

УДК 621.791:531:62-4

<https://doi.org/10.17721/1812-5409.2021/4.11>

Сенченков І.К.¹, д.ф.-м.н., с.н.с.,
Юрженко М.В.², д.т.н., проф.,
Червінко О.П.¹, к.ф.-м.н., с.н.с.,
Доля О.В.³, к.ф.-м.н., доцент

I. K. Senchenkov¹, D.Sci, Senior Research Officer
M. V. Jurzhenko², D.Sci, Senior Research Officer
O.P. Chervinko, Ph.D, Senior Research Officer
O.V. Dolia, Ph.D, Docent

Чисельне моделювання термо- напружено-деформованого стану елементів у процесі 3D друку

Numerical simulation of the thermo-stress- strain state of elements under 3D printing

¹ Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН
України, 03057, м. Київ, вул. П. Нестерова, 3,
e-mail: term.inmech@kiev.ua;

¹ S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of NAS of
Ukraine, 03057, Kyiv, P. Nesterova str., 3,
e-mail: term.inmech@kiev.ua

² Інститут електрозварювання ім. Є.О. Патона
НАН України. 03680, м. Київ-150, вул. К.
Малеви́ча, 11, e-mail: office@paton.kiev.ua

² E.O.Paton Institute of Welding of NAS of Ukraine,
03680 Kyiv, K. Malevicha str., 11,
e-mail: office@paton.kiev.ua

³ Київський національний університет
будівництва та архітектури, Київ, 03037,
Повітрофлотський пр, 31,
e-mail: elena_367@ukr.net

³ Kyiv National University of Building and
Architecture, Kyiv, 03037, Povitroflotski ave, 31,
e-mail: elena_367@ukr.net

Робота присвячена оцінці термо-напружено-деформованого стану виробів, отриманих методом 3D друку за технологією FDM (Fusing Deposition Modeling). Розглянуто три стадії розв'язання цієї задачі: (1) – математична постановка задачі, що базується на моделі тіл, що ростуть; (2) методика скінченно-елементного розв'язку задачі; (3) – дослідження конкретної задачі з метою виявлення закономірностей термомеханічних процесів при 3D друку.

Ключові слова: адитивні технології, FDM 3D друк, математичне моделювання, термо-напружено-деформований стан.

The paper is devoted to the assessment of the thermo-stress-strain state of elements of structures obtained by 3D printing using FDM (Fusing Deposition Modeling) technology. Three stages of solving this problem are considered: (1) - mathematical formulation of the problem, that includes universal balance relations, constitutive equations of mechanical behavior of the material and is based on the model of growing bodies; (2) the technique of finite-element solution with increasing mesh due to the addition of new elements; (3) - study of a specific problem of growing plate-like element by polymer PLA (polylactide) with temperature-dependent physical properties. Options of deposited layers of different thickness are considered. The residual stress-strain state of the body has a two-scale structure, which reflects the change of state characteristics in the scale of body size, as well as the thickness of the layers. As the thickness of the layers increases, the average values of the residual stresses decrease, but the amplitude of the stress fluctuations along the thickness of the layer slightly increase.

Key Words: additive technology, FDM 3D printing, mathematical modeling, thermo-stress-strain state

Статтю представив член-кореспондент НАН України Жук Я.О.

Вступ

Моделювання методом пошарового наплавлення або ж FDM 3D-друк полімерними матеріалами завдяки універсальності, простоті, багатofункціональності і доступності вважається найбільш поширеною адитивною технологією в світі, на основі якої працюють мільйони 3D-

принтерів – від найдешевших до промислових систем тривимірного друку [1–4].

В процесі 3D друку екструдер розплавляє матеріал у вигляді нитки (філамент) і з високою точністю подає розплав полімерного матеріалу тонкими шарами на робочу поверхню 3D принтера у відповідності до алгоритму друку та цифрової 3D моделі тіла. Після нанесення шару

полімерний матеріал охолоджується і затвердіває.

Важливу роль для оцінки міцності деталей відіграє інформація щодо поточних і залишкових напружень, мікроструктурного складу, а також жолоблення, особливо для тонкостінних елементів. Тому розробка методів математичного моделювання процесів і оцінки вказаних параметрів є актуальним питанням даної проблематики.

Постановка задачі

В даній роботі використовується спрощена термопружна постановка задачі. Ця модель не враховує ефект релаксації і дає верхню оцінку поточних і залишкових напружень.

Балансові рівняння. Нарощування елемента розглядається в прямокутній декартовій системі координат. Матеріал вважається ізотропним. Вихідна постановка задачі в інваріантній формі включає:

кінематичні співвідношення,
рівняння теплопровідності

$$c_v \dot{\theta} = \operatorname{div}(k \operatorname{grad} \theta) + Q, \quad (1)$$

квазістатичного рівноваги

$$\operatorname{div} \sigma = 0, \quad (2)$$

граничні і початкові умови

$$\begin{aligned} -k \bar{n} \cdot \operatorname{grad} \theta &= -q + \gamma(\theta - \theta_c); \quad \sigma \cdot \bar{n} = 0, \\ \theta &= \theta_0 \text{ при } t = 0; \end{aligned} \quad (3)$$

де θ – температура; σ – тензор напружень; Q – потужність об'ємного джерела тепла; q – заданий потік тепла; c_v и k – коефіцієнти теплоємності і теплопровідності; γ – коефіцієнт тепловіддачі; θ_c – температура навколишнього середовища; θ_0 – початкова температура; \bar{n} – зовнішня нормаль до поверхні тіла; $\sigma = (\sigma_{ij})$. $i, j = x, y, z$;
 $i, j = x, y, z$.

Надалі ці рівняння будуть модифіковані з урахуванням моделі нарощування.

Для плоского напруженого в площині Oxy стану масмо

$$\begin{aligned} \sigma_{zz} = \sigma_{zx} = \sigma_{zy} &= 0, \quad u_i = u_i(x, y), \\ \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}(x, y), \sigma_{ij} &= \sigma_{ij}(x, y), \theta = \theta(x, y). \end{aligned}$$

Визначальні рівняння. Термомеханічна поведінка матеріалу описується за допомогою співвідношень

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^e + \underline{\varepsilon}^\theta; \quad \underline{\varepsilon}^\theta = \alpha(\theta - \theta_0) \underline{I}; \quad (4)$$

$$\underline{s} = 2G\underline{e}, \quad \operatorname{tr} \underline{\sigma} = 3K_v \operatorname{tr}(\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}^\theta). \quad (5)$$

Тут $\underline{\varepsilon}^e$ і $\underline{\varepsilon}^\theta$ – пружна і теплова складові деформації; \underline{s} і \underline{e} девіатори тензорів напружень и деформацій; G і K_v – зсувний та об'ємний модулі; tr – слід тензора; \underline{I} – одиничний тензор.

Модель тіл, що ростуть. Розглянемо модифікацію співвідношень (4), (5) з урахуванням процесу нарощування [5, 6]. Припустимо, що задача розв'язується методом скінченних елементів [7]. Нехай процес нарощування є контрольованим, тобто відомі швидкість нарощування і кінцева конфігурація тіла. Перший варіант алгоритму розв'язання полягає в наступному. Конфігурація тіла, що нарощується, покривається фіксованою SE-сіткою. SE-сітка покриває як саме тіло, що нарощуватиметься, у вихідній конфігурації, так і всі нарощувані в майбутньому шари. Таким чином, сітка (кількість вузлів) не змінюється в процесі чисельного моделювання. Другий підхід полягає в тому, що сітка збільшується внаслідок приєднання елементів, що нарощуються. При цьому кількість вузлів сітки збільшується. В області, яка зайнята вихідним тілом, властивості визначаються матеріалом тіла. Елементам, що нарощуються, спочатку приписуються властивості матеріалу "порожнечі", який вважається термопружним з характеристиками

$$E \approx 0, \quad \nu \approx 0,5 \quad \alpha = \alpha_f,$$

де E – модуль Юнга, ν – коефіцієнт Пуассона, α_f – коефіцієнт лінійного теплового розширення матеріалу нарощування. Теплофізичні властивості "порожнечі" приймаються такими ж, як у матеріалу, який нарощується. Отже, елемент "порожній" тільки з точки зору механіки. У процесі заповнення, який розглядається як процес, що розвивається в часі, "порожні" елементи SE-сітки будуть заповнюватися нарощуваним матеріалом. Важливо мати на увазі, що в процесі заповнення елементів (нарощування) деформується вся SE-сітка, що покриває як вихідне тіло, так і прилегли до тіла "порожні" елементи.

Нехай в момент заповнення t^* деякий

порожній елемент $\Delta V(t^*)$ сітки має деформацію ε_{ij}^* , і нехай він заповнюється матеріалом, що має температуру θ^* . Передбачається, що матеріал нарощуваних елементів аж до контакту з поверхнею тіла є ненапруженим

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \sigma_{xy} = \sigma_{yz} = \sigma_{xz} = 0. \text{ при } t = t^*. \quad (6)$$

В рамках даної моделі нарощування є заповнення елемента, що має попередню деформацію ε_{ij}^* , матеріалом нарощування з температурою θ^* . Таким чином, умови (6), по суті, означають, що

$$\sigma_{ij}(\varepsilon_{kl}^*, \theta^*) = 0 \text{ в } \Delta V(t^*). \quad (7)$$

Для того, щоб визначальні рівняння нарощуваного матеріалу (1.5) узгоджувалися з умовою (1.7), необхідно і достатньо модифікувати рівняння (1.5) наступним чином:

$$\underline{s} = 2G_f(\underline{e} - \underline{e}^*), \text{ tr } \underline{\sigma} = 3K_f \text{tr}(\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}^* - \alpha_f(\theta - \theta^*)\underline{I}); \quad (8)$$

Тут нижній індекс f показує, що параметри відносяться до нарощуваного матеріалу. Таким чином, щоб задовольнити умову нарощування (6), всі елементи, які нарощуються, повинні мати визначальні рівняння, індивідуалізовані тими конкретними значеннями деформації ε^* і

температури θ^* , при яких відбувалося їх заповнення. Тому стан $(\varepsilon_{ij}^*, \theta^*)$ для цих елементів можна трактувати, як «власний», оскільки він не викликає напружень.

Постановка задачі для тіл, що ростуть

З урахуванням результатів, викладених в попередньому пункті, математична постановка задачі включає наступні співвідношення:

- рівняння рівноваги (2) і теплопровідності (1);
- визначальні рівняння для основного матеріалу

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^\theta, \quad (9)$$

$$s_{ij} = 2G e_{ij}, \quad \sigma_{kk} = 3K_V(\varepsilon_{kk} - \varepsilon_{kk}^\theta); \quad (10)$$

- визначальні рівняння для матеріалу, що нарощується, в компонентній формі

$$s_{ij} = 2G(e_{ij} - e_{ij}^*), \quad \sigma_{kk} = 3K_f(\varepsilon_{kk} - \varepsilon_{kk}^\theta - \varepsilon_{kk}^*); \quad (11)$$

де G і K – модулі зсуву і об'ємного стиснення; Q – джерело тепла; λ і c_v –

коефіцієнти теплопровідності і об'ємної теплоємності

$$\varepsilon_{ij}^\theta = \alpha(\theta - \theta_r)\delta_{ij}, \quad \varepsilon_{ij}^{\theta^*} = \alpha(\theta - \theta^*)\delta_{ij} \quad (12)$$

Тут θ – поточна температура, θ_r – деяка відлікова температура; α – коефіцієнт лінійного теплового розширення.

Алгоритм розв'язування задачі.

Тривимірна задача про термомеханічний стан нарощених деталей розв'язується чисельно з використанням методики, що описана в роботах [8 - 10]. Задача інтегрується кроковим методом за часом. Нелінійна задача на кожному кроці розв'язується ітераційним методом з прискоренням процесу збіжності за процедурою Стефенса-Ейткена, а лінеаризована задача на кожній ітерації розв'язується методом скінченних елементів. Використовується другий підхід до формування скінчено-елементної сітки.

Об'єкт дослідження. Конфігурація нарощуваного елемента показана на рис. 1

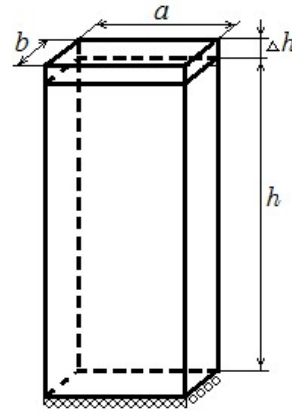


Рис. 1 Нарощуваний елемент

Розміри елемента: $a=6\text{мм}$, $b=2\text{мм}$, $h=[0 \div 50\text{мм}]$, $\Delta h = 0.14 - 0.42\text{мм}$.

Приймаємо, що один шар $\Delta h=0,14\text{мм}$ нарощується на верхньому торці за 1.1 с.

Далі будемо розглядати три випадки нарощення: шарами 0,14мм за 1,1с шар, 360 шарів; 0,28мм за 2,2с шар, 180 шарів; 0,42мм за 3,2с шар, 120 шарів, тобто швидкість нарощування (збільшення висоти) у цих трьох випадках однакова.

На нижній поверхні задані умови закріплення: $u_y = 0$, $\sigma_{xy} = 0$, $\theta = 50^\circ\text{C}$, $y = 0$.

Матеріал об'єкту – полімер PLA (полілактид) з температурно залежними властивостями. Температурна залежність модуля Юнга (рис. 2) взята з роботи [11].

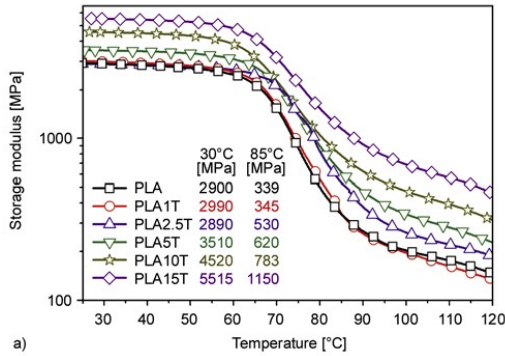


Рис. 2 Температурна залежність модуля Е

Інші параметри: $\rho = 1210 \text{ кг/м}^3$ – щільність, $\nu = 0.35$ – коефіцієнт Пуассона, $\alpha = 41 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ – коефіцієнт термічного розширення, $\lambda = 0,13 \text{ Вт/м}^2\text{К}$ – коефіцієнт теплопровідності. На вільних поверхнях відбувається теплообмін з оточуючим середовищем температури $\theta_c = 20^\circ\text{C}$ з коефіцієнтом тепловіддачі $\gamma = 30 \text{ Вт/м}^2\text{К}$. Нарощування відбувається розплавом матеріалу при 200°C .

Результати розрахунків.

На рис. 3 показана результуюча розбивка області на скінченні елементи при $\Delta h = 0.28 \text{ мм}$.

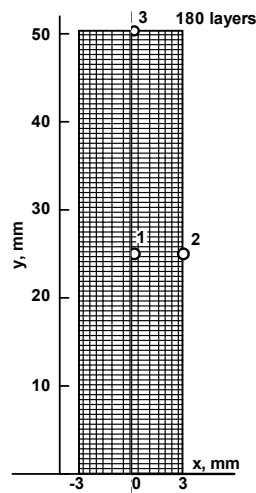


Рис. 3 Розбивка області на скінченні елементи

На рис. 4 показані ізолінії розподілу температури в різні моменти нарощування (рис. 4 а) і в момент остигання (рис. 4 б).

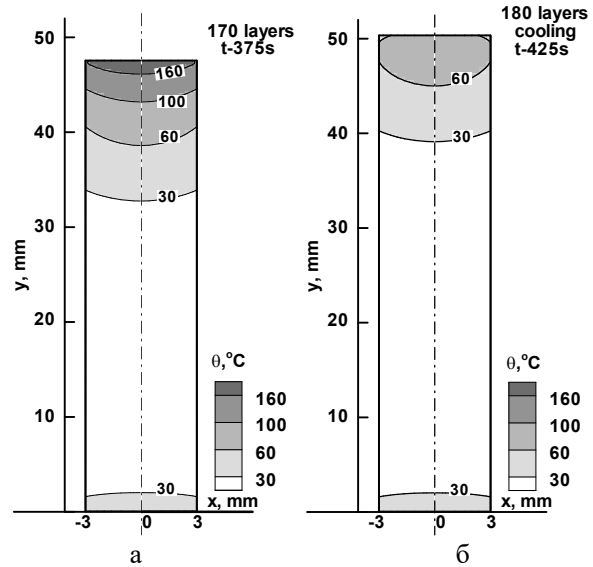
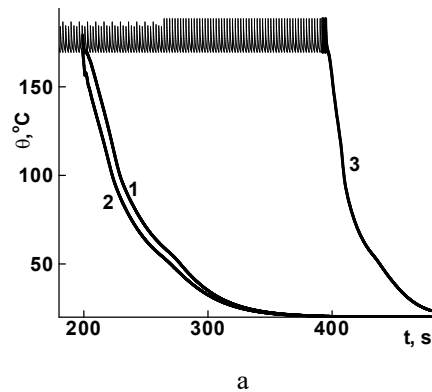
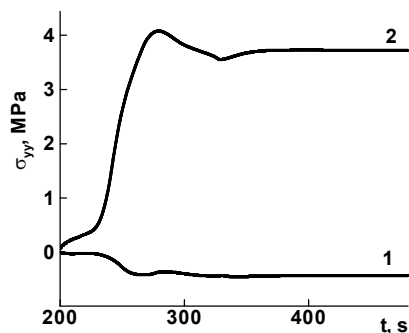


Рис. 4 Ізолінії розподілу температури θ в різні моменти нарощування

На рис. 5а показане змінювання за часом температури в точках 1, 2 і 3, показаних на рис. 3.



а



б

Рис. 5 Змінювання температури і напруження σ_{yy} за часом в точках 1 і 2

Точки 1 і 2 з'являються в момент нарощення 90-го шару. Точка 3 відповідає вищій точці еле-

менту у різні моменти часу. На рис. 5б наведені аналогічні криві для напруження σ_{yy} в точках 1 і 2

Видно, що залишковий розподіл напружень формується при зміні температури від 100°C до 50°C . Це пов'язане з температурною залежністю модуля Юнга (рис. 2). В цьому інтервалі температур відбувається підвищення жорсткості матеріалу.

Вивчимо вплив товщини нарощуваного шару матеріалу на залишкові напруження. Розглянемо три випадки.

(1) Нарощування шарами 0.14мм . Результати розрахунку наведені на рис 6 а, б. На рис 6а показано розподіл σ_{yy} на середині висоти перерізі $y = 25\text{мм}$.

(2) Нарощування шарами 0.28мм (рис 7).

(3) Нарощування шарами 0.42мм (рис 8).

На рис 6 б, 7 і 8 показано зміни σ_{yy} по висоті в масштабі шарів – в перерізі $x = 2.95\text{мм}$.

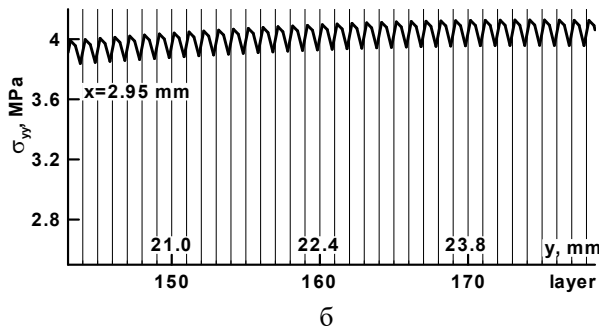
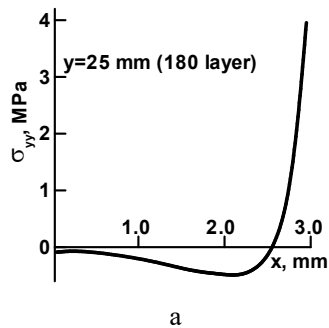


Рис. 6 Нарощування шарами 0.14мм

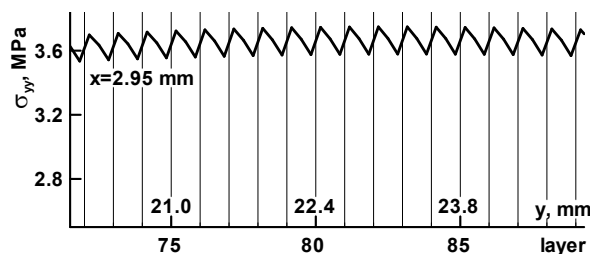


Рис. 7 Нарощування шарами 0.28мм

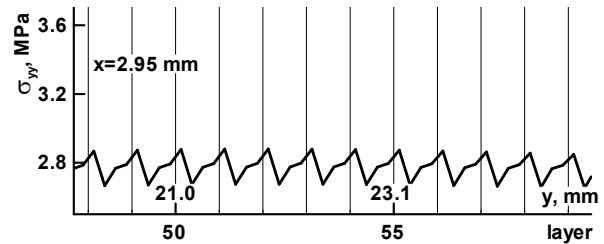


Рис. 8. Нарощування шарами 0.42мм

Видно, що рівень напружень σ_{yy} зменшується із збільшенням товщини шару нарощування. Чим менше товщина нарощування, тим більше середній рівень напруження, при цьому амплітуда коливань напружень в границях нарощеного шару збільшується (рис. 6 б, 7, 8).

Висновки

1. Розроблена модель багат шарового нарощування тіл методом 3D-друку, яка базується на теорії тіл, що ростуть.

2. Запропонована скінченно-елементна методика розрахунку термопружного стану друківаних тіл.

3. Для конкретного елемента проведено розрахунки поточного і залишкового термомеханічного стану.

4. Залишковий НДС тіла має двомасштабну структуру, яка відображає зміну характеристик в масштабі розмірів тіла, а також по товщині шарів, що нарощуються. При збільшенні товщини шарів, усереднені значення залишкових напружень зменшуються але при цьому збільшується амплітуда коливань напружень по товщині шару

Список використаних джерел

1. Additive Manufacturing and 3D Printing State of the Industry Annual Worldwide Progress // Report, Wohler's Associates, Inc., 2016.
2. Масючок О.П. Аддитивні технології полімерних матеріалів (Огляд) / О.П. Масючок, М.В. Юрженко, Р.В. Колісник, М.Х. Кораб // Автоматичне зварювання. – 2020. – №5. – С. 53-60.
3. Turner BN (2014) A review of melt extrusion additive manufacturing processes: I. Process design and modeling / BN. Turner, R. Strong, SA. Gold // Rapid Prototyping Journal. – V 20. – 2014. – No 3. – P. 192–204.
4. Wong K A Review of Additive Manufacturing, International Scholarly Research Network (ISRN) / K. Wong, A. Hernandez // Mechanical Engineering. – 2012. – <https://doi.org/10.5402/2012/208760>.
5. Арутюнян Н.Х. (1987) Механика растущих вязкоупругопластических тел / Н.Х. Арутюнян, А.Д. Дроздов, В.Е. Наумов // М. Наука, 1987. – 472 с.
6. Сенченков И.К. Термомеханическая модель растущих цилиндрических тел из физически нелинейных материалов // Прикл. механика. – 2005. – V.41, № 9. С. 118 – 126.
7. Мотовиловец И.А. Термоупругость / И.А.Мотовиловец, В.И.Козлов // Механика связанных полей в элементах конструкций в 5-ти т., т.1. – Киев: Наук. думка, 1987. – 264 с.
8. Senchenkov I.K. Modelling thermomechanical process in growing viscoplastic bodies with accounting of microstructural transformations / I.K. Senchenkov, O.P. Chervinko, M.V. Banyas // Encyclopedia of Thermal stresses, F. Hetnarski (ed). – Springer Sci-Disness Media Pordrecht. – 2013. – V. 6. – P. 3147 – 3157.
9. Рябцев И.А. Теория и практика наплавочных работ / И.А. Рябцев, И.К. Сенченков. – К.: Екотехнологія, 2013. – 400 с.
10. Рябцев И.А. Наплавка. Материалы технологии, математическое моделирование / И.А. Рябцев, И.К.Сенченков, Э.В. Турык. – Гливице: Изд-во Силезского политехнического института 44 – 100, 2015 – 590 с.
11. Battezzore D. Crystallization kinetics of poly(lactic acid)-talc composites / D. Battezzore, S. Bocchini, A. Frache // eXPRESS Polymer Letters. – 2011. – V. 5, N. 10, – P. 849–858.

References

1. ANNUAL WORLDWIDE PROGRESS REPORT. (2016) *Additive Manufacturing and 3D Printing State of the Industry*. Wohler's Associates, Inc.
2. ANNUAL WORLDWIDE PROGRESS REPORT. (2016) *Additive Manufacturing and 3D Printing State of the Industry*. Wohler's Associates, Inc.
3. TURNER, BN, STRONG, R and GOLD, S.A. (2014) A review of melt extrusion additive manufacturing processes: I. Process design and modeling. *Rapid Prototyping Journal*, vol. 20, no 3, pp.192–204
4. WONG, K. and HERNANDEZ, A. (2012), A Review of Additive Manufacturing, International Scholarly Research Network (ISRN). *Mechanical Engineering*. Available from: <https://doi.org/10.5402/2012/208760>.
5. ARUTYUNYAN, N.KH., DROZDOV, A.D. and NAUMOV, V.E. (1987) *Mekhanika rastushhikh vyazkouprugoplasticheskikh tel*, M.: Nauka, 472 p.
6. SENCHENKOV, I.K. (2005), Termomechanicheskaya model` rastushchikh czilindricheskikh tel iz fizicheskii nelinejny`kh materialov, *Prikl. Mekhanika*. 41(9), p.. 118 – 126.
7. MOTOVILOVECZ, I.A. and KOZLOV, V.I. (1987), «Mekhanika svyazanny`kh polej v materialakh i elementakh konstrukcij v 5-ti t.; T.1. Termouprugost'», *Kiev Nauk. Dumka*, 264 p
8. SENCHENKOV, I.K., CHERVINKO, O.P. AND BANYAS, M.V. (2013) Modelling thermomechanical process in growing viscoplastic bodies with accounting of microstructural transformations. *Encyclopedia of Thermal stresses*, F. Hetnarski (ed). Springer Sci-Disness Media Pordrecht. 6, p. 3147-3157.
9. Ryabtsev I.A. Teoriya i praktika naplavochnykh rabot / I.A. Ryabtsev, I.K. Senchenkov. – K.: Ekotekhnologiya, 2013. – 400 s.
10. RYABTSEV, I.A., SENCHENKOV, I.K. and TURYSK, E.V. (2015) *Naplavka. materialy, tekhnologii, matematicheskoye modelirovaniye*. Glivits: Izd-vo Silezskogo politekhnicheskogo instituta. 44 -100, 590 p.
11. BATTEGAZZORE, D., BOCCHINI, S. and Frache A., (2011), «Crystallization kinetics of poly(lactic acid)-talc composites», *eXPRESS Polymer Letters*, vol.5, no.10, pp. 849–858.

Надійшла до редколегії 08.10.21