se definieron las categorías con las cuales se clasificarían los errores que emergieran a partir de las pruebas realizadas.

En cuanto al procedimiento para realizar investigaciones en educación matemática siguen manteniéndose los enfoques tradicionales, aunque en este momento se requiere de miradas más comprensivas.

Los procedimientos “duros” de recogida de datos y contrastación de hipótesis (observación sistemática y experimentación) si bien son rigurosos, en algunos

casos y de acuerdo con el objeto de estudio reducen desde la mirada cuantitativa el alcance y la comprensión que puedan tener.

Los métodos experimentales y cuantitativos no capturan la complejidad del hecho educativo, el sentimiento de que reducen el objeto de estudio o de que sus resultados carecen de interés, y en ocasiones la impotencia y la falta de imaginación, son motivos que llevan a muchos investigadores a abandonar las técnicas tradicionales de recogida de datos y contrastación y a elaborar y utilizar otras nuevas más “ajustadas al objeto de estudio”, como suelen argumentar como principio común.

Derivado de la naturaleza del objeto de estudio de la presente investigación, se asume un paradigma cualitativo, dada la complejidad del aula y los diversos factores que allí convergen,

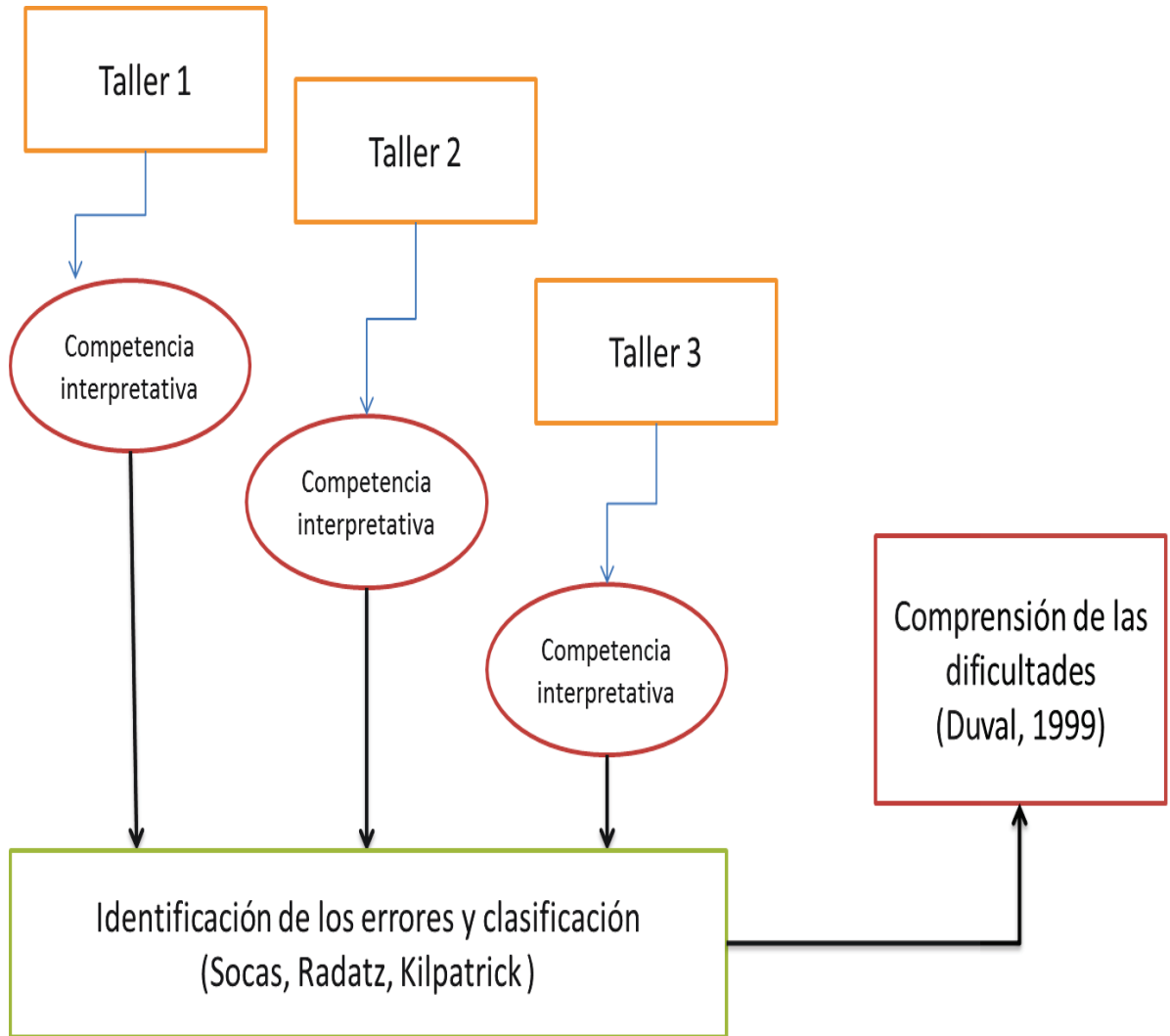
En tal sentido, en primera instancia se buscó identificar los errores que se evidencian en los estudiantes durante la evaluación, empleando como contexto el ambiente natural del aula, en donde los estudiantes a partir de la comprensión de las temáticas abordadas en clase, proceden a resolver evaluaciones en donde se puedan recoger datos para el presente estudio.

El trabajo de campo se realizó en varios momentos de tal manera que se pudiera evidenciar la frecuencia en la aparición de los errores, ya que la recurrencia determinaría la existencia de un error y no un hecho ocurrido al azar.

Posterior a la clasificación de los errores, se procedió a identificar las posibles dificultades asociadas a ellos. En este momento del análisis se hace la triangulación entre los datos que emergieron del análisis, los autores y las posturas como investigadores.

En el siguiente esquema se presenta el procedimiento llevado a cabo en la investigación:

Figura 1.Procedimiento metodológico



Fuente: Los autores

6. INTERPRETACIÓN Y RESULTADOS

Partiendo de la revisión teórica sobre la clasificación de los errores realizada por los autores citados, y a raíz de la información recolectada con los instrumentos aplicados; como fueron la prueba realizada en 3 momentos y confrontación de pares, reuniéndolos en 4 grupos que involucran las diferentes características generales y específicas de los errores encontrados en la investigación, se agruparon de acuerdo con aquellos aspectos que tenían en común.

6.1 SISTEMATIZACIÓN, CARACTERIZACIÓN DE LOS ERRORES

Tabla 1. Caracterización de los errores que presentan los estudiantes de grado decimo de la Institución Educativa GuatavitaTua de Ortega – Tolima (Oficial – Rural)

CATEGORIA	CARACTERISTICA DEL ERROR	DESCRIPCION
COMPRESION DE LA SITUACION, EL LENGUAJE Y LA INFORMACION	contexto de la realidad	No dimensión de la realidad, dando respuestas con longitudes muy por debajo o muy por encima de los datos suministrados.
		Construcción equivocada de los enunciados a partir de una incorrecta revisión y análisis de los gráficos.
		Representación del enunciado, utilizando figuras o esquemas inusuales e indicando dimensiones que no corresponden a la información.
	Complemento en las dimensiones	Restar el excedente en la altura, cuando este debe ser sumado al resultado ya que es el faltante.
	Indicación de dimensiones	Asignación de la dimensión de un cateto suministrado por el enunciado al cateto equivocado en su representación gráfica o al momento de calcular.
Calculo de medidas en unidades distintas a las suministradas y relación incorrecta entre unidades diferentes.		

CATEGORIA	CARACTERISTICA DEL ERROR	DESCRIPCION
REPRESENTACION AL Y ESPACIAL	Ubicación incorrecta de datos	Indican el Angulo suministrado en el problema en el vértice equivocado dentro del triangulo
		Indican las dimensiones de los catetos suministrados en el ejercicio en los catetos equivocados en la representación gráfica.
	Ejes y comportamientos	Confusión en la identificación de las escalas y de los ejes x & y, dentro del plano cartesiano
		Indicar a un comportamiento que es creciente cuando este es decreciente y viceversa.
		Indicar para las gráficas de las funciones que sus rangos inician siempre en 0.
		En el análisis del comportamiento de las funciones trigonométricas Indicar para los rangos x o y, los datos que corresponden al otro eje.
	Graficación de las funciones y esquemas gráficos de los enunciados	Confusión de las gráficas de las funciones seno, coseno y tangente.
		Representación gráfica equivocada de los enunciados.

CATEGORIA	CARACTERISTICA DEL ERROR	DESCRIPCION
OPERACIONAL Y TECNICO	Cálculos matemáticos equivocados	Sacar la raíz de un número dividiendo en 2
		No dividir el numerador en el denominador antes de elevarlo al cuadrado
		Cuando se eleva un número decimal al cuadrado, no indican la parte decimal convirtiéndolo en número entero.
		En el teorema de Pitágoras no calculan la raíz y dan como respuesta la suma de los cuadrados de los catetos.
		En el cálculo de una potencia, multiplicar la base por el exponente.
	Confusión de datos	Al aplicar una función trigonométrica, intercambian el número del ángulo por el número de la dimensión de unos de los lados. Viceversa.
		Calculan una razón trigonométrica usando dimensiones de lados o números que no corresponden al ejercicio.
		En el momento de calcular, cambian algún número, en el papel o la digitación en la calculadora, obteniendo una respuesta equivocada.

CATEGORIA	CARACTERISTICA DEL ERROR	DESCRIPCION
CONCEPTUAL Y DE ASOCIACION	Aplicación de un teorema o función cuando corresponde aplicar otro. <i>viceversa</i>	Uso de las razones trigonométricas como reemplazo a la aplicación del teorema de Pitágoras
		Uso de una razón trigonométrica para el cálculo de uno de los catetos o hipotenusa cuando corresponde utilizar otra razón trigonométrica.
	Desarrollo de un teorema aplicando técnicas equivocadas.	En la raíz del teorema de Pitágoras sumar los catetos antes de elevarlos al cuadrado
		Usando el teorema de Pitágoras, para calcular uno de sus catetos, suman los cuadrados de las dimensiones suministradas, cuando a la mayor se le debe restar la menor.
		Despeje equivocado de los datos en la aplicación de las funciones trigonométricas.
		En el teorema de Pitágoras, multiplicar los cuadrados de los catetos cuando estos deben sumarse.
	Ausencia u omisión de conocimientos y conceptos	Plantean las fórmulas o representaciones que daría solución al ejercicio, pero no lo desarrollan y/o no calculan, dejando incompleto el ejercicio.
		Confusión de las figuras geométricas, representando los enunciados con figuras diferentes a un triángulo.
		En la escritura de una fórmula o función, equivocan alguna variable, indican un cateto equivocado, omiten la escritura de la raíz, intercambian la posición de los catetos e hipotenusa en el fraccionario de las funciones seno, coseno o tangente.
		No generan ningún planteamiento que dé solución al ejercicio planteado y no identifican ninguna de las gráficas de las funciones.

Fuente: Los autores

Tabla 2. Caracterización de los errores que presentan los estudiantes de grado decimo del Colegio Americano de Girardot – Cundinamarca (Privado-Urbano)

CATEGORIA	CARACTERISTICA DEL ERROR	DESCRIPCION
COMPRESION DE LA SITUACION, EL LENGUAJE Y LA INFORMACION	contexto de la realidad	Interpretación errónea del enunciado.
	Complemento en las dimensiones	Inician usando las medidas correctas y al final del proceso las omiten.
	Indicación de dimensiones	No usan las dimensiones en los respectivos catetos al hacer el cómputo.
REPRESENTACION AL Y ESPACIAL	Ubicación incorrecta de datos	Ubicación incorrecta en la medida de los catetos, alteran el orden. Usan indebidamente las razones trigonométricas de acuerdo al triángulo.
	Ejes y comportamientos	Confunden el Rango con el Periodo. No aplican los cuadrantes – cuando el Seno y Coseno son positivos o negativos en el plano cartesiano. Invierte las respuestas entre Rango y Comportamiento.
	Graficacion de las funciones	Falta interpretación del comportamiento de las gráficas.
	OPERACIONAL Y TECNICO	Cálculos matemáticos equivocados
Mal uso de la calculadora		
Elevan solo el denominador al cuadrado. No hacen una correcta simplificación entre términos semejantes.		
Confusión de datos		Confunden la fracción con el decimal.
CONCEPTUAL Y DE ASOCIACION	Aplicación de un teorema o función cuando corresponde aplicar otro. <i>Viceversa</i>	En ocasiones usan de manera equivocada el teorema de Pitágoras. Suman en vez de restar o viceversa. Utilizan una razón trigonométrica en lugar de otra.
	Desarrollo de un teorema aplicando técnicas equivocadas.	Restan los catetos al hallar la hipotenusa.
		A un cateto le suman la hipotenusa para hallar el otro cateto.

Fuente: Los autores

6.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Durante la aplicación de las pruebas en 3 momentos y la confrontación entre pares, fue posible obtener información relevante sobre los errores que habitualmente cometen los estudiantes durante la aplicación y el estudio de la temática; teorema de Pitágoras y funciones trigonométricas de la asignatura de trigonometría para el grado decimo.

Cabe aclarar que los errores detallados por el grupo de investigación se circunscribieron, a pensamientos como el numérico, espacial, geométrico-métrico y Variacional. Por otro lado, no se puntualizaron errores de los estudiantes en el pensamiento aleatorio, ya que el contenido de trigonometría no los involucraba.

Esta situación genera una previa interpretación: los estudiantes cometen errores significativos por vacíos en momentos previos relacionados con la Geometría, los cálculos matemáticos, representaciones gráficas y sistemas de medición.

Con el trabajo de investigación llevado a cabo, se pudo reconocer que los errores que se evidenciaron durante la aplicación de los instrumentos, persisten y se manifiestan en otros niveles de la secundaria y, en otros casos, también algunos son particulares en cada uno de ellos. Asimismo, se encontró que en los dos sectores que participaron en el estudio, estos errores poseen características similares, en diferentes niveles de complejidad con la misma descripción y provenientes de concepciones matemáticas comunes.

Así, los errores que se evidencian en las evaluaciones de los estudiantes debido a concepciones inadecuadas sobre aspectos de cálculos fundamentales de la Matemática; resultados de la aplicación correcta e indicada de un teorema o función imperfecta; utilización de procedimientos equivocados y concepciones inadecuadas que no se pudieron reconocer; empleo de métodos y estrategias inventadas o deformadas, no formales pero originales, para la realización de algunas de las situaciones propuestas.

Es de destacar que la totalidad de los estudiantes de los dos centros educativos, que participaron del estudio cometieron algún tipo de error en la evaluación administrada; en consecuencia, no existieron trabajos que prescindieran de equivocaciones y desaciertos, así como tampoco hubo evaluaciones totalmente erradas. Esto revelaría, en cierta forma, que los errores forman parte de las evaluaciones de la mayoría de los estudiantes, y constituyen un elemento constante en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

Cabe señalar que se tuvieron presentes, en la evaluación suministrada a los estudiantes, los errores debidos a cálculos incorrectos o accidentales. Este hecho se atribuye que aunque las situaciones planteadas no requieren un tratamiento extenso en las operaciones, lo que genera la transferencia equivocada de

símbolos y números involucrados en cada ejercicio, también demandan conocimientos y técnicas previas de representaciones que son de importancia dentro de la investigación.

Por último, se observa que si bien en las situaciones relacionadas con ecuaciones, teoremas o formulas los estudiantes tenían la posibilidad de realizar un análisis retrospectivo de la solución o revisión para verificar que estuviera correcto su procedimientos, no se encontró ni un solo caso; aún entre quienes resolvieron correctamente los ejercicios planteados sobre el tema, que llevaran a cabo esta estrategia.

Esto puede deberse a que no se hace uso de estrategias de regulación metacognitiva, cuando se resuelven problemas matemáticos.

Se limitaron a la aplicación de una fórmula o a efectuar los cálculos y conversión de enunciados a gráficas y viceversa, que consideraron adecuadas, sin involucrar otro proceso. Ya que una revisión retrospectiva o de regresión que permita obviar muchos de los errores que se cometen en la resolución de las evaluaciones, y sin embargo, no parece ser considerado de esta manera por los estudiantes.

La revisión bibliográfica llevada a cabo ha demostrado que gran parte de los errores que cometen los estudiantes en Matemáticas se remontan a obstáculos epistemológicos y dificultades en la representación y el aprendizaje, que los propios matemáticos y los programas educativos, han enfrentado y superado con el correr de los años.

Esta situación advierte sobre las dificultades que pueden arrastrar al estudiante a la mayoría de los contenidos que se abordan en trigonometría, los que de ninguna manera son insignificantes, y demandan, por otra parte, de mucho tiempo para su apropiación y consolidación.

En este sentido, el análisis llevado a cabo en la presente investigación de los errores registrados en las evaluaciones de los estudiantes, se infieren que gran parte de las equivocaciones cometidas tienen su origen en las dificultades en el tratamiento y la conversión de las representaciones planteadas por Raymond, (1993) descritos posteriormente.

La palabra representación, según Duval, (1993) tiene un doble valor en matemáticas, es a la vez importante y secundario, además es un término difícil de definir (Linares, 1994). Una escritura, una notación, un símbolo representando un objeto matemático, las figuras geométricas, son ejemplos de representaciones Kaput, (1987).

Uno de los aspectos a considerar es que los estudiantes no confundan los objetos matemáticos con sus representaciones, y se sabe que toda confusión implica una

pérdida de comprensión, donde el objeto representado es lo que importa y no sus representaciones.

Entonces para el presente trabajo se considerara a las representaciones semióticas como el medio de exteriorizar las representaciones internas para fines de comunicación, es decir, para hacerlas visibles, accesibles a otros o para que sean revisadas y calificadas por el docente.

Duval, (1993), plantea que el desarrollo de las representaciones internas no puede separarse de la interiorización de las representaciones semióticas, que las representaciones semióticas no cumplen únicamente una función de expresión (para otros), cumplen una función de objetivación (para sí) y también una función de tratamiento (que no pueden cumplir las representaciones internas), que algunas actividades de tratamiento están directamente ligadas a la utilización de sistemas semióticos y finalmente que las representaciones semióticas muestran sistemas de signos diferentes.

Duval, (1993) identifica una actividad ligada a la producción de representaciones, y otra ligada a la aprehensión conceptual de los objetos matemáticos representados. Llama *semiosis* al primer tipo de actividad y *noesis* a la aprehensión conceptual de un objeto.

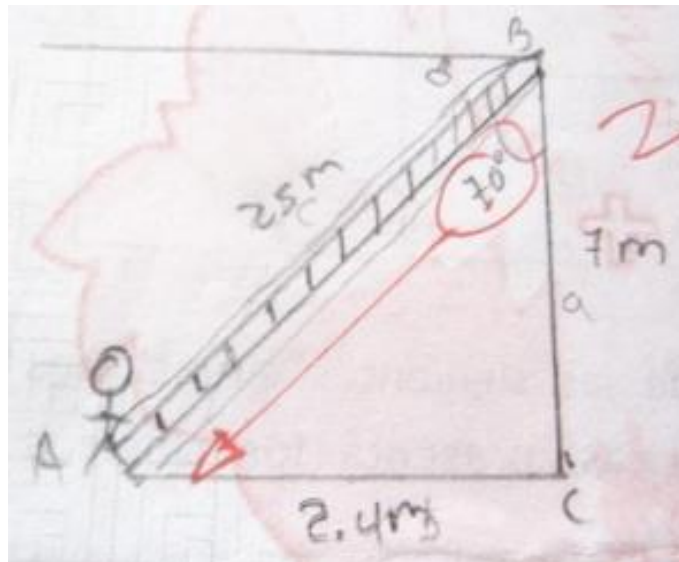
Partiendo del hecho de que Duval, (1993) plantea tres actividades incluidas dentro del sistema semiótico, para la presente investigación se determinó que los errores encontrados bajo las características mencionadas, se agruparan teniendo su origen; las dificultades que los estudiantes presentan cuando requieren de estas tres actividades para conseguir que haya coordinación entre las diferentes representaciones semióticas.

La primera dificultad se ve relacionada con el inconveniente o las barreras que los estudiantes presentan en **la identificación** de la presencia de una representación. Implica una selección de rasgos en el contenido a representar.

Partiendo entonces de la caracterización realizada a los errores encontrados en los dos centros educativos, encontramos que:

El enunciado de una frase, donde los estudiantes no indican el ángulo suministrado en el problema en el vértice correcto dentro del triángulo, señalando acá que el estudiante no es capaz de identificar y comprender los datos suministrados en los enunciados de los problemas.

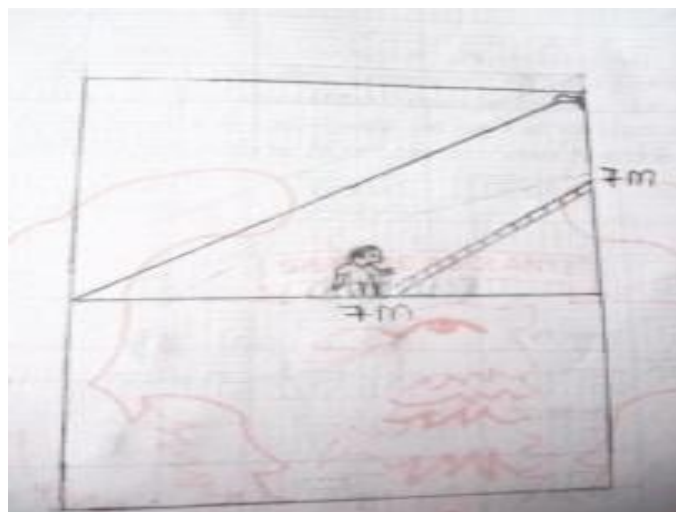
Figura 2.Evidencia error 1



Fuente: Los autores

Diseño de una figura geométrica, donde los estudiantes confunden las figuras geométricas, representando los enunciados con figuras diferentes a un triángulo, asociando las descripciones de la situación problema con rectángulos o triángulos no rectángulos.

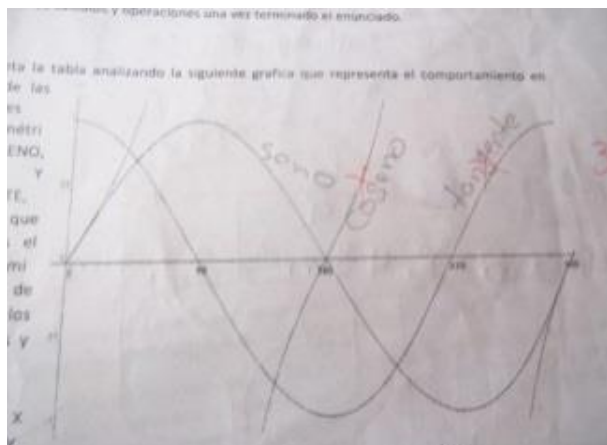
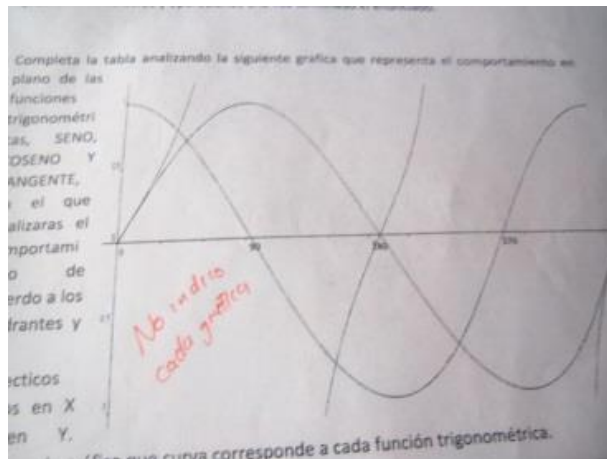
Figura 3.Evidencia error 2



Fuente: Los autores

Reconocimiento de un esquema, donde los estudiantes se confunden en la identificación de las escalas de los ejes x & y, dentro del plano cartesiano, Indican que un comportamiento es creciente cuando este es decreciente y viceversa. Y de mayor relevancia se encontró que confunden las gráficas de las funciones seno, coseno y tangente, o no identifican ninguna de estas.

Figura 4. Evidencia error 3



a corresponde a cada función trigon

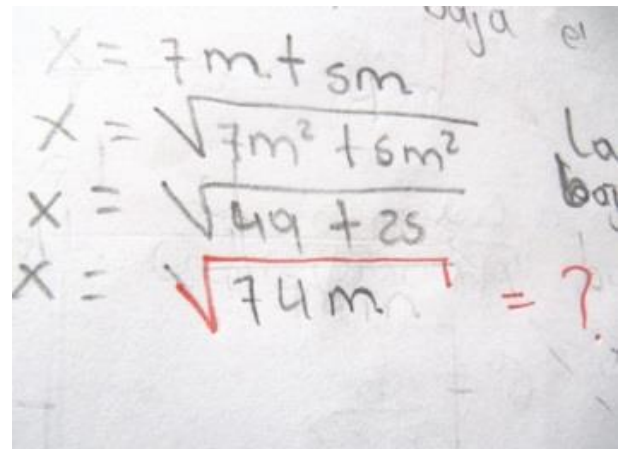
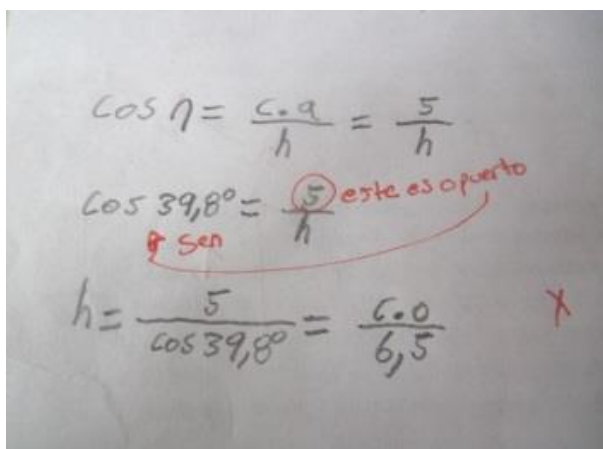
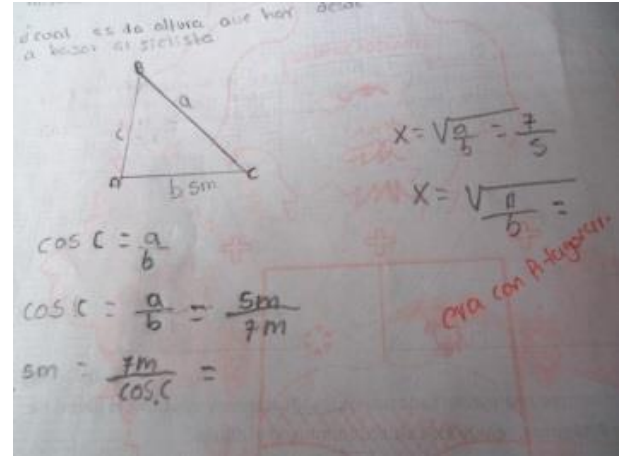
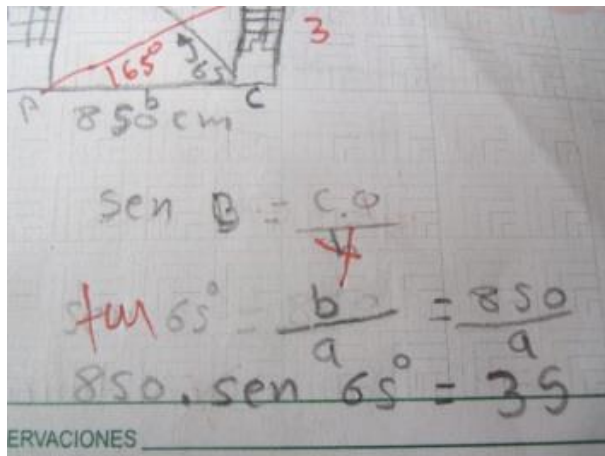
Comportamiento			
	COS	TAN	S
	creciente	decreciente	(0-
	decreciente	decreciente	(0-
	decreciente	creciente	(0-
	creciente	creciente	(-1-
	X	2	

Fuente: Los autores

Escritura de una fórmula, errores tales como indicar una razón trigonométrica como reemplazo a la aplicación del teorema de Pitágoras, y el uso de una razón trigonométrica para el cálculo de uno de los catetos o hipotenusa cuando corresponde utilizar otra razón trigonométrica. Y por último se encuentra que aunque identifican la formula correcta para la solución del ejercicio, equivocan alguna variable, indican un cateto equivocado, omiten la escritura de la raíz,

intercambian la posición de los catetos e hipotenusa en el fraccionario de las funciones seno, coseno o tangente.

Figura 5.Evidencia error 4

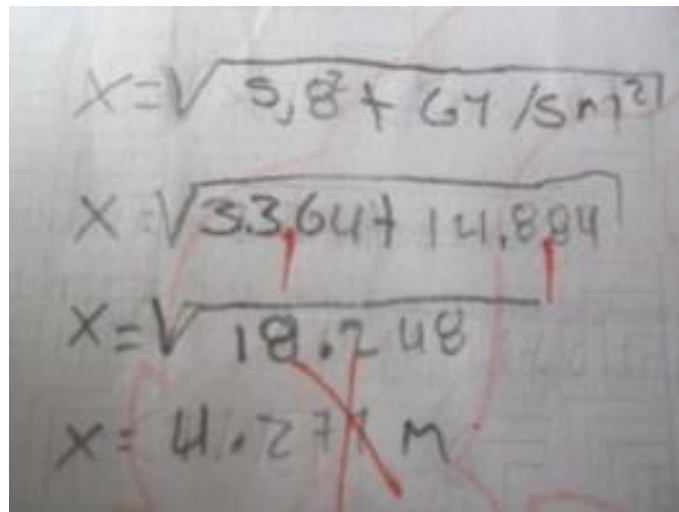
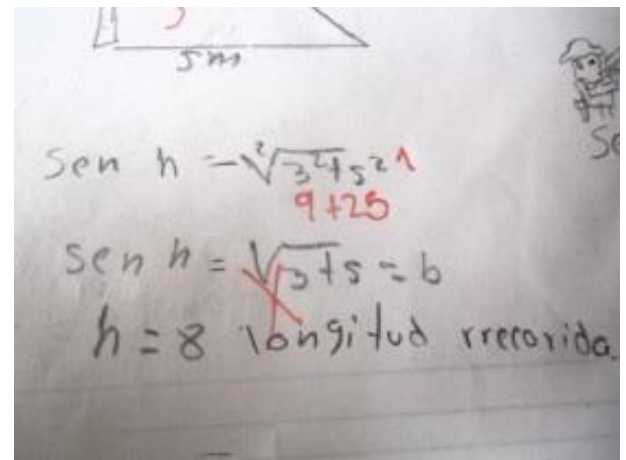
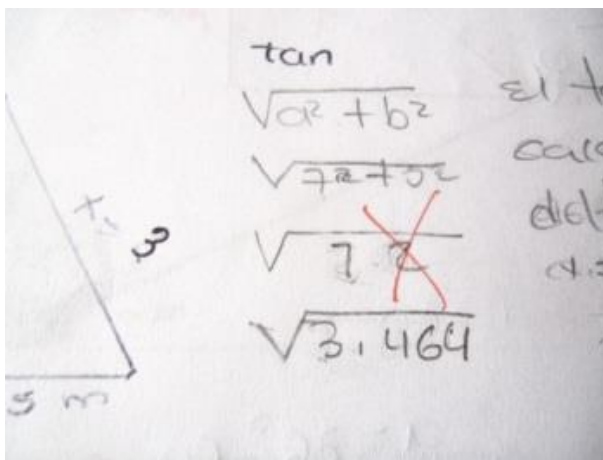


Fuente: Los autores

Como segunda dificultad, se referencia entonces el inconveniente en el **tratamiento de una representación**, definida como la transformación de una representación en otra del mismo sistema. Es una transformación interna a un sistema y el desarrollo de este último, para esta dificultad encontramos errores implicados en los siguientes tratamientos:

El cálculo es una forma de tratamiento propia de las escrituras simbólicas, donde intervienen errores referidos; como en el cálculo del teorema de Pitágoras no calculan la raíz y dan como respuesta la suma de los cuadrados de los catetos.

Figura 6.Evidencia error 5



Fuente: Los autores

Sacar la raíz de un numero dividiendo en 2, no dividen el numerador en el denominador antes de elevarlo al cuadrado y cuando elevan un número decimal al cuadrado, no indican la parte decimal convirtiéndolo en número entero.

Figura 7. Evidencia error 6

el de los cables eléctricos
Calcula la distancia a la
al suelo donde se encuent

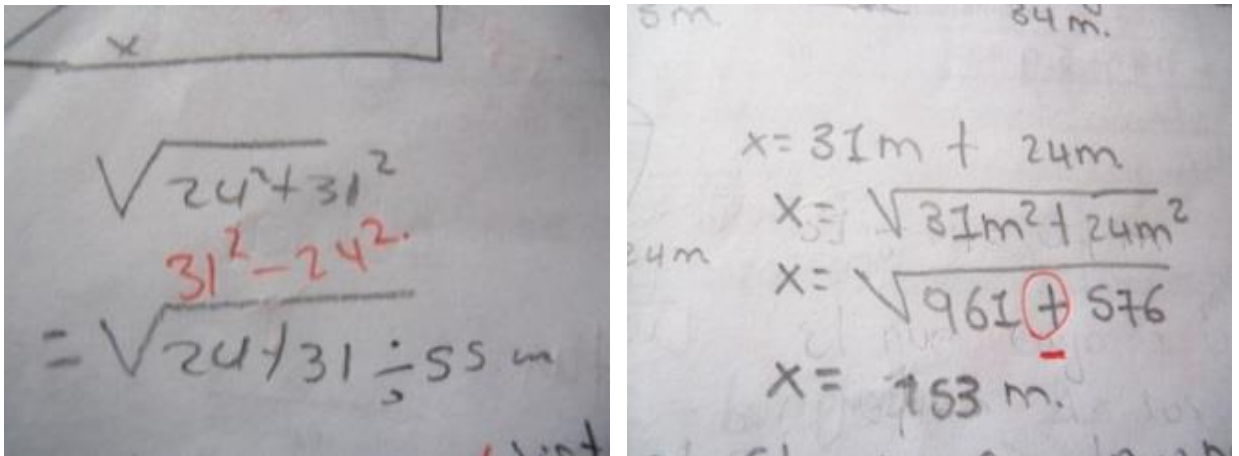
$$A = \sqrt{b^2 + c^2}$$
$$A = \sqrt{3,8^2 + 6,1^2}$$
$$A = 3 \cdot 6 + 3 \cdot 3 = 37,38$$
$$\sqrt{37,38} = 6,11 \text{ m}$$

$\frac{6,1}{6} = 12,2$

Fuente: Los autores

Así como en el cálculo de una potencia, multiplican la base por el exponente, o en la raíz del teorema de Pitágoras suman los catetos antes de elevarlos al cuadrado y para calcular uno de sus catetos, suman los cuadrados de las dimensiones suministradas, cuando a la mayor se le debe restar la menor y multiplicar los cuadrados de los catetos cuando estos deben sumarse.

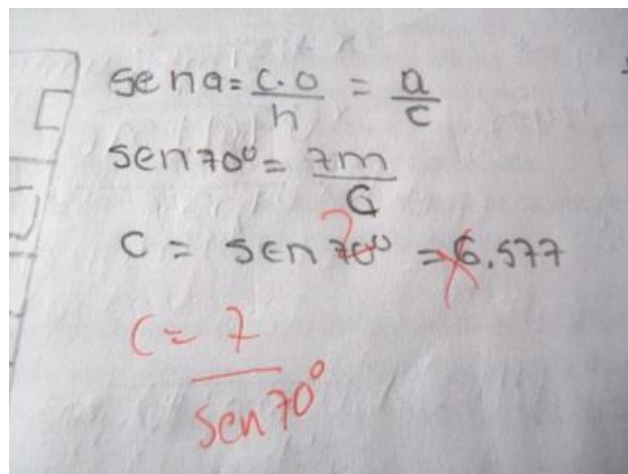
Figura 8.Evidencia error 7



Fuente: Los autores

El despeje equivocado de los datos en la aplicación de las funciones trigonométricas, todos estos se relación con la incorrecta identificación de los procedimientos y operaciones correctas para la solución del ejercicio.

Figura 9.Evidencia error 8



Fuente: Los autores

Al aplicar una función trigonométrica, intercambian el número del Angulo por el número de la dimensión de unos de los lados, o calculan una razón trigonométrica usando dimensiones de lados o números que no corresponden al ejercicio.

Figura 10.Evidencia error 9

Handwritten work on a grid background showing several errors in trigonometric calculations:

$$\cos n = \frac{C.a}{ch} = \frac{43}{h}$$

$$\cos 33 = \frac{43}{h}$$

$$h = \frac{33}{\cos 43} = -0.5 \text{ RTA. Lo ci}$$

The numbers 33, 43, and 43 are circled in red. A red arrow points from the circled 43 in the second equation to the circled 43 in the third equation.

Handwritten work on a grid background showing errors and a note:

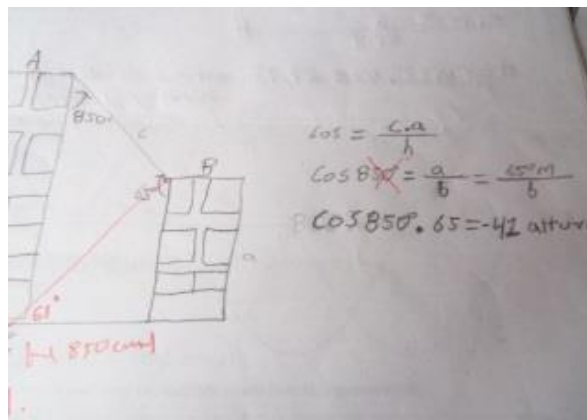
$$\cos B = \frac{b}{c}$$

$$\cos B = \frac{5m}{3m}$$

A red arrow points from the second equation to the text "se confunde ángulo".

$$B = \frac{5m}{\cos 3m} = 5.00.$$

Below the calculations, it says "RTA: la longitud del".



Fuente: Los autores

En el momento de calcular, cambian algún número, en el papel o la digitación en la calculadora, obteniendo una respuesta equivocada.

Figura 11. Evidencia error 10

Distancia sobre el Suelo
Inferior de la escalera es d

$$\cos A = \frac{c.a}{h} = \frac{850 \text{ cm}}{h}$$
$$\cos 65^\circ = \frac{850 \text{ cm}}{h}$$
$$h = \frac{850 \text{ cm}}{\cos 65^\circ} = 2.011 \text{ m}$$

Fuente: Los autores

Restan el excedente en la altura, cuando este debe ser sumado al resultado ya que es el faltante.

Figura 12. Evidencia error 11

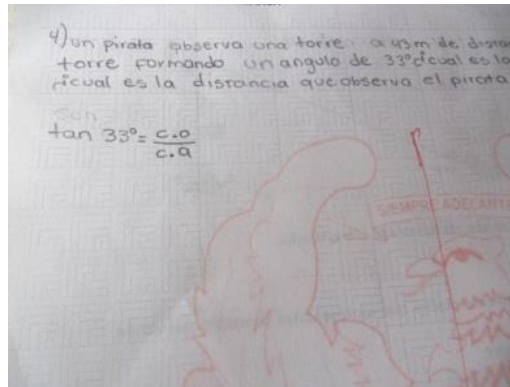
$$\eta = 33^\circ$$
$$\tan 33^\circ = \frac{c.a}{c.o}$$
$$\tan 33^\circ = \frac{a}{43}$$
$$a = \tan 33.43^\circ = 27.9 \text{ m}$$

Falta Sumarle un 0

Fuente: Los autores

Y por último que por omisión los estudiantes plantean las fórmulas o representaciones que daría solución al ejercicio, pero no lo desarrollan y/o no calculan, dejando incompleto el ejercicio. Lo que se entiende como una ausencia en el tratamiento del cálculo operacional del ejercicio.

Figura 13.Evidencia error 12



Fuente: Los autores

La reconstrucción o análisis de figuras y graficas es un tipo de tratamiento de la graficación las figuras geométricas, encontrando para esta dificultad errores como que los estudiantes no aplican los cuadrantes, cuando el Seno y Coseno son positivos o negativos en el plano cartesiano.

Indican para las gráficas de las funciones que sus rangos inician siempre en 0 y en el análisis del comportamiento de las funciones trigonométricas indican para los rangos x o y, los datos que corresponden al otro eje.

Figura 14.Evidencia error 13

... donde a cada función trigonométrica.

Comportamiento		Rango En Y		
COS	TAN	SEN	COS	TAN
creciente	decreciente	$[0, 90^\circ]$	$[-1, 1]$	$[-1, 90^\circ]$
decreciente	decreciente	$[90^\circ, 180^\circ]$	$[-1, 1]$	$[90^\circ, 180^\circ]$
decreciente	creciente	$[180^\circ, 270^\circ]$	$[-1, 1]$	$[-180^\circ, 270^\circ]$
decreciente	creciente	$[270^\circ, 360^\circ]$	$[-1, 1]$	$[270^\circ, 360^\circ]$

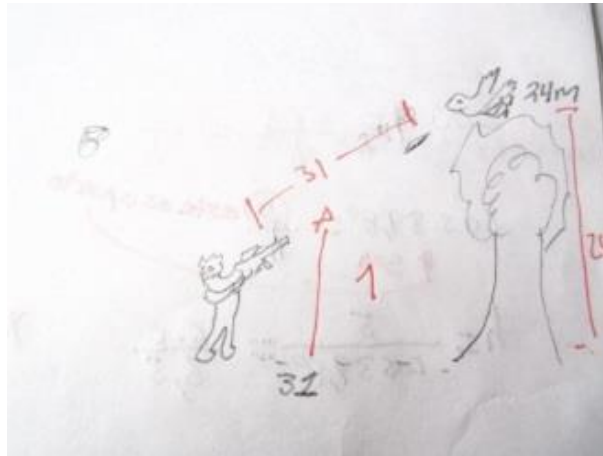
... gráfica que curva corresponde a cada función trigonométrica.

Comportamiento			Rango En Y		
SEN	COS	TAN	SEN	COS	TAN
$[-1, 1]$	$[-1, 1]$	$[-\infty, \infty]$	$[-1, 1]$	$[-1, 1]$	$[-\infty, \infty]$
$[-1, 1]$	$[-1, 1]$	$[-\infty, \infty]$	$[-1, 1]$	$[-1, 1]$	$[-\infty, \infty]$
$[-1, 1]$	$[-1, 1]$	$[-\infty, \infty]$	$[-1, 1]$	$[-1, 1]$	$[-\infty, \infty]$
$[-1, 1]$	$[-1, 1]$	$[-\infty, \infty]$	$[-1, 1]$	$[-1, 1]$	$[-\infty, \infty]$

Fuente: Los autores

Lo que infiere a la reconstrucción de una figura geométrica los estudiantes asignan la dimensión de un cateto suministrado por el enunciado al cateto equivocado en su representación gráfica o al momento de calcular.

Figura 15.Evidencia error 14



Fuente: Los autores

Como tercera y última dificultad basados en el referente teórico planteado por Duval, (1993), se establece entonces como las barreras o inconvenientes que los estudiantes manifiestan en **la conversión de una representación**, que se entiende como la transformación de esta representación en una representación de otro sistema conservando la totalidad o sólo una parte del contenido de la representación inicial, o la conversión es una transformación externa del sistema de partida.

Por ejemplo, la descripción es la conversión de una representación no verbal (esquema, figura, grafía) en una representación lingüística.

Para esta última dificultad dentro de la investigación encontramos errores como que los estudiantes calculan de medidas en unidades distintas a las suministradas y relación incorrecta entre unidades diferentes.

Figura 16. Evidencia error 15

Handwritten mathematical work on a piece of paper. The first line shows the formula $\tan 65^\circ = \frac{b}{a}$. The second line shows $\tan 65^\circ = \frac{850 \text{ cm}}{a}$. The third line shows the calculation $a = \frac{850 \text{ cm}}{\tan 65^\circ} = 396.3 \text{ m}$. There are red markings: a red 'X' above the result, a red arrow pointing to the result, and the text '396 cm' written in red below the result.

Fuente: Los autores

No dimensionan la realidad, dando respuestas con longitudes muy por debajo o muy por encima de los datos suministrados.

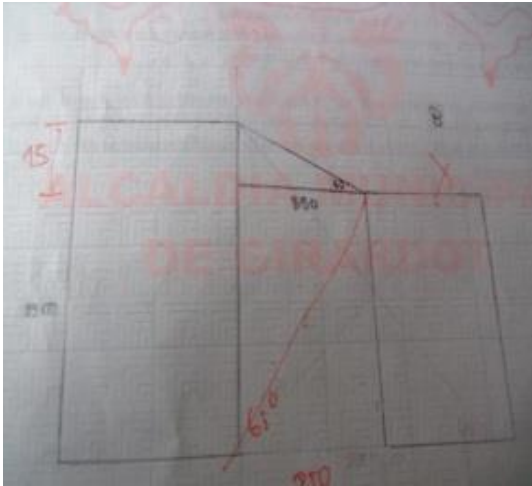
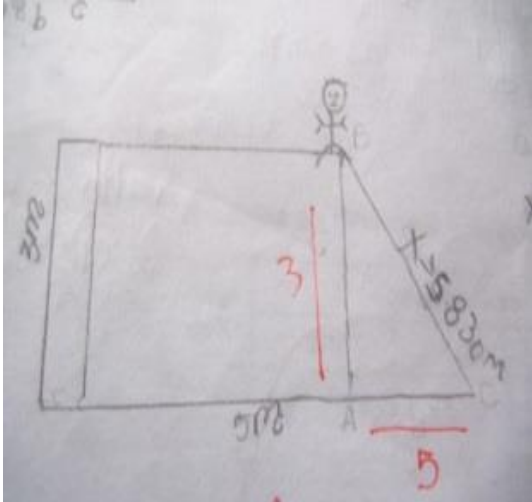
Figura 17. Evidencia error 16

Handwritten text on a piece of paper. The text reads: "24 el pasaje hacia", "proximamente a", "0.77 m de pies de", "casador Pongale", "Sentido." There is a red 'X' drawn over the text. A red line is drawn under the text "0.77 m de pies de".

Fuente: Los autores

Representan el enunciado, utilizando figuras o esquemas inusuales e indicando dimensiones que no corresponden a la información, donde la representación gráfica es equivocada con respecto a los enunciados.

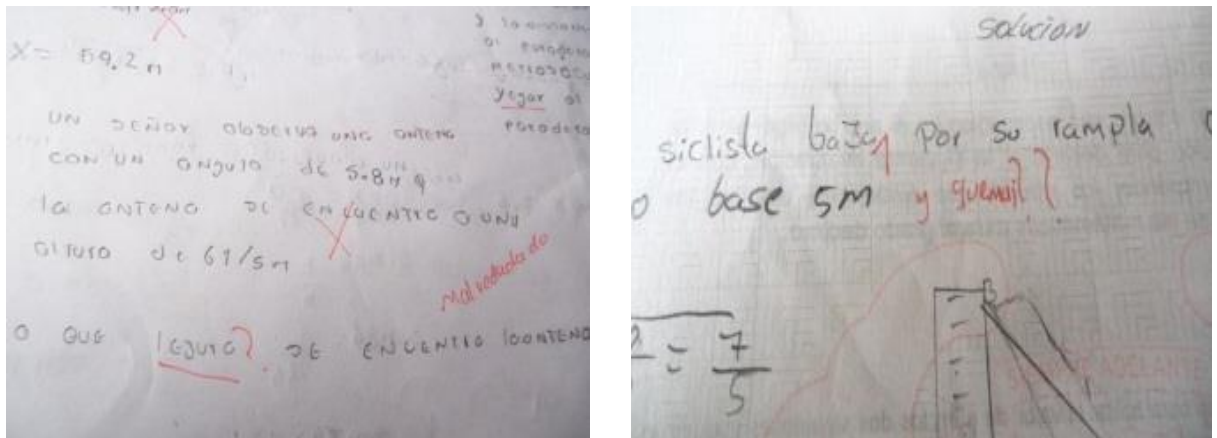
Figura 18.Evidencia error 17



Fuente: Los autores

Construcción equivocada de los enunciados a partir de una incorrecta revisión y análisis de los gráficos.

Figura 19. Evidencia error 18



Fuente: Los autores

No generan ningún planteamiento que dé solución al ejercicio planteado.

Figura 20. Evidencia error 19

que curva corresponde a cada función trigonométrica.

EN.	Comportamiento		Rango En Y		
	COS	TAN	SEN	COS	TAN
ante		Constante			
ante					
x					
x					

2

Fuente: Los autores

7. CONCLUSIONES

- Se sigue considerando la evaluación como un error, debido a que se viene implementando una propuesta para orientar y mejorar no solo el currículo de Matemáticas en los Proyectos Educativos Institucionales sino los procesos y procedimientos de clase.
- En los sistemas de evaluación y en el planeamiento del área de matemáticas es necesario, generar procesos de reflexión, análisis crítico y ajustes progresivos en la ejecución de lo planeado por parte de los maestros, ya que el concepto que se maneja por parte de ellos en general es más limitado y se relaciona especialmente con la medición y la emisión de juicios numéricos para expresar lo que el estudiante aprende.
- El concepto de evaluación en Matemáticas por parte de los docentes, puede ampliarse ya que los parámetros de la educación han evolucionado; quiere decir que el rol del profesor debe cambiar ya que manejamos un nuevo concepto de educación basado en el aprendizaje y centrado en el alumno, sus ritmos de desarrollo, sus competencias, sus motivaciones y el sentido práctico del área. La evaluación implica una visión más global de lo que se le encarga, ya que su misión será guiar y acompañar al alumno a través de un conjunto de actividades y/o experiencias educativas para poder hacer un proceso de evaluación que vaya más allá de la nota final.
- La evaluación de los estudiantes se encuentra caracterizada por desarrollarse en el marco de las competencias, con base en los estándares básicos establecidos. Sin embargo toda institución educativa, ha de verificar efectivamente, que su currículo se encuentre alineado con dicho marco, como referente mínimo, pero sobre todo que se materialice en las prácticas.
- La finalidad al evaluar en los planteamientos escritos de los colegios abarca más propósitos que las respuestas dadas por los docentes en el cuestionario, donde se relaciona especialmente con el resultado numérico lo que el estudiante aprendió, lo cual es solo una parte del proceso evaluativo. Es decir, se olvidan otros elementos que participan en el proceso educativo porque la evaluación no debe limitarse a comprobar resultados, a conocer o a interesarse de lo que el alumno es, sino que es un elemento más del proceso de educación, es una medida de servicio y apoyo al alumno, para su posible motivación. Y sólo adquiere sentido si constituye la base para la toma de decisiones acerca de lo que cada alumno puede y debe hacer para proseguir su educación, ya que debe adaptarse en lo posible a las características personales de los alumnos.

- Los resultados de la evaluación se están limitando a registrar una nota y promover o no al estudiante, pero los resultados son de gran utilidad ya que son el fundamento para la toma de decisiones y la ejecución de acciones tendientes a mejorar. Por eso, en el caso de las Matemáticas los resultados de la evaluación son la posibilidad de reformular las clases, el sistema de evaluación, las técnicas evaluativas, el mismo sistema diseñado: el tipo de pruebas escritas y/o el tipo de preguntas, entre otros. Es decir, no solo dar cuenta de los estudiantes y promocionarlos sino llevar al análisis o al debate todos los temas relacionados con usos y beneficios de la evaluación para generar acciones de cambio y de retroalimentación de la dinámica de las prácticas docentes especialmente.
- En conclusión, en esta investigación fue posible analizar el error y plantear preguntas orientadoras para que los alumnos detecten su error y lo modifiquen. Sin embargo, la mayoría sí buscan nuevas estrategias de resolución. La representación que los alumnos tienen de sus "errores" es diferente: mientras que algunos son capaces de elaborar un nuevo aprendizaje a partir de los errores, otros se avergüenzan de hacer comentarios sobre los mismos y no son capaces de revisarlos, lo que implica que necesitan de un proceso más lento.
- En relación con el aprendizaje de los alumnos, evidentemente es utópico pensar que en el breve espacio compartido podamos conocer y evaluar todo el aprendizaje realizado por ellos, pues es difícil captar toda la complejidad de las situaciones de enseñanza y sus interacciones.
- Pero la experiencia sí nos ha permitido constatar que reflexionar sobre los errores como instrumento de evaluación tiene un significativo potencial para promover aprendizajes más significativos para los alumnos.

8. RECOMENDACIONES

Según lo expuesto hasta el momento y en consonancia con un nuevo sentir pedagógico, está bien decir que el error es una escuela de tolerancia y comprensión. En donde los errores inducen a reflexionar, a plantear el porqué de los hechos y procesos, e indagar los fallos de las estrategias.

Con mucha frecuencia se olvida que el error procede de un razonamiento en el que se han empleado principios o argumentos inadecuados para abordar un tema. Por lo tanto, es preciso revisar el sistema actual de evaluación de los aprendizajes haciéndolo diversificado, multidimensional y coherente con los nuevos procesos de enseñanza que día a día emergen.

De las evaluaciones que se realizan donde se miden resultados numéricos y de procedimientos, se recomienda hacer más énfasis en la aplicación de otras actividades o tipo de preguntas donde se refleje la práctica de las Matemáticas. El tipo de preguntas que se aplican en las pruebas saber, son una buena opción, pues hay interpretación de gráficos, comparación de datos, manejo de cantidades en tablas, interpretación de figuras, entre otros,

Generar la diversidad en los ritmos de aprendizaje y la implementación de estrategias que muchas veces no se pueden individualizar en razón del número de estudiantes, pero es posible aplicar además de pruebas escritas, otras orales y talleres o simulacros que ayuden a reconocer cuáles son los ritmos de aprendizaje que presentan los estudiantes, para con ello, generar las estrategias adecuadas, a fin de facilitar al estudiante el desarrollo de las competencias requeridas desde el campo matemático.

La evaluación desde el concepto y visión de los docentes debe ampliarse o transformarse de acuerdo a lo planteado en este trabajo, donde se insiste en que se determine el grado de desarrollo alcanzado por el estudiante en su proceso formativo, teniendo en cuenta en él, toda la complejidad que conllevan: dimensiones del desarrollo humano, saberes requeridos, saber ser, saber convivir, saber conocer y saber hacer, entre otros, porque desde la transversalidad cualquier área debe dar cuenta de los diferentes aspectos.

Cabe señalar finalmente que en la bibliografía consultada sobre errores, se mencionan muchos otros que no fueron señalados en los resultados de la presente investigación, llevando a afirmar que posiblemente cada nivel de la educación básica presenta algunos errores que difieren de otros niveles, y que la aplicación de otros instrumentos hubiese generado resultados distintos en algunos aspectos.

Por lo cual se hace necesario dejar las siguientes preguntas a maneras de reflexión:

¿Cómo se puede organizar el currículo de Matemáticas? ¿Qué énfasis es necesario hacer? ¿Qué principios, estrategias y criterios orientarían la evaluación del desempeño matemático de los estudiantes? ¿Cómo diseñar una estrategia didáctica para que los estudiantes no caigan en la contradicción generada por la ambigüedad de los conceptos matemáticos? ¿Cómo generar en los maestros el hábito de reflexionar críticamente y contrastar con los conocimientos de las disciplinas puras, lo presentado por los estudiantes en las diferentes técnicas de la evaluación?

Es decir, que la reflexión y la discusión a estas preguntas pueden ser referentes para la deconstrucción del concepto de evaluación en Matemáticas, procesos y procedimientos y resultados del área.

REFERENCIAS

- Abrate, R., Vargas, J. (2006). Errores y dificultades en matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo. Universidad Nacional de Villa María.
- Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. (2011). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa Colegio Mexicano de Matemática Educativa.
- Blanco, P. (2009). *Dificultades Específicas del Aprendizaje de las matemáticas*. En los primeros años de la escolaridad. Detección precoz y característica evolutiva. Secretaría General Técnica De España.
- Casanova, M. (1992). *La evaluación, garantía de calidad para el Centro Educativo*. Zaragoza: Edelvives.
- Castillo, S. & Cabrerizo, J. (2010). *Evaluación educativa de aprendizajes y competencias*. Madrid: Pearson.
- Colombia, Ministerio de Educación Nacional. (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares. Bogotá.
- Colombia, Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Bogotá.
- Cruz, V, et al. (2011). *Análisis de las clases de errores que cometen los alumnos y propuesta de andamiaje para aquellos errores que requieren cambio conceptual*. Facultad de Educación. Pontificia Universidad Católica de Chile. Iberoamericana de Educación. Revista Ibero-americana de Educación.
- Duval, R. (1993). *Semiosis y noesis*. Lecturas en Didáctica de las Matemáticas: Escuela Francesa. México: Departamento de Didáctica. Educativa del Cinvestav-Ipn.
- Engler, A., et al. (s.f.). Errores En El Aprendizaje De Matemática, Facultad de Ciencias Agrarias - Universidad Nacional del Litoral – Argentina.
- Fandiño, M. (2006). *Currículo, evaluación y formación docente en Matemática*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- García, L. (2010). *Evaluar formativamente algo más que diseñar y aplicar instrumentos*. Congreso internacional de evaluación de los aprendizajes. Santiago de Chile.

- García, S. (2010). *Análisis de errores y dificultades en la resolución de tareas algebraicas por alumnos de primer ingreso en nivel licenciatura*. Universidad de Granada. Facultad de Ciencias de la Educación.
- Kilpatrick, J. & Rico, L. (1998). *Educación Matemática*. Errores y Dificultades de los Estudiantes. Resolución de Problemas evaluación. Historia, una empresa docente: Universidad de los Andes.
- Penalva, M. & Torregrosa, G. (2001). *Representación y aprendizaje de las matemáticas, Área de Didáctica de la Matemática*. Facultad de Educación. Universidad de Alicante.
- Romero. & Lavigne, C. (2005). *Aprendizaje: unificación de criterios diagnósticos*. Junta de Andalucía Consejería de Educación. Dirección General de Participación y Solidaridad Educativa.

ANEXO

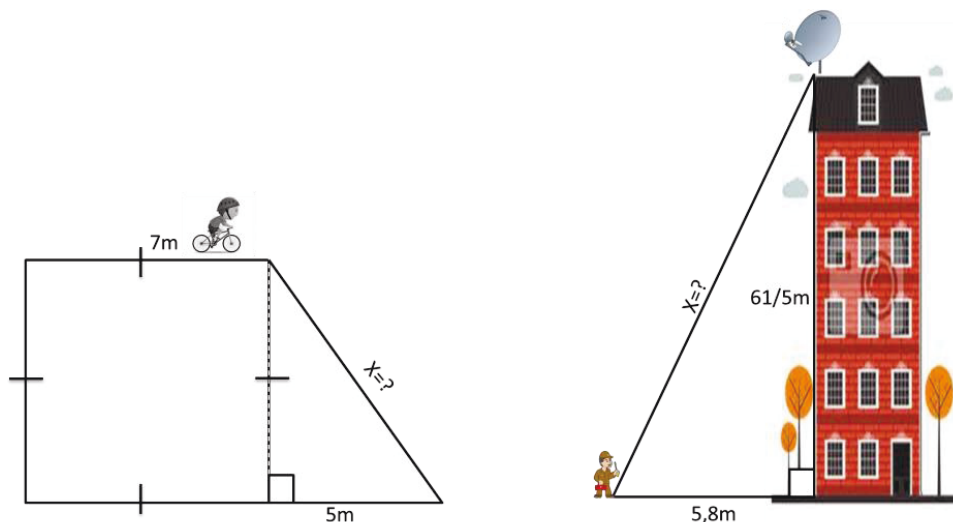
Anexo A. Instrumento en tres momentos como evaluación aplicada a los estudiantes del grado decimo de las dos instituciones.

Nombre _____ fecha _____

En el marco de la Maestría en Educación, solicito su valiosa colaboración para desarrollar la siguiente evaluación, con el objetivo de identificar y comprender los errores que evidencien ustedes los estudiantes en la evaluación de las matemáticas para el grado decimo.

COMPETENCIA INTERPRETATIVA

1. Utiliza el **teorema de Pitágoras** para hallar el valor de **x** en los dos siguientes esquemas, construye el enunciado explicando la situación que sucede en el gráfico, y realizando las preguntas correspondientes. Realiza los cálculos terminado el enunciado



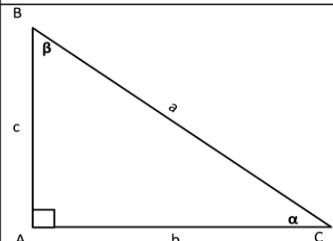
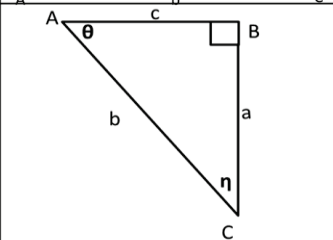
Realiza el dibujo o grafico que represente cada una de las situaciones y soluciona el problema usando el **teorema de Pitágoras**, realiza los cálculos terminado el dibujo.

- a. Un rodadero que tiene de alto 3 m, es usado por los niños de primaria para deslizarse, si conocemos que la distancia entre la escalera que usan los niños para subir al tobogán y el extremo en el que ellos caen al suelo es de 5 m, ¿cuál es la longitud del tobogán?, que es el recorrido que los niños se deslizan sobre él.
- b. Un cazador dispara su arma y logra alcanzar un ave que se encontraba aproximadamente a 24 m de altura, suponiendo que la bala recorrió 31 m, y

que el ave desciende de manera vertical al suelo. ¿a qué distancia cae el ave de los pies del cazador?

COMPETENCIA PROPOSITIVA

2. Verifica los valores subrayados de la tabla 1.0 haciendo uso de las **razones trigonométricas** de los valores de los ángulos indicados y de los valores que no están subrayados. Comprueba cada resultado realizando los cálculos y procedimientos pertinentes para cada caso en la hoja en blanco anexa a este examen, e indica si está correcto, de no serlo anota el valor correcto si es el caso. Completa los espacios si es el caso.

REPRESENTACION GRAFICA	ANGULO	CATETO OPUESTO	CATETO ADYACENTE	HIPOTENUSA
	$\beta = 54^\circ$	<u>13</u>	8	<u>13,6</u>
	$\alpha = 36^\circ$			
	$\theta = 50,2^\circ$			<u>8,8</u>
	$\eta = 39,8^\circ$	5	<u>6</u>	

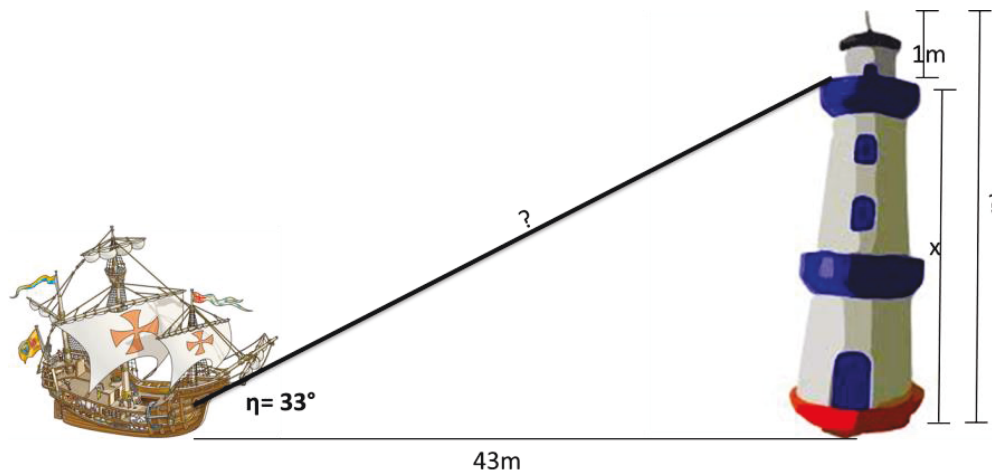
3. Realiza el dibujo o grafico que represente cada una de las siguientes situaciones y soluciona el problema usando las **razones trigonométricas**, presenta los cálculos y operaciones que realizaste en la hoja anexa.
- a. Un electricista, empleado de la empresa de energía del departamento, debe realizar el cambio de una bombilla de la parte exterior de una oficina, conociendo de antemano que la bombilla se encuentra a 7 m de altura sobre el piso, el electricista instala su escalera de tal manera que esta forme un Angulo de 70° con el suelo y que el extremo superior de esta alcance la mitad de la altura de la que se encuentra la bombilla.

Usando las razones trigonométricas, calcula la longitud de la escalera y la distancia sobre el suelo que separa la pared del extremo inferior de la escalera.

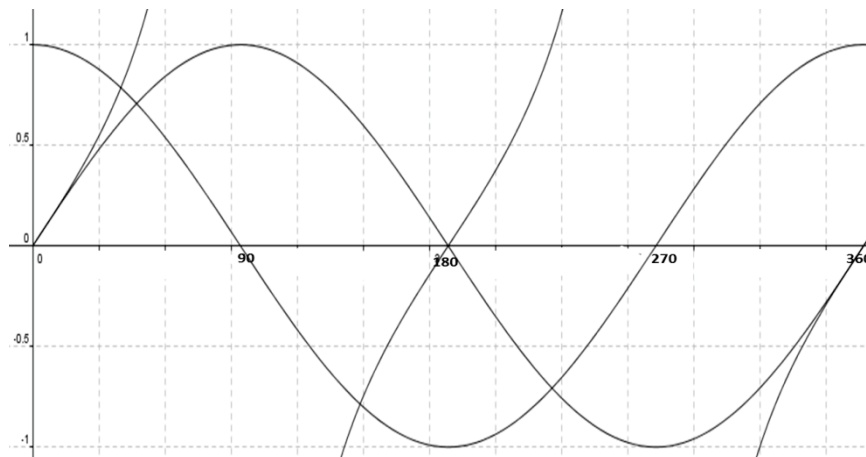
- b. Un edificio (A), se encuentra a 850 cm de distancia de otro edificio (B), si sabemos que el Angulo que forma sobre el suelo una línea proyectada entre la base del edificio A y el último piso del edificio B es de 65° . Calcula la altura en metros de los edificios sabiendo que el A es 15 m más alto que el B.

COMPETENCIA ARGUMENTATIVA

4. Realiza el dibujo o grafico que represente la siguiente situación y soluciona el problema calculando los datos que hagan falta usando las razones trigonométricas, presenta los cálculos y operaciones una vez terminado el enunciado.



5. Completa la tabla analizando la siguiente grafica que representa el comportamiento en plano de las funciones trigonométricas, SENO, COSENO Y TANGENTE, en el que analizaras el comportamiento de acuerdo a los cuadrantes y sus respectivos rangos en X & en Y. Señala en la gráfica que curva corresponde a cada función trigonométrica.



Cuadrante	Rango en X	Comportamiento			Rango En Y		
		SEN	COS	TAN	SEN	COS	TAN