

УДК 621.165

**В.И. ГНЕСИН**, д-р техн. наук; проф. ИПМаш НАНУ, г. Харьков  
**Л.В. КОЛОДЯЖНАЯ**, канд. техн. наук; с.н.с. ИПМаш НАНУ, г. Харьков

### **ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АЭРОУПРУГОГО ПОВЕДЕНИЯ КОМПРЕССОРНОЙ СТУПЕНИ В ТРЕХМЕРНОМ ПОТОКЕ ВЯЗКОГО ГАЗА**

Для моделювання аеропружної поведінки компресорного ступеня застосовано частково-інтегральний метод розв'язання зв'язаної задачі нестационарної аеродинаміки та пружних коливань лопаток. Тривимірний нестационарний потік в'язкого газу описується осередненими за Рейнольдсом рівняннями Нав'є-Стокса. Динамічний аналіз застосовує модальний підхід. Представлено амплітудно-частотні характеристики нестационарних навантажень та пружних коливань лопаток.

The partial integration method of the solution for the coupled problem of unsteady aerodynamics and elastic blades oscillations has been applied to simulate the aeroelastic behaviour of compressor stage. The three-dimensional unsteady viscous gas flow is written by Reynolds averaged Navier-Stokes equations. The dynamic analysis uses the modal approach. The amplitude-frequency characteristics of the unsteady loads and blades elastic oscillations have been presented.

При проектировании и разработке современных турбомашин чрезвычайно важной проблемой является прогнозирование аэроупругого поведения высоконагруженных лопаточных венцов. Особенно это относится к широкохордным лопаточным аппаратам компрессоров и вентиляторов. В реальных течениях нестационарные явления, связанные с окружной неравномерностью основного потока и вызванные колебаниями лопаток, наблюдаются только совместно. Понимание физики взаимодействия потока газа с осциллирующими лопатками и разработка методов прогнозирования этих явлений весьма существенны для повышения эффективности и надежности проточных частей турбомашин.

Традиционный подход к расчету флаттера облопаченных дисков основан на частотном анализе [1, 2], в котором колебания лопатки представляются гармонической функцией во времени с постоянным сдвигом по фазе угла колебаний между соседними лопатками. Этот подход игнорирует эффект обратной связи воздействия колеблющихся лопаток на поток газа.

В настоящее время развиты новые подходы в исследовании взаимодействия основного потока с колеблющимися лопатками, основанные на одновременном интегрировании уравнений движения газа и колебаний лопаток [3–6].

Целью настоящей работы является численный анализ аэроупругого поведения компрессорной ступени в трехмерном потоке вязкого газа с учетом взаимного влияния внешних возмущений, вызванных окружной неравномерностью основного потока, и нестационарных эффектов, связанных с колебаниями лопаток. Численный метод основан на дискретизации полной системы осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса с использованием разностной схемы Годунова-Колгана со 2-м порядком аппроксимации и деформируемой  $H-O$  разностной сетки. Динамический анализ использует модальный подход и трехмерный конечно-элементный метод движения лопатки.

Трехмерный трансзвуковой поток вязкого газа через ступень осевого компрессора рассматривается в физической области, включающей все лопатки ротора и статора, и описывается в относительной вращающейся с постоянной угловой

скоростью декартовой системе координат полной системой осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса, представленной в интегральной форме законов сохранения массы, импульса и энергии [7].

Динамическая модель колеблющейся лопатки с использованием модального подхода приводится к системе независимых обыкновенных дифференциальных уравнений относительно модальных коэффициентов собственных форм [7]:

$$\ddot{q}_i(t) + 2h_i\dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = \lambda_i(t), \quad (1)$$

где  $q_i$  – модальный коэффициент  $i$ -й формы;  $h_i$  – коэффициент механического демпфирования  $i$ -й формы;  $\omega_i$  – собственная частота  $i$ -й формы;  $\lambda_i$  – модальная сила, соответствующая перемещению по  $i$ -й форме, которая рассчитывается на каждой итерации по мгновенному распределению давления на поверхности лопатки

$$\lambda_i = \frac{\iint p \bar{U}_i \cdot \bar{n}^\circ d\sigma}{\iiint_v \rho \bar{U}_i^2 dv},$$

где  $p$ ,  $\rho$  – давление и плотность на поверхности лопатки;  $U_i(x, y, z)$  – вектор перемещения лопатки по  $i$ -й форме.

Определив модальные коэффициенты  $q_i$  из системы дифференциальных уравнений (1), найдем перемещение и скорость лопатки на каждой итерации

$$u(x, y, z, t) = \sum_i U_i(x, y, z) q_i(t), \quad \dot{u}(x, y, z, t) = \sum_i U_i(x, y, z) \dot{q}_i(t),$$

которые используются в качестве граничных условий на стенке в аэродинамической задаче.

В данной работе приведены результаты численного исследования аэроупругого поведения компрессорной ступени с учетом взаимно движущихся ротора и статора и упругих колебаний рабочих лопаток.

На рис. 1 представлены меридиональное сечение компрессорной ступени (рис. 1а) и тангенциальные сечения исходных профилей, формирующих лопатки ротора и статора (рис. 1б, в). Соотношение чисел лопаток ротора и статора  $z_{\text{рот}} : z_{\text{стат}} = 28 : 35$ .

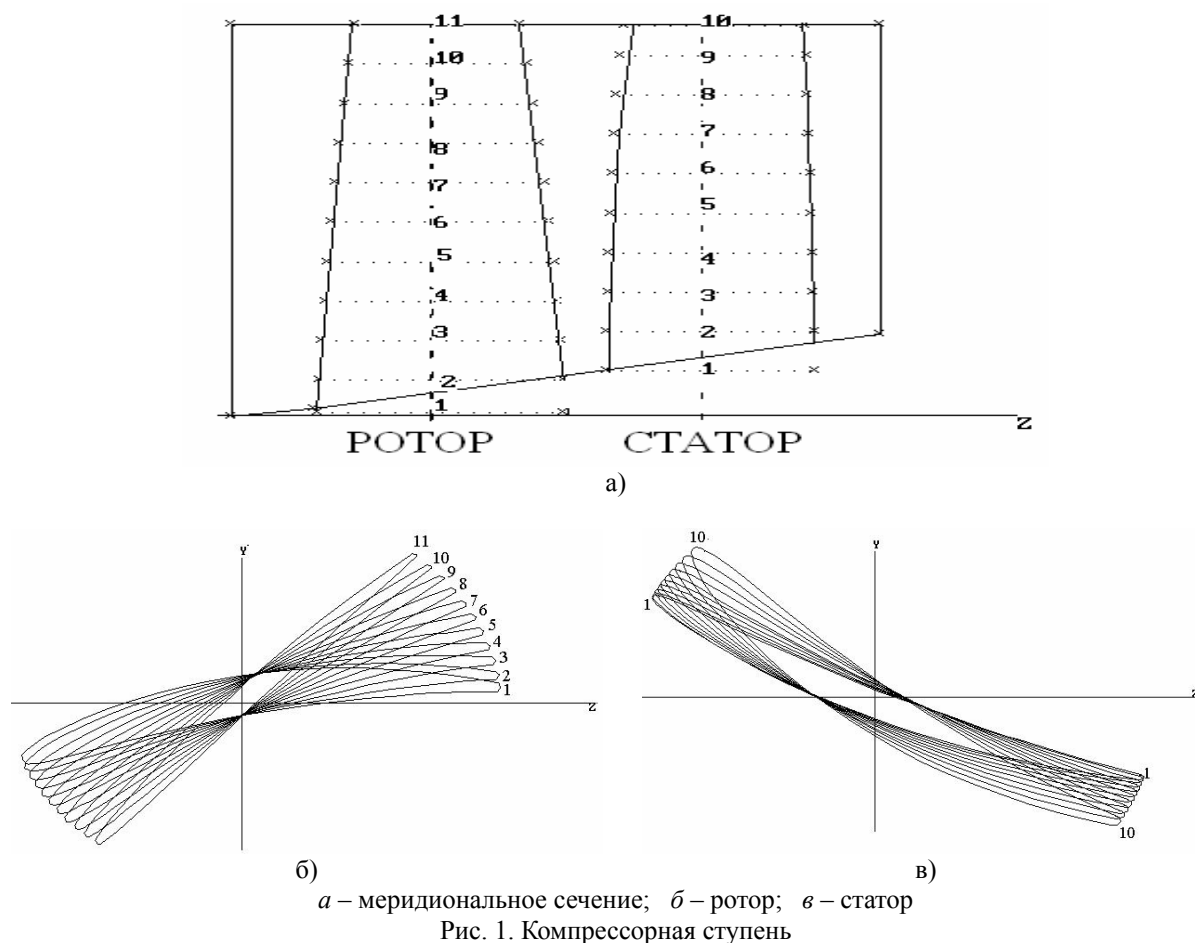
Расчет проведен для номинального режима работы компрессорной ступени:

- число оборотов ротора  $n = 10400$  об/мин;
- полное давление в абсолютной системе координат на входе в ротор  $p_0 = 100000$  Па;
- полная температура в абсолютной системе координат на входе  $T_0 = 288^\circ\text{K}$ ;
- углы потока на входе в ступень в радиальном и окружном направлениях заданы;
- статическое давление на выходе за статором  $p_2 = 102000$  Па.

Колебания рабочих лопаток определялись с учетом первых пяти собственных форм, собственные частоты которых приведены в таблице.

Таблица

Собственные частоты					
Номер моды	1	2	3	4	5
$\nu_i, \text{Гц}$	450	1350	1800	3150	4050



Учитывая неперидичность потока на шаге статора из-за колебаний лопаток, расчетная область включает зону периодичности, содержащую  $k_1$  лопаток ротора и  $k_2$  лопаток статора, где  $k_1$  и  $k_2$  – взаимно простые натуральные числа, пропорциональные числам лопаток статора и ротора ( $k_1 : k_2 = z_{\text{рот}} : z_{\text{стат}}$ ), т.е. в нашем случае  $k_1 : k_2 = 4 : 5$ . Таким образом, угловая протяженность зоны периодичности (расчетной области) равна

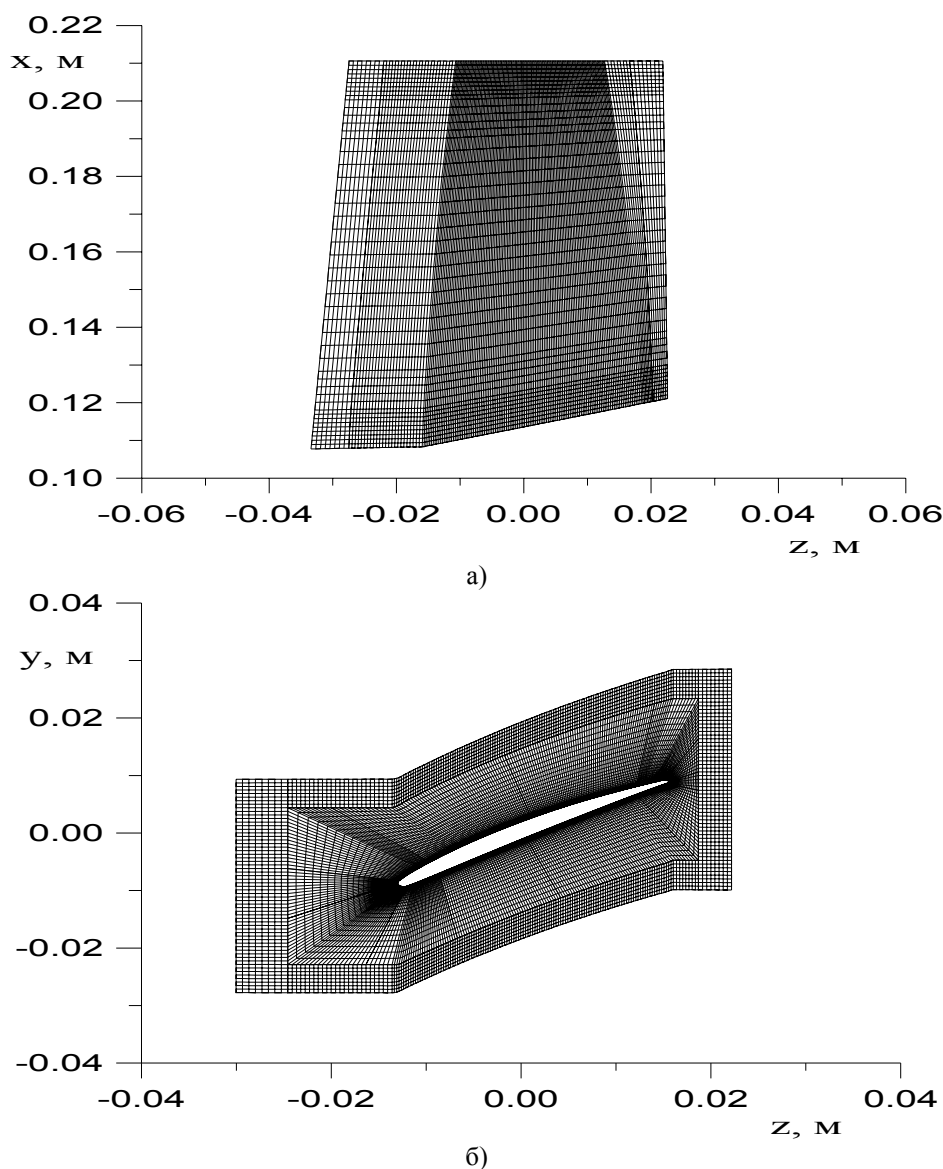
$$T = \frac{2\pi}{z_{\text{рот}} + z_{\text{стат}}}(k_1 + k_2) = \frac{2\pi}{7}.$$

Разностная сетка содержит  $(k_1 + k_2)$  – сегментов. Каждый сегмент включает одну лопатку и имеет протяженность в окружном направлении, равную шагу статора или ротора соответственно. Каждый из сегментов расчетной области дискретизируется с использованием гибридной  $H$ – $O$  разностной сетки.

На рисунках 2, 3 показаны соответственно разностные сетки для сегментов ротора (рис. 2) и статора (рис. 3) в меридиональной плоскости (рис. 2а, 3а) и в тангенциальной плоскости для среднего сечения (рис. 2б, 3б). Каждый сегмент ротора включает  $H$ -сетку с плотностью  $132840$  ячеек и  $O$ -сетку с плотностью  $392 \times 49 \times 46 = 883568$  ячеек, соответственно каждый сегмент статора включает  $H$ -сетку, содержащую  $101568$  ячеек и  $O$ -сетку, содержащую  $360 \times 47 \times 46 = 778320$  ячеек. При этом разностная сетка в канале статора и внешняя  $H$ -сетка в канале ротора остаются неподвижными в течение всего расчета, а внутренняя  $O$ -сетка в каждом сегменте ротора перестраивается на каждой итерации по заданному алгоритму в соответствии с перемещением колеблющейся лопатки.

Численная реализация аэродинамической задачи осуществляется путем интегрирования уравнений Навье-Стокса с использованием разностной схемы Годунова-Колгана со вторым порядком аппроксимации [8], обобщенной на случай произвольной пространственной деформируемой сетки [7].

Переход решения от момента времени  $t$  к моменту  $t + \Delta t$  рассчитывается для каждого из лопаточных венцов (статор и ротор) с учетом их относительного окружного расположения и газодинамических параметров на предыдущем временном слое.



$a$  – меридиональное сечение;  $b$  – тангенциальное сечение

Рис. 2. Разностная сетка в канале ротора

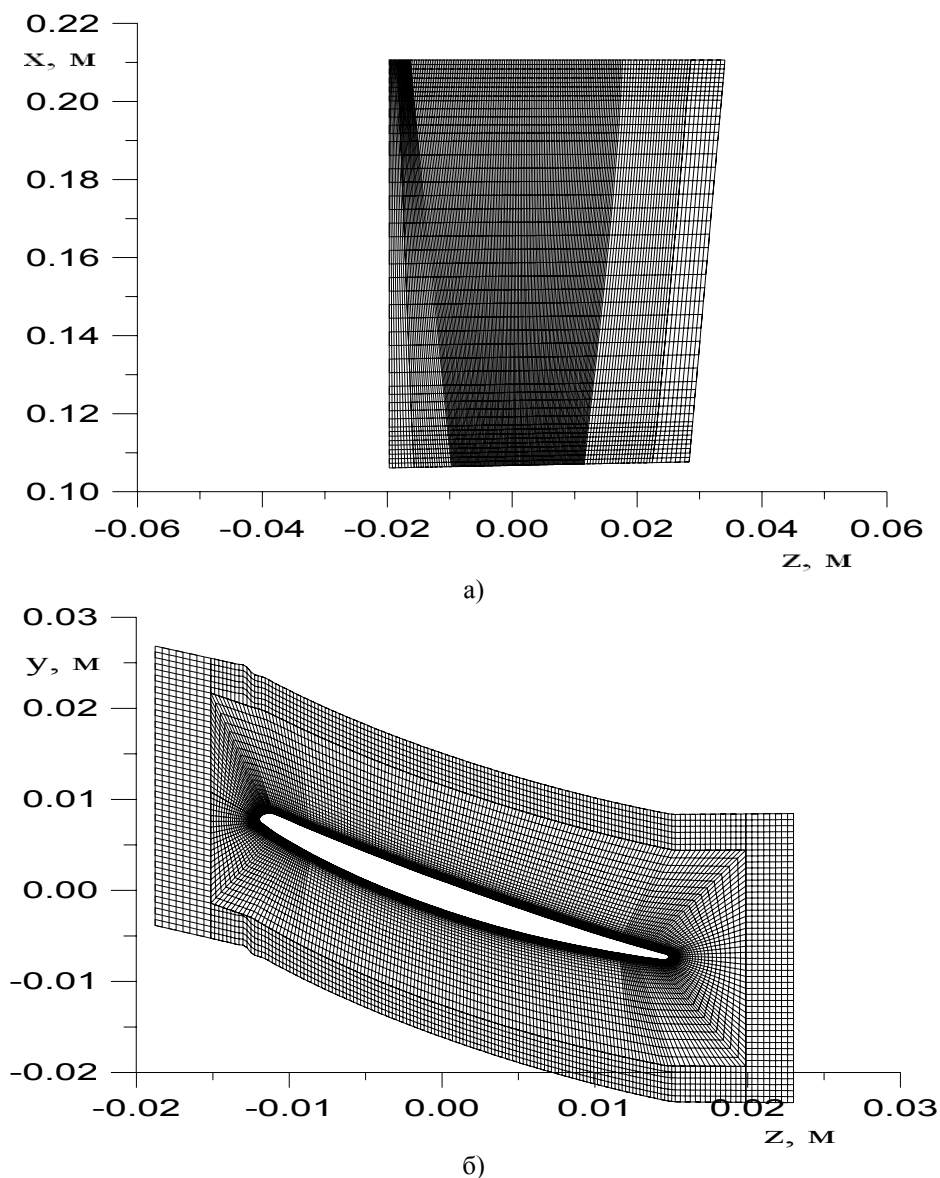
Шаг интегрирования по времени  $\Delta t$  определяется из условия устойчивости разностной схемы и может быть представлен в виде

$$\Delta t = \frac{\tau_x \cdot \tau_y \cdot \tau_z}{\tau_x \cdot \tau_y + \tau_x \cdot \tau_z + \tau_y \cdot \tau_z}, \quad \tau_i = \frac{h_{i \min}}{\max(|\bar{v}_i| + a, a - |\bar{v}_i|)},$$

где  $i = x, y, z$ ;  $a$  – скорость звука.

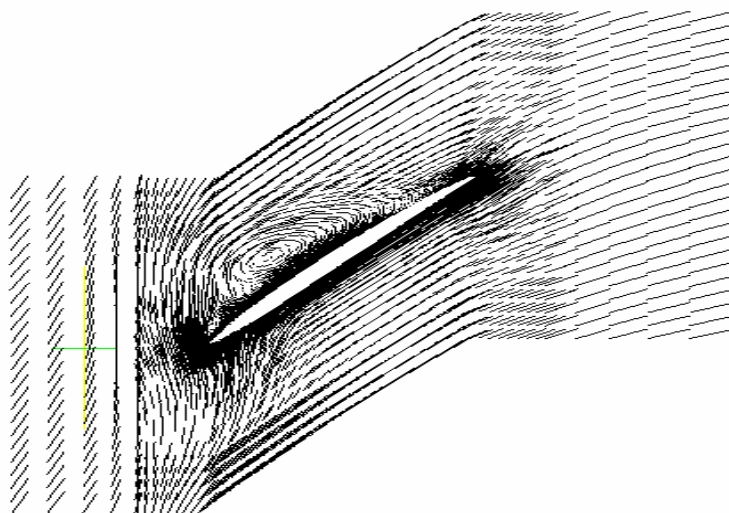
На первом этапе выполнен расчет нестационарного потока в компрессорной ступени с учетом окружной неравномерности потока, но без учета колебаний лопаток. Этот режим характеризуется массовым расходом 9,8 кг/сек и степенью повышения давления  $\pi_k = 1,18$ . На рис. 4, 5 приведены мгновенные поля векторов скоростей (рис. 4) и изолиний чисел Маха (рис. 5) для корневого, среднего и периферийного сечений рабочей лопатки. Как видно из рисунков, пространственный поток вязкого газа характеризуется развитой вихревой структурой. Интенсивный вихрь расположен на стороне разрежения вблизи входной кромки и сопровождается отрывом потока.

С некоторого момента времени начинается решение связанной задачи.

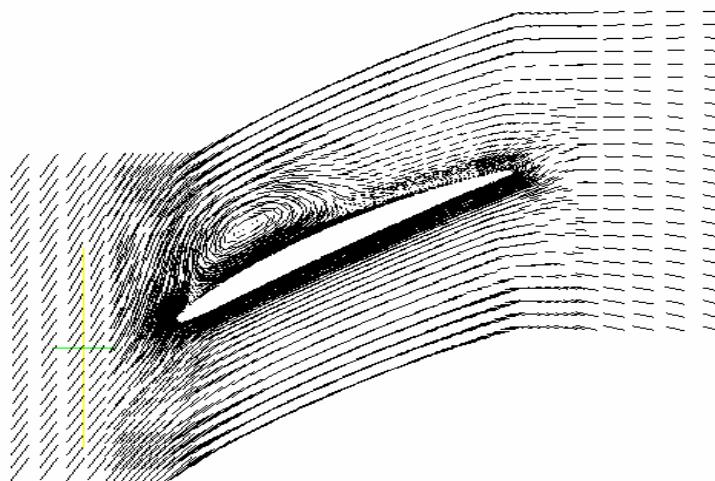


а – меридиональное сечение; б – тангенциальное сечение

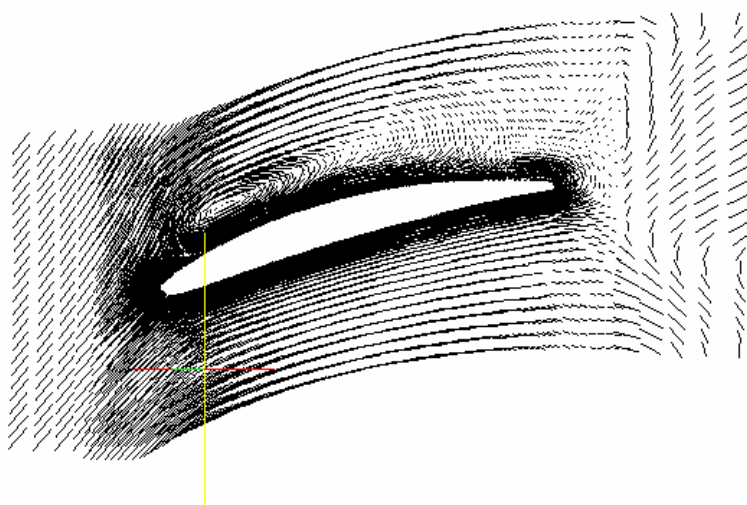
Рис. 3. Разностная сетка в канале статора



в)

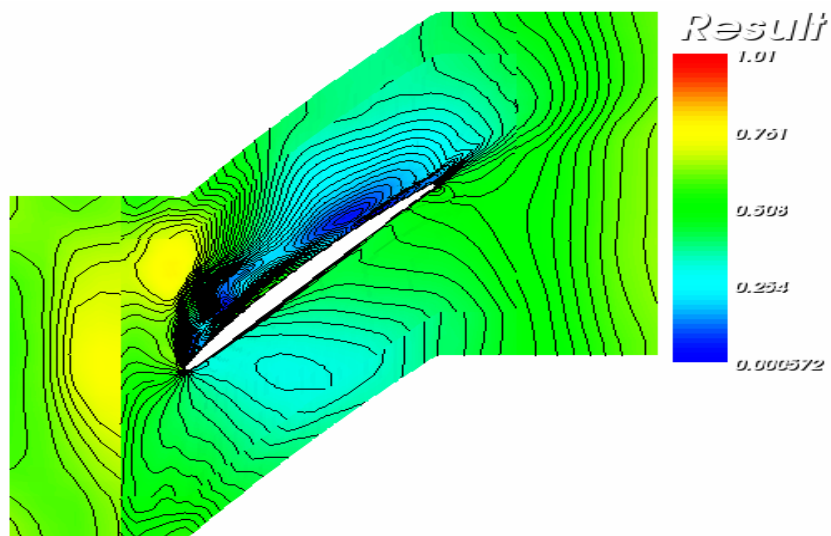


б)

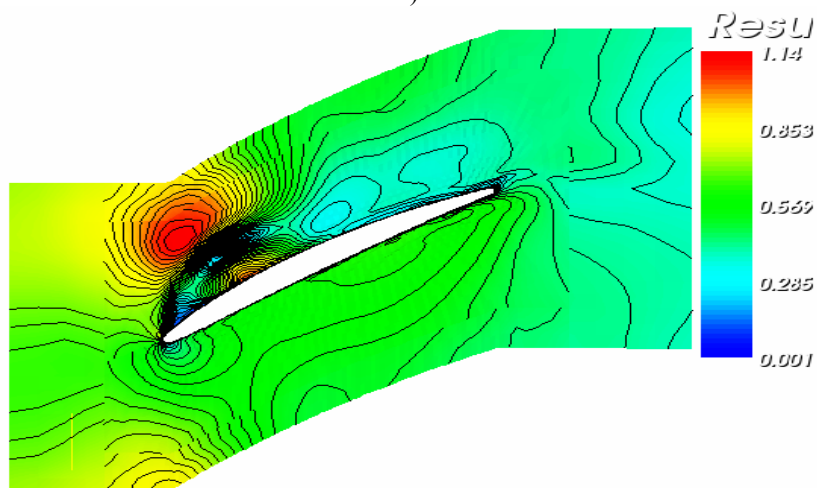


а)

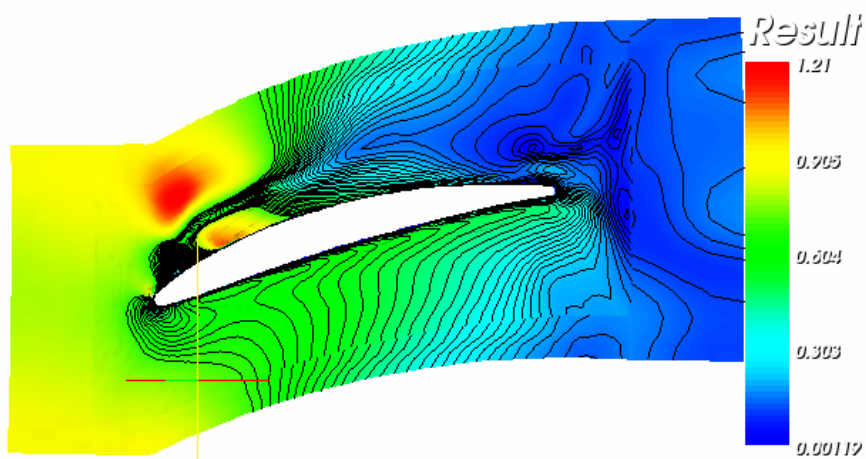
*a* – корень; *б* – середина; *в* – периферия  
Рис. 4. Поле векторов скоростей в канале ротора



в)



б)



а)

*a* – корень; *б* – середина; *в* – периферия

Рис. 5. Распределение линий равных скоростей в канале ротора

Ниже представлены результаты численного расчета аэродинамических нагрузок, действующих на рабочую лопатку, с учетом колебаний лопатки. Анализ нестационарных характеристик проведен с использованием разложения в ряды Фурье исследуемых величин:

$$F(t) = F_0 + \sum_{i=1}^{\infty} F_{1i} \cdot \cos(2\pi vit) + F_{2i} \sin(2\pi vit),$$

где  $F(t)$  – физическая нестационарная характеристика;  $F_0$  – среднее значение;  $F_{1i}$  и  $F_{2i}$  – коэффициенты Фурье;  $i$  – номер гармоники;  $v$  – 1-я гармоническая частота.

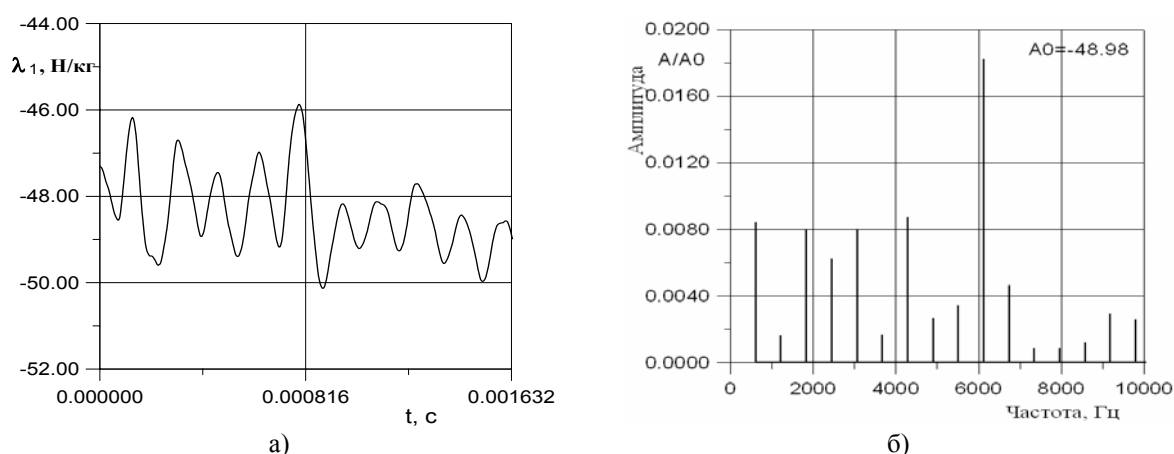
Так как угловая частота вращения ротора равна  $v_{\text{рот}} = 175$  Гц, а время расчета соответствует времени поворота ротора на три зоны периодичности (каждая зона периодичности составляет 1/7 полного оборота ротора), первая гармоническая частота

$$\text{равна } v = \frac{7}{3} v_{\text{рот}} = 408 \text{ Гц.}$$

На рисунках 6–8 приведены графики нестационарных модальных сил, соответствующих 1-й, 2-й и 5-й собственным формам колебаний (рис. 6а, 7а, 8а), а также их амплитудно-частотные характеристики (рис. 6б, 7б, 8б).

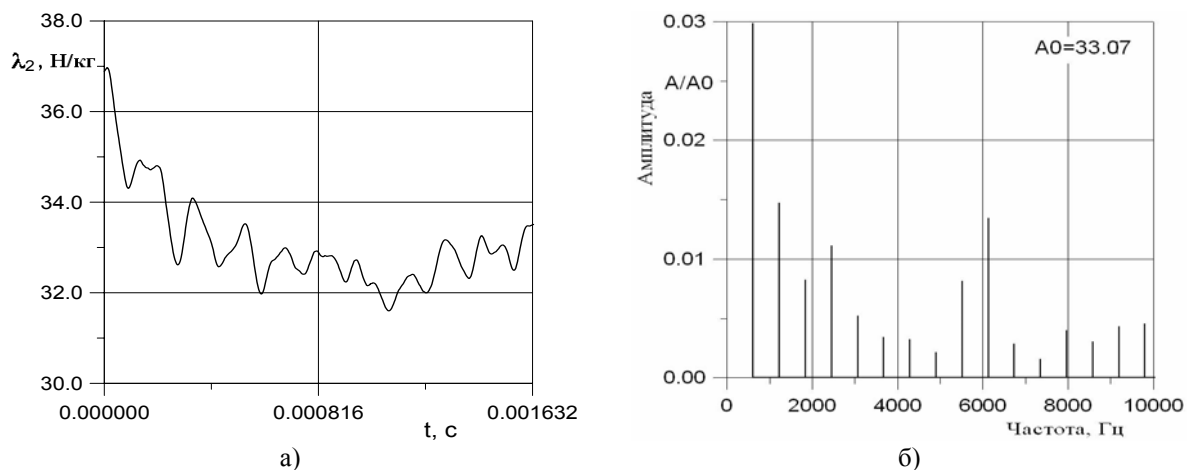
Из графиков следует, что нестационарные аэродинамические нагрузки, действующие на лопатку ротора, включают высокочастотные гармоники, кратные частоте следования  $v_{\text{рот}} \cdot z_{\text{стат}} = 175 \cdot 35 = 6125$  Гц, и низкочастотные гармоники, вызванные колебаниями лопаток и движением вихря в окружном направлении (вращающийся срыв) с частотами, не совпадающими с частотой вращения ротора.

Колебания лопаток под действием переменных аэродинамических сил представлены в форме изменения модальных коэффициентов во времени (1-я, 2-я и 5-я моды) и их амплитудно-частотных спектров на рисунках 9–11. Как видно из графиков, основной вклад в колебания лопаток вносит 1-я собственная форма колебаний с частотой близкой к собственной частоте этой формы (см. рис. 9а). Следует подчеркнуть, что амплитуды вынужденных колебаний с частотами  $v_{\text{рот}} \cdot z_{\text{стат}}$  значительно меньше амплитуд автоколебаний с частотами близкими к собственным частотам.

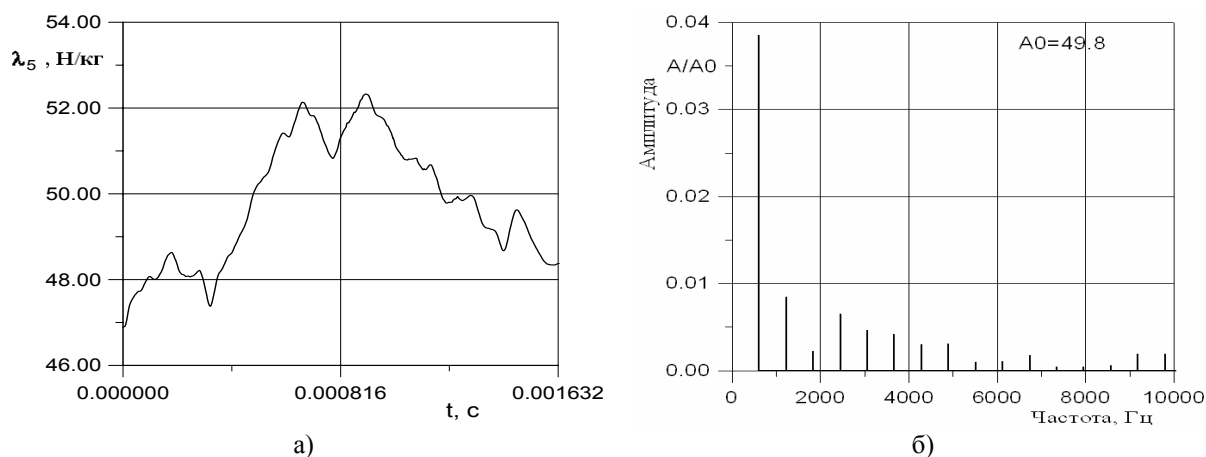


а) – модальная сила; б) – амплитудно-частотный спектр  
Рис. 6. Изменение нестационарной модальной силы, соответствующей 1-й собственной форме колебаний лопатки

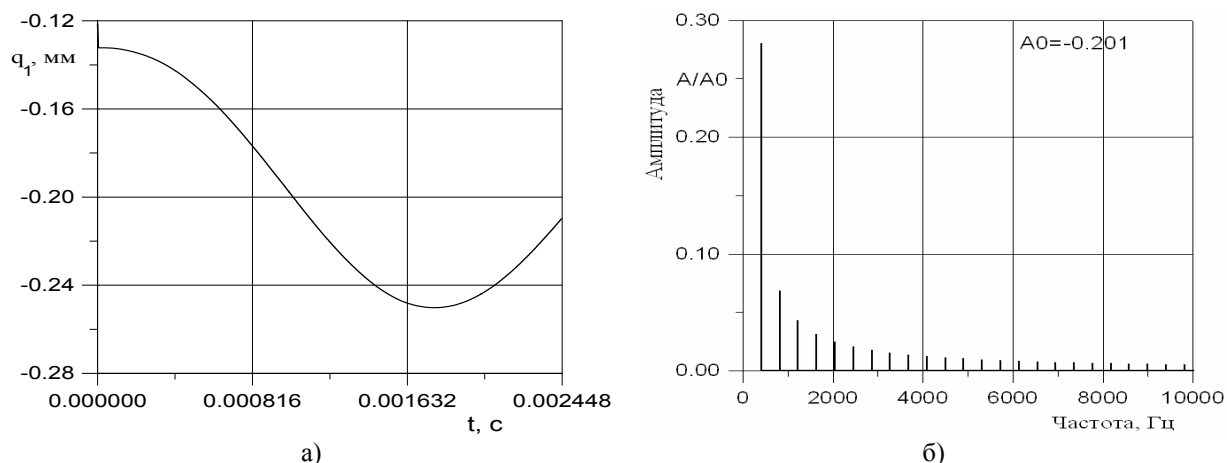




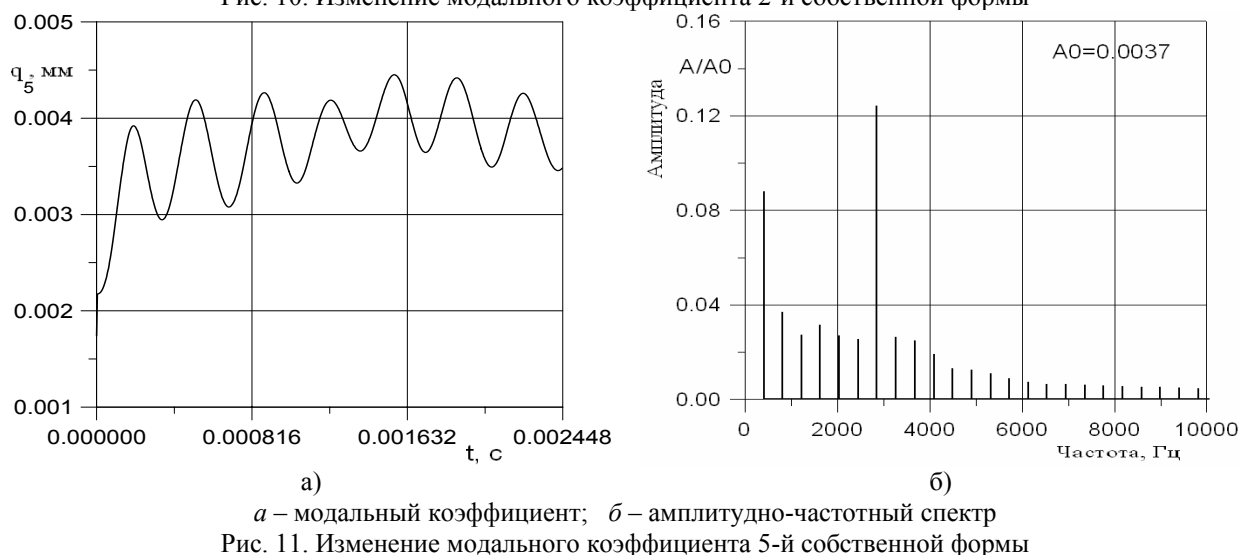
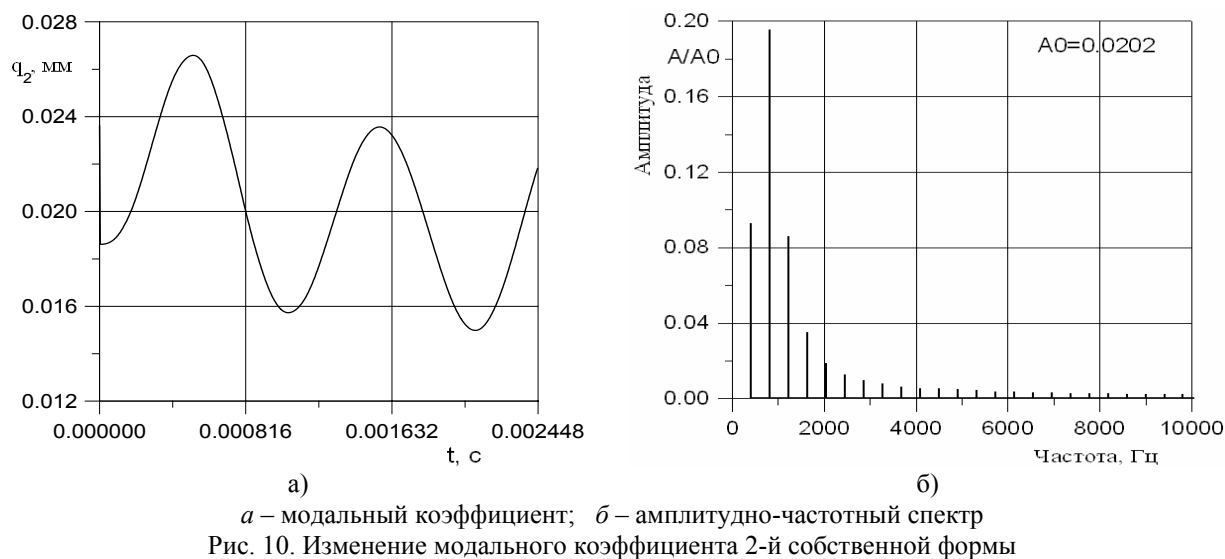
а) б)  
 а – модальная сила; б – амплитудно-частотный спектр  
 Рис. 7. Изменение нестационарной модальной силы,  
 соответствующей 2-й собственной форме колебаний лопадки



а) б)  
 а – модальная сила; б – амплитудно-частотный спектр  
 Рис. 8. Изменение нестационарной модальной силы,  
 соответствующей 5-й собственной форме колебаний лопадки



а) б)  
 а – модальный коэффициент; б – амплитудно-частотный спектр  
 Рис. 9. Изменение модального коэффициента 1-й собственной формы



**Список литературы:** 1. Bakhle M.A. Time domain flutter analysis of cascades using a full – potential solver / M.A. Bakhle, T.S.R. Reddy, T.G. Keith // AIAA J. – 1992. – 30, N1. – P. 163-172. 2. Bolcs A. Aeroelasticity in Turbomachines: Comparison of Theoretical and Experimental Cascade Results / A. Bolcs, T.H. Fransson // Communication du LTAT. – EPFL, Switzerland. –1986. – N13. – P.174. 3. Moyroud F. A Modal Coupling for Fluid and Structure Analysis of Turbomachine Flutter. Application to a Fan Stage / F. Moyroud, G. Jacquet-Richardet, T.H. Fransson // ASME Paper 96-GT-335. – 1996. – P. 1-19. 4. Chew J.W. Part-speed flutter analysis of a wide-chord fan blade / J.W. Chew, J.G. Marshall, M. Vandati, M. Imregun // Unsteady Aerodynamics and Aeroelasticity of Turbomachines. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. – 1998. – P. 707-724. 5. Gnesin V.I. A coupled fluid-structure analysis for 3-D flutter in turbomachines / V.I. Gnesin, R. Rzakowski, L. Kolodyazhnaya // ASME J. 2000 – GT-380, International Gas Turbine and Aeroengine Congress, Munich, Germany. – 2000. – P. 8. 6. Гнесин В.И. Численный анализ аэроупругих характеристик турбинной ступени в трехмерном потоке вязкого газа / В.И. Гнесин, Л.В. Колодяжная // Вестник НТУ «ХПИ»: Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование. – 2008. – № 6. – С. 13-22. 7. Гнесин В.И. Численный анализ влияния соотношения чисел лопаток статора и ротора на нестационарные нагрузки и режимы колебаний лопаток / В.И. Гнесин, Л.В. Колодяжная // Вестник НТУ «ХПИ»: Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование. – 2009. – № 3. – С. 23-32. 8. Годунов С.К. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С.К. Годунов, А.В. Забродин, М.Я. Иванов. – М.: Наука, 1976. – 400 с.

© Гнесин В.И., Колодяжная Л.В., 2010  
Поступила в редколлегию 15.02.10