



Vers une Carte d'Identité Spectrale

Nadine Martin, Corinne Mailhes, Kheira Sahli, Gérard Lejeune

► **To cite this version:**

Nadine Martin, Corinne Mailhes, Kheira Sahli, Gérard Lejeune. Vers une Carte d'Identité Spectrale. GRETSI, Groupe d'Etudes du Traitement du Signal et des Images. 20ème colloque GRETSI sur le Traitement du Signal et des Images, GRETSI 2005, Sep 2005, Louvain-la-Neuve, Belgique. pp. 1092-1095, 2005. <hal-00263803>

HAL Id: hal-00263803

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00263803>

Submitted on 13 Mar 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Vers une carte d'identité spectrale

N. MARTIN¹, C. MAILHES², K. SAHLI¹, G. LEJEUNE¹

¹ LIS - Site Campus BP 46, 961 rue de la Houille Blanche, 38402 Saint Martin d'Hères Cedex, France,

² IRIT - TéSA - ENSEEIHT, 2 rue Camichel, BP7122, 31071 Toulouse Cedex 7, France,

Nadine.Martin@lis.inpg.fr, Corinne.Mailhes@n7.fr, Kheira.Sahli@lis.inpg.fr, Gerard.Lejeune@lis.inpg.fr

Résumé – Ce papier présente une stratégie d'analyse permettant de détecter, caractériser et classifier les différentes structures spectrales d'un processus stationnaire inconnu. Le terme « structures spectrales » englobe les fréquences pures, les motifs à bande étroite et les pics de bruit. La stratégie d'analyse spectrale est basée sur l'utilisation de plusieurs analyses spectrales successives et complémentaires. La méthode proposée permet ensuite d'élaborer une carte d'identité de chaque structure spectrale détectée. Cette carte d'identité provient de la fusion de cartes intermédiaires, obtenues après chacune des analyses spectrales successives. Cette fusion aboutit à la classification de chacune des structures spectrales détectées dans une des quatre classes suivantes : fréquence pure, motif bande étroite, alarme ou rejet.

Abstract – This paper studies a new spectral analysis strategy for detecting, characterizing and classifying the different “spectral structures” of an unknown stationary process. A “spectral structure” is defined as a sinusoidal wave, a narrow band signal or a noise peak. The spectral analysis strategy is based on the use of several successive and complementary spectral analyses. Then, the proposed methodology provides a way to calculate a “spectral identity card” of each spectral structure, similarly to a real I.D. card. This I.D. card including all information related to this structure results from the fusion of intermediate cards, which are obtained from different spectral analysis algorithms. The I.D. card permits the classification of the detected spectral structure into one of the following four classes: Pure Frequency, Narrow Band, Alarm and Reject.

1. Introduction

Cet article propose une stratégie d'analyse spectrale dans le but de détecter, caractériser et classifier un ensemble de structures spectrales présentes dans le spectre d'un signal stationnaire totalement inconnu. Cet ensemble de structures spectrales recherchées est constitué d'ondes sinusoïdales, appelées fréquences pures (FP), de bandes étroites (BE) ou de pics de bruit (B). L'intérêt d'une telle analyse se retrouve dans de nombreuses applications, telles que dans les domaines vibratoires, acoustiques, sismiques ou radars, pour lesquels les signaux à analyser sont riches d'un point de vue du nombre et de la variété des composantes spectrales. Des stratégies d'analyse automatique de tels signaux ont été proposées récemment, toutes à base de transformée de Fourier (TF). Dans [1], les auteurs proposent de minimiser une fonction de coût après avoir ré-échantillonné le signal de manière adéquate et en utilisant une estimation préalable de la période recherchée. Cette méthode, intéressante par son coût de calcul et ses performances, est toutefois restreinte à l'analyse de signaux mono-modes. L'analyse de signaux à plusieurs composantes fréquentielles est abordée dans [2]. Les auteurs proposent de résoudre un système non-linéaire construit à partir des échantillons du spectre autour du pic spectral d'intérêt, calculés par la TF du signal fenêtré. Dans [3], une procédure automatique analyse le même signal avec deux résolutions différentes, un test statistique détecte les pics de signal des pics de bruit. L'idée d'utiliser les avantages de plusieurs méthodes d'analyse spectrale et de les combiner est aussi à la base de la stratégie présentée dans le présent papier. Pour analyser des signaux multi-composantes, constitués de FP et BE noyés dans un bruit coloré additif, nous proposons d'utiliser plusieurs analyses spectrales

successives à base de TF. Nous poursuivons ainsi les idées que nous avons déjà publiées dans [4], [5]. Cet article propose un nouveau test de détection qui tient compte de la statistique du bruit, une validation de la caractérisation des pics par des simulations de Monte Carlo et une étape finale de classification. La méthode proposée conduit à l'élaboration d'une « carte spectrale » de chaque motif du spectre, représentant une véritable carte d'identité, contenant toutes les informations relatives à ce motif. Cette carte est le résultat de la fusion de cartes obtenues par des analyses spectrales complémentaires. Cette stratégie fait l'objet d'un dépôt de brevet [6].

La méthode proposée se décompose en deux étapes :

1. *Analyse et interprétation* : L estimations spectrales complémentaires sont appliquées au signal. Pour chaque estimation et pour chaque pic détecté selon une statistique adaptée est créée une carte spectrale qui liste les caractéristiques de ce pic. Les cartes spectrales décrivant la même bande de fréquence mais issues d'un estimateur différent sont associées selon un critère de correspondance. La mise en correspondance de ces cartes forme une « suite ».
2. *Interprétation comparative et classification* : Nous proposons un critère de fusion des cartes au sein d'une suite dans le but d'en définir une seule, la carte d'identité spectrale du motif détecté. Une des caractéristiques de la carte finale d'identité conduit à un classement des structures détectées.

2. Analyse et interprétation

2.1 Analyse multi-PFA

A chaque estimation spectrale $\hat{\gamma}_i(\nu)$, $i=1$ à L et chaque fréquence ν , un test de détection doit permettre de choisir entre les deux hypothèses suivantes :

$H_0 : \gamma_i(\nu) = \gamma_b(\nu) \quad H_1 : \gamma_i(\nu) = \gamma_b(\nu) + \gamma_s(\nu)$,
où $\gamma_b(\nu)$ est la Densité Spectrale de Puissance (DSP) continue d'un bruit gaussien stationnaire de moyenne nulle, $\gamma_s(\nu)$ la DSP d'un signal réel déterministe de N points à puissance moyenne finie et non nécessairement continue.

La statistique de l'estimateur spectral $\hat{\gamma}_i(\nu)$ sous les hypothèses H_0 et H_1 dépend bien évidemment de la méthode d'analyse spectrale utilisée. Toutefois, sous l'hypothèse H_0 ,

$$\frac{r}{\gamma_b(\nu)} \hat{\gamma}_i(\nu) = \chi_r^2 \quad (1)$$

r étant un degré de liberté équivalent défini à partir de la moyenne et de la variance de la DSP du bruit estimée $\hat{\gamma}_b(\nu)$:

$$r = 2 \frac{(E\{\hat{\gamma}_b(\nu)\})^2}{Var\{\hat{\gamma}_b(\nu)\}} \quad (2)$$

Cette loi peut être vérifiée exactement dans le cas d'estimateurs simples comme l'estimateur Welch-WOSA [5] sans recouvrement des segments. Pour les autres estimateurs spectraux utilisés dans le cadre de cette stratégie d'analyse, cette hypothèse a été soit démontrée, soit validée par des simulations [5]. Ainsi, la statistique (1) ne dépend ni de la fréquence, ni de la DSP du bruit mais uniquement des paramètres de la méthode à travers le calcul de r . Notons que pour les méthodes d'analyse spectrale utilisées, l'expression théorique de r peut être établie au préalable. Toutefois, la mise en œuvre du test optimal de Neyman-Pearson nécessite la connaissance de la loi des observations sous H_0 et sous H_1 . Or, sous l'hypothèse H_1 , aucune loi n'a pu être établie et validée pour l'ensemble des méthodes d'analyse spectrale utilisées, les estimateurs basés sur des périodogrammes moyennés avec recouvrement ou ceux basés sur des corrélogrammes ne suivent plus des lois du chi-deux décentrées sous l'hypothèse H_1 .

C'est pourquoi nous avons choisi d'établir un test de détection sous-optimal basé sur (1), sachant que sa loi sous H_0 est connue. Dans (1), la DSP du bruit intervient directement. Nous proposons de l'estimer grâce à une méthode originale, un filtre n -passes, filtre conçu après une comparaison de différents types de filtres, filtres médians, percentiles, tri-trou et morphologiques, filtres 2 passes [8]. Un filtre n -passes itère des étapes de détection avec des filtrages non-linéaires [5]. Ainsi, la DSP du bruit est estimée par filtrage de $\hat{\gamma}_i(\nu)$ et sera notée $\tilde{\gamma}_b(\nu)$.

La loi de $\tilde{\gamma}_b(\nu)$ est difficile à établir de manière exacte. Dans un premier temps, nous avons considéré que $\tilde{\gamma}_b(\nu)$ est obtenu pour chaque fréquence ν , comme un moyennage particulier de $2M+1$ valeurs de $\hat{\gamma}_i(\nu)$ autour de la fréquence d'intérêt. Sous cette hypothèse, nous pouvons montrer que sous l'hypothèse H_0 ,

$$\frac{r}{\gamma_b(\nu)} (2M+1) \tilde{\gamma}_b(\nu) = \chi_{r(2M+1)}^2 \quad (3)$$

Par conséquent, sous H_0 , un test T défini comme le rapport des estimations de $\gamma_i(\nu)$ sur $\gamma_b(\nu)$ s'écrit :

$$T = \frac{\hat{\gamma}_i(\nu)}{\tilde{\gamma}_b(\nu)} = \frac{\chi_r^2 / r}{\chi_{r(2M+1)}^2 / [r(2M+1)]} \quad (4)$$

Ce test suit une loi du $F(r, r(2M+1))$ [7]. Le test est ainsi établi sur la statistique T . Le choix d'une probabilité de fausse alarme (PFA) permet de calculer le seuil μ de la règle

du test. Si $T \leq \mu$, l'hypothèse H_0 est acceptée tandis que si $T > \mu$, l'hypothèse H_1 est acceptée.

Le paramètre M du filtre permettant l'estimation de la DSP du bruit doit être choisi en fonction de la fenêtre spectrale correspondant à la méthode d'analyse spectrale utilisée. Si B représente la largeur de cette fenêtre, M doit être tel que $2M+1 > 2B$. Toutefois, afin de bien suivre les évolutions du $\gamma_b(\nu)$, il est préférable de se limiter à $2M+1 < 6B$.

L'originalité de la méthode de détection ne réside pas en la statistique utilisée, approche relativement classique si ce n'est le filtrage non-linéaire proposé, mais surtout en la manière de l'utiliser. Le spectre estimé est décomposé en une *partition* de structures élémentaires, chaque structure représentant un « pic » potentiel du spectre. Le test de détection est appliqué à chaque fréquence correspondant au maximum du pic.

De plus, la probabilité de non détection n'étant pas calculable, plutôt que de choisir une seule PFA pour mener le test de détection, nous proposons un test « multi- PFA ». Le test de détection est effectué pour plusieurs valeurs de PFA pour chaque fréquence d'intérêt. A chaque pic détecté noté $\hat{\gamma}_{pic,i}(\nu)$ est associée la PFA la plus faible qui a permis de le détecter. Cette « PFA conjointe » fournit une indication sur le niveau de bruit local de ce pic.

2.2 Ajustement spectral et carte d'identité spectrale

Chaque pic $\hat{\gamma}_{pic,i}(\nu)$ détecté est ensuite soumis à une procédure d'ajustement par rapport à un modèle de fréquence pure. Nous proposons une technique itérative d'ajustement spectral du pic avec la fenêtre spectrale $Q_{dec,i}(\nu)$ de l'estimateur de la DSP, fenêtre sur-échantillonnée et centrée sur chaque pic de façon à minimiser l'erreur quadratique normalisée définie par :

$$e(pic,i) = \sum_{k=k_1}^{k_2} \frac{(\hat{\gamma}_{pic,i}(\nu_k) - Q_{dec,i}(\nu_k))^2}{\hat{\gamma}_{pic,i}(\nu_{k_{max}})^2} \quad (5)$$

avec $k_{max} = \arg(\max_{k} \hat{\gamma}_{pic,i}(\nu_k))$.

Les valeurs de k_1 et k_2 sont déterminées suivant que l'erreur est calculée sur tout le pic, $e_{tot}(pic,i)$, ou avec les points du pic au-dessus de la bande à -3 dB, $e_{-3dB}(pic,i)$. Cette méthode est sous-optimale par rapport à un estimateur du maximum de vraisemblance mais avec un coût de calcul fortement réduit, ce qui est indispensable étant donné le nombre élevé de pics. Pour chaque $\hat{\gamma}_{pic,i}(\nu)$ ajusté nous pouvons lister un ensemble de caractéristiques : la fréquence centrale ajustée du pic, l'amplitude temporelle (calculée à partir du maximum ajusté, de l'estimation de la variance du bruit et de la bande équivalente de la fenêtre spectrale), la variance estimée du bruit, le rapport signal à bruit local (RSB), le RSB émergent fonction de l'estimateur, un intervalle fréquentiel ou support du pic, les erreurs d'ajustement $e_{tot}(pic,i)$ et $e_{-3dB}(pic,i)$, la PFA conjointe.

Les deux erreurs seraient nulles pour une FP, avec une fréquence d'échantillonnage infinie et une estimation de la variance du bruit sans erreur. Ce n'est évidemment pas le cas en pratique. Afin d'évaluer des seuils sur ces erreurs en vue de classifier les pics, nous avons réalisé des simulations de Monte Carlo à partir de 50 réalisations d'un bruit blanc ajouté d'une fréquence pure. Les phénomènes observés seraient localement identiques pour des signaux multicomposantes noyés dans un bruit coloré.

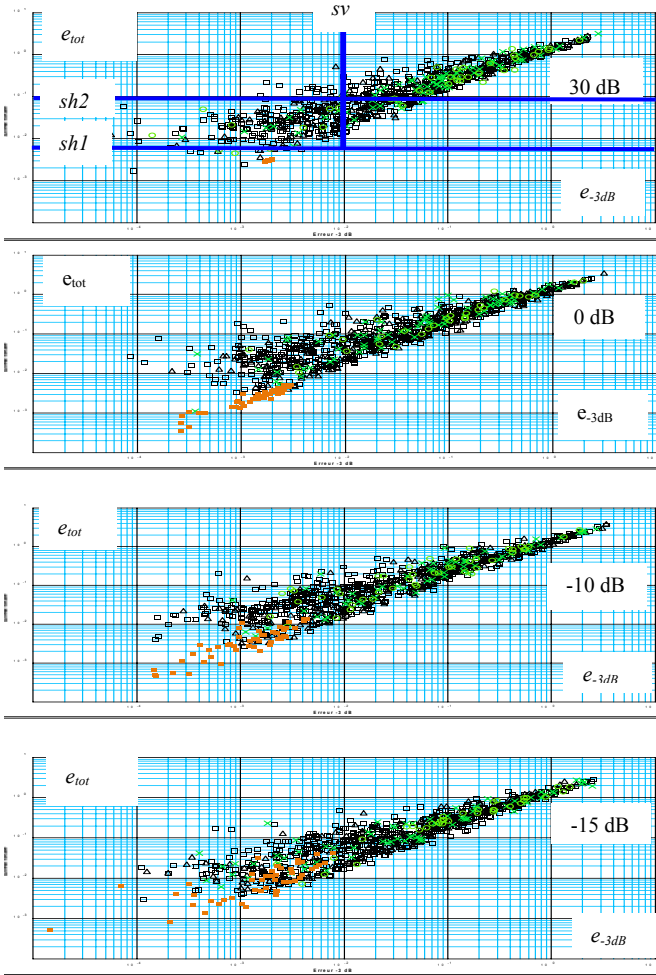


FIG. 1 : Simulations de Monte Carlo, 1 fréquence pure à 110 Hz, échantillonnée à 1000 Hz, bruit blanc additif, RSB égal à 30,0, -10 et -15 dB, $N=10\ 000$, taille FFT= 32768, analyse Welch-WOSA, 1 segment, fenêtre de Blackman, filtre n -passes, $PFA = 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}$; 50 réalisations de bruit. Code des couleurs : pics détectés à la fréquence pure (carrés orange), pics détectés à une autre fréquence (ronds jaunes-PFA 10-6), (croix vertes-PFA 10-5), (triangles noirs-PFA 10-4), (carrés évidés-PFA 10-3).

La figure 1 montre que l'erreur e_{tot} d'une FP est inférieure à un seuil $sh1$ alors que celle d'un pic de bruit est supérieure à un seuil $sh2$. Pour ne pas surcharger les figures, les seuils ne sont indiqués que sur la première courbe. Entre ces deux seuils, nous avons délimité une zone de doute pour laquelle une erreur e_{-3dB} faible, inférieure à un seuil sv , caractérise des FP avec une probabilité plus forte que pour une erreur e_{-3dB} supérieure à ce seuil sv .

Les valeurs des seuils (Cf. tableau 1) sont fixées à partir de l'ensemble des simulations de Monte Carlo. Elles sont donc vraies pour les mêmes conditions d'analyse, en particulier le filtre n -passes utilisé pour l'estimation de la variance du bruit. L'utilisation d'un autre filtre nécessite un réajustement des seuils. Néanmoins, grâce à la zone de doute, la sensibilité du choix des seuils est minimale. Il est important de noter qu'une FP est détectée avec une PFA faible même si le signal est bruité, ceci étant dû à la nature du test.

A chacune de ces zones, nous avons associé une distance notée d_{k1} ; Le deuxième indice égal à 1 indique un doute FP

par rapport à un pic de bruit. L'indice k est lié aux zones précédemment décrites. La valeur associée à cette distance est croissante avec le doute à partir d'une distance initiale $d_{00} = 0$ caractérisant la présence d'une FP. Cette distance est en fait un degré d'appartenance à une classe. A ce point, nous avons défini 4 classes, une par zone délimitée dans l'espace (erreur e_{tot} , erreur e_{-3dB}).

TAB 1 : Valeurs des seuils sur les erreurs pour une variance de bruit estimé par un filtre n -passes, $N > 1000$, taille FFT $> 2 \times N$

$sh1$	$sh2$	sv
6.10^{-3}	10^{-1}	10^{-2}

Lorsque le signal déterministe ajouté n'est pas une FP mais un signal BE, les erreurs e_{tot} et e_{-3dB} sont par définition supérieures aux valeurs obtenues par un modèle FP. Ainsi, dans toutes les classes autres que celle du modèle FP, il y a un doute sur le fait que le signal soit FP et BE. Les signaux BE n'ont de sens que s'ils se distinguent du bruit donc si la PFA conjointe est plutôt faible. Ces pics se verront alors associés une valeur de distance d_{k2} telle que l'indice 2 indique un doute entre une FP et un signal BE et telle que la force du doute soit codée par la valeur k . Une valeur de k importante signifie un doute important et le pic a une probabilité forte d'être un BE.

Ainsi, chaque classe autre que la classe FP est divisée en deux sous-classes suivant la valeur de la PFA conjointe. Le récapitulatif des classes ainsi définies est représenté dans le tableau 2.

TAB. 2 : Calcul d'une distance d_{kl} fonction des caractéristiques $PFA, e_{tot}(pic, i), e_{-3dB}(pic, i)$ du pic.

$PFA > 10^{-5}$ Doute FP/B $l=1$	$PFA \leq 10^{-5}$ Doute FP/BE $l=2$	Erreurs décroissantes
$d_{41} = d_{31}$	$d_{42} = 4 \times d_{12}$	$e_{tot}(pic, i) > sh2$ $e_{-3dB}(pic, i) > sv$
$d_{31} = 3 \times d_{11}$	$d_{32} = 3 \times d_{12}$	$e_{tot}(pic, i) > sh2$ $e_{-3dB}(pic, i) \leq sv$
$d_{21} = 2 \times d_{11}$	$d_{22} = 2 \times d_{12}$	$sh1 \leq e_{tot}(pic, i) \leq sh2$ $e_{-3dB}(pic, i) > sv$
d_{11}	d_{12}	$sh1 \leq e_{tot}(pic, i) \leq sh2$ $e_{-3dB}(pic, i) \leq sv$
Classe FP quelle que soit la PFA $l=k=0$ $d_{00} = 0$		$e_{tot}(pic, i) \leq sh1$

Chaque pic $\hat{\gamma}_{pic, i}(v)$ est muni d'une distance $d_{pic, i}$ égale à l'une des distances d_{kl} suivant la valeur des erreurs d'ajustement $e_{tot}(pic, i)$ et $e_{-3dB}(pic, i)$, ainsi que de la PFA conjointe qui a permis la détection du pic. Cette distance $d_{pic, i}$ est rajoutée à la liste des caractéristiques du pic défini au début de ce paragraphe. Cette liste constitue ce que nous avons appelé la carte d'identité spectrale du pic.

2.3 Mise en correspondance des cartes spectrales : création de suites

Les cartes spectrales sont établies pour chaque pic $\hat{\gamma}_{pic, i}(v)$ et pour $i=1$ à L . Un critère simple de correspondance entre deux cartes est défini par $I(CiPk) \cap I(CjPk) \neq \emptyset$, $I(CiPk)$ étant le support en fréquence du pic k au cycle i , complété de critères lorsque les pics ne sont pas détectés par tous les estimateurs. Les cartes mises en correspondance correspondent à un ensemble que nous avons appelé

« suite ». L'ensemble des cartes d'une suite décrit la même structure spectrale.

3. Interprétation comparative et classification

Dans chaque suite, les cartes spectrales sont fusionnées suivant une procédure que nous proposons. Si la suite présente plus d'un doute (indice l de $d_{pic,i}$ non constant sur la suite) ou si des alarmes (sur la PFA ou le niveau de bruit) ont été levées, le pic est classé dans la classe « Alarme », reflet d'une mauvaise estimation de la ligne de fond. Ensuite, pour chaque suite sont calculées une distance moyenne d_{pic} et un écart-type σ_{pic} ,

$$d_{pic} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L d_{pic,i} \quad \sigma_{pic} = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L d_{pic,i}^2 - d_{pic}^2}, \quad (6)$$

un indice de stabilité St_{pic} ,

$$St_{pic} = 100(1 - \sigma_{pic}/2), \quad (7)$$

Cet indice, valeur en pourcentage, a été calculé en tenant compte des variations extrêmes possibles dans une suite, ce calcul est possible étant donné la discrétisation des distances $d_{pic,i}$. Il est le reflet de la stabilité des différents estimateurs de la suite. Les valeurs des PFA conjointes de la suite permettent d'affecter un niveau symbolique de RSB local.

Une distance finale ou fusionnée, $d_{pic,f}$, évaluée par

$$d_{pic,f} = \min_{k,l} |d_{pic,k} - d_{pic,l}|, \quad (8)$$

caractérise la structure spectrale associée à la suite toujours en fonction du tableau 2. L'indice St_{pic} associé est un indicateur précieux à associer à cette décision. Un pourcentage de 100% indique une conclusion identique dans toutes les cartes de la suite, soit pour tous les estimateurs. A l'inverse, un pourcentage faible indique une variabilité importante entre les estimateurs. En définitive, pour chaque suite, une carte finale d'identité spectrale du pic détecté contient les caractéristiques fusionnées précédemment décrites.

Finalement, la classification consiste à regrouper les cartes finales contenant la même distance $d_{pic,f}$. Nous proposons la stratégie suivante :

- Classe FP = cartes finales / $d_{pic,f} = d_{00}$;
- Classe BE = cartes finales / $d_{pic,f} \in \{d_{12}, d_{22}, d_{32}, d_{42}\}$;
- Classe Rejet = cartes finales / $d_{pic,f} \in \{d_{11}, d_{21}, d_{31}, d_{41}\}$;
- Classe Alarmes.

D'autres stratégies plus fines peuvent être envisagées en tenant compte de l'indice de stabilité, des RSB locaux ou des PFA conjointes de détection.

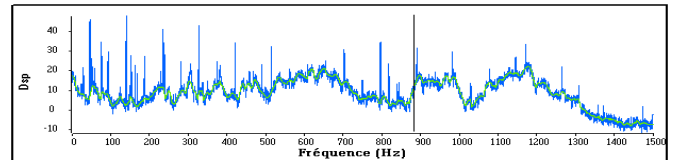
4. Applications sur signaux réels

La procédure proposée a été conçue et validée à partir d'une base de 130 signaux réels, signaux vibratoires et acoustiques fournis par EDF et la DGA. La figure 2 illustre le calcul des distances pour les pics détectés sur un zoom fréquentiel d'un signal vibratoire réel de 10 000 points échantillonné à 3000 Hz.

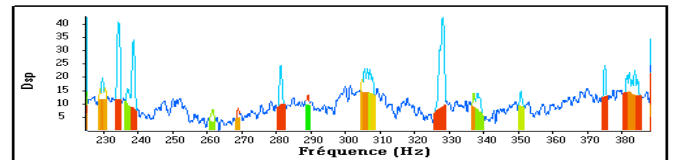
5. Conclusion

La stratégie d'analyse spectrale présentée dans cet article conduit à un procédé automatique, sans aucun choix de paramètres, qui ne nécessite aucune information *a priori* sur le contenu spectral du signal. Le bruit est additif, non blanc et de variance inconnue. L'exploitation des propriétés des

estimateurs spectraux permet une identification rigoureuse et précise des motifs spectraux. L'approche actuelle permet d'extraire et de caractériser les fréquences pures et les structures BE présentes dans un signal d'au moins 1000 points, le modèle de référence étant la fenêtre spectrale des estimateurs spectraux. Des travaux sont en cours dans le but de proposer un test qui tiendrait compte d'une loi du spectre estimé du bruit plus adapté au filtrage non-linéaire utilisé. Il serait plus juste de définir des seuils complexes dans l'espace des erreurs pic-fenêtre spectrale afin de mieux définir les classes sous-jacentes. Finalement, une extension intéressante consisterait à étudier les variations de ces erreurs par rapport à des modèles de BE, les deux sous-classes d'intérêt étant les BE de type aléatoire et ceux de type déterministe.



DSP (courbe bleue) estimée par l'estimateur Welch-WOSA, 1 segment, fenêtre de Blackman, taille FFT = 131 072
DSP (courbe verte) estimée par filtrage n-passes de la DSP du signal avec $2M+1=65$



Zoom fréquentiel avec indication de la PFA conjointe (couleur supérieure des pics) et de la distance d_{kl} (couleur inférieure des pics) pour chaque pic détecté

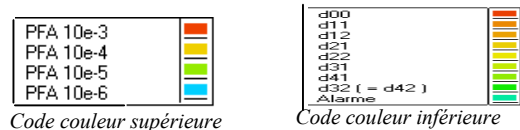


FIG. 2: Interprétation de la DSP d'un signal vibratoire réel pour un estimateur spectral.

Références

- [1] J.Schoukens, Y.Rolain, G.Simon, R.Pintelon, *Fully automated spectral analysis of periodic signals*, IEEE Tr. Ins. Meas., vol 52, n°4, August 2003, pp.1021-1024.
- [2] L-M.Zhu, H-X. Li, H.Ding, *Estimation of multi-frequency signal parameters by frequency domain non-linear least squares*, Mech. Syst. and Sig. Proc., Elsevier Ed., vol 19, 2005, pp. 955-973.
- [3] D.Rabijns, G.Vandersteen, W.Van Moer, *An automatic detection scheme for periodic signals based on spectrum analyzer measurements*, IEEE Trans Instr. Measur., vol 53, n°3, June 2004, pp. 847-853.
- [4] M.Durnerin et al., *Démarche d'analyse spectrale en vue d'une interprétation automatique, application à un signal d'engrenages*, GRETSI 1997, 15-19 septembre 1997, Grenoble, France, pp. 539-542
- [5] M.Durnerin, *Une stratégie pour l'interprétation en analyse spectrale – détection et caractérisation des composantes d'un spectre*, thèse INPG, Septembre 1999, téléchargeable www.lis.inpg.fr
- [6] N.Martin, G.Lejeune, M.Durnerin, C.Mailhes, *Procédé d'identification automatique de composantes spectrales d'un signal*, déposé le 12 novembre 2004, n° 04/52613.
- [7] N.L.Johnson, S.Kotz, N.Balakrishnan, *Continuous univariate distributions*, vol 1 (1994) et 2 (1995), Wiley Interscience.
- [8] W. A. Struzinski, E. D. Lowe, *A performance comparison of four noise background normalization schemes proposed for signal detection systems*. Journal Acoust. Soc. Am., no. 78, p. 936-941 - September 1985.