La Découverte De La Fonction Logarithme En Utilisant Les Suites Et Le Logiciel Geogebra

Sbaa Mohammed, El aydi M'hamed
Centre Régional des Métiers de l'éducation et de la Formation Casablanca, Settat, Maroc
Radi Bouchaib
Laboratoire LIMII, Faculté des Sciences et Techniques, Settat, Maroc
Naceur Achtaich
Faculté des Sciences de Ben M'sik, Casablanca, Maroc

Doi: 10.19044/esj.2017.v13n36p148 URL:http://dx.doi.org/10.19044/esj.2017.v13n36p148

Abstract

Mathematics Logarithmic functions are an important part of the school curriculum. Also, they are important tools for solving problems in mathematics, physics, chemistry, biology, economics etc. The teaching of these functions is done in different ways in school curricula. This article focuses on the discovery of logarithmic functions using alternative methods for efficient didactic transposition. Our work focuses on: A bit of history concerning the invention of the logarithm function; Demonstration of the existence of a function which transforms the product in sum; Discover the logarithm function using the GeoGebra software; Explore the parameters of the function f (x) = a logb (x + h) + k using the GeoGebra software; Application of the GeoGebra software to solve problems containing the logarithm function. We concluded this work by clarifying the usefulness of the Geogebra tutorial in the didactic transposition for the teaching of logarithmic functions for the pupil as well as for the teacher. Also, this study assesses students' motivation in learning mathematical concepts. In addition, we propose didactic perspectives of the use of Geogebra in improving the teaching of mathematics.

Keywords: The didactic transposition, GeoGebra, the logarithmic Function, the numerical sequences

Résumé

Les fonctions logarithmes, occupent une part importante dans les programmes scolaires, elles sont des outils importants pour résoudre des problèmes pour les mathématiques, la physique, la chimie, la biologie, ou l'économie… L'enseignement de ces fonctions se fait de différentes façons dans les curriculums scolaires ; Dans ce travail, Dans cet article s'intéresse à la découverte des fonctions logarithmiques en utilisant des méthodes alternatives pour une transposition didactique efficace. Notre travail porte sur: Un peu d'histoire concernant l'invention de la fonction logarithme; La transposition didactique; Découvrir la fonction logarithme à l'aide du logiciel GeoGebra; Explorer les paramètres de la fonction $f(x)=a \log_b(x+h) +k$ à l'aide du logiciel GeoGebra; Application du logiciel GeoGebra pour résoudre des problèmes contenant la fonction logarithme. Et on conclut ce travail par éclaircir l'utilité du didacticiel Geogebra dans la transposition didactique pour l'enseignement des fonction logarithmiques pour l'élève ainsi que pour l'enseignant; et dans la motivation des élèves pour l'apprentissages des notions mathématiques. Et on propose des perspectives didactiques de l'utilisation de Geogebra pour améliorer l'enseignement des mathématiques.

Mots-clés: La transposition didactique, GeoGebra, les Fonction logarithmiques, les suites numériques

Introduction

L'enseignement des mathématiques vise à transmettre des compétences en une possession symbolique des choses, afin de mettre en place une capacité d'expression et de raisonnement, qui permettra ensuite de vivre en société, réfléchir, et apprendre rapidement les savoirs pratiques dont on pourra avoir besoin par la vie quotidienne.

Selon les payés, les programmes, et les niveaux de scolarité, l'éducation des mathématiques aura des objectifs différents, et les méthodes de l'enseignement des mathématiques changent suivant les objectifs, ce pendant elles visent tous à transmettre les savoirs savants par des transformations adéquates pour être enseigné aux élèves ou aux apprenants en général.

Les fonctions logarithmes sont parmi les notions qui occupent une part importante dans les programmes scolaires que ce soit au niveau de l'enseignement des mathématiques qu'au niveau de leurs applications dans d'autres domaines telles que la physique, la chimie, la biologie, linguistique, ou l'économie …

Dans la pratique enseignante en général on définit la fonction logarithme par:

- Soit une fonction transformant le produit en somme telles qu'elles sont historiquement présentées le premier jour de leurs apparitions.

- Soit comme étant une primitive de la fonction inverse vérifiant une condition donnée pour des raisons pédagogiques et didactiques.

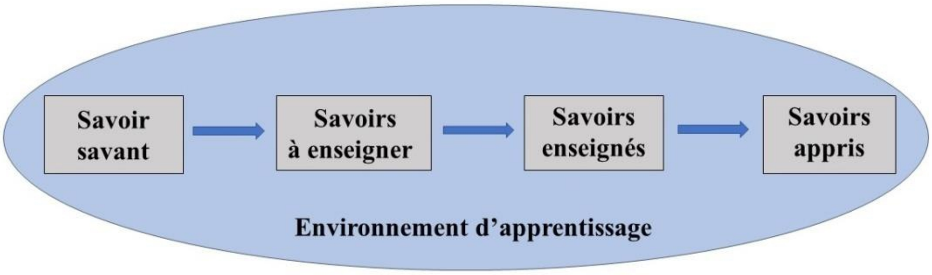
- Ou bien comme bijection réciproque de la fonction exponentielle pour des raisons didactiques à cause de l'interactions des mathématiques avec les programmes des autres matières.

Dans ce travail on s'intéresse à la fonction logarithme comme étant une fonction qui transforme le produit en somme, en adoptant une logique historique et en tenant compte des prérequis des élèves de la classe terminale du lycée.

Transposition didactique des concepts mathématiques

La transposition didactique (TD)

Le didacticien des mathématiques Yves Chevallard définit la TD ainsi :
« Un contenu de savoir ayant été désigné comme savoir à enseigner subit […] un ensemble de transformations adaptatives qui vont le rendre apte à prendre place parmi les objets d'enseignement. Le " travail" qui d'un objet de savoir à enseigner fait un objet d'enseignement est appelé la transposition didactique.» Le processus de la TD peut être schématiser par:



- Savoirs savants : sont le produit de chercheurs reconnus par leurs pairs, par l'université. Ce sont eux qui l'évaluent (Le Pellec, 1991, p. 40).
- Savoirs à enseigner : sont ceux que l'enseignant a construits et qu'il mettra en œuvre dans la classe. C'est celui qui est énoncé pendant les cours. « Sont ceux qui sont décrits, précisés, dans l'ensemble des textes officiels programmes, instructions officielles» (Audigier, ibid).
- Savoirs enseignés : sont ceux que l'enseignant a construits et qu'il mettra en œuvre dans la classe. C'est celui qui est énoncé pendant les cours. « Représentent le résultat des transformations subies par le curriculum formel, dans son parcours du professeur à l'élève et à l'intérieur du processus d'enseignement» (Emil Paun, 2006).
- Savoir appris : est l'ensemble des savoirs acquis par tous ceux qui apprennent à l'école. « Il est constitué d'un ensemble d'expériences éducatives négociées. Il est le résultat des multiples négociations inhérentes à la relation professeur-élève» (Emil Paun, 2006).

Dans l'enseignement secondaire, au programme de mathématiques la notion des fonctions logarithmiques occupe une part importante que ça soit au niveau de l'enseignement des mathématiques qu'au niveau de leurs applications dans d'autres matières telles que la physique, la chimie, la biologie, ou l'économie ; et donc sa transposition didactique joue un rôle primordial dans l'acquisition du concept chez les apprenants.

Histoire de l'invention de la fonction logarithme

La fin du XVIe siècle est l'époque des grands voyages maritimes et de la découverte des lois régissant le mouvement des planètes (Copernic, Kepler…). Les mesures astronomiques, nécessaires pour la navigation, impliquent des calculs compliqués. Les multiplications, divisions et extractions de racines sont particulièrement longues et pénibles. Pour simplifier ces calculs, on cherche à construire des tables numériques à deux colonnes, mettant en correspondance les nombres de telle manière qu'à la multiplication de deux nombres de la colonne de gauche corresponde l'addition de deux nombres de la colonne de droite. La première table de ce type est publiée par l'Ecossais John Neper en 1614, après quarante ans de travail ! En voici un extrait (ci-contre). Vérifier sur quelques exemples la propriété annoncée.

Pour désigner les nombres de la colonne de droite on invente le mot « logarithme », forgé à partir des deux mots grecs logos (rapport) et arithmos (nombre entier naturel) : en effet si les nombres de gauche sont dans un rapport constant (c'est à dire en progression géométrique), alors ceux de droite sont à différence constante (c'est à dire en progression arithmétique). Ainsi, cette table ramène les multiplications à des additions, les divisions à des soustractions, les extractions de racine carrée à des divisions par 2.

0,1	
0,5	
1	
1,5	
2	0,69315
3	1,09861
4	1,38629
5	1,60944
6	1,79176
7	1,94591
8	2,07944
9	2,19722
10	2,30259
11	2,39790
12	2,48491
13	2,56495
14	2,63906
15	2,70805
16	2,77259
17	2,83321
18	2,89037
19	2,94444
20	2,99573
21	
22	
100	

Figure 1.

Un disciple de Neper, Briggs, publie en 1617 une autre table ayant les mêmes propriétés, mais plus commode pour les calculs : les logarithmes décimaux. Le Suisse Bürgi construit également, de façon indépendante, une table de logarithmes, qu'il publie en 1620.

Cinquante ans plus tard, l'invention du calcul différentiel (dérivées et intégrales) par Newton et Leibniz permettra de découvrir que, en plus de ses propriétés pratiques, la fonction logarithme de Neper a un intérêt théorique considérable : non seulement elle a une dérivée remarquable, mais elle a un lien étroit avec la fonction exponentielle!

Transposition didactique de la fonction logarithme

Dans cette partie de l'article ; il est très important d'aborder la façon dont on définit les fonctions logarithmiques pour les élèves de la classe terminal au lycée et pour les étudiant universitaires afin de pouvoir conclure l'utilité de l'intégration du logiciel GeoGebga pour la simplification de la transposition didactique de ce type de concept mathématique. Ainsi des démonstrations mathématiques et des figures s'imposent dans quelques passages de la rédaction. Et pour terminer on propose des applications de ces fonction dans d'autre domaine pour la mise en valeur de l'utilité des fonctions logarithmiques chez les enseignants des mathématiques et les apprenant.

Démonstration de l'existence d'une fonction qui transforme le produit en somme

Condition Nécessaire

Soit F une fonction dérivable de la variable réelle x et qui transforme le produit en somme, a est une constante appartenant au domaine de définition de F, donc : $F(ax) = F(a) + F(x)$ entraine : $(F(ax))' = (F(a)+F(x))'$ ce qui implique : $aF'(ax)=F'(x)$, pour a non nul, on a:
$F'(ax) = (1/a) F'(x)$ en particulier, pour $x = 1$ on a : $F'(a) = (1/a)F'(1)$ donc : $F'(x) = k/x$, (k est une constante à déterminer).

Condition Suffisante

La fonction définie par $f(x)=1/x$ est une fonction continue sur IR*+, donc elle admet une primitive, considérons sa primitive notée par F et qui s'annule en 1, montrons que F transforme le produit en somme. On pose la fonction g(x) définie par : $g(x) = F(ax) - F(a) - F(x)$. On a : $g'(x) = (F(ax))' - F'(x) = aF'(ax) – F'(x) =a/(ax) – 1/x = 0$. Donc : $g(x)=c$ (une constante).
Or $g(1) = F(a) – F(a) – F(1) = 0 = c$; d'où $F(ax) = F(a)+F(x)$.

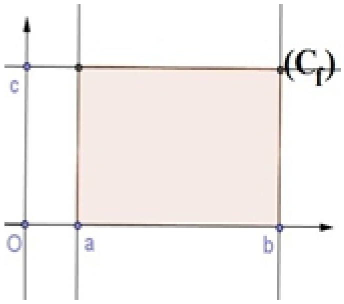


Figure 2.

On conclut par le calcul mathématique que : La fonction F primitive de la fonction définie par f(x)=1/x sur IR*+, et qui s'annule en 1, transforme le produit en somme. On l'appelle la fonction logarithme Népérien et on écrit : F(x) = Log(x) ou F(x) = ln(x).

Découvrir la fonction logarithme à l'aide du logiciel GeoGebra

La question qu'on pose à l'apprenant est : Si f une fonction dérivable et F sa fonction primitive, on sait que f '(b) est la ponte de la tangente au point (b, f(b)) à la courbe (C_f) représentative de la fonction f, mais que représente F(b) pour la courbe de f ?
On demande d'examiner les cas simples.

- **Premier cas : f est une constante**

f(x) = c, sa primitive qui s'annule en a est : F(x)=c(x-a) et on a : F(b)=c(b-a),
Si b > a, F(b) est positive et elle est égale à la surface du rectangle limitée par : l'axe des abscisses, la courbe représentant f, et les droites d'équations x = a et x = b.

Si b < a, F(b) est négative, mais sa valeur absolue est positive et elle est égale à la surface du rectangle limitée par : l'axe des abscisses, la courbe représentant f, et les droites d'équations x=a et x=b.

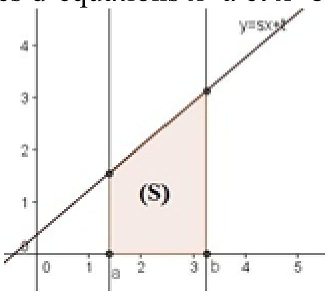


Figure 3.

En définissant la surface algébrique, F(b) est la surface algébrique limitée par : l'axe des abscisses, la courbe représentant f, et les droites d'équations x=a et x=b.

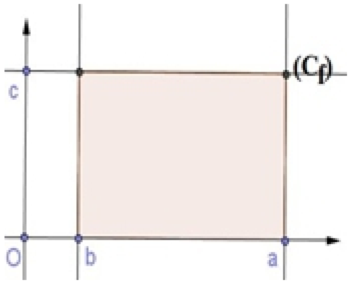


Figure 4.

- **Deuxième cas : f est une fonction affine**

f(x) = sx+t, (s et t sont des constantes réelles), sa représentation graphique est une droite, par un calcul simple la fonction primitive qui s'annule en a (a est un nombre réel) quelconque est : F(x)=((s/2)x2+tx)-((s/2)a2+ta). Et on a F(b) = ((b-a)((s/2)(b+a)+t).

On demande aux apprenants de calculer (S) la surface du trapèze limitée par : l'axe des abscisses, la courbe représentant f, et les droites d'équations x=a et x=b. Pour avoir : S=(1/2)(f(a)+f(b)(b-a)=(1/2)(sa+t+sb+t)(b-a) = (b-a)((s/2)(a+b)+t)=F(b).

Conjecture : Soit F la fonction primitive de f qui s'annule en a, alors F(b) est égale à la surface algébrique limitée par l'axe des abscisses, la courbe représentant f, et les droites d'équations x=a et x=b.

Définissons de la Fonction Logarithme

D'après ce qui précède, la primitive F de la fonction f définie par f(x)=1/x sur IR*+ et qui s'annule en 1, transforme le produit en somme et on admet, d'après la conjecture que F(b) est égale à la surface algébrique limitée par l'axe des abscisses, la courbe représentant f, et les droites d'équations x=a et x=b.

Pour calculer F(b) pour prend b>1, on va subdiviser l'intervalle [1,b] à n intervalles de même longueur (b-1)/n, on obtient (n+1) points Ai(ai,0) et (n+1) points $B_i(a_i,f(a_i))$ avec ai=1+(b-a)i/n et i=0,1,……,n et on construit les rectangles inférieures de cotés [Ai Ai+1] et [Ai+1Bi+1] et les rectangles supérieures de cotés [A_i A_{i+1}] et [A_iB_i] avec i=0,1,……..(n-1).

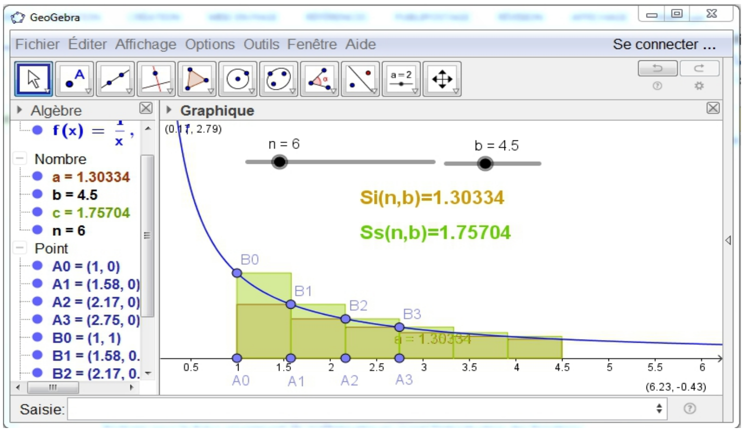


Figure 5.

On considère les deux suites $S_{inf}(n,b)$: sommes des surfaces des n rectangles inférieures et $S_{sup}(n,b)$: somme des surfaces des n rectangles supérieures. On a : $S_{inf}(n,b) < F(b) < Ss_{up}(n,b)$ avec:

$$S_{inf}(n,b)=\sum_{i=0}^{n-1}(a_{i+1}-a_i)f(a_{i+1})=\frac{b-1}{n}\left[-f(a_0)+\sum_{i=0}^{n}f(a_i)\right]$$

Et $$S_{sup}(n,b)=\sum_{i=0}^{n-1}(a_{i+1}-a_i)f(a_i)=\frac{b-1}{n}\left[-f(a_n)+\sum_{i=0}^{n}f(a_i)\right]$$

On a : $$0\le S_{sup}(n,b)-F(b)\le S_{sup}(n,b)-S_{inf}(n,b)=\frac{b-1}{n}\left[f(1)-f(b)\right]=\frac{(b-1)^2}{n}$$

Et : $$0\le F(b)-S_{inf}(n,b)\le S_{sup}(n,b)-S_{inf}(n,b)=\frac{b-1}{n}\left[f(1)-f(b)\right]=\frac{(b-1)^2}{n}$$

Donc : $$\lim_{n\to+\infty}S_{inf}(n,b)=\lim_{n\to+\infty}S_{sup}(n,b)=F(b)$$

Remarquons que tout ce qu'on vient de traiter pour b>1, reste valable pour 0< b <1 et pour b=1 (F(b)=0)

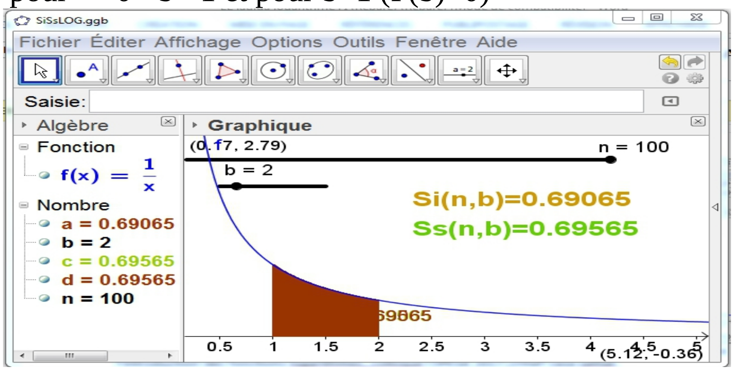


Figure 6.

Si on veut que l'erreur soit inférieure à10-2, on doit prendre n supérieur à 100(b-1)2, par exemple pour F(2) et pour n=100, on a :

$S_{inf}(n,b)=0.69065$ et $S(n,b)=0.69565$ On peut prendre F(2)=0,69 ; Les deux suites $S_{inf}(n,b)$ et S(n,b) convergent très lentement, On va les remplacer par une autre suite, $S_h(n,b)$ qui est la somme des rectangles qui ont pour cotés $[A_i\ A_{i+1}]$ et l'autre côté a pour longueur $f(c_i)$ où ci est le milieu de $[A_i\ A_{i+1}]$, autrement dit $f((a_i+a_{i+1})/2\ )$.

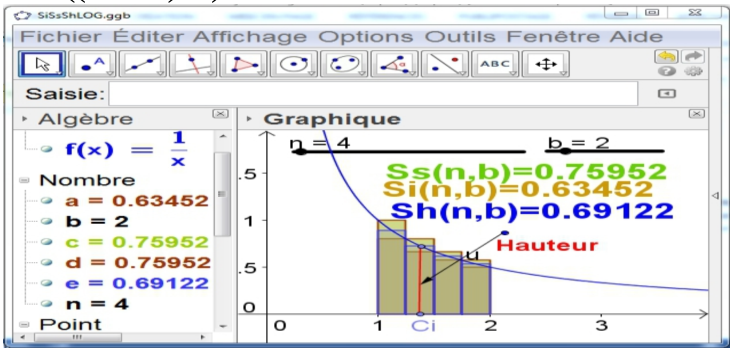


Figure 7.

Remarquons que $S_h(n,b)$ converge très vite, on a à l'ordre 2 : $S_h(4,2)=S_{inf}(100,2)=S_{sup}(100,2)=0.69$. Désormais, On accepte que $F(b)=S_h(30,b)$; On a pris n=30, pour assurer une bonne valeur pour F(b). A l'aide de GeoGebra, on vérifie que: F(ab) = F(a)+F(b).

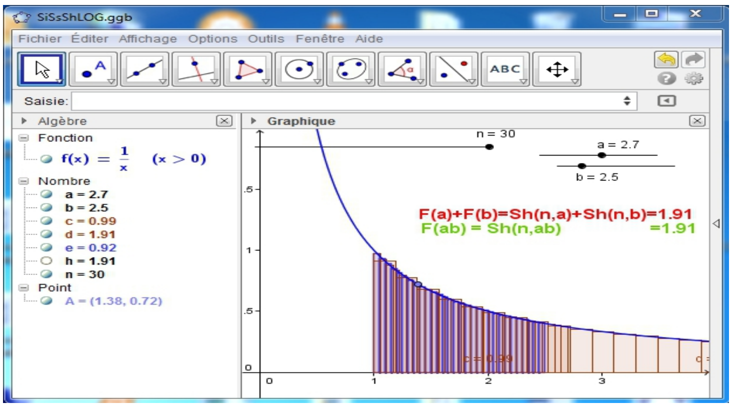


Figure 8.

La surface algébrique F(b) limitée par l'axe des abscisses, la courbe représentant f : x —> 1/x et les droites d'équations x=1 et x=b, transforme le produit en somme et elle s'annule pour a=1, donc la surface F(x) est la primitive de f(x)=1/x pour x supérieur à 0 et elle s'annule en 1. On l'appelle la fonction Logarithme Népérien.

Représentation graphique de F à l'aide de GeoGebra

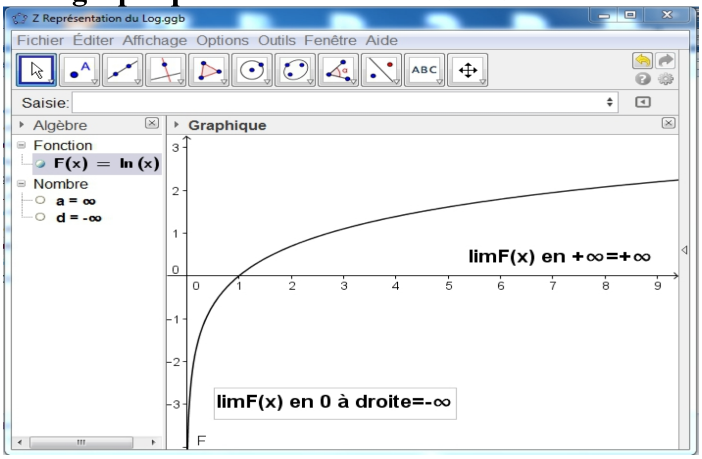


Figure 9.

Explorer les paramètres de la fonction f(x)=a log$_b$(x+h)+k à l'aide de GeoGebra

A savoir que : la fonction logarithmique de base b avec b>1 ; est définie par g(x)=ln(x)/ln(b) et on écrit : g(x)=log$_b$(x). Pour accompagner les élèves à découvrir le rôle de chaque paramètre on suit les démarches suivantes:

➢ **Rôle du paramètre a:** On demande aux élèves de:
- Construire à l'aide de GeoGebra la fonction F(x)=ln(x)
- Afficher un curseur de nom a qui varie de -5 à 5
- Construire la fonction g(x)=a ln(x)
- Varier manuellement les valeurs du nombre réel a
- Émettre des conjectures

➢ **Rôle du paramètre b:** On demande aux élèves de:
- Construire à l'aide de GeoGebra la fonction F(x)=ln(x)
- Afficher un curseur de nom b qui varie de 1 à 6
- Construire la fonction h(x)= logb(x)
- Varier manuellement les valeurs de b
- Émettre des conjectures

➢ **Rôle du paramètre h:** On demande aux élèves de:
- Construire à l'aide de GeoGebra la fonction F(x)=ln(x)
- Afficher un curseur de nom h qui varie de -6 à 6
- Construire la fonction g(x)= ln(x+h)
- Varier manuellement les valeurs de h
- Émettre des conjectures

➢ **Rôle du paramètre k:** On demande aux élèves de:
- Construire à l'aide de GeoGebra la fonction F(x)=ln(x)

- Afficher un curseur de nom k qui varie de -5 à 5
- Construire la fonction g(x)= ln(x) +k
- Varier manuellement les valeurs de k
- Émettre des conjectures

Exemples Pratiques D'application Interdisciplinaire des Fonctions Logarithmiques

En mathématique, l'expérience en classe montre que nul ni important chez l'apprenant que les concepts qui sont liée directement à la pratique et l'expérimentation ; pour cela on propose dans les apprentissages du logarithme les applications suivantes.

En Mathématiques

Pour a ∈ R, on définit la fonction numérique f_a, qui à tout x strictement positive, fait correspondre (ln(x)+a). Et on note(C_f) la courbe représentative de f_a dans le plan muni d'un repère (O ; i ; j). On note S_a le point d'intersection de (C_f) avec l'axe des abscisses. Et On note E_a le point d'intersection de (C_f) avec la droite d'équation y = x. A l'aide de GeoGebra, formuler une conjecture sur les droites (E_aS_a).

Dans la Vie Courante

Le prix du beefsteak augmente de 2,5% tous les ans. Mon salaire horaire augmente de 1,4% tous les ans. Actuellement, je travaille une demi-heure pour me payer un bon beefsteak.
Dans combien de temps mon steak me reviendra-t-il à une heure de travail, 2 heures de travail, x heures de travail.

Solution : actuellement, le prix d'un beefsteak est P_0, le salaire horaire est S_0 et on a $P_0=S_0/2$, après n années, le prix d'un beefsteak sera: P_n = (102,5/100)nP_0 = (102,5/100)nS_0/2. Et le salaire horaire deviendra: S_n = (101,4/100)n.S_0. Après n années, le prix d'un steak deviendra égale au salaire de x heures, c'est-à-dire : (102,5/100)nS_0/2=x (101,4/100)nS_0 donc x=(102,5/101,4)n/2, d'où n=log(2x)/log((102,5/101,4). Si x=1 alors n=64,2415 ans, et si x=2 alors n= 128,4830 ans.

En Astronomie

Etude de la période de certaines planètes en fonction du demi-grand axe de leur trajectoire; On représente graphiquement les données suivantes:

Planète	demi grand axe a en 10^9 m	période T en $10^6 s$
Mercure	57,9	7,59
Venus	108,2	19,36
Terre	149,6	31,47
Mars	227,9	59,19
Jupiter	778,3	373,32

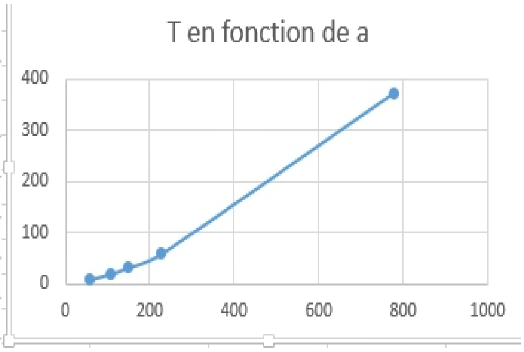


Figure 10.

On obtient une courbe qui n'est pas facile à ajuster ; Mais, si on représente ln(T) en fonction de ln(a), on obtient une droite qu'on peut ajuster linéairement.

ln(a)	ln(T)
4,059	2,025
4,684	2,863
5,008	3,449
5,429	4,081
6,657	5,992

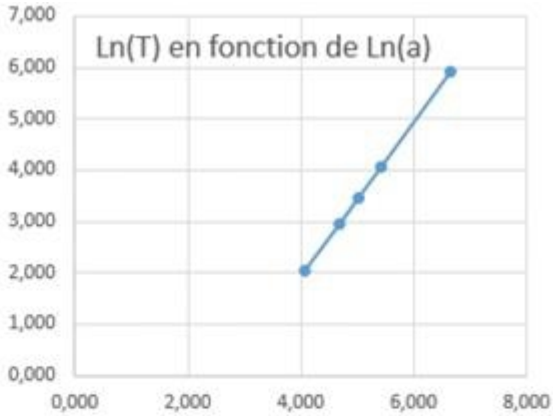


Figure 11.

On obtient l'équation : ln(T)=1,5ln(a) – 4,062 ce qui conduit à $a^3/T^2=K$ conforme avec la troisième loi de KEPLER.

En Chimie: Le pH d'une Solution

En chimie l'acidité d'une solution est mesurée par son pH, défini en fonction de la concentration en ions H3O+ par : pH = −log[H3O+] où [H3O+] est la concentration (en mole par litre) d'ions H3O+ de la solution. Le pH de l'eau pure est 7 ; celui d'une solution acide est strictement inférieur à 7 alors que celui d'une solution basique est strictement supérieur à 7. Le pH d'un sol, généralement compris entre 3,5 et 9,5 renseigne sur le degré de saturation du complexe absorbant. La fougère et le châtaignier recherchent un sol au pH voisin de 4 à 5 ; le buis exige un sol au pH de l'ordre de 8. Cet exemple permet d'employer les propriétés algébriques telles que « pour tout réels strictement positifs a et b, log(a×b) = log(a) + log(b) », qui ne sont pas exigibles mais qui permettent de mettre en valeur l'intérêt et l'utilité concrète de la fonction log. Donnons comme exemples : 1. Quel est le pH d'une solution dont la concentration en [H3O+] est 4,8 × 10−6 mole par litre ? Si la concentration est égale à 4,8 × 10− 6 mol. L–1, alors le pH est donné par : pH = − log(4,8 × 10−6) = − (log(4,8) + log(10−6)) soit environ 0,681 − 6 soit environ − 5,319. Le pH est donc environ 5,319.

2. Si le pH d'une solution est 4, quelle est la concentration en ions [H3O+] ? Si le pH est 4 alors 4 = −log[H3O+] d'où log[H3O+] = − 4, soit log[H3O+] = log(10−4). Ainsi [H3O+] =10−4 mole par litre.

3. Que fait le pH lorsque la concentration est divisée par 10 ? Avec : pH = −log[H3O+] et pH′ = −log([H3O+]/10). Alors : pH′ = −log[H3O+] + log(10)soitpH+1. Lorsque la concentration en [H3O+] est divisée par 10, le pH augmente de 1.

Conclusion

La découverte de la fonction logarithme par les élèves à travers ses activités, on a constaté que l'aide de GeoGebra on peut définir la fonction logarithme d'une façon simple et claire, et l'élève peut découvrir la fonction logarithme comme étant est une surface, à savoir que c'est une notion que l'apprenant s'est habituer depuis le primaire. De plus L'élève est convaincu que la fonction logarithme transforme le produit en somme, élargit ses connaissances sur les suites adjacentes et touche par des exemples concrets l'utilité des mathématiques et son interdisciplinarité.

Entre outre, à l'aide de GeoGebra l'apprenant découvre lui-même le rôle et l'effet de chacun des paramètres de la fonction f(x)=alogb(x+h)+k géométriquement et dans des applications en d'autres disciplines.

L'animation par GeoGebra est spectaculaire et intéresse vivement les élèves et crée un climat de motivation et d'apprentissage très favorable en classe. Cependant, la mémorisation des conjectures, définitions, propriétés et des techniques, en utilisant GeoGebra, est meilleure que en exerçant les activités sans intégration de GeoGebra comme technique d'information et de communication en classe.

References:

1. Arsac, G., Chevallard, Y., Martinand, J. L. & Tiberghien *(1994*). *La transposition didactique à l'épreuve,* (pp.135-180). Grenoble, La pensée sauvage.
2. Alexander, J. T. (1925). *Henry Briggs and his work on logarithms. The American Mathematical Monthly*, 32(3):129–131.
3. Alfonsi, L. (2011). *Etienne Bézout (1730-1783) Mathématicien des Lumières.* L'Harmattan, Pari, 414 pp.

4. Astolfi J. P. et al. (1997). *Mots-clés de la didactique des sciences. Repères, définitions, bibliographies*, (pp. 177-187). Louvain-la-Neuve, Belgique : De Boeck Supérieur.
5. Astolfi, J. P. & Develay, M. (2002). *La didactique des sciences*, Paris, PUF, coll. Que sais-je, n°2448, (6ème éd.), pp. 41-55.
6. Bordet, D. (1997). *Transposition didactique : une tentative d'éclaircissement,* dans DEES n°110, décembre, pp. 45-52.
7. Breton, G., Côté, B., Delisle, C., Deschênes, A., & Ledoux, A. (1998). Manuel : *Réflexions mathématiques 536.* Éditions CEC INC, 441 p.
8. Cantoral, R. & Farfán, R. M. (2004). *La sensibilité à la contradiction : logarithmes de nombres négatifs et origine de la variable complexe, Recherches en Didactique des Mathématiques.* La Pensée Sauvage, France. Vol. 24, n° 2.3, pp. 137-168.
9. Cajori, F. (1928). *A History of mathematical* notation: *notations in Elementary Mathematics*, (Vol. 1). Chicago: The Open Court.
10. Colomb, J. & Chevallard, Y. (1986). *La Transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*. In : Revue française de pédagogie, volume 76, pp. 89-91.
11. Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné.* Grenoble, La pensée sauvage.
12. Emil, P. (2006). *Transposition didactique : un processus de construction du savoir scolaire*, Carrefours de l'éducation 22,(2), p. 3-13. Doi : 10.3917/cdle.022.0003
13. Godin, C. (2004). *Dictionnaire de philosophie*, Paris, Fayard, 1534 p.
14. Évelyne, B. et al. (2006). *Histoire des logarithmes*, 396 pages.
15. Oliver, J. (2000). *The Birth of Logarithms*. Mathematics in School. Vol. 29, No. 5, pp. 9-13
16. Paun. (2006, juillet-décembre). *Transposition didactique : un processus de construction du savoir scolaire.* Carrefours de l'éducation, 22, pp. 3-13.
17. Perrenoud, P. (1998). *La transposition didactique à partir de pratiques : des savoirs aux compétences.* Revue des sciences de l'éducation, 24 (3), pp. 487-514
18. Philippe, J. (2010). *Fabriquer le savoir enseigné*. Bruxelles : De Boeck, 126 pages.
19. Vlacq, A., Briggs, H. & Napier, J. (1628). *Arithmétique logarithmétique ou la construction et usage d'une table contenant les logarithmes de tous les nombres depuis l'unité jusques à 100000.*