



# Asservissement visuel et commande de la distance focale

Bernard Espiau

## ► To cite this version:

Bernard Espiau. Asservissement visuel et commande de la distance focale. RR-2613, INRIA. 1995. inria-00074072

**HAL Id: inria-00074072**

**<https://hal.inria.fr/inria-00074072>**

Submitted on 24 May 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE EN INFORMATIQUE ET EN AUTOMATIQUE

***ASSERVISSEMENT VISUEL ET  
COMMANDE DE LA DISTANCE FOCALE***

Bernard ESPIAU

**N° 2613**

Juillet 1995

PROGRAMME 4



*Rapport  
de recherche*



## ASSERVISSEMENT VISUEL ET COMMANDE DE LA DISTANCE FOCALE

Bernard ESPIAU

Programme 4 — Robotique, image et vision  
Projet BIP

Rapport de recherche n° 2613 — Juillet 1995 — 20 pages

**Résumé :** Cet article présente l'application de techniques d'asservissement visuel désormais classiques au cas où l'une des variables de commande est la distance focale. Plus précisément, on suppose disposer d'un zoom commandable en vitesse en complément des six autres mouvements pilotés de la caméra. On s'intéresse au problème des quatre points formant un carré, et l'on définit deux fonctions à réguler, l'une s'interprétant en terme de centrage, l'autre associée à la taille globale de la cible dans l'image. On propose ensuite des lois de commande non-linéaires simples dont on étudie le comportement théorique. On montre également l'existence de deux solutions, et l'on donne quelques résultats de simulation en conclusion.

**Mots-clé :** Vision par ordinateur, commande de robots, zoom, asservissement visuel

*(Abstract: pto)*

## Visual Servoing with Zoom Control

**Abstract:** This paper describes how visual servoing techniques can be apply to the case where the focal length of a camera is itself a control variable. We also suppose that the other movements of the camera can be controlled independently. We consider the problem of a plane target, made of 4 points which are the vertices of a square to be centered in the image, the edges of which being horizontal or vertical. We then define two functions to be servoed: the first one expresses the centering and the second represents the overall size of the image target. After having computed the jacobian matrices, we propose and study some simple control laws. We show the existence of two solutions and conclude by giving a few simulation results.

**Key-words:** Computer vision, robot control, zoom, visual servoing

## 1 Introduction

Les travaux actuels en asservissement visuel (cf [7] par exemple), aussi bien dans le cas des robots manipulateurs que dans celui des robots mobiles, considèrent que les variables de commande du système sont associées aux seuls mouvements d'un repère lié à la caméra. Dans le cas où la distance focale de celle-ci varie, il est possible en un premier stade de considérer qu'il s'agit d'une perturbation que la commande doit compenser si elle est suffisamment robuste (cf [2, 3]), au même titre que d'autres erreurs sur les paramètres d'étalonnage. Une deuxième façon de voir les choses consiste au contraire à exploiter cette variation, par l'intermédiaire d'un zoom motorisé, et donc à considérer la distance focale comme reliée plus ou moins directement à une variable de commande supplémentaire. Notons qu'il existe une certaine analogie entre le contrôle de la distance focale  $f$  et celui de la profondeur  $Z$ , toutes deux contribuant à modifier globalement la dimension des objets dans l'image. Cette redondance s'illustre en considérant la régulation à zéro d'une coordonnée image correspondant à la projection perspective simple d'un point 3D,  $x = f \frac{X}{Z}$ . Alors, la satisfaction de la contrainte  $\dot{x} = 0$  requiert  $\frac{\dot{f}}{f} = \frac{\dot{Z}}{Z}$ , expression qui indique comment sont reliées les deux commandes en vitesse associées. Nous pourrions donc utiliser presque telles quelles les commandes classiques en vitesse détaillées par exemple en [1]. Toutefois, la différence de nature entre la distance focale et les 6 déplacements de  $SE(3)$  usuellement considérés et l'existence de dispositifs physiques différents dans les deux cas incitent à considérer la commande du zoom comme spécifique, et dévolue à des tâches bien identifiées. Ce point de vue est la base du présent article.

Pour préciser l'intérêt d'avoir un contrôle particulier de la distance focale, prenons l'exemple classique ([1]) d'un asservissement sur 4 points coplanaires formant un carré. La liaison virtuelle habituellement réalisée étant de classe  $C_0$ , la spécification du mouvement dans l'axe de la caméra se fait en imposant une trajectoire temporelle au paramètre "consigne de largeur du carré centré dans l'image". Cela n'est pas forcément très judicieux, car l'on peut avoir envie de fixer directement la vitesse d'avance désirée dans cette direction tout en gardant l'image centrée, réalisant ainsi une liaison de classe  $C_1$ , plus conforme à la nature de la tâche hybride à réaliser.

L'adjonction d'un zoom motorisé permet alors de chercher, de plus, à maintenir constante et suffisamment grande la taille du carré centré dans l'image durant l'avance, donc en général à augmenter la distance focale,  $f$ . Cette politique présente les avantages suivants:

1. la sensibilité,  $\frac{\partial (\text{signaux})}{\partial (\text{mouvements})}$ , est proportionnelle à  $f$ . Donc, si la résolution du robot est suffisamment élevée, à une précision de mesure donnée dans l'image correspondra une meilleure précision de positionnement relatif caméra/cible dans l'espace 3D, lorsqu'elles sont proches, que dans le cas classique;
2. les coordonnées des points dans l'image, utilisées dans cette application comme grandeurs à asservir, sont en général calculées en estimant les centres de gravité de taches elliptiques dans l'image. On peut penser que la précision de cette estimation est liée à la taille des taches et que l'on donc intérêt à les maintenir aussi grandes que possible;

3. comme on l'imagine, la commande de  $f$  sera basée sur des mesures dans l'image. Une mesure précise de la valeur de  $f$  ne sera donc pas nécessaire, ce qui simplifie la conception du zoom motorisé.

Enfin, il faut remarquer que l'emploi d'un zoom permet de compenser l'existence d'une limite physique au déplacement de la caméra dans la direction de l'axe optique, limite provenant des butées articulaires ou de la taille finie des segments. On augmente alors en un certain sens l'espace de travail du couple {robot-caméra}.

Cet article présente une méthode permettant de résoudre simplement le problème du contrôle de la position de primitives dans l'image en utilisant simultanément des commandes associées aux déplacements de la caméra et à la variation de la distance focale. Le premier paragraphe précise les diverses grandeurs concernées et donne les modèles associés. Le second propose un schéma de commande et en analyse la stabilité. Quelques résultats et conclusions terminent cet article.

Il faut par ailleurs souligner que la bibliographie sur ce sujet précis est très pauvre, si l'on fait exception des publications traitant de la modélisation de systèmes à focale variable. On ne retiendra en fait que l'article [6], paru simultanément au présent travail et ne traitant que très partiellement le problème.

## 2 Modèles

### 2.1 Cadre général

On considère un ensemble de  $n \geq 4$  points 3D, liés rigidement, et de coordonnées  $(X_i \ Y_i \ Z_i)$  dans un repère associé à la caméra. Pour la simplicité de l'exposé, on supposera, sans perte de généralité, que la matrice de projection perspective, habituellement de la forme  $P = AP_c D$  (cf [3]), se réduit ici à

$$P = \begin{pmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (I_3 \mid 0) \quad (1)$$

où  $f > 0$  est la distance focale. On notera alors:

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

les coordonnées des points dans l'image, et l'on pose:

$$s = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4)^T \quad (3)$$

L'espace de configuration du système caméra-zoom est  $SE(3) \times \mathfrak{R}$ . Soit  $\bar{r}'$  un élément de  $SE(3)$  (groupe des déplacements, de dimension 6) dans lequel les trois *dernières* composantes

sont les positions  $X, Y, Z$ . On note:

$$q = \begin{pmatrix} f \\ \bar{r}' \end{pmatrix} \quad (4)$$

En se plaçant dans le cadre de ([1]) et ([4]), on cherchera, d'une façon générale, à réguler à zero une fonction de la forme

$$\tilde{e}(q, t) = D(s(q) - s^*(t)) \quad (5)$$

où  $s^*(t)$  spécifie un objectif à atteindre sous la forme de trajectoires désirées des coordonnées des points dans l'image, et  $D$  est une matrice constante  $m \times 2n$  de rang plein, avec  $m \leq m' \leq 7$  où  $m'$  est la dimension du vecteur de commande.

Souvent, la régulation des signaux dans l'image n'est pas la seule cause du mouvement relatif objet/caméra: on peut par exemple désirer simultanément faire suivre à certaines composantes du repère associé à la caméra une trajectoire préprogrammée, ou bien se trouver en présence d'un mouvement autonome, éventuellement inconnu, de l'objet. En général, une façon de bien poser le problème consiste à considérer que la régulation de  $\tilde{e}(q, t)$  est une tâche prioritaire et que, sous contrainte de sa réalisation, on cherchera à accomplir une tâche secondaire représentée par la minimisation d'une certaine fonction de coût,  $h_s(q, t)$ .

L'expression générale de la fonction à réguler est alors (cf [4]):

$$e = W^\dagger \tilde{e} + \alpha(I - W^\dagger W) \frac{\partial h_s}{\partial q} \quad (6)$$

où  $W$  est une matrice de rang plein telle que  $R(W^T) = R(\frac{\partial \tilde{e}}{\partial q})$  et  $\alpha$  un scalaire positif.

Ici, et pour des raisons évoquées en section 1 il apparaît assez naturel de considérer le mouvement en profondeur  $Z$  soit comme tâche secondaire, soit comme perturbation. On aura donc  $m = 6$ ,  $m' = 7$  dans le premier cas. Dans le second, on a alors  $m' = m = 6$ , et l'on commandera directement  $\tilde{e}$  donné par (5) sans utiliser l'expression (6).

Dans tous les cas, la commande est de la forme

$$u \simeq \dot{q} = -k \left( \frac{\partial e}{\partial q} \right)^{-1} e - \frac{\partial e}{\partial t} \quad (7)$$

où  $k$  est un scalaire positif et  $(\frac{\partial e}{\partial q})^{-1}$  un modèle de l'inverse du jacobien de  $e$ . Une CS de stabilité est alors la positivité de  $\frac{\partial e}{\partial q} (\frac{\partial e}{\partial q})^{-1}$ .

### Remarque

Il faut souligner qu'en fait les composantes de  $s$  sont liées par deux relations provenant de la contrainte de rigidité. Cependant, la prise en compte explicite de cette contrainte nécessite une connaissance complète de la géométrie 3D, hypothèse que nous ne souhaitons pas imposer. Nous ne l'utiliserons donc pas, sauf pour calculer les solutions du problème de positionnement envisagé dans la suite (cf annexe).



## 2.2 Mise en oeuvre

Nous examinons à présent comment l'approche précédente s'implémente sur un cas particulier.

### 2.2.1 Objectif

On considère une cible constituée de 4 points formant un carré, de projections dans l'image  $S_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ . La position d'équilibre est caractérisée par l'image représentée figure 1. Par ailleurs nous supposons que l'on se situe toujours hors des configurations dégénérées dans l'image (points ou arêtes confondus, surface nulle).

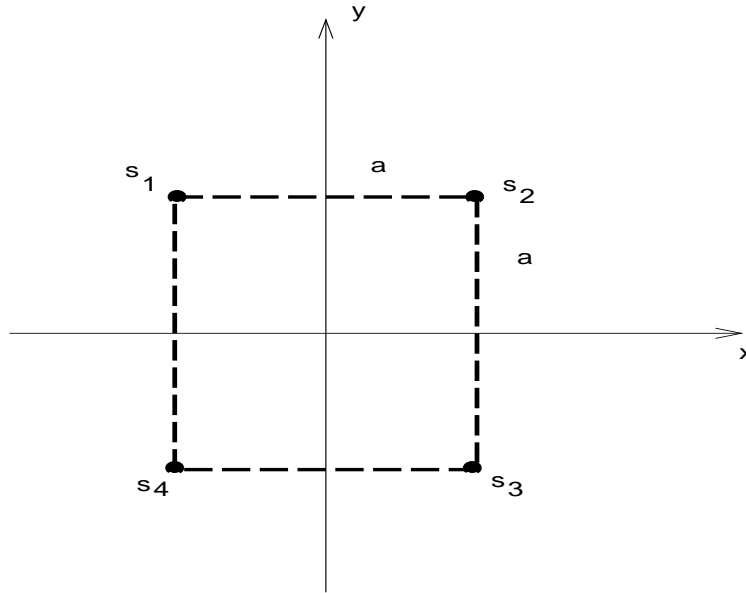


FIG. 1 - : Carré centré dans l'image

La matrice  $D$  de (5) est alors de dimensions  $6 \times 8$ , et l'on note

$$x = s - s^* \quad (8)$$

avec

$$s^* = aC \quad (9)$$

où

$$C = (-1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ -1)^T \quad (10)$$

La position d'équilibre représentée figure 1 est donc atteinte lorsque  $x = 0$ .

### 2.2.2 Matrices jacobiennes

On a :

$$\frac{\partial s}{\partial q} = \left( \frac{\partial s}{\partial f} \quad \frac{\partial s}{\partial \bar{r}'} \right) \quad (11)$$

c'est-à-dire, en utilisant (1) et (2),

$$\frac{\partial s}{\partial q} = \left( \frac{s}{f} \quad L'^T \right) \quad (12)$$

où l'on a noté :

$$L'^T = \frac{\partial s}{\partial \bar{r}'} \quad (13)$$

$L'^T$  est de dimension  $8 \times 6$ . Elle est obtenue en effectuant d'abord une permutation circulaire de longueur 3 des colonnes de  $fL_0^T$ , où  $L_0^T$  est la classique matrice d'interaction canonique, ou matrice du flot optique associée aux 4 points (cf [3]). Puis, les 4 lignes correspondant aux abscisses des points sont placées en haut dans l'ordre 1.4, suivies des 4 lignes correspondant aux ordonnées dans le même ordre. Elle est donc de la forme :

$$L'^T = fL_0'^T = f \begin{pmatrix} \frac{x_1 y_1}{f^2} & -(1 + \frac{x_1^2}{f^2}) & \frac{y_1}{f} & -\frac{1}{Z_1} & 0 & \frac{x_1}{fZ_1} \\ \frac{x_2 y_2}{f^2} & -(1 + \frac{x_2^2}{f^2}) & \frac{y_2}{f} & -\frac{1}{Z_2} & 0 & \frac{x_2}{fZ_2} \\ \frac{x_3 y_3}{f^2} & -(1 + \frac{x_3^2}{f^2}) & \frac{y_3}{f} & -\frac{1}{Z_3} & 0 & \frac{x_3}{fZ_3} \\ \frac{x_4 y_4}{f^2} & -(1 + \frac{x_4^2}{f^2}) & \frac{y_4}{f} & -\frac{1}{Z_4} & 0 & \frac{x_4}{fZ_4} \\ (1 + \frac{y_1^2}{f^2}) & -\frac{x_1 y_1}{f^2} & \frac{x_1}{f} & 0 & -\frac{1}{Z_1} & \frac{y_1}{fZ_1} \\ (1 + \frac{y_2^2}{f^2}) & -\frac{x_2 y_2}{f^2} & \frac{x_2}{f} & 0 & -\frac{1}{Z_2} & \frac{y_2}{fZ_2} \\ (1 + \frac{y_3^2}{f^2}) & -\frac{x_3 y_3}{f^2} & \frac{x_3}{f} & 0 & -\frac{1}{Z_3} & \frac{y_3}{fZ_3} \\ (1 + \frac{y_4^2}{f^2}) & -\frac{x_4 y_4}{f^2} & \frac{x_4}{f} & 0 & -\frac{1}{Z_4} & \frac{y_4}{fZ_4} \end{pmatrix} \quad (14)$$

D'où :

$$\frac{\partial \tilde{e}}{\partial q} = D \left( \frac{s}{f} \quad f\tilde{L}_0'^T \quad fl_6 \right) = DH \quad (15)$$

où l'on a partitionné  $L_0'^T$  sous la forme  $L_0'^T = (\tilde{L}_0'^T \mid l_6)$ ,  $l_6$  étant la dernière colonne, relative au mouvement en translation le long de l'axe  $Oz$ .

A l'équilibre, c'est-à-dire lorsque  $x = 0$  et  $s = s^*$ , la matrice  $L_0'^T$  de 14 s'écrit :

$$L_0'^T = (\tilde{L}_0'^T \mid l_6)_{|_{e_a}} = \begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 & a_3 & a_4 & 0 & -a_5 \\ a_1 & -a_2 & a_3 & a_4 & 0 & a_5 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & a_4 & 0 & a_5 \\ a_1 & -a_2 & -a_3 & a_4 & 0 & -a_5 \\ a_2 & a_1 & -a_3 & 0 & a_4 & a_5 \\ a_2 & -a_1 & a_3 & 0 & a_4 & a_5 \\ a_2 & a_1 & a_3 & 0 & a_4 & -a_5 \\ a_2 & -a_1 & -a_3 & 0 & a_4 & -a_5 \end{pmatrix} \quad (16)$$

où

$$a_3 = \frac{a}{f_{\epsilon q}} ; a_2 = 1 + a_1 ; a_1 = a_3^2 ; a_4 = -\frac{1}{Z_{\epsilon q}} ; a_5 = \frac{a}{f_{\epsilon q} Z_{\epsilon q}} \quad (17)$$

On remarque:

$$l_{6|_{\epsilon q}} = \frac{a}{f_{\epsilon q} Z_{\epsilon q}} C \quad (18)$$

et

$$C^T \tilde{L}_0'^T |_{\epsilon q} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0) \quad (19)$$

Donc, en utilisant (9) et (18), on a:

$$H |_{\epsilon q} = \begin{pmatrix} \frac{a}{f_{\epsilon q}} C & f_{\epsilon q} \tilde{L}_0'^T & \frac{a}{Z_{\epsilon q}} C \end{pmatrix} \quad (20)$$

La première et la dernière colonne de  $H |_{\epsilon q}$  étant identiques, son rang est inférieur ou égal à 6. En d'autres termes, les commandes en  $f$  et  $Z$  ne sont pas indépendantes. On se trouve donc (et ceci est lié au choix de la cible 3D et du motif à atteindre dans l'image) dans le deuxième cas évoqué à la fin du paragraphe 2.1 et l'on ne peut utiliser l'approche (6). Il nous faut éliminer la composante en  $Z$  dans la commande. On pose donc

$$q' = \begin{pmatrix} f \\ \tilde{r}'' \end{pmatrix} \quad (21)$$

où  $\tilde{r}''$  est  $\tilde{r}'$  sans sa dernière composante. D'où

$$\frac{\partial \tilde{e}}{\partial q'} = D \begin{pmatrix} s \\ f \end{pmatrix} f \tilde{L}_0'^T = DH' \quad (22)$$

### 2.2.3 Choix des variables à commander

Il reste à trouver la matrice  $D$ . La solution naturelle est  $D = H'^{\dagger} |_{\epsilon q}$ , avec, grâce à (19):

$$H'^{\dagger} |_{\epsilon q} = \begin{pmatrix} \left(\frac{8a^2}{f_{\epsilon q}^2}\right)^{-1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{f_{\epsilon q}^2} (\tilde{L}_0' \tilde{L}_0'^T)^{-1} |_{\epsilon q} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{a}{f_{\epsilon q}} C^T \\ f_{\epsilon q} \tilde{L}_0' |_{\epsilon q} \end{pmatrix} \quad (23)$$

D'où

$$D = \begin{pmatrix} \frac{f_{\epsilon q}}{8a} C^T \\ \frac{1}{f_{\epsilon q}} \tilde{L}_0'^{\dagger} \end{pmatrix} \quad (24)$$

On peut également choisir pour  $D$  une expression plus simple, ne nécessitant pas la connaissance des termes à l'équilibre (le problème est alors, il est vrai, repoussé à la détermination du modèle du jacobien de la fonction à réguler utilisé dans la commande). Soit donc:

$$D = \begin{pmatrix} C^T \\ B \end{pmatrix} \quad (25)$$

où  $B$  est une matrice  $5 \times 8$  de rang plein possédant les propriétés suivantes:

$C1$ :  $Bx = 0 \iff s = \alpha^* \forall \alpha \neq 0$  La condition suffisante nécessite d'avoir

$$BC = 0 \quad (26)$$

A noter que cette propriété implique que  $D$  est de rang plein. La condition nécessaire utilise la contrainte de rigidité et est traitée en annexe à partir d'un exemple. Elle montre que le problème a deux solutions: celle de la figure 1 et une autre correspondant à une rotation de 180 deg. du carré autour de l'axe  $OZ$ .

$C2$ :  $\text{rang}(B\tilde{L}_0'^T) = 5$

On a en effet

$$\frac{\partial e}{\partial q} = \begin{pmatrix} s \\ f \\ \tilde{L}_0'^T \\ fl_6 \end{pmatrix} \quad (27)$$

soit à l'équilibre, en utilisant (18) et (19):

$$\frac{\partial e}{\partial q}|_{e_q} = \begin{pmatrix} \frac{sa}{f_{e_q}} & 0 & \frac{sa}{z_{e_q}} \\ 0 & f_{e_q}B\tilde{L}_0'^T|_{e_q} & 0 \end{pmatrix} \quad (28)$$

qui n'est de rang plein que sous la condition  $C2$ . Par la suite on notera:

$$A_1 = B\tilde{L}_0'^T \quad (29)$$

$$e_1 = C^T x \quad (30)$$

$$e_2 = Bx \quad (31)$$

Une forme de  $B$  respectant les conditions  $C1$  et  $C2$  est:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (32)$$

### 2.2.4 Interprétation

Le choix ci-dessus apparaît assez naturel: la variable monodimensionnelle  $e_1$  représente le périmètre du carré et correspond bien à l'idée que le zoom permet de contrôler la taille globale d'un objet dans l'image. Le contrôle des variables de  $e_2$  signifie que l'on cherche à atteindre un carré centré dans l'image sans se préoccuper de sa taille. L'équation (28) montre le découplage effectif entre ces deux objectifs au voisinage de la position d'équilibre,  $e_1$  n'étant sensible qu'à une variation de focale et  $e_2$  à un déplacement.

### 3 Commande

On note  $u_1$  la vitesse de consigne du moteur relié au zoom, supposée être la grandeur de commande accessible pour la distance focale. Par ailleurs, comme indiqué plus haut, nous considérons la vitesse de translation le long de l'axe Z de la caméra comme une fonction du temps indépendante,  $V_Z(t)$ . Les 5 autres vitesses relatives caméra/scène sont les grandeurs de commande notées  $u_2$ . En dérivant les équations de projection perspective basées sur (1) et en utilisant les notations précédentes, le système d'état non-linéaire s'écrit:

$$\begin{cases} \dot{f} = u_1 \\ \dot{x} = f\tilde{L}_0^T u_2 + fV_Z(t)l_6 + \frac{\dot{f}}{f}(x + aC) \end{cases} \quad (33)$$

où la fonction de sortie, de dimension 6, est

$$e = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C^T \\ B \end{pmatrix} x \quad (34)$$

que l'on veut réguler à zero.

En utilisant (33), l'équation décrivant la dynamique de  $e_2$  s'écrit donc:

$$\dot{e}_2 = fA_1 u_2 + fV_Z(t)Bl_6 + \frac{\dot{f}}{f}e_2 \quad (35)$$

où  $Bl_6$  est nul à l'équilibre (cf (18) et (26)).

#### 3.1 Deux cas simples

Dans ce paragraphe, nous supposons que la distance focale et que la matrice d'interaction  $L^T$  sont connues à chaque instant. Considérons deux situations:

##### 3.1.1 Contrôle explicite de $f$

C'est le problème traité en [6]. La commande choisie est:

$$\begin{cases} u_1 = -\lambda(f - f^*) , \quad \lambda > 0 \\ u_2 = -\frac{k}{f}A_1^{-1}e_2 - A_1^{-1}V_Z(t)Bl_6 , \quad k > 0 \end{cases} \quad (36)$$

avec

$$f(t=0) = f_0 \quad (37)$$

D'où:

$$\dot{e}_2 = k \left( -1 - \frac{\lambda}{k} \frac{f(t) - f^*}{f(t)} \right) e_2 \quad (38)$$

Choisissons  $\lambda$  et  $k$  tels que  $\frac{k}{\lambda} > \mu$ . Alors, en raison de la forme de  $u_1$  dans (36), il existe un instant  $t_i(\mu, f_0, f^*)$  tel que  $\forall t > t_i$ ,  $\|e_2\|$  décroisse exponentiellement vers zero. Lorsque

$V_Z = 0 \forall t$ , alors  $t_i = 0$  sous la condition suffisante  $\mu \geq \frac{f^*}{f_0} - 1$ . Plus généralement, si la focale évolue au cours du temps entre deux valeurs positives  $f_{min}$  et  $f_{max}$  (correspondant aux limites physiques du zoom) avec une vitesse bornée supérieurement en valeur absolue par une valeur  $v_f$ , alors une condition suffisante pour que  $\|e_2\|$  décroisse exponentiellement vers zero est simplement  $k > v_f \frac{1}{f_{min}}$ .

### 3.1.2 Asservissement de $f$ à partir de l'image

Ce premier petit résultat montrait que l'on peut faire varier la distance focale au cours du temps sans influencer sur la valeur finale de  $e_2$ , si ce n'est sur son transitoire. Cependant, comme l'on n'a pas de retour en  $e_1$ , la position d'équilibre obtenue en  $x$  présente une indétermination de dimension 1. Comme nous souhaitons plutôt maintenir constante la taille du carré dans l'image, on va donc cette fois choisir la commande:

$$\begin{cases} u_1 = -\lambda f e_1 = -\lambda f C^T x, \lambda \geq 0 \\ u_2 = -\frac{k}{f} A_1^{-1} e_2 - A_1^{-1} V_Z(t) B l_6, k > 0 \end{cases} \quad (39)$$

On obtient alors:

$$\dot{e}_2 = (-k - \lambda(C^T x))e_2 \quad (40)$$

Une condition suffisante de stabilité exponentielle est  $\frac{k}{\lambda} > \max(-C^T x)$ . On a, par (9),  $\max(-C^T x) = \max(8a - C^T s)$ . En supposant que l'on reste dans un domaine où les signes des coordonnées restent constants, la plus petite valeur possible de  $C^T s$  est zero, qui correspond d'ailleurs à une singularité. D'où la condition:

$$\frac{k}{\lambda} > 8a \quad (41)$$

Nous avons donc  $e_2$  qui tend vers zero. Une fois atteinte cette position d'équilibre (au temps  $t = t_e$ ), le carré est centré dans l'image, donc parallèle au plan cible. On a donc, grâce à (1),

$$C^T s = \frac{8l_c f}{Z_{eq}} \quad (42)$$

où  $l_c$  est la demi-longueur du côté du carré cible. Donc, pour  $t > t_e$

$$\dot{f} = -8\lambda f \left( \frac{l_c f}{Z_{eq}} - a \right) \quad (43)$$

$\lambda$  et  $f$  étant positifs, cette équation a pour solution stable  $f^* = \frac{a Z_{eq}}{l_c}$ , i.e  $e_2 = 0$ . On remarque que cette valeur d'équilibre dépend de la profondeur  $Z$ , ainsi d'ailleurs que la vitesse de convergence.

#### Remarque

Supposons que l'évolution de  $e_2$  soit stoppée avant convergence, par exemple en annulant  $k$  au temps  $t_s$ . Alors, l'équation d'évolution de  $e_1$  en supposant  $V_Z = 0$  est  $\dot{e}_1 = -\lambda(e_1^2 + 8a e_1)$  et la convergence de  $e_1$  ne sera alors assurée que si  $e_1(t_s) > -8a$ , ce qui n'est pas toujours vrai.

### 3.2 Cas général

On suppose à présent que l'on ne connaît pas exactement la distance focale, ni la matrice d'interaction. Au lieu de (39), la commande réelle sera donc:

$$\begin{cases} u_1 = -\lambda \hat{f} e_1 = -\lambda \hat{f} C^T x, & \lambda \geq 0 \\ u_2 = -\frac{k}{\hat{f}} \hat{A}_1^{-1} e_2 - \hat{A}_1^{-1} V_Z(t) B l_6, & k > 0 \end{cases} \quad (44)$$

L'estimation de  $f$  n'est pas critique, car elle joue seulement sur les comportements transitoires. Elle peut par exemple être obtenue sous la forme

$$f(\hat{t}) = \hat{f}_0 + \int_0^{\hat{t}} u_2(\tau) d\tau \quad (45)$$

Le système rebouclé en  $e_2$  s'écrit alors

$$\dot{e}_2 = -k \frac{f}{\hat{f}} A_1 \hat{A}_1^{-1} e_2 + f V_Z(t) (I_5 - A_1 \hat{A}_1^{-1}) B l_6 - \lambda \frac{\hat{f}}{f} C^T x e_2 \quad (46)$$

Donc

$$\dot{e}_2 = k \left( \left( -\frac{f}{\hat{f}} A_1 \hat{A}_1^{-1} - \frac{\lambda \hat{f}}{k f} (C^T x) \right) e_2 + \frac{1}{k} f V_Z(t) (I_5 - A_1 \hat{A}_1^{-1}) B l_6 \right) \quad (47)$$

**Cas 1:**  $V_Z \rightarrow 0$ . On suppose ici qu'il existe un instant  $t_s$  tel que  $\forall t > t_s, |V_Z(t)| < e^{-\mu(t_s)t}$ . Nous pouvons donc considérer que la perturbation représentée par le deuxième terme est négligeable à partir d'un instant  $t_p$ . L'équation (47) a alors la forme, pour  $t > t_p$ :

$$\dot{e}_2 = -k \frac{f}{\hat{f}} \left( G(\cdot) + \mu(\cdot) I_5 \right) e_2 \quad (48)$$

où l'on a noté:

$$G = A_1 \hat{A}_1^{-1} ; \quad \mu = \frac{\lambda \hat{f}^2}{k f^2} (C^T x) \quad (49)$$

Une condition suffisante de décroissance exponentielle de  $\|e_2\|$  est la positivité de  $G(\cdot) + \mu(\cdot) I_5$

Remarquons en premier lieu que l'on souhaite considérer  $e_1$  et  $e_2$  de façon indépendante. Ainsi, si par exemple  $\lambda = 0$  (pas d'asservissement du périmètre), la convergence de  $e_2$  doit être assurée. D'où la condition suffisante supplémentaire:  $G > 0$ . Nous supposons donc:  $\lambda_{\min}(\frac{1}{2}(G + G^T)) > \alpha$  (i.e.  $x^T G x > \alpha \|x\|^2$ ).

On doit donc avoir  $\mu > -\alpha$ . Comme  $\min(C^T x)$  est négatif et vaut  $-8a$ , on a:

$$\min(\mu) = \frac{\lambda(-8a) \hat{f}_{\max}^2}{k f_{\min}^2} \quad (50)$$

D'où une condition suffisante:

$$\frac{k}{\lambda} > \frac{8a}{\alpha} \frac{f_{max}^2}{f_{min}^2} \quad (51)$$

Comme au paragraphe précédent, il est aisé de calculer l'évolution de  $f$  (donc de  $e_1$  par (42)) une fois le carré centré. En utilisant (44), on obtient:

$$\dot{f} = -8\lambda \hat{f} \left( \frac{l_c f}{Z_{eq}} - a \right) \quad (52)$$

La solution d'équilibre stable est la même que précédemment.

**Cas 2:  $V_Z$  ne tend pas vers 0.** On constate tout d'abord qu'en montant le gain  $k$  il est toujours possible d'"écraser" la perturbation représentée par le deuxième terme (cf [4]). Toutefois, dans un contexte où la commande est échantillonnée, cette augmentation est limitée par des contraintes de stabilité. On pourra également utiliser un terme intégral pour réduire l'erreur résiduelle, comme cela est fait en [5].

### 3.3 Variante

Le choix  $e_1 = C^T x$  représente le périmètre du carré image seulement lorsque celui-ci est centré, le plan image étant parallèle au plan du carré 3D. On peut imaginer de choisir pour  $e_1$  une expression plus représentative de la taille globale de l'image de l'objet. Par exemple, en prenant:

$$P(s) = P(x) = \sum_{i=1}^4 ((x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2), \text{ "5" = "1"} \quad (53)$$

on a

$$e_1 = P(s) - 16a^2 \quad (54)$$

Nous devons alors assurer:

$$(C'_1) : \left( \begin{array}{c} \frac{\partial P}{\partial s} \\ B \end{array} \right) \text{ de rang plein} \quad (55)$$

On a:

$$\frac{\partial P}{\partial s} = \left( \begin{array}{c} 2x_1 - x_2 - x_4 \\ 2x_2 - x_1 - x_3 \\ 2x_3 - x_2 - x_4 \\ 2x_4 - x_1 - x_3 \\ 2y_1 - y_2 - y_4 \\ 2y_2 - y_1 - y_3 \\ 2y_3 - y_2 - y_4 \\ 2y_4 - y_1 - y_3 \end{array} \right)^T \quad (56)$$



D'où, à l'équilibre,

$$\frac{\partial P}{\partial s}|_{e_q} = 2aC^T \quad (57)$$

La condition ( $C'_1$ ) est donc vérifiée, au moins localement. Par ailleurs, on a

$$\frac{\partial P}{\partial \bar{r}'|_{e_q}} = \frac{\partial P}{\partial s}|_{e_q} L'^T|_{e_q} = \left( 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \frac{16a^2}{Z_{e_q}} \right) \quad (58)$$

et

$$\frac{\partial P}{\partial f}|_{e_q} = \frac{16a^2}{f_{e_q}} \quad (59)$$

Tous les résultats précédents sont conservés en remplaçant  $C^T x$  par  $P(s) - 16a^2$ , et donc  $8a$  par  $16a^2$  dans les conditions de gain.

## 4 Résultats et conclusion

Les méthodes proposées dans cet article ont été testées en simulation. Les résultats sont rassemblés en [5]. Nous en extrayons ici un exemple significatif. Précisons auparavant les conditions d'expérience: la figure 2 présente, à gauche, l'image désirée et, à droite, l'image initiale. Celle-ci est obtenue, à partir de la position de la caméra correspondant à l'image cible, après une rotation d'angle 15 deg autour de l'axe de vecteur  $(\frac{1}{\sqrt{2}} \ 0 \ \frac{1}{\sqrt{2}})$  et une translation de 1 en  $x$  et de 2 en  $y$  (l'axe  $z$  est l'axe optique de la caméra). La distance focale variera entre les valeurs 1 et 2. Il faut souligner que, dans la mise en oeuvre de l'algorithme, le choix de la matrice  $B$  est déterminant. Outre le fait qu'il est impératif d'éviter que  $BA_1$  soit singulière à l'équilibre (ce qui est loin d'être aussi aisé qu'il ne le paraît), un bon choix de  $B$  est celui qui, bien que simple, permet un certain découplage entre les composantes de  $e_2$  vis-à-vis des mouvements, présente une suffisamment bonne sensibilité, et utilise plusieurs mesures dans l'image à chaque ligne, pour préserver la symétrie tout en réalisant un certain filtrage des mesures. La matrice donnée en (32) respecte ces critères et est donc celle utilisée dans les simulations.

On considère la commande du paragraphe 3.2. L'exemple présenté concerne le cas où la matrice d'interaction utilisée dans la commande est constante. Il s'agit en fait de son expression à l'équilibre, la distance focale étant fixée à une valeur arbitraire comprise entre ses limites. La figure 3 présente l'évolution des coordonnées dans l'image, et la figure 4 donne l'évolution temporelle de la distance focale et des normes des deux erreurs  $e_1$  et  $e_2$ .

D'autres résultats, y compris l'utilisation de la variante proposée en 3.3, sont présentés en [5]. Ceux-ci permettent de constater le bon comportement des méthodes présentées, même en présence d'erreurs dans la matrice jacobienne ou d'une vitesse de cible non nulle. L'existence des deux solutions démontrée en annexe a également pu être vérifiée. Comme il fallait s'y attendre, une condition initiale correspondant à une rotation seule de 90 deg autour de l'axe  $z$  constitue "la ligne de partage des eaux", et correspond d'ailleurs à une singularité.

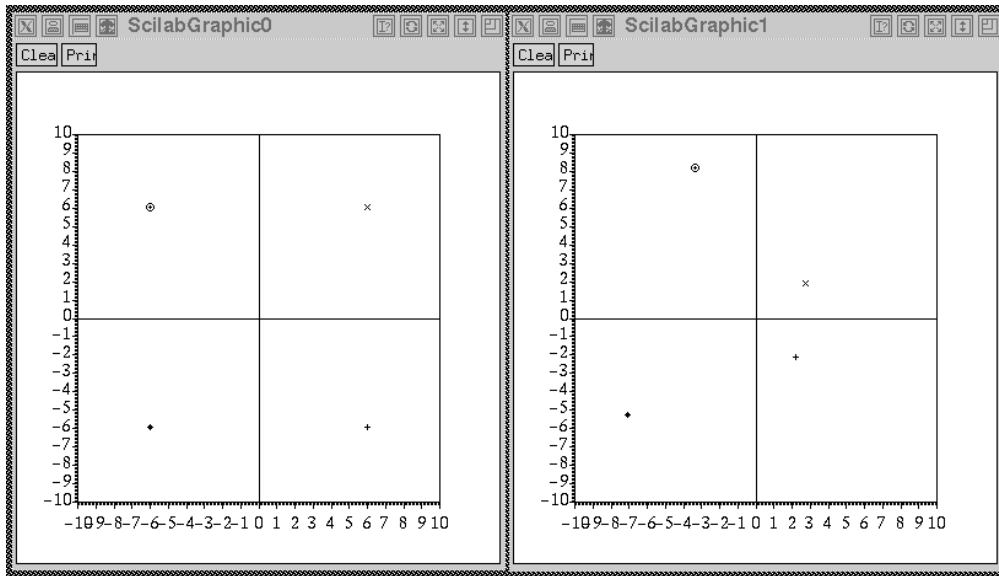


FIG. 2 - : Images finale et initiale

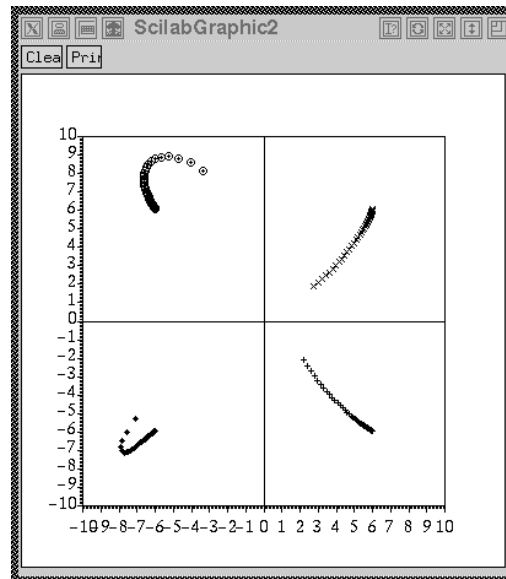


FIG. 3 - : Evolution des coordonnées image

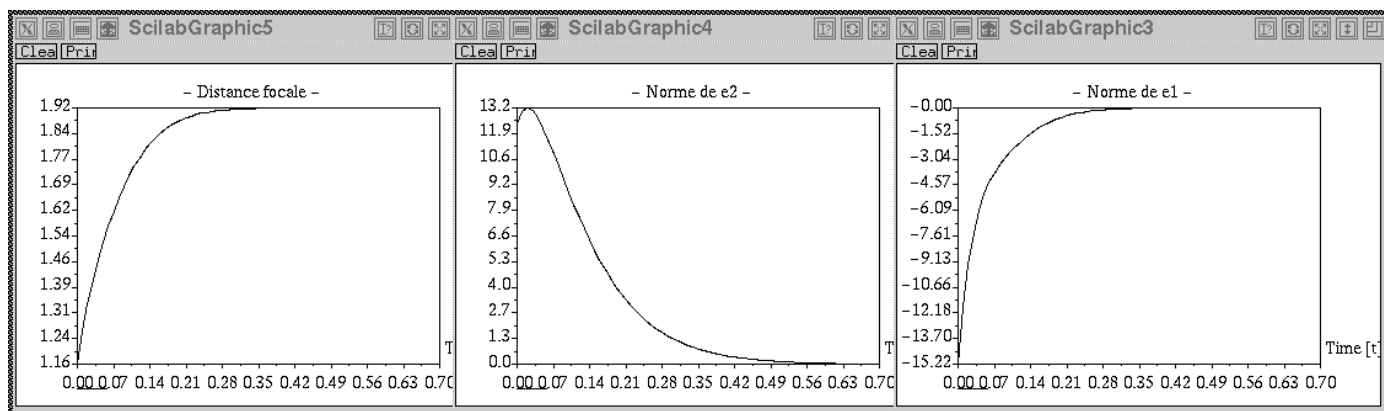


FIG. 4 - : Evolution des erreurs et de la distance focale

Le travail présenté dans cet article est, à notre connaissance, original sur le plan du principe général utilisé. La méthode proposée semble donner satisfaction en simulation. Il reste toutefois, pour la valider complètement, à la mettre en oeuvre réellement à l'aide d'un robot et d'une caméra avec zoom motorisé.

---

## Références

- [1] B. Espiau, F. Chaumette, P. Rives *A New Approach to Visual Servoing in Robotics*. IEEE Trans. on Robotics and Automation, Vol 8, No 3, June 1992
- [2] B. Espiau *Effect of Camera Calibration Errors on Visual Servoing in Robotics*. Proc. of the Third International Symposium on Experimental Robotics, Kyoto, Japan, 28-30 Octobre 1993
- [3] B. Espiau *Sur les erreurs en asservissement visuel* Rapport de recherche INRIA Rhône-Alpes, à paraître, 1995
- [4] C. Samson, M. Le Borgne, B. Espiau *Robot Control: the Task Function Approach* Clarendon Press, Oxford, Janvier 1991
- [5] Bilal El-Ali *Asservissement visuel et commande de la distance focale* Rapport de DEA, INPG/LAG, juin 1995
- [6] K. Hosoda, H. Moriyama, M. Asada *Visual Servoing Utilizing Zoom Mechanism*, IEEE Conf. on Robotics and Automation, Nagoya, Japan, May 1995
- [7] K. Hashimoto, Editor *Visual Servoing*, World Scientific, vol 7, Singapore 1993

## 5 Annexe

### A Préliminaires

La contrainte de rigidité associée aux 4 points 3D formant un carré signifie que l'espace de configuration associé est  $SE(3)$ , de dimension 6, au lieu de  $(\mathbb{R}^3)^4$ . En notant  $A_1, A_2, A_3, A_4$  les 4 points et  $O$  l'origine d'un repère quelconque, cette contrainte peut elle-même s'exprimer à l'aide d'un ensemble redondant de contraintes portant sur les vecteurs  $\vec{OA}_i$ :

$$\vec{OA}_{j+1} - \vec{OA}_j \perp \vec{OA}_{j+2} - \vec{OA}_{j+1} \quad (60)$$

pour  $j = 1, 2, 3$ , et

$$\|\vec{OA}_{j+1} - \vec{OA}_j\| = l_0^2 \quad (61)$$

pour  $j = 1, 2, 3, 4$  et avec  $A_5 = A_1$ . On a aussi

$$\vec{OA}_4 - \vec{OA}_1 = \vec{OA}_3 - \vec{OA}_2 \quad (62)$$

### B Utilisation

On cherche à trouver les solutions de l'équation  $e_2 = Bx = 0$ , sachant  $BC = 0$ . Pour simplifier les calculs, nous allons choisir une matrice  $B$  plus simple qu'en (32), mais respectant néanmoins les conditions nécessaires. Le résultat obtenu est alors valable pour toute les matrices de la classe  $GB, \forall G$  régulière. Soit donc

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (63)$$

Soit  $(X_i, Y_i, Z_i)$  les coordonnées du point  $A_i$  dans le repère caméra. La condition  $Bx = 0$  s'écrit:

$$\begin{aligned} fX_1Z_1 + fY_1Z_1 &= 0 \\ fX_2Z_2 - fY_2Z_2 &= 0 \\ fX_3Z_3 + fY_3Z_3 &= 0 \\ fX_4Z_4 - fY_4Z_4 &= 0 \\ fX_1Z_1 + 2fX_2Z_2 + fX_4Z_4 &= 0 \end{aligned} \quad (64)$$

Les équations (62) s'écrivent:

$$\begin{aligned} X_1 - X_2 + X_3 - X_4 &= 0 \\ Y_1 - Y_2 + Y_3 - Y_4 &= 0 \\ Z_1 - Z_2 + Z_3 - Z_4 &= 0 \end{aligned} \quad (65)$$

Les équations (64) et (65) donnent:

$$X_1 = -Y_1 \quad (66)$$

$$X_2 = Y_2 \quad (67)$$

$$X_3 = -Y_3 \quad (68)$$

$$X_4 = Y_4 \quad (69)$$

$$-Y_1 Z_1 + 2Y_2 Z_2 + Y_4 Z_4 = 0 \quad (70)$$

$$Y_1 - Y_2 + Y_3 - Y_4 = 0 \quad (71)$$

$$Z_1 - Z_2 + Z_3 - Z_4 = 0 \quad (72)$$

Les équations (61) s'écrivent:

$$X_{j+1}^2 + Y_{j+1}^2 + Z_{j+1}^2 + X_j^2 + Y_j^2 + Z_j^2 - 2(X_{j+1} X_j + Y_{j+1} Y_j + Z_{j+1} Z_j) = l_0^2 ; \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad (73)$$

(66),(69) dans (73) donnent:

$$2(Y_1^2 + Y_4^2) + (Z_4 - Z_1)^2 = l_0^2 \quad (74)$$

(68),(69) dans (73) donnent:

$$2(Y_3^2 + Y_4^2) + (Z_4 - Z_3)^2 = l_0^2 \quad (75)$$

(66),(67) dans (73) donnent:

$$2(Y_1^2 + Y_2^2) + (Z_2 - Z_1)^2 = l_0^2 \quad (76)$$

(68),(67) dans (73) donnent:

$$2(Y_3^2 + Y_2^2) + (Z_2 - Z_3)^2 = l_0^2 \quad (77)$$

(75), (76), et (72) donnent:

$$Y_1^2 + Y_2^2 = Y_3^2 + Y_4^2 \quad (78)$$

(74), (77), et (72) donnent:

$$Y_3^2 + Y_2^2 = Y_1^2 + Y_4^2 \quad (79)$$

Soit donc:

$$Y_1^2 = Y_3^2 \quad (80)$$

et:

$$Y_2^2 = Y_4^2 \quad (81)$$

Utilisons à présent les contraintes d'orthogonalité (60).  $\vec{X}_1 - \vec{X}_2 \perp \vec{X}_1 - \vec{X}_4$  donne:

$$X_1^2 + Y_1^2 + Z_1^2 - X_1 X_4 - Y_1 Y_4 - Z_1 Z_4 - X_1 X_2 - Y_1 Y_2 - Z_1 Z_2 + X_2 X_4 + Y_2 Y_4 + Z_2 Z_4 = 0 \quad (82)$$

Soit, grâce à (66), (67) et (69):

$$2(Y_1^2 - Y_4^2) + Z_1^2 - Z_1Z_4 - Z_1Z_2 + Z_2Z_4 = 0 \quad (83)$$

En additionnant avec (74):

$$4Y_1^2 + 2Z_1^2 + Z_4^2 - 3Z_1Z_4 - Z_1Z_2 + Z_2Z_4 = l_0^2 \quad (84)$$

De façon analogue,  $\vec{X}_1 - \vec{X}_2 \perp \vec{X}_2 - \vec{X}_3$  donne:

$$X_2^2 + Y_2^2 + Z_2^2 - X_2X_3 - Y_2Y_3 - Z_2Z_3 - X_1X_2 - Y_1Y_2 - Z_1Z_2 + X_1X_3 + Y_1Y_3 + Z_1Z_3 = 0 \quad (85)$$

En utilisant (66), (67) et (68):

$$2(Y_2^2 - Y_1^2) + Z_2^2 - Z_2Z_3 - Z_1Z_2 + Z_1Z_3 = 0 \quad (86)$$

En soustrayant de (76):

$$-4Y_1^2 - Z_1^2 + Z_1Z_2 - Z_2Z_3 + Z_1Z_3 = -l_0^2 \quad (87)$$

En combinant (84) et (87), puis en utilisant (72), il vient:

$$Z_2 = Z_4 \quad (88)$$

En soustrayant (83) de (74), on obtient:

$$-4Y_4^2 - Z_4^2 + Z_2Z_4 + Z_1Z_4 - Z_1Z_2 = -l_0^2 \quad (89)$$

(88), (89), (74) et (76) puis finalement (80) et (81) conduisent alors à:

$$Y_1^2 = Y_2^2 = Y_3^2 = Y_4^2 = \frac{l_0^2}{4} \quad (90)$$

(88) et (70) donnent:

$$-Y_1Z_1 + (2Y_2 + Y_4)Z_2 = 0 \quad (91)$$

(88) et (72) donnent:

$$Z_1 - 2Z_2 + Z_3 = 0 \quad (92)$$

En combinant les équations (88), (90), (66), (67), (68), (69) avec (91) et (92), il apparaît que les solutions candidates correspondent à un carré centré dans l'image, de côté quelconque, avec plusieurs possibilités d'étiquetage des sommets. Si l'on ne retient parmi celles-ci que les seules solutions physiquement possibles (pas de  $Z \leq 0$ ; pas de retournement, car on suppose être en régulation vis-à-vis d'une position nominale), alors il ne reste à étudier que les diverses permutations circulaires du carré centré dans l'image. Parmi les 4 possibles, les cas d'une rotation de  $\frac{\pi}{2}$  ou de  $\frac{3\pi}{2}$  autour de l'axe  $Oz$  conduisent à des valeurs de  $Z$  négatives. Seules demeurent donc la solution attendue, *et la situation obtenue après une rotation de  $\pi$  autour de l'axe  $Oz$ .*



---

Unité de recherche INRIA Lorraine, Technopôle de Nancy-Brabois, Campus scientifique,  
615 rue du Jardin Botanique, BP 101, 54600 VILLERS LÈS NANCY  
Unité de recherche INRIA Rennes, Irista, Campus universitaire de Beaulieu, 35042 RENNES Cedex  
Unité de recherche INRIA Rhône-Alpes, 46 avenue Félix Viallet, 38031 GRENOBLE Cedex 1  
Unité de recherche INRIA Rocquencourt, Domaine de Voluceau, Rocquencourt, BP 105, 78153 LE CHESNAY Cedex  
Unité de recherche INRIA Sophia-Antipolis, 2004 route des Lucioles, BP 93, 06902 SOPHIA-ANTIPOLIS Cedex

---

Éditeur  
INRIA, Domaine de Voluceau, Rocquencourt, BP 105, 78153 LE CHESNAY Cedex (France)  
ISSN 0249-6399