

Contributions à un modèle générique pour l'asservissement visuel des robots parallèles par l'observation des éléments cinématiques

Tej Dallej

► To cite this version:

Tej Dallej. Contributions à un modèle générique pour l'asservissement visuel des robots parallèles par l'observation des éléments cinématiques. Automatique / Robotique. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2007. Français. <NNT : 2007CLF21800>. <tel-00925695>

HAL Id: tel-00925695 https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00925695

Submitted on 8 Jan 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés. N° ordre: D. U: 1800 EDSPIC: 393

Université BLAISE PASCAL - CLERMONT II

Ecole Doctorale

des Sciences pour l'Ingénieur de Clermont-Ferrand

Thèse

présentée pour obtenir le grade de

Docteur d'Université

Spécialité: Vision pour la Robotique

Par

Tej DALLEJ

Contributions à un modèle générique pour l'asservissement visuel des robots parallèles par observation des éléments cinématiques

Soutenue le 6 décembre 2007 devant le jury constitué de :

М.	Michel	DHOME	Président du jury
М.	François	CHAUMETTE	Rapporteur
М.	François	PIERROT	Rapporteur
М.	David	DANEY	Examinateur
М.	Philippe	MARTINET	Directeur de thèse
М.	Nicolas	ANDREFF	Co-encadrant

Laboratoire des Sciences et Matériaux pour l'Electronique, et d'Automatique UMR 6602 UBP/CNRS

 \grave{A} Dada

 \grave{A} ma famille

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mon co-encadrant de thèse Nicolas ANDREFF pour l'aide compétente qu'il m'a apportée, pour le temps et la patience qu'il m'a accordés.

J'aimerais aussi remercier mon directeur de thèse, Philippe MARTINET, de l'attention, du soutien et de la confiance qu'il m'a témoignés.

Je remercie les rapporteurs de cette thèse François CHAUMETTE et François PIERROT d'avoir accepté de rapporter sur ce travail. Je les remercie aussi de l'intérêt qu'ils ont porté à cette thèse.

Mes plus sincères remerciements vont aussi à Michel DHOME, qui m'a fait l'honneur de présider le Jury de cette thèse, et David DANEY d'avoir accepté de participer à mon jury.

J'adresse mes remerciements à l'Etat tunisien qui a financé mes travaux de thèse. Enfin, j'exprime ma gratitude la plus profonde à ma famille et à mes amis.

Table des matières

Introduction				5
N	otati	ons		9
1	Etat de l'art			11
	1.1	Les m	écanismes parallèles	13
		1.1.1	Architecture	13
		1.1.2	Modélisation	20
		1.1.3	Avantages respectifs robot sériel/robot parallèle	22
		1.1.4	Identification et commande classique des robots parallèles	23
	1.2	Comn	ande référencée vision	26
		1.2.1	Principe	26
		1.2.2	Approche de la fonction de tâche : commande en vitesse	27
		1.2.3	Les techniques d'asservissement visuel	28
	1.3	Asserv	vissement visuel des robots parallèles : travaux antérieurs	31
	1.4	Concl	usion	32
2	Ass	ervisse	ement visuel 3D des robots parallèles	33
	2.1	Coupl	age vision - état d'un robot parallèle: asservissement visuel 3D	34
		2.1.1	Modèle de projection perspective d'un point 3D et calcul de	
			pose	35
		2.1.2	Matrice d'interaction associée à la pose	36
		2.1.3	Commande par retour d'état	38
		2.1.4	Loi de commande	39
		2.1.5	Une Commande 3D pose sans les capteurs proprioceptifs $\ . \ .$	41
	2.2	Valida	tion expérimentale sur la plate-forme de Gough-Stewart	41
		2.2.1	Architecture	42
		2.2.2	Modèle cinématique inverse	42
		2.2.3	Résultats expérimentaux : identification des paramètres nécessair	es
			pour la commande et asservissement visuel 3D	46
	2.3	Valida	tion expérimentale sur le Par4	84
		2.3.1	Architecture	84
		2.3.2	Modèle cinématique inverse	86

	2.4	2.3.3 Résultats expérimentaux	39 94	
3	Ass	ervissement visuel des robots parallèles par observation des		
	élén	nents cinématiques 9)5	
	3.1	Couplage vision - cinématique d'un robot parallèle	96	
		3.1.1 Représentation des droites adaptée à la vision	96	
		3.1.2 Projection d'un élément cylindrique dans l'image	98	
	3.2	Introduction d'une architecture générique des robots parallèles 10)1	
		3.2.1 Motivation $\ldots \ldots \ldots$)1	
		3.2.2 Contribution à une architecture générique d'un mécanisme pa-		
		rallèle \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 10)2	
		3.2.3 Motorisation de l'architecture)5	
		3.2.4 Elément référent et état du robot)7	
		3.2.5 Architecture générique de la nacelle)9	
	3.3	Modèle cinématique inverse générique complet	10	
		3.3.1 Modèle cinématique inverse associé aux articulations motorisées 1	12	
		3.3.2 Modèle cinématique inverse associé aux directions 11	14	
		3.3.3 Modèle cinématique inverse associé aux limbes	14	
	3.4	.4 Choix de l'erreur $\ldots \ldots 1$		
	3.5	Asservissement visuel des directions référentes	17	
		$3.5.1 \text{Loi de commande} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots $	17	
		3.5.2 Limitation	17	
	3.6	3.6 Asservissement visuel des limbes des éléments référents		
		3.6.1 Matrice d'interaction associée aux limbes	18	
		3.6.2 Changement des coordonnées des limbes : de l'espace projectif		
		$3D$ vers l'image \ldots 11	19	
		3.6.3 Loi de commande générique	19	
	3.7	Identification basée vision des paramètres		
		nécessaires pour la commande	20	
	3.8	Conclusion	22	
4	Va	lidation de la commande référencée vision basée sur l'observa-		
	tion	a des éléments cinématiques 12	23	
	4.1	Expérimentation sur la plate-forme de Gough-Stewart	24	
		4.1.1 Contexte expérimental	24	
		4.1.2 Correspondance avec le modèle générique	25	
		4.1.3 Résultats de l'identification des paramètres nécessaires pour		
		la commande $\ldots \ldots 12$	28	
		4.1.4 Résultats de l'asservissement visuel des directions 13	30	
		4.1.5 Résultats de l'asservissement visuel des limbes	30	
	4.2	Expérimentation sur le robot Par414	42	
		4.2.1 Contexte expérimental	12	

2

		4.2.2 4.2.3	Correspondance avec le modèle générique	. 142
	4.3	Valida	tion en simulation sur le robot Space	. 156
		4.3.1	Architecture	. 156
		4.3.2	Correspondance avec le modèle générique	. 156
		4.3.3	Résultats de simulation de l'asservissement visuel sur les limbes	
			du robot Space	. 160
	4.4	Bilan		. 166
Co	onclu	isions o	et perspectives	167
\mathbf{A}	Sim	ulation	n de l'asservissement visuel des robots H4, I4 $ m R$ et I4	\mathbf{L}
	base	é sur le	es limbes	173
ъ	C !			

B Simulation de l'asservissement visuel du robot Orthoglide basé sur les limbes 191

Introduction

Les robots, étant des machines capables d'effectuer de multiples tâches et de manipuler différents objets avec une précision optimale, sont désormais exploités dans plusieurs domaines. Dans le domaine de la santé, le robot est devenu un assistant aux diagnostics et aux gestes chirurgicaux. Dans le domaine de l'industrie, il est capable de mouvoir des pièces et d'exécuter des tâches hostiles à l'homme.

Toutefois, plusieurs critères de sélection d'un robot s'imposent afin que la capacité de travail soit pleinement utilisée. En effet, un robot idéal est un mécanisme qui peut manœuvrer des objets sans contrainte de poids et qui peut les déplacer rapidement et avec précision. L'architecture mécanique des robots manipulateurs les plus couramment utilisés est l'architecture sérielle. Il s'avère que ce type de robot n'est pas approprié pour certaines tâches qui nécessitent un effort considérable pour le déplacement des charges lourdes tout en ayant besoin d'une haute précision et d'une bonne répétabilité de positionnement. Dans ce cas, le robot sériel est moins performant. Sa structure est lourde puisque le premier moteur supporte toutes les articulations motorisées du bras. A l'inverse, un robot parallèle peut manipuler plusieurs dizaines de fois son poids, tout en étant plus rapide et plus répétable. Cela permet d'envisager des applications diverses (figure 0.1): de type Usinage à Grande Vitesse, transport des charges lourdes, simulateurs de vol, etc.



FIG. 0.1 – De gauche à droite : le simulateur de vol du centre d'entraînement de Toulouse, la machine-outil Urane SX à structure Delta (Renault Automation Comau) et la machine outil Hexapode CMW 200 pour l'usinage à grande vitesse

En réalité, après l'étude et le développement de différentes architectures de robots, ces derniers auront besoin d'une commande pour bouger et manipuler des outils. Une commande simple et classique est celle de type PD ou PID [RH02, ÅH04, Tos05]. Dans ce cas, le robot est considéré comme un système linéaire dont les différents modèles ne sont pas pris en compte. Malgré la facilité d'implantation, cette méthode reste insatisfaisante et montre ses limites dans le cas de l'Usinage à Grande Vitesse, du fait que, dans le cas des mécanismes à architectures parallèles, le comportement dynamique n'est pas linéaire.

Avec le développement de la vision artificielle, d'autres voies s'ouvrent pour la commande des robots. En conséquence, ces derniers peuvent reconnaître leur environnement, leur espace de travail et se renseigner sur leur état avec des informations visuelles.

Les capteurs de vision semblent alors être une bonne solution pour renseigner sur l'état d'un mécanisme parallèle et simplifier sa commande sans gêner les mouvements du robot. Dans ce sens, certains travaux ont déjà été réalisés dans le cas des robots sériels. Il n'y a donc aucune raison pour que ces performances connues dans le cas sériel ne puissent pas se retrouver aussi dans le cas des robots à architecture parallèle (figure 0.2).



FIG. 0.2 – Couplage vision-robots, dans le cas des robots sériels (à gauche) et des robots parallèles (à droite)

De manière plus précise, les travaux développés dans cette thèse s'insèrent dans une recherche ciblée concernant l'étude d'un couplage théorique fort entre la cinématique des robots parallèles et la géométrie projective pour l'identification géométrique et la commande cinématique par vision. L'observation des éléments cinématiques des machines parallèles semble permettre la simplification des modèles cinématiques : redondance métrologique, obtention de modèles cinématiques inverses uniques, identification simplifiée, etc. Aussi, en complément ou en remplacement d'un asservissement visuel traditionnel de l'organe terminal, il semble pertinent d'asservir visuellement les éléments cinématiques.

Dans la plupart des cas existants, les robots sont conçus avec des éléments cinématiques cylindriques. Ceci facilite la validation d'une nouvelle approche basée sur l'observation de ces éléments : l'information issue d'un capteur de vision informe sur leurs positions, ce qui permet ensuite d'informer sur l'état du mécanisme. Cette

Introduction

approche ouvre une nouvelle voie à la commande référencée vision des robots parallèles afin de contribuer à un modèle générique décrivant au mieux l'état de ces mécanismes. En utilisant les propriétés de la projection perspective, dans l'image, de l'élément cinématique à observer, nous nous basons sur les informations visuelles (la normale à chaque limbe ou la direction des éléments cinématiques) pour contribuer à une loi de commande générique.

Une telle étude est ainsi en prolongement des travaux menés sur l'identification géométrique par vision de machines parallèles [Ren03] (projet CPER Auvergne (2001-2003), projet CNRS/ROBEA MAX 2001-2003) et s'insère dans différents projets menés par le groupe GRAVIR du LASMEA¹ autour de l'identification et de la commande des machines parallèles : CPER Auvergne 2003-2005, projet européen IP NEXT (2005-2009) et projet CNRS/ROBEA MP2 (2004-2006).

La commande référencée vision des mécanismes parallèles apparaît donc comme une suite logique de ces travaux. En conséquence, l'asservissement visuel des robots parallèles semble être innovant, d'autant plus que l'objectif est de proposer une contribution à un modèle générique pour la commande référencée vision par observation des éléments cinématiques.

Le chapitre 1 de ce mémoire propose un état de l'art sur les mécanismes parallèles. Dans une première partie, de nombreux mécanismes utilisés dans des domaines d'applications variés seront présentés. Nous recenserons, ensuite, les différents modèles géométriques et cinématiques. En effet, les lois de commande et les algorithmes développés pour l'identification des robots sont fondés sur une bonne compréhension de l'architecture et des modèles caractéristiques de ces mécanismes. Nous traiterons, en conséquence, des méthodes d'identification et de commande évoquées dans plusieurs travaux. Nous nous focaliserons ensuite sur la commande référencée vision et les différentes techniques d'asservissement visuel. L'asservissement visuel consiste à utiliser les informations visuelles issues d'une caméra pour contrôler les mouvements d'un robot. Il est donc indispensable, pour réaliser une tâche robotique, de les modéliser afin de trouver les informations qui fourniront au robot un comportement optimal et satisfaisant : robustesse aux erreurs de mesure et aux erreurs de modélisation, absence de singularités et de minima locaux, stabilité, etc.

Nous consacrerons le chapitre 2 à la validation d'une approche classique en asservissement visuel sur les robots parallèles. Nous montrerons que l'état de ces robots est représenté par une estimation de la pose de l'organe terminal. Le principe repose sur la régulation de la situation de la caméra par rapport à son environnement pour pouvoir ramener le robot d'une configuration initiale à une configuration désirée. Le capteur de vision fournit à la base des informations 2D qui seront par la suite exploitées par un module de localisation afin de reconstruire des informations 3D. Nous présenterons une validation expérimentale de l'approche sur la plate-forme de Gough (présente au LASMEA) et sur le robot Par4 (développé dans le cadre d'un

^{1.} Laboratoire des Sciences et Matériaux pour l'Electronique, et d'Automatique UMR 6602 UBP/CNRS, France

projet de collaboration entre le LIRMM² et la société Fatronik³).

Dans le chapitre 3, nous présenterons une nouvelle approche de la commande référencée vision des robots parallèles. En suivant l'intuition que les jambes d'un tel robot contiennent également l'état du mécanisme, nous détaillons un modèle générique pour la modélisation, l'identification et la commande référencée vision. Nous commencerons par évoquer la notion des droites et le choix des primitives visuelles afin d'aboutir à une représentation adéquate et optimale des jambes. Ensuite, nous présenterons une structure générique des mécanismes parallèles que nous pensons représentative de la plupart des mécanismes existants. Par la suite, nous détaillons la modélisation cinématique générique de cette architecture afin d'aboutir à une loi de commande générique pour l'asservissement visuel basée sur l'observation des éléments cinématiques.

Le chapitre 4 sera consacré à des validations du modèle générique de la commande référencée vision par observation des éléments cinématiques en expérimentation sur la plate-forme de Gough-Stewart et sur le robot Par4 et en simulation sur le robot Space. Des résultats de simulations sur d'autres robots seront aussi présentés dans l'annexe A et l'annexe B.

Dans la conclusion, nous évoquerons les contributions de la thèse. Ces travaux réalisés ouvrent la voie à de nombreuses perspectives de recherche; nous mentionnerons celles qui nous semblent les plus importantes.

^{2.} Laboratoire d'Informatique, de Robotique et de Microélectronique de Montpellier, France

^{3.} www.fatronik.com

Notations

Dans cette thèse, nous emploierons les notations suivantes:

Règles d'ordre général:

- $\circ\,$ Les vecteurs sont notés par des lettres en gras (v). De plus, les matrices sont en majuscules (M).
- \circ Une estimation numérique de la matrice **M** est notée **M**.
- Un vecteur unitaire est noté par une lettre en gras et soulignée ($\underline{\mathbf{u}}$).
- Un repère de référence lié à un corps j est noté \mathcal{R}_j .
- Le vecteur **v** exprimé dans le repère \mathcal{R}_i est noté ^j**v**.

Mathématiques:

- L'espace de représentation des repères et des corps rigides est noté SE_3 .
- Le produit vectoriel entre les deux vecteurs \mathbf{v}_1 et \mathbf{v}_2 est noté $\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2$.
- La matrice antisymétrique de préproduit vectoriel associée au vecteur **a** est notée $[\mathbf{a}]_{\times}$.
- \circ La pseudo-inverse de la matrice M est notée M^+ .
-
o Pour désigner la transposée d'un élément
 ${\bf u},$ on utilise la notation anglo-saxonne
 ${\bf u}^T.$

Robotique:

- $\circ\,$ Le vecteur d'état d'une représentation dans l'espace d'état est noté ${\bf x}.$
- $\circ\,$ Le vecteur des entrées (de commande) d'une représentation dans l'espace d'état est noté $\mathbf{u_c}.$
- Le vecteur des variables articulaires motorisées de la chaîne cinématique i est noté \mathbf{q}_i .
- \circ Le vecteur de toutes les variables articulaires motorisées est noté \mathbf{q} .
- La pose de l'effecteur d'un robot est noté $\mathbf{X} \in SE_3$
- Les deux vecteurs représentant la vitesse de translation et la vitesse de rotation seront notés respectivement V et Ω .
- Le torseur cinématique de l'origine du repère \mathcal{R}_i exprimé dans le repère \mathcal{R}_j est noté ${}^j\boldsymbol{\tau}_i = \begin{pmatrix} {}^j\mathbf{V}_i & {}^j\boldsymbol{\Omega}_i \end{pmatrix}^T$. En cas de besoin, une représentation réduite de ce torseur sera notée ${}^j\mathcal{V}_i$.

• Le vecteur vitesse \mathbf{V} de l'origine du repère \mathcal{R}_i par rapport au repère \mathcal{R}_k , exprimée dans le repère \mathcal{R}_j , est notée ${}^j\mathbf{V}_{i/k}$.

Vision géométrique:

- La matrice homogène associée à la transformation euclidienne de \mathcal{R}_i à \mathcal{R}_j est notée ${}^{i}\mathbf{T}_j = \begin{pmatrix} {}^{i}\mathbf{R}_j {}^{i}\mathbf{t}_j \\ \mathbf{0} {}^{1}\mathbf{1} \end{pmatrix}$.
- $\circ^{i}\mathbf{R}_{j}$ est la matrice de rotation de la transformation euclidienne de \mathcal{R}_{i} à \mathcal{R}_{j} .
- $\circ^{i}\mathbf{t}_{j}$ est le vecteur de translation de l'origine du repère \mathcal{R}_{j} par rapport à \mathcal{R}_{i} .
- Pour désigner la position désirée d'un élément \mathbf{u} , on associe * en exposant après ce dernier (\mathbf{u}^*) .
- La matrice des paramètres intrinsèques d'une caméra est notée K.
- $\circ\,$ Le signal capteur est noté ${\bf s}.$
- $\circ\,$ La fonction de tâche est notée e.

Chapitre 1

Etat de l'art

Un robot parallèle est un mécanisme comportant plusieurs boucles mécaniques. Il peut être défini comme un système multi-corps complexes [GKCW02] en chaîne cinématique fermée, constitué d'un organe terminal à n degrés de liberté et d'une base fixe, reliés entre eux par au moins deux chaînes cinématiques indépendantes, la motorisation s'effectuant par n actionneurs simples [Mer00].

La fermeture des chaînes cinématiques rend ce type de robot complexe et difficile à modéliser. Pourtant son architecture lui confère des performances remarquables (la répartition des charges sur chacun des actionneurs, la précision, la rigidité, la répétabilité [Mer00], etc.). Pour bénéficier de ces qualités, il est nécessaire de simplifier les modèles d'identification et de commande et de construire des robots parallèles plus simples.

Certains travaux [Mer90, Hus96, Die98] réalisés dans ce sens s'intéressent à la résolution des modèles géométriques afin de pouvoir calculer la position et l'orientation de l'organe terminal en fonction des positions articulaires. Cependant, une telle approche requiert la résolution d'un polynôme admettant plusieurs solutions possibles [Die98].

Pour contourner ce problème et réduire le degré du polynôme à résoudre, une solution consiste à introduire des capteurs proprioceptifs dans les liaisons passives du mécanisme. Les mesures supplémentaires fournies par ces capteurs permettent d'obtenir une solution unique du modèle géométrique direct [TTM95, BA00, BR00]. L'intégration de la redondance métrologique dans les modèles de commande permet d'améliorer la précision [Mar02, MCKP02], d'éviter les positions singulières et de réduire le temps de calcul [Mer04]. Cependant, l'implantation des capteurs dans les liaisons passives n'est pas toujours réalisable surtout s'il s'agit des liaisons Rotules. De plus, la mise en place de ces capteurs doit être prévue dès l'étape de la conception du mécanisme.

D'autres travaux proposent d'utiliser des capteurs extéroceptifs qui donnent des informations externes à la structure mécanique du robot et améliorent l'intégration de ces derniers dans l'identification et la commande. De ce fait, le système robotique gagne en flexibilité et devient plus autonome. P. Renaud [Ren03] a classifié certains capteurs extéroceptifs en deux catégories. La première regroupe les systèmes mécaniques instrumentés : nous citons, par exemple, la machine à mesurer tridimensionnelle (MMT) [Vis96, VC98] qui permet d'obtenir les coordonnées des points mesurés sur l'organe terminal et le Ball-bar [IIK+00, NMW+02] qui sert à mesurer les erreurs géométriques présentes dans une machine-outil à commande numérique, à détecter les imprécisions introduites et fournir la distance entre un point de l'organe terminal et un point de la base. La deuxième catégorie comporte les systèmes optiques, comme par exemple le théodolite qui est un instrument de géodésie complété d'un instrument d'optique pour mesurer des angles [ZMY95] et l'Interférométrie laser permettant de mesurer la position tridimensionnelle d'une cible fixée sur l'organe terminal et de mesurer la pose à partir de la position de plusieurs points [KAS+98].

Renseigner sur l'état du mécanisme en utilisant les informations issues d'un capteur extéroceptif présente indéniablement des avantages et paraît être une solution efficace pour simplifier les modèles de commande et d'identification. Depuis les années 90, les capteurs de vision ont été largement utilisés pour des applications robotiques en particulier en asservissement visuel [Cha90] et en identification géométrique de robot [Rem98, Ren03] par vision.

P. Renaud a commencé par développer des méthodes pour l'identification des robots parallèles [Ren03]. La première méthode repose sur l'observation de l'organe terminal. La seconde méthode est basée sur l'observation des chaînes cinématiques liant la base à l'organe terminal. Dans ses travaux, P. Renaud propose d'utiliser l'observation d'un cylindre à l'aide d'une caméra (permettant la détermination de son orientation et de sa position) pour identifier au mieux les paramètres géométriques décrivant le comportement du mécanisme.

C'est la raison pour laquelle les travaux présentés dans cette thèse concerneront la commande référencée vision des robots parallèles. En effet, un robot parallèle est caractérisé par la contrainte de fermeture des chaînes cinématiques : l'actionnement d'une jambe génère forcément un mouvement d'une autre. Donc, il est indispensable de tenir compte de cette contrainte dans les modèles de commande. D'ailleurs, ces machines parallèles ne sont pas intrinsèquement plus précises [WM93] que les machines sérielles. Il est donc nécessaire de refermer la boucle de commande sur des informations extéroceptives.

Dans ce chapitre, nous allons présenter les propriétés principales des mécanismes parallèles tout en menant une comparaison avec les robots sériels. En introduisant une modélisation géométrique et cinématique, nous présenterons un état de l'art sur la commande des robots parallèles. Nous verrons comment la commande référencée vision peut être utilisée dans le cadre de la commande des robots parallèles.

1.1 Les mécanismes parallèles

1.1.1 Architecture

Dans cette partie, nous utilisons une représentation graphique nommée graphe d'agencement comportant les différentes liaisons du mécanisme. Nous rappelons donc les définitions suivantes :

Articulation simple:

Dans un mécanisme, deux corps successifs sont liés par une articulation si le degré de liberté qui en résulte est égal à 1. En robotique, les articulations simples et classiques [KD99] sont :

- L'articulation Glissière (Prismatique): il s'agit d'une liaison Glissière autorisant un mouvement de translation entre deux corps le long d'un axe commun. Elle est notée par P.
- L'articulation Pivot (Rotoïde): il s'agit d'une liaison Pivot autorisant un mouvement de rotation entre deux corps autour d'un axe commun passant par le centre de la liaison. Elle est notée par **R**.

Combinaison d'articulations simples:

D'autres liaisons de degrés de liberté supérieur à 1 peuvent être créées à partir d'une combinaison de plusieurs articulations simples. Par exemple :

- La liaison Rotule ou Sphérique: c'est une combinaison de trois articulations Rotoïdes d'axes concourants. Elle est notée par S.
- La liaison Cardan ou Universelle : c'est une combinaison de deux articulations Rotoïdes. Elle est notée par U.

Graphe d'agencement :

Il s'agit d'une représentation graphique qui montre la façon dont les articulations, les éléments cinématiques et les actionneurs sont agencés les uns par rapport aux autres [Pie91, Kru03]. Le graphe d'agencement est composé :

- De deux premiers éléments constituants la base et l'organe terminal du robot.
- Des liaisons représentées par des boites contenant le symbole de la liaison. Si la liaison est motorisée et contenant un système de mesure, le symbole est alors souligné. Par exemple, une articulation Rotoïde motorisée et instrumentée par un capteur est représentée par <u>R</u>.
- Des traits représentants les éléments cinématiques.

Il est possible qu'un robot contienne un dispositif mécanique de couplage assurant la transformation rotation/rotation (système d'engrenages ou système poulie-courroie), rotation/translation (système pignon-crémailère ou système poulie-courroie). Ce couplage, s'il existe, sera mentionné sur le graphe d'agencement.

Les robots sériels sont des mécanismes à chaîne cinématique ouverte. Leur structure est formée d'une succession de bras ou d'éléments liés entre eux par des articulations motorisées à un degré de liberté. Un exemple de manipulateur série connu dans le monde industriel est l'architecture présentée en figure 1.1.



FIG. 1.1 – Robot sériel à six degrés de liberté (KUKA Robotics) (à gauche) et le graphe d'agencement (à droite)

Ce robot, ayant un bon espace de travail, satisfait une grande majorité des besoins industriels. Néanmoins, ce type de robot manque de rigidité et de capacité à supporter des charges lourdes. C'est ainsi que plusieurs travaux de recherche s'orientent vers d'autres architectures nommées les robots parallèles.

Les mécanismes à structures parallèles [Mer00, Bon03] peuvent être des robots à mouvement dans le plan, comme le robot 3RRR [MA89] (figure 1.2) ou des robots ayant des mouvements spatiaux. Il est possible de les classifier selon les mouvements de translations ou de rotations possibles [Mer00]:

Mécanisme pour translation: Vu la nécessité d'une tâche robotique rapide (la tâche de saisie et dépose d'un objet, par exemple), une nouvelle génération de robots parallèles apparaît. Nous citons le robot Speed-R-Man [RLN92] (figure 1.3). Ce robot conçu en matériaux légers offre une rigidité optimale avec un minimum de matière afin d'être rapide et léger. Des actionneurs linéaires entraînent un mouvement de rotation des bras du robot. La combinaison des trois chaînes cinématiques interdit toute rotation de l'organe terminal. Pour chaque chaîne cinématique, les deux bras sont liés à un avant-bras constitué



FIG. 1.2 – Le robot plan 3RRR (à gauche) et le graphe d'agencement (à droite)



FIG. 1.3 – Le robot Speed-R-Man (à gauche) et le graphe d'agencement (à droite)

d'un système poulie-courroie assurant une liaison parallélogramme noté \mathbf{Pa} (figure 1.3).

On compte aussi le robot Orthoglide [WC00]. C'est un robot à trois degrés de liberté en translation. Chaque chaîne cinématique, composée de deux éléments, est liée à la base par des liaisons Glissières actionnées (figure 1.4).

- Mécanisme pour rotation : Un mécanisme illustratif des robots parallèles ayant uniquement des degrés de liberté en rotation est l'oeil agile de Gosselin [GH94] (figure 1.5). Il s'agit d'un mécanisme parallèle de type 3RRR à 3 ddl en rotation. Son architecture permet d'atteindre de très grandes vitesses. Son espace en orientation peut atteindre celui de l'œil humain.
- Mécanisme pour translation et rotation: L'un des premiers robots est la plateforme de Gough-Stewart [GW62, Ste65] (figure 1.6). On parle des robots hexapodes [Mer00]. Ils sont constitués de six jambes de longueurs variables reliant la plate-forme mobile à la base. Cette structure permet d'obtenir six degrés de



FIG. 1.4 – Le robot Orthoglide (IRCCyN) (à gauche) et le graphe d'agencement (à droite)



FIG. 1.5 – Le robot Oeil Agile (Laboratoire de robotique de l'Université Laval) (à gauche) et le graphe d'agencement (à droite)

liberté.

Une autre structure qui ressemble à celle de la plate-forme de Gough-Stewart au niveau de l'architecture a été développée. Il s'agit du robot Space [DA90] à six degrés de liberté. Il est constitué de trois jambes actionnées en translation (longueur variable) et en rotation au niveau des articulations entre la base et les jambes (figure 1.7). La liaison Cardan entre chaque chaîne cinématique et la base est constituée de deux articulations pivots motorisées.

Récemment, le robot Isoglide T3R1 [Gog04] a été conçu. Il est caractérisé par une modélisation géométrique et cinématique simple. Ce robot est formé de 4 chaînes cinématiques liées à la base par des liaisons glissières favorisant



FIG. 1.6 – La Plate-forme de Gough-Stewart: Deltalab (à gauche) et le graphe d'agencement (à droite)



FIG. 1.7 – Le robot Space (à gauche) et le graphe d'agencement (à droite) : la liaison Cardan (Universelle) est partiellement actionnée



FIG. 1.8 – Le robot T3R1 (IFMA) (à gauche) et le graphe d'agencement (à droite)

un mouvement de translation le long de quatres axes (figure 1.8). La structure permet 4 degrés de liberté (trois translations et une rotation) de l'organe terminal.

Un autre robot nommé Delta [Cla89] a été conçu pour permettre 4 degrés de liberté tout en étant rapide et léger. Néanmoins, le degré de liberté en rotation est assuré par un ajout d'une chaîne motorisée [Cla91] (figure 1.9).



FIG. 1.9 – Le robot FlexPicker(ABB) (à gauche) et le graphe d'agencement (à droite)

Pour pallier ce problème, un robot à quatre degrés de liberté sera plus approprié. Le tableau 1.1 présente une nouvelle famille issue de robots H4/I4 regroupant le H4 [PC99], le I4L [Kru03], le I4R [KNCP04] et le Par4 [NCK⁺05]. L'architecture de ces robots diffère seulement au niveau de la nacelle et au niveau de l'actionnement des bras (le premier élément de la chaîne cinématique lié à la base). Le H4, le I4R et le Par4 sont à actionneurs rotatifs. Le I4L est à actionneurs linéaires.

Un autre critère de classement $[GLZ^+02]$ basé sur l'architecture des chaînes cinématiques entre la base et l'organe terminal a été présenté dans [Ren03]. Ce critère consiste à considérer 3 familles de robots (tableau 1.2):

- La première famille regroupe les robots dont une liaison Glissière existe entre deux éléments de chaque chaîne cinématique.
- La deuxième famille contient les robots dont une liaison Glissière se situe entre la base et chaque chaîne cinématique.
- La troisième famille est constituée des mécanismes caractérisés par l'absence d'une liaison Glissière.

Dans cette partie, nous avons présenté quelques mécanismes parallèles existants. Vue la diversité de ces mécanismes, nous avons évoqué uniquement des exemples illustratifs.



TAB. 1.1 – Le robot H4, I4R, Par4 et I4L (LIRMM)



TAB. 1.2 – Exemple de famille des mécanismes parallèles

1.1.2 Modélisation

Notons qu'il existe plusieurs méthodes pour la modélisation des robots sériels qui pourraient être étendues aux robots parallèles. Nous citons la méthode de Denavit et Hartenberg [DH55], la méthode de Khalil et Kleinfinger [KK86] et la méthode proposée par Gogu [GCB96]. Néanmoins, la méthode la plus simple et la plus courante est basée sur la contrainte de fermeture de boucle autour d'un élément de la chaîne cinématique [Kru03, Viv04]. Elle aboutit à un modèle géométrique liant la pose de l'organe terminal et les positions articulaires.

1.1.2.1 Modélisation géométrique

Il s'agit de trouver une relation entre la pose de l'organe terminal \mathbf{X} , les positions des articulations motorisées \mathbf{q} et les paramètres géométriques ξ_{aeom} du robot.

Le modèle géométrique inverse existe, pour la plupart des robots parallèles. Il consiste à déterminer les valeurs articulaires en fonction de la pose de l'organe terminal et des paramètres géométriques :

$$\mathbf{q} = f_1(\mathbf{X}, \xi_{\mathbf{geom}}) \tag{1.1}$$

Cependant, la plupart des mécanismes parallèles ne possèdent pas une formalisation analytique du modèle géométrique direct. Une solution numérique consiste à inverser le modèle géométrique inverse [Mer90, Hus96]. En définitive, si la formulation analytique de ce modèle existe, elle permet alors de déterminer la position de l'organe terminal à partir des mesures articulaires et des paramètres géométriques ξ_{geom} :

$$\mathbf{X} = f_2(\mathbf{q}, \xi_{\mathbf{geom}}) \tag{1.2}$$

Pourtant, on peut toujours trouver un modèle géométrique implicite regroupant la pose de l'organe terminal, les positions articulaires et les paramètres géométriques en une seule expression [Vis96]:

$$f(\mathbf{X}, \mathbf{q}, \xi_{\mathbf{geom}}) = 0 \tag{1.3}$$

En tenant compte des informations redondantes [BA00] notées ρ et données par des capteurs extéroceptifs, nous pouvons déduire :

$$f_3(\mathbf{X}, \mathbf{q}, \rho, \xi_{\mathbf{geom}}) = 0 \tag{1.4}$$

Ces informations redondantes (ρ) informent sur l'état du robot. Elles ne sont ni dans la pose **X** ni dans les variables articulaires **q**, il s'agit d'un complément pour définir l'état du mécanisme.

1.1.2.2 Modélisation cinématique

En supposant que les paramètres géométriques ξ_{geom} sont des constantes, les modèles cinématiques sont obtenus par dérivation des modèles géométriques. Le but est de trouver une relation entre les vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}$, linéaires ou angulaires, et le torseur cinématique de l'organe terminal $\boldsymbol{\tau}$.

Par dérivation temporelle de l'équation (1.1), le modèle cinématique inverse est donné par la relation suivante :

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{\partial f_1(\mathbf{X}, \xi_{\text{geom}})}{\partial \mathbf{X}} \dot{\mathbf{X}} = \frac{\partial f_1(\mathbf{X}, \xi_{\text{geom}})}{\partial \mathbf{X}} \mathcal{L}_X \boldsymbol{\tau} = \mathbf{D}^{inv} \boldsymbol{\tau}$$
(1.5)

où $\mathbf{X} = \mathcal{L}_X \boldsymbol{\tau}.$

 \mathcal{L}_X est la matrice reliant la dérivée temporelle de la pose au torseur cinématique de l'organe terminal [Ang95].

Cette formulation fait apparaître le torseur cinématique $\boldsymbol{\tau}$ associé au mouvement instantané de l'organe terminal, les vitesses articulaires \mathbf{q} et une matrice cinématique inverse $\mathbf{D}^{inv} = \frac{\partial f_1(\mathbf{X}, \xi_{\mathbf{geom}})}{\partial \mathbf{X}} \mathcal{L}_X.$

De même, en dérivant le modèle géométrique direct (1.2), on peut obtenir:

$$\dot{\mathbf{X}} = \frac{\partial f_2(\mathbf{q}, \xi_{\text{geom}})}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}}$$
(1.6)

Ce qui donne la forme du modèle cinématique direct :

$$\boldsymbol{\tau} = \mathcal{L}_X^{-1} \frac{\partial f_2(\mathbf{q}, \xi_{\text{geom}})}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{D}^{inv(-1)} \dot{\mathbf{q}}$$
(1.7)

De la même manière, la dérivée de l'équation (1.4) donne le modèle cinématique implicite complet :

$$\frac{\partial f_3}{\partial \mathbf{X}} \mathcal{L}_X \boldsymbol{\tau} + \frac{\partial f_3}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} + \frac{\partial f_3}{\partial \rho} \dot{\rho} = 0$$
(1.8)

Ce modèle peut s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{N}_1 \boldsymbol{\tau} + \mathbf{N}_2 \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{N}_3 \dot{\boldsymbol{\rho}} = 0 \tag{1.9}$$

Ce modèle fait apparaître les matrices N_1 , N_2 et N_3 dénommées, respectivement, la matrice cinématique cartésienne, la matrice cinématique articulaire et la matrice cinématique redondante [And06].

A partir de l'équation (1.9), on peut distinguer deux types de singularité. La première étant une singularité de type parallèle [GA90, CW98] dans laquelle la matrice cinématique cartésienne est singulière:

$$\{(\mathbf{X}, \mathbf{q}, \rho, \xi_{\mathbf{geom}}) | \mathbf{N}_1 \boldsymbol{\tau} = 0\}$$
(1.10)

Dans ce cas, le mécanisme présente des sur-mobilités et perd la rigidité. Un mouvement de l'organe terminal n'a aucun effet sur les positions articulaires.

La deuxième singularité est de type série [GA90, CW98] dans laquelle la matrice cinématique articulaire est singulière :

$$\{(\mathbf{X}, \mathbf{q}, \rho, \xi_{\mathbf{geom}}) | \mathbf{N}_2 \dot{\mathbf{q}} = 0\}$$
(1.11)

Dans ces conditions, le mécanisme est sous actionné. Un changement des positions articulaires n'a aucun effet sur la position de l'organe terminal.

1.1.3 Avantages respectifs robot sériel/robot parallèle

Les robots parallèles sont caractérisés par des chaînes cinématiques fermées, ce qui permet une répartition des charges entre les différents actionneurs et rend ce type de mécanisme rigide et capable d'effectuer des mouvements à grande vitesse. En revanche, dans le cas des robots sériels, la chaîne cinématique est assez longue. Chaque moteur doit supporter tous les éléments en aval. Cela diminue la rigidité et peut engendrer la fatigue des articulations [Cla94].

Un autre avantage des robots parallèles est leur meilleure répétabilité [Mer00] qui ne se présente pas dans le cas sériel étant donné que la succession des éléments cinématiques accumule les erreurs et limite la répétabilité du système.

Malgré ces avantages, il s'avère que le volume de travail d'un robot parallèle est restreint. De plus, du fait de la fermeture des chaînes cinématiques, un mouvement d'une jambe entraîne le mouvement des autres. Par conséquent, un fort couplage existe entre les mouvements des chaînes cinématiques. Dans ces conditions, la tâche la plus difficile est la coordination avec précision des différentes chaînes cinématiques en une unique configuration désirée. Cela nécessite des modèles complexes et une puissance de calcul importante pour la commande. Par contre, la succession des chaînes cinématiques, dans le cas d'un robot sériel, lui offre un bon espace de travail. L'architecture simple de ce robot simplifie son modèle de commande et réduit la puissance de calcul requise.

Cependant, les recherches actuelles s'orientent vers l'exploitation des avantages des robots parallèles qui sont en plein essor dans le monde industriel. A cet égard, il est pertinent de trouver une méthode d'identification et de commande spécifique à ces types de mécanismes.

1.1.4 Identification et commande classique des robots parallèles

Les lois de commande d'un robot prennent en considération la géométrie du mécanisme (dimensions des éléments, positions des actionneurs, etc.) et la topologie du robot relatif à l'agencement des différents composants du mécanisme afin de produire le mouvement souhaité. Un modèle CAO est souvent suffisant, mais il n'est pas toujours efficace. De ce fait, une méthode d'identification adéquate est nécessaire pour estimer numériquement les paramètres du modèle.

1.1.4.1 Identification des paramètres géométriques

L'étape d'identification consiste à determiner certains paramètres décrivant au mieux le comportement du mécanisme selon la loi de commande choisie. A titre d'exemple, les travaux évoqués dans [Lju99] consistent à élaborer des méthodes d'identification des systèmes dont le comportement entrée-sortie peut être décrit par un modèle linéaire, en supposant que l'entrée du système est indépendante des perturbations qui affectent son fonctionnement.

Sur ce point, il existe d'autres méthodes d'identification basées sur l'utilisation du modèle géométrique direct [Tan95] et l'installation des capteurs proprioceptifs redondants [WA92, OSTU00, TAI⁺02]. Ces méthodes souffrent du fait que l'instrumentation pratique de ces capteurs n'est pas toujours possible. De plus, l'estimation numérique du modèle géométrique direct peut engendrer des instabilités numériques [Dan99].

Toutefois, il existe souvent une formulation analytique du modèle géométrique inverse. L'identification sera donc possible en comparant les variables articulaires mesurées et les estimations correspondantes obtenues à partir d'une mesure de pose de l'organe terminal et du modèle géométrique inverse [ZYM98]:

$$\xi_{\mathbf{geom}} = min(\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\mathbf{N}} (\parallel f_1(\mathbf{X}, \xi_{\mathbf{geom}}) - \widehat{\mathbf{q}} \parallel)$$
(1.12)

L'inconvénient de cette méthode est qu'elle nécessite une estimation précise de la pose. Il s'avère que la vision permet de mesurer la pose avec précision [RADM02]. L'identification référencée vision a apporté ses avantages dans la cas des robots sériels [ZR96, MCM01]. Certains travaux ont évoqué l'identification des robots parallèles par vision [ZN01]. Des avancées récentes ont été présentées dans [Ren03] qui reposent sur l'observation des éléments cinématiques du robot parallèle [RAMG05] et l'utilisation de l'information visuelle contenue dans l'image. Pour chaque famille de robots (voir tableau 1.2), une méthode a été proposée. Celle-ci est bien adaptée à l'information disponible par vision et a l'avantage de ne pas introduire de contraintes sur le nombre de positions de la caméra ou sur la connaissance nécessaire de ces positions par rapport à la base. Par exemple, dans le cas des robots parallèles ayant des liaisons de type Cardan, Pivot ou Rotule entre chaque chaîne cinématique et la base, il est facile d'avoir une image partielle de plusieurs jambes pour toute position de l'organe terminal. En transitant par un espace décrivant le mieux l'état des chaînes cinématiques, il devient plus pertinent de travailler dans l'image et profiter de la richesse de l'information obtenue par l'analyse de l'état des jambes d'un robot parallèle.

1.1.4.2 Commande classique des robots parallèles

Dans cette partie, nous présentons deux méthodes classiques de commandes des robots parallèles. Il s'agit de la commande articulaire et la commande cartésienne référencée modèle.

Commande articulaire:



FIG. 1.10 – La commande articulaire d'un robot parallèle

La commande articulaire peut être une commande simple qui minimise le problème quadratique suivant :

$$\frac{1}{2} \parallel \mathbf{q}^* - \mathbf{q} \parallel^2 \tag{1.13}$$

Pour une commande proportionnelle, les consignes de vitesse (figure 1.10) sont envoyées au robot sous la forme :

$$\dot{\mathbf{q}} = \lambda(\mathbf{q}^* - \mathbf{q}), \, \lambda > 0 \tag{1.14}$$

L'avantage de cette commande (figure 1.10) est qu'aucun modèle géométrique n'est utilisé. Néanmoins, une telle commande n'est pas adaptée aux mécanismes parallèles car la présence de chaînes cinématiques fermées introduit un couplage important entre les axes.

En outre, un autre schéma de commande (figure 1.11) existe, en utilisant le modèle géométrique inverse (MGI). Ce schéma est utilisé surtout dans le cas d'une planification de trajectoires, pour éviter les singularités. Mais, cela nécessite que la conversion de la trajectoire cartésienne en consignes articulaires soit parfaite afin de gérer le comportement réel du robot.



FIG. 1.11 – La commande articulaire d'un robot parallèle en utilisant le MGI

Du fait que le modèle géométrique direct n'a pas une formulation analytique, dans la plupart des mécanismes parallèles, une solution numérique du problème nécessite l'inversion du modèle géométrique inverse. Cependant, cette inversion numérique [Mer90, Hus96] exige la résolution d'un polynôme ayant plusieurs solutions possibles. De ce fait, une seule position articulaire peut admettre plusieurs poses possibles de l'organe terminal. Donc, une convergence dans l'espace articulaire ne garantit pas la convergence dans l'espace cartésien. De plus, cette commande (figure 1.10) ne prend en compte ni la cinématique du robot ni la contrainte de fermeture des chaînes cinématiques. Une telle approche ne peut pas gérer les forces internes du mécanisme [DM98].

Commande cartésienne référencée modèle:

La commande cartésienne (figure 1.12) est basée sur l'utilisation du modèle cinématique inverse qui transforme les vitesses cartésiennes en vitesses articulaires. Comme nous l'avons évoqué dans la relation (1.5), ce modèle dépend essentiellement de la pose \mathbf{X} de l'organe terminal et de certains paramètres géométriques du robot. La majorité des travaux s'intéressent à l'estimation



FIG. 1.12 – La commande cartésienne référencée modèle d'un robot parallèle

de la pose à partir d'un modèle géométrique direct numérique. Pour pouvoir simplifier ce modèle et déterminer un nombre minimum de solutions, une approche alternative consiste à utiliser des capteurs additionnels afin de diminuer le degré du polynôme à résoudre [Mer93, PCDG99, Mar02]. Cependant, ajouter des capteurs proprioceptifs dans les liaisons passives n'est pas toujours réalisable en pratique. Ils peuvent aussi présenter une difficulté de mise en œuvre et entraîner des restrictions sur le mécanisme et son espace de travail. Ainsi, cette méthode est coûteuse en temps de calcul et nécessite des méthodes d'identification précises sans pour autant garantir une convergence vers la consigne cartésienne.

1.2 Commande référencée vision

1.2.1 Principe

Il a été montré que le capteur de vision est un moyen efficace pour estimer la pose de l'organe terminal [DD95, LVD98]. Le principe de la commande référencée vision est l'utilisation des informations visuelles notées **s** fournies par une caméra afin de contrôler le mouvement d'un robot [Cha90, ECR92] et d'atteindre une consigne visuelle \mathbf{s}^* correspondant à une pose désirée.

La commande référencée vision (figure 1.13) consiste à utiliser les informations délivrées par une ou plusieurs caméras afin de réaliser une tâche robotique directement dans l'espace du capteur. Le signal **s** issu du capteur représente l'image de la pose **X**. Il fournit donc une mesure indirecte de la position et de l'orientation de l'organe terminal et remplace ainsi l'utilisation du modèle géométrique direct.



FIG. 1.13 – La commande référencée vision d'un robot parallèle

La vision peut être donc considérée comme un outil de mesure sans contact redondant, dans le cas des robots parallèles. A travers une mesure d'une information visuelle s, elle offre la possibilité d'estimer indirectement la pose (i.e. la pose de l'organe terminal dans le repère caméra). Les travaux dans [Ren03] ont démontré que cette mesure permettait de simplifier l'écriture des modèles géométriques en vue de l'identification des paramètres géométriques. Il est donc naturel de penser que l'utilisation de cette mesure permettra également de simplifier l'écriture des modèles cinématiques utilisés pour la commande des robots parallèles par asservissement visuel.

1.2.2 Approche de la fonction de tâche : commande en vitesse

Dans une commande référencée vision, le signal capteur \mathbf{s} est l'image de la pose \mathbf{X} . L'approche de la fonction de tâche [SLE91] est basée sur la représentation d'une fonction d'erreur \mathbf{e} telle que :

$$\mathbf{e}(\mathbf{X},t) = \mathbf{C}(\mathbf{s}(\mathbf{X},t) - \mathbf{s}^*(t))$$
(1.15)

où \mathbf{C} est la matrice de combinaison du signal courant du capteur de vision $\mathbf{s}(\mathbf{X},t)$ et de sa valeur désirée $\mathbf{s}^*(t)$ constituant la valeur souhaitée après la fin d'une tâche robotique. Notons que \mathbf{X} est un élément de l'espace SE_3 qui décrit la situation de la cible par rapport au capteur.

Afin de simplifier la représentation de la commande référencée vision, nous allons travailler sous certaines hypothèses :

- La consigne \mathbf{s}^* est supposée constante.
- L'observabilité des informations visuelles $\mathbf{s}(\mathbf{X},t)$ nécessaire à la réalisation de la tâche dans l'image est assurée.
- L'effet de la variation de la matrice \mathbf{C} est négligeable ($\mathbf{C} = 0$).

En tenant compte de ces hypothèses, la différentielle de la fonction de tâche (1.15) aura la forme suivante :

$$\dot{\mathbf{e}}(\mathbf{X},t) = \mathbf{C}\dot{\mathbf{s}} \tag{1.16}$$

D'autre part, on peut exprimer la variation du signal capteur en fonction du mouvement relatif entre la caméra et la scène observée par :

$$\dot{\mathbf{s}} = \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{X}} \dot{\mathbf{X}} + \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{t}} = \mathbf{L}_s \boldsymbol{\tau}_c + \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{t}}$$
(1.17)

avec:

- $\mathbf{L}_{\mathbf{s}} = \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{X}} \mathcal{M}$ est la matrice d'interaction associée à \mathbf{s} et fonction de \mathbf{X} .
- $\mathcal{M} = \mathcal{L}_{\mathbf{X}}$ est la matrice reliant la variation $\dot{\mathbf{X}}$ de la pose \mathbf{X} de l'organe terminal et le torseur cinématique $\boldsymbol{\tau}_c$ de la caméra.

Pour simplifier l'analyse, on suppose que l'objet considéré (une caméra ou une cible) n'a pas un mouvement propre [SLE91]. Donc, $\frac{\partial s}{\partial t} = 0$ et l'équation (1.17) devient :

$$\dot{\mathbf{s}} = \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{X}} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{L}_s \boldsymbol{\tau}_c \tag{1.18}$$

En choisissant un comportement exponentielle de la fonction de tâche ($\dot{\mathbf{e}} = -\lambda \mathbf{e}$, avec $\lambda > 0$) et en faisant le choix classique de $\mathbf{C} = \widehat{\mathbf{L}}_s^+$, on peut écrire à partir de (1.16) et (1.18):

$$\boldsymbol{\tau}_c = -\lambda (\widehat{\mathbf{L}_s}^+ \mathbf{L}_s)^{-1} \mathbf{e}$$
(1.19)

Dans la commande, la matrice \mathbf{L}_s (vraie) n'est pas disponible. Toutefois, sous l'hypothèse que l'estimée $\widehat{\mathbf{L}_s}$ est suffisamment proche de \mathbf{L}_s , le produit $\widehat{\mathbf{L}_s}^+ \mathbf{L}_s$ est donc proche de l'identité et l'on peut réduire la commande à :

$$\boldsymbol{\tau}_c = -\lambda \mathbf{e} \tag{1.20}$$

En reportant cette commande dans l'évolution de l'erreur (1.16) et en utilisant (1.18), on obtient ainsi:

$$\dot{\mathbf{e}} = -\lambda \widehat{\mathbf{L}_s}^+ \mathbf{L}_s \mathbf{e} \tag{1.21}$$

La commande est alors stable, au sens de Lyapunov, si le produit $\widehat{\mathbf{L}}_{s}^{+}\mathbf{L}_{s}$ est défini positif.

1.2.3 Les techniques d'asservissement visuel

Les techniques d'asservissement visuel sont très efficaces puisqu'il s'agit d'une boucle de commande fermée par un retour d'informations direct ou indirect sur l'état du robot dans son environnement. Cela apporte de la robustesse aux perturbations et aux erreurs d'étalonnage. Essentiellement, ces techniques produisent une vitesse cartésienne qui est convertie en vitesse articulaire à travers le modèle cinématique inverse. Par conséquent, on peut adopter de telles techniques aux mécanismes parallèles étant donné que ce dernier modèle est bien analytique.

De nombreux travaux ont traité la commande cinématique référencée vision en considérant le robot comme un intégrateur parfait. On peut citer par exemple la commande par retour d'état non linéaire [MG99, TS00] et la commande basée sur le suivi des trajectoires cartésiennes de la caméra [ZMP00].

Nous nous focalisons, dans ce rapport, sur la commande cinématique dite de type proportionnel [Cha90, MGK96, HHC96] afin d'assurer une décroissance exponentielle de l'erreur. Les lois de commande [SLE91] qu'on élabore par la suite nécessitent la mise en œuvre d'une fonction de tâche [Cha90] bien choisie.

En s'inspirant des études portées sur les techniques d'asservissements visuels dans le cas des robots sériels, nous présenterons ces approches tout en nous focalisant sur le cas des robots parallèles et sur la commande cinématique en négligeant la dynamique du robot [Kel96, RB97, CWH97].

1.2.3.1 Asservissement visuel 2D

On parle de l'asservissement visuel 2D lorsqu'on utilise uniquement des mesures dans l'image. Peu de connaissance a priori du modèle de l'objet est nécessaire. Dans la majorité des cas, la matrice d'interaction est fonction de paramètres 3D relatifs à la position entre la caméra et l'objet. Une approximation raisonnable de ces derniers est généralement suffisante pour construire une loi de commande assurant la stabilité du système.

Cependant, plusieurs types de primitives visuelles peuvent être utilisées. Une méthode générique [ECR92] a été présentée pour le calcul de la matrice d'interaction associée à des primitives visuelles qui sont bien définies à partir des primitives géométriques (points, droites, ellipses, etc.).

Récemment, une nouvelle méthode d'asservissement visuel 2D [BM06] a été proposée. Elle ne nécessite aucune mesure à priori sur la structure 3D de la cible. Seules des informations visuelles issues de l'image suffisent pour calculer la loi de commande. Il existe un difféomorphisme entre l'attitude de la caméra et la fonction de tâche calculée à partir de ces informations extraites de l'image. Dans le cas des objets complexes ou inconnus, on peut utiliser les moments [TC03].



FIG. 1.14 – Asservissement visuel 2D d'un robot parallèle, cas d'une caméra déportée

La plupart des applications consiste à placer le système de vision sur l'élément mobile et observer une scène fixe. Cependant, on peut aussi trouver des applications avec une caméra fixe observant la cible. En conséquence, on peut facilement imaginer qu'un schéma d'asservissement visuel cinématique classique de la robotique sérielle peut être adopté aux structures parallèles (figure 1.14).

On note que ce type de commande pourrait être utile pour de faibles déplacements afin d'éviter les minima-locaux ou que la cible sorte du champ de vision de la caméra. Ceci se présente rarement dans la cas des robots parallèles vue son volume de travail limité.

1.2.3.2 Asservissement visuel 3D

Dans ce type d'asservissement, le signal capteur $\mathbf{s}(\mathbf{X},t)$ à réguler peut être soit une pose [WWHB96, MG99, TMCG02] de la cible par rapport à la caméra soit des primitives géométriques 3D [MGK96] (un contrôle des points de la cible).

Le calcul de ces informations (pose ou primitives 3D) nécessite une connaissance partielle du modèle de la cible et un modèle de la caméra (étalonnage). Les informations 3D sont fournies par un module de reconstruction exploitant les mesures 2D extraites de l'image.



FIG. 1.15 – Asservissement visuel 3D d'un robot parallèle, cas d'une caméra déportée

Plusieurs techniques d'estimation de la pose relative entre la caméra et la cible ont été développées. Dans le cas des points, certains travaux se sont penchés sur la recherche des solutions analytiques pour calculer la pose à partir de 4 points [HCLL89], puis à partir de 3 points [Dem93]. D'autres contributions proposent des méthodes itératives à partir de 4 points ou plus non coplanaires [DD95], ou à partir de 4 points ou plus coplanaires [ODD96, HDLC97].

Concernant les autres primitives, on peut citer les travaux présentés dans [Low87, DRLR89, PHYT95] qui traitent les primitives de type segments ou les travaux cités dans [DLRR90] qui traitent des primitives de type cylindres.

Cette technique d'asservissement, comme dans le cas d'asservissement visuel 2D, pourrait être envisageable pour l'asservissement des robots parallèles (figure 1.15). Elle pourrait suffire pour pallier les problèmes de ses modèles directs non analytiques et réaliser une commande cartésienne simple.

1.2.3.3 Asservissement visuel hybride

Cette approche [MCB99] combine les avantages de l'asservissement visuel 2D en terme de convergence dans l'image et de l'asservissement visuel 3D en terme de découplage des erreurs et de convergence dans l'espace cartésien. Il s'agit de prendre en compte à la fois des informations tridimensionnelles et des primitives extraites directement de l'image (figure 1.16).

Le premier schéma d'asservissement visuel hybride [Mal98] utilise une reconstruction partielle de la pose sans connaissance a priori du modèle 3D de l'objet par l'intermédiaire de l'estimation de la matrice d'homographie relative à un plan de référence. La fonction de tâche est composée de deux parties :

- La première est composée de la primitive visuelle s_p representant les coordonnées d'un point dans l'image et de la profondeur relative de ce point entre la position courante et la position désirée de la caméra.
- La deuxième est composée de la rotation issue de la matrice de changement du repère de la caméra entre la position désirée et la position initiale.

Une approche similaire au premier schéma d'asservissement visuel hybride a été proposée dans [MLS⁺99]. La méthode est basée sur les primitives géométriques 2D


FIG. 1.16 – Asservissement visuel hybride (2D1/2) d'un robot parallèle, cas d'une caméra déportée

et garantit la visibilité de l'ensemble des primitives nécessaires à l'estimation de la matrice d'homographie. En revanche, la forme analytique de la matrice d'interaction associée n'a plus les propriétés obtenues dans [Mal98] (une forme simple et partiellement découplée). Ce qui peut gêner la stabilité en présence d'erreurs de modélisation.

1.3 Asservissement visuel des robots parallèles : travaux antérieurs

Des travaux concernant les robots parallèles ont été réalisés à la fin des années 90. Le travail présenté dans [KBC⁺98] traite la commande d'un robot parallèle intégré dans une cellule flexible destinée à des tâches d'assemblage. Il s'agit d'un robot à 6 degrés de liberté, avec un modèle géométrique direct analytique.

Dans [KCY⁺99], la vision a été utilisée pour simplifier la commande en force d'un mécanisme parallèle actionné par câbles.

Dans [KZK00], les auteurs ont évoqué la commande référencée vision d'un micromanipulateur piézo-électrique à architecture parallèle. Il s'agit d'un robot à 3 degrés de liberté en translation, avec un modèle géométrique direct analytique.

Ces rares travaux développés autour de la commande référencée vision des mécanismes parallèles consistent à transposer d'une manière directe la commande des robots sériels aux robots à architecture parallèle.

Les schémas de commande proposés peuvent marcher dans le cas des robots sériels ou des robots parallèles à modèle géométrique directe analytique. En revanche, ils ne peuvent pas marcher dans le cas d'un robot parallèle quelconque à modèle géométrique direct non analytique. C'est ainsi que l'objectif des approches développées dans ce travail de thèse est de réfléchir à ces commandes et de contribuer à un modèle générique pour l'asservissement visuel des robots parallèles.

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons dressé un état de l'art sur les mécanismes à architectures parallèles. Nous avons ainsi présenté une méthodologie classique afin d'aboutir à la commande cinématique de ces mécanismes. Une première étape consiste à élaborer une modélisation géométrique et cinématique du robot qui décrit au mieux la structure mécanique (utile pour une phase de conception) et exprime la situation (respectivement la vitesse cartésienne) de l'organe terminal en fonction des variables articulaires (respectivement les vitesses articulaires) et inversement. Ensuite, nous avons traité l'étape d'identification pour estimer certaines paramètres ou variables géométriques et aboutir à un modèle suffisamment représentatif du robot réel.

Après une bonne compréhension du mécanisme (modélisation et identification), des lois de commande pourront être élaborées. Sur ce point, nous avons recensé, en état de l'art, des méthodes de commande classique (la commande articulaire et la commande référencée modèle) et des approches récentes basées sur la vision (commande référencée vision).

Le couplage entre la robotique parallèle et la vision avait été évoqué dans des travaux d'identification. Par exemple, Pierre Renaud dans [Ren03] propose deux approches. La première [RAMM03] consiste à coupler la mesure de pose et l'utilisation du modèle géométrique inverse. La deuxième évoque une nouvelle méthode basée sur l'observation des éléments cinématiques par vision. Sur ce dernier point, dans [RAPM04], les auteurs ont montré qu'en observant les jambes d'un robot parallèle par un capteur de vision on peut facilement identifier les termes de la matrice cinématique inverse reliant les vitesses cartésiennes τ aux vitesses articulaires \mathbf{q} .

Par conséquent, des pistes de recherche s'ouvrent pour la commande référencée vision des robots parallèles. Une première approche s'oriente vers la commande référencée vision en observant l'organe terminal et en particulier vers la commande 3D pose qui sera l'objectif du chapitre 2. Nous verrons aussi que nous aurons besoin de minimiser un critère d'erreur pour l'identification des paramètres nécessaires pour la commande.

Une deuxième approche basée sur l'observation des éléments cinématiques sera présentée dans le chapitre 3. Chaque élément de la chaîne cinématique du robot parallèle est une cible et les primitives visuelles issues de l'observation de ces éléments informent sur l'état du mécanisme et seront utilisées dans la commande et dans l'étape d'identification.

Chapitre 2

Asservissement visuel 3D des robots parallèles

Dans le chapitre 1, nous avons présenté des schémas d'asservissement visuel basés essentiellement sur l'espace de contrôle du robot. Par exemple, si le robot est contrôlé dans l'espace cartésien ou opérationnel alors on parle d'un asservissement visuel 3D. De même, s'il est contrôlé dans l'espace image relatif au capteur de vision alors il s'agit bien d'un asservissement visuel 2D. Afin d'élaborer une loi de commande qui tient compte des deux informations 2D et 3D, un troisième schéma d'asservissement nommé hybride (2D1/2) a été proposé.

Nous avons montré aussi qu'une commande référencée capteur (en particulier, un capteur de vison) des robots parallèles est basée essentiellement sur le modèle cinématique inverse qui convertit les vitesses cartésiennes en vitesses articulaires. Ce modèle dépend de la pose \mathbf{X} de l'organe terminal et de certains paramètres géométriques relatifs au système. De ce fait, une mesure de la pose est indispensable pour garantir la commande du robot. A cet égard, la commande 3D pose est la plus immédiate et naturelle.

Nous montrerons qu'un asservissement visuel 3D des robots parallèles permet une commande facile et efficace. En effet, l'espace de contrôle est équivalent à l'espace opérationnel du robot, ce qui permet de simplifier la tâche robotique. Nous montrerons aussi que l'état de ces robots est représenté par une estimation de la pose de l'organe terminal. Nous allons prouver, par la suite, qu'une commande référencée vision basée sur l'observation de l'organe terminal est une commande par retour d'état non-linéaire [DAMM06]. Une étape d'identification des paramètres nécessaires pour la commande sera présentée à la fin de ce chapitre.

2.1 Couplage vision - état d'un robot parallèle: asservissement visuel 3D

Avant de définir une tâche robotique, il est indispensable de fixer un espace de travail. Les premières commandes ont été définies dans l'espace articulaire en connaissant les modèles géométriques et cinématiques. C'est le cas des robots sériels dont une forme explicite de ces modèles existe et l'état est bien défini à partir des positions articulaires.

En revanche, dans le cas des robots parallèles, une position articulaire admet plusieurs configurations possibles de la pose de l'organe terminal. Donc, une commande articulaire devra être utilisée avec précaution. Dans la partie 1.2, nous avons signalé qu'un capteur de vision permet d'informer sur l'état du mécanisme. Cette mesure par vision est a priori plus simple qu'une reconstruction par résolution du problème géométrique direct. D'où, le couplage possible entre la vision et les robots parallèles. Cette approche nécessite une modélisation complète du robot et de l'information visuelle afin de pouvoir mesurer la pose relative du robot par rapport à la scène ou de la scène par rapport au robot (cas d'une caméra embarquée sur l'organe terminal du robot).

Considérons la figure 2.1, la configuration générique d'un mécanisme parallèle commandé par vision (asservissement visuel 3D) est équipée d'une caméra définie par le repère \mathcal{R}_c et d'une cible (une mire, par exemple) définie par le repère \mathcal{R}_p .



FIG. 2.1 – Configuration générique dans le cas d'un asservissement visuel 3D d'un robot parallèle

On note \mathcal{R}_f un repère fixe par rapport au repère de la base \mathcal{R}_b et \mathcal{R}_m un repère lié au repère de l'organe terminal \mathcal{R}_e . Le repère \mathcal{R}_m définit la position de l'objet mobile

 $\mathbf{34}$

(une caméra ou une cible) en position courante. Dans une configuration désirée, ce repère est noté \mathcal{R}_{m^*} .

La pose de l'organe terminal \mathbf{X} peut être représenté par la transformation ${}^{f}\mathbf{T}_{m}$ entre le repère de l'object mobile et le repère de l'object fixe. On distingue deux configurations : la première est le cas d'une caméra déportée où $\mathcal{R}_{m} = \mathcal{R}_{p}$ et $\mathcal{R}_{f} = \mathcal{R}_{c}$ et la deuxième (caméra embarquée sur l'organe terminal) correspond à $\mathcal{R}_{f} = \mathcal{R}_{p}$ et $\mathcal{R}_{m} = \mathcal{R}_{c}$.

Ainsi, la localisation du robot dans son environnement nécessite la connaissance de ses modèles géométriques, du modèle associé à la cible et des paramètres intrinsèques de la caméra. L'étalonnage de la caméra [Tsa87, ZLF96, BR97, LVD98] est indispensable afin d'avoir une bonne estimation de la pose. Cette dernière étape de reconstruction dépend du choix des primitives visuelles (points, segments, cylindres, etc.). Dans notre approche, nous nous focalisons sur les primitives de type point. La cible est une mire constituée d'amers notés \mathbf{P} .

2.1.1 Modèle de projection perspective d'un point 3D et calcul de pose

Rappelons que le repère lié à la cible est \mathcal{R}_p . Un point 3D de la cible a comme coordonnées homogènes ${}^{p}\mathbf{P} = (X, Y, Z, 1)^{T}$. Ce point peut être exprimé dans le repère lié à la caméra par :

$${}^{c}\mathbf{P} = {}^{c}\mathbf{T}_{p}{}^{p}\mathbf{P} \tag{2.1}$$

La projection perspective, de centre optique \mathbf{o}_c , du point ${}^{p}\mathbf{P}$ sur le plan Π (figure 2.2) est le point ${}^{c}\mathbf{p} = (x,y,1)^{T}$ défini à un facteur α prés :

$${}^{c}\mathbf{p} = \alpha \left(\mathbf{I}_{3} \quad \mathbf{0}_{3\times 1} \right) {}^{c}\mathbf{T}_{p}{}^{p}\mathbf{P}$$

$$(2.2)$$

Une caméra perspective réalise aussi une transformation des coordonnées homogènes métriques ${}^{c}\mathbf{p} = (x,y,1)^{T}$ en des coordonnées pixélliques ${}^{im}\mathbf{p} = (x_i,y_i,1)^{T}$ exprimé dans l'image :

$${}^{im}\mathbf{p} = \mathbf{K}^c \mathbf{p}$$
 (2.3)

où K est la matrice des paramètres intrinsèques de la caméra ayant la forme :

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \alpha_u & \alpha_{uv} & u_0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(2.4)

avec u_0 et v_0 sont les coordonnées en pixel de l'intersection entre le plan image et l'axe optique.

En disposant d'un modèle 3D de la cible, le calcul de pose de cet objet consiste à déterminer sa position et son orientation par rapport à la caméra. Dans le cas du



FIG. 2.2 – La projection perspective d'un point 3D

calcul de pose à partir des points 3D, il faut disposer des coordonnées de points de référence (les amers de type points) et de la position respective de leurs projections

sur l'image. La caméra doit être bien étalonnée. En observant un nombre suffisant de points, on peut alors minimiser un critère relatif à la relation de projection perspective (équation 2.3) et estimer la pose inconnue ${}^{c}\mathbf{T}_{p}$ [DD95, ODD96, HDLC97] (voir la partie 1.2.3.2):

$$min\left(\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\mathbf{N}_{point}} \| ^{im}\mathbf{p}_{k} - \mathbf{K} \alpha \left(\mathbf{I}_{3} \quad \mathbf{0}_{3\times 1} \right) {}^{c}\mathbf{T}_{p}{}^{p}\mathbf{P}_{k} \| \right)$$
(2.5)

Pour affiner une première estimation linéaire de la pose, la plupart des méthodes utilisent un algorithme de descente (gradient, Gauss-Newton, Levenberg- Marquardt) qui consiste en une résolution itérative par approximations linéaires successives.

2.1.2 Matrice d'interaction associée à la pose

Une loi de commande a pour objectif de ramener le robot d'une position initiale à sa position désirée. Le long de ce mouvement, nous disposons, à partir de la localisation 3D, du déplacement de l'objet (une cible ou une caméra) embarqué sur l'organe terminal. Afin de généraliser la méthode, nous notons m l'objet mobile fixé sur l'organe terminal dans sa position courante et m^* sa position désirée. Pour contrôler l'organe terminal du robot, plusieurs travaux [WWHB96, MDGD97, DDLR97, TMCG02] proposent :

- Le contrôle de la translation $\mathbf{s}_t = {}^m \mathbf{t}_{m^*}$ entre la position courante (m) et la

position désirée (m^*) de l'objet en mouvement.

- Le contrôle direct de la rotation sous plusieurs formes $\mathbf{s}_w = \underline{\mathbf{u}}\theta$ [Mal98] ou $\mathbf{s}_w = \underline{\mathbf{u}}\sin(\theta)$ [SLE91, MG99], où $\underline{\mathbf{u}}$ et θ sont respectivement l'axe et l'angle de la rotation ${}^m\mathcal{R}_{m^*}$ entre \mathcal{F}_m et \mathcal{F}_{m^*} .

Le principal avantage est que cette méthode permet l'exécution d'une tâche robotique classique et simple dans l'espace cartésien. De ce fait, on peut considérer, par exemple, une fonction de tâche de la forme :

$$\begin{cases} \mathbf{e} = \mathbf{C}(\mathbf{s}(\mathbf{X},t) - \mathbf{s}^{*}(t)) = \mathbf{C} \ \mathbf{s}(\mathbf{X},t) \\ \mathbf{s}(\mathbf{X},t) = \begin{pmatrix} \mathbf{s}_{t} \\ \mathbf{s}_{w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^{m}\mathbf{t}_{m^{*}} \\ \underline{\mathbf{u}}\theta \end{pmatrix} \\ \mathbf{s}^{*}(t) = \mathbf{0}_{6\times 1} \end{cases}$$
(2.6)

Sachant que [Mal98, MCB99, TMCG02]:

$$\begin{cases} {}^{m}\mathbf{V}_{m^{*}/m} = -{}^{m}\mathbf{V}_{m/m^{*}} \\ \frac{d(\underline{\mathbf{u}}\theta)}{dt} = \mathbf{L}_{w}{}^{m}\boldsymbol{\Omega}_{m^{*}} = \mathbf{L}_{w}{}^{m}\boldsymbol{\Omega}_{m^{*}/m} = -\mathbf{L}_{w}{}^{m}\boldsymbol{\Omega}_{m/m^{*}} = -\mathbf{L}_{w}{}^{m}\boldsymbol{\Omega}_{m} \end{cases}$$
(2.7)

avec

$$\mathbf{L}_{w} = \mathbf{I}_{3} - \frac{\theta}{2} [\underline{\mathbf{u}}]_{\times} + \left(1 - \frac{\operatorname{sinc}(\theta)}{\operatorname{sinc}^{2}(\frac{\theta}{2})}\right) [\underline{\mathbf{u}}]_{\times}^{2}$$
(2.8)

La dérivée temporelle du signal \mathbf{s} donne :

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{L}_{\mathbf{s}}^{m} \boldsymbol{\tau}_{m} \tag{2.9}$$

faisant apparaître le torseur de vitesse du repère mobile ${}^{m}\tau_{m}$ et la matrice d'interaction \mathbf{L}_{s} :

$$\mathbf{L}_{\mathbf{s}} = \begin{pmatrix} -\mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & -\mathbf{L}_w \end{pmatrix}$$
(2.10)

La forme particulière de la matrice d'interaction $\mathbf{L}_{\mathbf{s}}$ permet de déduire deux propriétés intéressantes :

- A la position désirée $\mathbf{L}_w = \mathbf{L}_w^* = \mathbf{I}_3$.
- La matrice $\mathbf{L}_{\mathbf{s}}^{-1}$ est bien analytique [MCB99]:

$$\mathbf{L}_{\mathbf{s}}^{-1} = \begin{pmatrix} -\mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3\\ \mathbf{0}_3 & -\mathbf{L}_w^{-1} \end{pmatrix}$$
(2.11)

avec

$$\mathbf{L}_{w}^{-1} = \mathbf{I}_{3} + \frac{\theta}{2} \operatorname{sinc}^{2}(\frac{\theta}{2})[\underline{\mathbf{u}}]_{\times} + (1 - \operatorname{sinc}(\theta))[\underline{\mathbf{u}}]_{\times}^{2}$$
(2.12)

2.1.3 Commande par retour d'état

Propriété 1:

L'asservissement visuel 3D pose d'un robot parallèle est une commande par retour d'état non linéaire.

<u>Preuve</u>:

Г

La tâche robotique considérée est une tâche de positionnement du repère absolu \mathcal{R}_{m^*} par rapport à un repère mobile \mathcal{R}_m . Dans la commande référencée vision, la fonction de tâche **e** doit converger vers **0**.

En notant le vecteur d'état du robot parallèle par $\mathbf{x} = \mathbf{s}$, la sortie de la loi de commande par $\mathbf{y} = \mathbf{s}$ et le vecteur de commande (l'entrée du système) par $\mathbf{u}_{\mathbf{c}} = {}^{m}\boldsymbol{\tau}_{m}$, on peut formuler l'asservissement visuel 3D pose (figure 2.3) comme étant une commande par retour d'état non linéaire (figure 2.4) dont les équations d'état et de sortie sont les suivantes :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}_{\mathbf{c}} \tag{2.13}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}_{\mathbf{c}} \tag{2.14}$$

où $\mathbf{A} = \mathbf{0}_6$, $\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \mathbf{L}_{\mathbf{s}}$, $\mathbf{C} = \mathbf{I}_6$ et $\mathbf{D} = \mathbf{0}_6$.



FIG. 2.3 – Commande 3D pose d'un robot parallèle



FIG. 2.4 – Commande par retour d'état

Notons que cette representation dans l'espace d'état est non linéaire, étant donné que $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{x})$ dépend de l'état \mathbf{x} .

2.1.4 Loi de commande

La commande de systèmes non-linéaires peut se faire, essentiellement, selon deux méthodes : linéarisation exacte et linéarisation tangente.

Linéarisation exacte : Dans le cas d'une commande par retour d'état non linéaire par linéarisation exacte, on choisit une pseudo-commande linéaire **v** définie par :

$$\mathbf{u}_{\mathbf{c}} = \widehat{\mathbf{B}}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{v} \tag{2.15}$$

La commande $\mathbf{u_c}$ non linéaire nécessite donc une estimation de la matrice d'interaction $\mathbf{B}.$

En utilisant la loi de commande (2.15), la première équation de la représentation d'état (2.13) devient :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{B}(\mathbf{x})\widehat{\mathbf{B}}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{v} \tag{2.16}$$

si $\widehat{\mathbf{B}}^{-1}(\mathbf{x})$ est suffisamment proche de $\mathbf{B}^{-1}(\mathbf{x})$, le système devient linéaire avec la commande \mathbf{v} . En particulier, si le produit $\mathbf{B}(\mathbf{x})\widehat{\mathbf{B}}^{-1}(\mathbf{x})$ est défini et positif, il suffit d'imposer un retour d'état linéaire $\mathbf{v} = -\mathbf{k}_c \mathbf{x}$, où $\mathbf{k}_c = \lambda \mathbf{I}, \lambda > 0$, pour assurer la stabilité de \mathbf{x} .

En effet, la commande $\mathbf{u}_{\mathbf{c}}$ devient :

$$\mathbf{u}_{\mathbf{c}} = -\lambda \widehat{\mathbf{B}}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{x} \tag{2.17}$$

Ce qui permet d'écrire l'équation (2.16) sous la forme :

$$\dot{\mathbf{x}} = -\lambda \mathbf{B}(\mathbf{x})\widehat{\mathbf{B}}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{x}$$
(2.18)

La système est donc stable si et seulement si le produit $\mathbf{B}(\mathbf{x})\widehat{\mathbf{B}}^{-1}(\mathbf{x})$ est défini et positif.

Linéarisation tangente : Dans le cas d'une commande par retour d'état non linéaire par linéarisation tangente, la matrice $\widehat{\mathbf{B}}^{-1}(\mathbf{x})$ est choisie comme $\widehat{\mathbf{B}}^{-1}(0)$. La commande aura donc la forme suivante :

$$\mathbf{u_c} = \widehat{\mathbf{B}}^{-1}(0)\mathbf{v} \tag{2.19}$$

où $\mathbf{v} = -\mathbf{k}_c \mathbf{x}$.

Dans le cas présent, la matrice d'interaction $\mathbf{B}(0) = \mathbf{L}_{\mathbf{s}|_{\mathbf{s}=\mathbf{0}}}$ a une forme simplifiée :

$$\mathbf{B}(0) = \begin{pmatrix} -\mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & -\mathbf{I}_3 \end{pmatrix}$$
(2.20)

D'où, $\mathbf{u}_{\mathbf{c}} = \mathbf{k}_c \mathbf{x}$ et si $\mathbf{k}_c = \lambda \mathbf{I}$ alors:

$$\mathbf{u_c} = \lambda \mathbf{x} \tag{2.21}$$

En utilisant la loi de commande (2.21), la première équation de la représentation d'état (2.13) devient :

$$\dot{\mathbf{x}} = \lambda \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{x} \tag{2.22}$$

Cette commande est donc stable si et seulement si $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ est définie et négative.

Propriétés de la matrice $\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \mathbf{L}_{\mathbf{s}}$:

En choisissant un signal $\mathbf{s} = \begin{pmatrix} {}^{m}\mathbf{t}_{m^{*}} \\ {}^{m}\underline{\mathbf{u}}_{m^{*}}\theta \end{pmatrix}$ nous avons rappelé, dans la partie 2.1.2, les propriétés de la matrice $\mathbf{L}_{\mathbf{s}}$ dont : $\circ \ \widehat{\mathbf{L}_{w}}^{m}\underline{\mathbf{u}}_{m^{*}} = -{}^{m}\underline{\mathbf{u}}_{m^{*}}$ $\circ \ \widehat{\mathbf{L}_{w}}^{-1}{}^{m}\underline{\mathbf{u}}_{m^{*}} = -{}^{m}\underline{\mathbf{u}}_{m^{*}}$

Remarques:

- Dans le cas où la matrice d'interaction $\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \mathbf{L}_{\mathbf{s}}$ est calculée numériquement à partir de l'expression analytique (2.10) et où le signal $\mathbf{s} = \mathbf{x} = \begin{pmatrix} {}^{m}\mathbf{t}_{m^{*}}\\ {}^{m}\underline{\mathbf{u}}_{m^{*}}\theta \end{pmatrix}$, on peut écrire, en utilisant la propriété énoncée ci-dessus :

$$\widehat{\mathbf{B}}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{x} = -\mathbf{x} \tag{2.23}$$

Par conséquent, la commande par retour d'état est linéaire :

$$\mathbf{u}_{\mathbf{c}} = -\lambda \widehat{\mathbf{B}}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{x} = \lambda \mathbf{x}$$
(2.24)

On peut déduire aussi que la pseudo-commande par linéarisation exacte est équivalente à la pseudo-commande par linéarisation tangente.

NB : Cette propriété n'est valable que pour le choix $\underline{\mathbf{u}}\theta$ de la représentation de l'erreur d'orientation.

- En revanche, dans le cas général où le signal **s** prend une autre forme, la commande par retour d'état est non linéaire et on a :

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{\mathbf{c}} = -\lambda \widehat{\mathbf{B}}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{x} \\ {}^{m}\boldsymbol{\tau}_{m} = -\lambda \widehat{\mathbf{L}_{\mathbf{s}}}^{-1}\mathbf{s} \end{cases}$$
(2.25)

qui ne permet pas la simplification exhibée en (2.24).

2.1.5 Une Commande 3D pose sans les capteurs proprioceptifs

Propriété 3:

L'asservissement visuel 3D pose d'un robot parallèle est indépendant des variables articulaires.

Preuve:

Г

La figure 2.3 présente le schéma de l'asservissement visuel 3D pose dont la loi de commande (2.25) s'écrit sous la forme générale:

$${}^{m}\boldsymbol{\tau}_{m} = -\lambda \widehat{\mathbf{L}_{\mathbf{s}}}^{-1} \mathbf{s}$$
(2.26)

Nous pouvons noter qu'uniquement les informations issues du capteur de vision sont utilisées pour définir la relation entre le signal s et le torseur cinématique ${}^{m}\tau_{m}$.

De même, rappelons que le modèle cinématique inverse est sous la forme suivante :

$$\dot{\mathbf{q}} = {}^{m} \widehat{\mathbf{D}}_{m}^{inv} (\mathbf{X}, \xi_{\mathbf{geom}})^{m} \boldsymbol{\tau}_{m}$$
(2.27)

Ce modèle dépend de la pose mesurée par vision et de certains paramètres géométriques. Ces derniers peuvent, dans certains cas, dépendre des variables articulaires. Dans la partie 2.2, nous montrerons qu'une méthode d'identification sera utilisée pour estimer les paramètres géométriques et éviter le passage par les variables articulaires.

Le schéma de la commande 3D pose d'un robot parallèle (figure 2.3) est donc composé de deux parties essentielles :

- La loi de commande exprimée par la relation (2.25) (qui dépend uniquement du signal capteur).
- Le modèle cinématique inverse qui dépend de la pose de l'organe terminal mesurée par vision et des paramètres géométriques.

┛

2.2 Validation expérimentale sur la plate-forme de Gough-Stewart

La technique d'asservissement visuel 3D a été testée, en premier lieu, sur la plateforme pédagogique de Gough-Stewart (Deltalab) (figure 2.6). Le système d'exploitation utilisé est un Linux-RTAI. Le capteur de vision est une caméra numérique

42 2.2 Validation expérimentale sur la plate-forme de Gough-Stewart

IEEE Marlin de résolution 1024 x 780 pixels et de distance focale 4.8 mm. Nous avons étalonné le capteur en utilisant la librairie ToolboxCalib développée sous Matlab [BR97]. Les paramètres obtenus sont: $u_0 = 509$, $v_0 = 382$, $\alpha_{uv} = 0$ et $\alpha_u = \alpha_v = 731$ pixels. Les distorsions sont précompensées, pour le calcul de pose. La mire, composée de 9 amers sous forme de disques blancs sur un fond noir, est placée sur la face intérieure de la plate-forme mobile (figure 2.6). Ce choix d'emplacement de la mire est dû au fait que l'organe terminal (généralement la face extérieure de la plate-forme) est en liaison directe avec la machine outil. Donc, on ne peut pas se permettre, pour des raisons pratiques, de placer une mire sur la face extérieure. Nous avons utilisé la bibliothèque ViSP [MSC05], pour le calcul matriciel, la détection de points de la cible, le suivi et le calcul de pose.

Dans cette expérimentation, nous avons adopté le cas d'une caméra déportée, pour des raisons techniques. En étant fixe par rapport à la base, ce capteur de vision est placé de façon à ce que le champ de vision couvre l'espace de travail du robot. La loi de commande proposée est exprimée dans le repère lié à la mire.

Dans cette partie, nous présenterons la validation expérimentale de la commande 3D pose sur la plate-forme de Gough-Stewart. D'autres résultats de l'identification de certains paramètres géométriques seront aussi illustrés.

2.2.1 Architecture

La plate-forme de Gough-Stewart (figure 2.5) est un mécanisme possédant 6 jambes de longueurs variables $q_{it} = (q_i + q_{i0})$, où $i \in 1..6$ et q_{i0} est l'offset du capteur de translation. Elles sont liées à la base par des liaisons Rotules centrées en \mathbf{A}_{0i} et à l'organe terminal par des liaisons Rotules centrées en \mathbf{A}_{1i} . Le modèle géométrique inverse implicite d'une telle plate-forme est donné par :

$$\forall i \in 1..6, \quad (q_{it})^2 = \overrightarrow{\mathbf{A}_{0i}\mathbf{A}_{1i}}^T \overrightarrow{\mathbf{A}_{0i}\mathbf{A}_{1i}}$$
(2.28)

Ce modèle peut être exprimé dans n'importe quel repère euclidien de référence. Par conséquent, il peut être exprimé dans le repère de base \mathcal{R}_b , dans le repère lié à l'organe terminal \mathcal{R}_e , dans le repère caméra \mathcal{R}_c ou dans le repère mobile \mathcal{R}_m .

Dans cette partie, nous allons traiter le cas déporté en prenant une caméra fixe par rapport à la base (figure 2.6). On prendra le repère \mathcal{R}_m comme repère de référence. Considérons $\underline{\mathbf{u}}_i$ le vecteur directeur de la droite passant par \mathbf{A}_{0i} et \mathbf{A}_{1i} , orientée de \mathbf{A}_{0i} vers \mathbf{A}_{1i} (figure 2.7), on peut écrire la relation suivante :

$${}^{m}\mathbf{A}_{0i}\mathbf{A}_{1i} = (q_{it})^{m}\underline{\mathbf{u}}_{i}$$

$$(2.29)$$

2.2.2 Modèle cinématique inverse

En dérivant l'équation (2.28) exprimée dans le repère lié à la mire, on peut écrire :



FIG. 2.5 – Les paramètres géométriques de la Plate-forme de Gough-Stewart



FIG. 2.6 – Observation d'une mire placée sur l'organe terminal d'une plate-forme de Gough-Stewart

$$\dot{q_{it}}q_{it} = \frac{d({}^{m}\overrightarrow{\mathbf{A}_{0i}\mathbf{A}_{1i}})}{dt}{}^{m}\overrightarrow{\mathbf{A}_{0i}\mathbf{A}_{1i}}$$
(2.30)

En utilisant (2.29), on peut déduire à partir de l'équation (2.30):

$$\dot{q_{it}} = \frac{d({}^{m}\overline{\mathbf{A}_{0i}}\overline{\mathbf{A}_{1i}})}{dt}{}^{m}\underline{\mathbf{u}}_{i} = \frac{d({}^{m}\mathbf{A}_{1i} - {}^{m}\mathbf{A}_{0i})^{T}}{dt}{}^{m}\underline{\mathbf{u}}_{i}$$
(2.31)



FIG. 2.7 – Paramètres d'une jambe de la Plate-forme de Gough-Stewart

Sachant que le point \mathbf{A}_{1i} est fixe dans le repère \mathcal{R}_m , on peut écrire :

$$\begin{cases} \dot{q_{it}} = -\frac{d({}^{m}\mathbf{A}_{0i})^{T}}{dt}^{m}\underline{\mathbf{u}}_{i} = -\frac{d({}^{m}\mathbf{R}_{f}{}^{f}\mathbf{A}_{0i}+{}^{m}\mathbf{t}_{f})^{T}}{dt}^{m}\underline{\mathbf{u}}_{i} \\ \dot{q_{it}} = -({}^{m}\mathbf{V}_{f} - [{}^{m}\mathbf{R}_{f}{}^{f}\mathbf{A}_{0i}]_{\times}{}^{m}\mathbf{\Omega}_{f})^{Tm}\underline{\mathbf{u}}_{i} \end{cases}$$
(2.32)

Ce qui donne:

$$\dot{q}_{it} = -^{m} \underline{\mathbf{u}}_{i}^{T} \left(\mathbf{I}_{3} - [^{m} \mathbf{R}_{f}{}^{f} \mathbf{A}_{0i}]_{\times} \right)^{m} \boldsymbol{\tau}_{f}$$

$$(2.33)$$

Le changement du point d'application du torseur [KD99] donne :

$${}^{m}\boldsymbol{\tau}_{f} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{3} & -[{}^{m}\mathbf{t}_{f}]_{\times} \\ \mathbf{0}_{3} & \mathbf{I}_{3} \end{pmatrix} {}^{m}\boldsymbol{\tau}_{m}$$
(2.34)

L'équation (2.33) devient :

$$\begin{cases} \dot{q}_{it} = -^{m} \underline{\mathbf{u}}_{i}^{T} \left(\mathbf{I}_{3} - [^{m} \mathbf{A}_{0i}]_{\times} \right)^{m} \boldsymbol{\tau}_{m} \\ \dot{q}_{it} = - \left({}^{m} \underline{\mathbf{u}}_{i}^{T} \left({}^{m} \mathbf{A}_{0i} \times {}^{m} \underline{\mathbf{u}}_{i} \right)^{T} \right)^{m} \boldsymbol{\tau}_{m} \end{cases}$$

$$(2.35)$$

Enfin, le modèle cinématique inverse complet est sous la forme suivante :

$$\dot{\mathbf{q}} = {}^{m} \mathbf{D}_{m}^{inv \ m} \boldsymbol{\tau}_{m} = - \begin{pmatrix} {}^{m} \underline{\mathbf{u}}_{1}^{T} & ({}^{m} \mathbf{A}_{01} \times {}^{m} \underline{\mathbf{u}}_{1})^{T} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ m \underline{\mathbf{u}}_{6}^{T} & ({}^{m} \mathbf{A}_{06} \times {}^{m} \underline{\mathbf{u}}_{6})^{T} \end{pmatrix} {}^{m} \boldsymbol{\tau}_{m}$$
(2.36)

Sachant que :

$${}^{m}\mathbf{A}_{1i} = {}^{m}\mathbf{A}_{0i} + q_{it}{}^{m}\underline{\mathbf{u}}_{i} \tag{2.37}$$

L'équation (2.36) devient :

$$\dot{\mathbf{q}} = {}^{m} \mathbf{D}_{m}^{inv \ m} \boldsymbol{\tau}_{m} = - \begin{pmatrix} {}^{m} \underline{\mathbf{u}}_{1}^{T} & ({}^{m} \mathbf{A}_{11} \times {}^{m} \underline{\mathbf{u}}_{1})^{T} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ m \underline{\mathbf{u}}_{6}^{T} & ({}^{m} \mathbf{A}_{16} \times {}^{m} \underline{\mathbf{u}}_{6})^{T} \end{pmatrix} {}^{m} \boldsymbol{\tau}_{m}$$
(2.38)

En somme, nous pouvons constater deux méthodes pour le calcul des termes du modèle cinématique inverse (2.38) et donc deux types de commande :

Commande avec les capteurs proprioceptifs:

La direction ${}^{m}\underline{\mathbf{u}}_{i}$ peut s'écrire :

$${}^{m}\underline{\mathbf{u}}_{i} = \frac{{}^{m}\overline{\mathbf{A}_{0i}\mathbf{A}_{1i}}}{q_{it}} = \frac{{}^{m}\mathbf{A}_{1i} - {}^{m}\mathbf{A}_{0i}}{q_{it}} = \frac{{}^{m}\mathbf{A}_{1i} - ({}^{m}\mathbf{R}_{f}{}^{f}\mathbf{A}_{0i} + {}^{m}\mathbf{t}_{f})}{q_{it}}$$
(2.39)

D'où, l'équation (2.38) devient :

$$\dot{\mathbf{q}} = {}^{m} \mathbf{D}_{m}^{inv\ m} \boldsymbol{\tau}_{m} = - \begin{pmatrix} (\frac{{}^{m}\mathbf{A}_{11} - ({}^{m}\mathbf{R}_{f}{}^{f}\mathbf{A}_{01} + {}^{m}\mathbf{t}_{f})}{{}^{q_{1t}}})^{T} \ ({}^{m}\mathbf{A}_{11} \times \frac{{}^{m}\mathbf{A}_{11} - ({}^{m}\mathbf{R}_{f}{}^{f}\mathbf{A}_{01} + {}^{m}\mathbf{t}_{f})}{{}^{q_{1t}}})^{T} \\ \vdots \\ (\frac{{}^{m}\mathbf{A}_{16} - ({}^{m}\mathbf{R}_{f}{}^{f}\mathbf{A}_{06} + {}^{m}\mathbf{t}_{f})}{{}^{q_{6t}}})^{T} \ ({}^{m}\mathbf{A}_{16} \times \frac{{}^{m}\mathbf{A}_{16} - ({}^{m}\mathbf{R}_{f}{}^{f}\mathbf{A}_{06} + {}^{m}\mathbf{t}_{f})}{{}^{q_{6t}}})^{T} \end{pmatrix} {}^{m}\boldsymbol{\tau}_{m}$$

$$(2.40)$$

Ce dernier modèle dépend ainsi de la pose de l'organe terminal, de la position des points ${}^{m}\mathbf{A}_{1i}$ et ${}^{f}\mathbf{A}_{0i}$ et des positions articulaires q_{it} .

Les points ${}^{m}\mathbf{A}_{1i}$ et ${}^{f}\mathbf{A}_{0i}$ sont déterminés en utilisant la méthode d'identification que nous présenterons par la suite (la partie 2.2.3.1).

Commande sans les capteurs proprioceptifs:

La direction ${}^{m}\underline{\mathbf{u}}_{i}$ peut s'écrire sous la forme :

$${}^{m}\underline{\mathbf{u}}_{i} = \frac{{}^{m}\overline{\mathbf{A}_{0i}\mathbf{A}_{1i}}}{\| {}^{m}\overline{\mathbf{A}_{0i}\mathbf{A}_{1i}} \|} = \frac{{}^{m}\mathbf{A}_{1i} - {}^{m}\mathbf{A}_{0i}}{\| {}^{m}\overline{\mathbf{A}_{0i}\mathbf{A}_{1i}} \|}$$
(2.41)

Sachant que ${}^{m}\mathbf{A}_{0i} = ({}^{m}\mathbf{R}_{f}{}^{f}\mathbf{A}_{0i} + {}^{m}\mathbf{t}_{f})$, on peut écrire:

$${}^{m}\underline{\mathbf{u}}_{i} = \frac{{}^{m}\overline{\mathbf{A}_{0i}\mathbf{A}_{1i}}}{\|\;^{m}\overline{\mathbf{A}_{0i}\mathbf{A}_{1i}}\;\|} = \frac{{}^{m}\mathbf{A}_{1i} - ({}^{m}\mathbf{R}_{f}{}^{f}\mathbf{A}_{0i} + {}^{m}\mathbf{t}_{f})}{\|\;^{m}\mathbf{A}_{1i} - ({}^{m}\mathbf{R}_{f}{}^{f}\mathbf{A}_{0i} + {}^{m}\mathbf{t}_{f})\;\|}$$
(2.42)

En insérant (2.42) dans (2.38), on obtient:

$$\dot{\mathbf{q}} = {}^{m} \mathbf{D}_{m}^{inv \ m} \boldsymbol{\tau}_{m} = - \begin{pmatrix} (\frac{m_{\mathbf{A}_{11}-(m_{\mathbf{R}_{f}}f_{\mathbf{A}_{01}+m_{\mathbf{t}_{f}}})}{\|m_{\mathbf{A}_{11}-(m_{\mathbf{R}_{f}}f_{\mathbf{A}_{01}+m_{\mathbf{t}_{f}}})\|})^{T} \ ({}^{m}\mathbf{A}_{11} \times \frac{m_{\mathbf{A}_{11}-(m_{\mathbf{R}_{f}}f_{\mathbf{A}_{01}+m_{\mathbf{t}_{f}}})}{\|m_{\mathbf{A}_{11}-(m_{\mathbf{R}_{f}}f_{\mathbf{A}_{01}+m_{\mathbf{t}_{f}}})\|})^{T}} \\ \vdots \\ (\frac{m_{\mathbf{A}_{16}-(m_{\mathbf{R}_{f}}f_{\mathbf{A}_{06}+m_{\mathbf{t}_{f}}})}{\|m_{\mathbf{A}_{16}-(m_{\mathbf{R}_{f}}f_{\mathbf{A}_{06}+m_{\mathbf{t}_{f}}})\|})^{T} \ ({}^{m}\mathbf{A}_{16} \times \frac{m_{\mathbf{A}_{16}-(m_{\mathbf{R}_{f}}f_{\mathbf{A}_{06}+m_{\mathbf{t}_{f}}})}{\|m_{\mathbf{A}_{16}-(m_{\mathbf{R}_{f}}f_{\mathbf{A}_{06}+m_{\mathbf{t}_{f}}})\|})^{T}} \end{pmatrix}^{m} \boldsymbol{\tau}_{m}$$

$$(2.43)$$

Ce dernier modèle est bien défini en connaissant la pose de l'organe terminal et la position des points ${}^{m}\mathbf{A}_{1i}$ et ${}^{f}\mathbf{A}_{0i}$.

Nous présenterons, par la suite, un critère basée sur les mesures articulaires et la pose de l'organe terminal pour identifier les coordonnées des points ${}^{m}\mathbf{A}_{1i}$ et ${}^{f}\mathbf{A}_{0i}$ hors ligne.

2.2.3 Résultats expérimentaux : identification des paramètres nécessaires pour la commande et asservissement visuel 3D

2.2.3.1 Identification

En connaissant la pose de la cible (la mire) par rapport à la caméra (voir la partie 2.1.1), il reste à estimer les paramètres ${}^{m}\mathbf{A}_{1i}$ et ${}^{f}\mathbf{A}_{0i}$. Pour cela, en utilisant l'équation (2.28), on définit le critère suivant :

$$min(\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\mathbf{N}}((q_{it}^{k})^{2} - \parallel {}^{f}\mathbf{R}_{m}^{k \ m}\mathbf{A}_{1i} + {}^{f}\mathbf{t}_{m}^{k} - {}^{f}\mathbf{A}_{0i} \parallel)^{2})$$
(2.44)

où N est le nombre de configurations du robot.

En se basant sur l'algorithme de Levenberg-Marquardt [Lev44, Mar63], la minimisation de ce critère permet d'estimer les points ${}^{f}\mathbf{A}_{0i} = {}^{c}\mathbf{A}_{0i}$ et ${}^{m}\mathbf{A}_{1i} = {}^{p}\mathbf{A}_{1i}$ (cas d'une caméra déportée) pour chaque jambe *i* (figures 2.8 et 2.9). Cette méthode d'identification ne tient compte ni de la géométrie de la base ni de la géométrie de la nacelle.

Les figures 2.8 et 2.9 montrent la projection des points ${}^{c}\mathbf{A}_{0i}$ et ${}^{m}\mathbf{A}_{1i}$.



FIG. 2.8 – Estimation géométrique (trait continu) et modèle CAO (trait discontinu) des points ^c \mathbf{A}_{0i} en mètre : Vue latérale (à gauche) et vue de dessus (à droite)

2.2.3.2 Asservissement visuel 3D

Dans cette partie, nous présentons les résultats de la commande 3D pose de la plate-forme de Gough-Stewart. Pour évaluer cette approche, des points essentiels seront détaillés :

 La comparaison entre les deux commandes 3D pose avec et sans capteurs proprioceptifs.



FIG. 2.9 – Estimation géométrique (trait continu) et modèle CAO (trait discontinu) des points ${}^{m}\mathbf{A}_{1i}$ en mètre : Vue latérale (à gauche) et vue de dessus (à droite)

- La compensation des frottements au niveau des articulations Prismatiques et le choix du gain.
- Le comportement de la commande en choisissant des petits et des grands déplacements par rapport à une même configuration désirée.
- L'effet des erreurs d'estimation des paramètres géométriques sur la commande.

Nous traçons donc les erreurs de translation, les erreurs d'orientation, les erreurs sur les variables articulaires, les vitesses articulaires et les vitesses cartésiennes. Nous présenterons aussi la trajectoire 3D de l'organe terminal et un ordre de grandeur de l'erreur de translation et d'orientation.

Commandes 3D pose avec et sans capteurs proprioceptifs:

L'identification des paramètres géométriques intervenant dans les modèles permet de compenser les erreurs de conception et de s'approcher de l'architecture réelle du robot. Dans le cas de la plate-forme de Gough-Stewart, nous signalons des problèmes liés aux frottements dans les articulations Prismatiques et aux capteurs proprioceptifs non précis. Nous avons montré, ci-dessus, que deux commandes 3D pose sont possibles (l'utilisation ou non des mesures articulaires). Nous présentons donc des différents essais de la commande 3D pose en utilisant des variables articulaires (figure 2.10, figure 2.11, figure 2.12 et figure 2.13) et de la commande 3D pose sans l'utilisation des capteurs proprioceptifs (figure 2.14, figure 2.15, figure 2.16 et figure 2.17). En choisissant un gain $\lambda = 3$, les deux commandes présentent un bon comportement des erreurs et des vitesses, avec un léger avantage de la commande 3D pose sans les capteurs proprioceptifs par rapport à celle avec les capteurs.

Les résultats obtenus confirment la validité de l'approche proposée et montrent un découplage partiel entre les vitesses de translation et de rotation.

Les tableaux 2.1, 2.2, 2.3 et 2.4 donnent un ordre de grandeur sur les erreurs de translation et d'orientation et présentent la trajectoire 3D de l'organe terminal pour chaque essai. Les trajectoires sont presque linéaires dans le repère caméra, ce qui confirme les propriétés de l'asservissement visuel 3D pose.

Par exemple, dans le cas d'une translation pure de l'organe terminal (figures 2.11 et 2.15), le robot réalise un déplacement le long de l'axe ${}^{b}\mathbf{\underline{z}}_{b} \simeq {}^{c}\mathbf{\underline{z}}_{c}$. Les erreurs de translation \mathbf{t}_{x} et \mathbf{t}_{y} sont faibles. L'erreur d'orientation est initialement $\theta = 1.36$ degrés et à la convergence $\theta = 0.3$ degrés. Les trajectoires 3D de l'organe terminal (tableau 2.2), en utilisant les deux commandes, montrent une variation linéaire selon l'axe ${}^{c}\mathbf{\underline{z}}_{c}$, ce qui confirme le mouvement effectué et les propriétés de la commande 3D pose.



FIG. 2.10 – Asservissement visuel 3D en utilisant les capteurs proprioceptifs, de la plate-forme de Gough (Essai 1, en choisissant un gain $\lambda = 3$)



50 2.2 Validation expérimentale sur la plate-forme de Gough-Stewart

FIG. 2.11 – Asservissement visuel 3D en utilisant les capteurs proprioceptifs, de la plate-forme de Gough (Essai 2, en choisissant un gain $\lambda = 3$)

-0.05

20 30 40 Itératio

-0.01

30 40 Itératio 50

60



FIG. 2.12 – Asservissement visuel 3D en utilisant les capteurs proprioceptifs, de la plate-forme de Gough (Essai 3, en choisissant un gain $\lambda = 3$)



522.2 Validation expérimentale sur la plate-forme de Gough-Stewart

FIG. 2.13 – Asservissement visuel 3D en utilisant les capteurs proprioceptifs, de la plate-forme de Gough (Essai 4, en choisissant un gain $\lambda = 3$)

-0.0

-0.02

-0.03

-0.04 -0.0

30

-0.05 Vitesses

-0.

-0.1

-0.

-0.2

30



FIG. 2.14 – Asservissement visuel 3D sans les capteurs proprioceptifs, de la plateforme de Gough (Essai 1, en choisissant un gain $\lambda = 3$)



54 2.2 Validation expérimentale sur la plate-forme de Gough-Stewart

FIG. 2.15 – Asservissement visuel 3D sans les capteurs proprioceptifs, de la plateforme de Gough (Essai 2, en choisissant un gain $\lambda = 3$)



FIG. 2.16 – Asservissement visuel 3D sans les capteurs proprioceptifs, de la plateforme de Gough (Essai 3, en choisissant un gain $\lambda = 3$)



FIG. 2.17 – Asservissement visuel 3D sans les capteurs proprioceptifs, de la plateforme de Gough (Essai 4, en choisissant un gain $\lambda = 3$)



Trajectoire 3D de l'organe terminal dans le repère caméra (en mètre)

Essai avec capteurs	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	94.16	17.87
Erreurs finales	1.9	0.61
Essai sans capteurs	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Essai sans capteurs Erreurs initiales	Erreurs de translation(mm) 94.16	Erreurs d'orientation(degrés) 17.87

TAB. 2.1 – Erreurs de translation et d'orientation (Essai 1, en choisissant un gain $\lambda = 3$)



Trajectoire 3D de l'organe terminal dans le repère caméra (en mètre)

Essai avec capteurs	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	111.67	1.36
Erreurs finales	1.25	0.35
Essai sans capteurs	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Essai sans capteurs Erreurs initiales	Erreurs de translation(mm) 111.67	Erreurs d'orientation(degrés) 1.36

TAB. 2.2 – Erreurs de translation et d'orientation (Essai 2, en choisissant un gain $\lambda = 3$)



Trajectoire 3D de l'organe terminal dans le repère caméra (en mètre)

Essai avec capteurs	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	113.02	23.94
Erreurs finales	1.2	0.33
Essai sans capteurs	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Essai sans capteurs Erreurs initiales	Erreurs de translation(mm) 113.02	Erreurs d'orientation(degrés) 23.94

TAB. 2.3 – Erreurs de translation et d'orientation (Essai 3, en choisissant un gain $\lambda = 3$)



Trajectoire 3D de l'organe terminal dans le repère caméra (en mètre)

Essai avec capteurs	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	69.37	17.27
Erreurs finales	1.7	0.46
Essai sans capteurs	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Essai sans capteurs Erreurs initiales	Erreurs de translation(mm) 69.37	Erreurs d'orientation(degrés) 17.27

TAB. 2.4 – Erreurs de translation et d'orientation (Essai 4, en choisissant un gain $\lambda = 3$)

Compensation des frottements et choix du gain:

Dans cette partie nous utilisons uniquement la commande 3D pose sans les capteurs proprioceptifs. Les deux essais (figures 2.18 et 2.22) sont réalisés avec un gain faible (vis à vis de la dynamique du robot) $\lambda = 1$. Nous constatons que les courbes d'erreurs et de vitesses présentent un comportement exponentiel. En revanche, le robot ne converge pas totalement vers sa position désirée. En effet, les erreurs de translation et d'orientation, à la fin de la tâche, sont de l'ordre de:

- 7.8 mm en translation et 2.35 degrés en rotation (tableau 2.5).
- 5.2 mm en translation et 1.41 degrés en rotation (tableau 2.6).

De plus, les trajectoires 3 D de l'organe terminal dans le repère caméra (tableau 2.5 et tableau 2.6) montrent que la position finale ne coïncide pas avec la position désirée malgré un bon comportement du robot le long du trajet.

Nous constatons donc que lorsque les vitesses sont faibles, les moteurs au niveau des articulations Prismatiques n'arrivent pas à faire bouger la plate-forme mobile. Ceci est dû d'une part aux frottements au niveau des liaisons Glissières et d'autre part à la commande cinématique qui ne tient pas compte de la dynamique du robot. Une amélioration immédiate pour compenser ces effets étant d'augmenter le gain λ utilisé dans la commande.

Les résultats présentés dans les figures 2.19, 2.20 et 2.21 (essai 1) et les figures 2.23, 2.24 et 2.25 (essai 2) montrent que la tâche de positionnement est bien réalisée. La convergence n'est pas parfaitement exponentielle du fait qu'un fort gain adaptatif est mis en place, mais on peut constater une amélioration de la précision, par exemple dans le cas du premier essai, qui est de l'ordre de (tableau 2.5):

- 1.4 mm en translation et 0.45 degrés en rotation avec $\lambda = 3$.
- 0.6 mm en translation et 0.19 degrés en rotation avec $\lambda = 8$.
- 0.7 mm en translation et 0.23 degrés en rotation. Dans ce cas, nous avons choisi un gain λ adaptatif en fonction de l'erreur.

De même, les trajectoires 3D dans le repère caméra, (tableaux 2.5 et 2.6) montrent que, pour chaque essai, la position finale coïncide bien avec la position désirée. Néanmoins, pour des gains forts ($\lambda = 8$, par exemple), la trajectoire 3D n'est plus linéaire. Ceci est dû à une saturation du système.



60 2.2 Validation expérimentale sur la plate-forme de Gough-Stewart

FIG. 2.18 – Asservissement visuel 3D de la plate-forme de Gough (Essai 1, en choisissant un gain $\lambda = 1$)

q_*-q

q_*-q

80 Ité 10 120 Vitesses

-0.0

-0.0

-0.08

80 Itéi 100 120 140 160

Positons a

-0.0

-0.0

-0.08

dq1 . da2

dq3 dq4

dq5

da6



FIG. 2.19 – Asservissement visuel 3D de la plate-forme de Gough (Essai 1, en choisissant un gain $\lambda = 3$)





FIG. 2.20 – Asservissement visuel 3D de la plate-forme de Gough (Essai 1, en choisissant un gain $\lambda = 8$)



FIG. 2.21 – Asservissement visuel 3D de la plate-forme de Gough (Essai 1, en choisissant un gain adaptatif $\lambda = 0.8 + (8 - 0.8) \exp(-200 |\mathbf{e}|)$)



64 2.2 Validation expérimentale sur la plate-forme de Gough-Stewart

FIG. 2.22 – Asservissement visuel 3D de la plate-forme de Gough (Essai 2, en choisissant un gain $\lambda = 1$)



FIG. 2.23 – Asservissement visuel 3D de la plate-forme de Gough (Essai 2, en choisissant un gain $\lambda = 3$)



FIG. 2.24 – Asservissement visuel 3D de la plate-forme de Gough (Essai 2, en choisissant un gain $\lambda = 8$)


FIG. 2.25 – Asservissement visuel 3D de la plate-forme de Gough (Essai 2, en choisissant un gain adaptatif $\lambda = 0.8 + (8 - 0.8) \exp(-200 | \mathbf{e} |)$)



Trajectoire 3D de l'organe terminal dans le repère caméra (en mètre) (essai 1)

Essai 1, $\lambda = 1$	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	94.16	17.87
Erreurs finales	7.8	2.35

Essai 1, $\lambda = 3$	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	94.16	17.87
Erreurs finales	1.4	0.45

Essai 1, $\lambda = 8$	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	94.16	17.87
Erreurs finales	0.6	0.19

Essai 1, λ adaptatif	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	94.16	17.87
Erreurs finales	0.7	0.23

TAB. 2.5 – Erreurs de translation et d'orientation, pour chaque valeur du gain λ (Essai 1)



Trajectoire 3D de l'organe terminal dans le repère caméra (en mètre) (essai 2)

Essai 1, $\lambda = 1$	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	113.02	23.94
Erreurs finales	5.2	1.41

Essai 1, $\lambda = 3$	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	113.02	23.94
Erreurs finales	1.4	0.23

Essai 1, $\lambda = 8$	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	113.02	23.94
Erreurs finales	1.2	0.2

Essai 1, λ adaptatif	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	113.02	23.94
Erreurs finales	1.26	0.3

TAB. 2.6 – Erreurs de translation et d'orientation, pour chaque valeur du gain λ (Essai 2)

Comportement de la commande vis-à-vis des petits déplacements :

En partant d'une configuration initiale proche de la configuration désirée, les essais en figures 2.26 et 2.27, présentent la tâche d'asservissement visuel 3D pour des petits déplacement. Nous pouvons constater un bon comportement de la commande. Les erreurs de translation et d'orientation varient exponentiellement. Un ordre de grandeur des erreurs est donné dans les tableaux 2.7 et 2.8.

Dans un autre essai, nous choisissons cette fois-ci un grand déplacement par rapport à la position désirée (figures 2.28 et 2.29). Nous constatons que la commande donne aussi de bons résultats (voir aussi les erreurs 3D dans les tableaux 2.7 et 2.8).

	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	51.33	11.12
Erreurs finales	3.04	0.31

	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	79.90	19.81
Erreurs finales	2.95	0.35

TAB. 2.7 – Erreurs de translation et d'orientation, avec $\lambda = 4$ (Essai 1: petits déplacements (en haut) et grands déplacements (en bas))

	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	33.22	9.28
Erreurs finales	2.89	0.75

	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	69.25	16.85
Erreurs finales	3.08	0.79

TAB. 2.8 – Erreurs de translation et d'orientation, avec $\lambda = 4$ (Essai 2: petits déplacements (en haut) et grands déplacements (en bas))



FIG. 2.26 – Asservissement visuel 3D de la plate-forme de Gough (Essai 1, en choisissant un gain $\lambda = 4$, cas des petits déplacements)



72 2.2 Validation expérimentale sur la plate-forme de Gough-Stewart

FIG. 2.27 – Asservissement visuel 3D de la plate-forme de Gough (Essai 2, en choisissant un gain $\lambda = 4$, cas des petits déplacements)



FIG. 2.28 – Asservissement visuel 3D de la plate-forme de Gough (Essai 1, en choisissant un gain $\lambda = 4$, cas des grands déplacements)



74 2.2 Validation expérimentale sur la plate-forme de Gough-Stewart

FIG. 2.29 – Asservissement visuel 3D de la plate-forme de Gough (Essai 2, en choisissant un gain $\lambda = 4$, cas des grands déplacements)

Effet des erreurs d'estimation des paramètres géométriques :

Afin de vérifier la robustesse de l'approche proposée vis-à-vis des éventuelles erreurs sur les paramètres 3D (les points ${}^{m}\mathbf{A}_{1i}$ et ${}^{f}\mathbf{A}_{0i}$) estimés et utilisés pour le calcul du modèle cinématique inverse, nous ajoutons des bruits aux coordonnées du point ${}^{f}\mathbf{A}_{0i}$ de l'ordre de :

- -1cm, 6cm et 20cm selon l'axe des $\underline{\mathbf{x}}$.
- $-1cm,\,6cm$ et 20cm selon l'axe des $\underline{\mathbf{z}}.$

Nous avons choisi le cas de la commande basée sur l'identification (pas de mesures articulaires) et un gain $\lambda = 3$. Nous avons effectué le même essai présenté en figure 2.14, en ajoutant à chaque fois les erreurs mentionnées ci-dessus aux coordonnées des points ${}^{f}\mathbf{A}_{0i}$. Les expérimentations qui en résultent regroupent :

- Les erreurs de translation, d'orientations et des positions articulaires et le comportement des vitesses en ajoutant du bruit aux coordonnées des points ${}^{f}\mathbf{A}_{0i}$ (figures 2.30, 2.31, 2.32, 2.33, 2.34 et 2.35).
- Les erreurs de translation et d'orientation et les trajectoires 3D de l'organe terminal correspondant à chaque essai (tableaux 2.9 et 2.10).

Nous constatons que:

- La commande 3D pose est robuste aux erreurs d'estimation des paramètres géométriques intervenants dans les modèles. En effet, malgré les erreurs remarquables, la convergence vers la position désirée est assurée.
- La commande est plus stable aux erreurs d'estimation le long de l'axe $\underline{\mathbf{z}}$ que dans le plan ($\underline{\mathbf{x}}, \mathbf{y}$) (tableaux 2.9 et 2.10).
- Pour une erreur, environ, inférieure à 6cm selon l'axe $\underline{\mathbf{x}}$, la trajectoire 3D est presque linéaire. Au delà de cette valeur l'allure devient parabolique. Ce comportement se retrouve essentiellement au niveau des courbes des vitesses de translation (voir les deux figures 2.14 et 2.32).
- Les erreurs d'estimation des paramètres géométriques ont une légere influence sur la convergence et sur la précision finale (tableaux 2.9 et 2.10).



Trajectoire 3D de l'organe terminal dans le repère caméra (en mètre)

Erreur = 1cm	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	94.16	17.87
Erreurs finales	1.88	0.612

Erreur = 6cm	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	94.16	17.87
Erreurs finales	1.9	0.65

Erreur = 20cm	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	94.16	17.87
Erreurs finales	2.5	0.89

TAB. 2.9 – Erreurs de translation et d'orientation, en ajoutant du bruit aux coordonnées des points ${}^{f}\mathbf{A}_{0i}$ selon l'axe $\underline{\mathbf{x}}$



Trajectoire 3D de l'organe terminal dans le repère caméra (en mètre)

Erreur = 1cm	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	94.16	17.87
Erreurs finales	2.02	0.52

Erreur = 6cm	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	94.16	17.87
Erreurs finales	1.9	0.58

Erreur = 20cm	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	94.16	17.87
Erreurs finales	2.7	0.88

TAB. 2.10 – Erreurs de translation et d'orientation, en ajoutant du bruit aux coordonnées des points ${}^{f}\mathbf{A}_{0i}$ selon l'axe $\underline{\mathbf{z}}$



78 2.2 Validation expérimentale sur la plate-forme de Gough-Stewart

FIG. 2.30 – Asservissement visuel 3D sans les capteurs proprioceptifs, de la plateforme de Gough (Essai 1, en choisissant un gain $\lambda = 3$ et une erreur de 1cm selon l'axe $\underline{\mathbf{x}}$ du point ${}^{f}\mathbf{A}_{0i}$)



FIG. 2.31 – Asservissement visuel 3D sans les capteurs proprioceptifs, de la plateforme de Gough (Essai 1, en choisissant un gain $\lambda = 3$ et une erreur de 6cm selon l'axe $\underline{\mathbf{x}}$ du point ${}^{f}\mathbf{A}_{0i}$)



FIG. 2.32 – Asservissement visuel 3D sans les capteurs proprioceptifs, de la plateforme de Gough (Essai 1, en choisissant un gain $\lambda = 3$ et une erreur de 20cm selon l'axe $\underline{\mathbf{x}}$ du point ${}^{f}\mathbf{A}_{0i}$)



FIG. 2.33 – Asservissement visuel 3D sans les capteurs proprioceptifs, de la plateforme de Gough (Essai 1, en choisissant un gain $\lambda = 3$ et une erreur de 1cm selon l'axe $\underline{\mathbf{z}}$ du point ${}^{f}\mathbf{A}_{0i}$)



82 2.2 Validation expérimentale sur la plate-forme de Gough-Stewart

FIG. 2.34 – Asservissement visuel 3D sans les capteurs proprioceptifs, de la plateforme de Gough (Essai 1, en choisissant un gain $\lambda = 3$ et une erreur de 6cm selon l'axe $\underline{\mathbf{z}}$ du point ${}^{f}\mathbf{A}_{0i}$)



FIG. 2.35 – Asservissement visuel 3D sans les capteurs proprioceptifs, de la plateforme de Gough (Essai 1, en choisissant un gain $\lambda = 3$ et une erreur de 20cm selon l'axe $\underline{\mathbf{z}}$ du point ${}^{f}\mathbf{A}_{0i}$)

2.3 Validation expérimentale sur le Par4

Une deuxième expérimentation a été réalisée sur le Par4 du LiRMM, commercialisé sous le nom de Quattro par Adept. Il s'agit d'un robot industriel connu par sa rapidité et son accélération qui peut atteindre $200m/s^2$ avec une charge de 2 kg. C'est le résultat d'une collaboration entre le LIRMM et de la fondation d'origine espagnole Fatronik.

Le dispositif expérimental ressemble à celui de l'expérimentation sur la plateforme de Gough-Stewart. Une mire embarquée sur l'effecteur est observée par une caméra fixée sur la base telle que $\underline{\mathbf{z}}_c = -\underline{\mathbf{z}}_b$ (figure 2.36). Un PC portable muni d'un connecteur IEEE et du système Linux ont été utilisés. Il a fallu aussi une liaison série pour communiquer avec le PC de commande du robot.



FIG. 2.36 – Observation d'une mire embarquée sur l'organe terminal du robot Par4, par une caméra perspective

2.3.1 Architecture

Le Par4 (figure 2.37) est constitué de quatres chaînes cinématiques identiques (figure 2.38). Chaque moteur, d'axe de rotation passant par \mathbf{A}_{0i} , actionne un bras *i* d'extrémités \mathbf{A}_{0i} et \mathbf{A}_{1i} . La variable articulaire au niveau de l'actionneur est notée q_{0i} . Elle tient compte du décalage des capteurs.

Chaque bras est connecté à un avant bras (parallélogramme) formé de deux éléments de longueur L et de direction $\underline{\mathbf{u}}_i$ (figure 2.39) équipés de liaisons Rotules centrées en \mathbf{A}_{1i}^1 , \mathbf{A}_{2i}^2 , \mathbf{A}_{2i}^2 .

Les avant-bras sont connectés à la nacelle (figure 2.40). Cette dernière [NCK⁺05] est composée de deux parties $[\mathbf{D}_{21}\mathbf{D}_{22}]$ et $[\mathbf{D}_{23}\mathbf{D}_{24}]$ liées par deux corps $[\mathbf{D}_{21}\mathbf{D}_{24}]$ et $[\mathbf{D}_{22}\mathbf{D}_{23}]$. Les différentes parties de la nacelle sont liées par des articulations Rotoïdes centrées en \mathbf{D}_{21} , \mathbf{D}_{22} , \mathbf{D}_{23} et \mathbf{D}_{24} .



FIG. 2.37 – Par4, (Fatronik, LIRMM)

La nacelle est équipée d'un système d'amplification (poulie-courroie) pour transformer la rotation relative $\theta = \pm \frac{\pi}{4}$ en une rotation proportionnelle ($\beta = -\kappa\theta$ et $\kappa = 3$) de l'organe terminal situé en **E**. Pour simplifier le calcul, nous prenons durant la commande, la position de l'organe terminal au niveau du point **D**₂₄ (figure 2.40).



FIG. 2.38 – Les paramètres géométriques du Par4

Notons aussi les caractéristiques géométriques suivantes du robot Par4:

- Le parallélogramme défini par les points \mathbf{A}_{1i}^1 , \mathbf{A}_{2i}^2 , \mathbf{A}_{2i}^1 et \mathbf{A}_{2i}^2 (figure 2.39) permet la translation de l'élément $[\mathbf{A}_{2i}^1\mathbf{A}_{2i}^2]$ selon un axe parallèle à l'axe de rotation du moteur *i*. De ce fait, il suffit de connaître le premier élément $[\mathbf{A}_{1i}^1\mathbf{A}_{2i}^1]$ pour déduire $[\mathbf{A}_{1i}^2\mathbf{A}_{2i}^2]$.
- $\circ \ ^{c}\overrightarrow{\mathbf{A}_{0i}\mathbf{O}} \text{ et } ^{c}\overrightarrow{\mathbf{A}_{1i}\mathbf{A}_{1i}^{1}} \text{ sont des constantes.}$

• Dans le repère lié à la base, on a :

$$- {}^{b}\underline{\mathbf{x}}_{p_{i}} = \begin{pmatrix} \cos(q_{0i})\cos(\alpha_{i})\\\cos(q_{0i})\sin(\alpha_{i})\\-\sin(q_{0i}) \end{pmatrix}, {}^{b}\underline{\mathbf{z}}_{p_{i}} = \begin{pmatrix} -\sin(\alpha_{i})\\\cos(\alpha_{i})\\0 \end{pmatrix} \text{ et } {}^{b}\underline{\mathbf{y}}_{p_{i}} = {}^{b}\underline{\mathbf{z}}_{p_{i}} \times {}^{b}\underline{\mathbf{x}}_{p_{i}}.$$
$$- \alpha_{i} = \alpha + (i-1)\frac{\pi}{2}, \text{ avec } \alpha \simeq \frac{\pi}{4}.$$



FIG. 2.39 – Les paramètres géométriques d'une jambe du Par4



FIG. 2.40 – Les paramètres géométriques de la nacelle du Par4

2.3.2 Modèle cinématique inverse

En choisissant \mathcal{R}_c comme repère de référence, l'expression du modèle géométrique implicite basée sur la fermeture des chaînes cinématiques (figure 2.39) donne :

$$L^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i} = {}^{c}\overline{\mathbf{A}_{1i}^{1}\mathbf{A}_{2i}^{1}} = {}^{c}\overline{\mathbf{A}_{0i}\mathbf{A}_{2i}^{1}} - {}^{c}\overline{\mathbf{A}_{0i}\mathbf{A}_{1i}^{1}}$$
(2.45)

Cette expression reste valable en utilisant le deuxième élément $[\mathbf{A}_{1i}^2 \mathbf{A}_{2i}^2]$ ou un élément fictif $[\mathbf{A}_{1i} \mathbf{A}_{2i}]$.

Après une dérivation temporelle, l'équation (2.45) donne :

$$L^{c} \underline{\dot{\mathbf{u}}}_{i} = \frac{d}{dt} (^{c} \overline{\mathbf{A}_{0i} \mathbf{A}_{2i}^{1}}) - \frac{d}{dt} (^{c} \overline{\mathbf{A}_{0i} \mathbf{A}_{1i}^{1}})$$
(2.46)

En tenant compte des caractéristiques géométriques de chaque chaîne cinématique (figure 2.39) et de la nacelle (figure 2.40), on peut écrire :

$$\begin{pmatrix}
c \overrightarrow{\mathbf{A}_{0i} \mathbf{A}_{1i}^{1}} = l^{c} \underline{\mathbf{x}}_{pi} + c \overrightarrow{\mathbf{A}_{1i} \mathbf{A}_{1i}^{1}} \\
c \overrightarrow{\mathbf{A}_{0i} \mathbf{A}_{2i}^{1}} = c \overrightarrow{\mathbf{A}_{0i} \mathbf{O}} + c \overrightarrow{\mathbf{OD}_{24}} + c \overrightarrow{\mathbf{D}_{24} \mathbf{A}_{2i}^{1}}$$
(2.47)

Nous introduisons le torseur ${}^{c}\mathcal{V}_{e} = \begin{pmatrix} {}^{c}V_{e} \\ \omega_{z} \end{pmatrix}$ comme une représentation réduite du torseur cinématique de l'organe terminal exprimé dans le repère \mathcal{R}_{c} .

En utilisant (2.47) et étant donné que ${}^{c}\overline{\mathbf{A}_{0i}\mathbf{O}}$ et ${}^{c}\overline{\mathbf{A}_{1i}\mathbf{A}_{1i}^{\dagger}}$ sont des constantes, l'équation (2.46) devient :

$$L^{c}\underline{\dot{\mathbf{u}}}_{i} = {}^{c}V_{e} + \frac{d}{dt} ({}^{c}\overline{\mathbf{D}}_{24}\mathbf{A}_{2i}^{1}) - l\frac{d}{dt} ({}^{c}\underline{\mathbf{x}}_{pi})$$
(2.48)

En tenant compte du fait que la forme de la nacelle (parallélogramme) introduit des translations relatives [NCK⁺05], on peut obtenir facilement :

$$\begin{pmatrix}
\frac{d}{dt}(^{c}\mathbf{\underline{x}}_{pi}) = \dot{q}_{0i}^{c}\mathbf{\underline{y}}_{pi} \\
\frac{d}{dt}(^{c}\mathbf{\overline{D}}_{24}\mathbf{A}_{2i}^{1}) = (\omega_{z}^{c}\mathbf{\underline{z}}_{e}) \times \varepsilon_{i}(h^{c}\mathbf{\underline{y}}_{e}) = -\varepsilon_{i}h\omega_{z}^{c}\mathbf{\underline{x}}_{e} \\
avec \\
\varepsilon_{3} = \varepsilon_{4} = 0 \\
\varepsilon_{1} = \varepsilon_{2} = 1
\end{cases}$$
(2.49)

où la valeur de ε_i informe sur l'emplacement de \mathbf{A}_{2i} par rapport à \mathbf{D}_{24} (figure 2.40) et ω_z est la vitesse de rotation de l'organe terminal autour de l'axe ${}^c\underline{\mathbf{z}}_e$.

On obtient donc:

$$L^{c} \underline{\mathbf{\dot{u}}}_{i} = {}^{c} V_{e} - \varepsilon_{i} h \omega_{z} {}^{c} \underline{\mathbf{x}}_{e} - l \dot{q}_{0i} {}^{c} \underline{\mathbf{y}}_{pi}$$

$$\tag{2.50}$$

Cette dernière équation peut prendre la forme matricielle suivante :

$$L^{c}\underline{\dot{\mathbf{u}}}_{i} = \left(\mathbf{I}_{3} -\varepsilon_{i}h^{c}\underline{\mathbf{x}}_{e} \right)^{c}\mathcal{V}e - l\dot{q}_{0i}^{c}\underline{\mathbf{y}}_{pi}$$
(2.51)

En utilisant ${}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i}^{Tc}\underline{\dot{\mathbf{u}}}_{i} = 0$, on peut obtenir, à partir de l'équation (2.51), l'expression du modèle cinématique inverse associé aux vitesses articulaires :

$$\dot{q}_{0i} = \frac{1}{l^c \underline{\mathbf{y}}_{pi}^T {}^c \underline{\mathbf{u}}_i} \left({}^c \underline{\mathbf{u}}_i^T - \varepsilon_i h^c \underline{\mathbf{u}}_i^T {}^c \underline{\mathbf{x}}_e \right) {}^c \mathcal{V}_e = {}^c \mathbf{D}_{ei}^{inv} {}^c \mathcal{V}_e$$
(2.52)

Le modèle complet regroupant toutes les variables articulaires est de la forme :

$$\dot{\mathbf{q}} = {}^{c} \mathbf{D}_{e}^{inv} {}^{c} \mathcal{V}_{e} \tag{2.53}$$

avec

$${}^{c}\mathbf{D}_{e}^{inv} = \begin{pmatrix} \frac{1}{l^{c}\underline{\mathbf{y}}_{p1}^{T}c\underline{\mathbf{u}}_{1}} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{l^{c}\underline{\mathbf{y}}_{p2}^{T}c\underline{\mathbf{u}}_{2}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{l^{c}\underline{\mathbf{y}}_{p3}^{T}c\underline{\mathbf{u}}_{3}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{l^{c}\underline{\mathbf{y}}_{p3}^{T}c\underline{\mathbf{u}}_{4}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{1}^{T} - h^{c}\underline{\mathbf{u}}_{1}^{T^{c}}\underline{\mathbf{x}}_{e} \\ {}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{2}^{T} - h^{c}\underline{\mathbf{u}}_{2}^{T^{c}}\underline{\mathbf{x}}_{e} \\ {}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{3}^{T} & 0 \\ {}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{4}^{T} & 0 \end{pmatrix}$$
(2.54)

Le changement du point d'application du torseur \mathcal{V} donne :

$$\begin{cases} {}^{c}\mathcal{V}_{e} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{3} & -[{}^{c}\mathbf{t}_{e}]_{\times}{}^{c}\mathbf{\underline{z}}_{c} \\ \mathbf{0}_{1X3} & 1 \end{pmatrix} {}^{c}\mathcal{V}_{c} \\ {}^{c}\mathcal{V}_{c} = \begin{pmatrix} {}^{c}\mathbf{R}_{m} & -{}^{c}\mathbf{R}_{m}[{}^{m}\mathbf{t}_{c}]_{\times}{}^{c}\mathbf{\underline{z}}_{c} \\ \mathbf{0}_{1X3} & {}^{c}\mathbf{R}_{m}(3,3) \end{pmatrix} {}^{m}\mathcal{V}_{m} \end{cases}$$
(2.55)

où ${}^{c}\mathbf{R}_{m}(3,3)$ est le terme correspondant à la troisième ligne et à la troisième colonne de la matrice de rotation ${}^{c}\mathbf{R}_{m}$.

Ce qui permet d'écrire la transformation de vitesse entre ${}^{c}\mathcal{V}_{e}$ et ${}^{m}\mathcal{V}_{m}$:

$$\begin{cases}
{}^{c}\mathcal{V}_{e} = {}^{c}\mathcal{T}_{m}{}^{m}\mathcal{V}_{m} \\
{}^{c}\mathcal{T}_{m} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{3} & -[{}^{c}\mathbf{t}_{e}]_{\times}{}^{c}\underline{\mathbf{z}}_{c} \\
\mathbf{0}_{1X3} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^{c}\mathbf{R}_{m} & -{}^{c}\mathbf{R}_{m}[{}^{m}\mathbf{t}_{c}]_{\times}{}^{c}\underline{\mathbf{z}}_{c} \\
\mathbf{0}_{1X3} & {}^{c}\mathbf{R}_{m}(3,3) \end{pmatrix}$$
(2.56)

D'où, on peut déduire, en utilisant (2.53) et (2.56):

$$\dot{\mathbf{q}} = {}^{c} \mathbf{D}_{m}^{inv \ m} \mathcal{V}_{m} \tag{2.57}$$

avec

$$^{c}\mathbf{D}_{m}^{inv} = {^{c}\mathbf{D}_{e}^{inv}} {^{c}\mathcal{T}_{m}}$$

$$(2.58)$$

Sachant que la pose ${}^{c}\mathbf{T}_{m}$ est mesurée par vision et que les transformations ${}^{c}\mathbf{T}_{b}$ et ${}^{m}\mathbf{T}_{e}$ sont déterminées par un étalonnage grossier, on note que les variables intervenant dans les modèles présentés sont les directions ${}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i}$, le vecteur ${}^{c}\underline{\mathbf{x}}_{e}$ et le vecteur ${}^{c}\underline{\mathbf{y}}_{pi}$.

Le premier terme ${}^{c}\mathbf{\underline{u}}_{i}$ est bien connu en connaissant la position du point ${}^{c}\mathbf{A}_{1i}^{1}$ à partir des positions articulaires et du point ${}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1}$ à partir de la pose de l'organe terminal (\mathbf{D}_{24}). En effet :

$${}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i} = \frac{{}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1} - {}^{c}\mathbf{A}_{1i}^{1}}{\parallel {}^{c}\overline{\mathbf{A}_{1i}^{1}\mathbf{A}_{2i}^{1}} \parallel}$$
(2.59)

avec

$$- {}^{c}\mathbf{A}_{1i}^{1} = {}^{c}\mathbf{R}_{b}{}^{b}\mathbf{A}_{1i}^{1} + {}^{c}\mathbf{t}_{b}.$$

- ${}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1}$ est calculé à partir de la mesure de ${}^{c}\mathbf{T}_{m}$ et d'une estimation grossière de ${}^{m}\mathbf{T}_{e}$.
- Les vecteurs ${}^{c}\underline{\mathbf{y}}_{pi} = {}^{c}\mathbf{R}_{b}{}^{b}\underline{\mathbf{y}}_{pi}$ et ${}^{c}\underline{\mathbf{x}}_{e}$ sont calculés, respectivement, à partir des positions articulaires et de la pose ${}^{c}\mathbf{T}_{m}$.

2.3.3 Résultats expérimentaux

Nous avons adopté la configuration d'une mire embarquée (voir figure 2.41) et donc d'une caméra déportée. Pour chaque essai de l'asservissement visuel 3D pose, nous mentionnerons la position du point ${}^{b}\mathbf{D}_{24}$ et l'angle de rotation relative θ_{e} de la nacelle. Ces deux variables sont obtenues en utilisant une approximation du modèle géométrique direct du robot Par4.

Pour chaque validation, nous présenterons l'erreur de translation ${}^{m}\mathbf{t}_{m^{*}}$ et l'erreur d'orientation $\underline{\mathbf{u}}_{z}\theta$ (composée de l'axe et de l'angle de rotation de ${}^{m}\mathcal{R}_{m^{*}}$ entre \mathcal{F}_{m} et $\mathcal{F}_{m^{*}}$). Nous tracerons aussi la trajectoire du point ${}^{c}\mathbf{D}_{24}$ dans le repère caméra.



FIG. 2.41 – Observation d'une mire placée sur l'organe terminal par une caméra perspective fixe par rapport à la base

Les résultats de l'asservissement visuel 3D pose, obtenus en effectuant une translation pure le long de l'axe ${}^{c}\mathbf{z}_{c}$, sont présentés dans la figure 2.44. Nous avons tracé les erreurs de translation et de rotation et les erreurs sur les variables articulaires. Nous constatons un comportement exponentiel des erreurs et un découplage partiel des erreurs 3D et des vitesses cartésiennes. Un ordre de grandeur des erreurs 3D est donné dans le tableau 2.11. L'erreur d'orientation étant faible, une valeur moyenne de l'erreur $\underline{\mathbf{u}}_{z}\theta$ sera indiquée pour les 20 premières itérations (erreurs initiales) et les 20 dernières itérations (erreurs finales). Le profil de la trajectoire linéaire de l'organe terminal dans le repère caméra (figure 2.42) confirme les propriétés de l'asservissement visuel 3D pose. Cette trajectoire est déterminée à partir de la pose ${}^{c}\mathbf{T}_{m}$ et de la transformation mire/effecteur.



FIG. 2.42 – Essai 1 : Trajectoire 3D de l'organe terminal dans le repère caméra (en mètre)

	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	132	-0.26
Erreurs finales	0.2	-0.02

TAB. 2.11 – Essai1: Erreurs de translation et d'orientation



FIG. 2.43 – Essai 2: Trajectoire 3D de l'organe terminal dans le repère caméra (en mètre)

	Erreurs de translation(mm)	Erreurs d'orientation(degrés)
Erreurs initiales	75.32	-14.8625
Erreurs finales	1	-1.1345

TAB. 2.12 – Essai2: Erreurs de translation et d'orientation

Dans une deuxième expérimentation (figure 2.45), la configuration désirée est obtenue à partir de la position initiale (${}^{b}\mathbf{D}_{24} = (0.05, -0.05, -0.98)^{T}$ et $\theta_{e} = 0 \ rad$) par des translations le long des trois axes et une rotation autour de l'axe $\mathbf{\underline{z}}$ (${}^{b}\mathbf{D}_{24} = (0.051, 0.02, -1)^{T}$ et $\theta_{e} = 0.086 \ rad$).

La figure 2.45 montre que les erreurs de translation et d'orientation ainsi que l'évolution des erreurs sur les positions articulaires convergent exponentiellement vers 0. Nous pouvons aussi constater un découplage des erreurs 3D et un couplage des erreurs articulaires. Un ordre de grandeur des erreurs de translation et d'orientation et de la trajectoire 3D de l'organe terminal, dans le repère caméra, est présenté respectivement dans le tableau 2.12 et dans la figure 2.43.

Pour valider la commande 3D pose sur le robot Par4, des faibles vitesses ont été envoyées au robot afin de garantir l'acquisition de l'image pour chaque itération et de réduire l'influence du bruit haute-fréquence. Nous avons choisi donc le gain $\lambda = 0.1$. De ce fait, en regardant les courbes (figure 2.44 et figure 2.45), la convergence est bien exponentielle mais elle est assurée après environ 150 itérations.



FIG. 2.44 – Asservissement visuel 3D du robot Par4 (Essai 1, en choisissant un gain $\lambda = 0.1$: cas d'une translation pure)



FIG. 2.45 – Asservissement visuel 3D du robot Par4 (Essai 2, en choisissant un gain

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé d'utiliser la vision pour la commande des robots parallèles. En utilisant une caméra (embarquée ou déportée) observant une cible (par exemple, une mire), nous avons montré que l'asservissement visuel 3D pose permet de résoudre le problème du calcul des modèles géométriques directs par une mesure indirecte de la pose de l'organe terminal.

Nous avons montré ainsi qu'il s'agit de la commande la plus directe et la plus simple des robots parallèles. En effet, cette méthode a l'avantage d'être une commande par retour d'état non linéaire qui ne dépend pas des mesures articulaires (ce qui permet de simplifier la conception mécanique). Enfin, nous avons validé cette méthode sur la plate-forme de Gough-Stewart et sur le robot Par4.

Pour élargir l'approche de la commande 3D pose et aboutir à une méthode innovante pour la commande référencée vision, nous allons montrer, dans le chapitre 3, que les jambes du robot constituent la cible parfaite d'une caméra déportée fixe par rapport à la base. Sans utiliser une cible extérieure au robot et un calcul de pose additionnel, l'observation des éléments cinématiques pourra nous informer sur l'état d'un tel mécanisme.

L'objectif du chapitre 3 est de présenter cette approche sous forme d'une contribution à un modèle générique pour l'asservissement visuel des robots parallèles en observant les éléments cinématiques. Nous verrons qu'en se servant uniquement de la vision on peut aboutir à une commande simplifiée et une méthode d'identification qui peut se passer des capteurs articulaires.

Chapitre 3

Asservissement visuel des robots parallèles par observation des éléments cinématiques

Les études visant à résoudre le problème du modèle géométrique direct [Mer90, Hus96, Die98 d'un robot parallèle ont montré sa difficulté et le problème quasiincontournable du temps de calcul. Pour simplifier ce problème, des travaux [Tan95, BA00, BR00 proposent d'ajouter des capteurs additionnels afin de pouvoir minimiser le nombre configurations possibles et d'utiliser la redondance métrologique dans les modèles de commande [Mar02, MCKP02]. La diversité des solutions du modèle direct vient essentiellement de la contrainte de fermeture des chaînes cinématiques, ce qui complique la commande des mécanismes à architecture parallèle. Pour contourner ce problème, nous avons présenté dans le chapitre précédent une solution basée sur l'utilisation d'un capteur de vision. Des informations visuelles permettent la mesure de la pose de l'organe terminal et informer ainsi sur l'état du robot. Cette commande 3D pose des robots parallèles est une commande immédiate, simple et efficace. Cependant, dans cette méthode, il est nécessaire d'utiliser le modèle géométrique du robot pour estimer les composantes de la matrice cinématique inverse. Ainsi, dans les exemples de la plate-forme de Gough-Stewart et du Par4 (voir chapitre 2), cette matrice dépend des directions des jambes.

Les premiers travaux [AMM05] en simulation sur la plate-forme de Gough-Stewart ont montré que l'asservissement de la direction des jambes permettait indirectement d'asservir la pose de l'organe terminal. En effet, le modèle cinématique inverse [Mer00] de la plate-forme de Gough-Stewart, par exemple, dépend essentiellement des coordonnées de *Plücker* des droites [Plü65]. Ceci s'avère être cohérent avec la modélisation cinématique des mécanismes parallèles qui sont conçus avec des jambes fines et rectilignes. En conséquence, on pourra les considérer comme des lignes droites qui ont fait l'objet de plusieurs travaux d'asservissement visuel [ECR92, MH01, MBR02, AEH02]. De ce fait, nous pouvons envisager une éventuelle approche de la commande référencée vision basée sur l'observation des éléments cinématiques des mécanismes parallèles.

En effet, le but de ce chapitre est de présenter, par un concept original, une introduction à un modèle générique de la commande cinématique référencée vision des mécanismes parallèles. Cette commande utilise la mesure visuelle des limbes (les bords d'un élément de forme cylindrique) et des directions des éléments cinématiques. Dans une première partie de ce chapitre, nous évoquerons le couplage entre la vision et les éléments cinématiques des robots parallèles. Ensuite, nous introduisons une architecture représentative de la plupart des mécanismes parallèles existants et nous présentons des modèles pour l'asservissement visuel en observant les éléments cinématiques. Pour finir, la dernière partie est consacrée à l'identification référencée vision des paramètres nécessaires pour la commande.

3.1 Couplage vision - cinématique d'un robot parallèle

En observant les éléments cinématiques d'un mécanisme parallèle, la vision fournit une mesure extéroceptive indirecte de l'état du mécanisme. Cette mesure riche en informations devrait permettre une représentation optimale de la cinématique de ces robots, car elle remplace l'utilisation de modèles par des mesures. Cette représentation dépend du choix de la primitive visuelle et d'une représentation adéquate des éléments cinématiques qui sont considérés comme des lignes droites pour une analyse cinématique [Mer00].

Afin d'établir une commande référencée vision par observation des éléments cinématiques, le choix de la primitive visuelle est indispensable. En observant les jambes d'un robot parallèle, on peut extraire les limbes $\underline{\mathbf{n}}_i^j$ de chaque cylindre de révolution (figure 3.2). Nous montrerons que ces limbes nous permettent de calculer la direction $\underline{\mathbf{u}}_i$ de chaque élément cinématique, sans avoir besoin des informations géométriques sur le cylindre.

3.1.1 Représentation des droites adaptée à la vision

Comme nous l'avons mentionné, notre approche est basée sur l'observation des éléments cinématiques. Les limbes de ces éléments cylindriques sont considérées comme des droites dans l'espace 3D. Une représentation adéquate de ces droites est nécessaire.

Une représentation simple est basée sur le fait que, par un point 3D de référence \mathbf{P} , une seule droite \mathcal{L} peut passer selon une direction définie par un vecteur directeur \mathbf{u} . D'où, on peut définir :

$$(\mathcal{L}): \left(\begin{array}{c} \mathbf{P} \\ \underline{\mathbf{u}} \end{array}\right) \tag{3.1}$$

Cette représentation n'est pas unique, étant donné que le point de référence peut être représenté par n'importe quel point appartenant à la droite \mathcal{L} .

Asservissement visuel des robots parallèles par observation des éléments cinématiques

Pour limiter la dépendance du choix du point 3D appartenant à la droite, dans un espace euclidien, il est plus intéressant d'utiliser les coordonnées de *Plücker* [Plü65] qui relèvent de la géométrie projective [SK52, Fau93] et des coordonnées projectives qui sont définies à un facteur d'échelle près. En normalisant ces coordonnées projectives, on peut obtenir les coordonnées de *Plücker* euclidiennes :

$$(\mathcal{L}): \left(\begin{array}{c} \mathbf{\underline{u}}\\ \mathbf{n} \end{array}\right) \tag{3.2}$$

où $\mathbf{n} = n\mathbf{\underline{n}} = \mathbf{P} \times \mathbf{\underline{u}}$ est le vecteur normal au plan d'interprétation passant par le repère de référence (repère lié à une caméra, par exemple) et contenant la droite \mathcal{L} (figure 3.1).



FIG. 3.1 – Interprétation géométrique d'une droite 3D

On remarque que **n** est indépendant du choix du point de référence **P**. Afin de mettre en évidence les deux composantes du vecteur **n**, dans [AEH02], une approche propose une séparation de la profondeur n et la normale **n** au plan d'interprétation :

$$(\mathcal{L}): \left(\begin{array}{c} \mathbf{\underline{u}}\\ \mathbf{\underline{n}}\\ n \end{array}\right) \tag{3.3}$$

L'intersection du plan image et du plan d'interprétation (figure 3.1) définit la projection perspective de la droite \mathcal{L} dans le plan image. De ce fait, l'image de cette droite pourrait être représentée par la normale au plan d'interprétation <u>n</u> vérifiant l'équation suivante, exprimée dans le repère caméra :

$${}^{c}\mathbf{\underline{n}}^{Tc}\mathbf{p} = 0 \tag{3.4}$$

où ${}^{c}\mathbf{p}$ représente les coordonnées d'un point appartenant à la projection de la droite \mathcal{L} dans le plan image, exprimé dans le repère caméra.

L'équation précédente peut être aussi exprimée dans le repère image :

$${}^{im}\mathbf{\underline{n}}^{Tim}\mathbf{p} = 0 \tag{3.5}$$

En utilisant (2.3), l'équation (3.5) devient :

$${}^{im}\mathbf{\underline{n}}^T\mathbf{K}^c\mathbf{p} = 0 \tag{3.6}$$

A partir des deux équations (3.4) et (3.6), on peut obtenir l'expression du changement des coordonnées du vecteur normal au plan d'interprétation :

$$\begin{cases} {}^{im}\underline{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{K}^{-Tc}\underline{\mathbf{n}}}{\|\mathbf{K}^{-Tc}\underline{\mathbf{n}}\|} \\ {}^{c}\underline{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{K}^{Tim}\underline{\mathbf{n}}}{\|\mathbf{K}^{Tim}\underline{\mathbf{n}}\|} \end{cases} \tag{3.7}$$

3.1.2 Projection d'un élément cylindrique dans l'image

En maintenant l'hypothèse que la plupart des robots parallèles sont conçus avec des éléments cinématiques rectilignes et cylindriques de rayon R, on note que chaque cylindre de révolution i est défini par son rayon R et par son axe et donc par ses coordonnées de *plücker* binormées exprimées dans le repère caméra $\begin{pmatrix} c \mathbf{u}_i & c \mathbf{n}_i & cn_i \end{pmatrix}^T$ où $c \mathbf{u}_i$ est le vecteur directeur de l'axe du cylindre, $c \mathbf{n}_i$ est la normale au plan d'interprétation contenant l'axe du cylindre et le centre optique et cn_i est la plus courte distance entre le centre optique et l'axe du cylindre.

La projection de chaque cylindre *i* dans l'image donne deux droites. Ce sont les bords ou les limbes du cylindre (figure 3.2) qu'on note $\underline{\mathbf{n}}_i^j$ avec j = 1..2. Ces deux droites sont sécantes si l'axe du cylindre n'est pas parallèle au plan image ou si l'axe du cylindre ne passe pas par le centre optique.

Chaque limbe est définie par un plan d'interprétation tangent au cylindre et contenant le centre optique (figure 3.3). Elle a comme coordonnées de *Plücker* binormées exprimées dans le repère caméra $\begin{pmatrix} c \underline{\mathbf{u}}_i^j & c \underline{\mathbf{n}}_i^j & c z_i^j \end{pmatrix}^T$.

Notons que, pour tout point ${}^{c}\mathbf{A}_{i}$ appartenant à l'axe de l'élément cinématique i ayant comme vecteur directeur ${}^{c}\mathbf{u}_{i}$, on peut vérifier :

$$\begin{cases}
{}^{c}\mathbf{n}_{i} = {}^{c}\mathbf{A}_{i} \times {}^{c}\mathbf{\underline{u}}_{i} \\
{}^{c}n_{i} = \| {}^{c}\mathbf{n}_{i} \| \\
{}^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i} = {}^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i} \\
{}^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i} = {}^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i}
\end{cases}$$
(3.8)

Analytiquement, on peut obtenir l'expression de chaque limbe dans le repère caméra, par une projection sur la base orthonormée $(\underline{\mathbf{u}}_{i}^{j}, \underline{\mathbf{n}}_{i}^{j}, \underline{\mathbf{u}}_{i}^{j} \times \underline{\mathbf{n}}_{i}^{j})$ (figure 3.3):

$$\begin{cases} {}^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i}^{1} = \cos\varphi_{i} {}^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i} - \sin\varphi_{i} {}^{c}\mathbf{\underline{u}}_{i} \times {}^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i} \\ {}^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i}^{2} = -\cos\varphi_{i} {}^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i} - \sin\varphi_{i} {}^{c}\mathbf{\underline{u}}_{i} \times {}^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i} \end{cases}$$
(3.9)



FIG. 3.2 – Projection perspective d'un cylindre dans l'image

avec $\cos \varphi_i = {}^c z_i^j / {}^c n_i$, $\sin \varphi_i = R / {}^c n_i$, ${}^c z_i^j = {}^c z_i = \sqrt{({}^c n_i)^2 - R^2}$.

De même, on peut facilement déduire la direction de chaque cylindre à partir de l'expression des deux limbes donnée en (3.9):

$${}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i} = \frac{{}^{c}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{1} \times {}^{c}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{2}}{\parallel {}^{c}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{1} \times {}^{c}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{2} \parallel}$$
(3.10)

Nous pouvons, désormais, retenir la propriété suivante [And06]:

Propriété :

Les principales informations extraites de la projection perspective d'un élément cylindrique i, dans l'image issue d'une caméra, sont les limbes ${}^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i}^{j}$ et les directions ${}^{c}\mathbf{\underline{u}}_{i}$.

Par ailleurs, considérons un point \mathbf{A}_i appartenant à l'axe du cylindre *i* (figure 3.3), les limbes *j* de chaque cylindre sont définies par les contraintes suivantes, exprimées dans le repère caméra :

$$\begin{cases} {}^{c}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j^{T}c}\underline{\mathbf{u}}_{i} = 0\\ {}^{c}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j^{T}c}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j} = 1\\ {}^{c}\mathbf{A}_{i}^{Tc}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j} = \lambda_{j}R \end{cases}$$
(3.11)



FIG. 3.3 – Projection d'un cylindre dans le plan perpendiculaire à l'axe du cylindre

où $\lambda_1 = \lambda_2 = \pm 1$.

La dernière contrainte est issue du fait que les limbes sont situées à une distance R de l'axe du cylindre. En réalité, les vecteurs représentant les limbes peuvent être sortants (figure 3.3) ou rentrants.

Nous choisissons, par la suite, le cas des limbes sortantes, avec $\lambda_1 = \lambda_2 = -1$. En conséquence, nous pouvons énoncer la propriété suivante:

Propriété :

Soit un point \mathbf{A}_i appartenant à l'axe d'un élément cylindrique i, de vecteur directeur $\underline{\mathbf{u}}_i$ et de rayon R, alors les limbes $\underline{\mathbf{n}}_i^j$ de cet élément sont définies, dans un espace projectif 3D, par trois contraintes :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{\underline{n}}_{i}^{j^{T}}\mathbf{\underline{u}}_{i} = 0 \\ \mathbf{\underline{n}}_{i}^{j^{T}}\mathbf{\underline{n}}_{i}^{j} = 1 \\ \mathbf{A}_{i}^{T}\mathbf{\underline{n}}_{i}^{j} = \lambda_{j}R \quad \forall \ \lambda_{j} = \pm 1 \ , \ j = 1 \ .. \ 2$$

3.2 Introduction d'une architecture générique des robots parallèles

Nous cherchons à élaborer un modèle générique pour l'asservissement visuel des robots parallèles. La première étape consiste à mettre en œuvre une architecture générique qui représente la plupart des mécanismes existants à architecture complexe.

3.2.1 Motivation

Dans l'état de l'art, nous avons cité une méthode de classification des mécanismes parallèles basée sur l'architecture des chaînes cinématiques entre la base et l'organe terminal [Ren03]. En restant sur la même méthode, nous menons, dans cette partie, une étude comparative de certains robots parallèles existants. L'objectif est de trouver les points communs qui rassemblent les robots à architecture parallèle de la conception à l'actionnement. Nous proposons certaines hypothèses permettant d'introduire une architecture représentative des robots parallèles :

Présence d'une liaison Glissière dans les chaînes cinématiques :

Le classement basé sur la présence ou non d'une liaison Glissière [Ren03] par chaîne cinématique consiste à regrouper les robots existants en trois familles (voir tableau 1.2):

- La première famille comporte les robots dont la liaison Glissière est située entre deux éléments de la chaîne cinématique. A titre d'exemple, la plate-forme de Gough-Stewart est constituée de 6 chaînes cinématiques à longueurs variables (actionnement en translation) (figure 1.6). Le robot Space (figure 1.7), ayant 3 jambes similaires à celle de la plate-forme de Gough et deux actionneurs par jambe: un actionneur rotatif et un actionneur linéaire.
- La deuxième famille regroupe les robots qui possèdent un ou deux éléments à longueurs fixes et un actionneur en translation au niveau de la base. On peut citer, par exemple, l'Orthoglide (figure 1.4), le robot Isoglide T3R1 (figure 1.8) et le I4L (tableau 1.1).
- La troisième famille contient les robots qui ne présentent aucune liaison Glissière. Nous citons, par exemple, le robot Delta (figure 1.9), le H4, le I4R et le Par4 (tableau 1.1) qui ne diffèrent pratiquement qu'au niveau de la nacelle. Les actionneurs au niveau des bras sont de type rotatifs.

Hypothèses et contributions :

Les familles présentées ci-dessus reposent sur la présence ou non d'une liaison Glissière. Pour enlever cette contrainte et s'approcher d'une architecture qui regroupe les trois familles présentées, nous énonçons la remarque suivante :

Remarque:

Un élément d'une chaîne cinématique de longueur constante est équivalent à deux corps liés par une liaison Glissière fixe.

Par conséquent, chaque chaîne cinématique d'un robot parallèle possède, au moins, une liaison Glissière, qui peut être fixe ou mobile.

Nous nous limitons aux manipulateurs ayant les caractéristiques suivantes :

- Un manipulateur parallèle non redondant : le nombre de degrés de liberté commandés de l'organe terminal est égal au nombre d'actionneurs.
- La mobilité du manipulateur est nulle lorsque les actionneurs sont bloqués [Mer00].
- La motorisation se fait par un ou deux actionneurs par chaîne cinématique.

3.2.2 Contribution à une architecture générique d'un mécanisme parallèle

Afin de regrouper la plupart des mécanismes parallèles existants et de se rapprocher d'une cinématique générique [DAM07b], nous formulons certaines hypothèses :

Hypothèses :

- Suivant la remarque précédente, nous appellerons élément cinématique l'ensemble de deux corps liés par une liaison Glissière (mobile ou fixe).
- Chaque chaîne cinématique peut être formée par un ou plusieurs éléments cinématiques. Nous nous limitons aux robots à deux éléments cinématiques par chaîne.
- La liaison entre deux éléments de la chaîne cinématique peut être une liaison Rotule, Pivot ou Cardan.
- La liaison entre le premier élément (côté base) et la base peut être une liaison Pivot ou Encastrement.
- La liaison entre le dernier élément (côté organe terminal) et la plate-forme mobile peut être une liaison Rotule, Pivot ou Cardan.

En se basant sur ces hypothèses, nous proposons une architecture équivalente permettant de représenter de manière générique les mécanismes des trois familles présentées ci-dessus.

Dans cette architecture (figure 3.4), l'organe terminal est connecté à la base par *n* chaînes cinématiques. Chaque chaîne $[\mathbf{A}_{0i}\mathbf{A}_{2i}]$ est composée de 2 éléments en série $[\mathbf{A}_{mi}\mathbf{A}_{(m+1)i}]$, avec $(m = 0..1 \ et \ i = 1..n)$.

Dans ces conditions, cette architecture (figure 3.4) est composée de :

- 4 corps par chaîne cinématique: $[\mathbf{A}_{0i}\mathbf{P}_{0i}], [\mathbf{P}_{0i}\mathbf{A}_{1i}], [\mathbf{A}_{1i}\mathbf{P}_{1i}]$ et $[\mathbf{P}_{1i}\mathbf{A}_{2i}]$.


FIG. 3.4 – Une architecture équivalente des robots parallèles

	Type de liaison Variable articula	
Liaison en \mathbf{A}_{0i}	Pivot ou Encastrement	$lpha_{0i}$
Liaison en \mathbf{P}_{0i}	Glissière/Encastrement	r_{0i}
Liaison en A_{1i}	Rotule ou Pivot ou Cardan	$\left(\begin{array}{ccc} \alpha_{1i} & \beta_{1i} & \gamma_{1i} \end{array} \right)^T$
Liaison en \mathbf{P}_{1i}	Glissière/Encastrement	r_{1i}
Liaison en \mathbf{A}_{2i}	Rotule ou Pivot ou Cardan	$\left(\begin{array}{ccc} lpha_{2i} & eta_{2i} & \gamma_{2i} \end{array} ight)^T$

TAB. 3.1 – Les différentes liaisons possibles et les variables articulaires associées.



FIG. 3.5 – Un élément cinématique à structure parallélogramme

- 5 groupes de liaisons présentés dans le tableau 3.1: deux liaisons de type Glissière ou Encastrement en \mathbf{P}_{mi} , deux liaisons de type Rotule ou Cardan ou Pivot en \mathbf{A}_{1i} et \mathbf{A}_{2i} et une liaison de type Pivot ou Encastrement en \mathbf{A}_{0i} .

Remarque: cas d'une liaison parallélogramme:

Il est possible que l'élément $[\mathbf{A}_{mi}\mathbf{A}_{(m+1)i}]$ soit remplacé par deux barres parallèles $([\mathbf{A}_{mi}^{1}\mathbf{A}_{(m+1)i}^{1}] \text{ et } [\mathbf{A}_{mi}^{2}\mathbf{A}_{(m+1)i}^{2}])$ formant ainsi une liaison Parallélogramme entre les deux extrémités \mathbf{A}_{mi} et $\mathbf{A}_{(m+1)i}$ (figure 3.5). Dans ce cas, l'axe passant par les deux extrémités hautes (respectivement les extrémités basses) de ce parallélogramme ne change pas d'orientation. Pour définir l'état de l'avant-bras, il suffit de connaître la position de l'un de ces deux barres et prendre $\mathbf{A}_{mi} = \mathbf{A}_{mi}^{1}$ ou $\mathbf{A}_{mi} = \mathbf{A}_{mi}^{2}$ et $\mathbf{A}_{(m+1)i} = \mathbf{A}_{(m+1)i}^{1}$ ou $\mathbf{A}_{(m+1)i} = \mathbf{A}_{(m+1)i}^{2}$.

Le type et le nombre effectif d'articulations (c'est-à-dire de liaisons mobiles) sont définis par le comportement cinématique souhaité. Il obéit donc, en première approche, à la formule de Grübler pour les mécanismes tridimensionnels [Mer00] :

$$m = 6(l_s - n_a - 1) + \sum_{k=1}^{n_a} d_k$$
(3.12)

où m est la mobilité du mécanisme, l_s est le nombre total de solides du mécanisme (incluant la base), n_a est le nombre total d'articulations et d_k est le nombre de degrés de liberté de l'articulation k.

Notons qu'une analyse critique de différentes méthodes de calcul de la mobilité présentées dans la littérature, a été menée par Gogu [Gog05] qui souligne les limites de chacune et propose une méthode plus complexe.

Notons que l'objectif de l'architecture proposée dans la figure 3.4 est de tenir compte à la fois de l'aspect générique et des avantages d'un tel robot. Néanmoins, la plupart des robots existants n'utilisent qu'une ou deux articulations motorisées par jambe car cela évite de concevoir un robot sur-actionné ou sous-actionné.

Dans le tableau 3.2, on regroupe quelques robots parallèles, en présentant leurs architectures équivalentes à celle de la figure 3.4. Par exemple, nous pouvons facilement retrouver l'architecture de la plate-forme de Gough-Stewart à partir de la figure 3.4. Il suffit juste de prendre $l(r_{0i})$ (la longueur du premier élément de la chaîne cinématique) égale à zéro et que la liaison Rotule en \mathbf{A}_{1i} se superpose à \mathbf{A}_{0i} . L'articulation Prismatique d'axe passant par \mathbf{P}_{1i} assure la variation de la longueur $L(r_{1i})$.

Remarques:

- Si la longueur $l(r_{0i})$ du premier élément $[\mathbf{A}_{0i}\mathbf{A}_{1i}]$ de la chaîne cinématique i est variable, alors $l(r_{0i}) = r_{0i}$. Sinon, si cette longueur est une constante, donc $l(r_{0i}) = l$.
- Si la longueur $L(r_{1i})$ du deuxième élément $[\mathbf{A}_{1i}\mathbf{A}_{2i}]$ de la chaîne cinématique i est variable, alors $L(r_{1i}) = r_{1i}$. Sinon, si cette longueur est une constante, alors $L(r_{1i}) = L$.

Asservissement visuel des robots parallèles par observation des éléments cinématiques

	Space	I4L	Par4
Liaison en \mathbf{A}_{0i}	Encastrement	Encastrement	Pivot
Liaison en \mathbf{P}_{0i}	Prismatique fixe	Prismatique	Prismatique fixe
Liaison en A_{1i}	Cardan	Rotule	Rotule
Liaison en \mathbf{P}_{1i}	Prismatique	Prismatique fixe	Prismatique fixe
Liaison en \mathbf{A}_{2i}	Rotule	Rotule	Rotule
Longueur $l(r_{0i})$	constante	r_{0i}	constante
Longueur $L(r_{1i})$	r_{1i}	constante	constante

TAB. 3.2 – Illustration de la structure générique.

3.2.3 Motorisation de l'architecture

L'architecture que nous avons présenté regroupe les familles de robots présentées dans la section 1.1.1. Elle représente la plupart des mécanismes existants comportant deux éléments par chaîne cinématique. Dans cette partie, nous développons la motorisation de l'architecture et nous regroupons les robots parallèles en deux catégories : les mécanismes à un seul actionneur par chaîne cinématique et ceux à deux actionneurs.

Dans la suite, nous utilisons les notations du tableau 3.3, pour chaque type d'articulation du mécanisme.

$\underline{Notations}$:

- Une articulation Prismatique est définie par la variable articulaire r_{ki} avec k = 0..1. Cette articulation est fixe (liaison Encastrement) si elle n'est pas motorisée.
- Une articulation Rotoïde (liaison Pivot) est définie par la variable articulaire
- α_{ki} avec k = 0..2.
- Une liaison Cardan comporte deux articulations Rotoïdes. Elle est donc définie par deux variables articulaires α_{ki} et β_{ki} avec k = 1..2.
- Une liaison Rotule comporte trois articulations Rotoïdes. Elle est donc définie par trois variables articulaires α_{ki} , β_{ki} et γ_{ki} avec k = 1..2.

TAB. 3.3 – Les notations des variables articulaires pour chaque liaison.

3.2.3.1 Robots parallèles à un seul actionneur par chaîne cinématique Discussion

En robotique, les actionneurs classiques sont :

- Les actionneurs Rotoïdes: généralement des moteurs électriques.
- Les actionneurs linéaires: pneumatique, électrique, piézo-électrique, hydraulique, magnétique, etc.

La plupart des robots existants sont formés d'un seul actionneur par chaîne cinématique. Son emplacement est bien étudié afin de garantir la rigidité et un bon comportement cinématique du robot. Par exemple, il est préférable que la liaison en A_{2i} entre la chaîne cinématique et l'organe terminal soit passive.

Dans cette partie, nous nous limitons aux familles de robots dont l'actionneur est situé uniquement en \mathbf{A}_{0i} ou \mathbf{P}_{0i} ou \mathbf{P}_{1i} . Pour s'approcher de l'architecture des familles existants et éviter toute singularité possible, nous supposons qu'une seule liaison des trois est motorisée. Les deux liaisons restantes sont fixes (liaison Encastrement).

Notation

Pour chaque chaîne cinématique, on remarque qu'une motorisation de \mathbf{A}_{0i} ou \mathbf{P}_{0i} ou \mathbf{P}_{1i} donne toujours une seule variable articulaire actionnée que l'on note q_{0i} . Cette dernière peut être une articulation Prismatique comme elle peut être une Rotoïde.

Nous pouvons donc écrire que :

$$q_{0i} = \lambda_i \ \alpha_{0i} + \overline{\lambda_i} \ (\mu_i \ r_{0i} + \overline{\mu_i} \ r_{1i}) \tag{3.13}$$

avec

 $-\overline{\mu_i} = 1 - \mu_i \text{ et } \overline{\lambda_i} = 1 - \lambda_i.$

 $-\mu_i = 1$ si la liaison en \mathbf{P}_{0i} est motorisée.

 $-\mu_i = 0$ si la liaison en \mathbf{P}_{1i} est motorisée.

 $-\lambda_i = 1$ si la liaison en \mathbf{A}_{0i} est motorisée.

 $-\lambda_i = 0$ si la liaison en \mathbf{P}_{0i} ou en \mathbf{P}_{1i} est motorisée.

Le tableau 3.4 donne une idée sur le choix de la variable articulaire motorisée q_{0i} et des exemples de robots à un seul actionneur.

	Plate-forme de Gough	I4L	Par4
μ_i	0	1	\otimes
λ_i	0	0	1
r_i	r_{1i}	r_{0i}	0
q_{0i}	r_{1i}	r_{0i}	α_{0i}

TAB. 3.4 – Cas des robots à un seul actionneur par jambe et les paramètres associés.

Remarque:

Si les liaisons en \mathbf{P}_{0i} et \mathbf{P}_{1i} ne sont pas motorisées alors μ_i peut prendre la valeur 0 ou 1. Cette configuration sera notée par \bigotimes et 0veut dire que μ_i prend une valeur indéterminée.

3.2.3.2 Robots parallèles à deux actionneurs par chaîne cinématique

Discussion

Nous gardons les mêmes hypothèses concernant le premier actionnement dû à la motorisation de l'une des liaisons \mathbf{A}_{0i} , \mathbf{P}_{0i} et \mathbf{P}_{1i} . Cependant, le deuxième actionnement sera au niveau de la liaison \mathbf{A}_{1i} .

En conclusion, s'il s'agit d'un robot parallèle à deux actionneurs par chaîne cinématique : le premier actionneur sera choisi parmi les articulations situées en \mathbf{A}_{0i} ou \mathbf{P}_{0i} ou \mathbf{P}_{1i} (la motorisation d'une seule liaison parmi les trois, les deux restantes sont fixes) et le deuxième est au niveau de la liaison \mathbf{A}_{1i} .

A titre d'exemple, nous pouvons citer le cas du robot Space (voir le tableau 3.2) qui présente une articulation motorisée en \mathbf{P}_{1i} et une deuxième en \mathbf{A}_{1i} .

Notation

Au niveau de la liaison située en \mathbf{A}_{0i} ou \mathbf{P}_{0i} ou \mathbf{P}_{1i} , on a toujours une seule variable articulaire actionnée que l'on note q_{0i} . Cette dernière peut être une articulation Prismatique comme elle peut être une Rotoïde. Nous conservons les mêmes notations évoquées dans le cas des robots à un seul actionneur (équation (3.13)).

Le deuxième actionnement correspondant à la variable q_{1i} est choisi au niveau de l'une des articulations de la liaison située en \mathbf{A}_{1i} (Rotule, Pivot ou Cardan) (tableau 3.5). Pour une liaison Rotule, il existe une articulation qui n'a pas d'effet sur l'orientation du point \mathbf{A}_{2i} , elle sera notée γ_{1i} . Le robot Space est un bon exemple qui permet d'illustrer le cas des robots à deux actionneurs (tableau 3.6).

	Articulations en \mathbf{A}_{1i}	Variable articulaire actionnée q_{1i}
Liaison Pivot en \mathbf{A}_{1i}	α_{1i}	α_{1i}
Liaison Cardan en \mathbf{A}_{1i}	$\begin{pmatrix} \alpha_{1i} & \beta_{1i} \end{pmatrix}^T$	α_{1i} ou β_{1i}
Liaison Rotule en \mathbf{A}_{1i}	$\begin{pmatrix} \alpha_{1i} & \beta_{1i} & \gamma_{1i} \end{pmatrix}^T$	α_{1i} ou β_{1i}

TAB. 3.5 – Le choix de la variable articulaire actionnée q_{1i} .

	μ_i	λ_i	r_i	q_{0i}	q_{1i}
Robot Space	0	0	r_{1i}	r_{1i}	α_{1i}

TAB. 3.6 – Exemple de robots à deux actionneurs par jambe et les paramètres associés : le robot Space.

3.2.4 Elément référent et état du robot

La plupart de modèles des mécanismes parallèles établis dans la littérature scientifique, sont obtenus à partir des contraintes de fermeture de boucle (fermeture des chaînes cinématiques) [Kru03, Viv04].

108 3.2 Introduction d'une architecture générique des robots parallèles

Nous pouvons constater que chaque élément cinématique $[\mathbf{A}_{mi}\mathbf{A}_{(m+1)i}], m = 0..1,$ de direction $\underline{\mathbf{u}}_{mi}$ et de longueur l_{mi} (avec $l_{0i} = l(r_{0i})$ et $l_{1i} = L(r_{1i})$) (figure 3.4) vérifie la contrainte de fermeture des chaînes cinématiques sous la forme vectorielle suivante:

$$l_{mi}\underline{\mathbf{u}}_{mi} = \overrightarrow{\mathbf{A}_{mi}\mathbf{A}_{(m+1)i}} = \mathbf{A}_{(m+1)i} - \mathbf{A}_{mi}$$
(3.14)

A partir de cette contrainte, il est possible d'établir une relation entre les positions des moteurs et la pose de l'organe terminal (modèle géométrique) ou les vitesses articulaires et les vitesses cartésiennes (modèle cinématique). Toutefois, dans l'architecture proposée, cette contrainte de fermeture peut être écrite autour de deux éléments cinématiques. Il est donc nécessaire de choisir un élément référent de la chaîne cinématique *i* qui représente le mieux, via la contrainte de fermeture de boucle, l'état du robot. Dans la littérature scientifique, la contrainte de fermeture est exprimée, la plupart du temps, autour de l'élément le plus proche de la plate-forme mobile. De ce fait, nous choisissons, dans tout le reste du document, cet élément comment élément référent.

Cet élément référent est caractérisé par la direction référente $\underline{\mathbf{u}}_i$ et la longueur $L(r_{1i})$ qui peut être une longueur variable $L(r_{1i}) = r_{1i}$ comme elle peut être une longueur fixe $L(r_{1i}) = L$. \mathbf{A}_{1i} et \mathbf{A}_{2i} sont, respectivement, l'extrémité basse et l'extrémité haute de l'élément référent (l'élément le plus proche de la plate-forme mobile). L'extrémité basse est bien définie en connaissant toutes les positions articulaires du reste de la chaîne cinématique. L'extrémité haute dépend de la pose de l'organe terminal \mathbf{X} . Pour chaque chaîne cinématique, nous introduisons les définitions dans le tableau 3.7.

$\underline{\text{Définitions}}$:

<u>L'élément référent</u>: c'est l'élément de la chaîne cinématique, en liaison direct avec la plate-forme mobile, autour duquel la contrainte de fermeture de la chaîne cinématique sera exprimée. Il est caractérisé par une direction $\underline{\mathbf{u}}_i$ et une longueur $L(r_{1i}) \neq 0.$

La direction référente : c'est la direction de l'élément référent.

La droite référente : c'est la droite passant par les deux extrémités de l'élément référent.

Les deux limbes référentes : ce sont les limbes de l'élément référent.

TAB. 3.7 – Notions de l'élément référent.

La contrainte de fermeture de chaîne cinématique autour de l'élément référent (figure 3.4) donne le modèle géométrique implicite sous la forme vectorielle suivante :

$$L(r_{1i})\underline{\mathbf{u}}_i = \overrightarrow{\mathbf{A}_{1i}\mathbf{A}_{2i}} = \mathbf{A}_{2i}(\mathbf{X}, \xi_{geom}) - \mathbf{A}_{1i}(\alpha_{0i}, r_{0i}, \xi_{geom})$$
(3.15)

où \mathbf{X} est la pose de l'organe terminal.

Asservissement visuel des robots parallèles par observation des éléments cinématiques

Dans la littérature, le modèle géométrique implicite issu de la contrainte de fermeture de chaîne cinématique est utilisé sous forme scalaire. En effet, ce modèle est obtenu en prenant la norme de l'équation (3.15). Dans ce cas, la mesure de la direction $\underline{\mathbf{u}}_i$ n'est pas indispensable: une méthode de calcul numérique permet de déterminer les différents paramètres intervenant dans le modèle.

Dans notre cas, nous utilisons le modèle implicite sous sa forme vectorielle (équation (3.15)). Il s'agit d'un modèle adapté à la plupart des robots parallèles existants. Nous retrouvons la même forme du modèle géométrique implicite (1.4) évoqué dans le chapitre 1. Nous utilisons donc le principe de la redondance métrologique afin de mesurer la direction $\underline{\mathbf{u}}_i$ par vision et simplifier le modèle.

3.2.5 Architecture générique de la nacelle

L'organe terminal (plate-forme mobile) peut être constitué d'un seul solide compact contenant l'organe terminal \mathbf{E} et lié à chaque chaîne cinématique en \mathbf{A}_{2i} . D'autre part, cette plate-forme mobile peut être formée de plusieurs éléments en mouvement relatif l'un par rapport à l'autre, ce qui engendre des mouvement relatifs entre les points \mathbf{A}_{2i} et \mathbf{E} . Nous nous limitons à une plate-forme formée de deux solides. Dans la littérature, à priori, il n'existe pas une plate-forme à plus de deux éléments (le premier élément contient \mathbf{A}_{2i} et le deuxième contient \mathbf{E}).



FIG. 3.6 – Architecture approchée de la nacelle d'un robot parallèle

Considérons la plate-forme mobile présentée dans la figure 3.6, chaque point \mathbf{A}_{2i} appartient à un solide \mathcal{S}_{0i} indéformable et fixe dans le repère \mathcal{R}_{0i} . L'organe terminal \mathbf{E} appartient au solide \mathcal{S} indéformable et fixe dans le repère \mathcal{R}_{e} .

Nous supposons que le solide S_{0i} (figure 3.6) peut présenter un mouvement relatif par rapport au solide S comme il peut être rigide à ce dernier. La liaison entre les deux solides est située en \mathbf{D}_{0i} . On peut toujours écrire :

$$\mathbf{A}_{2i} = \mathbf{E} + \overrightarrow{\mathbf{ED}_{0i}} + \overrightarrow{\mathbf{D}_{0i}\mathbf{A}_{2i}}$$
(3.16)

Notons que le choix de la liaison entre les deux solides S_{0i} et S centrée en \mathbf{D}_{0i} est primordiale de manière à assurer un comportement cinématique parfaitement défini du mécanisme complet. Ainsi, il faut qu'un mouvement du solide S_{0i} entraîne un mouvement du solide S, au moins selon un axe bien défini. Une liaison Glissière, par exemple, est à éviter, étant donné qu'un mouvement du solide S_{0i} le long de l'axe de la liaison n'entraîne aucun mouvement du solide S. D'autre part, pour une liaison appui-plan entre deux solides S_{0i} et S, il faut qu'elle génère un mouvement de roulement sans glissement pour éviter le cas particulier de la liaison glissière évoqué précédemment.

3.3 Modèle cinématique inverse générique complet

Dans cette partie, nous allons présenter un modèle cinématique inverse complet de l'architecture présentée en figure 3.4. Nous recherchons donc à élaborer un modèle cinématique de la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \underline{\dot{\mathbf{u}}} \\ \underline{\dot{\mathbf{n}}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{e}^{inv} \\ \mathbf{M}_{e}^{inv} \\ \mathbf{L}_{e}^{inv} \end{pmatrix} \boldsymbol{\tau}$$
(3.17)

où \mathbf{D}_{e}^{inv} , \mathbf{M}_{e}^{inv} et \mathbf{L}_{e}^{inv} sont respectivement la matrice cinématique articulaire, la matrice cinématique cartésienne associée aux directions et la matrice cinématique cartésienne associée aux limbes.

En supposant que les paramètres géométriques ξ_{geom} sont des constantes, la dérivée du modèle géométrique implicite (3.15) donne :

$$\dot{L}(r_{1i})\underline{\mathbf{u}}_i + L(r_{1i})\underline{\dot{\mathbf{u}}}_i = \frac{d}{dt}(\mathbf{A}_{2i}(\mathbf{X},\xi_{geom})) - \frac{d}{dt}(\mathbf{A}_{1i}(\alpha_{0i},r_{0i},\xi_{geom}))$$
(3.18)

En introduisant:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(\mathbf{A}_{2i}) = \frac{\partial \mathbf{A}_{2i}}{\partial \mathbf{X}} \mathcal{L}_X \boldsymbol{\tau} \\ \frac{d}{dt}(\mathbf{A}_{1i}) = \frac{\partial \mathbf{A}_{1i}}{\partial \alpha_{0i}} \dot{\alpha}_{0i} + \frac{\partial \mathbf{A}_{1i}}{\partial r_{0i}} \dot{r}_{0i} \end{cases}$$
(3.19)

où \mathcal{L}_X est la matrice reliant la dérivée temporelle de la pose au torseur cinématique de l'organe terminal [Ang95].

On peut écrire l'équation (3.18) de la façon suivante :

$$\begin{cases} L(r_{1i})\underline{\dot{\mathbf{u}}}_{i} = \mathbf{G}_{2i}^{1}\boldsymbol{\tau} + \mathbf{G}_{1i}^{0}\dot{\alpha}_{0i} + \mathbf{G}_{1i}^{1}\dot{r}_{0i} + \mathbf{G}_{1i}^{2}\dot{r}_{1i} \\ \mathbf{G}_{2i}^{1} = \frac{\partial \mathbf{A}_{2i}}{\partial \mathbf{X}}\mathcal{L}_{X} \\ \mathbf{G}_{1i}^{0} = -\frac{\partial \mathbf{A}_{1i}}{\partial \alpha_{0i}} \\ \mathbf{G}_{1i}^{1} = -\frac{\partial \mathbf{A}_{1i}}{\partial r_{0i}} \\ \mathbf{G}_{1i}^{2} = -\frac{\partial L(r_{1i})}{\partial r_{1i}}\underline{\mathbf{u}}_{i} \end{cases}$$
(3.20)

avec:

- \mathbf{G}_{2i}^1 est la matrice d'interaction associée au point 3D \mathbf{A}_{2i} . - \mathbf{G}_{1i}^0 , \mathbf{G}_{1i}^1 et \mathbf{G}_{1i}^2 sont des matrices cinématiques articulaires.

Nous pouvons encore simplifier ce modèle et nous approcher d'une cinématique qui décrit, le mieux, l'état du robot. En tenant compte de l'architecture de la nacelle (voir la partie 3.2.5) et en appliquant le théorème de la composition des vitesses, dans un repère euclidien \mathcal{R}_0 , on obtient :

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{A}_{2i}}{dt} = {}^{0}\mathbf{V}_{\mathbf{A}_{2i}} = {}^{0}\mathbf{V}_{\mathbf{D}_{0i}\in\mathcal{S}_{0i}} + {}^{0}\mathbf{\Omega}_{0i} \times {}^{0}\overrightarrow{\mathbf{D}_{0i}\mathbf{A}_{2i}} \\ \frac{d\mathbf{D}_{0i}}{dt} = {}^{0}\mathbf{V}_{\mathbf{D}_{0i}\in\mathcal{S}} = {}^{0}\mathbf{V}_{e} + {}^{0}\mathbf{\Omega}_{e} \times {}^{0}\overrightarrow{\mathbf{ED}_{0i}} \end{cases}$$
(3.21)

En tenant compte des caractéristiques de la nacelle mentionnées dans la section 3.2.5, on peut écrire :

$${}^{0}\mathbf{V}_{\mathbf{D}_{0i}\in\mathcal{S}} = {}^{0}\mathbf{V}_{\mathbf{D}_{0i}\in\mathcal{S}_{0i}}$$
(3.22)

Les deux équations (3.21) et (3.22) donnent :

$${}^{0}\mathbf{V}_{\mathbf{A}_{2i}} = {}^{0}\mathbf{V}_{e} + {}^{0}\mathbf{\Omega}_{e} \times {}^{0}\overrightarrow{\mathbf{ED}_{0i}} + {}^{0}\mathbf{\Omega}_{0i} \times {}^{0}\overrightarrow{\mathbf{D}_{0i}\mathbf{A}_{2i}}$$
(3.23)

A partir de cette équation, nous pouvons déduire deux cas significatifs :

– Dans le cas d'une nacelle composée d'un seul solide compact (\mathcal{S} et \mathcal{S}_{0i} forment un seul solide, ${}^{0}\Omega_{e} = {}^{0}\Omega_{0i}$), on aura:

$${}^{0}\mathbf{V}_{\mathbf{A}_{2i}} = \left(\mathbf{I}_{3} \quad -[{}^{0}\overrightarrow{\mathbf{EA}_{2i}}]_{\times} \right) {}^{0}\boldsymbol{\tau}_{e} = \mathbf{G}_{2i}^{1}\boldsymbol{\tau}$$
(3.24)

- Si aucun mouvement de rotation de S_{0i} par rapport à \mathcal{R}_0 (${}^0\Omega_{0i} = 0$) et si uniquement S est en mouvement de rotation par rapport à \mathcal{R}_0 alors on obtient :

$${}^{0}\mathbf{V}_{\mathbf{A}_{2i}} = \left(\mathbf{I}_{3} \quad -[{}^{0}\overrightarrow{\mathbf{ED}_{0i}}]_{\times} \right) {}^{0}\boldsymbol{\tau}_{e} = \mathbf{G}_{2i}^{1}\boldsymbol{\tau}$$
(3.25)

– Il se peut que les degrés de liberté de l'organe terminal soient inférieurs à 6. Dans ce cas, le torseur cinématique τ sera remplacé par une représentation minimale \mathcal{V} et la matrice \mathbf{G}_{2i}^1 prend une autre forme simplifiée vérifiant :

$${}^{0}\mathbf{V}_{\mathbf{A}_{2i}} = \mathbf{G}_{2i}^{1}\mathcal{V} \tag{3.26}$$

avec \mathcal{V} est une représentation minimale de $\boldsymbol{\tau}$.

3.3.1 Modèle cinématique inverse associé aux articulations motorisées

Dans la loi de commande qu'on élabore par la suite, on ne tient compte que des articulations motorisées $\dot{\mathbf{q}}$. Ce vecteur est obtenu à partir d'un empilement des variables articulaires actionnées de chaque chaîne cinématique $\dot{\mathbf{q}}_i$. S'il s'agit d'un robot parallèle à un seul actionneur alors $\dot{\mathbf{q}}_i$ correspond à une seule valeur \dot{q}_{0i} . Dans le cas d'un robot à deux actionneurs, $\dot{\mathbf{q}}_i = (\dot{q}_{0i} \ \dot{q}_{1i})^T$. On peut ainsi déduire l'expression du modèle cinématique inverse associé à toutes les articulations motorisées (modèle cinématique inverse d'actionneurneur):

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{D}_e^{inv} \boldsymbol{\tau} \tag{3.27}$$

3.3.1.1 Modèle cinématique inverse associé aux articulations q_{0i}

Sachant que dans le modèle géométrique implicite (3.20), un seul paramètre parmi $(\alpha_{0i}, r_{0i}, r_{1i})$ intervient. Donc, on peut écrire l'équivalence suivante :

$$L(r_{1i})\underline{\dot{\mathbf{u}}}_{i} = \mathbf{G}_{2i}^{1}\boldsymbol{\tau} + \mathbf{G}_{1i}^{0}\dot{\alpha}_{0i} + \mathbf{G}_{1i}^{1}\dot{r}_{0i} + \mathbf{G}_{1i}^{2}\dot{r}_{1i} \equiv \mathbf{G}_{2i}^{1}\boldsymbol{\tau} + \mathbf{G}_{1i}\dot{q}_{0i}$$
(3.28)

où \mathbf{G}_{1i} est choisie parmi $(\mathbf{G}_{1i}^0, \mathbf{G}_{1i}^1, \mathbf{G}_{1i}^2)$ selon la valeur de q_{0i} (voir la partie 3.2.3):

$$\mathbf{G}_{1i} = \lambda_i \mathbf{G}_{1i}^0 + \overline{\lambda_i} (\mu_i \mathbf{G}_{1i}^1 + \overline{\mu_i} \mathbf{G}_{1i}^2)$$
(3.29)

Sachant que $\underline{\mathbf{u}}_i^T \underline{\dot{\mathbf{u}}}_i = 0$, l'équation (3.28) donne le modèle cinématique inverse associé à q_{0i} :

$$\dot{q}_{0i} = -\frac{\underline{\mathbf{u}}_i^T \mathbf{G}_{2i}^1}{\underline{\mathbf{u}}_i^T \mathbf{G}_{1i}} \boldsymbol{\tau}$$
(3.30)

3.3.1.2 Modèle cinématique inverse associé aux articulations q_{1i}

Le mouvement du point \mathbf{A}_{2i} est lié à :

- L'actionnement au niveau de la liaison située en \mathbf{A}_{0i} ou \mathbf{P}_{0i} ou \mathbf{P}_{1i} d'articulation q_{0i} . Nous rappelons que l'actionnement de l'une de ces trois liaisons implique forcément la fixation des deux autres (voir la partie 3.2.3.1).
- L'actionnement au niveau de la liaison située en \mathbf{A}_{1i} d'articulations possibles $(\alpha_{1i}, \beta_{1i}, \gamma_{1i})$.

Cas d'une liaison Rotule ou Cardan en A_{1i} :

Dans ce cas, les articulations possibles au niveau de la liaison située en \mathbf{A}_{1i} sont $(\alpha_{1i}, \beta_{1i})$. Dans le cas d'une liaison Rotule, le mouvement du point \mathbf{A}_{2i} est indépendante de la variation de l'angle γ_{1i} (rotation autour de l'axe de l'élément référent).

La vitesse du point $\mathbf{A}_{2i}(\alpha_{1i},\beta_{1i},q_{0i})$ peut s'écrire :

$$\frac{d\mathbf{A}_{2i}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{A}_{2i}}{\partial \alpha_{1i}} \dot{\alpha}_{1i} + \frac{\partial \mathbf{A}_{2i}}{\partial \beta_{1i}} \dot{\beta}_{1i} + \frac{\partial \mathbf{A}_{2i}}{\partial q_{0i}} \dot{q}_{0i} = \mathbf{G}_{2i}^2 \begin{pmatrix} \dot{\alpha}_{1i} \\ \dot{\beta}_{1i} \\ \dot{q}_{0i} \end{pmatrix}$$
(3.31)

avec $\mathbf{G}_{2i}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{A}_{2i}}{\partial \alpha_{1i}} & \frac{\partial \mathbf{A}_{2i}}{\partial \beta_{1i}} & \frac{\partial \mathbf{A}_{2i}}{\partial q_{0i}} \end{pmatrix}$ est de dimensions 3×3 . A partir de l'équation (3.31), on peut déduire:

$$\begin{pmatrix} \dot{\alpha}_{1i} \\ \dot{\beta}_{1i} \\ \dot{q}_{0i} \end{pmatrix} = (\mathbf{G}_{2i}^2)^{-1} \frac{d\mathbf{A}_{2i}}{dt}$$
(3.32)

Sachant que (équation (3.20)):

$$\frac{d\mathbf{A}_{2i}}{dt} = \mathbf{G}_{2i}^1 \boldsymbol{\tau} \tag{3.33}$$

on peut déduire:

$$\begin{pmatrix} \dot{\alpha}_{1i} \\ \dot{\beta}_{1i} \\ \dot{q}_{0i} \end{pmatrix} = (\mathbf{G}_{2i}^2)^{-1} \mathbf{G}_{2i}^1 \boldsymbol{\tau} = \mathbf{G}_{2i}^3 \boldsymbol{\tau}$$
(3.34)

Finalement, la vitesse articulaire \dot{q}_{1i} est choisie parmi $(\dot{\alpha}_{1i},\beta_{1i})$ selon le type de la liaison située en \mathbf{A}_{2i} et de l'articulation à motoriser.

Cas d'une liaison Pivot en A_{1i} :

Dans ce cas, la seule variable articulaire en \mathbf{A}_{1i} est notée α_{1i} . Comme nous l'avons signalé, dans la partie 3.2.2, les liaisons possibles au niveau de \mathbf{A}_{0i} sont soit une liaison Pivot soit une liaison Encastrement. Nous rappelons aussi que nous traitons les manipulateurs parallèles non redondants. En conséquence, le point \mathbf{A}_{2i} aura uniquement deux degrés de liberté (mouvement dans le plan).

De ce fait, la vitesse du point $\mathbf{A}_{2i}(\alpha_{1i}, q_{0i})$ peut s'écrire :

$$\frac{d\mathbf{A}_{2i}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{A}_{2i}}{\partial \alpha_{1i}} \dot{\alpha}_{1i} + \frac{\partial \mathbf{A}_{2i}}{\partial q_{0i}} \dot{q}_{0i} = \mathbf{G}_{2i}^2 \begin{pmatrix} \dot{\alpha}_{1i} \\ \dot{q}_{0i} \end{pmatrix}$$
(3.35)

avec $\mathbf{G}_{2i}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{A}_{2i}}{\partial \alpha_{1i}} & \frac{\partial \mathbf{A}_{2i}}{\partial q_{0i}} \end{pmatrix}$ est de dimensions 2 × 2. L'équation (3.35) donne:

$$\begin{pmatrix} \dot{\alpha}_{1i} \\ \dot{q}_{0i} \end{pmatrix} = (\mathbf{G}_{2i}^2)^{-1} \frac{d\mathbf{A}_{2i}}{dt}$$
(3.36)

Sachant que (équation (3.20)) la vitesse du point \mathbf{A}_{2i} sous une forme réduite peut s'écrire:

$$\frac{d\mathbf{A}_{2i}}{dt} = \mathbf{G}_{2i}^1 \mathcal{V} \tag{3.37}$$

on peut déduire:

$$\begin{pmatrix} \dot{\alpha}_{1i} \\ \dot{q}_{0i} \end{pmatrix} = (\mathbf{G}_{2i}^2)^{-1} \mathbf{G}_{2i}^1 \mathcal{V} = \mathbf{G}_{2i}^3 \mathcal{V}$$
(3.38)

Enfin, la vitesse articulaire $\dot{q}_{1i} = \dot{\alpha}_{1i}$ est le premier terme du produit $\mathbf{G}_{2i}^3 \mathcal{V}$.

3.3.2 Modèle cinématique inverse associé aux directions

Afin d'avoir un modèle cinématique inverse complet [AM06], on complète le modèle cinématique définit en (3.27) par le modèle cinématique associé aux directions reliant $\underline{\dot{\mathbf{u}}}_i$ au torseur cinématique $\boldsymbol{\tau}$:

$$\underline{\dot{\mathbf{u}}}_i = \mathbf{M}_i \boldsymbol{\tau} \tag{3.39}$$

Ce modèle donne la variation des directions des éléments référents, dans le repère caméra, et montre qu'il existe un fort couplage entre les mouvements des chaînes cinématiques qui peut engendrer des efforts internes.

Le modèle cinématique inverse associé aux directions est obtenu en insérant (3.30) dans (3.28):

$$\underline{\dot{\mathbf{u}}}_{i} = \frac{1}{L(r_{1i})} (\mathbf{I}_{3} - \frac{\mathbf{G}_{1i} \underline{\mathbf{u}}_{i}^{T}}{\underline{\mathbf{u}}_{i}^{T} \mathbf{G}_{1i}}) \mathbf{G}_{2i}^{1} \boldsymbol{\tau}$$
(3.40)

D'où, la matrice d'interaction associée à l'orientation des éléments référents :

$$\mathbf{M}_{i} = \frac{1}{L(r_{1i})} (\mathbf{I}_{3} - \frac{\mathbf{G}_{1i} \underline{\mathbf{u}}_{i}^{T}}{\underline{\mathbf{u}}_{i}^{T} \mathbf{G}_{1i}}) \mathbf{G}_{2i}^{1}$$
(3.41)

3.3.3 Modèle cinématique inverse associé aux limbes

La dernière équation du système (3.11) est valable pour tout point appartenant à l'axe du cylindre de révolution à observer par un capteur de vision. En particulier, elle est valable pour le point \mathbf{A}_{2i} .

Remarquons aussi que $({}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i}, {}^{c}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j}, {}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i} \times {}^{c}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j})$ représente une base orthonormée. Par conséquent, nous pouvons écrire :

$${}^{c}\underline{\dot{\mathbf{n}}}_{i}^{j} = \gamma_{1}{}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i} + \gamma_{2}{}^{c}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j} + \gamma_{3}{}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i} \times {}^{c}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j}$$
(3.42)

Le calcul de γ_1 , γ_2 et γ_3 est obtenu en utilisant la dérivée des contraintes (3.11):

$${}^{c}\underline{\dot{\mathbf{n}}}_{i}^{j^{T}}\underline{\mathbf{u}}_{i} + {}^{c}\underline{\dot{\mathbf{u}}}_{i}^{Tc}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j} = 0$$

$$(3.43)$$

$${}^{c}\dot{\mathbf{n}}_{i}^{j^{T}c}\mathbf{n}_{i}^{j} = 0 \tag{3.44}$$

$${}^{c}\dot{\mathbf{A}}_{2i}^{Tc}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j} + {}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{Tc}\underline{\dot{\mathbf{n}}}_{i}^{j} = 0$$

$$(3.45)$$

Nous avons montré que (voir les équations (3.19) et (3.20)):

$${}^{c}\dot{\mathbf{A}}_{2i} = \mathbf{G}_{2i}^{1}\boldsymbol{\tau} \tag{3.46}$$

En insérant la dernière équation dans (3.45), on aura:

$${}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{Tc}\underline{\dot{\mathbf{n}}}_{i}^{j} = -{}^{c}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j^{T}}\mathbf{G}_{2i}^{1}\boldsymbol{\tau}$$

$$(3.47)$$

En plus, les deux équations (3.42) et (3.43) donnent:

$$\gamma_1 = -^c \underline{\dot{\mathbf{u}}}_i^{Tc} \underline{\mathbf{n}}_i^j = -^c \underline{\mathbf{n}}_i^{j^Tc} \underline{\dot{\mathbf{u}}}_i$$
(3.48)

De même, (3.42) et (3.44) donnent:

$$\gamma_2 = 0 \tag{3.49}$$

Enfin, à partir de (3.42) et (3.47), on calcule:

$$\gamma_{3} = -\frac{{}^{c}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j^{T}}\mathbf{G}_{2i}^{1}\boldsymbol{\tau}}{{}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{T}({}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i} \times {}^{c}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j})} + \frac{{}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{T}{}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i}}{{}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{T}({}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i} \times {}^{c}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j})}{{}^{c}\mathbf{n}_{i}^{j^{T}}{}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i}}$$
(3.50)

Finalement, l'expression du modèle cinématique inverse associé aux limbes aura la forme suivante :

$${}^{c}\underline{\dot{\mathbf{n}}}_{i}^{j} = (\mathbf{R}_{1i}^{j}\mathbf{G}_{2i}^{1} + \mathbf{R}_{2i}^{j}\mathbf{M}_{i})\boldsymbol{\tau} = {}^{c}\mathbf{L}_{i}^{j}\boldsymbol{\tau}$$
(3.51)

avec

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{1i}^{j} = -\frac{(^{c}\mathbf{\underline{u}}_{i} \times ^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i}^{j})^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i}^{j^{T}}}{^{c}\mathbf{A}_{2i}^{T}(^{c}\mathbf{\underline{u}}_{i} \times ^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i}^{j})} \\ \mathbf{R}_{2i}^{j} = -(\mathbf{I}_{3} - \frac{(^{c}\mathbf{\underline{u}}_{i} \times ^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i}^{j})^{c}\mathbf{A}_{2i}^{T}}{^{c}\mathbf{A}_{2i}^{T}(^{c}\mathbf{\underline{u}}_{i} \times ^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i}^{j})})^{c}\mathbf{\underline{u}}_{i}^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i}^{j^{T}} \\ ^{c}\mathbf{L}_{i}^{j} = \mathbf{R}_{1i}^{j}\mathbf{G}_{2i}^{1} + \mathbf{R}_{2i}^{j}\mathbf{M}_{i} \end{cases}$$
(3.52)

où \mathbf{M}_i est définie en (3.41) et \mathbf{G}_{2i}^1 est définie en (3.20).

Cela prouve que le mouvement de la plate-forme dépend linéairement de la variation du mouvement du point \mathbf{A}_{2i} représenté par \mathbf{G}_{2i}^1 et du modèle cinématique inverse associé aux directions (\mathbf{M}_i).

3.4 Choix de l'erreur

Pour établir la loi de commande générique, on cherche à minimiser une erreur **e** ayant un comportement exponentiel de la forme :

$$\dot{\mathbf{e}} = -\lambda \mathbf{e} \tag{3.53}$$

La figure 3.7 est le schéma de l'asservissement visuel des directions référentes. Le but est de trouver les vitesses articulaires correspondantes à envoyer au robot en passant par une loi de commande exprimant les vitesses cartésiennes en fonction de l'erreur **e**. Ensuite, le modèle cinématique inverse assure la conversion de ces vitesses cartésiennes en consignes articulaires. Nous rappelons qu'en observant les éléments cinématiques on peut extraire, comme primitives visuelles, les limbes $\underline{\mathbf{n}}_i^j$ ou les directions $\underline{\mathbf{u}}_i$.



FIG. 3.7 – Principe de l'asservissement visuel des directions référentes

Nous avons choisi d'établir deux types de commande. La première [AMM05] (figure 3.7) est fondée sur l'erreur géodésique:

$$\mathbf{e}_i = {}^c \underline{\mathbf{u}}_i \times {}^c \underline{\mathbf{u}}_i^* \tag{3.54}$$

L'architecture du robot proposée est formée de n chaînes cinématiques. Les primitives visuelles sont les directions exprimées dans le repère caméra. L'erreur sur toutes les directions référentes est donc $\mathbf{e} = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_1^T & \dots & \mathbf{e}_n^T \end{pmatrix}^T$.



FIG. 3.8 – Principe de l'asservissement visuel des limbes référentes

La deuxième commande [ADM07, DAM06] (figure 3.8) est telle que:

$$\mathbf{e}_{i}^{j} = {}^{im}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j} \times {}^{im}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j*} \tag{3.55}$$

Les primitives visuelles sont les limbes exprimées dans le repère image. L'erreur sur toutes les limbes référentes est $\mathbf{e} = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_1^{1^T} & \mathbf{e}_1^{2^T} & \dots & \mathbf{e}_n^{1^T} & \mathbf{e}_n^{2^T} \end{pmatrix}^T$.

3.5 Asservissement visuel des directions référentes

Comme prévu, pour la première commande, nous emploierons les vecteurs unitaires ${}^{c}\mathbf{u}_{i}$ comme primitives visuelles et une erreur géodésique donnée par (3.54).

3.5.1 Loi de commande

La dérivation temporelle de (3.54) donne :

$$\dot{\mathbf{e}}_i = {}^c \underline{\dot{\mathbf{u}}}_i \times {}^c \underline{\mathbf{u}}_i^* = -[{}^c \underline{\mathbf{u}}_i^*]_{\times} {}^c \underline{\dot{\mathbf{u}}}_i \tag{3.56}$$

En insérant (3.39) dans (3.56), on aura:

$$\dot{\mathbf{e}}_i = -[^c \underline{\mathbf{u}}_i^*]_{\times} \mathbf{M}_i \boldsymbol{\tau} \tag{3.57}$$

Par empilement de la variation des erreurs $\dot{\mathbf{e}}_i$ pour toutes les jambes, on peut élaborer la relation suivante :

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{L}\boldsymbol{\tau} \tag{3.58}$$

où **L** est obtenue par empilement des matrices $\mathbf{L}_i = -[^c \underline{\mathbf{u}}_i^*]_{\times} \mathbf{M}_i$.

Ce qui donne, en utilisant (3.53):

$$\boldsymbol{\tau} = -\lambda \widehat{\mathbf{L}}^{+} \mathbf{e} \tag{3.59}$$

En utilisant (3.27) et (3.59), on peut obtenir la loi de commande de l'asservissement visuel sur les directions :

$$\dot{\mathbf{q}} = -\lambda \widetilde{\mathbf{D}_e^{inv}} \widehat{\mathbf{L}}^+ \mathbf{e} \tag{3.60}$$

3.5.2 Limitation

Dans [AM06], les auteurs ont montré que les directions référentes $\underline{\mathbf{u}}_i$ ne décrivent pas forcément l'état d'un robot parallèle. En prenant le I4L (figure A.2) comme cas particulier, ils ont montré qu'un mouvement égal sur chaque moteur provoque une translation pure de l'ensemble du mécanisme sans le moindre changement des directions référentes. Une étude détaillée de ce robot sera présentée dans l'annexe A.

On peut facilement vérifier ce cas particulier, en prenant un élément cylindrique en mouvement de translation pure le long d'un axe fixe. On remarque que la direction de l'axe du cylindre (la direction des limbes) reste invariante dans l'espace 3D.

Par contre, les plans d'interprétations (voir la notion de projection perspective d'un élément cylindrique dans la partie 3.1.2) changent d'orientation, dans le repère \mathcal{R}_c , après un mouvement de translation. Cela se justifie aussi en utilisant l'expression (3.8) qui montre que chaque limbe dépend de la position d'un point choisi arbitrairement sur l'axe de l'élément cylindrique. En conséquence, nous montrerons



FIG. 3.9 – La direction invariante d'un élément cylindrique en translation pure le long d'un axe fixe

par la suite, qu'un modèle projectif dans l'espace image basé sur l'asservissement visuel des limbes décrit entièrement l'état des robots parallèles et le I4L en particulier.

3.6 Asservissement visuel des limbes des éléments référents

Nous cherchons dans cette partie à établir une loi de commande générique basée sur l'observation des éléments référents et l'extraction des limbes comme primitives visuelles. L'erreur est choisie entre la limbe du cylindre en position courante ${}^{im}\mathbf{n}_{i}^{j}$ et la limbe en position désirée ${}^{im}\mathbf{n}_{i}^{j*}$.

3.6.1 Matrice d'interaction associée aux limbes

Pour établir la commande générique associée aux limbes , on aura besoin d'exprimer la matrice d'interaction ${}^{im}\mathbf{L}_i^j$ reliant la torseur cartésien ${}^c\boldsymbol{\tau}_e$ à la dérivée du vecteur limbe de chaque élément référent ${}^{im}\mathbf{\dot{n}}_i^j$:

$${}^{im}\underline{\dot{\mathbf{n}}}_i^j = {}^{im}\mathbf{L}_i^{jc}\boldsymbol{\tau}_e \tag{3.61}$$

Cette matrice ${}^{im}\mathbf{L}_{i}^{j}$ peut être écrite sous la forme d'un produit de deux matrices :

$${}^{im}\mathbf{L}_i^j = {}^{im}\mathbf{J}_c{}^c\mathbf{L}_i^j \tag{3.62}$$

où ${}^{im}\mathbf{J}_c$ est associée au changement des coordonnées des limbes, de l'espace projectif 3D (repère caméra) vers l'image:

$${}^{im}\dot{\mathbf{n}}_{i}^{j} = {}^{im}\mathbf{J}_{c}{}^{c}\dot{\mathbf{n}}_{i}^{j} \tag{3.63}$$

La seconde matrice ${}^{c}\mathbf{L}_{i}^{j}$ relie la dérivée des vecteurs limbes ${}^{c}\underline{\dot{\mathbf{n}}}_{i}^{j}$, exprimés dans le repère caméra, au torseur cartésien ${}^{c}\boldsymbol{\tau}_{e}$:

$${}^{c}\underline{\dot{\mathbf{n}}}_{i}^{j} = {}^{c}\mathbf{L}_{i}^{jc}\boldsymbol{\tau}_{e} \tag{3.64}$$

3.6.2 Changement des coordonnées des limbes : de l'espace projectif 3D vers l'image

En utilisant (3.7) pour chaque jambe *i* et pour chaque limbe *j* de l'élément référent, on peut écrire :

$${}^{im}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j} = \frac{\mathbf{K}^{-Tc}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j}}{\parallel \mathbf{K}^{-Tc}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j} \parallel} = \frac{\mathbf{K}^{-Tc}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j}}{((\mathbf{K}^{-Tc}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j})^{T}\mathbf{K}^{-Tc}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j})^{\frac{1}{2}}}$$
(3.65)

La dérivée par rapport au temps de l'équation (3.65) donne :

$${}^{im}\underline{\dot{\mathbf{n}}}_{i}^{j} = \frac{1}{\|\mathbf{K}^{-Tc}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j}\|} (\mathbf{I}_{3} - \frac{\mathbf{K}^{-Tc}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j}(\mathbf{K}^{-Tc}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j})^{T}}{\|\mathbf{K}^{-Tc}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j}\|^{2}}) \mathbf{K}^{-Tc}\underline{\dot{\mathbf{n}}}_{i}^{j}$$
(3.66)

A partir de (3.7), on peut calculer:

$$\mathbf{K}^{-Tc}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j} = {}^{im}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j} \parallel \mathbf{K}^{-Tc}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j} \parallel$$
(3.67)

 et

$$\| \mathbf{K}^{-Tc} \underline{\mathbf{n}}_{i}^{j} \| = \frac{1}{\| \mathbf{K}^{Tim} \underline{\mathbf{n}}_{i}^{j} \|}$$
(3.68)

En insérant (3.67) et (3.68) dans (3.66), on obtient l'expression de ${}^{im}\mathbf{J}_{c}$:

$${}^{im}\mathbf{J}_{c} = \parallel \mathbf{K}^{Tim}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j} \parallel (\mathbf{I}_{3} - {}^{im}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{jim}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j^{T}})\mathbf{K}^{-T}$$
(3.69)

3.6.3 Loi de commande générique

La dérivée par rapport au temps de l'équation (3.55) donne :

$$\dot{\mathbf{e}}_{i}^{j} = {}^{im}\underline{\dot{\mathbf{n}}}_{i}^{j} \times {}^{im}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j*} = -[{}^{im}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j*}]_{\times}{}^{im}\underline{\dot{\mathbf{n}}}_{i}^{j}$$
(3.70)

En utilisant (3.61), on peut vérifier que:

$$\dot{\mathbf{e}}_i^j = \mathbf{N}_i^{jc} \boldsymbol{\tau}_e \tag{3.71}$$

avec

$$\mathbf{N}_{i}^{j} = -[{}^{im}\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j*}]_{\times}{}^{im}\mathbf{L}_{i}^{j}$$

$$(3.72)$$

En tenant compte de (3.53), l'équation (3.71) donne :

$$^{c}\boldsymbol{\tau}_{e} = -\lambda \widehat{\mathbf{N}}^{+} \mathbf{e} \tag{3.73}$$

où N est la matrice composée, par empilement, des matrices d'interaction individuelles \mathbf{N}_{i}^{j} .

En insérant (3.73) dans (3.27), la loi de commande générique est obtenue par :

$$\dot{\mathbf{q}} = -\lambda^{c} \widehat{\mathbf{D}_{e}^{inv}} \widehat{\mathbf{N}}^{+} e \tag{3.74}$$

3.7 Identification basée vision des paramètres nécessaires pour la commande

Plusieurs paramètres géométriques interviennent dans le modèle de commande. Dans la partie 3.2.4, le modèle géométrique implicite (l'équation 3.14) est simplifié lorsqu'une information visuelle sur la direction de chaque élément référent est disponible. Parmi les travaux récents de l'identification référencée vision, on peut citer la méthode numérique qui combine les informations redondantes en observant l'organe terminal ou les éléments cinématiques du mécanisme ou les deux en même temps [RAPM04].

Une autre approche basée sur l'observation des éléments cinématiques utilise les invariants des liaisons et l'extractions des limbes (figure 3.10). Elle consiste à utiliser la dernière contrainte mentionnée en (3.11). En effet, dans le cas d'une liaison Rotule, Pivot ou Cardan centrée en un point \mathbf{A}_i et fixe par rapport au repère caméra \mathcal{R}_c , il est possible de retrouver la position de ce point \mathbf{A}_i . Plusieurs configurations du robot donnent naissance à plusieurs positions de l'axe du cylindre dans l'espace. L'intersection de ces axes est la position du point en question.

En utilisant les contraintes mentionnées en (3.11) pour chaque élément cylindrique i de rayon R et pour chaque configuration k, on obtient :

$$(^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i}^{1,k})^{Tc}\mathbf{A}_{i} = -R \tag{3.75}$$

$$(^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i}^{2,k})^{Tc}\mathbf{A}_{i} = -R \tag{3.76}$$



FIG. 3.10 – Exploitation des invariants des liaisons pour l'estimation du point A_i

En conséquence, pour N configurations, nous pouvons construire le système linéaire suivant, pour chaque jambe i:

$$\begin{pmatrix} (^{c}\widehat{\mathbf{n}}_{i}^{1,1})^{T} \\ (^{c}\widehat{\mathbf{n}}_{i}^{2,1})^{T} \\ \vdots \\ (^{c}\widehat{\mathbf{n}}_{i}^{1,N})^{T} \\ (^{c}\widehat{\mathbf{n}}_{i}^{2,N})^{T} \end{pmatrix}^{c} \mathbf{A}_{i} = \begin{pmatrix} -R \\ -R \\ \vdots \\ -R \\ -R \\ -R \end{pmatrix}$$
(3.77)

La procédure d'étalonnage est réduite au système (3.77) ayant une solution unique. Pour garantir une bonne précision, il est nécessaire d'utiliser des configurations qui couvrent tout l'espace de travail du robot. L'estimation des limbes dans le repère caméra peut être bruitée après une extraction de ces primitives à partir de l'image. Il est nécessaire donc de résoudre le système (3.77) en utilisant une méthode d'optimisation itérative. Il est à noter que cette méthode permet d'estimer chaque point ${}^{c}\mathbf{A}_{i}$ indépendamment des autres points d'attaches, sans connaître le modèle CAO de la base.

Nous nous pencherons sur l'étude et la validation de la méthode basée sur les invariants de liaisons. Nous présenterons, dans la suite, la validation expérimentale de cette méthode sur la plate-forme de Gough-Stewart en utilisant une caméra perspective. Nous montrerons aussi que pour la famille des robots H4/I4, il est possible d'estimer directement la position des points \mathbf{A}_{2i} .

3.8 Conclusion

Nous avons proposé, dans ce chapitre, un modèle générique pour la commande référencée vision de la plupart des mécanismes parallèles existants, par observation des éléments cinématiques. En utilisant la vision comme capteur redondant extéroceptif, nous avons rappelé une représentation adéquate des droites dans l'espace 3D ainsi qu'une projection, dans l'espace image, des cylindres de révolution représentant des éléments cinématiques du robot. Cela nous a amené au choix des primitives visuelles et le choix d'un élément référent à observer.

Pour mettre en place ce modèle, nous avons introduit une architecture générique des mécanismes parallèles existants. Ceci nous a permis de faire une étude cinématique en nous basant sur la notion des éléments cinématiques cylindriques, des directions et des limbes référentes. Le modèle présenté décrit séparément la variation des articulations (le mouvement des actionneurs), des directions et des limbes référentes en fonction du torseur cinématique de l'organe terminal (le mouvement de l'organe terminal).

Nous avons proposé aussi deux lois de commande génériques. La première, nommée asservissement visuel des directions référentes, est basée sur la reconstruction des directions dans l'espace 3D. Il s'avère que le robot I4L a fait un cas particulier où la commande basée sur les directions ne représente pas d'une manière complète l'état du robot. Cela nous a amené à remonter à l'espace image et à formuler une loi de commande basée sur les limbes qui nous a permis de définir l'état des mécanismes parallèles à partir de ces primitives.

La fin de ce chapitre a été consacrée à l'identification des paramètres nécessaires pour la commande. Cette étape est indispensable pour mener à bien le modèle générique proposé.

Dans le chapitre 4, nous allons valider l'apport de la méthode à travers des expérimentations sur la plate-forme de Gough-Stewart [ADM07] et sur le Par4, ainsi qu'à travers des simulations sur d'autres robots.

Chapitre 4

Validation de la commande référencée vision basée sur l'observation des éléments cinématiques

Dans le chapitre précédent, nous avons proposé une contribution à un modèle générique pour la commande référencée vision de la plupart des robots parallèles existants. Cette approche est basée sur l'observation des éléments cinématiques et l'extraction des limbes. Elle a été testée en simulation sur plusieurs catégories de robots parallèles.

Sachant que la pose de l'organe terminal des robots parallèles représente son état, il est donc préférable qu'un simulateur (figure 4.1) retourne la transformation base/effecteur ${}^{b}\mathbf{T}_{e}$. La méthode de simulation que nous avons élaborée consiste à :

- Simuler la caméra et l'extraction des primitives visuelles (voir l'expression analytique des limbes vue dans la partie 3.1.2).
- Calculer les vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}$ à travers une loi de commande.
- Simuler le robot.



FIG. 4.1 – Schéma du simulateur

La simulation du robot fournit, à chaque instant t, la pose ${}^{b}\mathbf{T}_{e}(t)$ de l'effecteur par rapport à la base en utilisant un module d'intégration des vitesses de translation

et de rotation (générées à partir des vitesses articulaires via une inversion du modèle cinématique inverse).

La pose ${}^{b}\mathbf{T}_{e}(t)$ dépend de la pose initiale ${}^{b}\mathbf{T}_{e}(t_{0})$ ainsi que du déplacement $\delta^{e}\mathbf{T}_{e}(t)$:

$$\begin{cases} {}^{b}\mathbf{T}_{e}(t) = {}^{b}\mathbf{T}_{e}(t_{0})\delta^{e}\mathbf{T}_{e}(t) \\ \delta^{e}\mathbf{T}_{e}(t) = \begin{pmatrix} \delta^{e}\mathbf{R}_{e}(t) & \delta^{e}\mathbf{t}_{e}(t) \\ \mathbf{0}_{1\times3} & 1 \end{pmatrix} \end{cases}$$
(4.1)

Le terme $\delta^e \mathbf{T}_e(t)$ est obtenu par intégration de la vitesse cartésienne ${}^e \boldsymbol{\tau}_e$ de l'effecteur par rapport à la base, exprimée dans le repère de l'effecteur entre t_0 et t. Sous l'hypothèse que cette vitesse est constante durant $\delta t = t - t_0$, on peut écrire [PC05]:

$$\begin{cases} \delta^{e} \mathbf{R}_{e}(t) = \mathbf{I}_{3} + \sin(\omega \delta t) [\underline{\mathbf{a}}]_{\times} + (1 - \cos(\omega \delta t)) [\underline{\mathbf{a}}]_{\times}^{2} \\ \delta^{e} \mathbf{t}_{e}(t) = (\mathbf{I}_{3} + \frac{(1 - \cos(\omega \delta t))}{\omega \delta t} [\underline{\mathbf{a}}]_{\times} + (1 - \frac{\sin(\omega \delta t)}{\omega \delta t}) [\underline{\mathbf{a}}]_{\times}^{2}) \mathbf{V}_{e} \delta t \end{cases}$$

$$(4.2)$$

avec:

 $-\omega$ est la norme de la vitesse de rotation Ω_e et <u>a</u> son axe de rotation.

- \mathbf{V}_{e} est la vites se de translation de l'effecteur.

Néanmoins, une simulation ne permet pas la confrontation avec le contexte expérimental qui présente souvent une autre réalité et un autre comportement des robots. Nous présenterons donc deux validations expérimentales sur deux mécanismes parallèles : la plate-forme de Gough-Stewart [GW62, Ste65] (figure 4.2) et le robot Par4 [NCK⁺05] (figure 2.37). Pour chaque mécanisme, nous évaluerons le comportement des erreurs sur les directions, sur les limbes et sur les variables articulaires, ainsi que le comportement des vitesses articulaires et des vitesses cartésiennes. Nous ferons aussi une évaluation de la méthode d'identification basée sur l'observation des éléments cinématiques et l'extraction des limbes.

4.1 Expérimentation sur la plate-forme de Gough-Stewart

4.1.1 Contexte expérimental

La plate-forme de Gough-Stewart est équipée d'une carte de commande analogique. Des vérins électriques (figure 4.3) assurent l'actionnement des jambes en translation. Chaque vérin est commandé en position via une loi Proportionnelle-Dérivée implantée sur la carte analogique.

En assurant une interface avec Linux-RTAI, la commande cinématique de la plate-forme de Gough-Stewart est assurée en utilisant la bibliothèque ViSP [MSC05] pour l'extraction des limbes de chaque jambe, le suivi et le calcul matriciel.



FIG. 4.2 – Observation de la plate-forme de Gough-Stewart par une caméra perspective



FIG. 4.3 – Structure d'une jambe de la plate-forme de Gough-Stewart

Le robot est observé par une caméra perspective (1024x780 pixels), FireWire fixe par rapport à la base de telle sorte que les jambes ne sortent pas du champ de vision de la caméra.

Une deuxième caméra, fixe dans le repère de la base et observant une mire placée sur l'organe terminal, sera utilisée afin de mesurer la pose de l'organe terminal et déterminer ainsi sa trajectoire le long de la tâche (figure 4.2).

4.1.2Correspondance avec le modèle générique

Dans la section 2.2, nous avons présenté l'architecture de la plate-forme de Gough-stewart. Ainsi, nous avons déterminé l'expression du modèle cinématique inverse (2.38).

Par correspondance avec le modèle générique présenté dans le chapitre 3, nous pouvons établir le tableau récapitulatif 4.1.

Nombre d'actionneurs par jambe	1
μ_i	0
λ_i	0
q_{0i}	$L(r_{1i}) = r_{1i}$
\mathbf{A}_{1i}	invariant
Nacelle	Solide compact $(^{c}\Omega_{e} = {}^{c}\Omega_{0i})$
\mathbf{G}_{1i}^{0}	0
\mathbf{G}_{1i}^1	0
\mathbf{G}_{1i}^2	$-\underline{\mathbf{u}}_i$
\mathbf{G}_{1i}	$-\underline{\mathbf{u}}_i$
\mathbf{G}_{2i}^1	$(\mathbf{I}_3 -[\overrightarrow{\mathbf{EA}_{2i}}]_{\times})$

TAB. 4.1 – Correspondance des paramètres de la plate-forme de Gough-Stewart avec le modèle générique

<u>Preuve</u>:

Г

Dans le cas de la plate-forme de Gough, les extrémités de l'élément référent de longueur $L(r_{1i}) = q_{0i} = r_{1i}$ sont \mathbf{A}_{1i} et \mathbf{A}_{2i} (voir figure 3.4 et figure 4.4). Le modèle géométrique implicite (3.14) s'écrit sous la forme :

$$r_{1i}{}^c \underline{\mathbf{u}}_i = {}^c \mathbf{A}_{2i} - {}^c \mathbf{A}_{1i} \tag{4.3}$$

Calcul de G_{1i} :

Sachant que le point \mathbf{A}_{1i} est fixe dans le repère lié à la caméra $\left(\frac{d({}^{c}\mathbf{A}_{1i})}{dt} = \mathbf{0}\right)$ et que la longueur de l'élément référent $[\mathbf{A}_{1i}\mathbf{A}_{2i}]$ est $L(r_{1i}) = r_{1i}$, on peut ainsi calculer :

$$\mathbf{G}_{1i}^{0} = -\frac{\partial \mathbf{A}_{1i}}{\partial \alpha_{0i}} = 0$$

$$\mathbf{G}_{1i}^{1} = -\frac{\partial \mathbf{A}_{1i}}{\partial r_{0i}} = 0$$

$$\mathbf{G}_{1i}^{2} = -\frac{\partial L(r_{1i})}{\partial r_{1i}} \mathbf{\underline{u}}_{i} = -\mathbf{\underline{u}}_{i}$$
(4.4)

D'où, l'expression de \mathbf{G}_{1i} (voir l'équation 3.29):

$$\mathbf{G}_{1i} = \mathbf{G}_{1i}^2 = -\underline{\mathbf{u}}_i \tag{4.5}$$

 $\underline{\text{Calcul de } \mathbf{G}_{2i}^1} \text{:}$



FIG. 4.4 – Correspondance de la plate-forme de Gough-Stewart avec l'architecture générique

Sachant que la plate-forme mobile du robot est un solide compact contenant l'organe terminal \mathbf{E} , la vitesse du point \mathbf{A}_{2i} exprimée dans le repère caméra est :

$$\frac{d({}^{c}\mathbf{A}_{2i})}{dt} = {}^{c}\mathbf{V}_{e} + {}^{c}\mathbf{\Omega}_{e} \times {}^{c}\overrightarrow{\mathbf{E}\mathbf{A}_{2i}} = (\mathbf{I}_{3} - [{}^{c}\overrightarrow{\mathbf{E}\mathbf{A}_{2i}}]_{\times})^{c}\boldsymbol{\tau}_{e}$$
(4.6)

Sachant que ${}^{c}\boldsymbol{\tau}_{e} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{3} & -[{}^{c}\mathbf{t}_{e}]_{\times} \\ \mathbf{0}_{3} & \mathbf{I}_{3} \end{pmatrix} {}^{c}\boldsymbol{\tau}_{c}$, l'équation 4.6 devient : $\frac{d({}^{c}\mathbf{A}_{2i})}{\mathbf{I}_{3}} = (\mathbf{I}_{3} - [{}^{c}\mathbf{A}_{2i}]_{\times})^{c}\boldsymbol{\tau}_{c}$

$$\frac{l({}^{c}\mathbf{A}_{2i})}{dt} = (\mathbf{I}_{3} - [{}^{c}\mathbf{A}_{2i}]_{\times})^{c}\boldsymbol{\tau}_{c}$$

$$(4.7)$$

En écrivant :

$${}^{c}\mathbf{A}_{2i} = {}^{c}\mathbf{A}_{1i} + r_{1i}{}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i} \tag{4.8}$$

on peut déduire:

$$\frac{d({}^{c}\mathbf{A}_{2i})}{dt} = (\mathbf{I}_{3} - [{}^{c}\mathbf{A}_{1i}]_{\times})^{c}\boldsymbol{\tau}_{c} = \mathbf{G}_{2i}^{1\ c}\boldsymbol{\tau}_{c}$$
(4.9)

où

$$\mathbf{G}_{2i}^{1} = (\mathbf{I}_{3} \ -[^{c}\mathbf{A}_{1i}]_{\times})$$
(4.10)

Rappelons les formes génériques des modèles cinématiques inverses associés aux articulations q_{0i} et aux directions :

$$\begin{cases} \dot{q}_{0i} = -\frac{\mathbf{\underline{u}}_{i}^{T} \mathbf{G}_{2i}^{1} c}{\mathbf{\underline{u}}_{i}^{T} \mathbf{G}_{1i}} \boldsymbol{\tau}_{c} \\ \underline{\dot{\mathbf{u}}}_{i} = \mathbf{M}_{i} = \frac{1}{L(r_{1i})} (\mathbf{I}_{3} - \frac{\mathbf{G}_{1i} \mathbf{\underline{u}}_{i}^{T}}{\mathbf{\underline{u}}_{i}^{T} \mathbf{G}_{1i}}) \mathbf{G}_{2i}^{1} c \boldsymbol{\tau}_{c} \end{cases}$$
(4.11)

Enfin, en connaissant \mathbf{G}_{1i} et \mathbf{G}_{2i}^1 , on peut facilement retrouver les modèles cinématiques inverses associés aux articulations et aux directions de la plate-forme de Gough-Stewart :

$$\begin{cases} \dot{q}_{0i} = {}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i}^{T} (\mathbf{I}_{3} - [{}^{c}\mathbf{A}_{1i}]_{\times}){}^{c}\boldsymbol{\tau}_{c} = \left({}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i}^{T} ({}^{c}\mathbf{A}_{1i} \times {}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i})^{T} \right){}^{c}\boldsymbol{\tau}_{c} \\ {}^{c}\underline{\dot{\mathbf{u}}}_{i} = \mathbf{M}_{i}{}^{c}\boldsymbol{\tau}_{c} = \frac{1}{r_{1i}}(\mathbf{I}_{3} - {}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i}{}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i}^{T}) (\mathbf{I}_{3} - [{}^{c}\mathbf{A}_{1i}]_{\times}){}^{c}\boldsymbol{\tau}_{c} \end{cases}$$
(4.12)

Rappelons aussi l'expression du modèle cinématique inverse associé aux limbes (voir la partie 3.3.3 et les termes associés à ce modèle), avec ${}^{c}\mathbf{A}_{2i} = {}^{c}\mathbf{A}_{1i} + r_{1i}{}^{c}\mathbf{\underline{u}}_{i}$:

$${}^{c}\underline{\dot{\mathbf{n}}}_{i}^{j} = (\mathbf{R}_{1i}^{j}\mathbf{G}_{2i}^{1} + \mathbf{R}_{2i}^{j}\mathbf{M}_{i})^{c}\boldsymbol{\tau}_{c} = {}^{c}\mathbf{L}_{i}^{jc}\boldsymbol{\tau}_{c}$$
(4.13)

4.1.3 Résultats de l'identification des paramètres nécessaires pour la commande

L'estimation de la position des points ${}^{c}\mathbf{A}_{1i}$ est nécessaire pour élaborer la commande basée sur l'observation des éléments cinématiques de la plate-forme de Gough-Stewart.

Remarquons l'existence d'une liaison Rotule centrée en ${}^{c}\mathbf{A}_{1i}$. Ceci favorise l'utilisation de la méthode des invariants de liaisons pour l'identification (voir la partie 3.7).

L'approche repose sur la dernière contrainte mentionnée en (3.11). L'extrémité basse de la jambe i (figure 4.4) reste invariante en choisissant plusieurs configurations du robot.

Durant l'expérience, le robot est observé par une caméra perspective placée en face de la plate-forme de Gough-Stewart (figure 4.5). Nous avons choisi les 64 configurations les plus réparties dans l'espace de travail du robot pour assurer une variation de l'orientation de chaque jambe.



FIG. 4.5 – Contexte expérimental de l'identification et de la commande



FIG. 4.6 – Reconstruction des points estimés par la méthode d'identification ${}^{c}\mathbf{A}_{1i}$ (cercles) en utilisant une caméra perspective et des points estimés manuellement ${}^{c}\mathbf{A}_{1i}^{man}$ (croix)



FIG. 4.7 – La reconstruction du modèle de la base par identification (rose, trait continu) et le modèle CAO (bleu, trait discontinu) : vue horizontal (à gauche) et vue vertical (à droite)

La figure 4.6 montre la projection des points ${}^{c}\mathbf{A}_{1i}$ dans l'image (les points estimés par l'approche d'identification (cercles) et les points estimés manuellement ${}^{c}\mathbf{A}_{1i}^{man}$ (croix)). Il est à noter que l'estimation manuelle n'est qu'une estimation grossière de la transformation base/caméra permettant de calculer ensuite ${}^{c}\mathbf{A}_{1i}^{man} = {}^{c}\mathbf{T}_{b}{}^{b}\mathbf{A}_{i}$.

La reconstruction géométrique de l'emplacement des points est représentée dans la figure 4.7. Les erreurs à réguler étant les limbes exprimées dans l'image, les paramètres géométriques estimés n'ont aucun effet sur ces erreurs.

4.1.4 Résultats de l'asservissement visuel des directions

Nous avons mis en oeuvre l'asservissement visuel des directions référentes (figure 4.8) sur la plateforme de Gough-Stewart. Pour cela, nous avons, de nouveau, utilisé la bibliothèque ViSP [MSC05] pour l'extraction et le suivi des limbes des jambes cylindriques dans l'image. Après l'étape d'extraction, nous reconstruisons la direction à partir de la relation (3.10) sans une étape de filtrage ou de lissage.

La figure 4.8 présente les résultats de la commande référencée vision basée sur l'asservissement des directions référentes. Comme nous pouvons le constater les courbes d'erreurs sont très bruitées. La commande est très sensible aux erreurs de mesure et d'étalonnage. Plusieurs contraintes sont à l'origine de cette sensibilité :

- L'utilisation d'une caméra perspective pour l'observation de 6 jambes de la plate-forme de Gough-Stewart limite l'observabilité et rend, parfois, impossible le suivi des droites : une jambe peut en cacher une autre.
- Pour observer toutes les jambes, il faut placer la caméra relativement loin de la plate-forme, ce qui réduit l'effet perspectif sur les cylindres et donc la qualité de la reconstruction de la direction des jambes (la projection des deux limbes de la jambe au fond de l'image est presque deux droites parallèles). L'estimation de la direction référente est erronée.
- L'erreur de mesure sur les directions référentes se retrouve dans le modèle cinématique inverse. Une amplification des erreurs de mesure rend sensible la cinématique du robot.
- A cause des frottements au niveau des articulations Prismatiques, un gain fort est mis en place pour les compenser. Par la suite, nous montrerons en détail l'évolution des erreurs en fonction de ce gain et l'effet de ce dernier sur le comportement du robot, dans le cas de l'asservissement visuel des limbes.

4.1.5 Résultats de l'asservissement visuel des limbes

Pour réduire la sensibilité aux erreurs de mesure due aux choix de la direction comme primitive visuelle, nous avons adopté une nouvelle commande basée sur l'asservissement des limbes. Cela permet de rendre la commande plus robuste et plus fiable. En effet, le signal à réguler est une mesure directe des limbes exprimées dans l'image. Nous nous focalisons sur la commande basée sur l'extraction des limbes exprimées dans le repère image.

Pour évaluer l'approche, nous menons une série de manipulations en variant à chaque fois le gain ($\lambda = 1$, $\lambda = 1.5$ et $\lambda = 2$). Une valeur appropriée de ce dernier permet de compenser les frottements et favoriser un bon comportement de la commande.



FIG. 4.8 – Résultats d'expérimentation sur la plate-forme de Gough : asservissement visuel basé sur les directions

Nous présenterons donc l'évolution des erreurs sur les limbes, des erreurs sur les variables articulaires, des vitesses articulaires et des vitesses cartésiennes. Nous présenterons aussi la trajectoire 3D l'organe terminal dans le repère d'une deuxième caméra placée sur la base (figure 4.2).

Nous constatons qu'en choisissant $\lambda = 1$ (une valeur faible vis-à-vis de la vitesse envoyée et de la dynamique du robot), les courbes d'erreurs sur les limbes suivent des allures exponentielles (figures 4.9, 4.12 et 4.15). Néanmoins, les courbes des erreurs articulaires et la trajectoire 3D de l'organe terminal montrent bien que la position finale ne coincide pas avec la position souhaitée. Ceci nous pouvons l'interpréter du fait que dans la zone de convergence (une zone proche de la position désirée) les erreurs sur les limbes et les vitesses articulaires deviennent de plus en plus faibles. La plate-forme de Gough-Stewart dont nous disposons présente des frottements au niveau des articulations, aucun déplacement n'est possible pour des faibles vitesses.

La solution immédiate consiste à augmenter le gain. D'autres expérimentations présentées dans les figures 4.10, 4.13 et 4.16 (en choisissant un gain $\lambda = 1.5$) et les figures 4.11, 4.14 et 4.17 (en choisissant un gain $\lambda = 2$) ont permis de compenser les frottements et d'améliorer le comportement des erreurs surtout à la fin de la convergence. Les trajectoires 3D de l'organe terminal montrent que le robot converge vers la position désirée. Les erreurs de convergence qui persistent sont dues essentiellement à:

- La précision au niveau de l'extraction des limbes.
- La contrainte de visibilité: la réduction de l'effet perspectif sur les cylindres (la caméra placée en face du robot ne permet pas une observabilité complète de toutes les jambes).
- La position du capteur de vision (figure 4.2 et figure 4.5) ne permet pas une précision identique sur toutes les jambes, ce qui génére une sensibilité de la mesure sur l'effet de positionnement.



FIG. 4.9 – Résultats d'expérimentation sur la plate-forme de Gough, essai 1 : asservissement visuel basé sur les limbes, $\lambda = 1$



FIG. 4.10 – Résultats d'expérimentation sur la plate-forme de Gough, essai 1: asservissement visuel basé sur les limbes, $\lambda = 1.5$



FIG. 4.11 – Résultats d'expérimentation sur la plate-forme de Gough, essai 1: asservissement visuel basé sur les limbes, $\lambda = 2$



FIG. 4.12 – Résultats d'expérimentation sur la plate-forme de Gough, essai 2: asservissement visuel basé sur les limbes, $\lambda = 1$



FIG. 4.13 – Résultats d'expérimentation sur la plate-forme de Gough, essai 2: asservissement visuel basé sur les limbes, $\lambda = 1.5$



FIG. 4.14 – Résultats d'expérimentation sur la plate-forme de Gough, essai 2: asservissement visuel basé sur les limbes, $\lambda = 2$


FIG. 4.15 – Résultats d'expérimentation sur la plate-forme de Gough, essai 3: asservissement visuel basé sur les limbes, $\lambda = 1$



FIG. 4.16 – Résultats d'expérimentation sur la plate-forme de Gough, essai 3: asservissement visuel basé sur les limbes, $\lambda = 1.5$



FIG. 4.17 – Résultats d'expérimentation sur la plate-forme de Gough, essai 3: asservissement visuel basé sur les limbes, $\lambda = 2$

4.2 Expérimentation sur le robot Par4

Dans cette partie, nous présenterons une validation expérimentale sur le robot Par4. D'autres résultats de simulation sur les robots H4, I4R et I4L seront présentés en annexe A. Tous ces robots sont caractérisés par des avant-bras à structure parallélogramme. L'axe passant par les deux extrémités hautes (respectivement les extrémités basses) de ce parallélogramme ne change pas d'orientation dans le repère lié à la base (figure 3.5). De ce fait, les deux éléments $[\mathbf{A}_{1i}^1\mathbf{A}_{2i}^1]$ et $[\mathbf{A}_{1i}^2\mathbf{A}_{2i}^2]$ ont la même direction. Pour définir l'état de l'avant-bras, il suffit de connaître la position de l'un de ces deux éléments.

Par la suite, nous nous contenterons d'observer uniquement la première partie $[\mathbf{A}_{1i}^{1}\mathbf{A}_{2i}^{1}]$ du parallélogramme.

4.2.1 Contexte expérimental

L'architecture des robots issus du robot Delta et du H4 a évolué d'une génération à une autre. Le robot Par4 est le dernier conçu, dans le cadre d'une coopération entre le LIRMM et Fatronik. Nous avons validé expérimentalement l'asservissement visuel par observation des éléments cinématiques (figure 4.18) sur ce robot. Le contexte expérimental est le même que celui de la manipulation de l'asservissement visuel 3D évoquée en chapitre 2.



FIG. 4.18 – Observation des éléments cinématiques du robot Par4 par une caméra perspective

4.2.2 Correspondance avec le modèle générique

Dans la partie 2.3, une modélisation complète du robot Par4 a été évoquée.

Un système d'amplification poulie-courroie est ajouté pour amplifier l'angle de rotation de l'organe terminal (figure 4.20). Ce système ne change pas le principe de la modélisation si on suppose que l'effecteur est situé en \mathbf{D}_{24} et lié au solide

 $[\mathbf{D}_{21}\mathbf{D}_{24}]$. En conséquence, la nacelle du Par4 est formée de 4 solides qui pourront être regrouper selon le choix de l'élément en liaison direct avec la nacelle en \mathbf{D}_{0i} (figure 3.6):

- Jambe 1: $S_{01} = [\mathbf{A}_{21}\mathbf{D}_{21}], S = [\mathbf{D}_{21}\mathbf{D}_{24}]$ et $\mathbf{D}_{01} = \mathbf{D}_{21}$
- Jambe 2: $S_{02} = [\mathbf{A}_{22}\mathbf{D}_{21}], S = [\mathbf{D}_{21}\mathbf{D}_{24}]$ et $\mathbf{D}_{02} = \mathbf{D}_{21}$
- Jambe 3: $S_{03} = [\mathbf{A}_{23}\mathbf{D}_{24}], S = [\mathbf{D}_{24}\mathbf{D}_{21}]$ et $\mathbf{D}_{03} = \mathbf{D}_{24}$
- Jambe 4: $\mathcal{S}_{04} = [\mathbf{A}_{24}\mathbf{D}_{24}], \ \mathcal{S} = [\mathbf{D}_{24}\mathbf{D}_{21}] \text{ et } \mathbf{D}_{04} = \mathbf{D}_{24}$

Le tableau 4.2 présente une illustration du modèle générique (voir la partie 3.2) à travers le robot Par4.

Nombre d'actionneurs par jambe	1
μ_i	0 ou 1
λ_i	1
q_{0i}	$lpha_{0i}$
\mathbf{A}_{1i}	$\mathbf{A}_{1i}^1(lpha_{0i})$
Nacelle	Liaison Pivot en \mathbf{D}_{0i} et $^{c}\mathbf{\Omega}_{0i} = 0$
\mathbf{G}_{1i}^{0}	$-l^{c}\mathbf{\underline{y}}_{pi}$
\mathbf{G}_{1i}^1	0
\mathbf{G}_{1i}^2	0
\mathbf{G}_{1i}	$-l^{c} \underline{\mathbf{y}}_{pi}$
\mathbf{G}_{2i}^1	$(\mathbf{I}_3 - [^c \overrightarrow{\mathbf{D}_{24} \mathbf{D}_{0i}}]_{\times})$

TAB. 4.2 – Correspondance des paramètres du robot Par4 avec le modèle générique

Preuve:

Г

L'élément référent à observer est la première partie $[\mathbf{A}_{1i}^1 \mathbf{A}_{2i}^1]$ du parallélogramme (l'avant-bras) de longueur $L(r_{1i}) = r_{1i} = L$ (voir figure 3.4 et figure 4.19). Le modèle géométrique implicite (3.14) s'écrit sous la forme :

$$r_{1i}{}^c \underline{\mathbf{u}}_i = {}^c \mathbf{A}_{2i}^1 - {}^c \mathbf{A}_{1i}^1 \tag{4.14}$$

Calcul de G_{1i} :

La direction ${}^{c}\underline{\mathbf{x}}_{pi}$ des bras est le vecteur unitaire dont l'extrémité effectue un mouvement de rotation autour de ${}^{c}\underline{\mathbf{z}}_{pi}$, d'angle de rotation $q_{0i} = \alpha_{0i}$ (voir la partie 2.3). Sachant que:

– La position des points ${}^{c}\mathbf{A}_{0i}$ et ${}^{c}\overline{\mathbf{A}_{1i}\mathbf{A}_{1i}^{\dagger}} = -\frac{1}{2}H^{c}\underline{\mathbf{z}}_{p_{i}}$ sont constants.



FIG. 4.19 – Correspondance du robot Par4 avec l'architecture générique



FIG. 4.20 – Les paramètres géométriques de la nacelle du Par4

$$- l(r_{0i}) = l.$$

$$- {}^{c}\mathbf{A}_{1i}^{1} = {}^{c}\mathbf{A}_{0i} + l^{c}\underline{\mathbf{x}}_{pi} + {}^{c}\overline{\mathbf{A}_{1i}\mathbf{A}_{1i}^{1}}.$$

on peut calculer:

$$\frac{d(^{c}\mathbf{A}_{1i}^{1})}{dt} = l\frac{d}{dt}(^{c}\mathbf{\underline{x}}_{pi}) = \dot{q}_{0i}l^{c}\mathbf{\underline{y}}_{pi}$$
(4.15)

avec ${}^{c}\mathbf{\underline{y}}_{p_{i}} = {}^{c}\mathbf{\underline{z}}_{p_{i}} \times {}^{c}\mathbf{\underline{x}}_{p_{i}}$ D'où:

$$\begin{cases} \mathbf{G}_{1i}^{0} = -l^{c} \underline{\mathbf{y}}_{pi} \\ \mathbf{G}_{1i}^{1} = \mathbf{G}_{1i}^{2} = 0 \\ \mathbf{G}_{1i} = \mathbf{G}_{1i}^{0} \end{cases}$$
(4.16)

 $\underline{\textbf{Calcul de } \mathbf{G}_{2i}^1}\textbf{:}$

La nacelle du Par4 [NCK⁺05] est composée de deux parties $[\mathbf{D}_{21}\mathbf{D}_{22}]$ et $[\mathbf{D}_{23}\mathbf{D}_{24}]$ (figure 4.20) liées par deux éléments $[\mathbf{D}_{21}\mathbf{D}_{24}]$ et $[\mathbf{D}_{22}\mathbf{D}_{23}]$ avec des liaisons Pivots. Elle est équipée d'un système d'amplification pour transformer la rotation relative $\theta = \pm \frac{\pi}{4}$ en une rotation proportionnelle ($\beta = -\kappa\theta, \kappa = 3$). L'organe terminal est supposé en \mathbf{D}_{24} .

Dans ces conditions, on peut calculer:

$$\frac{d(\stackrel{\rightarrow}{\mathbf{D}_{24}\mathbf{A}_{2i})}{dt} = (\omega_z^{\ c}\mathbf{\underline{z}}_e) \times \varepsilon_i(h^c\mathbf{\underline{y}}_e) = -[\varepsilon_i(h^c\mathbf{\underline{y}}_e)]_{\times}\mathbf{\Omega}_z$$
(4.17)

 avec :

 $-\varepsilon_i$ indique si \mathbf{A}_{2i}^1 et \mathbf{D}_{24} appartiennent à la même partie de la nacelle (figure 4.20), avec $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$ et $\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0$.

$$- \Omega_z = \left(\begin{array}{ccc} 0 & 0 & \omega_z \end{array} \right)^T.$$

 $-\omega_z$ est la vites se de rotation opérationnelle de l'organe terminal autour de ${}^c\underline{\mathbf{z}}_e$. Sachant que:

$$\frac{d({}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1})}{dt} = \frac{d}{dt}({}^{c}\mathbf{D}_{24} + {}^{c}\overrightarrow{\mathbf{D}}_{24}\mathbf{A}_{2i}^{1}) = {}^{c}V_{e} + \frac{d}{dt}({}^{c}\overrightarrow{\mathbf{D}}_{24}\mathbf{A}_{2i}^{1})$$
(4.18)

on peut déduire à partir de l'équation 4.17:

$$\frac{d({}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1})}{dt} = \left(\mathbf{I}_{3} - [\varepsilon_{i}(h^{c}\underline{\mathbf{y}}_{e})]_{\times} \right) \boldsymbol{\tau} = \left(\mathbf{I}_{3} - \varepsilon_{i}h\omega_{z}{}^{c}\underline{\mathbf{x}}_{e} \right) \boldsymbol{\mathcal{V}}$$
(4.19)

avec $\mathcal{V} = \left(\mathbf{V} \ \omega_z \right)^T$. Dans ce cas \mathbf{G}_{2i}^1 prend la forme:

$$\mathbf{G}_{2i}^{1} = \left(\mathbf{I}_{3} \quad -[\varepsilon_{i}(h^{c} \underline{\mathbf{y}}_{e})]_{\times} \right)$$
(4.20)

En prenant la représentation réduite \mathcal{V} du torseur cinématique, \mathbf{G}_{2i}^1 peut avoir aussi une forme simplifiée :

$$\mathbf{G}_{2i}^{1} = \left(\mathbf{I}_{3} \quad -\varepsilon_{i}h^{c}\underline{\mathbf{x}}_{e} \right) \tag{4.21}$$

Connaissant \mathbf{G}_{1i} et \mathbf{G}_{2i}^1 et en se référant aux formes génériques énoncées en (3.30) et (3.40), on peut déduire le modèle cinématique inverse associé aux articulations actionnées et le modèle cinématique inverse associé aux directions. Ces modèles sont déjà présentés dans la partie 2.3.2:

$$\begin{cases}
\dot{q}_{0i} = \frac{{}^{c} \mathbf{\underline{u}}_{i}^{T}}{{}^{lc} \mathbf{\underline{y}}_{pi}^{T} {}^{c} \mathbf{\underline{u}}_{i}} \left(\mathbf{I}_{3} - \varepsilon_{i} h^{c} \mathbf{\underline{x}}_{e} \right) {}^{c} \mathcal{V}_{e} \\
{}^{c} \underline{\mathbf{u}}_{i} = \frac{1}{L} \left(\mathbf{I}_{3} - \frac{{}^{c} \mathbf{\underline{y}}_{pi} {}^{c} \mathbf{\underline{u}}_{i}^{T}}{{}^{c} \mathbf{\underline{y}}_{pi}^{T} {}^{c} \mathbf{\underline{u}}_{i}} \right) \left(\mathbf{I}_{3} - \varepsilon_{i} h^{c} \mathbf{\underline{x}}_{e} \right) {}^{c} \mathcal{V}_{e}
\end{cases}$$
(4.22)

De même, le modèle cinématique inverse associé aux limbes est présenté dans la partie 3.3.3 (équation (3.51)), avec ${}^{c}\mathbf{A}_{2i} = {}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1}$.

Au final, on aura besoin de la mesure des limbes $\underline{\mathbf{n}}_{i}^{j}$, des directions $\underline{\mathbf{u}}_{i}$ et d'une estimation des deux variables géométriques ${}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1}$ et ${}^{c}\underline{\mathbf{x}}_{e}$ qui peuvent être déterminées en utilisant les variables articulaires (d'où la notion de commande avec les variables articulaires) (voir la partie 4.2.2.1) ou une méthode d'identification par vision (d'où la notion de commande sans les variables articulaires)(voir la partie 4.2.2.2).

┛

4.2.2.1 Commande en utilisant les variables articulaires

La première méthode pour l'estimation des deux variables géométriques ${}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1}$ et ${}^{c}\mathbf{\underline{x}}_{e}$ est basée sur les variables articulaires. En effet, on a :

$${}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1} = {}^{c}\mathbf{A}_{1i} - \frac{1}{2}H^{c}\underline{\mathbf{z}}_{p_{i}} + L^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i}$$

$$(4.23)$$

Les éléments ${}^{c}\mathbf{A}_{1i}$ et ${}^{c}\mathbf{\underline{z}}_{p_{i}}$ dépendent des variables articulaires q_{0i} et de la position de la base par rapport à la caméra. Sachant que les directions ${}^{c}\mathbf{\underline{u}}_{i}$ sont mesurées par vision, on peut déduire facilement les positions des points ${}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1}$ et le vecteur ${}^{c}\mathbf{\underline{x}}_{e}$ (voir figure 4.20).

4.2.2.2 Commande sans les variables articulaires

Pour l'estimation des variables ${}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1}$ et ${}^{c}\underline{\mathbf{x}}_{e}$, une deuxième méthode consiste à utiliser la mesure des limbes et la contrainte des invariants de liaisons vue en (3.11). Il s'agit donc d'une estimation sans les capteurs articulaires. Elle permet d'estimer les points ${}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1}$, ce qui permet ensuite de calculer ${}^{c}\underline{\mathbf{x}}_{e}$, ${}^{c}\mathbf{A}_{1i}^{1} = {}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1} - L^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i}$ et ${}^{c}\underline{\mathbf{z}}_{p_{i}}$ (pour déduire les variables articulaires et le vecteur ${}^{c}\underline{\mathbf{y}}_{p_{i}}$).

En effet, dans les modèles (3.27) et (3.39), nous avons besoin de calculer ${}^{c}\underline{\mathbf{y}}_{p_{i}} = {}^{c}\underline{\mathbf{z}}_{p_{i}} \times {}^{c}\underline{\mathbf{x}}_{p_{i}}$ avec ${}^{c}\underline{\mathbf{z}}_{p_{i}}$ est constant et ${}^{c}\underline{\mathbf{x}}_{p_{i}}$ depend des valeurs articulaires q_{0i} . Sachant que:

$$\begin{pmatrix}
^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1} = {}^{c}\mathbf{A}_{1i}^{1} + L^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i} = {}^{c}\mathbf{A}_{0i} + {}^{c}\overline{\mathbf{A}_{0i}\mathbf{A}_{1i}} + {}^{c}\overline{\mathbf{A}_{1i}\mathbf{A}_{1i}^{1}} + L^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i} \\
^{c}\overline{\mathbf{A}_{0i}\mathbf{A}_{1i}} = l^{c}\underline{\mathbf{x}}_{pi}
\end{cases} (4.24)$$

nous pouvons exprimer ${}^{c}\mathbf{\underline{x}}_{p_{i}}$ comme suit :

$${}^{c}\mathbf{\underline{x}}_{pi} = \frac{1}{l} ({}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1} - {}^{c}\mathbf{A}_{0i} - {}^{c}\overrightarrow{\mathbf{A}_{1i}\mathbf{A}_{1i}^{1}} - L^{c}\mathbf{\underline{u}}_{i})$$
(4.25)

où $l, L, {}^{c}\mathbf{A}_{0i}$ et ${}^{c}\overline{\mathbf{A}_{1i}\mathbf{A}_{1i}^{\dagger}}$ sont constants. Les directions ${}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i}$ sont mesurées par vision.

Pour l'estimation des points ${}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1}$, la méthode consiste à utiliser les invariants des liaisons proposées dans la partie 3.7. Après l'extractions des limbes (figure 3.10),

en utilisant la dernière contrainte mentionnée en (3.11) et sachant que le point ${}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1}$ appartient à l'axe de révolution de l'élément cylindrique de rayon R (figure 3.3), on obtient :

$$\begin{cases} {}^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i}^{T_{c}}\mathbf{A}_{2i}^{1} = -R \\ {}^{c}\mathbf{\underline{n}}_{i}^{2T_{c}}\mathbf{A}_{2i}^{1} = -R \end{cases}$$
(4.26)

En appliquant (4.26), pour chacune des jambes 1 et 2, on aura:

$$\begin{cases} {}^{c}\underline{\mathbf{n}}_{1}^{1^{T}c}\mathbf{A}_{21}^{1} = -R\\ {}^{c}\underline{\mathbf{n}}_{1}^{2^{T}c}\mathbf{A}_{21}^{1} = -R \end{cases}$$
(4.27)

 et

$$\begin{cases} {}^{c}\underline{\mathbf{n}}_{2}^{1^{T}c}\mathbf{A}_{22}^{1} = -R\\ {}^{c}\underline{\mathbf{n}}_{2}^{2^{T}c}\mathbf{A}_{22}^{1} = -R \end{cases}$$
(4.28)

Les paramètres géométriques de la nacelle du Par4 (figure 4.20) ou du I4R (figure A.4) imposent :

$${}^{c}\mathbf{A}_{21}^{1} = {}^{c}\mathbf{A}_{22}^{1} + \gamma^{c}\underline{x}_{b} - H^{c}\underline{z}_{p1}$$

$$(4.29)$$

En insérant (4.29) dans (4.27), on obtient:

$$\begin{cases} {}^{c}\mathbf{\underline{n}}_{1}^{1^{T}c}\mathbf{A}_{22}^{1} = -R - \gamma^{c}\mathbf{\underline{n}}_{1}^{1^{T}c}\underline{x}_{b} + H^{c}\mathbf{\underline{n}}_{1}^{1^{T}c}\underline{z}_{p1} \\ {}^{c}\mathbf{\underline{n}}_{1}^{2^{T}c}\mathbf{A}_{22}^{1} = -R - \gamma^{c}\mathbf{\underline{n}}_{1}^{2^{T}c}\underline{x}_{b} + H^{c}\mathbf{\underline{n}}_{1}^{2^{T}c}\underline{z}_{p1} \end{cases}$$
(4.30)

En somme, en utilisant (4.28) et (4.30), on obtient le système linéaire suivant :

$$\begin{pmatrix} {}^{c}\mathbf{n}_{1}^{1T} \\ {}^{c}\mathbf{n}_{1}^{2T} \\ {}^{c}\mathbf{n}_{2}^{2T} \\ {}^{c}\mathbf{n}_{2}^{2T} \end{pmatrix} {}^{c}\mathbf{A}_{22}^{1} = \begin{pmatrix} {}^{-R-\gamma^{c}}\mathbf{n}_{1}^{1Tc}\underline{x}_{b} + H^{c}\mathbf{n}_{1}^{1Tc}\underline{z}_{p1} \\ {}^{-R-\gamma^{c}}\mathbf{n}_{1}^{2Tc}\underline{x}_{b} + H^{c}\mathbf{n}_{1}^{2Tc}\underline{z}_{p1} \\ {}^{-R} \\ {}^{-R} \\ {}^{-R} \end{pmatrix}$$
(4.31)

La solution de ce système est ${}^{c}\mathbf{A}_{22}^{1}$, ce qui permet de calculer ${}^{c}\mathbf{A}_{21}^{1}$ en utilisant (4.29). Les mêmes procédures appliquées sur les avant-bras des jambes 3 et 4 permettent l'estimation des points ${}^{c}\mathbf{A}_{23}^{1}$ et ${}^{c}\mathbf{A}_{24}^{1}$.

Nous avons validé la procédure d'étalonnage sur le robot I4R [DAM07a] (voir annexe A) et sur le robot Par4, en utilisant une caméra perspective placée vertica-lement sur la base (${}^{c}\mathbf{\underline{z}}_{c} \approx -{}^{b}\mathbf{\underline{z}}_{b}$).

La projection des points ${}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1}$ sur l'image, dans le cas du robot I4R (figure 4.21) ainsi que dans le cas du Par4 (figure 4.22) donne une estimation correcte, dans le plan horizontal (cercles).



FIG. 4.21 – Projection des $^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1}$ dans l'image, cas du I4R



FIG. 4.22 – Projection des ${}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1}$ dans l'image, cas du Par4

4.2.3 Résultats expérimentaux

Les figures 4.23, 4.24, 4.25, 4.26 et 4.27 présentent les erreurs sur les limbes, les erreurs sur les positions articulaires et le comportement des vitesses articulaires et cartésiennes. L'annulation des erreurs montre que la tâche est bien réalisée. Plusieurs conditions ont favorisé l'obtention de ces résultats :

- Même en utilisant une caméra perspective, l'emplacement de ce capteur de vision sur la base comme le montre la figure 4.18 permet un bon champ de vision et une bonne projection des avant-bras dans l'image.
- Les contraintes de suivi et d'encombrement des jambes dans un espace restreint (le cas de la plate-forme de Gough-Stewart) sont éliminées.
- Rotation pure de la nacelle: Nous avons pu tester la commande dans le cas d'une rotation pure (figure 4.23). En se référant au modèle cinématique inverse, les jambes 3 et 4 ne doivent pas bouger. Ceci est bien vérifié, étant donné que les erreurs sur les limbes de ces deux jambes sont initialement à 0 et y restent jusqu'à la convergence. Ce mouvement ne favorise pas des translations de l'effecteur. La trajectoire 3D (figure 4.23) de l'effecteur situé en ${}^b\mathbf{D}_{24}$ montre des petites erreurs de translation autour de la position désirée.

Les erreurs de mesure qui persistent pourront être améliorées en utilisant un algorithme d'extraction et de suivi des primitives plus efficace.

Une commande sans les capteurs proprioceptifs: Dans la modélisation du robot Par4, nous avons besoin d'estimer les points d'attaches \mathbf{A}_{2i}^1 reliant les avant-bras à la nacelle et de calculer ensuite l'angle de rotation de l'organe terminal qui détermine le vecteur ${}^c\mathbf{x}_e$.

Une première méthode consiste à utiliser les capteurs articulaires afin de déterminer les positions des points \mathbf{A}_{1i}^1 . Ensuite, en utilisant les directions estimées par vision, nous pouvons calculer les positions des points \mathbf{A}_{2i}^1 . L'inconvénient de cette méthode est que les directions présentent toujours des bruits de mesure, ce qui pourrait générer une fausse estimation des points en question.

Dans une deuxième approche, nous avons utilisé les limbes et les contraintes qui découlent de la projection des cylindres dans l'image pour déterminer les paramètres nécessaires pour la commande (voir la méthode d'estimation dans le paragraphe 4.2.2.2). Aucune mesure des variables articulaires n'est utilisée. Pour comparer entre les deux méthodes, deux essais ont été réalisés. Le premier essai (figure 4.24 et figure 4.25) consiste à choisir une configuration initiale et une configuration désirée avec des déplacements le long des trois axes et une rotation autour de l'axe \underline{z} . Le deuxième essai consiste à réaliser des petits déplacements (figure 4.26 et figure 4.27).

Dans la figure 4.24 (respectivement la figure 4.26), nous avons présenté les erreurs sur les limbes, les erreurs sur les variables articulaires et le comportement des vitesses, en utilisant les capteurs articulaires. Nous avons essayé la même expérimentation en utilisant l'approche basée sur la vision (figure 4.25, respectivement la figure 4.27). Nous constatons que les deux méthodes donnent des résultats satisfaisants. Néanmoins, la première méthode présente des bruits de mesure et une convergence moins stable que celle sans les capteurs.





FIG. 4.23 – Résultats des expérimentations sur le Par4 (Essai1 sans les capteurs proprioceptifs, cas d'une rotation pure, $\lambda = 0.1$)



FIG. 4.24 – Résultats des expérimentations sur le Par4 (Essai 2 avec les capteurs proprioceptifs, $\lambda = 0.1$)



Validation de la commande référencée vision basée sur l'observation des éléments cinématiques

FIG. 4.25 – Résultats des expérimentations sur le Par4 (Essai 2 sans les capteurs proprioceptifs, $\lambda = 0.1$)



FIG. 4.26 – Résultats des expérimentations sur le Par4 (Essai 3 avec les capteurs proprioceptifs, $\lambda = 0.1$)





FIG. 4.27 – Résultats des expérimentations sur le Par4 (Essai 3 sans les capteurs proprioceptifs, $\lambda = 0.1$)

4.3 Validation en simulation sur le robot Space

4.3.1 Architecture

En ayant six degrés de liberté et des jambes de longueurs variables $L(r_{1i}) = r_{1i}$, l'architecture du robot Space ressemble à l'architecture de la plate-forme de Gough-Stewart. En revanche, le nombre de jambes du robot Space se limite à trois. Chaque jambe, d'extrémités \mathbf{A}_{1i} et \mathbf{A}_{2i} (figure 4.29), est équipée de deux articulations motorisées (figure 4.28) : la première variable articulaire de la liaison Cardan notée α_{1i} et la troisième variable articulaire r_{1i} située au niveau de la liaison Glissière. La deuxième variable articulaire β_{1i} de la liaison Cardan est passive.

La plate-forme mobile de ce robot est composée d'un seul solide attaché à la jambe en \mathbf{A}_{2i} par une liaison Rotule.



FIG. 4.28 – Les différentes liaisons du robot Space

La position des points \mathbf{A}_{1i} et \mathbf{A}_{2i} respectivement dans le repère \mathcal{R}_b et \mathcal{R}_e est donnée par (figure 4.29):

$$\begin{cases} {}^{b}\mathbf{A}_{1i} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_{i}) & \sin(\alpha_{i}) & 0 \\ {}^{e}\mathbf{A}_{2i} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_{i}) & \sin(\alpha_{i}) & 0 \end{pmatrix} \end{cases}$$
(4.32)

avec $\alpha_i = (i - 1) \frac{2\pi}{3}$.

4.3.2 Correspondance avec le modèle générique

Par correspondance avec le modèle générique présenté dans le chapitre 3, nous pouvons énoncer le tableau récapitulatif 4.3 dont les résultats serons montrés par la suite.



FIG. 4.29 – Paramètres du robot Space

	-
Nombre d'actionneurs par jambe	2
μ_i	0
λ_i	0
\mathbf{q}_i	$\begin{pmatrix} r_{1i} & \alpha_{1i} \end{pmatrix}^T$
\mathbf{A}_{1i}	Invariant
Nacelle	Solide compact et ${}^{c}\Omega_{e} = {}^{c}\Omega_{0i}$
\mathbf{G}_{1i}^{0}	0
\mathbf{G}_{1i}^1	0
\mathbf{G}_{1i}^2	$-^{c}\mathbf{\underline{u}}_{i}$
\mathbf{G}_{1i}	$-^{c}\mathbf{\underline{u}}_{i}$
\mathbf{G}_{2i}^1	$(\mathbf{I}_3 - [^c \overrightarrow{\mathbf{EA}_{2i}}]_{\times})$

TAB. 4.3 – Correspondance des paramètres du robot Space avec le modèle générique

<u>Preuve</u>:

Г

Notons, pour chaque jambe i, le vecteur contenant toutes les variables articulaires motorisées est noté $\mathbf{q}_i = \begin{pmatrix} q_{0i} & q_{1i} \end{pmatrix}^T$, avec $q_{0i} = r_{1i}$ et $q_{1i} = \alpha_{1i}$. Le modèle géométrique implicite du robot Space peut s'écrire sous la forme

suivante:

$$L(r_{1i})^c \underline{\mathbf{u}}_i = \overline{\mathbf{A}_{1i} \mathbf{A}_{2i}}$$
(4.33)

Calcul de G_{1i} :

157

Sachant que ^c \mathbf{A}_{1i} est l'extrémité fixe de la jambe $\left(\frac{d(\mathbf{c}\mathbf{A}_{1i})}{dt}=0\right)$ et que $L(r_{1i})=r_{1i}$, on a:

$$\mathbf{G}_{1i}^{0} = \mathbf{G}_{1i}^{1} = 0$$

$$\mathbf{G}_{1i}^{2} = -\frac{\partial L(r_{1i})}{\partial r_{1i}} \mathbf{u}_{i} = -^{c} \mathbf{u}_{i}$$

$$\mathbf{G}_{1i} = \mathbf{G}_{1i}^{2}$$

$$(4.34)$$

Calcul de \mathbf{G}_{2i}^1 :

La vitesse du point ${}^{c}\mathbf{A}_{2i}$ peut s'écrire :

$$\begin{pmatrix}
\frac{d(^{c}\mathbf{A}_{2i})}{dt} = {}^{c}V_{e} + \frac{d(^{c}\overline{\mathbf{EA}_{2i}})}{dt} = {}^{c}V_{e} + {}^{c}\mathbf{\Omega}_{e} \times {}^{c}\overline{\mathbf{EA}_{2i}} \\
\frac{d(^{c}\mathbf{A}_{2i})}{dt} = {}^{c}V_{e} - [{}^{c}\overline{\mathbf{EA}_{2i}}]_{\times}{}^{c}\mathbf{\Omega}_{e} = (\mathbf{I}_{3} - [{}^{c}\overline{\mathbf{EA}_{2i}}]_{\times}){}^{c}\boldsymbol{\tau}_{e}$$
(4.35)

avec ${}^{c}\boldsymbol{\tau}_{e} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{3} & -[{}^{c}\mathbf{t}_{e}] \times \\ \mathbf{0}_{3} & \mathbf{I}_{3} \end{pmatrix} {}^{c}\boldsymbol{\tau}_{c}$ (cette transformation sera aussi utilisée par la suite). On déduit donc l'expression de \mathbf{G}_{2i}^{1} :

$$\mathbf{G}_{2i}^1 = (\mathbf{I}_3 \quad -[^c \overrightarrow{\mathbf{EA}_{2i}}]_{\times}) \tag{4.36}$$

Modèle cinématique inverse associé aux articulations $q_{0i} = r_{1i}$:

En utilisant les équations (4.34) et (4.36) et la forme générique énoncé en (3.30), le modèle cinématique inverse associé à la première articulation motorisée de variable $q_{0i} = r_{1i}$ est donc sous le forme :

$$\dot{q}_{0i} = {}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i}^{T} (\mathbf{I}_{3} - [{}^{c}\overline{\mathbf{EA}}_{2i}]_{\times})^{c} \boldsymbol{\tau}_{e} = ({}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i}^{T} ({}^{c}\mathbf{A}_{2i} \times {}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i})^{T})^{c} \boldsymbol{\tau}_{c}$$
(4.37)

Modèle cinématique inverse associé aux directions :

En utilisant(4.34) et (4.36), on déduit la matrice \mathbf{M}_i donnée dans (3.41) et on vérifit bien l'équation (3.39):

$$\begin{pmatrix}
^{c}\underline{\mathbf{\dot{u}}}_{i} = \mathbf{M}_{i}^{c}\boldsymbol{\tau}_{e} \\
\mathbf{M}_{i} = \frac{1}{r_{1i}}(\mathbf{I}_{3} - {^{c}}\underline{\mathbf{u}}_{i}^{c}\underline{\mathbf{u}}_{i}^{T}) \left(\mathbf{I}_{3} - [{^{c}}\overline{\mathbf{EA}_{2i}}]_{\times} \right)$$
(4.38)

Calcul de \mathbf{G}_{2i}^2 :

En se référant à la figure (figure 4.30), on peut décomposer la vitesse du point \mathbf{A}_{2i} comme suit :

$$\mathbf{V}_{\mathbf{A}_{2i}} = \frac{d(\mathbf{A}_{2i})}{dt} = \mathbf{V}_{0i} + \mathbf{V}_{1i} + \mathbf{V}_{2i}$$

$$(4.39)$$



FIG. 4.30 – Décomposition de la vitesse du point A_{2i}

avec

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{0i} = -r_{1i}\dot{\beta}_{1i}{}^{c}\mathbf{\underline{u}}_{i} \times {}^{c}\mathbf{\underline{v}}_{i} \\ \mathbf{V}_{1i} = r_{1i}\dot{\alpha}_{1i}{}^{c}\mathbf{\underline{v}}_{i} \\ \mathbf{V}_{2i} = \dot{r}_{1i}{}^{c}\mathbf{\underline{u}}_{i} \end{cases}$$
(4.40)

D'où, on peut écrire l'équation (4.39) sous forme matricielle:

$${}^{c}\mathbf{V}_{\mathbf{A}_{2i}} = \mathbf{G}_{2i}^{2} \begin{pmatrix} \dot{\beta}_{1i} \\ \dot{\alpha}_{1i} \\ \dot{r}_{1i} \end{pmatrix} = \left(-r_{1i}({}^{c}\mathbf{\underline{u}}_{i} \times {}^{c}\mathbf{\underline{v}}_{i}) \quad r_{1i}{}^{c}\mathbf{\underline{v}}_{i} \quad {}^{c}\mathbf{\underline{u}}_{i} \right) \begin{pmatrix} \dot{\beta}_{1i} \\ \dot{\alpha}_{1i} \\ \dot{r}_{1i} \end{pmatrix}$$
(4.41)

Et ant donné que l'inverse de la matrice \mathbf{G}_{2i}^2 est analytique, on peut écrire,

$$\begin{pmatrix} \dot{\beta}_{1i} \\ \dot{\alpha}_{1i} \\ \dot{r}_{1i} \end{pmatrix} = \mathbf{G}_{2i}^{2^{-1}c} \mathbf{V}_{\mathbf{A}_{2i}}$$
(4.42)

avec

$$\mathbf{G}_{2i}^{2^{-1}} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{r_{1i}} (^{c} \mathbf{\underline{u}}_{i} \times ^{c} \mathbf{\underline{v}}_{i})^{T} \\ \frac{1}{r_{1i}} ^{c} \mathbf{\underline{v}}_{i}^{T} \\ \overset{c}{\mathbf{\underline{u}}}_{i}^{T} \end{pmatrix}$$
(4.43)

Modèle cinématique inverse associé à $q_{1i} = \alpha_{1i}$: A partir de l'équation (4.42), on déduit :

$$\dot{\alpha}_{1i} = \frac{1}{r_{1i}}^c \underline{\mathbf{v}}_i^{Tc} \mathbf{V}_{\mathbf{A}_{2i}} \tag{4.44}$$

En utilisant l'expression de ${}^{c}\mathbf{V}_{\mathbf{A}_{2i}}$ (4.35), on déduit :

$$\dot{\alpha}_{1i} = \frac{1}{r_{1i}}{}^c \underline{\mathbf{v}}_i^T (\mathbf{I}_3 - [^c \overrightarrow{\mathbf{EA}_{2i}}]_{\times})^c \boldsymbol{\tau}_e = \frac{1}{r_{1i}}{}^c \underline{\mathbf{v}}_i^T (\mathbf{I}_3 - [^c \mathbf{A}_{2i}]_{\times})^c \boldsymbol{\tau}_c \qquad (4.45)$$

où ${}^{c}\mathbf{\underline{v}}_{i} = {}^{c}\mathbf{R}_{b}{}^{b}\mathbf{\underline{v}}_{i}.$

Le vecteur ${}^{b}\underline{\mathbf{v}}_{i}$ dépend de l'angle α_{1i} qui peut être mesuré en utilisant un codeur articulaire.

Modèle cinématique inverse associé à $\mathbf{q}_i = \begin{pmatrix} q_{0i} & q_{1i} \end{pmatrix}^T$: Sachant que $q_{0i} = r_{1i}$ et $q_{1i} = \alpha_{1i}$ et en utilisant (4.37) et (4.45), le modèle cinématique complet associé aux articulations motorisées s'écrit sous la forme:

$$\dot{\mathbf{q}}_{i} = \begin{pmatrix} {}^{c} \underline{\mathbf{u}}_{i}^{T} & ({}^{c} \mathbf{A}_{2i} \times {}^{c} \underline{\mathbf{u}}_{i})^{T} \\ \frac{1}{r_{1i}} {}^{c} \underline{\mathbf{v}}_{i}^{T} & \frac{1}{r_{1i}} ({}^{c} \mathbf{A}_{2i} \times {}^{c} \underline{\mathbf{v}}_{i})^{T} \end{pmatrix} {}^{c} \boldsymbol{\tau}_{c}$$

$$(4.46)$$

┛

4.3.3 Résultats de simulation de l'asservissement visuel sur les limbes du robot Space

L'architecture du robot Space ressemble à celle de la plate-forme de Gough-Stewart au niveau de la cinématique de chaque jambe. Par contre, du fait que le nombre de chaînes cinématiques est limité à trois, une deuxième articulation motorisée est ajoutée au niveau de chaque liaison Cardan entre la chaîne cinématique et la base. Les figures 4.33 et 4.35 montrent un bon comportement au niveau des erreurs et des vitesses et une robustesse au bruit simulé (figures 4.34 et 4.36). En effet, le bruit simulé consiste à appliquer une rotation aléatoire du vecteur representant chaque limbe. L'amplitude de la rotation est de 0.2 degrés (figure 4.34). Cette rotation dans l'image correspond à environ 2 pixels d'erreurs à l'extrémité d'un segment de longueur 600 pixels. Les trajectoires 3D de l'organe terminal (figures 4.31 et 4.32) montrent que la tâche est bien réalisée et que le robot atteint la position désirée, malgré des petites perturbations dues aux bruits simulés.



FIG. 4.31 – Trajectoire 3D, dans le cas du robot Space, essai 1



FIG. 4.32 – Trajectoire 3D, dans le cas du robot Space, essai 2



FIG. 4.33 – Résultats de simulation sur le robot Space (Essai 1)



FIG. 4.34 – Résultats de simulation sur le robot Space (Essai 1 avec un bruit simulé)



FIG. 4.35 – Résultats de simulation sur le robot Space (Essai 2)



FIG. 4.36 – Résultats de simulation sur le robot Space (Essai 2 avec un bruit bruit)

4.4 Bilan

Dans le chapitre 3, nous avons proposé une contribution à un modèle générique de l'asservissement visuel des robots parallèles en observant les éléments cinématiques. Cette observation des éléments référents est beaucoup plus directe d'un point de vue algorithmique et remplace l'estimation des directions à partir de la pose mesurée et du modèle géométrique inverse (cas de la commande 3D pose présentée dans le chapitre 2). Le choix de la limbe exprimée dans le repère image comme signal capteur a permis d'assurer une régulation dans l'espace image et d'utiliser cette information image directement dans les modèles.

Nous avons montré ainsi que l'utilisation des limbes de l'élément référent de chaque jambe permet à la fois d'assurer la commande via une modélisation complète du mécanisme et l'identification de certains paramètres nécessaires pour cette commande. Ce modèle proposé tient compte d'une architecture générique de la nacelle et des chaînes cinématiques constituant le robot.

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux validations expérimentales de l'approche : sur la plate-forme de Gough-Stewart et sur le Par4. Une série d'extension de l'approche générique a été aussi présentée à travers des simulations sur le robot Space, sur les robots H4, I4L, I4R (annexe A) et sur le robot Orthoglide (annexe B).

Nous avons signalé que l'asservissement visuel basé sur les directions présentent certaines limitations: génération de bruits de mesure. Donc, une telle commande n'est pas toujours efficace. Par exemple, dans le cas de la plate-forme de Gough-Stewart, les résultats de l'asservissement visuel des directions référentes et des limbes, ont montré que la commande dans l'image est plus robuste au bruit que la commande dans l'espace des directions.

Nous avons vu que les limbes d'un cylindre de révolution permettent de reconstruire totalement la position de l'axe de ce cylindre dans l'espace. Ainsi, en plaçant la jambe du robot (dont l'une des extrémités est fixe) dans plusieurs configurations, il est possible de retrouver la position de son extrémité fixe (intersection des axes du cylindre associés à chacune des configurations). Cette approche nommée la méthode des invariants de liaisons a été validée sur la plate-forme de Gough-Stewart et sur le robot Par4.

Conclusions

Contributions

A l'issu de cette thèse, nous avons proposé des réponses à certains problèmes en relation avec la commande des robots parallèles afin de garantir les performances de ces mécanismes et offrir une ouverture vers des commandes efficaces et des capacités d'auto-étalonnage. En effet, la mise en parallèle des chaînes cinématiques fermées rend le robot plus rigide, plus rapide et plus répétable. Mais cette mise en parallèle rend complexe l'étape de commande et génère des efforts internes parfois incontournables.

De ce fait, une telle commande doit représenter le comportement géométrique, cinématique et dynamique du robot et garantir une convergence vers une unique configuration de référence du mécanisme. Une telle démarche nécessite aussi des procédures efficaces d'identification des paramètres nécessaires pour la commande.

Après avoir présenté des méthodes de commande classique telle que la commande articulaire qui ne garantit pas la convergence dans l'espace cartésien et la commande cartésienne référencée modèle qui souffre d'une mauvaise estimation de la pose, nous avons étudié la commande référencée vision des robots parallèles en se basant sur les techniques d'asservissement visuel. Nous avons alors proposé :

L'asservissement visuel 3D en observant l'organe terminal

La plupart des mécanismes parallèles existants ne possèdent pas une formulation analytique du modèle géométrique direct. Une tâche de commande devient lourde sans l'aide des capteurs additionnels. La vision permet une mesure indirecte de l'état du robot à travers une estimation de la pose de l'organe terminal. En utilisant une mire constituée d'amers de type points, il est possible de repérer leurs positions dans l'espace en passant par leurs positions dans l'image et en utilisant les paramètres intrinsèques de la caméra.

Nous avons alors montré que cette approche est une commande par retour d'état non-linéaire permettant une tâche d'asservissement visuel simple. Elle a donc l'avantage d'être dépendante uniquement du signal régulé et de certains paramètres géométriques, aucune mesure articulaire n'est nécessaire. Cette approche a été validée par une série d'expérimentations sur la plate-forme de Gough-Stewart et le robot Par4.

Asservissement visuel en observant les jambes

Sans utiliser une cible extérieure au robot et un calcul de pose additionnel, nous avons montré qu'il est plus intéressant d'observer les éléments cinématiques et d'utiliser les informations visuelles extraites de l'image. Cette approche est basée sur le fait que la jambe de référence (la jambe en liaison directe avec la plate-forme mobile) du robot est de forme cylindrique.

Cette jambe se projette en deux droites dans l'image. Elles constituent les limbes du cylindre et permettent de reconstituer l'état de la jambe dans l'espace en connaissant la direction de son axe de révolution et de la position d'un point choisi arbitrairement sur cet axe.

En observant les jambes, la vision fournit une mesure extéroceptive de l'état du mécanisme permettant une représentation optimale de la cinématique du robot lié au choix de la primitive choisie, qui peut être la direction ou les limbes de chaque jambe. Nous avons montré, après une étude théorique et une première expérimentation sur la plate-forme de Gough-Stewart, que prendre les limbes comme signal à réguler dans l'image est plus robuste aux erreurs d'étalonnage et de mesure qu'une commande basée sur la régulation des directions. C'est ainsi que nous avons proposé des modèles et des lois de commande qui remontent de l'espace 3D à l'espace image et permettent de calculer les vitesses articulaires à partir d'une variation de la projection des limbes dans l'image.

De même, nous avons proposé une méthode d'étalonnage basée sur l'extraction des limbes et l'utilisation des invariants des liaisons. En effet, il est possible de retrouver le centre d'une liaison Rotule, Cardan ou Pivot en passant par plusieurs configurations des jambes. L'intersection des axes de révolution permet d'estimer le point en question.

Une contribution à un modèle générique pour l'asservissement visuel en observant les éléments cinématiques

Après deux validations expérimentales sur la plate-forme de Gough-Stewart et sur le Par4, nous avons pu étendre l'approche de l'asservissement visuel en observant les jambes avec des séries de simulation sur d'autres mécanismes parallèles. Cela nous a permis de mettre en œuvre une méthodologie de commande qui commence par une contrainte de fermeture des chaînes cinématiques pour élaborer un modèle géométrique inverse sous forme vectoriel implicite. La dérivée par rapport au temps de ce modèle permet de calculer le modèle cinématique associé aux variables articulaires, le modèle cinématique inverse associé aux directions et le modèle cinématique inverse associé aux limbes.

Afin de regrouper ces notions qui peuvent être validées sur la plupart des robots parallèles existants, nous avons proposé un modèle générique de la commande cinématique référencée vision en observant les jambes. Nous avons ainsi introduit une architecture générique des chaînes cinématiques ainsi qu'une forme générique de la nacelle (plate-forme mobile) pour les familles de mécanismes identifiées par P. Renaud [Ren03]. Le modèle présenté décrit d'une manière générique la variation des articulations, des directions et des limbes en fonction du torseur cinématique de l'organe terminal. Nous avons aussi introduit la notion de l'élément référent et des limbes référentes et leurs représentations de l'état du robot.

Perspectives

Modèle générique projectif pour la commande et l'identification des robots parallèles

Le modèle générique que nous avons proposé nécessite un étalonnage du capteur de vision et une méthode d'identification des paramètres liés au robot. L'étape suivante consistera alors à mettre en œuvre un modèle projectif générique indépendant de ces paramètres. Il est donc intéressant d'utiliser les contraintes issues de la projection d'une jambe cylindrique dans l'image et d'offrir ainsi au robot parallèle une meilleure autonomie ce qui permet d'envisager une sorte d'auto-étalonnage de ces mécanismes.

Commande dynamique des robots parallèles par observation des éléments cinématiques

La commande référencée vision en observant les éléments cinématiques que nous avons proposée ne tient pas compte de la dynamique du robot et ne permet pas d'atteindre de hautes vitesses. Nous avons pu constater cette contrainte après une expérimentation sur le Par4, un robot qui peut atteindre une accélération de $200 m/s^2$ avec une charge de 2 kg.

La méthode a fonctionné avec des vitesses faibles garantissant l'acquisition des images sans perte d'information. Il est intéressant de tester l'approche en dynamique et de proposer des modèles de commande qui couplent à la fois la vision rapide, la cinématique et la dynamique des robots parallèles.

Extension de l'architecture générique à d'autres familles de mécanismes

La première architecture des robots parallèles que nous avons proposée (Figure 3.4) [DAM07b] couvre la plupart des robots existants à deux éléments par chaîne cinématique. C'est ainsi qu'une structure plus générique (Figure 4.37) peut être une généralisation de la première structure (Figure 3.4) et peut grouper d'autres robots (le robot T3R1, par exemple). Nous considérons toujours n chaînes cinématiques fermées entre l'organe terminal et la base, mais, chaque chaîne est composée de m (m > 2) éléments cinématiques en série.



FIG. 4.37 – Architecture générique d'un robot parallèle

Apport d'une caméra omnidirectionnelle

L'observation des jambes des robots parallèles par une caméra perspective pose des problèmes de visibilité. En effet, dans le cas de la plate-forme de Gough-Stewart, une jambe peut en cacher une autre. De plus, la jambe, au fond de l'image, se projette comme deux droites parallèles, ce qui pose un souci au niveau de la reconstruction des directions. Néanmoins, l'utilisation d'une caméra omnidirectionnelle (Figure 4.38) permet une vue complète (360 degrés) du robot et semble être une solution efficace pour la commande et l'identification des robots parallèles.

Nous avons pu [DHAAM06] tester une caméra omnidirectionelle (640x480 pixels) (figure 4.38) pour l'identification des points d'attaches ${}^{c}\mathbf{A}_{1i}$ reliant les jambes de la plate-forme à la base. La méthode est basée sur l'extraction des coniques et l'utilisation des invariants des liaisons.

Une évaluation qualitative consiste à projeter les points estimés ${}^{c}\mathbf{A}_{1i}$ sur l'image (cercles jaunes) (figure 4.38).

Récemment, suite à mes travaux sur l'asservissement visuel en observant les jambes, validés sur la plate-forme de Gough et aux travaux portant sur l'asservissement visuel en vision omnidirectionnel [HA06], un projet mené au LASMEA a permis la validation de la commande de la plate-forme de Gough par observation des jambes, en utilisant une caméra omnidirectionnelle [TMAM07].



FIG. 4.38 – Observation de la plate-forme de Gough-Stewart en utilisant une caméra omnidirectionnelle et la reconstruction des points estimés ${}^{c}\mathbf{A}_{1i}$

L'axe de recherche à développer est donc l'élaboration d'un modèle générique projectif pour l'asservissement visuel des robots parallèles en observant les jambes par une caméra omnidirectionnelle. Ce modèle devient plus intéressant s'il tient compte de la dynamique, de la cinématique et de la vision rapide.

Annexe A

Simulation de l'asservissement visuel des robots H4, I4R et I4L basé sur les limbes

Architecture

Nous nous focalisons, dans cette partie, sur la modélisation de la famille des robots H4, I4L, I4R. Tous ces robots, à trois degrés de translation et un degré de rotation, sont constitués de 4 chaînes cinématiques identiques (figure A.1 et figure A.2). Dans le cas des robots H4 et I4R, les bras *i* de longueur fixe $l(r_{0i}) = l$ d'extrémités \mathbf{A}_{0i} et \mathbf{A}_{1i} sont en mouvement de rotation autour de ${}^{c}\mathbf{z}_{pi}$. Dans le cas du I4L (figure A.2), des actionneurs Prismatiques entraînent un mouvement de translation, le long de $\mathbf{x}_{pi} = \pm \mathbf{x}_{b}$, de l'élément [$\mathbf{A}_{0i}\mathbf{A}_{1i}$] de longueur variable $l(r_{0i}) = r_{0i}$.



FIG. A.1 – Vue de dessus des robots H4 (à gauche) et I4R (à droite)

Simulation de l'asservissement visuel des robots H4, I4R 174 et I4L basé sur les limbes



FIG. A.2 – Les paramètres du robot I4L

Chaque bras est lié à un avant-bras (un parallélogramme) par deux liaisons Rotules. L'avant bras est composée de deux éléments ($[\mathbf{A}_{1i}^1 \mathbf{A}_{2i}^1]$ et $[\mathbf{A}_{1i}^2 \mathbf{A}_{2i}^2]$) de longueur fixe $L(r_{1i}) = L$. Les extrémités basses de chaque avant-bras sont connectées à la nacelle qui diffère d'un robot à un autre.

La nacelle du robot H4 (figure A.3) est composée de deux parties liées par une barre $[\mathbf{D}_{24}\mathbf{D}_{21}]$, centrée en **E**.



FIG. A.3 – Les paramètres de la nacelle du H4

Dans le cas du I4R et du I4L, le mouvement de rotation de l'organe terminal est dû au mouvement relatif entre les deux parties de la nacelle (figure A.4 et figure A.5)
via un système d'amplification de type pignon-crémaillère, de rapport de reduction h_0 . Ce mouvement de translation relatif **T** est transformé en un mouvement de rotation d'angle $\theta = \mathbf{T}/h_0$.



FIG. A.4 – Les paramètres de la nacelle du robot I4R



FIG. A.5 – Les paramètres de la nacelle du robot I4L

Par la suite, comme dans le cas du robot Par4, nous choisissons d'observer, uniquement, le premier élément noté $[\mathbf{A}_{1i}^1 \mathbf{A}_{2i}^1]$.

Correspondance avec le modèle générique

La figure A.4 representant la nacelle du robot I4R montre que l'organe terminal \mathbf{E} est lié au solide \mathcal{S} . On peut constater, en se référant à l'architecture générique de la nacelle (figure 3.6), que :

- Jambe 1: $\mathcal{S}_{01} = [\mathbf{A}_{21}\mathbf{D}_0], \ \mathcal{S} = [\mathbf{D}_0\mathbf{E}] \text{ et } \mathbf{D}_{01} = \mathbf{D}_0$
- Jambe 2: $\mathcal{S}_{02} = [\mathbf{A}_{22}\mathbf{D}_0], \ \mathcal{S} = [\mathbf{D}_0\mathbf{E}] \text{ et } \mathbf{D}_{02} = \mathbf{D}_0$

- Jambe 3: $\mathcal{S}_{03} = [\mathbf{A}_{23}\mathbf{E}], \mathcal{S} = [\mathbf{E}\mathbf{D}_0]$ et $\mathbf{D}_{03} = \mathbf{E}$

- Jambe 4: $\mathcal{S}_{04} = [\mathbf{A}_{24}\mathbf{E}], \mathcal{S} = [\mathbf{E}\mathbf{D}_0]$ et $\mathbf{D}_{04} = \mathbf{E}$

Dans le cas de la nacelle du robot I4L (figure A.5), l'organe terminal E est lié au solide $\mathcal{S} = [\mathbf{D}_0 \mathbf{D}_1]$. On peut constater, en se référant à l'architecture générique de la nacelle (figure 3.6), que :

- Jambe 1: $S_{01} = [\mathbf{A}_{21}\mathbf{D}_0], S = [\mathbf{D}_0\mathbf{D}_1]$ et $\mathbf{D}_{01} = \mathbf{D}_0$

- Jambe 2:
$$\mathcal{S}_{02} = [\mathbf{A}_{22}\mathbf{D}_0], \mathcal{S} = [\mathbf{D}_0\mathbf{D}_1]$$
 et $\mathbf{D}_{02} = \mathbf{D}_0$

- Jambe 3:
$$\mathcal{S}_{03} = [\mathbf{A}_{23}\mathbf{D}_1], \, \mathcal{S} = [\mathbf{D}_0\mathbf{D}_1] \text{ et } \mathbf{D}_{03} = \mathbf{D}_1$$

- Jambe 4: $S_{04} = [A_{24}D_1], S = [D_0D_1]$ et $D_{04} = D_1$

De même, la nacelle du robot H4 (figure A.4) est formée de trois solides articulés. L'organe terminal **E** appartient au solide $[\mathbf{D}_{21}\mathbf{D}_{24}]$. Pour chaque jambe, on peut déduire (figure 3.6):

- Jambe 1: $S_{01} = [\mathbf{A}_{21}\mathbf{D}_{21}], S = [\mathbf{D}_{21}\mathbf{D}_{24}]$ et $\mathbf{D}_{01} = \mathbf{D}_{21}$
- Jambe 2: $S_{02} = [\mathbf{A}_{22}\mathbf{D}_{21}], S = [\mathbf{D}_{21}\mathbf{D}_{24}]$ et $\mathbf{D}_{02} = \mathbf{D}_{21}$
- Jambe 3: $S_{03} = [\mathbf{A}_{23}\mathbf{D}_{24}], S = [\mathbf{D}_{24}\mathbf{D}_{21}]$ et $\mathbf{D}_{03} = \mathbf{D}_{24}$
- Jambe 4: $S_{04} = [\mathbf{A}_{24}\mathbf{D}_{24}], S = [\mathbf{D}_{24}\mathbf{D}_{21}]$ et $\mathbf{D}_{04} = \mathbf{D}_{24}$

Les tableaux récapitulatifs (A.1 et A.2) donnent une idée sur l'aspect générique de l'approche en le validant sur le H4, le I4R et le I4L:

Preuve:

```
Г
```

En se référant aux figures A.1 et A.2 et en observant uniquement $[\mathbf{A}_{1i}^1\mathbf{A}_{2i}^1]$, l'expression de la fermeture des chaînes cinématiques donne le modèle implicite suivant :

$$L(r_{1i})^{c} \underline{\mathbf{u}}_{i} = {}^{c} \overline{\mathbf{A}_{1i}^{1} \mathbf{A}_{2i}^{1}} = {}^{c} \mathbf{A}_{2i}^{1} - {}^{c} \mathbf{A}_{1i}^{1}$$
(A.1)

avec:

$$\begin{cases} {}^{c}\mathbf{A}_{1i}^{1} = {}^{c}\mathbf{A}_{0i} + l(r_{0i})^{c}\mathbf{\underline{x}}_{pi} + {}^{c}\overline{\mathbf{A}_{1i}}\mathbf{A}_{1i}^{\dagger} \\ {}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1} = {}^{c}\mathbf{E} + {}^{c}\overline{\mathbf{E}}\mathbf{A}_{2i}^{\dagger} \\ l(r_{0i}) = r_{0i} \\ L(r_{1i}) = L \end{cases}$$
(A.2)

Nombre d'actionneurs par jambe	1
μ_i	0 ou 1
λ_i	1
q_{0i}	$lpha_{0i}$
\mathbf{A}_{1i}	$\mathbf{A}_{1i}^1(lpha_{0i})$
Nacelle	$^{c}\mathbf{\Omega}_{0i}=0$
\mathbf{G}_{1i}^{0}	$-l^{c}\mathbf{\underline{y}}_{pi}$
\mathbf{G}_{1i}^1	0
\mathbf{G}_{1i}^2	0
\mathbf{G}_{1i}	$-l^{c}\mathbf{\underline{y}}_{pi}$
\mathbf{G}_{2i}^1	$(\mathbf{I}_3 -[\overset{c}{\mathbf{ED}_{0i}}]_{\times})$

TAB. A.1 – Correspondance des paramètres du robot H4 ou I4R avec le modèle générique.

Nombre d'actionneurs par jambe	1
μ_i	1
λ_i	0
q_{0i}	r_{0i}
\mathbf{A}_{1i}	$\mathbf{A}_{1i}^1(r_{0i})$
Nacelle	$^{c}\mathbf{\Omega}_{0i}=0$
\mathbf{G}_{1i}^{0}	0
\mathbf{G}_{1i}^1	$-^{c}\mathbf{\underline{x}}_{pi}$
\mathbf{G}_{1i}^2	0
\mathbf{G}_{1i}	$-^{c}\mathbf{\underline{x}}_{pi}$
\mathbf{G}_{2i}^1	$(\mathbf{I}_3 - [^c \overrightarrow{\mathbf{ED}_{0i}}]_{\times})$

TAB. A.2 – Correspondance des paramètres du robot I4L avec le modèle générique.

Calcul de G_{1i} :

Dans le cas du H4 et du I4R, la direction ${}^{c}\mathbf{\underline{x}}_{pi}$ des avant-bras est le vecteur unitaire effectuant un mouvement de rotation autour de ${}^{c}\mathbf{\underline{z}}_{pi}$, d'angle de rotation $q_{0i} = \alpha_{0i}$. Sachant que la position des points ${}^{c}\mathbf{A}_{0i}$ et ${}^{c}\mathbf{\overline{A}}_{1i}\mathbf{\overline{A}}_{1i}^{\dagger}$ sont constants, on peut calculer :

$$\frac{d}{dt}(^{c}\mathbf{A}_{1i}^{1}) = l\frac{d}{dt}(^{c}\underline{\mathbf{x}}_{pi}) = \dot{q}_{0i}l^{c}\underline{\mathbf{y}}_{pi}$$
(A.3)

avec ${}^{c}\mathbf{\underline{y}}_{p_{i}} = {}^{c}\mathbf{\underline{z}}_{p_{i}} \times {}^{c}\mathbf{\underline{x}}_{p_{i}}$ D'où:

$$\begin{cases} \mathbf{G}_{1i}^{0} = -l^{c} \underline{\mathbf{y}}_{pi} \\ \mathbf{G}_{1i}^{1} = \mathbf{G}_{1i}^{2} = 0 \\ \mathbf{G}_{1i} = \mathbf{G}_{1i}^{0} \end{cases}$$
(A.4)

Dans le cas du I4L, ${}^{c}\mathbf{\underline{x}}_{pi} = \pm \mathbf{x}_{b}$ et ${}^{c}\overline{\mathbf{A}_{1i}\mathbf{A}_{1i}^{1}}$ sont constants. Donc, on peut obtenir, en utilisant (A.2):

$$\frac{d({}^{c}\mathbf{A}_{1i}^{1})}{dt} = \frac{d({}^{c}\mathbf{A}_{1i})}{dt} = \frac{d({}^{c}\mathbf{A}_{0i} + r_{0i}{}^{c}\underline{\mathbf{x}}_{pi})}{dt} = \dot{r}_{0i}{}^{c}\underline{\mathbf{x}}_{pi} = \dot{q}_{0i}{}^{c}\underline{\mathbf{x}}_{pi}$$
(A.5)

D'où:

$$\begin{cases} \mathbf{G}_{1i}^{0} = \mathbf{G}_{1i}^{2} = 0\\ \mathbf{G}_{1i}^{1} = -^{c} \underline{\mathbf{x}}_{pi}\\ \mathbf{G}_{1i} = \mathbf{G}_{1i}^{1} \end{cases}$$
(A.6)

Calcul de \mathbf{G}_{2i}^1 :

La vitesse du point ${}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1}$ peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{d}{dt}(^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1}) = \frac{d}{dt}(^{c}\mathbf{E} + ^{c}\overrightarrow{\mathbf{EA}_{2i}^{1}}) = {^{c}\mathbf{V}_{e}} + \frac{d}{dt}(^{c}\overrightarrow{\mathbf{EA}_{2i}^{1}})$$
(A.7)

En tenant compte du déplacement relatif des parties de la nacelle, la dérivée par rapport au temps de ${}^{c}\overrightarrow{\mathbf{EA}_{2i}^{1}}$, pour chaque robot, est :

– Dans le cas du robot H4:

$$\frac{d}{dt} ({}^{c} \overrightarrow{\mathbf{EA}_{2i}^{1}}) = (\omega_{z} {}^{c} \underline{\mathbf{z}}_{e}) \times \varepsilon_{i} (\frac{h}{2} {}^{c} \underline{\mathbf{y}}_{e}) = -[\varepsilon_{i} (\frac{h}{2} {}^{c} \underline{\mathbf{y}}_{e})]_{\times} \mathbf{\Omega}_{z} = -\varepsilon_{i} \frac{h}{2} \omega_{z} {}^{c} \underline{\mathbf{x}}_{e} \qquad (A.8)$$

avec $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$, $\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = -1$ et $\mathbf{\Omega}_z = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \omega_z \end{pmatrix}^T$. En utilisant l'équation A.7, on déduit l'expression de \mathbf{G}_{2i}^1 :

$$\mathbf{G}_{2i}^{1} = \left(\mathbf{I}_{3} \quad -[\varepsilon_{i}(\frac{h}{2}^{c} \underline{\mathbf{y}}_{e})]_{\times} \right)$$
(A.9)

En considérant une représentation minimale du torseur cinématique $\mathcal{V} = \begin{pmatrix} {}^{c}\mathbf{V}_{e} & \omega_{z} \end{pmatrix}^{T}$, l'expression de \mathbf{G}_{2i}^{1} prend la forme simplifiée suivante :

$$\mathbf{G}_{2i}^{1} = \left(\mathbf{I}_{3} \quad -\varepsilon_{i} \frac{h}{2} c_{\mathbf{X}_{e}} \right) \tag{A.10}$$

– Dans le cas du I4R et du I4L :

$$\begin{pmatrix}
\frac{d}{dt} (^{c} \overrightarrow{\mathbf{EA}_{2i}^{1}}) = \varepsilon_{i} \frac{d}{dt} (-\mathbf{T}^{c} \underline{x}_{b}) = -\varepsilon_{i} h_{0} \omega_{z}^{c} \underline{x}_{b} \\
\frac{d}{dt} (^{c} \overrightarrow{\mathbf{EA}_{2i}^{1}}) = (\omega_{z}^{c} \underline{\mathbf{z}}_{e}) \times \varepsilon_{i} (h_{0}^{c} \underline{\mathbf{y}}_{b}) = -[\varepsilon_{i} (h_{0}^{c} \underline{\mathbf{y}}_{b})]_{\times} \mathbf{\Omega}_{z}$$
(A.11)

où

- Cas du I4R: $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$ et $\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0$.

- Cas du I4L: $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$ et $\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = -1$.

A partir de l'équation (A.7), on peut calculer \mathbf{G}_{2i}^1 :

$$\mathbf{G}_{2i}^{1} = \left(\mathbf{I}_{3} \quad -[\varepsilon_{i}(h_{0}{}^{c}\underline{\mathbf{y}}_{b})]_{\times} \right)$$
(A.12)

où ω_z est la vitesse de rotation de l'organe terminal autour de ${}^c\underline{\mathbf{z}}_e$ et ε_i indique si \mathbf{A}_{2i}^1 et \mathbf{E} appartiennent à la même partie de la nacelle (figure A.4). De même, la forme simplifiée de \mathbf{G}_{2i}^1 s'écrit :

$$\mathbf{G}_{2i}^{1} = \left(\mathbf{I}_{3} \quad -\varepsilon_{i} h_{0}^{c} \underline{\mathbf{x}}_{b} \right) \tag{A.13}$$

En résumé, les modèles cinématiques inverses associés aux articulations et aux directions sont :

– Dans le cas du robot H4:

$$\begin{cases} \dot{q}_{0i} = \frac{{}^{c} \underline{\mathbf{u}}_{i}^{T}}{{}^{l} {}^{c} \underline{\mathbf{v}}_{pi}^{T} {}^{c} \underline{\mathbf{u}}_{i}} \left(\mathbf{I}_{3} - \varepsilon_{i} \frac{\hbar}{2} {}^{c} \underline{\mathbf{x}}_{e} \right) {}^{c} \mathcal{V}_{e} \\ {}^{c} \underline{\dot{\mathbf{u}}}_{i} = \frac{1}{L} \left(\mathbf{I}_{3} - \frac{{}^{c} \underline{\mathbf{y}}_{pi} {}^{c} \underline{\mathbf{u}}_{i}^{T}}{{}^{c} \underline{\mathbf{y}}_{pi} {}^{c} \underline{\mathbf{u}}_{i}} \right) \left(\mathbf{I}_{3} - \varepsilon_{i} \frac{\hbar}{2} {}^{c} \underline{\mathbf{x}}_{e} \right) {}^{c} \mathcal{V}_{e} \end{cases}$$
(A.14)

– Dans le cas du robot I4R :

$$\begin{cases} \dot{q}_{0i} = \frac{{}^{c} \underline{\mathbf{u}}_{i}^{T}}{{}^{lc} \underline{\mathbf{y}}_{pi}^{T}{}^{c} \underline{\mathbf{u}}_{i}} \left(\mathbf{I}_{3} - \varepsilon_{i} h_{0}{}^{c} \underline{\mathbf{x}}_{b} \right) {}^{c} \mathcal{V}_{e} \\ {}^{c} \underline{\dot{\mathbf{u}}}_{i} = \frac{1}{L} \left(\mathbf{I}_{3} - \frac{{}^{c} \underline{\mathbf{y}}_{pi}{}^{c} \underline{\mathbf{u}}_{i}^{T}}{{}^{c} \underline{\mathbf{y}}_{pi}{}^{T}{}^{c} \underline{\mathbf{u}}_{i}} \right) \left(\mathbf{I}_{3} - \varepsilon_{i} h_{0}{}^{c} \underline{\mathbf{x}}_{b} \right) {}^{c} \mathcal{V}_{e} \end{cases}$$
(A.15)

– Dans le cas du robot I4L :

$$\begin{cases} \dot{q}_{0i} = \frac{{}^{c} \mathbf{\underline{u}}_{i}^{T}}{{}^{c} \mathbf{\underline{x}}_{pi}^{T} {}^{c} \mathbf{\underline{u}}_{i}} \left(\mathbf{I}_{3} - \varepsilon_{i} h_{0}{}^{c} \mathbf{\underline{x}}_{b} \right) {}^{c} \mathcal{V}_{e} \\ {}^{c} \dot{\mathbf{\underline{u}}}_{i} = \frac{1}{L} \left(\mathbf{I}_{3} - \frac{{}^{c} \mathbf{\underline{x}}_{pi}{}^{c} \mathbf{\underline{u}}_{i}^{T}}{{}^{c} \mathbf{\underline{x}}_{pi}{}^{T} {}^{c} \mathbf{\underline{u}}_{i}} \right) \left(\mathbf{I}_{3} - \varepsilon_{i} h_{0}{}^{c} \mathbf{\underline{x}}_{b} \right) {}^{c} \mathcal{V}_{e} \end{cases}$$
(A.16)

De même, le modèle cinématique inverse associé aux limbes est présenté dans la partie 3.3.3 (équation (3.51)).

Résultats de simulations

Après une validation expérimentale sur le Par4, une série de simulation sur les robots H4, I4R et I4L nous a permis de mettre en place des extensions de l'approche générique sur la famille des robots H4/I4.

L'espace de travail du robot H4 est bien limité du fait que la translation de l'organe terminal est due seulement à l'inclinaison du parallélogramme constituant chaque avant-bras. La rotation est due à un mouvement relatif entre les deux deminacelles (figure A.3).

Dans le cas du I4R et du I4L, la cinématique est meilleure étant donné qu'une translation (cas du I4L) ou une rotation (cas du I4R) des bras peut engendrer un déplacement des avant bras, sans pour autant générer des fortes inclinaisons des parallélogrammes. La rotation de l'organe terminal est due à un système d'amplification permettant de transformer la translation relative de deux demi-nacelle en une rotation.

Les résultats de simulation (figures A.6, A.8, A.9, A.11, A.12 et A.14) montrent une convergence parfaite des erreurs sur les limbes, sur les variables articulaires, ainsi qu'un bon comportement des vitesses articulaires et des vitesses cartésiennes. Pour tester la robustesse de l'approche, nous avons ajouté un bruit aux simulations. Vue qu'il est difficile de caractériser le bruit dans l'image, nous avons appliqué une rotation aléatoire du vecteur directeur unitaire caractérisant chaque limbe avec une amplitude (angle de rotation) de 0.2 degrés. Les résultats (figures A.7, A.10 et A.13) montrent une robustesse, potentiellement, bonne. Il est à noter qu'au niveau de la rotation le bruit est amplifié à cause du système d'amplification. Nous constatons que le robot I4L présente un comportement plus robuste aux bruits (figures A.10 et A.13) que le robot I4R.



FIG. A.6 – Résultats de simulation sur le H4 (Essai 1)

Simulation de l'asservissement visuel des robots H4, I4R 182 et I4L basé sur les limbes



FIG. A.7 – Résultats de simulation sur le H4 (Essai 1 avec un bruit d'amplitude 0.2 degrés)



FIG. A.8 – Résultats de simulation sur le H4 (Essai 2)

Simulation de l'asservissement visuel des robots H4, I4R 184 et I4L basé sur les limbes



FIG. A.9 – Résultats de simulation sur le I4R (Essai 1)



FIG. A.10 – Résultats de simulation sur le I4R (Essai 1 avec un bruit d'amplitude 0.2 degrés)

Simulation de l'asservissement visuel des robots H4, I4R 186 et I4L basé sur les limbes



FIG. A.11 – Résultats de simulation sur le I4R (Essai 2)



FIG. A.12 – Résultats de simulation sur le I4L (Essai 1)



FIG. A.13 – Résultats de simulation sur le I4L (Essai 1 avec un bruit d'amplitude 0.2 degrés)



FIG. A.14 – Résultats de simulation sur le I4L (Essai 2)

Annexe B

Simulation de l'asservissement visuel du robot Orthoglide basé sur les limbes

Architecture

L'orthoglide est un robot parallèle à trois degrés de liberté en translation. Son architecture présente trois articulations Prismatiques d'axes orthogonaux. Ce robot a été conçu, dans le cadre d'un projet national ROBEA du CNRS (projet MAX puis MP2), à l'Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes (IRCCyN). Il est destiné à de nombreuses applications en usinage rapide et en assemblage de précision. Les principaux critères de ce robot sont : l'espace de travail cubique [PCW06], l'utilisation des moteurs linéaires et la présence d'articulations simples.

Nous avons pu tester la commande référencée vision par observation des éléments cinématiques sur le robot Orthoglide en simulation. Les caractéristiques géométriques de la plate-forme sont présentées dans les figures B.1 et B.2.

Chaque chaîne cinématique est composée d'un actionneur linéaire qui entraîne en mouvement de translation le point \mathbf{A}_{1i} . Nous considérons l'élément $[\mathbf{A}_{0i}\mathbf{A}_{1i}]$ de longueur variable $l(r_{0i}) = r_{0i}$. Il est connecté à un avant bras (parallélogramme) formé de deux éléments de longueur fixe $L(r_{1i}) = L$ (figure B.2) équipés d'articulations rotoïdes ($(\mathbf{A}_{1i}^1, \mathbf{A}_{1i}^2)$ et $(\mathbf{A}_{2i}^1, \mathbf{A}_{2i}^2)$).

Les avant bras sont connectés à la nacelle formée d'un seul corp rigide centré en **E**. L'organe terminal **E** est en mouvement de translation le long des trois axes. Aucun mouvement de rotation n'est possible.

Simulation de l'asservissement visuel du robot Orthoglide 192 basé sur les limbes



FIG. B.1 – Architecture du robot orthoglide



FIG. B.2 – Architecture de l'avant-bras du robot orthoglide

Correspondance avec le modèle générique

Par correspondance avec le modèle générique présenté dans le chapitre 3, nous pouvons constater le tableau récapitulatif B.1.

Preuve:

Г

Simulation de l'asservissement visuel du robot Orthoglide basé sur les limbes 193

Nombre d'actionneurs par jambe	1
μ_i	1
λ_i	0
q_{0i}	r_{0i}
\mathbf{A}_{1i}	$\mathbf{A}_{1i}^1(r_{0i})$
Nacelle	Solide compact $({}^{c}\Omega_{e} = {}^{c}\Omega_{0i}) = 0$
\mathbf{G}_{1i}^{0}	0
\mathbf{G}_{1i}^1	$-^{c}\mathbf{\underline{x}}_{pi}$
\mathbf{G}_{1i}^2	0
\mathbf{G}_{1i}	$-^{c}\mathbf{\underline{x}}_{pi}$
\mathbf{G}_{2i}^1	$(\mathbf{I}_3 0_3)$

TAB. B.1 – Correspondance des paramètres de l'orthoglide avec le modèle générique

En utilisant l'expression du modèle géométrique implicite basée sur la fermeture des chaînes cinématiques (voir figures B.1 et B.2), on peut écrire :

$$L(r_{1i})^{c} \underline{\mathbf{u}}_{i} = {}^{c} \overrightarrow{\mathbf{A}_{1i}^{1} \mathbf{A}_{2i}^{1}} = {}^{c} \mathbf{A}_{2i}^{1} - {}^{c} \mathbf{A}_{1i}^{1}$$
(B.1)

Notons que:

$$\begin{cases} l(r_{0i}) = r_{0i} \\ L(r_{1i}) = L \\ {}^{c}\mathbf{A}_{1i}^{1} = {}^{c}\mathbf{A}_{0i} + l(r_{0i}){}^{c}\underline{\mathbf{x}}_{pi} + {}^{c}\overline{\mathbf{A}_{1i}\mathbf{A}_{1i}^{1}} \end{cases}$$
(B.2)

Calcul de G_{1i} :

Sachant que ${}^{c}\mathbf{\underline{x}}_{pi}$, ${}^{c}\mathbf{A}_{0i}$ et ${}^{c}\overline{\mathbf{A}_{1i}\mathbf{A}_{1i}^{1}}$ sont contants, la vitesse du point ${}^{c}\mathbf{A}_{1i}^{1}$ donne:

$$\frac{d(^{c}\mathbf{A}_{1i}^{1})}{dt} = \dot{r}_{0i}{}^{c}\mathbf{\underline{x}}_{pi}$$
(B.3)

On peut déduire ainsi:

$$\begin{cases} \mathbf{G}_{1i}^{0} = \mathbf{0} \\ \mathbf{G}_{1i}^{1} = -^{c} \underline{\mathbf{x}}_{pi} \\ \mathbf{G}_{1i}^{2} = -\frac{\partial L(r_{1i})}{\partial r_{1i}}^{c} \underline{\mathbf{u}}_{i} = \mathbf{0} \\ \mathbf{G}_{1i} = \mathbf{G}_{1i}^{1} \end{cases}$$
(B.4)

Calcul de \mathbf{G}_{2i}^1 :

Notons que les deux points ${}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1}$ et ${}^{c}\mathbf{E}$ sont liés à la nacelle, la vitesse du point ${}^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1}$ peut s'écrire :

$$\frac{d(^{c}\mathbf{A}_{2i}^{1})}{dt} = \frac{d(^{c}\mathbf{E})}{dt} = {^{c}V_{e}}$$
(B.5)

avec ${}^{c}V_{e}$ est la représentation de la vitesse de translation de l'organe terminal exprimée dans le repère \mathcal{R}_{c} .

Donc, on obtient:

$$\mathbf{G}_{2i}^1 = (\mathbf{I}_3 \quad \mathbf{0}_3) \tag{B.6}$$

Dans le cas d'une représentation minimale du torseur cinématique (${}^{c}\mathcal{V}_{e} = {}^{c}V_{e}$), la matrice \mathbf{G}_{2i}^{1} est de la forme :

$$\mathbf{G}_{2i}^1 = \mathbf{I}_3 \tag{B.7}$$

En utilisant la forme des modèles (3.30) et (3.39), on peut déduire les modèle cinématiques inverses associé aux vitesses articulaires et aux directions :

$$\begin{cases} \dot{q}_{0i} = \dot{r}_{0i} = \frac{1}{c_{\underline{\mathbf{x}}_{pi}}^{Tc} \underline{\mathbf{u}}_{i}}^{c} \underline{\mathbf{u}}_{i}^{Tc} V_{e} \\ \\ c_{\underline{\dot{\mathbf{u}}}_{i}} = \frac{1}{L} (\mathbf{I}_{3} - \frac{c_{\underline{\mathbf{x}}_{pi}}^{c} \underline{\mathbf{u}}_{i}^{T}}{c_{\underline{\mathbf{x}}_{pi}}^{Tc} \underline{\mathbf{u}}_{i}})^{c} V_{e} \end{cases}$$
(B.8)

Le modèle cinématique inverse associé aux limbes est présenté dans la partie 3.3.3 (équation (3.51)).

┛

Résultats de simulation

L'orthoglide est un robot à trois degrés de liberté en translation. La validation en simulation est présentée en figures B.3 et B.5. On constate que la tâche d'asservissement visuel est bien réalisée. En introduisant des bruits de mesure dans l'image (des rotations de 0.2 degrés des vecteurs représentant les limbes), les erreurs sur les limbes, sur les variables articulaires et les courbes de vitesses présentent un bon comportement (figures B.4 et B.6).



Simulation de l'asservissement visuel du robot Orthoglide basé sur les limbes 195

FIG. B.3 – Résultats de simulation sur le robot ORTHOGLIDE (Essai 1)

Simulation de l'asservissement visuel du robot Orthoglide 196 basé sur les limbes



FIG. B.4 – Résultats de simulation sur le robot ORTHOGLIDE (Essai 1 avec bruit)



Simulation de l'asservissement visuel du robot Orthoglide basé sur les limbes 197

FIG. B.5 – Résultats de simulation sur le robot ORTHOGLIDE (Essai 2)

Simulation de l'asservissement visuel du robot Orthoglide 198 basé sur les limbes



FIG. B.6 – Résultats de simulation sur le robot ORTHOGLIDE (Essai 2 avec bruit)

Bibliographie

- [ADM07] N. Andreff, T. Dallej, and P. Martinet. Image-based visual servoing of Gough-Stewart parallel manipulators using legs observation. Joint Issue of IJCV and IJRR on Vision and Robotics, 26(7):677–687, July 2007.
- [AEH02] N. Andreff, B. Espiau, and R. Horaud. Visual servoing from lines. *Int. Journal of Robotics Research*, 21(8):679–700, August 2002.
- [ÅH04] K.J. Åström and T. Hagglund. Revisiting the ziegler-nichols step response method for PID control. *Journal of Process Control*, 14:635–650, 2004.
- [AM06] N. Andreff and P. Martinet. Kinematic modelling of some parallel manipulators for control purposes. In *The first European Conference* on Mechanism Science, EuCoMes'06, page 6 pp on CDROM, Austria, February 2006.
- [AMM05] N. Andreff, A. Marchadier, and P. Martinet. Vision-based control of a Gough-Stewart parallel mechanism using legs observation. In *Proc. Int. Conf. Robotics and Automation (ICRA'05)*, pages 2546– 2551, Barcelona, Spain, 2005.
- [And06] N. Andreff. *Des droites et des robots*. HDR, LASMEA, Université Blaise Pascal, France, Juillet 2006.
- [Ang95] J. Angeles. Fundamentals of Robotic Mechanical Systems: Theory, Methods, and Algorithms. Springer-Verlag New York, Inc., Secaucus, NJ, USA, 1995.
- [BA00] L. Baron and J. Angeles. The direct kinematics of parallel manipulators under joint-sensor redundancy. In *IEEE Transactions on Robotics* and Automation, volume 16, pages 12–19, 2000.
- [BM06] S. Benhimane and E. Malis. Homography-based 2d visual servoing. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2397–2402, Orlando, USA, May 2006.
- [Bon03] I. A. Bonev. *The true Origins of Parallel Robots*. ParallelMIC: the Parallel Mechanisms Information Center, January 2003.
- [BR97] S. Bougnoux and L. Robert. Totalcalib: a fast and reliable system for off-line calibration of images sequences. In *Proceedings of the IEEE In-*

ternational Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, San Juan,Puerto Rico, June 1997.

- [BR00] I. A. Bonev and J. Ryu. A new method for solving the direct kinematics of general 6-6 stewart platforms using three linear extra sensors. *Mechanism and Machine Theory*, 35(3):423–436, 2000.
- [Cha90] F. Chaumette. La relation Vision Commande: théorie et application à des tâches robotiques. Thèse de doctorat, Université Rennes I, France, 1990.
- [Cla89] R. Clavel. Une nouvelle structure de manipulateur parallèle pour la robotique légère, volume 23. APII, 1989.
- [Cla91] R. Clavel. Conception d'un robot parallèle rapide à 4 degrés de liberté. Thèse de doctorat, Ecole Polythechnique Fédérale de Lausanne, 1991.
- [Cla94] R. Clavel. *Robots parallèles*. Techniques de l'ingénieur. Informatique industrielle (Tech. ing., Informatique industrielle) ISSN 1632-3831, 1994.
- [CW98] D. Chablat and P. Wenger. Working modes and aspects in fully-parallel manipulators. In *IEEE International Conference on Robotics and Au*tomation, volume 3, pages 1964–1970, Leuven, Belgique, May 1998.
- [CWH97] D-M. Chuang, S-C. Wu, and M-K Hor. Adaptative fuzzy visual servoing in robot control. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 1, pages 811–816, New Mexico, USA, April 1997.
- [DA90] D. Daouady and F. Artigue. Réalisation d'un robot parallèle à trois liaisons et six degrés de liberté: le robot space. *Revue d'automatique et de productique appliquées*, 3(3-4):25–36, 1990.
- [DAM06] T. Dallej, N. Andreff, and P. Martinet. Visual servoing of par4 using leg observation. In *The 32nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, IECON'06*, pages 3782–3787, Paris, FRANCE, November 2006.
- [DAM07a] T. Dallej, N. Andreff, and P. Martinet. Image-based visual servoing of the i4r parallel robot without proprioceptive sensors. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA'07*, pages 1709–1714, Roma, Italy, April 2007.
- [DAM07b] T. Dallej, N. Andreff, and P. Martinet. Towards a generic imagebased visual servoing of parallel robots using legs observation. In Proceedings of the World Congress in Mechanism and Machine Science, IFToMM07, Besançon, France, June 2007.
- [DAMM06] T. Dallej, N. Andreff, Y. Mezouar, and P. Martinet. 3d pose visual servoing relieves parallel robot control from joint sensing. In Proceedings of the IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS'06, pages 4291–4296, Beijing, China, October 2006.

[Dan99] D. Daney. Self calibration of gough platform using leg mobility constraints. In World Congress on the Theory of Machines and Me*chanisms*, pages 104–109, Oulu, June 1999. [DD95] D. Dementhon and L. Davis. Model-based object pose in 25 lines of code. International Journal of Computer Vision, 15(1-2):123–141, June 1995. [DDLR97] N. Daucher, M. Dhome, J.T. Lapresté, and G. Rives. Speed command of a robotic system by monocular pose estimate. In *IEEE International* Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS'97, volume 1, pages 55–62, Grenoble, France, September 1997. [Dem93] D. Dementhon. De la vision artificielle à la réalité synthétique: système d'interaction avec un ordinateur utilisant l'analyse d'images vidéo. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I, France, 1993. [DH55] J. Denavit and R. S. Hartenberg. A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices. Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics, 22:215–221, 1955. [DHAAM06] T. Dallej, H. Hadj Abdelkader, N. Andreff, and P. Martinet. Kinematic calibration of a gough-stewart platform using and omnidirectional camera. In Proceedings of the IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS'06, pages 4666–4671, Beijing, China, October 2006. [Die98] P. Dietmaier. The Stewart-Gough platform of general geometry can have 40 real postures. Advances in Robot Kinematics: Analysis and Control, J. Lenarcic and M.L. Husty, Editors. Kluwer, pages 1–10, 1998. [DLRR90] M. Dhome, J.T. Lapreste, M. Richetin, and G. Rives. Spacial localization of modelled objects of revolution in monocular perspective vision. In Proceedings of the first european conference on Computer vision, ECCV 90, pages 475–485, Antibes, France, April 1990. [DM98] B. Dasgupta and T.S. Mruthyunjaya. Force redundancy in parallel manipulators: theoretical and practical issues. Mech. Mach. Theory, 33(6):727-742, 1998.[DRLR89] M. Dhome, M. Richetin, J.T. Lapreste, and G. Rives. Determination of the attitude of 3d objects from a single perspective view. *IEEE Tran*sactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 11(12):1265– 1278, 1989. [ECR92]B. Espiau, F. Chaumette, and P. Rives. A new approach to visual servoing in robotics. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 8(3):313– 326, June 1992. [Fau93] O. Faugeras. Three-dimensional computer vision: a geometric view*point*. MIT Press, ISBN 0-262-06158-9, Cambridge, MA, USA, 1993.

[GA90]	C. Gosselin and J. Angeles. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. In <i>IEEE Transactions on Robotics and Automation</i> , volume 6, pages 281–290, Montreal, June 1990.
[GCB96]	G. Gogu, P. Coiffet, and A. Barraco. <i>Représentation des déplacements des robots</i> . Hermes Sciences Publications, ISBN-13: 978-2866015725, 21 novembre 1996.
[GH94]	C. Gosselin and J. F. Hamel. The agile eye: A high performance three-degree-of-freedom camera-orienting device. In <i>IEEE International Conference on Robotics and Automation</i> , pages 781–787, San Diego, May 1994.
[GKCW02]	S. Guegan, W. Khalil, D. Chablat, and Ph. Wenger. Modélisation dynamique d'un robot parallèle à 3-ddl: l'orthoglide. In <i>Conférence Internationale Francophone d'Automatique - CIFA</i> , pages 136–141, Nantes, France, 2002.
$[\mathrm{GLZ}^+02]$	F. Gao, W. LI, X. ZHAO, Z. JIN, and H. ZHAO. New kinematic structures for 2-, 3-, 4-, and 5-dof parallel manipulator designs. <i>Mechanism and machine theory</i> , 37(11):1395–1411, November 2002.
[Gog04]	G. Gogu. <i>Fully-isotropic T3R1-type parallel manipulator</i> . In Advances In Robot Kinematics (eds J. Lenarcic and C. Galletti), Kluwer Academic, 2004.
[Gog05]	G. Gogu. Mobility of mechanisms: a critical review. <i>Mechanism and machine theory (Mech. mach. theory)</i> , 40(9):1068–1097, 2005.
[GW62]	V. Gough and S. Whitehall. Universal tyre test machine. In <i>Proceedings 9th Int. Technical Congress F.I.S.I.T.A</i> , volume 117, pages 117–137, London, May 1962.
[HA06]	H. Hadj-Abdelkader. Asservissement visuel en vision omnidirection- nelle. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal, France, 2006.
[HCLL89]	R. Horaud, B. Conio, O. Leboulleux, and B. Lacolle. An analytic solution for the perspective 4-point problem. In <i>Computer Vision and Pattern Recognition, Proceedings CVPR</i> , pages 500–507, June 1989.
[HDLC97]	R. Horaud, F. Dornaika, B. Lamiroy, and S. Christy. Object pose: The link between weak perspective, paraperspective, and full perspective. <i>International Journal of Computer Vision</i> , 22(2):173–189, 1997.
[HHC96]	S. Hutchinson, G.D. Hager, and P.I. Corke. A tutorial on visual servo control. <i>IEEE Transactions on Robotics and Automation</i> , 12(5):651–670, October 1996.
[Hus96]	M. Husty. An algorithm for solving the direct kinematics of general Gough-Stewart platforms. <i>Mech. Mach. Theory</i> , 31(4):365–380, 1996.
[IIK ⁺ 00]	Y. Ihara, T. Ishida, Y. Kakino, Z. Li, T. Matsushita, and M. Nakagawa. Kinematic calibration of a hexapod machine tool by using circular test. In <i>Proc. of Japan US Sympo. on Factory Automation (JUSFA2000)</i> , Ann Arbor, Michigan, June 2000.

[KAS ⁺ 98]	Y. Koseki, T. Arai, K. Sugimoto, T. Takatuji, and M. Goto. Design and accuracy evaluation of. high-speed and high precision parallel mechanism. In <i>IEEE International Conference on Robotics and Automation</i> , volume 3, pages 1340–1345, Leuven, Belgique, 1998.
[KBC+98]	M.L. Koreichi, S. Babaci, F. Chaumette, G. Fried, and J. Pontnau. Visual servo control of a parallel manipulator for assembly tasks. In 6th Int. Symposium on Intelligent Robotic Systems, SIRS'98, pages 109–116, Edimburg, Scotland, July 1998.
[KCY+99]	H. Kino, C. Cheah, S. Yabe, S. Kawamua, and S. Arimoto. A motion control scheme in task oriented coordinates and its robustness for parallel wire driven systems. In <i>Int. Conf. Advanced Robotics (ICAR'99)</i> , pages 545–550, Tokyo, Japan, October 1999.
[KD99]	W. Khalil and E. Dombre. <i>Modélisation, identification et commande des robots</i> . Hermès - Lavoisier, ISBN 2-7462-0003-1, 1999.
[Kel96]	R. Kelly. Robust asymptotically stable visual servoing of planar ro- bot. <i>IEEE Transactions on Robotics and Automation</i> , 12(5):759–766, October 1996.
[KK86]	W. Khalil and J. F. Kleinfinger. A new geometric notation for open and closed-loop robots. In <i>IEEE International Conference on Robotics and Automation</i> , volume 3, pages 1174–1179, San Francisco, USA, April 1986.
[KNCP04]	S. Krut, V. Nabat, O. Company, and F. Pierrot. A high-speed parallel robot for scara motions. In <i>IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA</i> '04, pages 4109–4115, New Orleans, USA, April 2004.
[Kru03]	S. Krut. Contribution à l'Etude des Robots Parallèles Légers, 3T- 1R et 3T-2R, à Forts Débattements Angulaires. Thèse de doctorat, Université Montpellier II, France, Novembre 2003.
[KZK00]	P. Kallio, Q. Zhou, and H. N. Koivo. Three-dimensional position control of a parallel micromanipulator using visual servoing. In Bradley J. Nelson and Jean-Marc Breguet, editors, <i>Microrobotics and Microassembly II, Proceedings of SPIE</i> , volume 4194, pages 103–111, Boston USA, November 2000.
[Lev44]	K. Levenberg. A method for the solution of certain problems in least squares. <i>Quarterly of Applied Mathematics</i> , 2(2):164–168, July 1944.
[Lju99]	L Ljung. System Identification: Theory for the user. PTR Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J., ISBN 0-13-656695-2, 1999.
[Low87]	D. G. Lowe. Three-dimensional object recognition from single two- dimensional images. <i>Artificial Intelligence Journal</i> , 31(3):355–395, 1987.
[LVD98]	JM. Layest, M. Viala, and M. Dhome. Do we really need an accurate

[] N D98] J est,IУ viaia, a neea

	calibration pattern to achieve a reliable camera calibration. In <i>Proceedings of ECCV98</i> , pages 158–174, Freiburg, Allemagne, June 1998.
[MA89]	O. Ma and J. Angeles. Direct kinematics and dynamics of a planar three-dof parallel manipulator. In <i>Proc. of ASME Design and Automation Conf.</i> , volume 3, pages 313–320, September 1989.
[Mal98]	E. Malis. Contribution à la modélisation et à la commande en asser- vissement visuel. Thèse de doctorat, Université de Rennes I, France, 1998.
[Mar63]	D. Marquardt. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. <i>SIAM Journal on Applied Mathematics</i> , 11:431–441, 1963.
[Mar02]	F. Marquet. <i>Contribution à l'étude de l'apport de la redondance en ro- botique parallèle</i> . Thèse de doctorat, Université Montpellier II, France, 2002.
[MBR02]	E. Malis, J. Borrelly, and P. Rives. Intrinsics-free visual servoing with respect to straight lines. In <i>IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots Systems</i> , volume 1, pages 384–389, Swiss Federal Institute of Technology Lausanne, September 30 - October 4 2002.
[MCB99]	E. Malis, F. Chaumette, and S. Boudet. 2 1/2 d visual servoing. In <i>IEEE International Conference on Robotics and Automation</i> , volume 15, pages 238–250, Detroit, USA, April 1999.
[MCKP02]	F. Marquet, O. Company, S. Krut, and F. Pierrot. Enhancing parallel robots accuracy with redundant sensors. In <i>Proc. Int. Conf. Robotics and Automation (ICRA'02)</i> , volume 4, pages 4114–4119, Washington, Washington DC, 2002.
[MCM01]	J. M. S. T. Motta, G.C. de Carvalho, and R.S. McMaster. Robot calibration using a 3d vision-based measurement system with a single camera. <i>Robotics and Computer-Integrated Manufacturing</i> , 17(6):487–497, December 2001.
[MDGD97]	P. Martinet, N. Daucher, J. Gallice, and M. Dhome. Robot control using 3d monocular pose estimation. In <i>Proceedings of the Workshop</i> on New Trends in Image Based Robot Servoing, IEEE/RSJ Interna- tional Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS'97, pages 1–12, Grenoble, France, September 1997.
[Mer90]	J. P. Merlet. An algorithm for the forward kinematics of general 6 d.o.f parallel manipulators. <i>Research Report 1331</i> , November 1990.
[Mer93]	J.P. Merlet. Closed-form resolution of the direct kinematics of parallel manipulators using extra sensors data. In <i>IEEE International Conference on Robotics and Automation</i> , volume 1, pages 200–204, Atlanta, USA, May 1993.
[Mer00]	J.P. Merlet. <i>Les robots parallèles</i> . Collection Robotique, Editions Hermès, ISBN 2-86601-599-1, 2000.

- [Mer04] J.P. Merlet. Solving the forward kinematics of a gough-type parallel manipulator with interval analysis. *International Journal of Robotics Research*, 23(3):221–236, November 2004.
- [MG99] P. Martinet and J. Gallice. Position based visual servoing using a non-linear approach. In *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Sytems*, volume 1, pages 531–536, Kyongju, Korea, October 1999.
- [MGK96] P. Martinet, J. Gallice, and D. Khadraoui. Vision based control law using 3d visual features. In Proc. World Automation Congress, WAC'96, Robotics and Manufacturing Systems, volume 3, pages 497– 502, Montpellier, France, May 1996.
- [MH01] R. Mahony and T. Hamel. Visual servoing using linear features for under-actuated rigid-body dynamics. In *IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots Systems*, volume 2, pages 1153–1158, Hawaii, USA, 2001.
- [MLS⁺99] G. Morel, T. Liebezeit, J. Szewczyk, S. Boudet, and J. Pot. Explicit incorporation of 2d constraints in vision based control of robot manipulators. The Sixth International Symposium on Experimental Robotics VI, 250:99–108, 1999.
- [MSC05] E. Marchand, F. Spindler, and F. Chaumette. Visp for visual servoing: a generic software platform with a wide class of robot control skills. *IEEE Robotics and Automation Magazine, Special Issue on "Software Packages for Vision-Based Control of Motion", P. Oh, D. Burschka* (Eds.), 12(4):40–52, December 2005.
- [NCK⁺05] V. Nabat, O. Company, S. Krut, M. Rodriguez, and F. Pierrot. Par4: Very high speed parallel robot for pick-and-place. In *IEEE Interna*tional Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS'05, pages 1202–1207, Alberta, Canada, August 2005.
- [NMW⁺02] M. Nakagawa, T. Matsushita, S. Watanabe, Y. Kakino, and Y. Ihara. The improvement of motion accuracy of hexapod type machine tools and its machining performance. In *Proc. of Japan US Sympo. on Factory Automation (JUSFA2002)*, volume 2, pages 979–982, Hiroshima, Japon, July 2002.
- [ODD96] D. Oberkampf, D. Dementhon, and L.S. Davis. Iterative pose estimation using coplanar feature points. *Computer Vision and Image Understanding*, 63(3):495–511, 1996.
- [OSTU00] H. Ota, T. Shibukawa, T. Tooyama, and M. Uchiyama. Forward kinematic calibration method for parallel mechanism using pose data measured by a double ball bar system. pages 57–62, Ann Arbor, Michigan, USA, 2000.
- [PC99] F. Pierrot and O. Company. H4: A new family of 4-dof parallel robots. In *IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatro*nics, AIM'99, pages 508–513, Atlanta, Georgia, USA, September 1999.

[PC05]	J. Park and W-K. Chung. Geometric integration on euclidean group with application to articulated multibody systems. <i>IEEE Transactions</i> on Robotics and Automation, 21(5):850–863, 2005.
[PCDG99]	V. Parenti-Castelli and R. Di-Gregorio. Determination of the actual configuration of the general stewart platform using only one additional sensor. <i>ASME Journal of Mechanical Design</i> , 121(1):21–25, March 1999.
[PCW06]	A. Pashkevich, D. Chablat, and P. Wenger. Kinematics and workspace analysis of a three-axis parallel manipulator: the orthoglide. <i>Robotica</i> , 24(1):39–49, January 2006.
[PHYT95]	T.Q. Phong, R. Horaud, A. Yassine, and P.D. Tao. Object pose from 2-d to 3-d point and line correspondences. <i>International Journal of Computer Vision</i> , 15(3):225–243, July 1995.
[Pie91]	F. Pierrot. Robots pleinement parallèles légers: Conception Modélisation et Commande. Thèse de doctorat, Université Montpellier II, France, Avril 1991.
[Plü65]	J. Plücker. On a new geometry of space. <i>Philosophical Transactions</i> of the Royal Society of London, 155:725–791, 1865.
[RADM02]	P. Renaud, N. Andreff, M. Dhome, and P. Martinet. Experimental evaluation of a vision-based measuring device for parallel machine-tool calibration. In <i>Proceedings of the IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS'02</i> , volume 2, pages 1868–1873, Lausanne, Suisse, October 2002.
[RAMG05]	P. Renaud, N. Andreff, P. Martinet, and G. Gogu. Kinematic calibra- tion of parallel mechanisms: a novel approach using legs observation. <i>IEEE Transactions on Robotics</i> , 21(4):529–538, August 2005.
[RAMM03]	P. Renaud, N. Andreff, F. Marquet, and P. Martinet. Vision-based ki- nematic calibration of a h4 parallel mechanism. In <i>IEEE International</i> <i>Conference on Robotics and Automation, ICRA'03</i> , pages 1191–1196, Taipei, Taiwan, September 2003.
[RAPM04]	P. Renaud, N. Andreff, F. Pierrot, and P. Martinet. Combining end- effector and legs observation for kinematic calibration of parallel me- chanisms. In <i>IEEE International Conference on Robotics and Auto-</i> <i>mation, ICRA'04</i> , pages 4116–4121, New Orleans, USA, April 2004.
[RB97]	P. Rives and J-J. Borrelly. Visual servoing techniques applied to an underwater vehicle. In <i>IEEE International Conference on Robotics and Automation</i> , volume 3, pages 1851–1856, New Mexico, USA, April 1997.

- [Rem98] S. Remy. *Etalonnage d'un système de vision embarqué*. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal, France, 1998.
- [Ren03] P. Renaud. Apport de la vision pour l'identification géométrique de

mécanismes parallèles. Thèse de doctorat, LaRAMA-LASMEA, Université Blaise Pascal, France, 2003. [RH02] S.M. Radaideh and M.T. Hayajneh. A modified PID controller (piisigmabetad). Journal of The Franklin Institute, 339:543–553(11), September 2002. [RLN92] C. Reboulet, C. Lambert, and N. Nombrail. A parallel redundant manipulator: Speed-r-man and its control. In 4th International Symposium on Robotics and Manufacturing, ISRAM, pages 285–291, Santa-Fe, November 1992. [SK52] J.G. Semple and G. T. Kneebone. *Algebraic Projective Geometry*. Oxford Science Publication, ISBN-13: 978-0198503637, 1952. C. Samson, M. Leborgne, and B. Espiau. Robot Control: The Task [SLE91] Function approach. Oxford Engineering Series, 22, Oxford University Press, ISBN-13: 978-0198538059, 1991. D. Stewart. A platform with six degrees of freedom. In UK Institu-[Ste65] tion of Mechanical Engineers Proceedings, volume 180, pages 371–386, London, 1965. $[TAI^+02]$ W. Tanaka, T. Arai, K. Inoue, Y. Mae, and C. S. Park. Simplified kinematic calibration for a class of parallel mechanism. In *IEEE In*ternational Conference on Robotics and Automation, volume 1, pages 483–488, washington, May 2002. [Tan95] De la simplification et la résolution du modèle L. Tancredi. géométrique direct des robots parallèles. Thèse de doctorat, Ecoles des Mines de Paris, Sophia, France, 1995. [TC03] O. Tahri and F. Chaumette. Application of moment invariants to visual servoing. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, volume 3, pages 4276–4281, Taiwan, May 2003. [TMAM07] O. Tahri, Y. Mezouar, N. Andreff, and P. Martinet. Omnidirectional visual servoing of the gough-stewart platform. In International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS'07, San Diego, USA, 2007. [TMCG02] B Thuilot, P. Martinet, L Cordesses, and J. Gallice. Position based visual servoing: keeping the object in the field of vision. In *IEEE* International Conference on Robotics and Automation, pages 1624-1629, Washington, USA, May 2002. [Tos05]R. Toscano. A simple robust PI/PID controller design via numerical optimization approach. Journal of Process Control, 15:81-88, 2005.

[TS00] S. Tarbouriech and P. Souères. Advanced control strategy for the visual servoing scheme. In 6th International IFAC Symposium on Robot Control, volume 2, pages 457–462, Vienna, Austria, September 2000.

[Tsa87] R.Y. Tsai. A versatile camera calibration technique for high accuracy 3d machine vision metrology using off-the-shelf tv cameras and

lenses. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 3(4):323–344, August 1987.

- [TTM95] L. Tancredi, M. Teillaud, and J-P. Merlet. Forward kinematics of a parallel manipulator with additional rotary sensors measuring the position of platform joints. In J-P. Merlet and B. Ravani, editors, *Computational Kinematics*, pages 261–270. Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [VC98] P. Visher and R. Clavel. Kinematic calibration of the parallel delta robot. *Robotica*, 16:207–218, 1998.
- [Vis96] P. Visher. *Improve the accuracy of parallel robot*. PhD thesis, Federal Institute of Technology, Lausanne, 1996.
- [Viv04] A. Vivas. Contribution à l'identification et à la commande des robots parallèles. Thèse de doctorat, Université Montpellier II, France, Novembre 2004.
- [WA92] C. Wampler and T. Arai. Calibration of robots having kinematic closed-loops using non-linear least squares estimator. In World Congress in Mechanism and Machine Science, IFToMM, pages 153– 158, Nagoya, Japon, September 1992.
- [WC00] P. Wenger and D. Chablat. Kinematic analysis of a new parallel machine tool: The orthoglide. In 7th International Symposium on Advances in Robot Kinematics, pages 305–314, Portoroz, Slovenia, 2000.
- [WM93] J. Wang and O. Masory. On the accuracy of a stewart platform part i: The effect of manufacturing tolerances. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA'93*, pages 114–120, Atlanta, May 1993.
- [WWHB96] W. J. Wilson, C. C. Williams Hulls, and G. S. Bell. Relative endeffector control using cartesian position-based visual servoing. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(5):684–696, 1996.
- [ZLF96] Z. Zhang, Q.T. Luong, and O. Faugeras. Motion of an uncalibrated stereo rig: self-calibration and metric reconstruction. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 12(1):103–113, 1996.
- [ZMP00] P. Zanne, G. Morel, and F. Plestan. Robust vision based 3d trajectory tracking using sliding mode control. In *IEEE International Conference* on Robotics and Automation, ICRA'00, pages 2088–2093, San Francisco, April 2000.
- [ZMY95] H. Zhuang, O. Masory, and J. Yan. Kinematic calibration of a stewart platform using pose measurements obtained by a single theodolite. In *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 329–334, Pittsburgh, Pennsylvanie, 1995.
- [ZN01] H. Zou and L. Notash. Discussions on the camera-aided calibration of parallel manipulators. In Proc. of CCToMM Symp. Mech., Mach., and Mechatronics, Canada, June 2001.

- [ZR96] H. Zhung and Z. S. Roth. Camera-aided robot calibration. CRC Press, Inc., ISBN-13: 978-0849394072, Boca Raton, FL, USA, 1996.
- [ZYM98] H. Zhung, J. Yan, and O. Masory. Calibration of stewart platform and other parallel manipulators by minimizing inverse kinematic residuals. J. of Robotic Systems, 15(7):395–405, 1998.
TITRE : Contributions à un modèle générique pour l'asservissement visuel des robots parallèles par observation des éléments cinématiques

RÉSUMÉ: La contrainte de fermeture des chaînes cinématiques des robots parallèles rend leur modélisation et leur commande complexes. Pourtant, cette architecture leur confère des performances remarquables en terme de charges supportées, de rigidité et de rapidité. Pour bénéficier de ces qualités et simplifier les modèles, nous avons proposé d'utiliser un capteur de vision pour remplacer les modèles géométriques dans la commande et offrir une mesure de l'état au lieu d'une estimation. En premier lieu, nous avons revisité l'asservissement visuel 3D par observation de l'organe terminal dans le cadre spécifique des robots parallèles. Dans ce cas, nous avons choisi la pose comme signal à réguler et montré que la commande ainsi obtenue est une régulation dans l'espace d'état (qui est également l'espace de la tâche). En deuxième lieu, nous nous sommes penché sur le choix d'un signal capteur qui permet une bonne adéquation entre les informations visuelles et les modèles utilisés dans la commande. C'est ainsi que nous avons proposé une architecture dédiée à la commande, unifiant plusieurs familles de robots parallèles, qui repose sur l'exhibition dans la chaîne cinématique d'éléments référents. Par la suite, nous avons développé une approche innovante basée sur l'observation des éléments référents et les modèles de projection de droite. En utilisant une mesure de la position de ces éléments, cette dernière méthode permet de se passer d'une cible extérieure au robot et d'un calcul de pose additionnel tout en permettant une représentation optimale de la cinématique du robot et en offrant des méthodes d'étalonnage qui utilisent directement le signal capteur. Ces méthodes permettent aussi de se passer des variables articulaires, ce qui peut offrir aux robots parallèles une meilleure autonomie et simplifier leur conception.

MOTS-CLÉS: Robots parallèles, vision par ordinateur, asservissement visuel, robotique, commande, modélisation, identification

.....

TITLE: Contribution to a generic model for visual servoing of parallel robots using legs observation

ABSTRACT: Parallel robots have good performances in terms of ability to support loads, rigidity and rapidity. However, their control and modelling are complex due to the kinematic chains closure. The use of computer vision in the feedback simplifies the kinematic models by introducing additional sensors into the mechanism and thus yields easier control. Several control laws are proposed in this thesis. First, a 3D pose visual servoing is proposed, where the end-effector pose is indirectly measured and used for regulation. It is shown to be more suitable to this task since it relieves the control from the difficult forward kinematic problem. Second, we wanted to fuse kinematics and projective geometry into a projective kinematic model for control. Doing so, inspired by the geometry of lines and the image projection of cylindrical legs, we proposed a structure devoted to control which unifies several families of parallel robots. Taking this approach, we have proposed a generic projective kinematic model for visual servoing of parallel robot using legs observation. The main advantage of this method is that we do not require the use of a visual pattern to calibrate the relative pose of the latter with respect to the end-effector. We confirmed that, measuring by vision the leg edges, one can easily measure a projective kinematic model for control without proprioceptive sensors, which might simplify the robot design.

KEYWORDS: Parallel robots, computer vision, visual servoing, robotic, control, modelling, calibration