

УДК 658.5.011.56

В.В. Дубовой, инженер,
Е.Г. Трофименко, инженер,
Т.П. Яценко, канд. физ.-мат. наук, доц.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСИММЕТРИЧНОГО НАГРЕВА АНИЗОТРОПНЫХ СРЕД

В.В. Дубовой, О.Г. Трофименко, Т.П.Яценко.
Моделювання несиметричного нагріву анізотропних середовищ. Розроблено засіб моделювання теплових потоків несиметричних систем. Досліджено термічні умови, які виникають при односторонньому нагріві плоского об'єкту потоком газів чи плазми, який переміщується уздовж площини, а також принципи побудови моделі і новий спосіб визначення її параметрів.

V.V. Dubovoy, E.G. Trofimenko, T.P.Yatsenko.
Modelling of asymmetrical heating of the anisotropic media. A method is developed for modelling of heat flows of asymmetrical systems. Investigations were carried out into thermal conditions occurred during one-sided heating of a flat object by flow of gases or plasma moving along the plane, as well as principles of model construction and new method for determination of its parameters.

В машиностроении, металлургии и строительной технологии часто встречаются тепловые задачи, которые могут быть отнесены к классу одностороннего несимметричного нагрева. В частности, такая задача возникает при остекловывании (оплавлении) протяженной поверхности узким пламенем плазменной или газовой горелки.

Рассмотрим задачу, возникающую при натекании двухмерного потока газа на плоскость (см. рисунок).

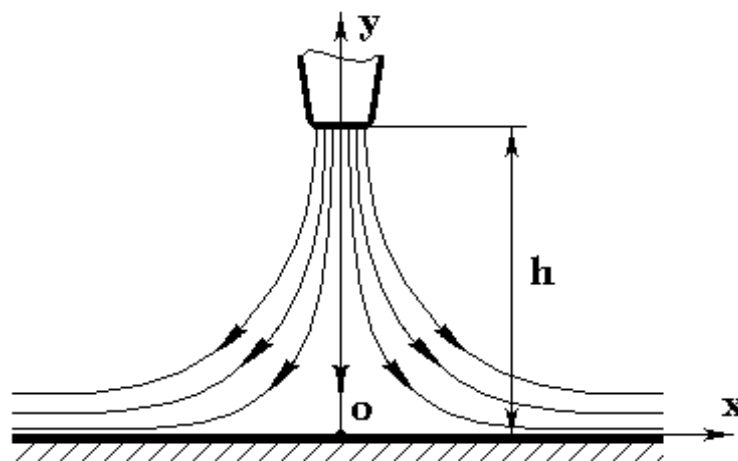


Схема натекания потока газа из сопла горелки на плоскость

Выберем следующую систему координат: пусть ось Y выходит из критической точки O навстречу потоку, ось X расположена вдоль потока, растекающегося по преграде. Скорость на внешней кромке пограничного слоя представляется в виде степенного ряда относительно переменной [1]:

$$\omega_1 = u_1 X + u_3 X^3 + u_5 X^5 + \dots, \quad (1)$$

где u_1, u_3, u_5, \dots — коэффициенты, зависящие исключительно от условий обтекания.

Скорость струи газа, истекающего из сопла, уменьшается по длине струи в результате взаимодействия с окружающей средой. Поэтому коэффициенты u_1, u_3, u_5, \dots при взаимодействии струи с преградой будут иметь различные значения в зависимости от расстояния h между срезом сопла и преградой. Для конкретных условий величины u_1, u_3, u_5, \dots , определяются экспериментально.

Необходимый для расчетов коэффициент теплоотдачи α может быть определен по формуле:

$$Nu = \frac{\alpha b_o}{\lambda} = b_o \sqrt{\frac{u_1}{\nu}} - \left[0.496 + 0.448 \frac{u_3}{u_1} x^3 + \dots \right], \quad (2)$$

где α — коэффициент теплоотдачи;

b_o — характерный размер отверстия сопла;

λ — коэффициент теплопроводности нагреваемого тела;

ν — кинематический коэффициент вязкости газа.

Моделирование таких систем осложняется следующими обстоятельствами:

— должно быть известно решение гидродинамической задачи о теплоотдаче при натекании осесимметричной струи раскаленных газов на плоскую поверхность обрабатываемого объекта;

— должны быть точно известны параметры перемещения газоплазменной горелки вдоль обрабатываемой поверхности (траектория сканирования, скорость перемещения и т. п.).

Целевой функцией моделирования обычно является обеспечение неравномерности прогрева обрабатываемого объекта в пределах заданного допуска. В частности, при остекловывании поверхности целью исследования может быть поиск такого режима обработки, при котором разница между самой толстой и самой тонкой частью остеклованного слоя была бы минимальной.

Моделирование таких процессов, которые можно отнести к высокоинтенсивным, наталкивается на ряд трудностей, связанных с отсутствием достаточно точных и экономичных математических моделей этих процессов и методов их решения. Решение таких задач разбивали на два этапа. На первом этапе рассматривали высокоинтенсивный нагрев плоской стенки для случая, когда подвод тепла осуществляется одновременно и равномерно по всей поверхности нагрева.

Традиционное аналитическое решение даже такой упрощенной задачи не эффективно, т. к. в тонком пограничном слое температура растет очень быстро по сравнению с основной массой стенки, которая в большинстве случаев за короткий период развития высокоинтенсивного теплового процесса вообще не успевает прогреться. В то же время, сингулярно-возмущенные дифференциальные уравнения позволяют описать процесс эволюции системы, содержащей переменные с разными скоростями изменения.

Рассмотрим в качестве примера высокоинтенсивный односторонний нагрев плоской стенки, аппроксимируемый следующей физической моделью.

Плоская стенка толщиной l нагревается одновременно по всей поверхности потоком с постоянной температурой T_n . Теплопередача через границу регулируется коэффициентом теплоотдачи. В течение непродолжительного времени t после момента соприкосновения, благодаря большому перепаду температур между нагретым телом и стенкой и низкой теплопроводности материала последней, такая стенка может быть условно разделена плоскостью, параллельной ее границам, на два слоя: тонкий “горячий”, температура в котором быстро растёт, и толстый “холодный”, температура в котором за время t практически не изменяется.

Такая физическая модель представляет собой систему, содержащую переменные (температуры) с разными скоростями изменения.

Математическая модель процесса теплопередачи через плоскую стенку в безразмерных координатах имеет вид (3):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} &= \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2}; & 0 \leq X \leq 1; \\ \theta(X, 0) &= 0; \\ \theta(0, \tau) &= 1; \\ \theta(1, \tau) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $\theta = (T - T_c) / (T_n - T_c)$ — безразмерная температура;

$X = x/l$ — безразмерная координата;

$\tau = \alpha t/l$ — безразмерное время;

T_c — температура окружающей среды.

Для решения краевой задачи (3) применяли метод прямых, заключающийся в разбиении объекта исследования на N равномерных слоев с последующим его описанием системой уравнений вида:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\theta_1}{d\tau} &= N^2(\theta_2 - \theta_1); \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{d\theta_i}{d\tau} &= N^2(\theta_{i+1} - 2\theta_i - \theta_{i-1}); \\ &\quad i = 2, 3, \dots, N - 1 \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{d\theta_N}{d\tau} &= N^2(\theta_{N-1} - (\frac{1}{N} B_i + 1)\theta_N); \\ \theta_1(0) &= \theta_2(0) = \dots = \theta_N(0) = 1; \\ \theta_c &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Количество уравнений в системе (4) определяется числом слоев разбиения N , которое у точных моделей достигает сотен или тысяч. Переход на два слоя существенно разной толщины, возможный при принятых допущениях, резко уменьшает количество уравнений в системе (4) без существенной потери точности моделирования:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon^2 \frac{d\theta_1}{d\tau} &= \theta_2 - 2\theta_1 + 1; \\ \frac{d\theta_2}{d\tau} &= \frac{1}{(1-\varepsilon)^2} (-2\theta_2 + \theta_1), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где $\varepsilon=1/N$ — малый параметр, величина которого тем меньше, чем больше разница в толщинах слоев.

Система уравнений (5) относится к классу сингулярно-возмущенных систем. Решая систему методом пограничных функций, получим [2]

$$\left. \begin{aligned} \theta_1(\tau) &\approx 0.5 - 0.5e^{-\frac{2\tau}{\varepsilon}}; \\ \theta_2(\tau) &\approx 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

с точностью до $\mathcal{O}(1/N)$. При этом шаг по времени выбирается меньше значения ε .

Изложенный способ моделирования проще традиционного, так как не требует решения системы $N+1$ обыкновенных дифференциальных уравнений.

При переходе ко второму этапу - с относительно малым подвижным источником тепла - полностью сохраняются преимущества метода пограничных функций. Однако, в связи с переходом к трехмерной модели систему сингулярно-возмущенных дифференциальных уравнений решали не аналитически, как в предыдущем случае, а с помощью электрического моделирования. При этом параметры элементов модели учитывали данные, полученные на предыдущем этапе, а ее структура воспроизводила реальную траекторию и скорость перемещения источника тепла. Последнее осуществляли путем подключения точки подвода электрического напряжения к различным ячейкам электрической схемы.

Реализация такой электрической модели - весьма сложный и дорогой процесс, так как она требует изготовления реальной сложной электрической схемы и специального механического устройства для перемещения подводящего электрода в соответствии с траекторией нагрева [3]. Кроме того, не учитывается теплоотвод от обрабатываемой поверхности на тех участках, где в данный момент не осуществляется подвод тепла.

Все перечисленные недостатки были устранены при замене реальной электрической модели ее схемотехническим воплощением. Такая замена была осуществлена с помощью схемотехнической САПР MICRO-SAP III [4]. При расчете параметров элементов электрической модели исходили из принципов разбиения на слои,

использованных при решении методом погранфункций: 3—5 «тонких» слоев, в которых изменение температуры полагается высокоинтенсивным, и один «толстый» слой с вялотекущими температурными процессами.

С помощью схмотехнической модели получены зависимости и построены номограммы, позволяющие рассчитать глубину и коэффициент неравномерности прогрева обрабатываемого объекта при изменении следующих параметров обработки.

- Траектория сканирования: телевизионная, спиралеобразная, бустрофедон, по кривой Пеано [5].
- Заданная функция скорости перемещения нагревателя $V(\tau)$.
- Расстояние между соседними участками траектории.
- Расстояние от среза сопла до обрабатываемой поверхности.
- Диаметр сопла.
- Температура истекающих газов (плазмы).
- Скорость истечения газов из горелки.
- Коэффициент теплоотдачи в передней критической точке.
- Теплофизические свойства обрабатываемого материала.

Схмотехническая модель позволяет решать и обратную задачи определения параметров обработки при заданных параметрах прогрева.

Литература

1. Юдаев Б.Н. Теплопередача. — М.: Высшая школа, 1973.
2. Моделирование высокоинтенсивных тепловых процессов в гетерогенных средах / А.Л.Становский, Е.Г.Трофименко, Т.П.Яценко и др. // Моделирование в прикладных научных исследованиях: Материалы III семинара. — Одесса: ОГПУ, 1996. — С. 4—6.
3. Песчаные литейные формы с остеклованной поверхностью / Л.А.Иванова, А.Л.Становский, М.А.Кушнир и др. // Прогрессивные технологические решения в области машиностроения. Вып. 1. — М.: ВНИИТЭМР, 1989. — С. 9—13.
4. Разевиг В.Д. Методические указания по курсам “Аналоговые микроэлектронные устройства, Радиоприемные устройства. Программа моделирования на ПЭВМ аналоговых цепей MICRO-CAP III.” — М.: МЭИ, 1993.
5. Лебединский Л.Я. Компрессия изображения на основе дискретных преобразований. — Дисс. ... канд. техн. наук. — Одесса: ОГПУ, 1995.