

Amélioration de la résolution des images ultrasonores en mode B par déconvolution semi-aveugle

Renaud Morin, Stéphanie Bidon, Adrian Basarab, Denis Kouamé

► To cite this version:

Renaud Morin, Stéphanie Bidon, Adrian Basarab, Denis Kouamé. Amélioration de la résolution des images ultrasonores en mode B par déconvolution semi-aveugle. Groupe de Recherche et d'Etudes du Traitement du Signal et des Images (GRETSI 2013), Sep 2013, Brest, France. pp. 1-4, 2013. <hr/>

HAL Id: hal-01239747 https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01239747

Submitted on 8 Dec 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Open Archive TOULOUSE Archive Ouverte (OATAO)

OATAO is an open access repository that collects the work of Toulouse researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in : <u>http://oatao.univ-toulouse.fr/</u> Eprints ID : 12468

The contribution was presented at GRETSI 2013 : <u>http://gretsi.fr/colloque2013/</u>

To cite this version : Morin, Renaud and Bidon, Stéphanie and Basarab, Adrian and Kouamé, Denis *Amélioration de la résolution des images ultrasonores en mode B par déconvolution semi-aveugle*. (2013) In: Groupe de Recherche et d'Etudes du Traitement du Signal et des Images (GRETSI 2013), 3 September 2013 - 6 September 2013 (Brest, France).

Any correspondance concerning this service should be sent to the repository administrator: staff-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr

Amélioration de la résolution des images ultrasonores en mode B par déconvolution semi-aveugle

Renaud MORIN^{1*}, Stéphanie BIDON², Adrian BASARAB¹, Denis KOUAMÉ¹

¹Université de Toulouse - IRIT UMR CNRS 5505, 118 route de Narbonne, 31062 Toulouse Cedex 9, France ²Université de Toulouse - ISAE DEOS, 10 avenue Édouard Belin, 31055 Toulouse Cedex 4, France

¹{prénom.nom}@irit.fr, ²sbidon@isae.fr

Résumé – En imagerie médicale, et plus précisément dans le domaine de l'imagerie ultrasonore, les problématiques liées à l'amélioration de la résolution font aujourd'hui l'objet de très nombreux travaux. Alors que beaucoup d'approches se consacrent à l'amélioration du dispositif d'acquisition des images échographiques (pré-traitement) pour pallier leur faible résolution, très peu de travaux se sont attachés à des techniques de post-traitement. Nous proposons ici une nouvelle approche pour la restauration d'image basée sur une formulation de type déconvolution semi-aveugle, résolue dans le cadre algorithmique de la méthode des directions alternées. Les performances de notre algorithme sont évaluées à l'aide de données synthétiques (fantôme de Shepp-Logan) et d'une image ultrasonore *in vivo* en mode B, sur la base de plusieurs critères quantitatifs. Dans le cas où la réponse impulsionnelle spatiale du système est mal connue, les résultats démontrent une robustesse accrue par rapport à une méthode de déconvolution classique (non aveugle).

Abstract – In the field of ultrasound imaging, resolution enhancement is an up-to-date challenging task. Many device-based approaches have been proposed to overcome the low resolution nature of ultrasound images but very few works deal with post-processing methods. This paper investigates a novel approach based on a semi-blind deconvolution formulation and an alternating direction method framework in order to perform the ultrasound image restoration task. The algorithm performance is addressed using synthetic data (Shepp-Logan phantom) and B-mode *in vivo* ultrasound image for a various range of criteria. The results demonstrate that our technique is more robust to uncertainties in the *a priori* ultrasonic pulse than classical non-blind deconvolution methods.

1 Introduction

Comparée à de nombreuses autres modalités, l'imagerie ultrasonore (US) est une modalité d'imagerie non invasive et non ionisante communément utilisée pour la détection précoce de diverses pathologies [1]. En dépit de ses nombreux avantages, elle offre cependant une résolution spatiale bien inférieure à celle garantie par des modalités comme l'imagerie par résonance magnétique (IRM). Cette faible résolution est directement liée à la fréquence de travail, ainsi qu'aux caractéristiques du système d'imagerie et des capteurs ultrasonores à travers la réponse impulsionnelle spatiale de ce système ou « point spread function » (PSF). Notons également que la résolution de ces images échographiques est dégradée par la présence d'un bruit spécifique appelé « speckle ».

De nombreux travaux se sont intéressés au dispositif d'acquisition pour améliorer la résolution des images US [2, 3], pour ne citer que ceux-là. Ces techniques étant souvent tributaires de la fréquence de travail comme du système d'imagerie, il peut s'avérer plutôt judicieux de se tourner vers des techniques numériques, une fois les images US acquises. L'amélioration de la résolution dans le cas général des images optiques a suscité un vif intérêt [4] mais très peu de ces techniques s'appliquent au cas très particulier de l'imagerie US. Parmi ces dernières, l'estimation d'une image haute résolution (HR) à l'aide de techniques de déconvolution [5, 6, 7, 8] semble être l'une des approches les plus prometteuses. Ces méthodes nécessitent la connaissance a priori d'information sur l'image à restaurer et parfois sur la réponse impulsionnelle du système d'imagerie. L'objectif de cet article est de développer pour l'imagerie US en mode B (signal enveloppe obtenu à partir des données radiofréquences) une méthode de déconvolution semi-aveugle prenant en compte des informations partielles sur la PSF. Le modèle de formation de l'image classique est reformulé en un problème inverse mal posé (au sens de Hadamard) qui doit être régularisé et que nous avons déjà traité dans la cas d'une PSF parfaitement connue [9]. Ici, la régularisation est assurée par une combinaison de termes \mathcal{L}^1 et \mathcal{L}^2 , i.e., une contrainte de parcimonie liée au signal à restaurer et une contrainte liée à la distance entre la PSF et son estimation initiale. La résolution de ce problème est effectuée de manière efficace grâce à un cadre algorithmique reposant sur la méthode des directions alternées (ADMM, ou alternating direction method of multipliers) et sur un problème des moindres carrés régularisé. Un a priori de type variation totale (TV, ou total variation) sur les données à restaurer [10, 11, 12] permet de favoriser la préservation des contours des images US en mode B.

^{*}Recherche soutenue financièrement par la Région Midi-Pyrénées.

2 Modèle et méthode de déconvolution

L'amélioration de la résolution d'images US par déconvolution consiste en la reconstruction d'un signal $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$ à partir d'observations $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$, $n \leq m$, obtenues par convolution avec la matrice caractéristique de la PSF spatialement invariable $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ et par sous-échantillonnage régulier via la matrice $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{n \times m}$

$$\mathbf{y} = \mathbf{SHx} + \mathbf{b},\tag{1}$$

avec b un bruit additif modélisant les erreurs de mesure et du modèle de convolution. Il est à noter que sous l'hypothèse de frontières circulaires, **H** est une matrice circulante par rapport à sa première ligne $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n$, **h** étant la vectorisation des ℓ coefficients du noyau de la PSF 2D. Les n^2 coefficients de **H** sont ainsi entièrement déterminés par les ℓ éléments non nuls de **h**. La reconstruction de l'image peut alors se faire de manière directe quand la PSF est connue ou de manière semi-aveugle si l'on dispose seulement d'informations partielles.

2.1 Déconvolution avec une PSF connue

Quand la matrice \mathbf{H} est connue, le problème d'optimisation solution de (1) peut s'écrire sous la forme [9]

$$\min_{\mathbf{x}\in\mathbb{R}^m} |||\mathbf{\Gamma}\mathbf{x}|||_1 \qquad t.q. \quad ||\mathbf{y}-\mathbf{SH}\mathbf{x}||_2^2 \le \alpha, \qquad (2)$$

avec Γ une transformation linéaire (l'opérateur gradient ∇ dans le cas de l'*a priori* TV qui peut s'écrire en version discrète $\nabla = [\nabla_1^T \nabla_2^T]^T \in \mathbb{R}^{2m \times m})$ et $\alpha \in \mathbb{R}^*_+$ une constante mesurant le compromis entre attache aux données et régularisation. On rappelle que si $\Omega = [\omega_1^T \omega_2^T]^T \in \mathbb{R}^{2 \times m}$, alors $|||\Omega|||_1 =$ $||(|\Omega|)||_1 = ||(\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2})||_1$. Sous l'hypothèse de frontières circulaires, il est important de noter que **H** est une matrice circulante et peut donc être diagonalisée par transformée de Fourier. Des travaux récents ont étudié la faisabilité de cette approche dans le cas de conditions aux frontières inconnues [13]. La solution de (2) peut être calculée de manière efficace grâce à une implantation ADMM [12, 13], une variante des techniques de type Lagrangien augmenté (LA) pour les problèmes d'optimisation à structure séparable avec des contraintes linéaires. Le problème (2) peut ainsi se reformuler dans le cas TV

$$\begin{array}{ll} \min & |||\boldsymbol{\Omega}|||_1 \\ t.q. \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^m, \; \boldsymbol{\Omega} \in \mathbb{R}^{2 \times m}, \; \boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{x}, \; \mathbf{z} \in \mathcal{Z} \end{array}$$
(3)

avec $\mathcal{Z} = \left\{ \mathbf{z} \in \mathbb{R}^m, \, \mathbf{z} = \mathbf{H}\mathbf{x}, \, ||\mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{z}||_2^2 \leq \alpha \right\}.$ On retrouve alors le cadre algorithmique ADMM classique

$$\min_{\substack{t,q, \mathbf{u} \in \mathcal{U}, \mathbf{v} \in \mathcal{V}, \mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{B}\mathbf{v} = \mathbf{c}} f_1(\mathbf{u}) + f_2(\mathbf{v})$$

$$(4)$$

puisqu'on peut choisir $\mathbf{u} = \mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{v} = \operatorname{vect}([\mathbf{\Omega} \mathbf{z}]) = \operatorname{vect}([\mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_3]) = [\mathbf{v}_1^T \mathbf{v}_2^T \mathbf{v}_3^T]^T \in \mathbb{R}^{3m}$, $f_1(\mathbf{u}) = 0$, $f_2(\mathbf{v}) = |||\mathbf{\Omega}|||_1 + \chi_{\mathcal{Z}}(\mathbf{z})$, $\mathbf{A} = [\mathbf{\Gamma}^T \mathbf{H}^T]^T$, $\mathbf{B} = -\mathbf{I}_{3m}$ et $\mathbf{c} = \mathbf{0}_{3m}$. \mathbf{I}_{3m} représente la matrice identité de taille $3m \times 3m$ et $\chi_{\mathcal{Z}}$ la fonction indicatrice de l'ensemble \mathcal{Z} . Dans ces conditions, notre problème (2) s'adapte parfaitement au cadre algorithmique défini par (4) et se résout de la manière suivante

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{k+1} = \underset{\mathbf{u} \in \mathcal{U}}{\operatorname{argmin}} & \mathcal{L}(\mathbf{u}, \mathbf{v}_k, \boldsymbol{\lambda}_k) \\ \mathbf{v}_{k+1} = \underset{\mathbf{v} \in \mathcal{V}}{\operatorname{argmin}} & \mathcal{L}(\mathbf{u}_{k+1}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\lambda}_k) \\ \boldsymbol{\lambda}_{k+1} = \boldsymbol{\lambda}_k + \beta(\mathbf{A}\mathbf{u}_{k+1} + \mathbf{B}\mathbf{v}_{k+1} - \mathbf{c}) \end{cases}$$
(5)

 $\mathcal{L}(\mathbf{u},\mathbf{v},\boldsymbol{\lambda}) = f_1(\mathbf{u}) + f_2(\mathbf{v}) +$

avec

$$\langle \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{B}\mathbf{v} - \mathbf{c} \rangle + \frac{\beta}{2} ||\mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{B}\mathbf{v} - \mathbf{c}||_2^2$$
 (6)

le Lagrangien augmenté lié à (4), $\lambda \in \mathbb{R}^m$ le multiplicateur de Lagrange associé aux contraintes linéaires, $\beta \in \mathbb{R}^*_+$ un paramètre pénalisant la violation de ces contraintes et $\langle \cdot, \cdot \rangle$ le produit scalaire usuel défini sur \mathbb{R}^m . Les détails calculatoires pour la résolution de (5) sont donnés dans [9, 12]. Les opérations à effectuer sont des inversions point à point par transformée de Fourier, des seuillages doux et des projections qui peuvent toutes être calculées de manière très efficace.

2.2 Déconvolution semi-aveugle

L'estimation de la PSF est une étape cruciale dans toutes les méthodes de déconvolution et des erreurs même mineures dans son estimation peuvent conduire à une très mauvaise restauration [7, 8]. En imagerie US, une estimation rapide mais grossière de la PSF peut être obtenue par filtrage homomorphique [6]. Aussi, étant donnée cette estimation initiale de la PSF, nous proposons d'adapter l'algorithme robuste que nous avons proposé dans [14] pour estimer ici, de manière conjointe, les coefficients de la PSF de type enveloppe et ceux de l'image en mode B à restaurer. Afin de prendre en compte le caractère semi-aveugle de la déconvolution et la régularisation associée, nous proposons de reformuler (2) sous la forme non contrainte

$$\min_{\mathbf{x}\in\mathbb{R}^{m},\,\mathbf{h}\in\mathbb{R}^{\ell}}\left|\left|\left|\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{x}\right|\right|\right|_{1}+\tau\left|\left|\mathbf{y}-\mathbf{SHx}\right|\right|_{2}^{2}+\gamma\left|\left|\mathbf{h}-\mathbf{h}_{\mathbf{0}}\right|\right|_{2}^{2}\right|$$
(7)

où \mathbf{h}_0 est l'estimation initiale de la PSF et γ , τ sont des paramètres de régularisation. Plutôt que de résoudre ce problème de manière directe, on peut décomposer (7) alternativement en deux problèmes séquentiels par rapport à \mathbf{x} et \mathbf{h} [14].

Étant donné h_0 , notre algorithme résout de manière itérative

$$\mathbf{x}_{k+1} = \underset{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m}{\operatorname{argmin}} \left\| \mathbf{y} - \mathbf{S} \mathbf{H}_k \mathbf{x} \right\|_2^2 + \tau \left\| \left\| \mathbf{\Gamma} \mathbf{x} \right\| \right\|_1$$
(8a)

$$\mathbf{h}_{k+1} = \operatorname*{argmin}_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^{\ell}} \left\| \mathbf{y} - \mathbf{S} \mathbf{X}_k \mathbf{P} \mathbf{h} \right\|_2^2 + \gamma \left\| \mathbf{h} - \mathbf{h}_0 \right\|_2^2$$
(8b)

avec $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{m \times \ell}$ une matrice à structure simple reliant les ℓ coefficients du noyau de la PSF h à un vecteur à m éléments de telle sorte que $\mathbf{H}_k \mathbf{x} = \mathbf{X}_k \mathbf{Ph}$. $\mathbf{X}_k \in \mathbb{R}^{m \times m}$ est une matrice circulante avec la même structure que \mathbf{H}_k mais avec $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^m$ pour noyau circulant.

La solution de (8a) est donnée en Section 2.1 de manière analytique. L'équation (8b) est un problème des moindres carrés régularisé dont la solution peut elle aussi être calculée de manière efficace [14] comme

$$\mathbf{h}_{k+1} = \left[(\mathbf{S}\mathbf{X}_k \mathbf{P})^T (\mathbf{S}\mathbf{X}_k \mathbf{P}) + \gamma \mathbf{I}_\ell \right]^{-1} \left[(\mathbf{S}\mathbf{X}_k \mathbf{P})^T \mathbf{y} + \gamma \mathbf{h}_0 \right]$$
(9)

Ainsi, à chaque itération de (8), les solutions de chacune des étapes (8a) et (8b) sont calculées de manière analytique.

3 Résultats

3.1 Données synthétiques

Les méthodes de déconvolution classique et semi-aveugle ont d'abord été testées sur une image simple où l'ensemble des dégradations sont connues afin d'en évaluer les performances. Les résultats sont présentés sur la Figure 1. L'image d'origine (Fig. 1(a)) est un extrait de 100×100 pixels du fantôme de Shepp-Logan (image originale de 200×200 pixels), et l'image en entrée de notre algorithme (Fig. 1(b)) est une version convoluée par une PSF connue, sous-échantillonnée d'un facteur 2 dans chaque direction et légèrement bruitée (SNR = 50 dB). Cette image est ensuite restaurée en utilisant la formulation classique (avec une PSF initiale h_0 , Fig. 1(c)) et la formulation semi-aveugle (avec la PSF estimée après convergence de (8), Fig. 1(d)). La vraie PSF h et son estimation initiale h_0 sont des fonctions gaussiennes 2D isotropes ayant des variances différentes ($\sigma = 1.25$ et $\sigma_0 = 3.75$ respectivement) afin de modéliser l'erreur de l'estimation initiale. Les performances de notre algorithme, visuellement satisfaisantes (Fig. 1), ont été évaluées de manière quantitative sur la Figure 2 en termes de PSNR (Peak Signal-to-Noise Ratio), de SSIM (Structural Similarity) et d'erreur quadratique moyenne sur PSF estimée et montrent une amélioration notable. Il est important de remarquer que la première itération de (8) est une déconvolution classique utilisant la PSF h_0 . Un bilan numérique de cette amélioration est donné dans la Table 1. On peut noter une amélioration du PSNR et du SSIM de respectivement 3 dB et 4 % environ.

3.2 Image ultrasonore in vivo

Des résultats similaires ont été obtenus sur des images ultrasonores in vivo de rein de souris de 1024×256 pixels ($21.8 \times$ 5.5 mm). L'image a été acquise à l'aide d'un transducteur de fréquence centrale $f_0 = 25$ MHz. L'estimation initiale de la PSF ho est calculée en utilisant FIELD II [15], un logiciel de simulation réaliste d'images ultrasonores permettant de reproduire les conditions d'acquisition originales. Un détail de 280×80 pixels (6.0 \times 1.7 mm) extrait de ces résultats est présenté sur la Figure 3, où les vascularisations sont mieux délimitées sur l'image restaurée par l'approche semi-aveugle. De plus, que l'on se place dans une zone faiblement ou fortement échogène, les détails de l'image US sont clairement mieux identifiés. Une comparaison des temps de calcul pour les deux types de déconvolution est présentée dans la Table 2 pour une implantation Matlab sur un ordinateur de bureau classique fonctionnant à 2.4 GHz. Les temps de calcul donnés pour la déconvolution semi-aveugle tiennent compte des 10 itérations du problème (8) (voir Figure 2).



(a) Image haute résolution



(c) Déconvolution classique



(b) Image basse résolution



(d) Déconvolution semi-aveugle

FIGURE 1 – Restauration d'un détail de 100×100 pixels du fantôme de Shepp-Logan (a). L'image en entrée des algorithmes (b) est une version dégradée de 50×50 pixels. L'image est restaurée par déconvolution classique (c) et l'approche proposée (d), avec des valeurs de PSNR respectives de 26 dB et 28 dB.



FIGURE 2 – Performances de notre algorithme en termes de (gauche) PSNR, (milieu) SSIM, et (droite) mean-square error de la PSF. 10 itérations de (8) suffisent dans la plupart des cas.

TABLE 1 – Performances de notre méthode en termes de PSNR (Peak Signal-to-Noise Ratio), de SSIM (Structural Similarity) et d'erreur quadratique moyenne sur PSF estimée pour le fantôme de Shepp-Logan de 100×100 pixels.

	-	
	Déconvolution	Déconvolution
	classique	semi-aveugle
PSNR (dB)	25.53	28.26
SSIM (%)	94.33	98.12
MSE PSF (%)	16.11	15.25



(a) Image initiale





(b) Déconvolution classique

(c) Déconvolution semi-aveugle

FIGURE 3 – Restauration d'une image ultrasonore de rein de souris (a) par déconvolution classique (b) et l'approche proposée (c).

4 Conclusions et perspectives

Nous avons présenté une nouvelle approche pour l'amélioration de la résolution d'images ultrasonores en mode B. L'avantage de cette méthode, basée sur la formulation semi-aveugle d'une technique de déconvolution de type ADMM, réside dans l'estimation conjointe et efficace de la PSF et de l'image restaurée. Les performances de l'algorithme proposé ont été testées sur la base de critères quantitatifs et démontrent une nette amélioration. Cette méthode présente une meilleure robustesse par rapport à l'estimation de la PSF, la précision de cette dernière influençant de manière notable la qualité de la déconvolution.

Références

- T. L. Szabo, *Diagnostic ultrasound imaging: inside out*, Biomedical Engineering Series. Elsevier Academic Press, 2004.
- [2] G. T. Clement, J. Huttunen, and K. Hynynen, "Superresolution ultrasound imaging using back-projected reconstruction,"

TABLE 2 – Temps de calcul (en secondes) pour la déconvolution du fantôme de Shepp-Logan (100×100 pixels) et de l'image ultrasonore *in vivo* de rein de souris (280×80 pixels).

	Déconvolution	Déconvolution
	classique	semi-aveugle
Shepp-Logan	7.2	58.3
Rein de souris	15.7	130.2

J. Acoust. Soc. Am., vol. 118, pp. 3953 - 3960, 2005.

- [3] M. A. Ellis and F. Viola and W. F. Walker, "Super-Resolution Image Reconstruction Using Diffuse Source Models," *Ultra*sound in Med. & Biol., vol. 36, pp. 967 – 977, 2010.
- [4] S. C. Park and M. K. Park and M. G. Kang, "Super-resolution image reconstruction : a technical overview," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 20, pp. 21 – 36, 2003.
- [5] J. A. Jensen and S. Leeman, "Nonparametric estimation of ultrasound pulses," *IEEE Trans. Biomedical Engineering*, vol. 41, no. 10, pp. 929 – 936, 1994.
- [6] T. Taxt, "Restoration of medical ultrasound images using twodimensional homomorphic deconvolution," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 42, no. 4, pp. 543 – 554, 1995.
- [7] O. Michailovich and A. Tannenbaum, "Blind deconvolution of medical ultrasound images: A parametric inverse filtering approach," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 16, pp. 3005 – 3019, 2007.
- [8] A. K. Takahata, E. Z. Nadalin, R. Ferrari, L. T. Duarte, R. Suyama, R. R. Lopes, J. M. T. Romano, and M. Tygel, "Unsupervised processing of geophysical signals : A review of some key aspects of blind deconvolution and blind source separation," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 29, pp. 27 35, 2012.
- [9] R. Morin, A. Basarab, and D. Kouamé, "Alternating direction method of multipliers framework for super-resolution in ultrasound imaging," in *Proc. IEEE Int. Symp. Biomedical Imaging: From Nano to Macro*, 2012, pp. 1595 – 1598.
- [10] L. Rudin, S. Osher, and E. Fatemi, "Nonlinear total variation based noise removal algorithms," *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 60, pp. 259 – 268, 1992.
- [11] T. F. Chan and C. K. Wong, "Total variation blind deconvolution," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 7, pp. 370 – 375, 1998.
- [12] M. Ng, P.Weiss, and X.-M. Yuang, "Solving constrained totalvariation image restoration and reconstruction problems via alternating direction methods," *SIAM journal on Scientific Computing*, vol. 32, 2010.
- [13] M. S. C. Almeida and M. A. T. Figueiredo, "Deconvolving Images With Unknown Boundaries Using the Alternating Direction Method of Multipliers," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 22, no. 8, pp. 3074 – 3086, 2013.
- [14] R. Morin, S. Bidon, A. Basarab, and D. Kouamé, "Semi-blind deconvolution for resolution enhancement in ultrasound imaging," accepted for *IEEE Int. Conf. Image Processing (ICIP)*, 2013.
- [15] J. A. Jensen, "A model for the propagation and scattering of ultrasound in tissue," J. Acoust. Soc. Am., vol. 89, no. 1, pp. 182 – 191, 1991.