



Optique des milieux isotropes et anisotropes et course d'orientation

Bernard Guy

► **To cite this version:**

Bernard Guy. Optique des milieux isotropes et anisotropes et course d'orientation. 23 pages. 1998. <hal-00495649>

HAL Id: hal-00495649

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00495649>

Submitted on 28 Jun 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Optique des milieux isotropes et
anisotropes
et course d'orientation**

Bernard GUY
Ecole nationale supérieure des mines de Saint-Etienne
guy@emse.fr

Résumé

Une analogie est proposée entre la propagation de la lumière dans différents milieux isotropes et anisotropes d'une part, et le déplacement d'un sportif courant dans différents milieux naturels (champs, forêts) d'autre part. L'analogie de la vitesse de la lumière dans le milieu (proportionnelle à l'inverse de l'indice optique) est ici la vitesse de course du coureur, qui dépend du terrain traversé. Si le sportif essaie de minimiser son temps de course entre deux points imposés (les balises de la course d'orientation), il a intérêt, toutes choses égales par ailleurs, à ce que son trajet suive les lois de l'optique géométrique, c'est-à-dire les lois de la réfraction de la lumière de Descartes-Snell transposées à son problème (conséquences du principe optimal de Fermat). Dans le cas des milieux anisotropes, la vitesse du coureur dépend de la direction de déplacement : ainsi en remontant un terrain en pente, on court plus vite en coupant les courbes de niveau de façon oblique que le long de la ligne de plus grande pente. Il peut y avoir alors plusieurs chemins optimaux, comme pour les milieux anisotropes biréfringents. L'originalité de la course en pleine nature par rapport à l'optique est que la vitesse de propagation dépend non seulement de la direction mais aussi du sens de propagation (suivant que l'on remonte ou descend la pente dans une direction donnée la vitesse diffère). En physique on considère au contraire très généralement que la vitesse de la lumière est la même dans les deux sens pour une direction donnée. Quelques indications sur une expérimentation conduite par un groupe de lycéens de Saint-Etienne pour valider ces hypothèses sont données. Pour maintenir une vitesse constante dans des conditions d'effort identiques, on se base sur une fréquence cardiaque constante, mesurée en route par cardio-fréquencemètre avec visualisation au poignet du coureur. Dans cette hypothèse de dépense énergétique constante, on peut prédire la forme de la loi de vitesse en fonction de la pente pour le cas anisotrope : la vitesse de course, qui sert à lutter contre les forces de frottement, diminue en montant une pente plus raide, une partie de l'énergie dépensée étant convertie en énergie potentielle de gravitation. Les expérimentations conduites par les lycéens s'accordent avec les prévisions. Quelques pistes de nature théorique sont proposées.

Mots clés : optique géométrique ; lois de Descartes-Snell ; réfraction ; principe de Fermat ; milieu isotrope ; milieu anisotrope ; indice optique ; sens de propagation ; vitesse de course ; course d'orientation ; fréquence cardiaque.

Optics of isotropic and anisotropic media and orienteering

Abstract

An analogy is proposed between the propagation of light in different isotropic and anisotropic media on the first hand, and the running of an athlete on different terrains (fields, forests) on the second hand. The analogue of the speed of light in a physical medium (proportional to the inverse of the optical index) is the speed of the runner, which depends on the crossed terrain. If the athlete tries to minimize his time of travel between two points (the orienteering checkpoints), it is better for him, all things being equal, to follow the laws of optical geometry, i.e. the light refraction law of Descartes-Snell transposed to his problem (these laws are derived from Fermat's principle of shortest time). In the case of a non flat land, the speed of the runner depends on the direction (when going to the top of a hill, one runs faster in an oblique manner than along the steepest way). There may be then several optimal paths, as for anisotropic media. The originality of the race in nature with respect to optics is that the propagation speed not only depends on the direction but also on the propagation way (depending on whether one runs upward or downward along the same direction, the speed differs). In physics it is considered very generally that the speed of light is the same in both ways for a given direction. Some information is given on an experiment conducted by a group of young students of Saint-Etienne to validate these assumptions. In order to maintain a constant speed under the same conditions of biological effort, the runner must maintain a constant pulse, as imposed by a heart pulse measurer with visualization to his wrist. In the case of a constant energy expenditure, one can predict the speed of the runner depending on the slope: the speed, which opposes the forces of friction, decreases for a steeper slope, a part of the energy being converted into potential gravitation energy. Experiments conducted by the school students agree with the theoretical predictions. Some propositions of research are given.

Key words: optical geometry; Descartes-Snell laws; refraction; Fermat's principle; isotropic medium; anisotropic medium; optical index; direction of propagation; speed of race; orienteering; heart rate.

Introduction générale

Le texte présenté ici comprend deux parties : dans la première, écrite à la fin des années 1990 est proposée une analogie entre optique des milieux isotropes et anisotropes et course en pleine nature. Dans la seconde partie, écrite en 2010, quelques indications sont données sur une expérimentation conduite dans les années 2003-2005 à partir des idées exposées dans la première partie. Des compléments sont proposés ainsi que quelques éléments de perspective.

Première partie : contribution à la théorie de la course d'orientation (rêve cartésien)

Introduction

La course d'orientation fournit une illustration nouvelle de la loi de Descartes sur la réfraction de la lumière. D'autres y ont certainement pensé. En tant que sympathisant orienteur, je me permets de présenter ce résultat, dans la mesure où l'évocation de l'auteur de *La Dioptrique* ne semble entraîner aucun écho dans mon entourage sportif. Ceci dit, il est clair qu'on sera loin dans ce texte de la pratique effective de la course d'orientation. Que ces lignes soient prises alors comme un hommage onirique à la C.O. ou comme fournissant des pistes de méditation pour les orienteurs physiciens.

Les sections 1 et 2 demandent un bagage de fin d'enseignement secondaire. Les sections 3 à 5 font appel à des connaissances de l'enseignement supérieur; elles peuvent être omises en première lecture.

1. Courir en terrain plat

Soit un coureur C, qui doit aller d'une balise A à une balise B (Fig. 1). La balise A est située dans un champ découvert -non cultivé- (milieu A) où la vitesse moyenne de progression¹ de C est v_A , alors que la balise B est située dans une forêt (milieu B) où la vitesse moyenne de progression de C est v_B . La limite (D) entre le champ et la forêt est supposée rectiligne et indéfinie. Dans le cas général, v_A et v_B dépendent de C et de nombreux autres facteurs; nous supposerons v_A et v_B constants pour l'instant, c'est à dire que les milieux A et B seront considérés comme parfaitement homogènes dans leurs propriétés et en particulier plans et sans irrégularités, et nous prendrons $v_A > v_B$ ($v_A = 7,2$ km/h et $v_B = 3,6$ km/h par exemple).

Quel le meilleur trajet théorique entre A et B, c'est à dire celui qui assure le meilleur temps entre A et B (le temps le plus faible)? Nous supposerons que le coureur dispose d'une carte précise des lieux (positions des points A et B par rapport à (D)) et qu'il n'y a pas dans le secteur de points de repère particulier pour guider la course; le coureur sait se diriger à la boussole de façon idéale pour tomber pile sur la balise cherchée.

Le meilleur trajet n'est pas la ligne droite entre A et B (Fig. 2). Par rapport à la ligne droite AB le coureur a en effet intérêt à courir un peu plus longtemps dans le milieu A où sa vitesse est plus rapide et un peu moins dans le milieu B où sa vitesse est plus lente. Le trajet idéal est donc coudé et suit la ligne brisée AIC. Au point I les angles i_A et i_B par rapport à la normale suivent la loi

$$\frac{\sin i_A}{v_A} = \frac{\sin i_B}{v_B} \quad (1)$$

C'est l'équivalent de la loi de Descartes² bien connue $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ pour la réfraction d'un trajet lumineux à la traversée de la surface séparant un milieu d'indice n_1 d'un milieu d'indice n_2 , où i_1 est l'angle d'incidence et i_2 l'angle de réfraction.

¹Nous supposerons que la pénétrabilité d'un milieu peut s'exprimer par une vitesse de progression pour un coureur donné.

L'on sait en effet que cette loi de la réfraction assure le temps minimal pour la propagation de la lumière entre A et B (ce résultat est démontré dans les traités de physique). L'indice optique est le facteur par lequel il faut diviser c , célérité de la lumière dans le vide, pour avoir la vitesse de la lumière dans le milieu considéré: $v = c/n$. Les vitesses v_A et v_B indiquées plus haut correspondent donc à des inverses d'indices et le trajet qui assure le temps minimal entre A et B vérifie bien la loi (1).

La détermination complète du trajet entre A et B demande celle du point I auquel sera vérifiée la loi (1) et que l'on va viser en premier depuis A; l'angle de visée par rapport à AH_A perpendiculaire à la limite du champ depuis A est précisément i_A l'angle d'incidence. La détermination de i_A en fonction des paramètres a , b et l du problème (voir Fig. 2) est relativement délicate (équation du quatrième degré que je ne résous pas pour l'instant). Pour ne pas alourdir l'exposé nous exprimerons i_A sous forme indéterminée

$$i_A = i_A(a, b, l) \quad (2)$$

Arrivé en I, le deuxième azimuth sera déterminé par la position de B par rapport à I ou par l'angle de réfraction i_B ; celui-ci est établi par la connaissance de i_A donné par (2), et par la loi (1), ce que nous nous bornons de même à écrire

$$i_B = i_B(a, b, l) \quad (3)$$

En plus de sa boussole l'orienteur devra donc avoir avec lui une petite calculatrice où il aura programmé le calcul des équations (2) et (3), après utilisation des indications de la carte.

²Descartes (1596-1650) est l'auteur du traité d'optique intitulé *La Dioptrique* (Leyde, 1637).

2. Application numérique

On donne sur la figure 3 le trajet optimal, déterminé graphiquement par tâtonnement, pour $v_A = 7,2$ km/h et $v_B = 3,6$ km/h (soit 2 m/s et 1 m/s respectivement), avec une disposition des points A et B telle que $a = AH_A = b = BH_B = 100$ m, $l = H_AH_B = 200$ m.

On peut comparer les temps de divers trajets (estimations graphiques):

- a) trajet le plus long, car le plus court dans le champ et le plus long dans la forêt: AH_AB : 273 secondes;
- b) trajet direct rectiligne, passant pour l'exemple donné par le milieu D de H_AH_B : 213 secondes;
- c) trajet optimal AIB suivant la loi de Descartes: 200 secondes;
- d) trajet AH_BB passant le plus dans le champ et le moins dans la forêt: 211,5 secondes.

On conclut à un gain d'une dizaine de secondes pour le trajet optimal c) par rapport au trajet direct b) ou au trajet d) passant le plus dans le champ, ce qui peut être précieux pour les champions! Et, bien sûr, le gain serait double pour des dimensions du problème doubles.

On peut tirer de ce qui précède une indication pratique « pifométrique » utile si l'on a oublié sa calculatrice ou si elle est tombée en panne. La fonction sinus est croissante pour des angles inférieurs à 90° ; en faisant une approximation grossière linéaire on pourra prendre un rapport de l'angle d'incidence à l'angle de réfraction égal au rapport des vitesses dans les deux milieux; c'est à dire, si l'on court deux fois plus vite dans le champ que dans la forêt, on essaiera d'obtenir en gros un angle i_A double de l'angle i_B , ce qui peut se faire au jugé en regardant la carte (ou mieux à l'aide d'un rapporteur). Sur la figure 3, on a représenté le trajet e) AJB qui vérifie $i_A = 2i_B$ et qui donne un temps de 202 secondes un peu plus long que le temps optimal. Notons que seuls les rapports des vitesses interviennent dans ce problème. Si l'on est fatigué et que l'on court moins vite, cela ne change pas la détermination des trajets, pourvu que les différentes vitesses soient diminuées dans la même proportion.

3. Première généralisation

On voit donc qu'en terrain plat le trajet optimum entre deux points A et B quelconques situés dans deux milieux extrêmes 1 et 4 (sur l'exemple de la figure 4) eux-mêmes séparés par une série d'autres milieux différents, 2, 3 ..., les différents milieux étant caractérisés par des vitesses v_1 , v_2 etc., va suivre une ligne brisée AIJK...B avec réfraction du trajet à chaque point I, J, K ... suivant des lois du type (1). Il existe des logiciels d'optique ou de sismique (la propagation d'ondes de déformation élastique dans la croûte terrestre, c'est à dire les ondes qui donnent les tremblements de terre, suit en effet aussi la loi (1)) qui calculent ces trajets. Ces logiciels traitent aussi le cas où les vitesses de propagation varient continuellement dans l'espace.

4. Courir en terrain accidenté: la forêt est en pente

La situation se complique en terrain accidenté. Supposons maintenant que la forêt décrite ci-dessus présente une pente régulière, alors que le champ est plat (Fig. 5 vue en perspective). Le problème est plus difficile dans la mesure où la vitesse de progression va maintenant dépendre de la pente suivant laquelle le coureur se déplace dans la forêt: s'il monte raide, perpendiculairement aux courbes de niveau, il ira moins vite que s'il fait un angle faible avec celles-ci (et s'il suit les courbes de niveau, il progressera alors comme en terrain horizontal). Et suivant s'il monte ou descend, la vitesse n'est pas non plus la même! Il est plus facile, plus rapide, de descendre que de monter!

On peut représenter ces différentes vitesses par une courbe (Γ) tracée autour d'un point P où l'on se trouve dans la forêt (Fig. 6a). On reporte à partir de P un vecteur dont la direction et le sens indiquent la direction et le sens que le coureur va suivre en partant de P, et dont le module indique la vitesse de course correspondante. Par exemple quand le coureur remonte dans la direction de plus grande pente, il va à la vitesse de 2,4 km/h en montant (vecteur PY), alors que cette vitesse est de 7 km/h s'il descend dans la même direction (vecteur PY'); lorsqu'il suit l'horizontale on retrouve les 3,6 km/h de tout à l'heure (vecteurs PX et PX'). Entre ces valeurs extrêmes, la vitesse a une valeur intermédiaire. Pour une direction quelconque (D) par exemple, la vitesse en montant est

v_m et la vitesse en descendant est v_d , vitesses que l'on lit sur la figure en traçant (D) à partir de P et en regardant son intersection avec (Γ).

La situation est maintenant analogue à un milieu optique anisotrope, c'est à dire un milieu où la vitesse de la lumière dépend de la direction de propagation, comme c'est le cas pour les cristaux où l'on dessine aussi des courbes semblables à (Γ) pour définir les différents indices de réfraction (Fig. 6b). La situation est originale par rapport à la propagation de la lumière dans les milieux anisotropes dans la mesure où dans le cas de la course d'orientation, pour une direction donnée, il y a *deux vitesses de propagation* (suivant que l'on monte ou descend dans la direction en question) et non une seule comme dans le cas de la lumière (qui va à la même vitesse dans les deux sens pour une direction donnée). Ainsi la courbe (Γ) dans le cas de la lumière est une ellipse qui possède deux axes de symétrie, tandis que dans le cas de la C.O. l'axe horizontal de (Γ) n'est pas axe de symétrie puisque les vitesses en montant (points situés au dessus de l'axe horizontal) ne sont pas les mêmes que les vitesses en descendant (point situés au-dessous de l'axe horizontal).

Reprenons notre exemple et appliquons les résultats connus sur la propagation de la lumière dans les milieux anisotropes; l'on s'attend ici que seule la portion supérieure de (Γ) nous est utile car le coureur va progresser dans la forêt en direction de B en montant. Sans rentrer dans les détails, on peut montrer qu'il existe maintenant deux trajets possibles assurant un temps minimal de parcours de A à B. La forêt compte maintenant pour deux milieux: on peut progresser sur un trajet plus long en allant plus vite (en montant moins raide, c'est à dire en coupant les courbes de niveau sous un angle plus faible) ou sur un trajet plus court en allant moins vite (en étant plus proche de la ligne de plus grande pente). Cette circonstance impose deux trajets possibles pour l'ensemble du parcours. Cela est représenté sur la figure 7 sans souci d'exactitude. Dans le cas de l'optique des milieux anisotropes, les lois de Descartes s'appliquent moyennant certaines précautions; nous admettrons que ces lois s'écrivent aux points de réfraction I et J de chacun des trajets, avec les angles et les vitesses dans les deux milieux, les vitesses dans la forêt correspondant à la direction et au sens de course aux points I et J en allant vers B.

On peut dire dans le langage de l'optique que le coureur posté en A voit maintenant B dans deux directions, équivalentes en temps, la direction AI et la direction AJ; il peut choisir selon son goût pour la vitesse ou les pentes raides. La situation est analogue quand l'on pose un cristal de calcite transparent sur une feuille de papier. L'image dessinée sur la feuille est vue dédoublée, chacune de ces deux images correspondant à chacun des deux trajets signalés ci-dessus.

5. Cas général: ça monte et ça descend partout!

En compliquant encore d'un degré, on peut considérer que le champ de tout à l'heure est aussi en pente et qu'il forme l'autre flanc d'une vallée dont la forêt est le premier flanc (Fig. 8). Dans l'analogie optique, le domaine est alors constitué de deux milieux anisotropes séparés par une interface plane. Par l'application du principe précédent, où chaque milieu compte pour deux, on peut s'attendre qu'il existe quatre trajets également rapides. Ils sont dessinés sur la figure sans souci d'exactitude (en poursuivant l'analogie optique, on remarquera que, si l'on pose un deuxième cristal de calcite sur le premier, on voit maintenant l'image de départ sur laquelle est posé le premier cristal en quatre exemplaires). Nous ne présentons pas les calculs de cette situation qui restent à faire et seraient fort longs.

Dans le cas général, le relief est accidenté et le milieu change de propriétés (c'est à dire au moins de pente) continuellement dans un domaine de pénétrabilité donné, avec des discontinuités aux changements de domaines. Le problème posé de façon générale est de minimiser le temps de parcours entre deux points A et B (temps écrit sous forme d'une intégrale faisant intervenir les vitesses en tout point, vitesses qui sont fonction de la direction et du sens de parcours), c'est à dire de répondre au principe de Fermat. La solution ne sera pas unique (et en tout cas difficile à calculer!).

Il reste que le problème mathématique de la course d'orientation n'apparaît pas directement comme la transposition de ce qui est connu en optique des milieux anisotropes, pour la raison indiquée plus haut de la non-symétrie de la courbe (Γ) (le principe de retour inverse de la lumière qui est souvent utilisé pour les démonstrations

d'optique ne peut plus servir). Il y a sans doute matière pour des travaux intéressants de physique mathématique.

6. Retour à la réalité

Je sais bien que la course d'orientation ne se déroule pas de la façon qui vient d'être décrite; dans la pratique, d'une part, les milieux ne sont pas homogènes, d'autre part l'on tient compte de chemins et de multiples repères (souches, rochers etc.) qui vont guider la course. On peut bien sûr mettre les chemins dans les modèles (ce sont des zones de progression plus rapide que l'on peut caractériser par leur vitesse) voire même faire intervenir les repères visuels par les gains de temps qu'ils procurent... Mais, et c'est autrement plus important, il faut rajouter que la stratégie d'une course réelle doit permettre d'assurer aux itinéraires une certaine stabilité, c'est à dire l'encadrement des erreurs inévitables que l'on peut faire en suivant un azimuth et une bonne délimitation de la zone où se trouve la balise cherchée (utilisation de « points d'attaque » et autres « lignes d'arrêt »). C'est là un point important que nous n'avons pas abordé ici.

Sans compliquer outre mesure, ne peut-on pas imaginer que les approches théoriques qui viennent d'être données puissent (à condition d'avoir les logiciels qui mettent en oeuvre la démarche présentée) fournir des points de discussion pour comparer d'éventuelles stratégies dans certains types de terrains: terrains sans chemin et avec peu de repères caractéristiques, terrains où les contrastes de végétation comptent plus que le relief, ou terrains présentant de longues distances et de grands domaines contrastés par leurs vitesses de progression où les irrégularités locales comptent moins sur l'ensemble du trajet. Des conversations avec des coureurs de haut niveau m'indiquent que la simple loi de la réfraction (1) semble souvent déjà appliquée de façon intuitive.

Au minimum, si tout ceci n'a aucun intérêt pratique, j'espère que les orienteurs penseront à Descartes (et à Snell³) lors de leur prochaine expédition en forêt.

³Si l'on est citoyen du monde comme tout bon orienteur, on n'oubliera pas Snell, le scientifique anglais qui a proposé la loi de la réfraction à la même époque que Descartes; Snell est en général le seul cité dans les ouvrages anglais, de façon symétrique si l'on peut dire à l'usage pratiqué en France.

Deuxième partie : Applications, quelques perspectives

Introduction : intérêt de la mesure du rythme cardiaque

Le texte précédent, écrit à la fin des années 1990, a servi de base à des développements pratiques. Les lycéens Jacques Bois, Jean-Baptiste Guy et Paul de Surmont se sont emparés de l'idée et ont monté un projet expérimental avec l'aide et la stimulation de leur professeur de physique, Walter Vassiaux (classes de 1^o et de terminale au lycée Saint-Michel à Saint-Etienne). Ils ont montré de façon convaincante du point de vue de la mise en œuvre que l'on pouvait effectivement gagner quelques secondes sur des trajets comparables à ceux envisagés dans la première partie. Ils ont conduit leurs expérimentations à la fois en milieu isotrope et anisotrope (voir les références bibliographiques).

Un apport conceptuel important a été apporté par cette équipe à la suite de discussions avec Jean-Claude Chatard, médecin physiologiste du sport. Il y avait en effet un flou, ou une lacune, dans la démarche telle qu'exposée précédemment, et concernant le réglage de la vitesse de course : si on observe une variation de vitesse, comment être sûr qu'elle est à mettre en relation avec le changement du milieu, et non à un coup de fatigue, une distraction ou un accès de paresse ? Cette question fait apparaître la nécessité d'avoir une base de comparaison : l'idée apportée par le médecin physiologiste est de se caler sur une fréquence cardiaque constante, parce que l'on sait en médecine du sport que cela correspond en gros à une dépense énergétique constante. Les coureurs ont ainsi été munis de cardio-fréquencemètres : ils « ont effectué, après un échauffement standardisé divers trajets effectués à environ 80% de la fréquence cardiaque de réserve contrôlée par un appareil de type Polar et d'un avertisseur sonore déclenchant un bip à ± 5 bpm » (Bois et al., 2005 ; Guy et al. 2006). Ce fut là le point d'ancrage de toute la démarche expérimentale.

Prédiction d'une loi de vitesse de course en milieu anisotrope

Le résultat précédent a servi de cadre pour une contribution théorique personnelle nouvelle par rapport à la première partie et qui concerne la prévision de la loi reliant

vitesse et angle de montée dans le cas de la course en pente. On peut dire en effet que, à dépense énergétique constante, on répartit le travail effectué entre deux termes : un premier qui vient s'opposer à l'énergie potentielle du champ de gravitation (on monte) qui est fonction de $\sin\theta$ où θ est l'angle compté dans la pente ; et un second terme qui correspond au travail contre les forces de frottement : si celles-ci sont proportionnelles à la vitesse, la puissance sera proportionnelle au carré de la vitesse, avec un facteur fonction du coureur et du terrain (dans le bilan total de la puissance dépensée, les termes correspondant aux dérivées temporelles du métabolisme de base et de l'énergie cinétique, l'un et l'autre termes étant constants, sont nuls).

On prédit une loi du type

$$Av^2 + v\sin\theta = B$$

Où A et B sont deux constantes dépendant du coureur et du terrain. Pour un nombre limité de mesures, la correspondance entre la loi prédite et la loi observée est très satisfaisante (voir Bois et al., 2005).

Retour sur la dispersion

Le cas de la dispersion est évoqué dans le travail de Bois et al. (2005). Ce phénomène se manifeste en optique quand l'indice dépend de la longueur d'onde, c'est-à-dire de l'énergie associée au mouvement de la lumière. L'analogie optique peut être un peu explicitée dans le cas de la course en milieu naturel. Il a été admis implicitement dans le cas du travail des lycéens que le rapport des indices à la traversée d'un changement de milieu était le même pour tous les coureurs, et que donc le trajet optimal entre deux balises ne dépendait pas du coureur. Mais si nous étions capables de déterminer les paramètres utiles avec plus de précision, nous pourrions sans doute voir que le rapport n_1/n_2 de deux indices dans deux milieux différents n'est pas constant d'un coureur à l'autre. On peut supposer en effet que pour des raisons de constitution personnelle, la correspondance entre vitesse et dépense énergétique n'est pas la même pour chaque coureur (l'un peut être plus économe par exemple dans son effort qu'un autre, dans sa façon de contourner les branches au sol par exemple dans la traversée d'une section de

forêt). L'effet produit est alors que les différents coureurs suivent des trajectoires différentes même en terrain plat, ce qui est l'analogie de la dispersion de la lumière par un prisme.

Retour sur l'anisotropie de sens de propagation

Nous avons insisté à plusieurs reprises sur le fait que dans le cas de la course d'orientation, les deux vitesses pour les deux sens de propagation dans une même direction pouvaient être différentes. Nous avons dit que cette propriété était absente en physique. Ceci n'est pas tout à fait exact même si la formulation rigoureuse de ce constat mériterait un travail complémentaire. L'exemple que nous pouvons donner est celui de la lumière au voisinage d'un trou noir. Dans le sens de la fuite du trou noir on peut dire que la vitesse s'annule (la lumière ne peut s'échapper) alors que dans le sens centripète, la lumière n'est pas nulle (la formulation standard de cette propriété en utilisant des métriques d'espace temps non euclidiennes tout en gardant une vitesse de la lumière « constante » ne semble pas fondamentalement changer la dissymétrie des deux points de vue sur les deux sens de propagation pour une même direction ; voir aussi Guy, 2010).

Course d'orientation et optimisation

Deux élèves de l'Ecole des mines (L. Josserand et V. Picheny, 2004) ont effectué un travail personnel sur la théorie de la course d'orientation sous la direction de l'auteur et l'assistance de J.B. Guy. La progression en vélo tout terrain (vtt) est choisie car, dans ce cas, les portions de circuit sont connues à l'avance, en nombre fini, et il existe des algorithmes de recherche de trajets de moindre temps pour ce type de situation. Nous signalons ici l'existence de ce travail qui a comporté trois grandes parties.

- a) Détermination, pour chaque portion de circuit, d'un temps de trajet (supposé ramené à un effort physique par unité de temps constant, c'est-à-dire un rythme cardiaque donné, c'est-à-dire encore pour un coureur donné en régime stationnaire du point de vue de sa dépense énergétique) fonction de divers paramètres de la portion en question en particulier sa cyclabilité et sa dénivellation. Un plan d'expérience a été défini pour relier le temps de trajet aux divers paramètres retenus par une formule

- comportant des termes du premier et du second ordre en fonction des paramètres (expériences faites sur le circuit de la carte de vtt du Bessat près de Saint-Etienne).
- b) Utilisation des différents temps des portions (établis en a)) pour déterminer les circuits de temps minimal entre des couples de balises prises deux à deux (utilisation d'un algorithme dit de Dijkstra). Ceci permet, pour un ensemble complet de balises à parcourir dans l'ordre, de trouver le chemin d'ensemble optimal.
 - c) Résolution du problème de passer par toutes les balises dans un ordre quelconque en un temps minimal.

Remerciements

Je remercie d'abord tous les orienteurs de mon entourage pour l'inspiration qu'ils m'ont fournie au départ de cette étude, en particulier ceux du NOSE (Nature Orientation Saint-Etienne) dont j'ai été longtemps cotisant (licence famille) et supporter. Je remercie sincèrement toutes les personnes qui ont continué de faire vivre le rêve cartésien du début, au-delà de tout ce que j'aurais pu imaginer : les lycéens Jacques Bois, Jean-Baptiste Guy et Paul de Surmont, leurs familles, leur professeur Walter Vassiaux, Jean-Claude Chatard médecin du sport, Kamil Fadel du palais de la découverte ; la société Raidlight est aussi remerciée pour son assistance.

Ces travaux et ces idées ont valu aux lycéens divers prix en 2005 : premiers prix des Olympiades de physique, du concours Objectif Science, Prix de l'Université Paris 7, Prix de l'Académie des sciences, participation à l'European Science contest (Moscou), à Science On stage (Grenoble).

Références bibliographiques

- Bois J., Guy J.-B., de Surmont P. (2005) Avec Descartes et une boussole, toujours plus loin, plus vite. Dossier pour le concours Objectif Science 2005, 21 p.
- Chatard J.-C. (2004) Intérêt des mesures de fréquence cardiaque, in : Biologie et médecine du sport, lutter contre le dopage en gérant la récupération physique, Publications de l'Université de Saint-Etienne, J.-C. Chatard éditeur, 97-108.
- Guy B., Bois J., Guy J.-B., de Surmont P. (2005) Rythme cardiaque, dépense énergétique et course en pleine nature. Variation de la vitesse en fonction de la pente et de la pénétrabilité. Analogie optique. Congrès de médecine du sport, Saint-Etienne, Décembre 2005.
- Guy B., Bois J., Guy J.-B., Surmont P., Chatard J.C., Vassiaux W. (2006) Avec Descartes, une boussole et un cardio-fréquence-mètre : application des lois de l'optique à la course d'orientation. Etude préliminaire. O'Mag, Bimestriel de la Fédération française de Course d'Orientation, 84, p. 7.
- Guy B. (2010) A modified law of gravitation taking account of the relative speeds of the moving masses. A preliminary study. 20 p. Archives ouvertes HAL : <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00472210/fr/>
- Picheny V. et Josserand S. (2004) Optimisation et course d'orientation, travail personnel, 2^o année, Ecole n.s. des mines de Saint-Etienne, 39 p.

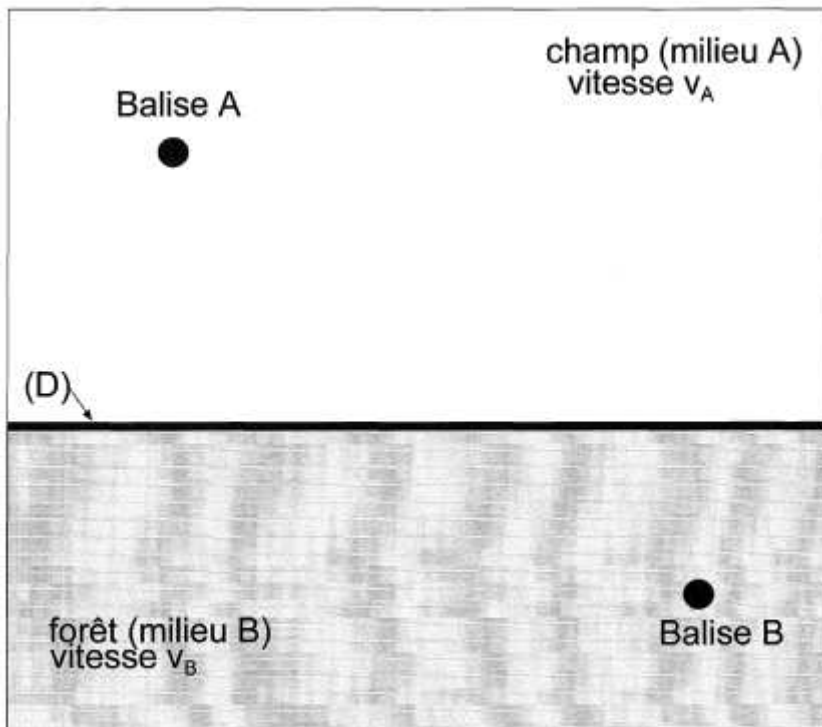


FIGURE 1

Elément de carte d'orientation. Le domaine représenté est très simple. Il est constitué d'un champ et d'une forêt séparés par une limite rectiligne. A et B sont deux balises qui se suivent dans un parcours. La pénétrabilité de chaque milieu est représentée par une vitesse (voir texte).

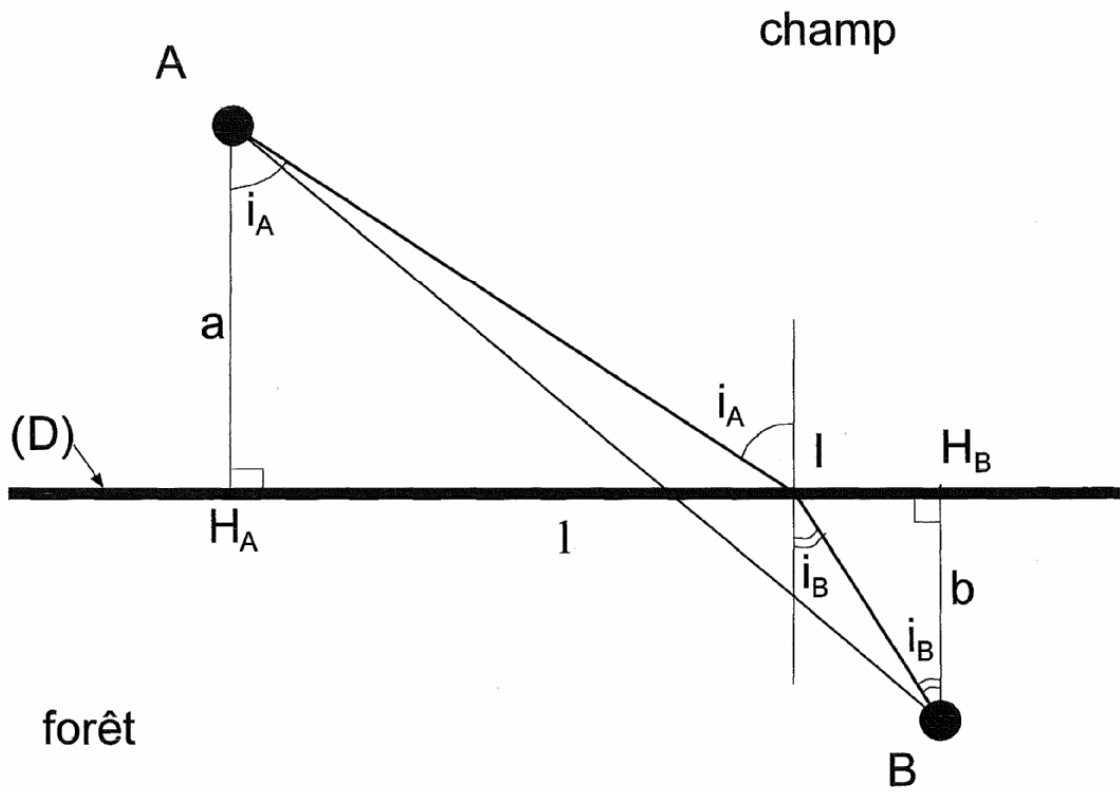
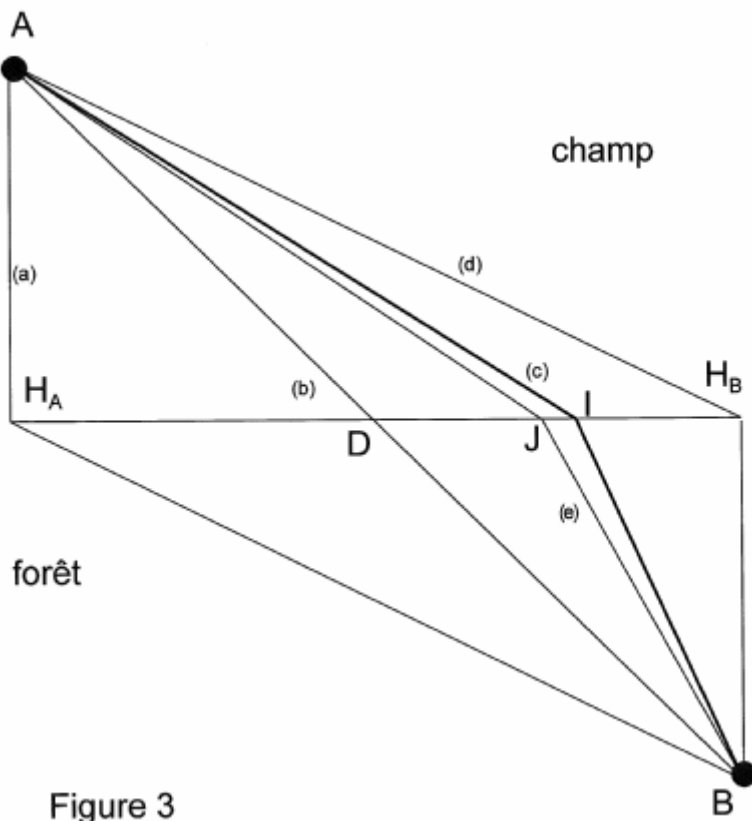


FIGURE 2

Tracé de deux trajets entre A et B: la ligne droite, la ligne brisée réfractée en I. H_A et H_B sont les pieds des perpendiculaires menées respectivement de A et B sur (D). On note $AH_A = a$, $BH_B = b$, $H_AH_B = l$; i_A et i_B sont les angles d'incidence et de réfraction.



Comparaison de différents trajets pour une course entre la balise A (champ, vitesse de progression: 7,2 km/h) et la balise B (forêt, 3,6 km/h). On a $AH_A = BH_B = 100$ m, $H_A H_B = 200$ m. Le trajet optimal est AIB. Il assure un gain de 10 à 60 secondes sur les autres trajets (voir texte).

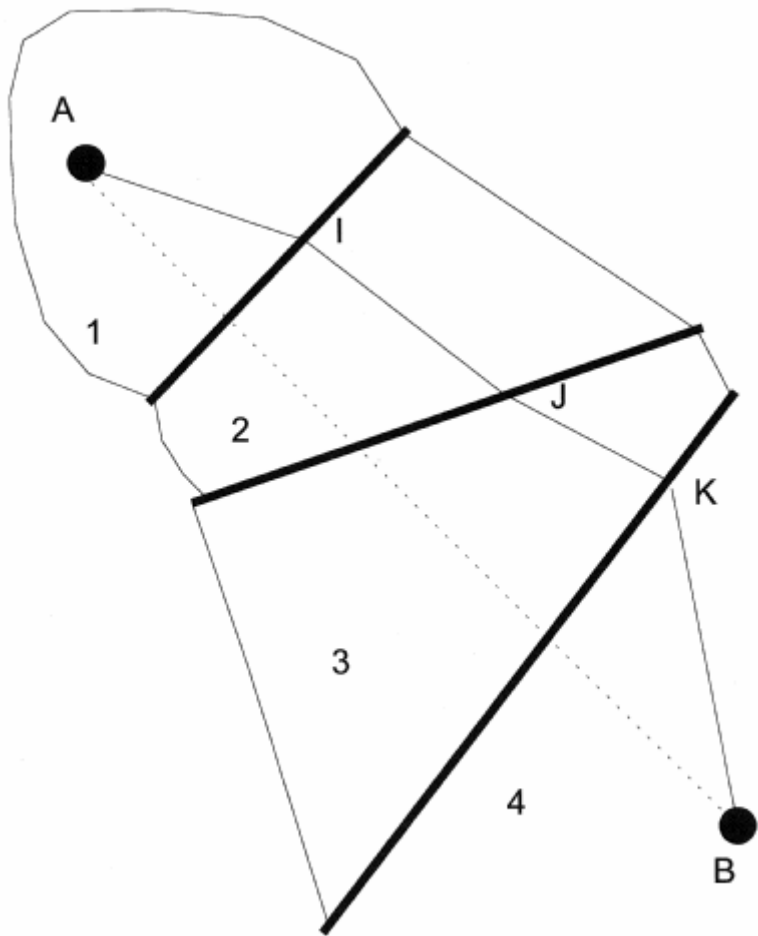


Figure 4

Le domaine à parcourir entre les balises A et B est constitué ici de quatre milieux 1, 2, 3 et 4 où la progression se fait avec les vitesses v_1 , v_2 , v_3 et v_4 respectivement. Le trajet optimal entre A et B n'est pas la ligne droite reliant A à B (en pointillé sur la figure), mais une ligne brisée AIJKB où le trajet se réfracte aux différentes discontinuités (dessin tracé sans souci d'exactitude).

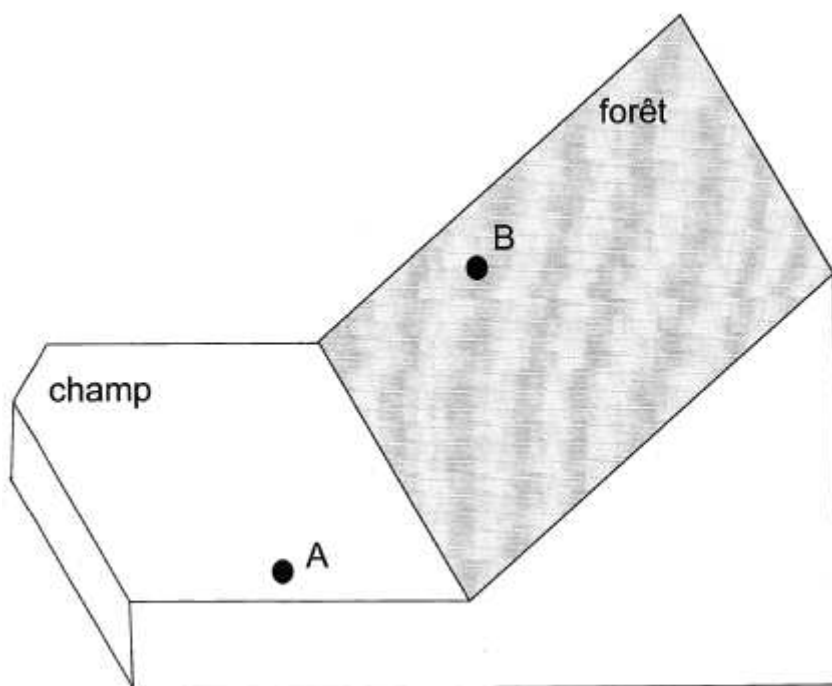


FIGURE 5

Domaine de course comprenant un champ et une forêt (cf. figures précédentes). La forêt où se trouve la balise B présente maintenant une pente régulière, alors que le champ est toujours horizontal (balise A).

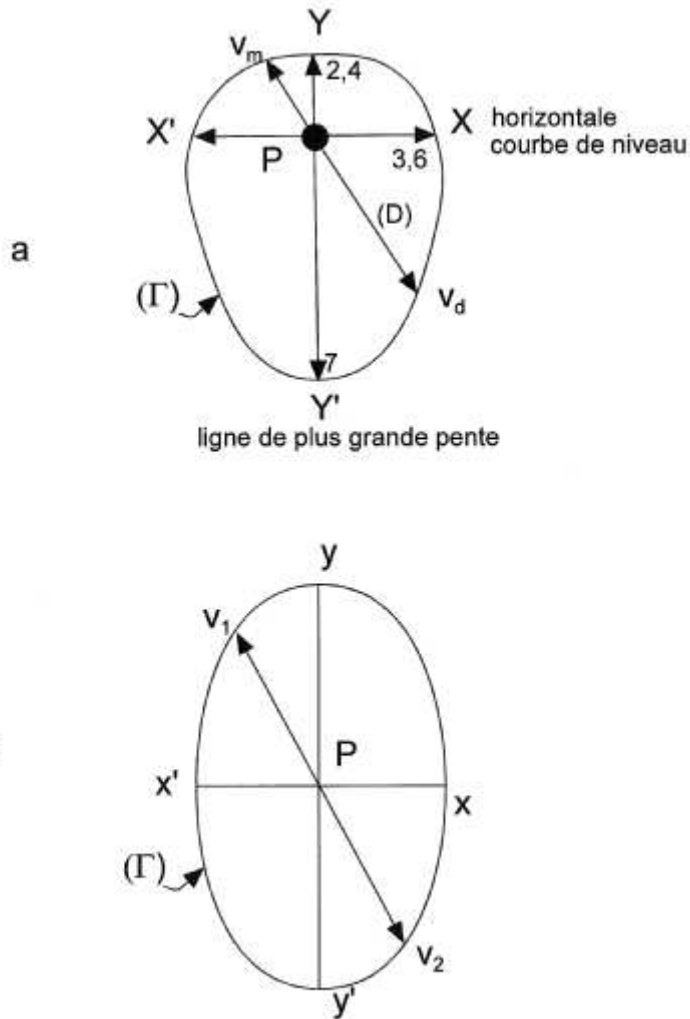


Figure 6

6a. Courbe (Γ) représentant, autour d'un point P situé dans la forêt en pente, les différentes vitesses de progression. La ligne XX' représente l'horizontale et la ligne YY' la ligne de plus grande pente. La valeur de la vitesse de progression dans la direction (D) est obtenue par intersection de la droite portant (D) avec (Γ) . XX' n'est pas axe de symétrie pour la courbe (Γ) et l'on obtient deux valeurs différentes pour la vitesse: v_m en montant, v_d en descendant, avec $v_d > v_m$. La ligne de plus grande pente YY' est axe de symétrie (courir vers la droite ou vers la gauche selon une même pente se fait à la même vitesse).

6b. Courbe (Γ) dans le cas d'un milieu optique anisotrope. Au contraire de la figure 6a, la courbe (Γ) est symétrique par rapport aux deux axes xx' et yy' et les vitesses v_1 et v_2 dans une même direction sont égales dans les deux sens.

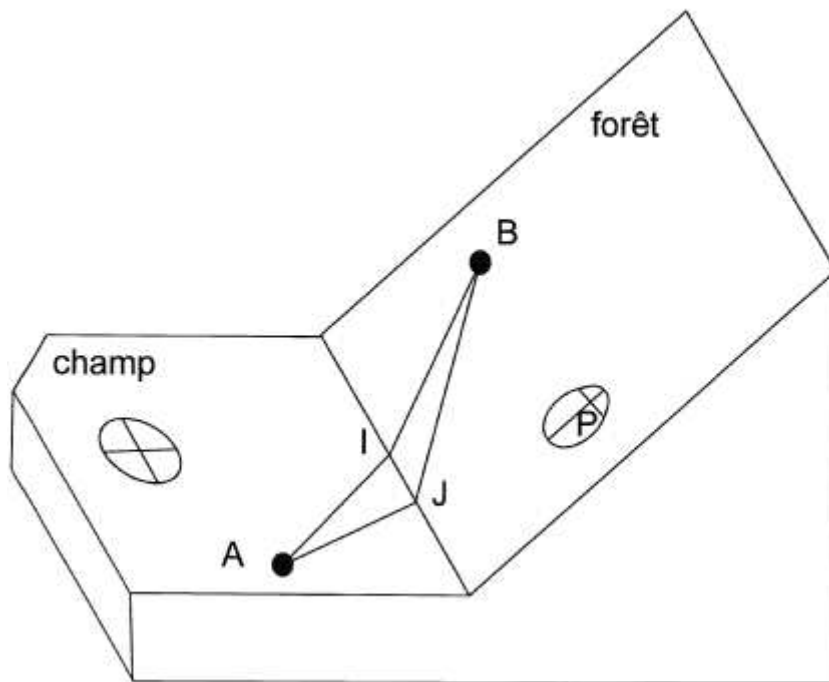


FIGURE 7

Dans le cas du domaine représenté sur la figure 5 (forêt en pente), il y a maintenant deux trajets de temps minimal, AIB et AJB. On a représenté la courbe des vitesses autour d'un point P situé dans la forêt. Pour un point M situé dans le champ, la courbe est un cercle (même vitesse dans toutes les directions).

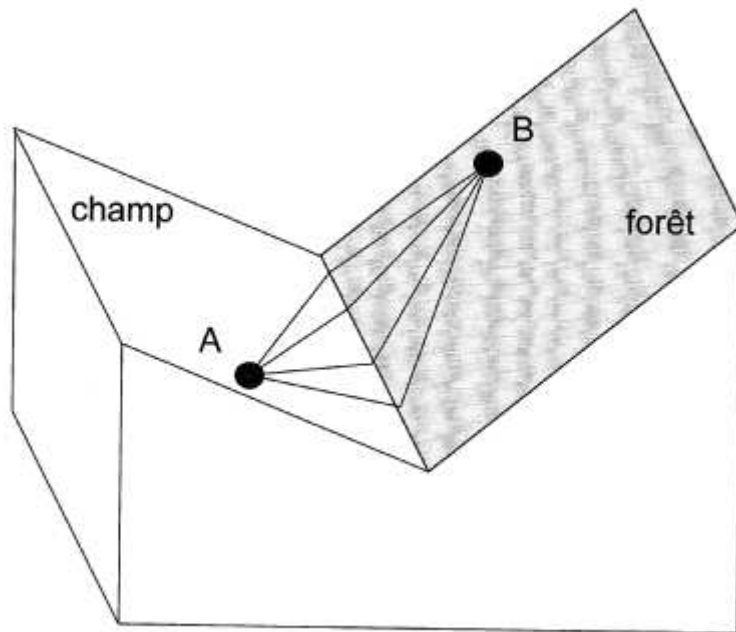


FIGURE 8

Le champ est aussi en pente. Il y a quatre trajets de temps minimal entre les balises A et B.