Décomposition d'un Problème de Lot-Sizing Multi-site en Problèmes de Localisation et de Multi-flots

Samuel Deleplanque, Christophe Duhamel, Safia Kedad-Sidhoum, Heitor Liberalino, Alain Quilliot

Décomposition d'un Problème de Lot-Sizing Multi-site en Problèmes de Localisation et de Multi-flots

Samuel Deleplanque[1], Christophe Duhamel[2], Safia Kedad-Sidhoum[3],
Heitor Liberalino[1], Alain Quilliot[1]

[1] LIMOS, Université Clermont-Ferrand II, Campus des Cézeaux , 63173 Aubière (France)
`{samuel.deleplanque, heitor, alain.quilliot}@isima.fr`
[2] ICD-LOSI, STMR UMR CNRS 6279, UTT, Troyes (France)
`christophe.duhamel@utt.fr`
[3] LIP6, Site Passy-Kennedy, 104 avenue du Président Kennedy, 75016 Paris (France)
`safia.kedad-sidhoum@lip6.fr`

Mots-clés : *lot-sizing, localisation, flot, multi-site, contraintes de capacité.*

1 Problème de Lot-Sizing Multi-Site

Les modèles de *Lot-Sizing* concernent la planification de la production qui exploite les effets de regroupements de tâches en lots [2, 3, 4]. Nous considérons ici, comme en [5], un ensemble de K produits, un ensemble de I sites, et un ensemble de T périodes. Un site i de I peut être simultanément producteur et demandeur et servir aussi de site de stockage ou de transfert. Pour chaque période t, produit k et site i, nous connaissons la demande $d^k_{i,t}$. Il s'agit de définir les quantités à stocker et à transférer pour l'ensemble des sites et des demandes sur l'horizon de planification tout en minimisant les coûts de stockage, de transfert et de production et en respectant des contraintes de capacité. Les variables de décision sont les quantités à produire, à stocker, à transporter du site i vers le site j ($x^k_{i,t}$, $s^k_{i,t}$ et $y^k_{i,j,t}$) et la variable de *setup* $z^k_{i,t}$. Ces quantités sont soumises à des contraintes de capacité.

2 Reformulation en un problème de multi-flots

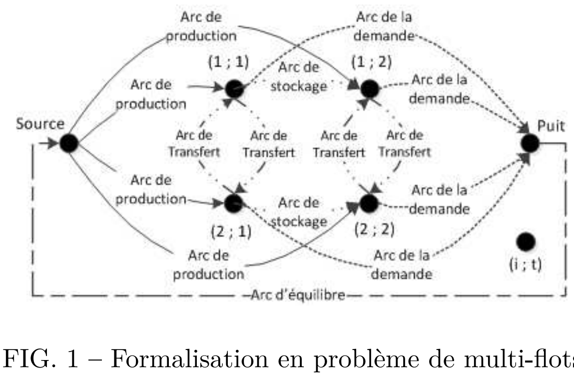

FIG. 1 – Formalisation en problème de multi-flots

En considérant un site i et une période t, nous définissons l'ensemble de nœuds $V = (i, t)$ du réseau dynamique comme tous les couples (site, période), augmentés de 2 nœuds auxiliaires *Puits* et *Source*. De même, nous avons aussi les arcs A de type producteur ($A_{(Prod)} = [Puits,\ (i, t)]$), demandeur ($A_{(Dem)} = [(i, t),\ Puits]$), de stockage ($A_{(St)} = [(i, t), (i, t + 1)]$) et de transfert ($A_{(Tr)} = [(i, t), (j, t)]$).

Tout arc e (hormis les arcs de demande) est muni d'un coût et d'une capacité (production, stockage ou transfert). Les arcs *producteurs* sont aussi dotés de coûts de *setup* et les arcs *demandeurs* de coefficients de *demande*.

Le problème de *lot-sizing* consiste alors à :

Calculer, sur le réseau $\{A, V\}$ un multi-flots $f \geq 0$ de produits $k \in K$ ($f = \sum_{k \in K} f(k)$), soumis à des contraintes de demande et de capacité de façon que le coût global soit minimal.

3 Méthode de résolution

Le problème de Localisation Simple [1, 2] est défini par un ensemble X de sites, deux fonctions non négatives p (définie sur X) et q (définie sur $X \times X$), telles que $q(x, x) = 0$ pour tout $x \in X$. On cherche alors $Y \subseteq X$ qui minimise $\sum_{x \in Y} p(x) + \sum_{x \in X} \min_{y \in Y} q(x, y)$.

Soit λ un *Multiplicateur lagrangien* sur les capacités des arcs de production/transfert/stockage et $L(f, \lambda)$ le *lagrangien*. Pour λ fixé, nous récupérons un ensemble de producteurs du processus suivant :

Calculer $\min_f L(f, \lambda)$ *en résolvant, pour tout $k \in K$, le problème de Localisation FL^k défini par : $X = V \backslash \{Source,\ Puits\}$; $p = p_\lambda^k$; $q = q_\lambda^k$.*

Les propriétés de la relaxation lagrangienne sur les contraintes de capacité nous amène à rechercher λ_{max} maximisant la fonction duale de Lagrange $\min_f\ L(f,\ \lambda)$ dans ces problèmes de localisation. Il suffit ensuite de résoudre le problème de flots avec cette sélection induite de producteurs en satisfaisant les contraintes de demande et de capacité, et dont le coût global doit être minimal.

L'exécution d'un tel schéma peut amener à une demande résiduelle que nous réintroduisons dans le processus général en mettant à jour l'ensemble des capacités (en fermant par exemple les arcs producteurs qui venaient d'être sélectionnés).

Nous avons testé plusieurs instances générées suivant les paramètres de [5] complétés de capacité de de stockage et de transfert. Pour chaque test, la *taille* de l'instance est définie par le triplet (produits $\times$ sites $\times$ périodes). Nous avons calculé les GAP moyens entre la valeur optimale obtenue par CPLEX et nos heuristiques. Le tableau 1 montre que pour ces trois jeux de cinq instances, nous obtenons en moyenne une solution très proche de l'optimum (GAP inférieur à 1%).

Taille	$(3 \times 5 \times 3)$	$(4 \times 10 \times 6)$	$(5 \times 10 \times 10)$
GAP(%)	0	0.9	0,7

TAB. 1 – Gap entre la valeur optimale et nos heuristiques

Références

[1] R.V. Ahuja, T.L. Magnanti, J.B. Orlin. *Network Flows : Theory and Applications*, Prentice, Englew. Cliffs, N.J, 1993.

[2] G. Cornuejols, G.L. Nemhauser, L.A. Wolsey. *The uncapacited facility location problem*, in P.B.MIRCHANDANI, R.L.FRANCIS Eds, Discrete Location Theory, 119-171, (1990).

[3] R. Jans, Z. de Degraeve. Modeling industrial lot sizing problems : a review. *International Journal of Production Research*, 46(6), 1619-1643, 2008.

[4] Y. Pochet, L.A. Wolsey. *Production Planning by Mixed Integer Program.* Springer Series in Operations Research & Financial Engineering, 2006.

[5] M. Sambasivan, S. Yahya. A Lagrangean based heuristic for multi-plant, multi-item, multi-period capacited lot sizing problems with inter-plant transfers. *Computers and Operations Research*, 32, 537-552, 2005.