Robust MCDA

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ

Ευρωπαϊκή Ένωση · ΕΣΠΑ 2007-2013

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΘΑΛΗΣ – Πανεπιστήμιο Πειραιά
Μεθοδολογικές προσεγγίσεις για τη μελέτη της ευστάθειας σε προβλήματα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια

Δ18 – Διοργάνωση workshops

Π18.1 – Έκθεση 1ου Επιστημονικού Workshop

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Στοιχεία παραδοτέου

Δράση: Δ18 – Διοργάνωση workshops

Τίτλος παραδοτέου: Π18.1 – Έκθεση 1ου Επιστημονικού Workshop

Τύπος παραδοτέου: I - PP

Έκδοση: 01

Ημερομηνία: 24 Σεπτεμβρίου 2012

Υπεύθυνος σύνταξης: Καθηγητής Ιωάννης Ψαρράς

Ομάδα σύνταξης: Επίκουρος Καθηγητής Δημήτρης Ασκούνης

Περιεχόμενα

<u>Συντομογραφίες Παραδοτέου</u>

ΣΕ: Συντονιστής Έργου

ΥΕΟ: Υπεύθυνος Ερευνητικής Ομάδας

ΚΕΟ: Κύρια Ερευνητική Ομάδα

ΟΕΣ: Ομάδα Εξωτερικών Συνεργατών

ΟΕ: Ομάδα Έργου

ΥΔΠΕ: Υπεύθυνος Διασφάλισης Ποιότητας Έργου

ΕΥΔ: Επιστημονικός Υπεύθυνος Δράσης

ΟΕΜ: Ομάδα Εμπειρογνωμόνων

ΠΑΠΕΙ ή UNIPI: Πανεπιστήμιο Πειραιά

ΠΚ ή TUC: Πολυτεχνείο Κρήτης

ΕΜΠ ή NTUA: Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

1 Γενικά

1.1 Γενικά στοιχεία δράσης

Η δράση Δ18 αφορά τη διοργάνωση μιας σειράς επιστημονικών συναντήσεων εργασίας (workshops) και εντάσσεται στο σύνολο των δράσεων δημοσιότητας του έργου. Τα workshops οργανώνονται από τις ερευνητικές ομάδες των ιδρυμάτων που συμμετέχουν στην υλοποίηση του έργου και είναι ανοικτά για το κοινό, δεδομένου ότι απευθύνονται σε ερευνητές, υποψήφιους διδάκτορες, μεταπτυχιακούς φοιτητές, κ.λπ. που εργάζονται ή σκοπεύουν να ασχοληθούν με το ευρύτερο αντικείμενο της πολυκριτήριας ανάλυσης.

Στα πλαίσια των επιστημονικών αυτών συναντήσεων παρουσιάζεται όχι μόνο η τρέχουσα έρευνα που έχει πραγματοποιηθεί στα πλαίσια του έργου και αφορά τη μελέτη της ευστάθειας σε προβλήματα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια, αλλά και το γενικότερο αντικείμενο της πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων.

Πιο συγκεκριμένα, οι στόχοι των επιστημονικών workshops είναι:

- η παρουσίαση των τρέχουσας ερευνητικής προσπάθειας που αφορά τη μελέτη της ευστάθειας στην πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων,
- η παρουσίαση της γενικότερης θεωρίας και των πρακτικών εφαρμογών της πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων,
- η διάδοση του επιστημονικού αντικειμένου της πολυκριτηρίας ανάλυσης αποφάσεων και
- η δικτύωση και η ανταλλαγή απόψεων ανάμεσα σε επιχειρησιακούς ερευνητές και στελέχη επιχειρήσεων και οργανισμών που ασχολούνται με το συγκεκριμένο αντικείμενο.

Σύμφωνα με το πλάνο υλοποίησης, στα πλαίσια του συγκεκριμένου έργου πρόκειται να πραγματοποιηθούν 6 επιστημονικές συναντήσεις εργασίας (workshops), οι οποίες κατανέμονται σε 2 ανά έτος και 2 ανά ερευνητική ομάδα. Η γενική εποπτεία των συναντήσεων θα γίνεται από τη Μικτή Επιτροπή Συντονισμού του Έργου (βλ. δράση Δ21), στην οποία συμμετέχουν οι υπεύθυνοι των 3 ερευνητικών ομάδων. Πιο συγκεκριμένα, η Μικτή Επιτροπή Συντονισμού του Έργου αποτελείται από τους:

1. Καθηγητή Ιωάννη Σίσκο (συντονιστή έργου και υπεύθυνου της ερευνητικής ομάδας του ΠΑΠΕΙ)
2. Καθηγητή Κωνσταντίνο Ζοπουνίδη (υπεύθυνου της ερευνητικής ομάδας του ΠΚ)
3. Καθηγητή Ιωάννη Ψαρρά (υπεύθυνου της ερευνητικής ομάδας του ΕΜΠ)

Δεδομένου ότι η επιτροπή αυτή έχει ως στόχο τη συνολική παρακολούθηση υλοποίησης του έργου, η συνεισφορά της στη συγκεκριμένη δράση επικεντρώνεται στο συντονισμό με τις υπόλοιπες ενέργειες του έργου και τη συνεργασία με τον εκάστοτε διοργανωτή του επιστημονικού workshop.

1.2 Γενικά στοιχεία παραδοτέου

Το συγκεκριμένο παραδοτέο αφορά το 1ο Επιστημονικό Workshop του έργου που πραγματοποιήθηκε στην Αθήνα, το χρονικό διάστημα 12-14 Σεπτεμβρίου 2012. Σύμφωνα με το χρονοδιάγραμμα υλοποίησης του έργου, τη χρονική στιγμή διεξαγωγής του workshop έχουν ολοκληρωθεί κυρίως οι βιβλιογραφικές δράσεις του ερευνητικού προγράμματος:

- Δ1: Βιβλιογραφική ανασκόπηση ανάλυσης ευστάθειας σε αναλυτικές-συνθετικές διαδικασίες
- Δ5: Βιβλιογραφική ανασκόπηση προσεγγίσεων τεχνικής νοημοσύνης για την ανάλυση ευστάθειας πολυκριτήριων προβλημάτων
- Δ9: Βιβλιογραφική ανασκόπηση ανάλυσης ευστάθειας σε προβλήματα πολυστοχικού προγραμματισμού

Για το λόγο αυτό, δόθηκε ιδιαίτερη έμφαση στην ανάλυση των αποτελεσμάτων της βιβλιογραφικής έρευνας, καθώς και στη γενικότερη παρουσίαση του επιστημονικού χώρου της πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων, με στόχο τη διάδοσή της σε νέους ερευνητές και επαγγελματίες.

Δεδομένης της άυλης μορφής της συγκεκριμένης δράσης, όπως παρουσιάζεται και στο υπόλοιπο κείμενο της έκθεσης, το παραδοτέο αυτό περιέχει κυρίως:

- Γενικές πληροφορίες για τη δράση (τόπος, χρόνος διεξαγωγής, συμμετέχοντες, κ.λπ.)
- Συνοδευτικό υλικό της δράσης (αφίσα, δελτίο τύπου, παρουσιάσεις, κ.λπ.)
- Άλλο πρόσθετο υλικό (φωτογραφίες, κ.λπ.)

Επίσης, θα πρέπει να σημειωθεί ότι στα πλαίσια της συγκεκριμένης δράσης δίνεται για άλλη μια φορά η δυνατότητα συνάντησης των μελών των ερευνητικών ομάδων, γεγονός που είναι ιδιαίτερα σημαντικό σε ένα έργο που έχει ως βασικό αντικείμενο τη συνεργασία ερευνητικών ομάδων.

2 Υλοποίηση

2.1 Γενικές πληροφορίες workshop

Το 1ο Επιστημονικό Workshop με διακριτικό τίτλο "Robust MCDA» (ακρωνύμιο του έργου) πραγματοποιήθηκε στις 12-14 Σεπτεμβρίου 2012 στην Αθήνα στο ΕΜΠ. Το workshop διοργανώθηκε από την ερευνητική ομάδα του ΕΜΠ (Μονάδα Αποφάσεων και Διοίκησης, Εργαστήριο Συστημάτων Αποφάσεων και Διοίκησης, Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Η/Υ, ΑΜΠ).

Το workshop περιλαμβάνει 3 ενότητες:

1. Ενότητα Α: Βασικά στοιχεία πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων, με έμφαση στη θεωρία πολυκριτήριας αξίας και τις αναλυτικές-συνθετικές προσεγγίσεις.
2. Ενότητα Β: Αποτελέσματα βιβλιογραφικής ανασκόπησης σχετικά με τη μελέτη της ευστάθειας σε προβλήματα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια
3. Ενότητα Γ: Νέες ερευνητικές κατευθύνσεις ανάλυσης ευστάθειας στην πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων

Για τις ανάγκες διοργάνωσης του workshop προετοιμάστηκε κατάλληλο ενημερωτικό υλικό (αφίσα, φυλλάδιο), το οποίο παρουσιάζεται στα Παραρτήματα Α-Β της παρούσας έκθεσης.

2.2 Απολογισμός workshop

Στο workshop συμμετείχαν και οι 3 ερευνητικές ομάδες του έργου, καθώς και σημαντικός αριθμός νέων επιχειρησιακών ερευνητών, προπτυχιακών και μεταπτυχιακών φοιτητών, καθώς και υποψήφιων διδακτόρων από διάφορα ΑΕΙ/ΤΕΙ. Ο Πίνακας 2.1 παρουσιάζει τους μέλη της ΚΕΟ και της ΟΕΣ του έργου που συμμετείχαν στο 1ο Επιστημονικό Workshop, η πλειοψηφία των οποίων πραγματοποίησε και τις διαλέξεις της συνάντησης. Συνολικά, ο αριθμός των συμμετεχόντων ανήρθε σε 39 άτομα (βλ. Παράρτημα Γ για φωτογραφίες του workshop).

Συνοπτικά, το πρόγραμμα της 1ης Συντονιστικής Συνάντησης έχει ως εξής:

Τετάρτη 12 Σεπτεμβρίου 2012

12:00 – 12:30: Καλωσόρισμα από το Διοργανωτή και Συντονιστή της ΚΕΟ του ΕΜΠ και τον ΣΕ

12:30 – 14:00: Πολυκριτήρια ανάλυση και αναλυτική-συνθετική προσέγγιση: Βασικά χαρακτηριστικά και προοπτικές (Ν. Ματσατσίνης)

14:00 – 15:00: Διάλειμμα (καφές)

15:00 – 16:30: Θεωρίας πολυκριτήριας αξίας (Μ. Δούμπος)

16:30 – 17:00: Διάλειμμα (καφές)

17:00 – 18:30: Συλλογικό μοντέλο αναλυτικής-συνθετικής προσέγγισης: Η μέθοδος MUSA (Ε. Γρηγορούδης)

Πέμπτη 13 Σεπτεμβρίου 2012

10:00 – 11:30: Ευστάθεια και αναλυτικές-συνθετικές προσεγγίσεις (Γ. Σίσκος)

11:30 – 12:00: Διάλειμμα (καφές)

12:00 – 13:30: Ανάλυση ευστάθειας σε αναλυτικές συνθετικές μεθοδολογίες (Κ. Ζοπουνίδης)

13:30 – 15:00: Διάλειμμα (ελαφρύ γεύμα)

15:00 – 16:30: Διαδικασίες ομαλοποιημένης εκτίμησης στην αναλυτική-συνθετική προσέγγιση (Μ. Δούμπος)

16:30 – 17:00: Διάλειμμα (καφές)

17:00 – 18:30: Εναλλακτικές μεθοδολογίες εκτίμησης σημαντικότητας των κριτηρίων στην πολυκριτήρια ανάλυση (Δ. Γιαννακόπουλος)

Πίνακας 2.1: Συμμετέχοντες στην 1η Συντονιστική Συνάντηση

Ομάδα	Ερευνητές
Ερευνητική ομάδα Πανεπιστημίου Πειραιά	Ιωάννης Σίσκος (Καθηγητής/ΠΑΠΕΙ)
	Διονύσης Γιαννακόπουλος (Καθηγητής/ΤΕΙ Πειραιά)
	Ευάγγελος Γρηγορούδης (Επ. Καθηγητής/Πολ. Κρήτης)
	Αθανάσιος Σπυριδάκος (Αν. Καθηγητής/ΤΕΙ Πειραιά
	Νίκος Τσότσολας (Μεταδιδάκτορας/ΠΑΠΕΙ)
	Νίκος Χριστοδουλάκης (Υπ. Διδάκτορας/ΠΑΠΕΙ)
	Γεωργία Μουριάδου (Ερευνητής/ΠΑΠΕΙ)
Ερευνητική ομάδα Πολυτεχνείου Κρήτης	Κων/νος Ζοπουνίδης (Καθηγητής/Πολ. Κρήτης)
	Νικόλαος Ματσατσίνης (Καθηγητής/Πολ. Κρήτης)
	Μιχάλης Δούμπος (Επ. Καθηγητής/Πολ. Κρήτης)
	Παύλος Δελιάς (Επ. Καθηγητής/ΤΕΙ Καβάλας)
Ερευνητική ομάδα Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου	Ιωάννης Ψαρράς (Καθηγητής/ΕΜΠ)
	Δημήτριος Ασκούνης (Αν. Καθηγητής/ΕΜΠ)
	Χάρης Δούκας (Μεταδιδάκτορας/ΕΜΠ)
	Παναγιώτης Ξυδώνας (Μεταδιδάκτορας/ΕΜΠ)
	Ελευθέριος Σίσκος (Υπ. Διδάκτορας/ΕΜΠ)

Παρασκευή 14 Σεπτεμβρίου 2012

10:00 – 11:30: Αλγόριθμοι μεταβελτιστοποίησης σε γραμμικά συστήματα (Ν. Τσότσολας)

11:30 – 12:00: Διάλειμμα (καφές)

12:00 – 13:30: Ανάλυση ευστάθειας σε προβλήματα πολυστοχικού προγραμματισμού (Ε. Σίσκος)

13:30 – 14:00: Κλείσιμο του workshop από το Διοργανωτή και Συντονιστή της ΚΕΟ του ΕΜΠ και τον ΣΕ

Στο Παράρτημα Δ της συγκεκριμένης έκθεσης δίνονται οι παρουσιάσεις που χρησιμοποιήθηκαν σε όλη τη διάρκεια του workshop συνάντησης, σύμφωνα με το προηγούμενο πρόγραμμα.

Παράρτημα Α: Αφίσα workshop

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

1ο Επιστημονικό Workshop
Robust MCDA

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΘΑΛΗΣ

Μεθοδολογικές προσεγγίσεις για τη μελέτη της ευστάθειας σε προβλήματα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια

12-14 Σεπτεμβρίου 2012
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

ΔΙΟΡΓΑΝΩΣΗ
Εργαστήριο Συστημάτων Αποφάσεων και Διοίκησης
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Η/Υ
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2007-2013
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Παράρτημα Β: Φυλλάδιο workshop

Πρόγραμμα ΘΑΛΗΣ

Το **1ο Επιστημονικό Workshop Robust MCDA** πραγματοποιείται στα πλαίσια του έργου ΘΑΛΗΣ με τίτλο «Μεθοδολογικές προσεγγίσεις για τη μελέτη της ευστάθειας σε προβλήματα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια» και εντάσσεται στο σύνολο των δράσεων δημοσιότητας του έργου.

Το έργο αφορά στη μελέτη της ευστάθειας (robustness) σε προβλήματα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια. Η έννοια της ευστάθειας αναφέρεται τόσο στη συμφωνία των παραδοχών και εκτιμήσεων που διαμορφώνουν ένα μοντέλο υποστήριξης αποφάσεων σε σχέση με τα πραγματικά χαρακτηριστικά του προβλήματος, όσο και στην ποιότητα των προτεινόμενων λύσεων σε σχέση με εναλλακτικά σενάρια για το πλαίσιο και το περιβάλλον της απόφασης.

Το αντικείμενο του έργου καλύπτει θέματα όπως:

- η ανάπτυξη διαδικασιών μέτρησης της ευστάθειας των αποτελεσμάτων και των παραμέτρων διαδικασιών πολυκριτήριας ανάλυσης,
- η μελέτη της ποιότητας των δεδομένων και της σχέσης τους με τα αποτελέσματα μιας πολυκριτήριας αξιολόγησης, και
- η ανάπτυξη μεθοδολογιών για τη διαμόρφωση λύσεων που παρουσιάζουν ευστάθεια σε μεταβολές των παραμέτρων ενός προβλήματος απόφασης και του περιβάλλοντός της.

Βασικός στόχος του έργου είναι η ανάπτυξη ενός ολοκληρωμένου θεωρητικού πλαισίου για τη μέτρηση της ευστάθειας των λύσεων που προκύπτουν από υπάρχουσες μεθοδολογίες, καθώς επίσης και η προώθηση της διεθνούς επιστημονικής έρευνας στο χώρο της επιχειρησιακής έρευνας και της πολυκριτήριας ανάλυσης.

Πρόσθετοι στόχοι του έργου αποτελούν

- η ανάπτυξη της συνεργασίας σε εθνικό και διεθνές επίπεδο σε θέματα πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων,
- η διάδοση της παραγόμενης επιστημονικής γνώσης και
- η πρακτική εφαρμογή των θεωρητικών αποτελεσμάτων της έρευνας.

Τέλος, θα πρέπει να σημειωθεί ότι στο πλαίσιο του έργου θα μελετηθεί ένα ευρύ πεδίο πρακτικών εφαρμογών από τους χώρους της περιβαλλοντικής και ενεργειακής διαχείρισης, της ανάλυσης οικονομικών και τεχνολογικών κινδύνων (διαχείριση επενδύσεων, χρηματοοικονομικός προγραμματισμός, βιομηχανική ασφάλεια, κ.ά.), της διοίκησης επιχειρήσεων (εφοδιαστική αλυσίδα, προγραμματισμός έργων, μάρκετινγκ, διοίκηση προσωπικού, κ.ά.), καθώς και των κατασκευών (κτήρια, μηχανολογικά & ηλεκτρολογικά/ηλεκτρονικά συστήματα). Σε όλα αυτά τα πεδία, η λήψη αποφάσεων χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη πολλαπλών κριτηρίων και περιορισμών (τεχνολογικών και οικονομικών) και την αυξημένη αβεβαιότητα.

Στόχοι και Θέματα Workshop

Βασικός στόχος του Workshop είναι η παρουσίαση όχι μόνο της τρέχουσας έρευνας που έχει πραγματοποιηθεί στα πλαίσια του έργου και αφορά τη μελέτη της ευστάθειας σε προβλήματα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια, αλλά και του γενικότερου αντικειμένου της πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων.

Πιο συγκεκριμένα, οι στόχοι του Workshops είναι:

- η παρουσίαση των τρέχουσας ερευνητικής προσπάθειας που αφορά τη μελέτη της ευστάθειας στην πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων,
- η παρουσίαση της γενικότερης θεωρίας και των πρακτικών εφαρμογών της πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων,
- η διάδοση του επιστημονικού αντικειμένου της πολυκριτηρίας ανάλυσης αποφάσεων και
- η δικτύωση και η ανταλλαγή απόψεων ανάμεσα σε επιχειρησιακούς ερευνητές και στελέχη επιχειρήσεων και οργανισμών που ασχολούνται με το συγκεκριμένο αντικείμενο.

Επίσης, στα πλαίσια της συγκεκριμένου workshop δίνεται η δυνατότητα συνάντησης των μελών των ερευνητικών ομάδων.

Το Workshop περιλαμβάνει 3 ενότητες:

1. Βασικά στοιχεία πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων, με έμφαση στη θεωρία πολυκριτήριας αξίας και τις αναλυτικές-συνθετικές προσεγγίσεις.
2. Αποτελέσματα βιβλιογραφικής ανασκόπησης σχετικά με τη μελέτη της ευστάθειας σε προβλήματα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια
3. Νέες ερευνητικές κατευθύνσεις ανάλυσης ευστάθειας στην πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων

Τόπος και Χρόνος Διεξαγωγής

Εργαστήριο Συστημάτων Αποφάσεων και Διοίκησης
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Η/Υ
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Αθήνα
12-14 Σεπτεμβρίου 2012

Συμμετοχή

Το επιστημονικό workshop είναι ανοικτό για το κοινό και στις εργασίες του μπορούν να συμμετέχει ελεύθερα χωρίς περιορισμό κάθε ενδιαφερόμενος.

Πιο συγκεκριμένα, το επιστημονικό workshop ε απευθύνονται σε ερευνητές, υποψήφιους διδάκτορες, μεταπτυχιακούς φοιτητές, κ.λπ. που εργάζονται ή σκοπεύουν να ασχοληθούν με το ευρύτερο αντικείμενο της πολυκριτήριας ανάλυσης.

Πρόγραμμα Workshop

Τετάρτη 12 Σεπτεμβρίου 2012	
12:00 – 12:30:	Καλωσόρισμα από το Διοργανωτή και Συντονιστή της ΚΕΟ του ΕΜΠ Καθ. Ι. Ψαρρά και τον Συντονιστή του έργου Καθ. Ι. Σίσκο
12:30 – 14:00:	Πολυκριτήρια ανάλυση και αναλυτική-συνθετική προσέγγιση: Βασικά χαρακτηριστικά και προοπτικές Ν. Ματσατσίνης, Πολυτεχνείο Κρήτης
14:00 – 15:00:	Διάλειμμα
15:00 – 16:30:	Θεωρίας πολυκριτήριας αξίας Μ. Δούμπος, Πολυτεχνείο Κρήτης
16:30 – 17:00:	Διάλειμμα
17:00 – 18:30:	Συλλογικό μοντέλο αναλυτικής-συνθετικής προσέγγισης: Η μέθοδος MUSA Ε. Γρηγορούδης, Πολυτεχνείο Κρήτης

Πέμπτη 13 Σεπτεμβρίου 2012	
10:00 – 11:30:	Ευστάθεια και αναλυτικές-συνθετικές προσεγγίσεις Γ. Σίσκος, Πανεπιστήμιο Πειραιώς
11:30 – 12:00:	Διάλειμμα
12:00 – 13:30:	Ανάλυση ευστάθειας σε αναλυτικές συνθετικές μεθοδολογίες Κ. Ζοπουνίδης, Πολυτεχνείο Κρήτης
13:30 – 15:00:	Διάλειμμα
15:00 – 16:30:	Διαδικασίες ομαλοποιημένης εκτίμησης στην αναλυτική-συνθετική προσέγγιση Μ. Δούμπος, Πολυτεχνείο Κρήτης
16:30 – 17:00:	Διάλειμμα
17:00 – 18:30:	Εναλλακτικές μεθοδολογίες εκτίμησης σημαντικότητας των κριτηρίων στην πολυκριτήρια ανάλυση Δ. Γιαννακόπουλος, ΤΕΙ Πειραιώς

Παρασκευή 14 Σεπτεμβρίου 2012	
10:00 – 11:30:	Αλγόριθμοι μεταβελτιστοποίησης σε γραμμικά συστήματα Ν. Τσότσολας, Πανεπιστήμιο Πειραιώς
11:30 – 12:00:	Διάλειμμα
12:00 – 13:30:	Ανάλυση ευστάθειας σε προβλήματα πολυστοχικού προγραμματισμού Ε. Σίσκος, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
13:30 – 14:00:	Κλείσιμο του workshop από το Διοργανωτή και Συντονιστή της ΚΕΟ του ΕΜΠ Καθ. Ι. Ψαρρά και τον Συντονιστή του έργου Καθ. Ι. Σίσκο

Ερευνητικές Ομάδες

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Σίσκος, Ι.	Πανεπιστήμιο Πειραιώς
Γιαννακόπουλος, Δ.	ΤΕΙ Πειραιώς
Γρηγορούδης, Ε.	Πολυτεχνείο Κρήτης
Bouyssou, D.	Université Paris Dauphine
Hurson, C.	Université de Rouen
Σπυριδάκος, Α.	ΤΕΙ Πειραιώς
Τσότσολας, Ν.	Πανεπιστήμιο Πειραιώς
Πολίτης, Ι.	Πανεπιστήμιο Πειραιώς
Χριστοδουλάκης, Ν.	Πανεπιστήμιο Πειραιώς
Μουριάδου, Γ.	Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Πολυτεχνεί ο Κρήτης

Ζοπουνίδης, Κ.	Πολυτεχνείο Κρήτης
Ματσατσίνης, Ν.	Πολυτεχνείο Κρήτης
Δούμπος, Μ.	Πολυτεχνείο Κρήτης
Tsoukias, A.	Université Paris Dauphine
Δελιάς, Π.	ΤΕΙ Καβάλας
Μαναρώλης, Ε.	Πολυτεχνείο Κρήτης
Νίκλης, Δ.	Πολυτεχνείο Κρήτης

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνεί ο

Ψαρράς, Ι.	Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Ασκούνης, Δ.	Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Καραγιαννόπουλος, Κ.	Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Figueira, J.	InstitutoSuperiorTecnico
Δούκας, Χ.	Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Ξυδώνας, Π.	Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σίσκος, Ε.	Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Πληροφορίες

Καθηγητής Ι. Ψαρράς
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών
Ηρώων Πολυτεχνείου 9
15780 Αθήνα
Τηλ. 2107723551
E-mail: john@epu.ntua.gr

Website Ερευνητικού Έργου

http://rmcda.epu.ntua.gr/

Συμμετέχοντα Ιδρύματα

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

1ο Επιστημονικό Workshop
Robust MCDA

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΘΑΛΗΣ
Μεθοδολογικές προσεγγίσεις για τη μελέτη της ευστάθειας σε προβλήματα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια

12-14 Σεπτεμβρίου 2012
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

ΔΙΟΡΓΑΝΩΣΗ
Εργαστήριο Συστημάτων Αποφάσεων και Διοίκησης
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Η/Υ
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Παράρτημα Γ: Φωτογραφίες workshop

Παράρτημα Δ: Παρουσιάσεις workshop

Robust MCDA

Πολυκριτήρια ανάλυση και αναλυτική-συνθετική προσέγγιση: Βασικά χαρακτηριστικά και προοπτικές

Νικόλαος Ματσατσίνης
Ερευνητική Ομάδα Πολυτεχνείου Κρήτης

1ο Επιστημονικό Workshop - ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΘΑΛΗΣ
Μεθοδολογικές προσεγγίσεις για τη μελέτη της ευστάθειας σε προβλήματα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια
12-14 Σεπτεμβρίου 2012, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Πολυκριτήρια Ανάλυση: Μεθοδολογικό Πλαίσιο και Στόχοι

- «Παραδοσιακή» προσέγγιση της ΕΕ: Σχεδιασμός βέλτιστων στρατηγικών
- Πολλαπλά κριτήρια:
  - Χαρακτηριστικά
    - Πολλαπλά κριτήρια που οδηγούν σε αντικρουόμενα συμπεράσματα
    - Αδυναμία προσδιορισμού βέλτιστης λύσης
    - Υποκειμενικά αποτελέσματα
  - Στόχοι
    - Ανάλυση της ανταγωνιστικής φύσης των κριτηρίων
    - Μοντελοποίηση των προτιμήσεων του αποφασίζοντος
    - Εντοπισμός ικανοποιητικών λύσεων

Μεθοδολογία

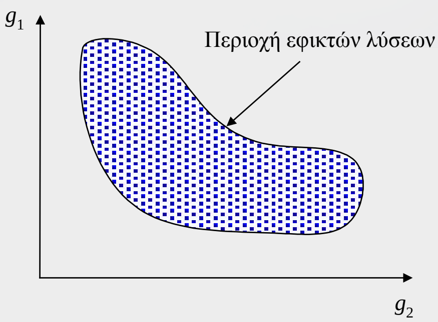
Αντικείμενο της Απόφασης
Καθορισμός Εναλλακτικών

- ✓ **Κύριο ερώτημα:** Με ποιον τρόπο ορίζεται το σύνολο των εναλλακτικών A;

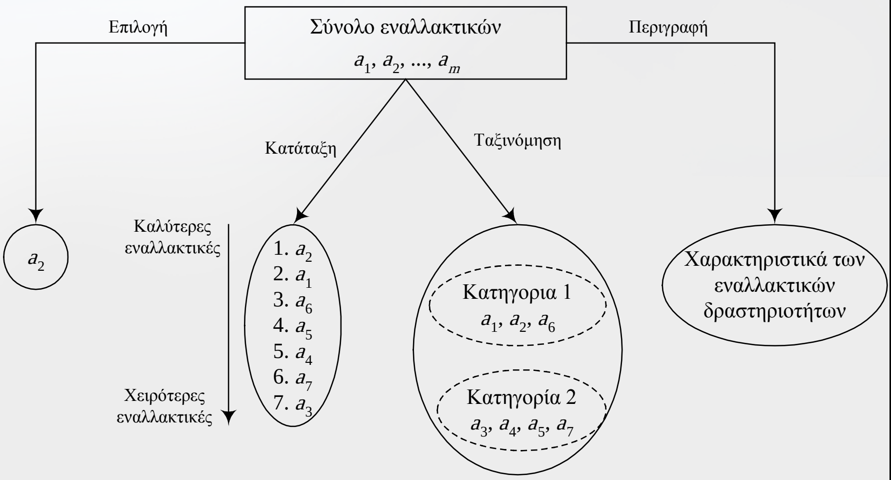
Διακριτά προβλήματα

		Κριτήρια			
		g_1	g_2	…	g_n
Εναλλακτικές	a_1	$g_1(a_1)$	$g_2(a_1)$	…	$g_n(a_1)$
	a_2	$g_1(a_2)$	$g_2(a_2)$	…	$g_n(a_2)$
	…	…	…	…	…
	a_m	$g_1(a_m)$	$g_2(a_m)$	…	$g_n(a_m)$

Συνεχή προβλήματα



Αντικείμενο της Απόφασης Προβληματικές



Τα Κριτήρια

- **Κριτήριο:** Μονότονη συνάρτηση *g* δηλωτική των προτιμήσεων του αποφασίζοντος:
  - $g_i(a)>g_i(b) \Leftrightarrow a \succ b$
  - $g_i(a)=g_i(b) \Leftrightarrow a \sim b$
- **Συνεπής οικογένεια κριτηρίων:**
  - Μονοτονία
  - Επάρκεια
  - Μη πλεονασμός

Μοντέλο Ολικής Προτίμησης
Μεθοδολογίες Σύνθεσης Κριτηρίων

- Προσδιορισμός μιας συνολικής αξιολόγησης κάθε εναλλακτικής
  - Πολυκριτήρια θεωρία χρησιμότητας
- Πραγματοποίηση διμερών συγκρίσεων μεταξύ των εναλλακτικών
  - Θεωρία των σχέσεων υπεροχής
- Επαναληπτική και αλληλεπιδραστική διερεύνηση του συνόλου των εναλλακτικών λύσεων
  - Πολυκριτήριος μαθηματικός προγραμματισμός

Πολυκριτήρια Θεωρία Χρησιμότητας

- Σύνθεση των κριτηρίων σε μια συνολική συνάρτηση χρησιμότητας/αξιών $U(a)=U[g_1(a), g_2(a), \ldots, g_n(a)]$ τέτοια ώστε:

  $U(a)>U(b) \Leftrightarrow a \succ b$

  $U(a)=U(b) \Leftrightarrow a \sim b$
- Προσθετική συνάρτηση

  $U(a)=p_1u_1[g_1(a)]+p_2u_2[g_2(a)]+ \ldots +p_nu_n[g_n(a)]$
- Ικανοποιητική λύση:

  $a^*=\text{argmax }U(a)$

Θεωρία των Σχέσεων Υπεροχής

- **Ορισμός:** Η σχέση υπεροχής είναι μια διμερής σχέση **S**, τέτοια ώστε *a* **S** *b* εάν και μόνο εάν:
  - Υπάρχουν αρκετές ενδείξεις που υποστηρίζουν τον ισχυρισμό «η *a* είναι τουλάχιστον εξίσου καλή όσο η *b*»
  - Δεν υπάρχουν ισχυρές ενδείξεις κατά του παραπάνω ισχυρισμού
- **Ιδιότητες:** Η σχέση υπεροχής δεν είναι απαραίτητα πλήρης ή μεταβατική
- **Βασικά στάδια:**
  - Κατασκευή της σχέσης υπεροχής
  - Χρησιμοποίηση της σχέσης υπεροχής για την αξιολόγηση των εναλλακτικών
- **Κύριες μέθοδοι:**
  - ELECTRE
  - PROMETHEE
  - ORESTE

Πολυκριτήριος Μαθηματικός Προγραμματισμός

- Γενική μορφή

  $\text{Max}\ \{g_1(\mathbf{x}), g_2(\mathbf{x}), \ldots, g_n(\mathbf{x})\ /\ \mathbf{x} \in A\}$
- Κυριαρχία

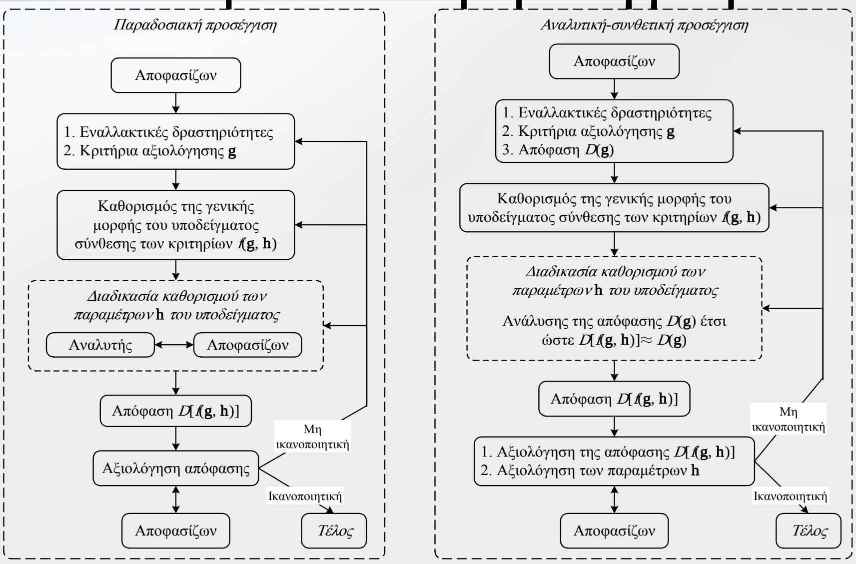
  $\mathbf{x}\ D\ \mathbf{x}' \Leftrightarrow g_i(\mathbf{x}) \geq g_i(\mathbf{x}'),\ \forall i$ και $\exists i$: $g_i(\mathbf{x}) > g_i(\mathbf{x}')$
- Αποτελεσματική λύση

  x αποτελεσματική $\Leftrightarrow \nexists \mathbf{x}' \in A : \mathbf{x}'\, D\, \mathbf{x}$
- Αποτελεσματικό σύνολο: Το σύνολο των αποτελεσματικών λύσεων
- Αλληλεπιδραστικές τεχνικές διερεύνησης του αποτελεσματικού συνόλου

Αναλυτική-Συνθετική Προσέγγιση

- **Διαπίστωση:** Η εκμαίευση από τον αποφασίζοντα προτιμησιακών πληροφοριών παρουσιάζει συχνά προβλήματα
- **Εναλλακτική προσέγγιση:** Ανάλυση των αποφάσεων του αποφασίζοντος για τον προσδιορισμό του κατάλληλου υποδείγματος σύνθεσης των κριτηρίων

Αναλυτική-Συνθετική Προσέγγιση



Ιστορική Αναδρομή

1950-1960	Γραμμική παλινδρόμηση	Charnes, Cooper, Ferguson (1955) Karst (1958) Wagner (1959)
1960-1980	Μονότονη παλινδρόμηση	Srinivasan and Shocker (1973) Pekelman and Sen (1974) Srinivasan (1975)
1980-1990	Μονότονη παλινδρόμηση	Jacquet-Lagrèze and Siskos (1982) Horsky and Rao (1984) Siskos and Yannacopoulos (1985)
	Ταξινόμηση	Freed and Glover (1981)
1990-	Εναλλακτικά υποδείγματα	Malakooti and Zhou (1994) Greco, Matarazzo and Slowinski (2001) Mousseau and Slowinski (1998)
	Επεκτάσεις	Lam and Choo (1995) Jacquet–Lagrèze (1995) Zopounidis and Doumpos (1999, 2000) Grigoroudis and Siskos (2002) Beuthe, Eeckhoudt and Scanella (2000)
	ΣΥΑ	PREFCALC: Jacquet-Lagrèze (1990) MINORA-MIIDAS: Siskos, Spiridakos, Yannacopoulos (1999) MARKEX: Siskos and Matsatsinis (1993) UTA+: Kostkowski and Slowinski (1996) FINEVA: Zopounidis et al. (1996) FINCLAS: Zopounidis and Doumpos (1998) PREFDIS: Zopounidis and Doumpos (2000) MUSA: Grigoroudis and Siskos (2002)

Η μέθοδος UTA

- Πλέον χαρακτηριστική εφαρμογή της αναλυτικής-συνθετικής προσέγγισης
- Η μέθοδος UTA (UTilités Additives) προτάθηκε από Jacquet-Lagrèze and Siskos (1982)
- Εκτίμηση ενός συνόλου συναρτήσεων αξιών από μια δεδομένη διάταξη προτίμησης σε ένα σύνολο αναφοράς A_R
- Χρήση ειδικών τεχνικών γ.π. με στόχο την ελαχιστοποίηση των ασυμφωνιών μεταξύ εκτιμώμενης και δεδομένης διάταξης προτίμησης

Βασικές αρχές μεθόδου UTA

- Μοντέλο της μορφής:

$$\begin{cases} u(\mathbf{g}) = \sum_{i=1}^{n} u_i(g_i) \\ \text{υ.π.} \\ \sum_{i=1}^{n} u_i(g_i^*) = 1 \\ u_i(g_{i*}) = 0 \qquad \forall i = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

- Εισαγωγή μεταβλητής σφάλματος:

$$u'[\mathbf{g}(a)] = \sum_{i=1}^{n} u_i[g_i(a)] + \sigma(a) \quad \forall a \in A_R$$

Μαθηματική ανάπτυξη μεθόδου UTA

$$\begin{cases} [\min]F = \sum_{a \in A_R} \sigma(a) \\ \text{υπό τους περιορισμούς} \\ \sum_{i=1}^{n} u_i\left[g_i(a)\right] + \sigma(a) - \sum_{i=1}^{n} u_i\left[g_i(b)\right] - \sigma(b) \geq \delta \quad \text{αν } a \succ b \\ \sum_{i=1}^{n} u_i\left[g_i(a)\right] + \sigma(a) - \sum_{i=1}^{n} u_i\left[g_i(b)\right] - \sigma(b) = 0 \quad \text{αν } a \sim b \\ u_i(g_i^{j+1}) - u_i(g_i^j) \geq 0 \qquad \forall i \text{ και } j \\ \sum_{i=1}^{n} u_i(g_i^*) = 1 \\ u_i(g_{i*}) = 0,\ u_i(g_i^j) \geq 0,\ \sigma(a) \geq 0 \quad \forall a \in A_R,\ \forall i \text{ και } j \end{cases}$$

Ανάλυση ευστάθειας

- Προσεγγίζεται ως ένα πρόβλημα μεταβελτιστοποίησης
- Αντιμετωπίζει το φαινόμενο ύπαρξης πολλαπλών βέλτιστων ή ημιβέλτιστων λύσεων που ικανοποιούν άλλα κριτήρια βελτιστοποίησης
- Μερική εξερεύνηση του υπερπολυέδρου των περιορισμών του βασικού γ.π.

$$\begin{cases} [\min] u_i(g_i^*) \\ \text{στο} \\ \text{πολύεδρο βασικού γ.π.} \end{cases} \quad \text{και} \quad \begin{cases} [\max] u_i(g_i^*) \\ \text{στο} \\ \text{πολύεδρο βασικού γ.π.} \end{cases} \quad \forall i = 1, 2, \ldots, n$$

Η μέθοδος UTASTAR

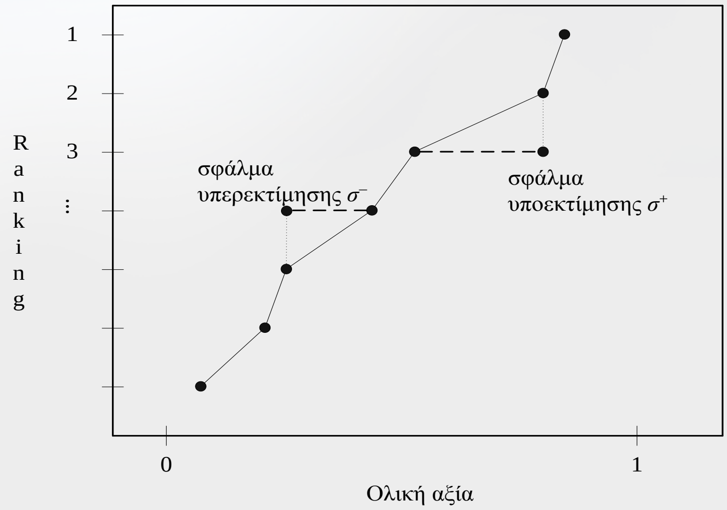
- Βελτίωση της αρχικής μεθόδου UTA προτείνοντας (Siskos and Yannacopoulos, 1985):
  - Την εισαγωγή μιας διπλής θετικής μεταβλητής σφάλματος

$$u'[\mathbf{g}(a)] = \sum_{i=1}^{n} u_i[g_i(a)] - \sigma^+(a) + \sigma^-(a) \quad \forall a \in A_R$$

  - Την απαλοιφή των περιορισμών μονοτονίας

$$w_{ij} = u_i(g_i^{j+1}) - u_i(g_i^j) \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \ldots, n \text{ και } j = 1, 2, \ldots, \alpha_i - 1$$

Σφάλματα στη μέθοδο UTASTAR



Παραλλαγές της μεθόδου UTA

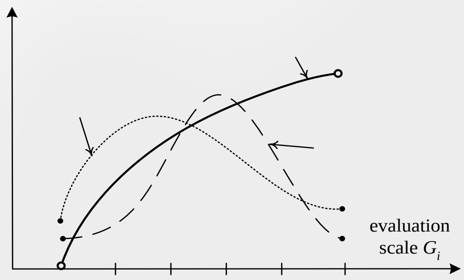
- Εναλλακτικά κριτήρια βελτιστοποίησης:
  - Εκτίμηση $u[\mathbf{g}(a)]$ με χρήση υποκειμενικών προτιμήσεων που προκύπτουν από συγκρίσεις ανά ζεύγη των εναλλακτικών
  - Μεγιστοποίηση του Kendall’s τ
- Άλλες παραλλαγές
  - Μη μονότονες συναρτήσεις αξιών
  - Κατασκευή ασαφών σχέσεων υπεροχής με βάση τις εκτιμώμενες συναρτήσεις αξιών από τη μέθοδο UTA
  - Βελτιστοποίηση λεξικογραφικών κριτηρίων χωρίς το διαχωρισμό της κλίμακας των κριτηρίων
  - Πρόσθετες ιδιότητες των συναρτήσεων αξιών (π.χ. κοίλες συναρτήσεις)

meta-UTA τεχνικές

- Κύριος στόχος η βελτίωση της λύσης κατά τη φάση της μεταβελτιστοποίησης
- Βασικές προσεγγίσεις:
  - Ελαχιστοποίηση της διασποράς των σφαλμάτων (κριτήριο Tchebychev)
  - Εύρεση βέλτιστων τιμών για τις παραμέτρους της μεθόδου (π.χ. *δ* ελάχιστη διαφορά ολικής αξίας ανάμεσα σε δύο διαδοχικές εναλλακτικές και *s* ελάχιστο βήμα στις περιθώριες συναρτήσεις αξιών)

Στοχαστική έκδοση της μεθόδου UTA

- Παραλλαγή της μεθόδου UTA στο πλαίσιο της πολυκριτήριας υποστήριξης αποφάσεων υπό αβεβαιότητα (Siskos, 1983)



$$u(\boldsymbol{\delta}^a) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{\alpha_i} \delta_i^a(g_i^j)\, u_i(g_i^j)$$

Μέθοδοι ταξινόμησης

- Στόχος η εκτίμηση της συνάρτηση αξιών *υ* από παραδείγματα ταξινόμησης στο πλαίσιο της προβληματικής *β*
- Μέθοδος UTA σε προβλήματα ταξινόμησης (Devaud et al., 1980; Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982; Jacquet-Lagrèze, 1995)
- Οικογένεια μεθόδων UTADIS (UTilités Additives DIScriminantes) με βάση διαφορετικά κριτήρια βελτιστοποίησης (Zopounidis and Doumpos, 1997, 2001; Doumpos and Zopounidis, 2002)
  - UTADIS I
  - UTADIS II
  - UTADIS III

Άλλες αναλυτικές-συνθετικές μέθοδοι

- Εκτίμηση των παραμέτρων για μεθόδους σχέσεων υπεροχής (ELECTRE II, III, TRI)
- Συλλογικά μοντέλα ποιοτικής ανάλυσης παλινδρόμησης (π.χ. MUSA)
- Επαναληπτική εφαρμογή της μεθόδου UTA σε ένα σύνολο αποφασιζόντων (π.χ. MARKEX)
- Εφαρμογή σε προβλήματα ανταγωνιστικών αποφάσεων με πολλούς αποφασίζοντες
- Αναλυτικές-συνθετικές μέθοδοι 2 φάσεων (π.χ. MACBETH, MIIDAS)
- Άλλες προσεγγίσεις (π.χ. πολυκριτήριος μαθηματικός προγραμματισμός, μηχανική μάθηση, νευρωνικά δίκτυα, κλπ)

Ενδεικτικές εφαρμογές

- Χρηματοοικονομική Διοίκηση
  - Αξιολόγηση κεφαλαίων υψηλού επιχειρηματικού κινδύνου
  - Επιλογή και διαχείριση χαρτοφυλακίου
  - Πρόβλεψη πτώχευσης επιχειρήσεων
  - Χρηματοδότηση επιχειρήσεων
  - Εκτίμηση κινδύνου χώρας
- Marketing
  - Marketing νέων προϊόντων
  - Marketing αγροτικών προϊόντων
  - Ανάλυση συμπεριφοράς καταναλωτή
  - Προβλήματα στρατηγικής πωλήσεων
  - Μέτρηση ικανοποίησης πελατών
- Management (γενικά)
  - Αξιολόγηση έργων
  - Διαχείριση περιβάλλοντος
  - Αξιολόγηση θέσεων εργασίας

Συμπεράσματα και επεκτάσεις

- Η αναλυτική-συνθετική προσέγγιση εστιάζεται στην επίλυση του παρακάτω προβλήματος:

  «Υποθέτοντας ότι σε ένα πρόβλημα γνωρίζουμε την απόφαση,
  πώς είναι δυνατόν να βρούμε μια ορθολογική βάση
  με την οποία αυτή έχει ληφθεί;»
- Επεκτάσεις και προοπτικές:
  - Εφαρμογή της αναλυτικής-συνθετικής φιλοσοφίας σε άλλες πολυκριτήριες μεθόδους
  - Επέκταση σε πολύπλοκα συνθετικά μοντέλα
  - Αξιολόγηση της αναλυτικής-συνθετικής σχέσης
  - Ανάπτυξη μεθοδολογίας επιλογής παραμέτρων ή/και εναλλακτικών παραλλαγών ενός αναλυτικού-συνθετικού μοντέλου

Robust MCDA

Θεωρία πολυκριτήριας αξίας

Μιχάλης Δούμπος
Ερευνητική Ομάδα Πολυτεχνείου Κρήτης

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
ΕΣΠΑ 2007-2013

1ο Επιστημονικό Workshop - ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΘΑΛΗΣ
Μεθοδολογικές προσεγγίσεις για τη μελέτη της ευστάθειας σε προβλήματα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια
12-14 Σεπτεμβρίου 2012, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

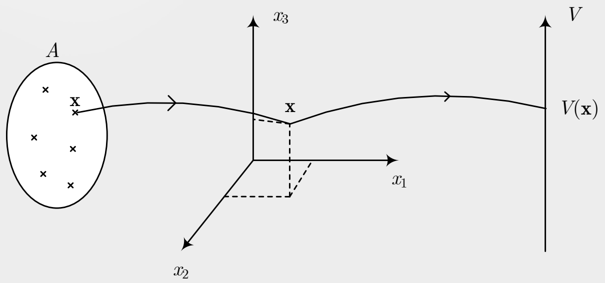
Θεωρία πολυκριτήρια αξίας

- ✓ Ανάλυση των παραχωρήσεων μεταξύ των στόχων/κριτηρίων της ανάλυσης:
- ✓ Σύνθεση των κριτηρίων $x_1, x_2, \ldots, x_n$ σε μια συνάρτηση αξίας:

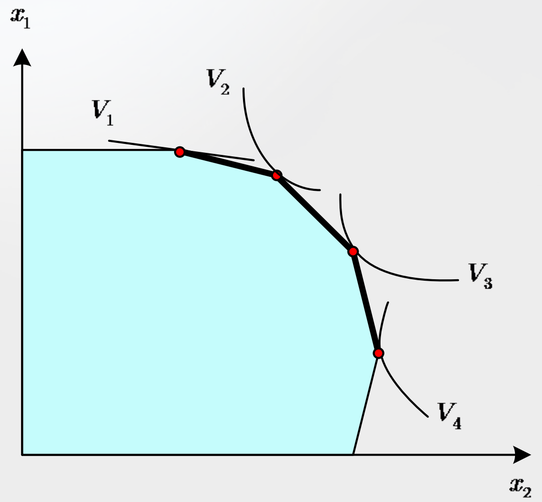
  $\mathbf{x}_1 \succ \mathbf{x}_2 \Leftrightarrow V(\mathbf{x}_1) > V(\mathbf{x}_2)$

  $\mathbf{x}_1 \sim \mathbf{x}_2 \Leftrightarrow V(\mathbf{x}_1) = V(\mathbf{x}_2)$

- ✓ Η ολική συνάρτηση αξίας είναι σύνθεση συναρτήσεων κάθε κριτηρίου
  $V(\mathbf{x}) = f[v_1(x_1), v_1(x_2), \ldots, v_1(x_n)]$



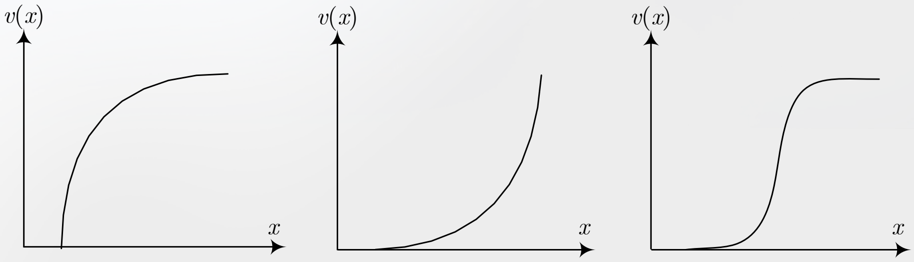
Θεωρία πολυκριτήριας αξίας



Μοντέλο σταθμισμένου μέσου

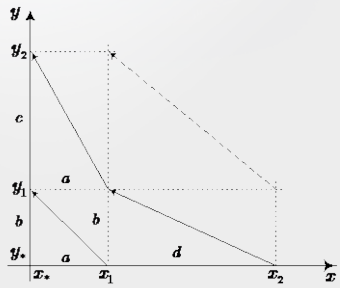
- ✓ Γραμμικός συνδυασμός των κριτηρίων
  $V(\mathbf{x}) = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \ldots + w_n x_n$
- ✓ Οι συντελεστές στάθμισης υποδεικνύουν τους βαθμούς παραχώρησης
- ✓ **Παράδειγμα**
  - Αξιολόγηση επενδύσεων βάσει απόδοσης (x_1) και κινδύνου (x_2)
    $V(\mathbf{x}) = w_1 x_1 + w_2(-x_2)$
  - Επένδυση Ε με απόδοση 9% και κίνδυνο 2%. Είμαι διατεθειμένος να αναλάβω λ επιπλέον μονάδες κινδύνου ώστε να κερδίσω μια επιπλέον μονάδα απόδοσης:
    $E = (9,\ 2) \quad E' = (10,\ 2 + \lambda)$
    $$E \sim E' \Leftrightarrow 9w_1 - 2w_2 = (9+1)w_1 - (2+\lambda)w_2 \Leftrightarrow \frac{w_1}{w_2} = \lambda$$
- ✓ Οι παραχωρήσεις είναι σταθερές και δεν εξαρτώνται από τις τιμές των κριτηρίων

Συναρτήσεις μερικών αξιών



Γενίκευση

- Δύο κριτήρια x_1, x_2
- Οι παραχωρήσεις εξαρτώνται από τις τιμές των x_1, x_2
- Αντιστοιχία παραχωρήσεων (corresponding tradeoffs condition)



- Συνάρτηση αξίας:

$$V(\mathbf{x}) = v_1'(x_1) + v_2'(x_2) = w_1 v_1(x_1) + w_2 v_2(x_2) = w_1 z_1 + w_2 z_2$$

Σημείο μέσης τάξης

- **Ορισμός:**
  - Δεδομένων δύο κριτηρίων X, Y και ενός διαστήματος $[x_a,\ x_b]$ του κριτηρίου X, το σημείο μέσης αξίας (midvalue point) x_c είναι το σημείο εκείνο για το οποίο η παραχώρηση που είναι διατεθειμένος να κάνει ο αποφασίζοντας στο Y προκειμένου να αυξήσει το X από το x_a στο x_c είναι ίση με την παραχώρηση που είναι διατεθειμένος να κάνει ο αποφασίζοντας προκειμένου να αυξήσει το X από το x_c στο x_b. Δηλαδή:
  - Εάν $(x_a, y) \sim (x_c, y')$ τότε το x_c είναι το σημείο μέσης αξίας του διαστήματος $[x_a,\ x_b]$ εάν και μόνο εάν $(x_c, y) \sim (x_b, y')$

Κατασκευή συναρτήσεων αξιών

- **Στόχος:** Προσδιορισμός της συνάρτησης $V(\mathbf{x}) = w_1 v_1(x_1) + w_2 v_2(x_2)$ ώστε
  - $V(\mathbf{x}_*) = 0,\ V(\mathbf{x}^*) = 1$
  - $w_1 + w_2 = 1,\ w_1 > 0,\ w_2 > 0$
- **Βήμα 1^o:** Κατασκευή συναρτήσεων μερικών αξιών
  - Εξ'ορισμού: $v_i(x_{i*}) = 0,\ v_i(x_i^*) = 1$
  - Εύρεση του σημείου $x_i^{0.5}$ μέσης αξίας στο διάστημα $[x_{i*}, x_i^*]$
  - Εύρεση του σημείου $x_i^{0.25}$ μέσης αξίας στο διάστημα $[x_{i*}, x_i^{0.5}]$
  - Εύρεση του σημείου $x_i^{0.75}$ μέσης αξίας στο διάστημα $[x_i^{0.5}, x_i^*]$
  - Έλεγχος συνέπειας: Το σημείο $x_i^{0.5}$ είναι το σημείο μέσης αξίας στο διάστημα $[x_i^{0.25}, x_i^{0.75}]$;
- **Βήμα 2^o:** Προσδιορισμός βαθμών παραχωρήσεων
  - Προσδιορισμός δύο εναλλακτικών $\mathbf{x}' \sim \mathbf{x}''$
  - Επίλυση συστήματος ως προς w_1, w_2

$$\left.\begin{array}{r} V(\mathbf{x}') = V(\mathbf{x}'') \Leftrightarrow w_1[v_1(x_1') - v_1(x_1'')] + w_2[v_2(x_2') - v_2(x_2'')] = 0 \\ w_1 + w_2 = 1 \end{array}\right\}$$

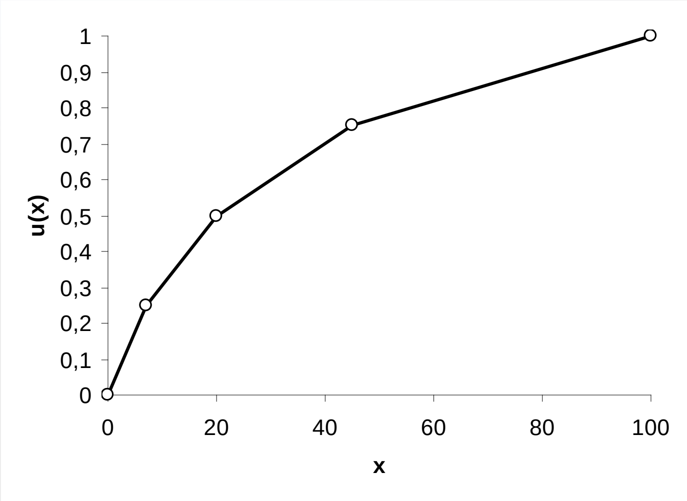
Παράδειγμα

- Κριτήρια x, y: $(x_*, y_*)=(0, -10)$ και $(x^*, y^*)=(100, 10)$
- Ερώτηση 1: Έστω ότι $y=0$ και $x=20$. Η μείωση του y κατά 1 μονάδα με πόσες παραπάνω μονάδες του x αντισταθμίζεται
  - Απάντηση: 5
- Ερώτηση 2: Έστω ότι $y=0$ και $x=60$. Η μείωση του y κατά 1 μονάδα με πόσες παραπάνω μονάδες του x αντισταθμίζεται
  - Απάντηση: 10
- Ερώτηση 3: Για κάποια άλλη τιμή του y (πχ $y=5$) η μείωση που θα δεχόσουν στο y προκειμένου να αυξηθεί το x από το 20 στο 25 είναι ίδια με τη μείωση που θα δεχόσουν για την αύξηση του x από το 60 στο 70;
  - Απάντηση: Ναι

Παράδειγμα

- Ερώτηση 4: Δώσε μου μια τιμή x_1 για την οποία είσαι διατεθειμένος να δεχτείς την ίδια μείωση στο y προκειμένου να αυξηθεί το x από 0 σε x_1 και από x_1 σε 100
  - Απάντηση: 20
- Ερώτηση 5: Δώσε μου μια τιμή x_2 για την οποία είσαι διατεθειμένος να δεχτείς την ίδια μείωση στο y προκειμένου να αυξηθεί το x από 20 σε x_2 και από x_2 σε 100
  - Απάντηση: 45
- Ερώτηση 6: Δώσε μου μια τιμή x_3 για την οποία είσαι διατεθειμένος να δεχτείς την ίδια μείωση στο y προκειμένου να αυξηθεί το x από 0 σε x_3 και από x_3 σε 20
  - Απάντηση: 7
- Ερώτηση 8: Είσαι διατεθειμένος να δεχτείς την ίδια μείωση στο y προκειμένου να αυξηθεί το x από 7 σε 20 και από 20 σε 45
  - Απάντηση: ΝΑΙ
- Ερώτηση 9: Για την αύξηση του x από 0 σε 50 είσαι διατεθειμένος να δεχτείς μεγαλύτερη μείωση στο y σε σχέση με μια αύξηση από το 50 στο 100
  - Απάντηση: ΝΑΙ
- Ερώτηση 10: Για την αύξηση του x από 0 σε 10 είσαι διατεθειμένος να δεχτείς μεγαλύτερη μείωση στο y σε σχέση με μια αύξηση από το 10 στο 100
  - Απάντηση: ΟΧΙ

Παράδειγμα



Παράδειγμα

- $y_{0.25}$=-7, $y_{0.5}$=-2, $y_{0.75}$=3
- Ερώτηση 11: Από τις εναλλακτικές (0, 10) και (100, -10) ποια προτιμάται;
  - Απάντηση: Προτιμώ την (100, -10)
- Ερώτηση 12: Δώσε μου μια τιμή *x* για την οποία η εναλλακτική (0, 10) είναι ισοδύναμη της (*x*, -10).
  - Απάντηση: 60

Η περίπτωση πολλαπλών κριτηρίων

- **Ανεξαρτησία παραχωρήσεων → Αμοιβαία προτιμησιακή ανεξαρτησία**

- **Προτιμησιακή ανεξαρτησία**
  - Δεδομένου ενός συνόλου κριτηρίων X, ένα υποσύνολο κριτηρίων $Y \subset X$ είναι προτιμησιακά ανεξάρτητο των υπόλοιπων κριτηρίων Z εάν και μόνο εάν οι προτιμήσεις βάσει των Y δεν προσδιορίζονται από τις τιμές των κριτηρίων Z

- **Αμοιβαία προτιμησιακή ανεξαρτησία**
  - Τα κριτήρια $x_1, x_2, \ldots, x_n$ είναι αμοιβαία προτιμησιακά ανεξάρτητα εάν κάθε υποσύνολο κριτηρίων Y είναι προτιμησιακά ανεξάρτητο των υπόλοιπων κριτηρίων

Προτιμησιακή ανεξαρτησία *Παράδειγμα*

- Για την αγορά ενός σπιτιού εξετάζονται τα ακόλουθα:
  - Αξία (x_1)
  - Επιτόκιο (x_2)
  - Διάρκεια (x_3)
- Εξετάζονται δύο εναλλακτικές $\mathbf{x}_1$ και $\mathbf{x}_2$:

	x_1	x_2	x_3	
$\mathbf{x}_1$	120	3%	30	$\mathbf{x}_1 \succ \mathbf{x}_2$
$\mathbf{x}_2$	100	10%	30	

- Έστω ότι αλλάζουν οι όροι αποπληρωμής

	x_1	x_2	x_3	
$\mathbf{x}_1$	120	3%	1	$\mathbf{x}_2 \succ \mathbf{x}_1$
$\mathbf{x}_2$	100	10%	1	

Επιλογή προτιμησιακά ανεξάρτητων κριτηρίων

✓ **Θεώρημα:**
Έστω $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ ένα σύνολο κριτηρίων και Y, Z δύο υποσύνολα του X, τα οποία έχουν κοινά στοιχεία αλλά το ένα δεν περιλαμβάνει το άλλο, και $Y \cup Z \neq X$. Εάν καθένα από τα Y και Z είναι προτιμησιακά ανεξάρτητο από τα υπόλοιπα κριτήρια, τότε τα ακόλουθα σύνολα κριτηρίων είναι επίσης προτιμησιακά ανεξάρτητα των υπόλοιπων κριτηρίων:

1. $Y \cup Z$
2. $Y \cap Z$
3. $Y - Z$ και $Z - Y$
4. $(Y - Z) \cup (Z - Y)$

Παράδειγμα

✓ Έλεγχος της αμοιβαίας προτιμησιακής ανεξαρτησίας (ΑΠΑ) σε ένα σύνολο 5 κριτηρίων
  - Απαιτείται ο έλεγχος όλων των ζευγών κριτηρίων ανά δύο (10 ζεύγη)

✓ Εναλλακτική προσέγγιση (θεώρημα)
  (α) Επαληθεύεται η ΑΠΑ για τα υποσύνολα $\{x_1, x_2\}$, $\{x_2, x_3\}$, $\{x_3, x_4\}$, $\{x_4, x_5\}$
  (β) Θεώρημα (4): η ΑΠΑ ισχύει για τα υποσύνολα $\{x_1, x_3\}$, $\{x_2, x_4\}$, $\{x_3, x_5\}$
  (γ) Θεώρημα (4) & (β): η ΑΠΑ ισχύει για τα υποσύνολα $\{x_1, x_4\}$, $\{x_2, x_5\}$
  (δ) Θεώρημα (4) & (γ): η ΑΠΑ ισχύει για τα υποσύνολα $\{x_1, x_5\}$

Προσδιορισμός βαθμών παραχωρήσεων

- **Βήμα 1:** Προσδιορισμός x_{i*} και x_i^* για κάθε κριτήριο x_i
- **Βήμα 2:** Ιεράρχηση των κριτηρίων βάσει της σημαντικότητάς τους
- **Βήμα 3:** Προσδιορισμός παραχωρήσεων μεταξύ του πλέον σημαντικού κριτηρίου και των υπολοίπων (συγκρίσεις ανά δύο)

Πολλαπλασιαστική μορφή

- Τα ίδια αποτελέσματα και διαδικασίες ισχύουν και για πολλαπλασιαστικές συναρτήσεις:

$$V'(\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^{n} v'_j(x_j)^{w_j} \longrightarrow V(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{n} w_j v_j(x_j)$$

- Ερμηνεία κλίμακας μερικών αξιών
  - Στην προσθετική συνάρτηση νόημα έχουν μόνο οι διαφορές μερικών αξιών
  - Στην πολλαπλασιαστική συνάρτηση νόημα έχουν οι λόγοι μερικών αξιών

Πολλαπλασιαστική μορφή
Παράδειγμα

- Κατασκευή της συνάρτησης αξίας τριών κριτηρίων x_1, x_2, $x_3 \in [1, 10]$, όταν η πραγματική συνάρτηση του αποφασίζοντα είναι $V(\mathbf{x})=x_1x_2x_3$
- Βήμα 1: Μορφή της συνάρτησης
  - *Αναλυτής*: Ποια από τις εναλλακτικές (2, 3, 4) και (4, 2, 4) είναι καλύτερη;
  - *Αποφασίζοντας*: η (4, 2, 4)
  - *Αναλυτής*: Θα μπορούσε το αποτέλεσμα αυτής της σύγκρισης να αλλάξει μεταβάλλοντας την τιμή του x_3;
  - *Αποφασίζοντας*: Όχι
  - Ανάλογα αποτελέσματα προκύπτουν και για τα άλλα ζεύγη κριτηρίων, άρα η συνάρτηση αξίας είναι προσθετική:

$$V(\mathbf{x})=w_1v_1(x_1)+w_2v_2(x_2)+w_3v_3(x_3)$$

Πολλαπλασιαστική μορφή
Παράδειγμα

- Βήμα 2: Συναρτήσεις μερικών αξιών
  - Προσδιορισμός κλίμακας: $v_j(1)=0$, $v_j(10)=1$
  - Κριτήριο x_1:
    - *Αναλυτής*: Δώσε μου μια τιμή *a* του x_1, για την οποία οι παραχωρήσεις που θα έκανες στα x_2, x_3 ώστε να αυξηθεί το x_1 από 1 σε *a*, να είναι ίδιες με την αύξηση του x_1 από *a* σε 10.
    - *Αποφασίζοντας*: $10^{1/2}$
    - *Αναλυτής*: Ομοίως μια τιμή *b* για την αύξηση του x_1 από 1 σε *b* και από *b* σε $10^{1/2}$.
    - *Αποφασίζοντας*: $10^{1/4}$
    - *Αναλυτής*: Τέλος, μια τιμή *c* για την αύξηση του x_1 από $10^{1/2}$ σε *c* και από *c* σε 10.
    - *Αποφασίζοντας*: $10^{3/4}$
    - Άρα η συνάρτηση αξίας του κριτηρίου x_1 είναι $v_1(1)=0$, $v_1(10^{1/4})=0.25$, $v_1(10^{1/2})=0.5$, $v_1(10^{3/4})=0.75$, $v_1(10)=1$

Πολλαπλασιαστική μορφή
Παράδειγμα

- Βήμα 3: Συντελεστές παραχώρησης
  - *Αναλυτής*: Ποια από τις εναλλακτικές (10, 1, 1), (1, 10, 1), (1, 1, 10) είναι καλύτερη;
  - *Αποφασίζοντας*: Είμαι αδιάφορος μεταξύ των τριών
  - Άρα $w_1=w_2=w_3=1/3$
- Συνάρτηση αξίας

$$V(\mathbf{x}) = \frac{1}{3}v_1(x_1) + \frac{1}{3}v_2(x_2) + \frac{1}{3}v_3(x_3) \in [0,1]$$

  - Μονότονος (λογαριθμικός) μετασχηματισμός της πραγματικής συνάρτησης, η οποία μπορεί να γραφεί ως:

$$V(\mathbf{x}) = \frac{\ln[V'(\mathbf{x})]}{3\ln(10)} = \frac{1}{3}\left[\frac{\ln(x_1)}{\ln(10)}\right] + \frac{1}{3}\left[\frac{\ln(x_2)}{\ln(10)}\right] + \frac{1}{3}\left[\frac{\ln(x_3)}{\ln(10)}\right]$$

Συλλογικό μοντέλο αναλυτικής-συνθετικής προσέγγισης: Η μέθοδος MUSA

Ευάγγελος Γρηγορούδης
Ερευνητική Ομάδα Πανεπιστημίου Πειραιώς

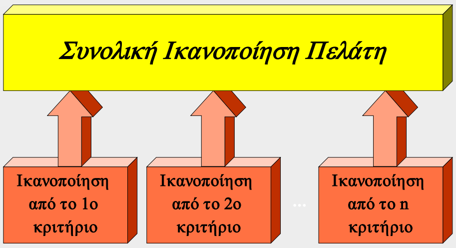
1ο Επιστημονικό Workshop - ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΘΑΛΗΣ
Μεθοδολογικές προσεγγίσεις για τη μελέτη της ευστάθειας σε προβλήματα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια
12-14 Σεπτεμβρίου 2012, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Περιεχόμενα

- Βασικές αρχές και μαθηματική ανάπτυξη της μεθόδου
- Παρουσίαση αποτελεσμάτων
- Αριθμητικό παράδειγμα
- Προβλήματα και δυσκολίες υλοποίησης
- Επεκτάσεις της μεθόδου
- Εκτίμηση αποτελεσμάτων και δείκτες σφάλματος

Βασικές αρχές της μεθόδου

- Η συνολική ικανοποίηση του πελάτη εξαρτάται από ένα σύνολο μεταβλητών που αντιπροσωπεύουν χαρακτηριστικά του προσφερόμενου προϊόντος ή υπηρεσίας
- Βασικός σκοπός της μεθόδου MUSA είναι η σύνθεση των προτιμήσεων ενός συνόλου πελατών σε μια μαθηματική συνάρτηση αξιών
- Η μέθοδος ακολουθεί τις γενικές αρχές της ποιοτικής ανάλυσης παλινδρόμησης υπό περιορισμούς, χρησιμοποιώντας τεχνικές γ.π.



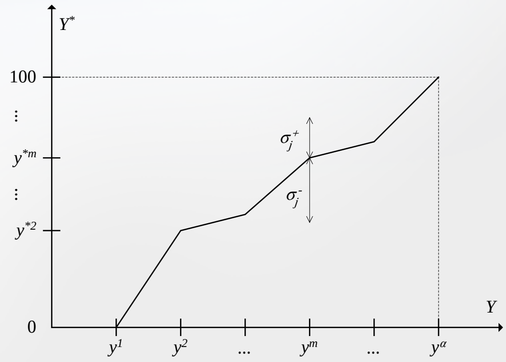
Μαθηματική μορφή

- Εξίσωση ποιοτικής ανάλυσης παλινδρόμησης

$$\tilde{Y}^* = \sum_{i=1}^{n} b_i X_i^* - \sigma^+ + \sigma^-$$

- Πρόβλημα μαθηματικού προγραμματισμού με στόχο την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των σφαλμάτων υπό τους περιορισμούς:
  - εξίσωση παλινδρόμησης για κάθε πελάτη
  - κανονικοποίησης των συναρτήσεων ικανοποίησης
  - μονοτονίας των συναρτήσεων ικανοποίησης
- Η ανάλυση ευστάθειας αντιμετωπίζεται ως ένα πρόβλημα ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης

Μεταβλητές σφάλματος



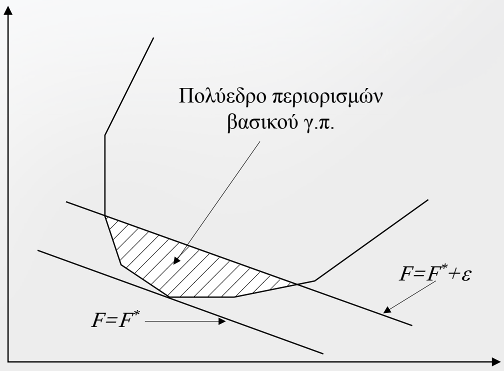
Μετασχηματισμοί

$$\begin{cases} z_m = y^{*m+1} - y^{*m} & m=1,2,...,\alpha-1 \\ w_{ik} = b_i x_i^{*k+1} - b_i x_i^{*k} & k=1,2,...,\alpha_i - 1 \text{ και } i=1,2,...,n \end{cases}$$

Τελική μορφή γ.π.

$$\begin{cases} [\min] F = \sum_{j=1}^{M} \sigma_j^+ + \sigma_j^- \\ \text{υπό τους περιορισμούς} \\ \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{t_{ji}-1} w_{ik} - \sum_{m=1}^{t_j - 1} z_m - \sigma_j^+ + \sigma_j^- = 0 \quad \text{για } j=1,2,\ldots,M \\ \sum_{m=1}^{\alpha-1} z_m = 100 \\ \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{\alpha_i - 1} w_{ik} = 100 \\ z_m \geq 0,\ w_{ik} \geq 0 \quad \forall\ m,i,k \\ \sigma_j^+ \geq 0,\ \sigma_j^- \geq 0 \quad \text{για } j=1,2,\ldots,M \end{cases}$$

Ανάλυση μεταβελτιστοποίησης και ημιβέλτιστες λύσεις



Ανάλυση ευστάθειας

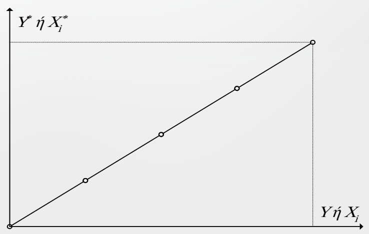
$$\begin{cases} [\max] F' = \sum_{k=1}^{\alpha_i - 1} w_{ik} \quad \text{για} \quad i = 1,2,\ldots,n \\ \text{υπό τους περιορισμούς} \\ F \leq F^* + \varepsilon \\ \text{όλοι οι περιορισμοί του βασικού γ.π.} \end{cases}$$

Τελική λύση → Μέση τιμή των λύσεων των παραπάνω γ.π.

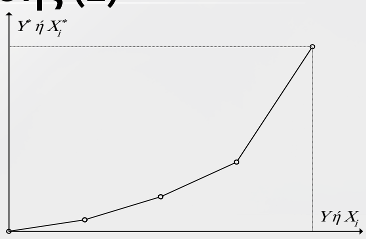
Συναρτήσεις ικανοποίησης (1)

- Οι εκτιμώμενες συναρτήσεις ικανοποίησης εκφράζουν την πραγματική αξία που προσδίδει το σύνολο των πελατών σε ένα καθορισμένο ποιοτικό επίπεδο ικανοποίησης.
- Η μορφή των συναρτήσεων αυτών είναι σε θέση να προσδιορίσει το βαθμό απαιτητικότητας των πελατών (τα αποτελέσματα ισχύουν τόσο για την ολική, όσο και για τις μερικές συναρτήσεις ικανοποίησης)

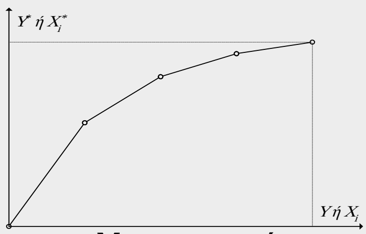
Συναρτήσεις ικανοποίησης (2)



"Κανονικοί" πελάτες



Απαιτητικοί πελάτες



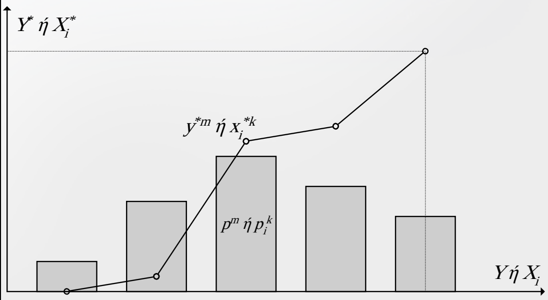
Μη-απαιτητικοί πελάτες

Βάρη κριτηρίων ικανοποίησης

- Τα βάρη των κριτηρίων ικανοποίησης υποδηλώνουν το σχετικό βαθμό σπουδαιότητας που δίνει το σύνολο των πελατών στις αξίες των διαστάσεων ικανοποίησης που έχουν καθοριστεί.
- Το γεγονός αυτό υποδηλώνει ότι η απόφαση για να θεωρηθεί κάποιο κριτήριο ως «σημαντικό», σε ένα βαθμό, εξαρτάται και από το πλήθος των κριτηρίων που χρησιμοποιούνται.
- Δε θα πρέπει να λησμονείται η φυσική ερμηνεία των συντελεστών βαρύτητας, ότι τα βάρη είναι βαθμοί παραχώρησης (trade-offs) μεταξύ των αξιών στα κριτήρια.

Μέσοι δείκτες ικανοποίησης

Συναρτήσεις ικανοποίησης και συχνότητες απαντήσεων πελατών



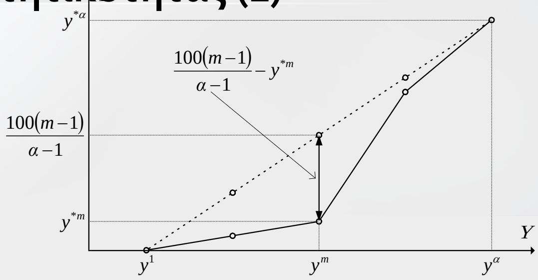
Ορισμός δεικτών ικανοποίησης

$$\begin{cases} S = \dfrac{1}{100}\displaystyle\sum_{m=1}^{\alpha} p^m y^{*m} \\ S_i = \dfrac{1}{100}\displaystyle\sum_{k=1}^{\alpha_i} p_i^k x_i^{*k} \quad \text{για } i = 1,2,\ldots,n \end{cases}$$

όπου p^m and p_i^k είναι το ποσοστό των πελατών που ανήκουν στο y^m και x_i^k επίπεδο ικανοποίησης αντίστοιχα.

Μέσοι δείκτες απαιτητικότητας (1)

- Ο ολικός και οι μερικοί μέσοι δείκτες απαιτητικότητας καθορίζονται με βάση τις εξισώσεις:



$$\begin{cases} D = \dfrac{\sum_{m=1}^{\alpha-1}\left(\dfrac{100(m-1)}{\alpha-1} - y^{*m}\right)}{100\sum_{m=1}^{\alpha-1}\dfrac{m-1}{\alpha-1}} & \text{for } \alpha > 2 \\ D_i = \dfrac{\sum_{k=1}^{\alpha_i-1}\left(\dfrac{100(k-1)}{\alpha_i-1} - x_i^{*k}\right)}{100\sum_{k=1}^{\alpha_i-1}\dfrac{k-1}{\alpha_i-1}} & \text{for } \alpha_i > 2 \text{ and } i = 1,2,\ldots,n \end{cases}$$

- Η μορφή των συναρτήσεων ικανοποίησης καθορίζει το επίπεδο απαιτητικότητας των πελατών.

Μέσοι δείκτες απαιτητικότητας (2)

- Οι μέσοι δείκτες απαιτητικότητας είναι κανονικοποιημένοι στο διάστημα [−1, 1] και ισχύει:
  - Ουδέτεροι πελάτες (D=0 or D_i=0): η συνάρτηση ικανοποίησης έχει γραμμική μορφή, γεγονός που σημαίνει ότι οι συγκεκριμένοι πελάτες όσο περισσότερο ικανοποιημένοι δηλώνουν ότι είναι, τόσο μεγαλύτερο είναι το ποσοστό των προσδοκιών τους που εκπληρώνεται.
  - Απαιτητικοί πελάτες (D=1 or D_i=1): η συνάρτηση ικανοποίησης έχει κυρτή μορφή, δεδομένου ότι η ομάδα αυτή των πελατών δεν είναι ικανοποιημένη παρά μόνο αν τους προσφέρεται το βέλτιστο επίπεδο υπηρεσιών.
  - Μη απαιτητικοί πελάτες (D=−1 or D_i=−1): η συνάρτηση ικανοποίησης έχει κοίλη μορφή, γεγονός που υποδηλώνει ότι οι συγκεκριμένοι πελάτες δηλώνουν ότι είναι ικανοποιημένοι παρόλο που ένα μικρό ποσοστό των προσδοκιών τους εκπληρώνεται.
- Οι δείκτες απαιτητικότητας εκφράζουν την μέση απόκλιση των συναρτήσεων ικανοποίησης από μια «κανονική» (γραμμική) συνάρτηση αξιών.
- Οι μέσοι δείκτες απαιτητικότητας δείχνουν το μέγεθος της προσπάθειας που καταβάλλεται για τη βελτίωση ενός χαρακτηριστικού, δεδομένου ότι όσο πιο απαιτητικοί είναι οι πελάτες, τόσο περισσότερο πρέπει να βελτιωθεί το επίπεδο ικανοποίησης για να εκπληρωθούν οι προσδοκίες τους.

Μέσοι δείκτες αποτελεσματικότητας

- Το αποτέλεσμα των ενεργειών βελτίωσης εξαρτάται τόσο από τη σημαντικότητα του κριτηρίου, όσο και από τη συνεισφορά του στη μη-ικανοποίηση (δυσαρέσκεια) των πελατών.
- Για το λόγο αυτό, ορίζεται ένα σύνολο μέσων δεικτών αποτελεσματικότητας σύμφωνα με τις σχέσεις:

$$I_i = b_i(1 - S_i) \quad \text{for} \quad i = 1,2,\ldots,n$$

- Οι συγκεκριμένοι δείκτες ορίζονται στο διάστημα [0, 1] ενώ μπορεί εύκολα να αποδειχθεί ότι:

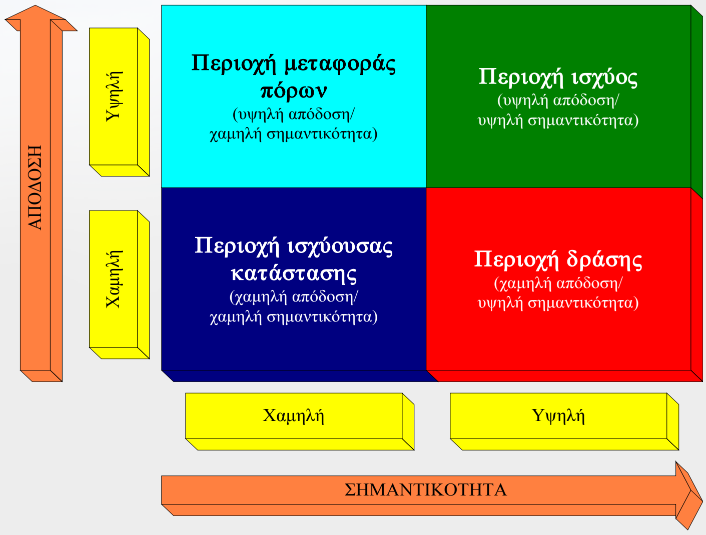
$$\begin{cases} I_i = 1 \Leftrightarrow b_i = 1 \wedge S_i = 0 \\ I_i = 0 \Leftrightarrow b_i = 0 \vee S_i = 1 \end{cases} \quad \text{for} \quad i = 1,2,\ldots,n$$

- Οι δείκτες αυτοί δείχνουν τα περιθώρια βελτίωσης σε ένα συγκεκριμένο κριτήριο ικανοποίησης, λαμβάνοντας υπόψη και τη σπουδαιότητά του.

Διαγράμματα δράσης (1)

- Συνδυάζοντας τα βάρη των κριτηρίων ικανοποίησης με τους μέσους δείκτες ικανοποίησης είναι δυνατός ο υπολογισμός μιας σειράς διαγραμμάτων δράσης (action diagrams).
- Τα διαγράμματα δράσης μπορούν να προσδιορίσουν ποια είναι τα δυνατά και τα αδύνατα σημεία της ικανοποίησης των πελατών, καθώς και το που πρέπει να στραφούν οι προσπάθειες βελτίωσης.
- Κάθε διάγραμμα δράσης χωρίζεται σε τεταρτημόρια ανάλογα με την απόδοση (μέσοι δείκτες ικανοποίησης) και τη σημαντικότητα (βάρη) των κριτηρίων:
  - Περιοχή ισχύουσας κατάστασης-status quo (χαμηλή απόδοση και χαμηλή σημαντικότητα)
  - Περιοχή ισχύος (υψηλή απόδοση και υψηλή σημαντικότητα)
  - Περιοχή δράσης (χαμηλή απόδοση και υψηλή σημαντικότητα)
  - Περιοχή μεταφοράς πόρων (υψηλή απόδοση και χαμηλή σημαντικότητα)

Διαγράμματα δράσης (2)



Διαγράμματα δράσης (3)

- Υπάρχουν 2 είδη διαγραμμάτων δράσης:
  - Απόλυτο διάγραμμα: Χρησιμοποιεί τα βάρη και τους δείκτες ικανοποίησης όπως υπολογίζονται από τη μέθοδο MUSA.
  - Σχετικό διάγραμμα: Το σημείο τομής των αξόνων υπολογίζεται ως το κέντρο βάρους των σημείων του διαγράμματος.

Διάγραμμα δράσης	Άξονας	Μεταβλητή	Διάστημα τιμών	Σημείο τομής με οριζόντιο/κάθετο άξονα
Απόλυτο	Σημαντικότητα	b_i	[0, 1]	$\frac{1}{n}$
	Απόδοση	S_i	[0, 1]	0,5
Σχετικό	Σημαντικότητα	$b'_i = \frac{b_i - \bar{b}}{\sqrt{\sum_i (b_i - \bar{b})^2}}$	[-1, 1]	0
	Απόδοση	$S'_i = \frac{S_i - \bar{S}}{\sqrt{\sum_i (S_i - \bar{S})^2}}$	[-1, 1]	0

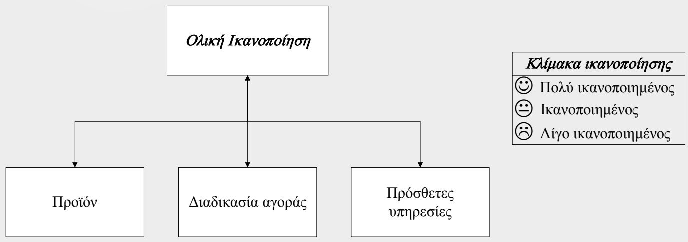
Διαγράμματα βελτίωσης (1)

- Όμοια, συνδυάζοντας τους μέσους δείκτες απαιτητικότητας και αποτελεσματικότητας κατασκευάζεται μια σειρά διαγραμμάτων βελτίωσης (improvement diagrams).
- Κάθε διάγραμμα βελτίωσης χωρίζεται σε τεταρτημόρια ανάλογα με την απαιτητικότητα και την αποτελεσματικότητα των διαστάσεων ικανοποίησης, με αποτέλεσμα τον προσδιορισμό των προτεραιοτήτων βελτίωσης:
  - Η επιχείρηση θα πρέπει να επικεντρώσει τις προσπάθειες βελτίωσης στις διαστάσεις ικανοποίησης που έχουν μεγάλη αποτελεσματικότητα ενώ οι πελάτες δεν εμφανίζονται ιδιαίτερα απαιτητικοί.
  - Η δεύτερη προτεραιότητα των ενεργειών βελτίωσης αποτελούν τα κριτήρια που είτε παρουσιάζουν μεγάλη αποτελεσματικότητα και μεγάλο βαθμό απαιτητικότητας, είτε εμφανίζουν μικρή αποτελεσματικότητα, ενώ οι πελάτες δε φαίνονται ιδιαίτερα απαιτητικοί.
  - Τέλος, τα χαρακτηριστικά που παρουσιάζουν μικρή αποτελεσματικότητα και μεγάλη απαιτητικότητα αποτελούν την τελευταία προτεραιότητα βελτίωσης.

Διαγράμματα βελτίωσης (2)

Δεδομένα δείγματος (1)

- Ας υποτεθεί η περίπτωση μιας έρευνας ικανοποίησης πελατών για μια εταιρεία παροχής υπηρεσιών με τα εξής δεδομένα:
  - Η ολική ικανοποίηση των πελατών εξαρτάται από 3 βασικά κριτήρια (Προϊόν, Διαδικασία αγοράς, Πρόσθετες υπηρεσίες)
  - Χρησιμοποιείται μια προκαθορισμένη ποιοτική κλίμακα ικανοποίησης.
  - Τα δεδομένα αποτελούνται από την άποψη ικανοποίησης ενός συνόλου 20 πελατών.



Δεδομένα δείγματος (2)

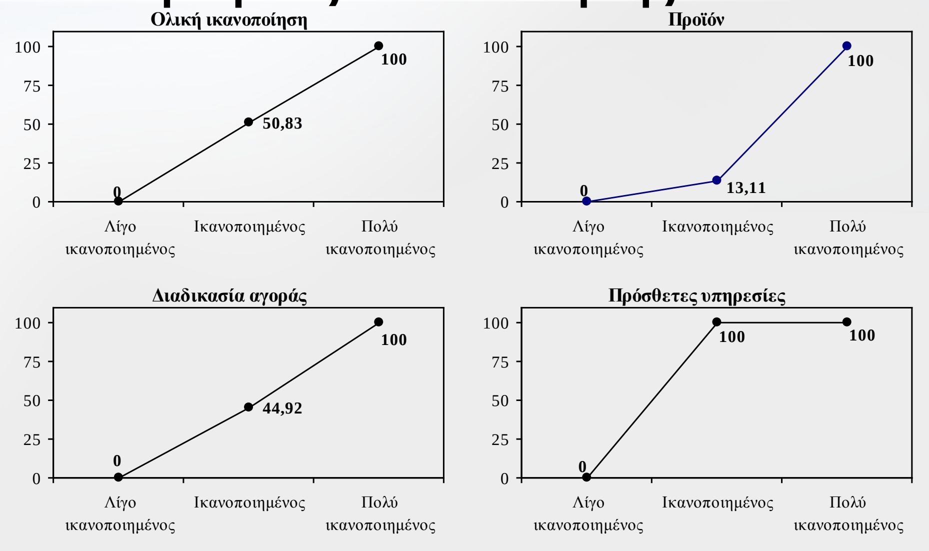
Ολική ικανοποίηση	Προϊόν	Διαδικασία αγοράς	Πρόσθετες υπηρεσίες
Ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος	Ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος
Λίγο ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος
Πολύ ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος
Ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος	Ικανοποιημένος
Λίγο ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος
Πολύ ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος
Ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος
Ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος
Ικανοποιημένος	Ικανοποιημένος	Ικανοποιημένος	Ικανοποιημένος
Λίγο ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος
Ικανοποιημένος	Ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος
Λίγο ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος
Πολύ ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος
Ικανοποιημένος	Ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος
Λίγο ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος
Πολύ ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος	Ικανοποιημένος
Πολύ ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος
Πολύ ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος	Πολύ ικανοποιημένος	Ικανοποιημένος
Ικανοποιημένος	Ικανοποιημένος	Ικανοποιημένος	Ικανοποιημένος
Λίγο ικανοποιημένος	Ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος	Λίγο ικανοποιημένος

Βάρη και δείκτες ικανοποίησης

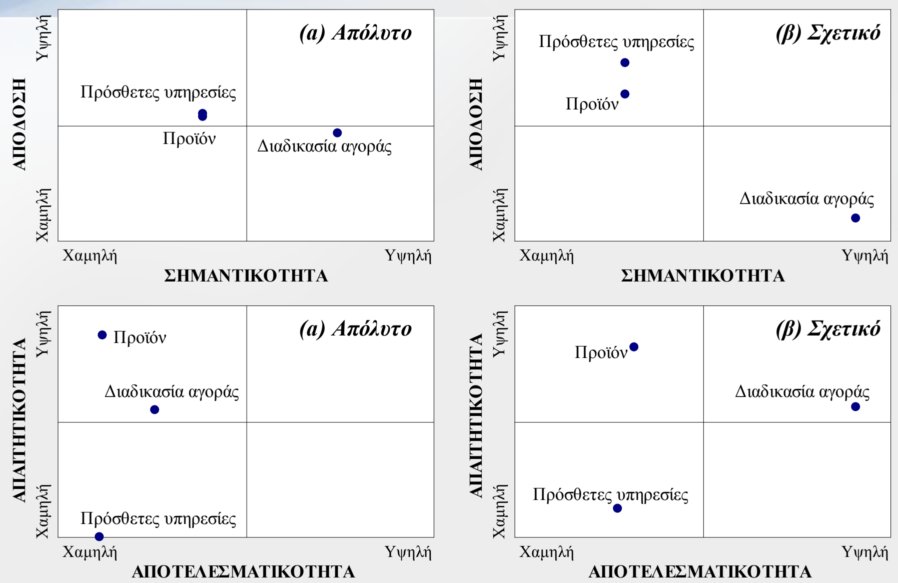
- Στο τελευταίο στάδιο εφαρμογής υπολογίζονται τα βασικά αποτελέσματα της μεθόδου:
  - Τα βάρη των κριτηρίων ικανοποίησης
  - Οι μέσοι δείκτες ικανοποίησης
  - Οι μέσοι δείκτες απαιτητικότητας

Κριτήριο	Βάρος	Μέσος δείκτης ικανοποίησης	Μέσος δείκτης απαιτητικότητας
Προϊόν	25,42%	53,28%	0,74
Διαδικασία αγοράς	49,17%	46,74%	0,10
Πρόσθετες υπηρεσίες	25,42%	55,00%	-1,00
Ολική ικανοποίηση	-	**50,33%**	**-0,02**

Συναρτήσεις ικανοποίησης



Διαγράμματα δράσης και βελτίωσης



Λογική συνέπεια δεδομένων

- Η λογική ασυνέπεια των δεδομένων του προβλήματος εκτίμησης της ικανοποίησης επηρεάζει άμεσα την αξιοπιστία και την ευστάθεια της μεθόδου.
- Παράδειγμα λογικής ασυνέπειας: πελάτες, που ενώ συνολικά είναι πολύ ικανοποιημένοι, δηλώνουν το ελάχιστο επίπεδο ικανοποίησης για όλα τα κριτήρια (και το ακριβώς αντίθετο).
- Οι βασικοί λόγοι ύπαρξης του συγκεκριμένου προβλήματος είναι:
  - τα κριτήρια δεν πληρούν τις ιδιότητες της συνεπούς οικογένειας κριτηρίων,
  - οι πελάτες δεν είναι ορθολογικοί αποφασίζοντες.
- Κατά τη διαδικασία εφαρμογής της μεθόδου MUSA θα πρέπει να υπάρχει ένα προκαταρκτικό στάδιο ελέγχου της λογικής συνέπειας των δεδομένων.

Ομάδες πελατών

- Άλλη δυσκολία εφαρμογής της μεθόδου MUSA σχετίζεται με την ύπαρξη ομάδων πελατών με διαφορετικά συστήματα αξιών (συναρτήσεις ικανοποίησης, βάρη κριτηρίων, κλπ).
- Το συγκεκριμένο πρόβλημα γίνεται αντιληπτό από την αστάθεια των αποτελεσμάτων, ιδίως στην περίπτωση που παρατηρούνται φαινόμενα ανταγωνιστικότητας των κριτηρίων ικανοποίησης.
- Το γεγονός αυτό είναι λογικό, δεδομένου ότι το MUSA είναι ένα συλλογικό (collective) μοντέλο αξιολόγησης της ικανοποίησης πελατών.
- Η πλέον αξιόπιστη λύση είναι η τμηματοποίηση του συνόλου των δεδομένων σύμφωνα με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά των πελατών (π.χ. ηλικία, φύλο, κλπ) που πιστεύεται ότι διαφοροποιούν τις προτιμήσεις και τις προσδοκίες τους.
- Η εφαρμογή της μεθόδου γίνεται στη συνέχεια σε κάθε ένα από αυτά τα τμήματα χωριστά.

Γνήσια αύξουσες συναρτήσεις ικανοποίησης

- Το βασικό μοντέλο MUSA υποθέτει ότι τόσο η ολική όσο και οι μερικές συναρτήσεις ικανοποίησης είναι προτιμησιακά αύξουσες.
- Σε αρκετές όμως περιπτώσεις απαιτούνται «αυστηρές» σχέσεις προτίμησης, οι οποίες έχουν την ακόλουθη μορφή:

$$\begin{cases} y^{*m} < y^{*m+1} \Leftrightarrow y^m \prec y^{m+1} & \text{για } m = 1,2,\ldots,\alpha \\ x_i^{*k} < x_i^{*k+1} \Leftrightarrow x_i^k \prec x_i^{k+1} & \text{για } k = 1,2,\ldots,\alpha_i - 1 \text{ και } i = 1,2,\ldots,n \end{cases}$$

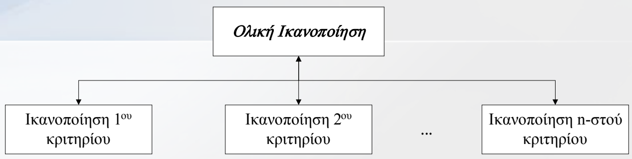
- Άρα οι ακόλουθες ανισότητες θα πρέπει να ισχύουν:

$$\begin{cases} y^{*m+1} - y^{*m} \geq \gamma & \text{για } m = 1,2,\ldots,\alpha \\ x_i^{*k+1} - x_i^{*k} \geq \gamma_i & \text{για } k = 1,2,\ldots,\alpha_i - 1 \text{ και } i = 1,2,\ldots,n \\ \gamma,\ \gamma_i > 0 \end{cases}$$

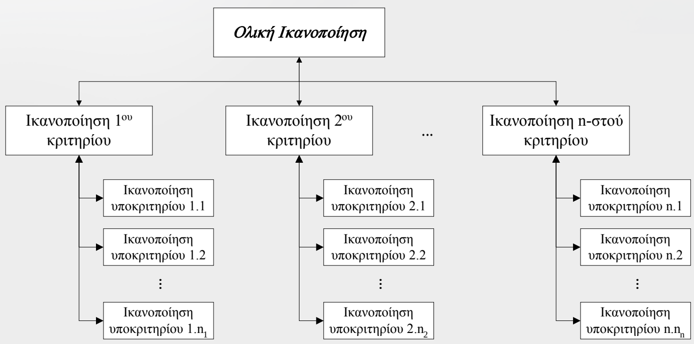
Πολλαπλά επίπεδα κριτηρίων ικανοποίησης (1)

- Η βασική μέθοδος MUSA εξετάζει το πρόβλημα της σύνθεσης της ικανοποίησης ενός συνόλου βασικών κριτηρίων.
- Όμως σε αρκετές περιπτώσεις, κρίνεται ιδιαίτερα χρήσιμος ο καθορισμός ενός επιπλέον επιπέδου ικανοποίησης όπου:
  - Το πρώτο επίπεδο των κριτηρίων περιλαμβάνει τις βασικές διαστάσεις της ικανοποίησης των πελατών σε μια γενική μορφή (π.χ. προσωπικό).
  - Το δεύτερο επίπεδο των κριτηρίων (υποκριτήρια) αφορά λεπτομερείς διαστάσεις των βασικών κριτηρίων ικανοποίησης (π.χ. συμπεριφορά, γνώσεις προσωπικού, κλπ).
  - Τόσο το σύνολο των βασικών κριτηρίων, όσο και κάθε ένα από τα σύνολα των υποκριτηρίων πρέπει να ικανοποιεί τις ιδιότητες της συνεπούς οικογένειας κριτηρίων.

Πολλαπλά επίπεδα κριτηρίων ικανοποίησης (2)



(α) 1 επίπεδο κριτηρίων ικανοποίησης



(β) 2 επίπεδα κριτηρίων ικανοποίησης

Μέσος δείκτης προσαρμογής

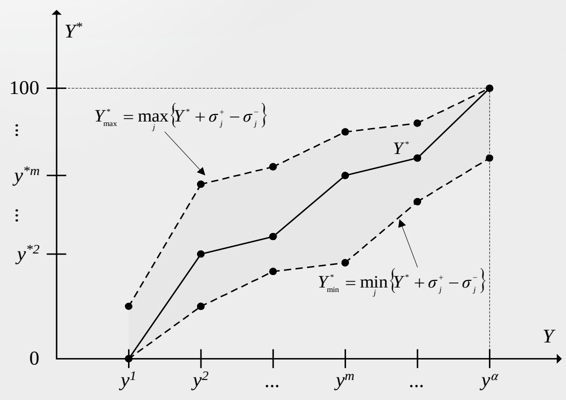
- Η προσαρμογή του μοντέλου αφορά στην εύρεση ενός συστήματος αξιών (συναρτήσεις ικανοποίησης, βάρη κριτηρίων) για το σύνολο των πελατών, με τα ελάχιστα δυνατά σφάλματα.
- Ο μέσος δείκτης προσαρμογής (Average Fitting Index) εξαρτάται από τις τιμές των σφαλμάτων και τον αριθμό των πελατών:

$$AFI = 1 - \frac{F^*}{100 \cdot M}$$

- Ο μέσος δείκτης προσαρμογής ορίζεται στο διάστημα [0, 1] και παίρνει την τιμή 1 μόνο όταν $F^*=0$ (μηδενικά σφάλματα).

Άλλοι δείκτες προσαρμογής (1)

- **Διάγραμμα διακύμανσης της ολικής ικανοποίησης:** χρησιμοποιώντας τις τιμές των σφαλμάτων υπολογίζεται η μέγιστη και η ελάχιστη αξία κάθε επιπέδου ικανοποίησης.



Άλλοι δείκτες προσαρμογής (2)

- **Πίνακας πρόβλεψης ή εκτίμησης της ολικής ικανοποίησης:** αφορά την ταξινόμηση των πελατών ανάλογα με το πραγματικό και το εκτιμώμενο επίπεδο ολικής ικανοποίησης.

		Προβλεπόμενο επίπεδο ολικής ικανοποίησης		
		Λίγο Ικανοποιημένος	**Ικανοποιημένος**	**Πολύ Ικανοποιημένος**
Πραγματικό επίπεδο ολικής ικανοποίησης	**Λίγο Ικανοποιημένος**	30%	0%	0%
	Ικανοποιημένος	0%	40%	0%
	Πολύ Ικανοποιημένος	0%	0%	30%

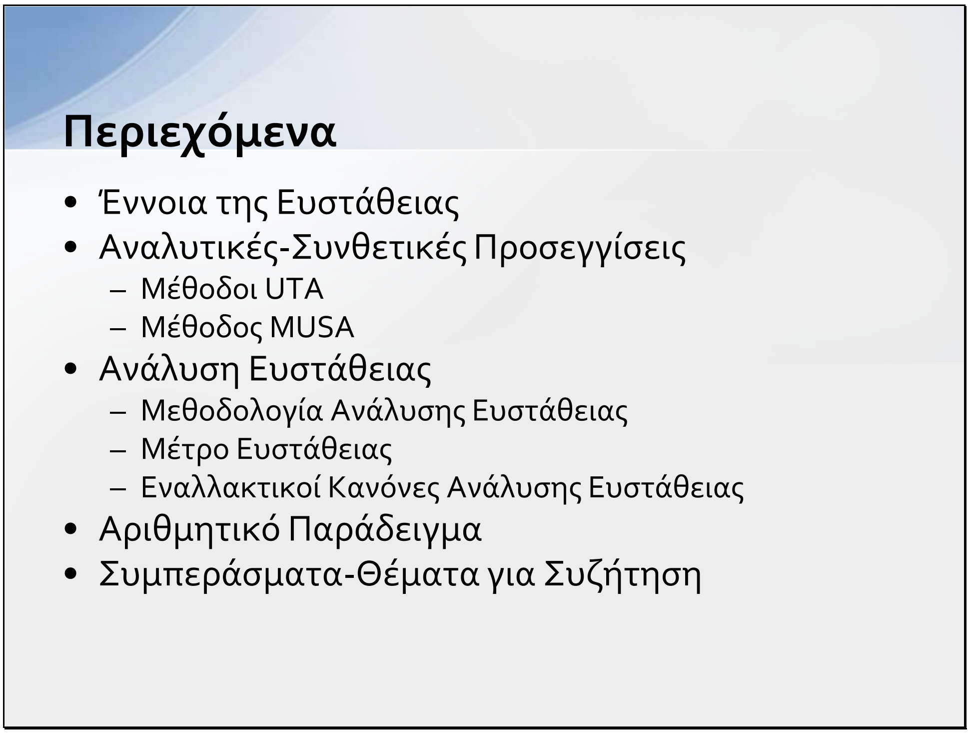
Μέσος δείκτης ευστάθειας

- The stability of the MUSA method depends on the post-optimality analysis results.
- Κατά τη διάρκεια της φάσης μεταβελτιστοποίησης επιλύονται *n* γραμμικά προγράμματα, τα οποία μεγιστοποιούν διαδοχικά το βάρος κάθε κριτηρίου.
- Ο μέσος δείκτης ευστάθειας (Average Stability Index) θα μπορούσε να οριστεί ως η μέση τιμή της κανονικοποιημένης τυπικής απόκλισης των εκτιμώμενων βαρών των κριτηρίων του προβλήματος:

$$ASI = 1 - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{\sqrt{n\sum_{j=1}^{n}\left(b_i^j\right)^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} b_i^j\right)^2}}{100\sqrt{n-1}}$$

- Ο μέσος δείκτης ευστάθειας ορίζεται στο [0, 1].


Robust MCDA
Ευστάθεια και αναλυτικές-συνθετικές προσεγγίσεις
Γιάννης Σίσκος
Ερευνητική Ομάδα Πανεπιστημίου Πειραιώς
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
ΕΣΠΑ 2007-2013
1ο Επιστημονικό Workshop - ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΘΑΛΗΣ
Μεθοδολογικές προσεγγίσεις για τη μελέτη της ευστάθειας σε προβλήματα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια
12-14 Σεπτεμβρίου 2012, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο


Περιεχόμενα
• Έννοια της Ευστάθειας
• Αναλυτικές-Συνθετικές Προσεγγίσεις
– Μέθοδοι UTA
– Μέθοδος MUSA
• Ανάλυση Ευστάθειας
– Μεθοδολογία Ανάλυσης Ευστάθειας
– Μέτρο Ευστάθειας
– Εναλλακτικοί Κανόνες Ανάλυσης Ευστάθειας
• Αριθμητικό Παράδειγμα
• Συμπεράσματα-Θέματα για Συζήτηση

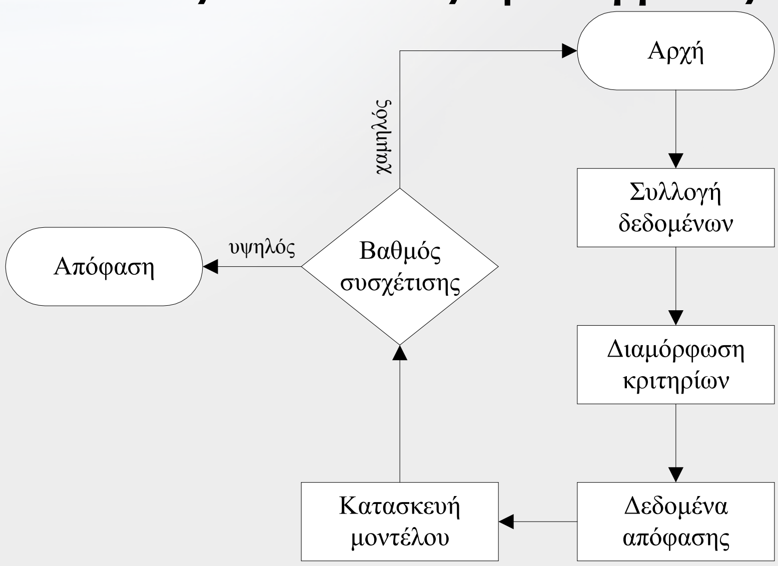
Έννοια της Ευστάθειας

- Ορισμός της ευστάθειας (robustness)
- Η έννοια αφορά:
  - στη συμφωνία των παραδοχών και εκτιμήσεων που διαμορφώνουν ένα μοντέλο υποστήριξης αποφάσεων σε σχέση με τα πραγματικά χαρακτηριστικά του προβλήματος και
  - στην ποιότητα των προτεινόμενων λύσεων σε σχέση με εναλλακτικά σενάρια για το πλαίσιο και το περιβάλλον της απόφασης.
- Διαφορά με ανάλυση ευαισθησίας
- Σκοπός εργασίας:
  - παρουσίαση εναλλακτικών τεχνικών μελέτης της ευστάθειας,
  - έμφαση σε αναλυτικά-συνθετικά μοντέλα.

Αναλυτικές-Συνθετικές Προσεγγίσεις (1)

- Μοντέλα πολυκριτήριας ανάλυσης:
  - Παραδοσιακή αντίληψη: βασίζεται στις αρχές της γραμμικότητας και της αιτιότητας, δηλαδή στη λογική ότι η απόφαση καθορίζεται από τα κριτήρια.
  - Αναλυτική-συνθετική προσέγγιση: δέχεται ότι η απόφαση και τα κριτήρια επιδέχονται προοδευτική επεξεργασία αλληλοδομούμενα μέσα στο χρόνο.
- Αναλυτικές-συνθετικές προσεγγίσεις:
  - Εστιάζονται στη συσχέτιση των πραγματικών δεδομένων και του μοντέλου απόφασης, έτσι ώστε να επιτυγχάνεται η μεγαλύτερη δυνατή συμβατότητα μοντέλου-πραγματικότητας.
  - Γνωστού όντως του μοντέλου απόφασης, εκτιμώνται οι παράμετροι του μοντέλου με τις οποίες θα επιτευχθεί μια βέλτιστη ανασύσταση των δεδομένων της απόφασης.

Αναλυτικές-Συνθετικές Προσεγγίσεις (2)



Μέθοδοι UTA (1)

- Προσθετική συνάρτηση αξιών: $u(\mathbf{g})=\sum_{i=1}^{n}u_i(g_i)$
- Υπό τους περιορισμούς: $\begin{cases}\sum_{i=1}^{n}u_i(g_i^*)=1\\ u_i(g_{i*})=0 \quad \forall i=1,2,\ldots,n\end{cases}$
- Διάταξη του συνόλου αναφοράς σε μια σειρά προτίμησης έτσι ώστε αν:

$$\Delta(a_k,a_{k+1})=u'[\mathbf{g}(a_k)]-u'[\mathbf{g}(a_{k+1})]$$

- Τότε:

$$\begin{cases}\Delta(a_k,a_{k+1})\geq\delta & \text{αν} \quad a_k\succ a_{k+1}\\ \Delta(a_k,a_{k+1})=0 & \text{αν} \quad a_k\sim a_{k+1}\end{cases}$$

Μέθοδοι UTA (2)

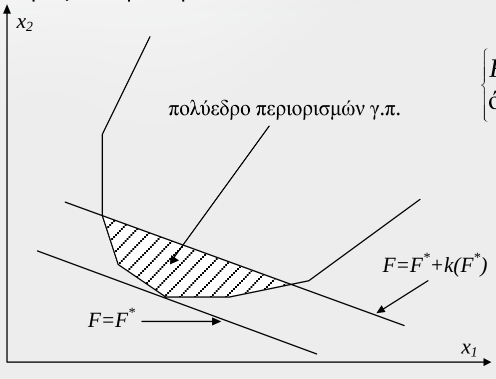
- Εκτίμηση των μερικών συναρτήσεων αξιών μέσω του ΓΠ:

$$
\begin{cases}
[\min] F = \sum_{a \in A_R} \sigma(a) \\
\text{subject to} \\
\left.\begin{array}{l} \Delta(a_k, a_{k+1}) \geq \delta \ \text{ if } \ a_k \succ a_{k+1} \\ \Delta(a_k, a_{k+1}) = 0 \ \text{ if } \ a_k \sim a_{k+1} \end{array}\right\} \ \forall k \\
u_i(g_i^{j+1}) - u_i(g_i^j) \geq s_i \ \ \forall i \text{ and } j \\
\sum_{i=1}^{n} u_i(g_i^*) = 1 \\
u_i(g_{i*}) = 0, \ u_i(g_i^j) \geq 0, \ \sigma(a) \geq 0 \ \ \forall a \in A_R, \ \forall i \text{ and } j
\end{cases}
$$

- Μέθοδος UTASTAR: Εισαγωγή διπλής μεταβλητής σφάλματος και μετασχηματισμός μεταβλητών.

Ανάλυση μεταβελτιστοποίησης (1)

- Εξέταση του πολυέδρου των λύσεων που δίνουν οι περιορισμού των γ.π.
- Ύπαρξη πολλαπλών βέλτιστων λύσεων ή ημιβέλτιστων λύσεων με «καλές» ιδιότητες.
- Χώρος των μεταβέλτιστων λύσεων:



$$
\begin{cases}
F \leq F^* + k(F^*) \\
\text{όλοι οι περιορισμοί του γ.π.}
\end{cases}
$$

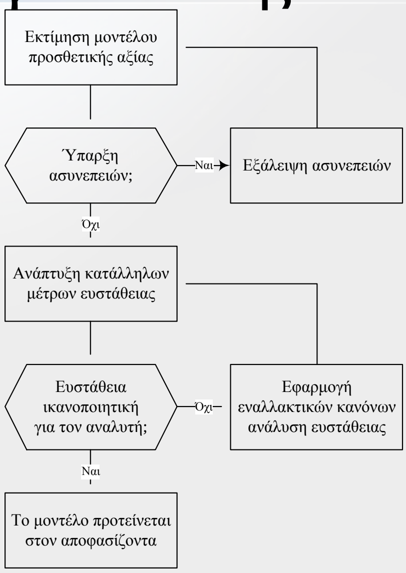
Ανάλυση μεταβελτιστοποίησης (2)

- Ευρετική μέθοδος διερεύνησης του πολυέδρου (UTA, UTASTAR):

$$\begin{cases} [\min] u_i(g_i^*) \\ \text{in} \\ \text{polyhedron} \end{cases}, \quad \begin{cases} [\max] u_i(g_i^*) \\ \text{in} \\ \text{polyhedron} \end{cases} \quad \forall i=1,2,\ldots,n$$

- Διερεύνηση της σημαντικότητας των κριτηρίων στο σύστημα αξιών του αποφασίζοντα:
  - «Εσωτερική» διακύμανση των βαρών
  - Επίλυση 2*n* ή *n* γ.π.
  - Ομαδοποίηση κριτηρίων με βάση διαφορετικές πολιτικές του αποφασίζοντα
- Τελική λύση: μέση τιμή των γ.π.
- Άλλες προσεγγίσεις: ελαχιστοποίηση της διασποράς των σφαλμάτων (κριτήριο Tchebycheff), βέλτιστη εκτίμηση των παραμέτρων *δ* και *s* (μοντέλα UTAMP).

Μεθοδολογία Ανάλυσης Ευστάθειας



Μέτρο Ευστάθειας

- Κανονικοποιημένη τυπική απόκλιση των εκτιμώμενων παραμέτρων κατά τη φάση της μεταβελτιστοποίησης:

$$ASI(i) = 1 - \frac{1}{\alpha_i - 1} \sum_{j=1}^{\alpha_i - 1} \frac{\sqrt{T \sum_{k=1}^{T} \left(u_i^{jk}\right)^2 - \left(\sum_{k=1}^{T} u_i^{jk}\right)^2}}{\frac{T}{\alpha_i - 1}\sqrt{\alpha_i - 2}}$$

- Όπου u_i^{jk} είναι η εκτιμώμενη τιμή $u_i(g_i^j)$ στο k βήμα της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης και $T=2\sum_i(\alpha_i-1)$.
- Ολικό μέτρο ευστάθειας: μέση τιμή των *ASI*(*i*).

Εναλλακτικοί Κανόνες Ανάλυσης Ευστάθειας

- Κανόνες για τον αποφασίζοντα:
  - Εισαγωγή νέων προτιμήσεων για τις εναλλακτικές (συγκρίσεις ανά δύο, ένταση ή μέγεθος της προτίμησης, ισχυροποίηση της διαφοράς μεταξύ των αξιών συγκεκριμένων εναλλακτικών, κ.λπ.)
  - Εισαγωγή νέων εναλλακτικών στο σύνολο αναφοράς
  - Οπτικοποίηση της διακύμανσης
- Κανόνες για τον αναλυτή:
  - Απαρίθμηση και διαχείριση των κορυφών του υπερπολυέδρου κατά τη μεταβελτιστοποίηση (αλγόριθμος Manas-Nedoma, μέθοδος του Tarry , κ.λπ.)
  - Ανάπτυξη νέων σχέσεων προτίμησης
  - Επιθυμητή μορφή των συναρτήσεων αξιών (π.χ. γραμμική)

Αριθμητικό Παράδειγμα (1)

- Ποιοτική κλίμακα αξιολόγησης για την περίπτωση ενός κριτηρίου (b=Bad, m=Medium, g=Good, and e=Excellent)
- Εκτίμηση της συνάρτησης αξιών του αποφασίζοντα
- Περιορισμοί κανονικοποίησης: $u(b)=0$ και $u(e)=1$
- Πρόσθετες προτιμήσεις:
  - Η αξία του $u(m)$ δεν πρέπει να είναι μεγαλύτερη από 20% και μικρότερη από 10%
  - Η διαφορά μεταξύ "good" και "excellent" πρέπει να είναι 2 φορές πιο σημαντική από τη διαφορά μεταξύ "medium" and "good"
  - Το κατώφλι αδιαφορίας είναι $s=0.001$

Αριθμητικό Παράδειγμα (2)

- 1ος περιορισμός: $0.1 \le u(\mathrm{m}) \le 0.2$
- 2ος περιορισμός:

$$\frac{u(\mathrm{e})-u(\mathrm{g})}{u(\mathrm{g})-u(\mathrm{m})} \ge 2 \Leftrightarrow 1-u(\mathrm{g}) \ge 2u(\mathrm{g})-2u(\mathrm{m}) \Leftrightarrow 3u(\mathrm{g})-2u(\mathrm{m}) \le 1$$

- 3ος περιορισμός:

$$u(g^{j+1})-u(g^{j}) \ge s \Rightarrow \begin{cases} u(\mathrm{m})-u(\mathrm{b}) \ge 0.01 \\ u(\mathrm{g})-u(\mathrm{m}) \ge 0.01 \\ u(\mathrm{e})-u(\mathrm{g}) \ge 0.01 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u(\mathrm{m}) \ge 0.01 \text{ (πλεονάζων)} \\ u(\mathrm{g})-u(\mathrm{m}) \ge 0.01 \\ 1-u(\mathrm{g}) \ge 0.01 \text{ (πλεονάζων)} \end{cases}$$

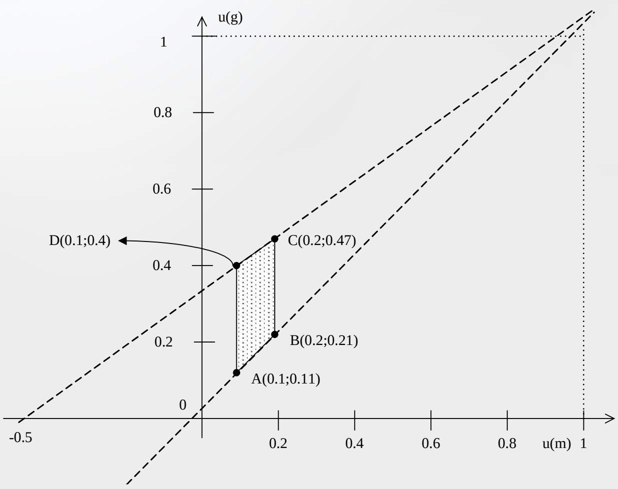
$$\Rightarrow u(\mathrm{g})-u(\mathrm{m}) \ge 0.01$$

Αριθμητικό Παράδειγμα (3)

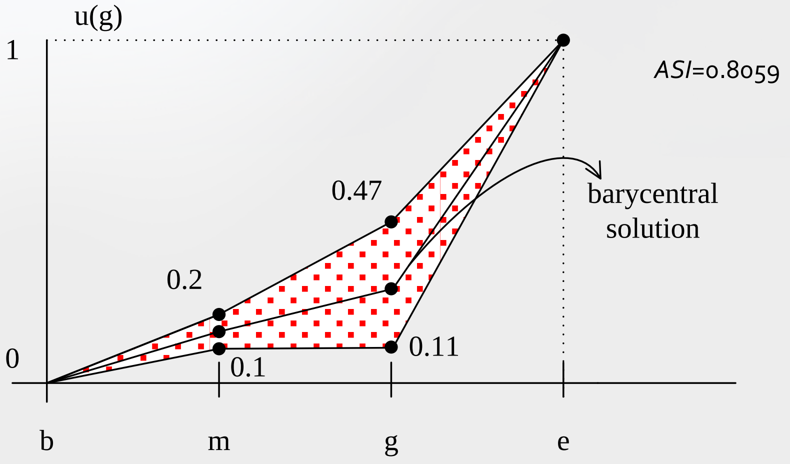
$$
\begin{cases}
[\min] z = z_1 + z_2 + z_3 \\
\text{subject to} \\
-u(\mathrm{m}) + u(\mathrm{g}) \geq 0.01 \\
u(\mathrm{m}) + z_1 \geq 0.1 \\
u(\mathrm{m}) - z_2 \leq 0.2 \\
-2u(\mathrm{m}) + 3u(\mathrm{g}) - z_3 \leq 1 \\
u(\mathrm{m}), u(\mathrm{g}), z_1, z_2, z_3 \geq 0
\end{cases}
$$

z^*=0		
Ανάλυση μεταβελτιστοποίησης		
	$u(m)$	$u(g)$
[min]$u(m)$	0.10	0.40
[max]$u(m)$	0.20	0.21
[min]$u(g)$	0.10	0.11
[max]$u(g)$	0.20	0.47

Αριθμητικό Παράδειγμα (4)

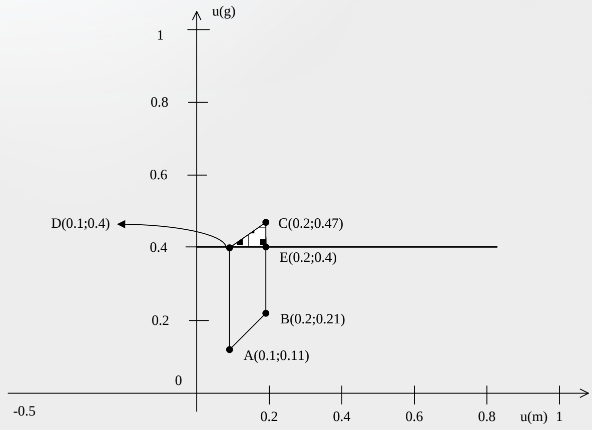


Αριθμητικό Παράδειγμα (5)

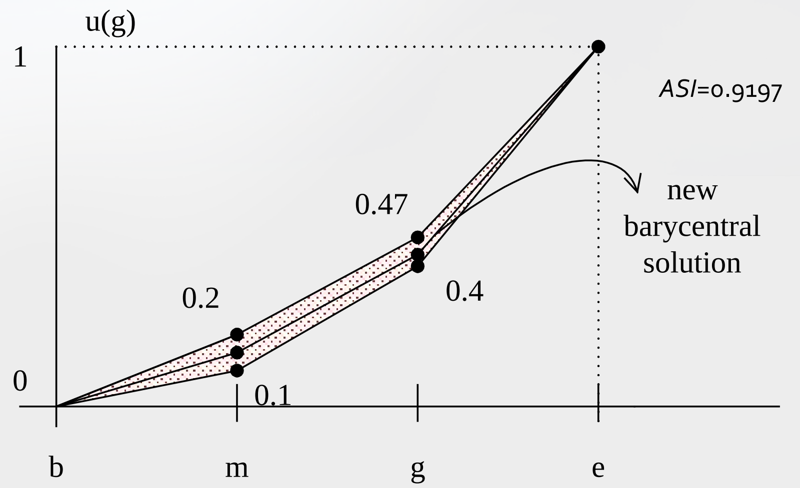


Αριθμητικό Παράδειγμα (6)

- Νέος περιορισμός: η αξία του “good” δεν πρέπει να είναι μικρότερη από 40%, δηλ. $u(m) \geq 0.4$



Αριθμητικό Παράδειγμα (7)



Συμπεράσματα-Θέματα για Συζήτηση

- Μεθοδολογικό πλαίσιο ανάλυσης ευστάθειας
- Εναλλακτικά μέτρα ευστάθειας
- Εναλλακτικοί κανόνες ανάλυσης ευστάθειας:
  - Εισαγωγή νέας πληροφορίας από αποφασίζοντα ή αναλυτή
  - Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα
- Διαφορές MUSA και UTA:
  - Ύπαρξη ασυνεπειών
  - Συλλογικό μοντέλο
- Κριτήρια βελτιστοποίησης και ευστάθεια
- Έννοια της «αντιπροσωπευτικής» (representative) συνάρτησης αξίας

Robust MCDA

Ανάλυση ευστάθειας σε αναλυτικές-συνθετικές μεθοδολογίες

Κωνσταντίνος Ζοπουνίδης
Ερευνητική Ομάδα Πολυτεχνείου Κρήτης

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
ΕΣΠΑ 2007-2013

1ο Επιστημονικό Workshop - ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΘΑΛΗΣ
Μεθοδολογικές προσεγγίσεις για τη μελέτη της ευστάθειας σε προβλήματα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια
12-14 Σεπτεμβρίου 2012, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

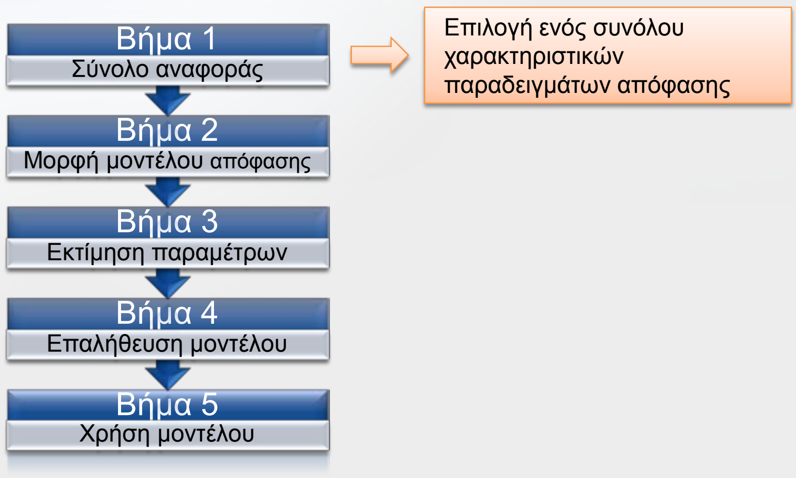
Περίγραμμα παρουσίασης

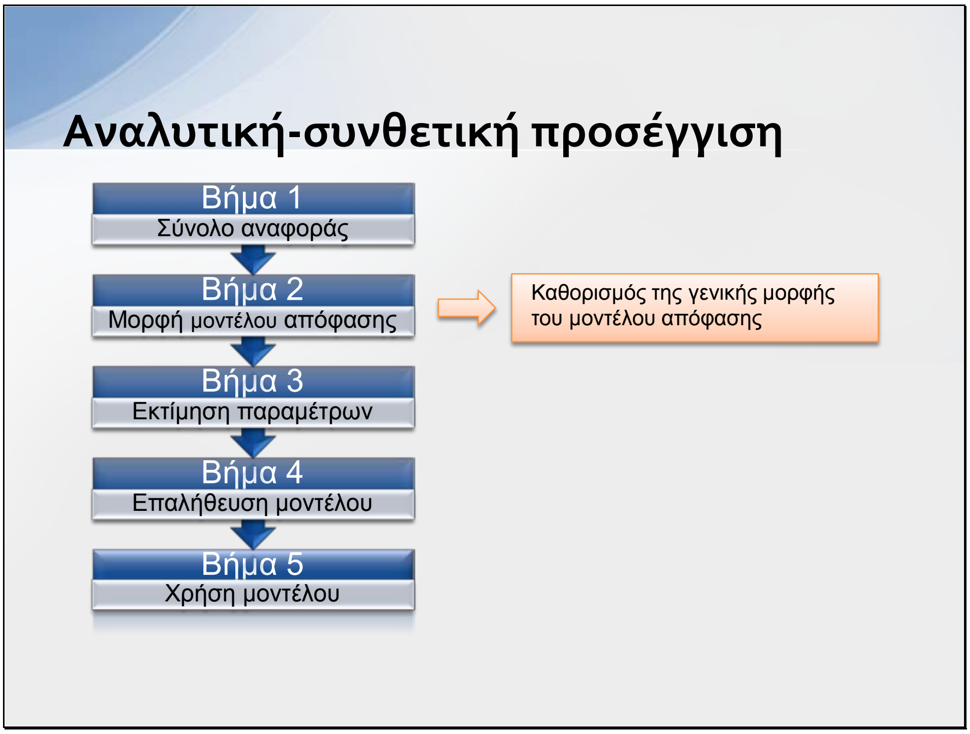
- Εισαγωγή στις διαδικασίες ανάπτυξης πολυκριτήριων μοντέλων και τη φιλοσοφία της αναλυτικής-συνθετικής προσέγγισης (ΑΣΠ)
- Το πρόβλημα της ευστάθειας και οι παράγοντες που επηρεάζουν την ευστάθεια στα πλαίσια της ΑΣΠ
- Περίγραμμα μεθοδολογιών προσεγγίσεων για την ανάλυση ευστάθειας στην ΑΣΠ
- Συμπεράσματα & προοπτικές

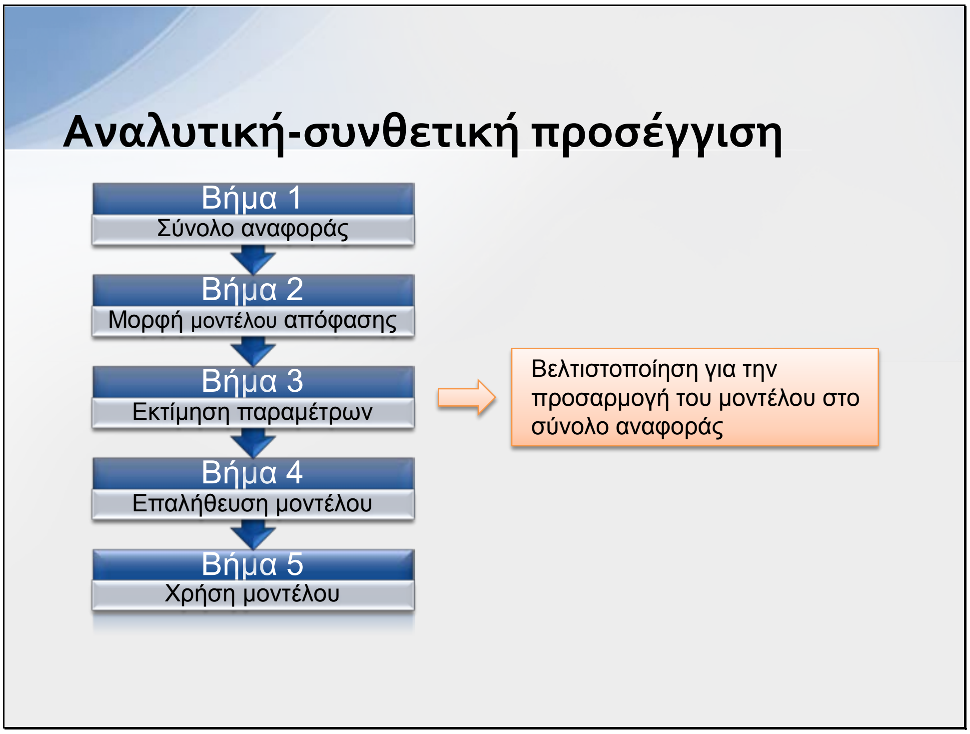
Ανάπτυξη πολυκριτήριων μοντέλων

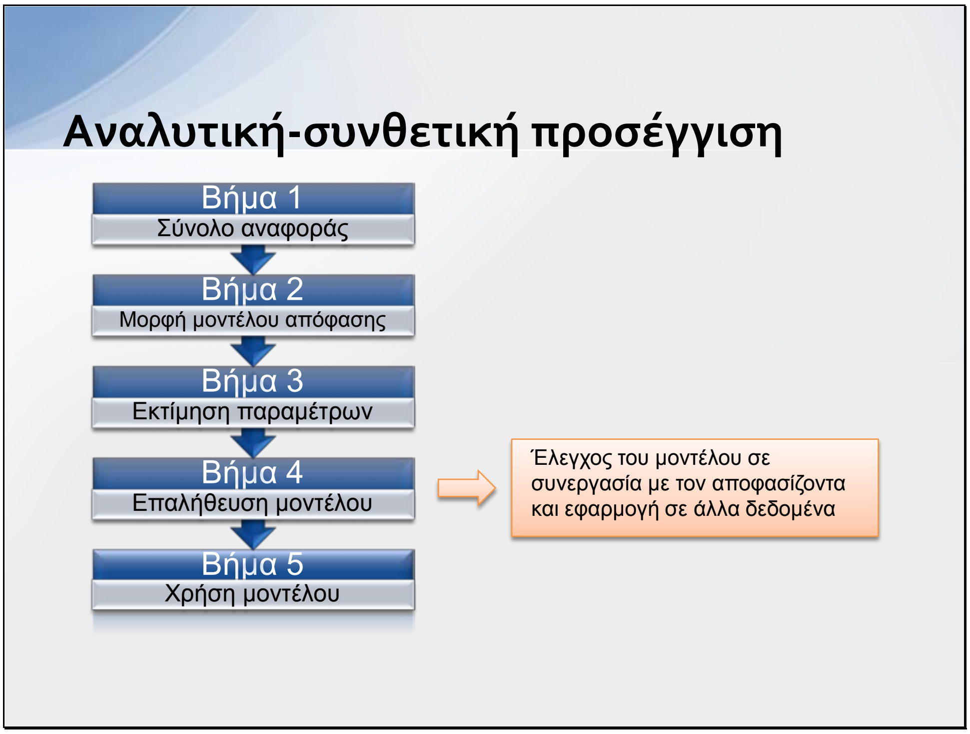
- Άμεσες διαδικασίες
  - Ο αναλυτής αντλεί από τον αποφασίζοντα πληροφορίες για την πολιτική λήψης αποφάσεων που ακολουθεί
  - Η ακριβής αποτύπωση των προτιμήσεων του αποφασίζοντα απαιτεί χρόνο
  - Κατάλληλη διαδικασία για προβλήματα στρατηγικού χαρακτήρα
- Αναλυτική-συνθετική προσέγγιση (ΑΣΠ)
  - Συλλογή παραδειγμάτων αποφάσεων (σύνολο αναφοράς)
  - Διαμόρφωση ενός μοντέλου που περιγράφει με ακρίβεια τα διαθέσιμα παραδείγματα
  - Ανάλυση των χαρακτηριστικών του μοντέλου σε συνεργασία με τον αποφασίζονται και υλοποίηση προσαρμογών

Αναλυτική-συνθετική προσέγγιση




Αναλυτική-συνθετική προσέγγιση
Βήμα 1
Σύνολο αναφοράς
Βήμα 2
Μορφή μοντέλου απόφασης
Βήμα 3
Εκτίμηση παραμέτρων
Βήμα 4
Επαλήθευση μοντέλου
Βήμα 5
Χρήση μοντέλου
Καθορισμός της γενικής μορφής του μοντέλου απόφασης


Αναλυτική-συνθετική προσέγγιση
Βήμα 1
Σύνολο αναφοράς
Βήμα 2
Μορφή μοντέλου απόφασης
Βήμα 3
Εκτίμηση παραμέτρων
Βήμα 4
Επαλήθευση μοντέλου
Βήμα 5
Χρήση μοντέλου
Βελτιστοποίηση για την προσαρμογή του μοντέλου στο σύνολο αναφοράς


Αναλυτική-συνθετική προσέγγιση
Βήμα 1
Σύνολο αναφοράς
Βήμα 2
Μορφή μοντέλου απόφασης
Βήμα 3
Εκτίμηση παραμέτρων
Βήμα 4
Επαλήθευση μοντέλου
Βήμα 5
Χρήση μοντέλου
Έλεγχος του μοντέλου σε συνεργασία με τον αποφασίζοντα και εφαρμογή σε άλλα δεδομένα


Αναλυτική-συνθετική προσέγγιση
Βήμα 1
Σύνολο αναφοράς
Βήμα 2
Μορφή μοντέλου απόφασης
Βήμα 3
Εκτίμηση παραμέτρων
Βήμα 4
Επαλήθευση μοντέλου
Βήμα 5
Χρήση μοντέλου
Χρήση σε νέες περιπτώσεις

Αναλυτική-συνθετική προσέγγιση

- Ο αποφασίζοντας χρησιμοποιεί ένα μοντέλο $\mathcal{M}_\beta$ που ορίζεται από κάποιες παραμέτρους β, για να διαμορφώσει την αξιολόγηση $Y(A)$ των εναλλακτικών ενός συνόλου A
- Οι παράμετροι του μοντέλου είναι άγνωστοι, αλλά το σύνολο αναφοράς X παρέχει (έμμεσα) σχετικές πληροφορίες
- Βελτιστοποίηση μοντέλου:

$$\hat{\beta}^* = \underset{\hat{\beta}\in\mathcal{B}}{\arg\min}\, L(\beta,\hat{\beta}) \longrightarrow \hat{\beta}^* = \underset{\hat{\beta}\in\mathcal{B}}{\arg\min}\, L\left(Y(X),\hat{Y}_{\hat{\beta}}(X)\right)$$

$L(x,y)$: μια συνάρτηση (σφάλματος) των διαφορών μεταξύ των x και y

$\hat{Y}_{\hat{\beta}}(X)$: η αξιολόγηση των εναλλακτικών του X μέσω του μοντέλου $\mathcal{M}_{\hat{\beta}}$

Ανάλυση ευστάθειας

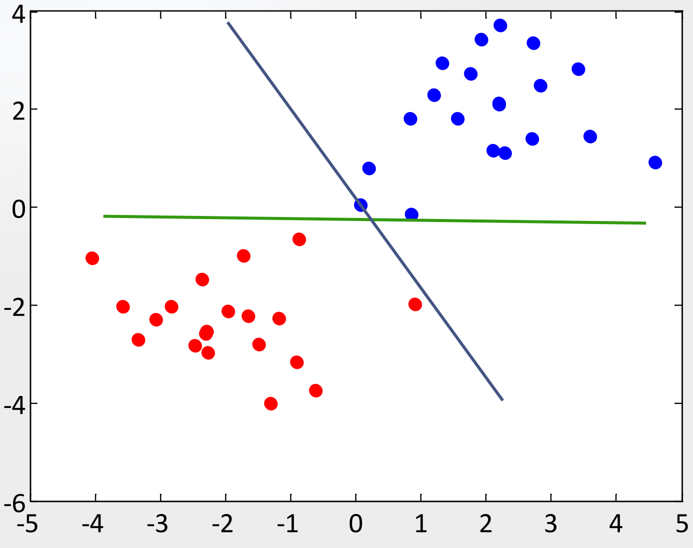
- Γενικά στα πλαίσια της πολυκριτήριας ανάλυσης:
  - Ποιο είναι το σύνολο των παραμέτρων $\mathcal{B}$ ενός μοντέλου απόφασης $\mathcal{M}$ που οδηγεί σε μια συγκεκριμένη αξιολόγηση ενός συνόλου εναλλακτικών;
  - Εάν το σύνολο $\mathcal{B}$ είναι μεγάλο, τότε η αξιολόγηση είναι ευσταθής
  - Ευστάθεια ως προς τη μορφή του μοντέλου
  - Ευστάθεια ως προς τα δεδομένα και τις παραδοχές της ανάλυσης
- Στα πλαίσια της ΑΣΠ:
  - Ποιο είναι το σύνολο των παραμέτρων $\mathcal{B}$ ενός μοντέλου απόφασης $\mathcal{M}$ που συμφωνεί με τις αξιολογήσεις του συνόλου αναφοράς;
  - Τα συμπεράσματα είναι ασταθή εάν το σύνολο $\mathcal{B}$ είναι μεγάλο

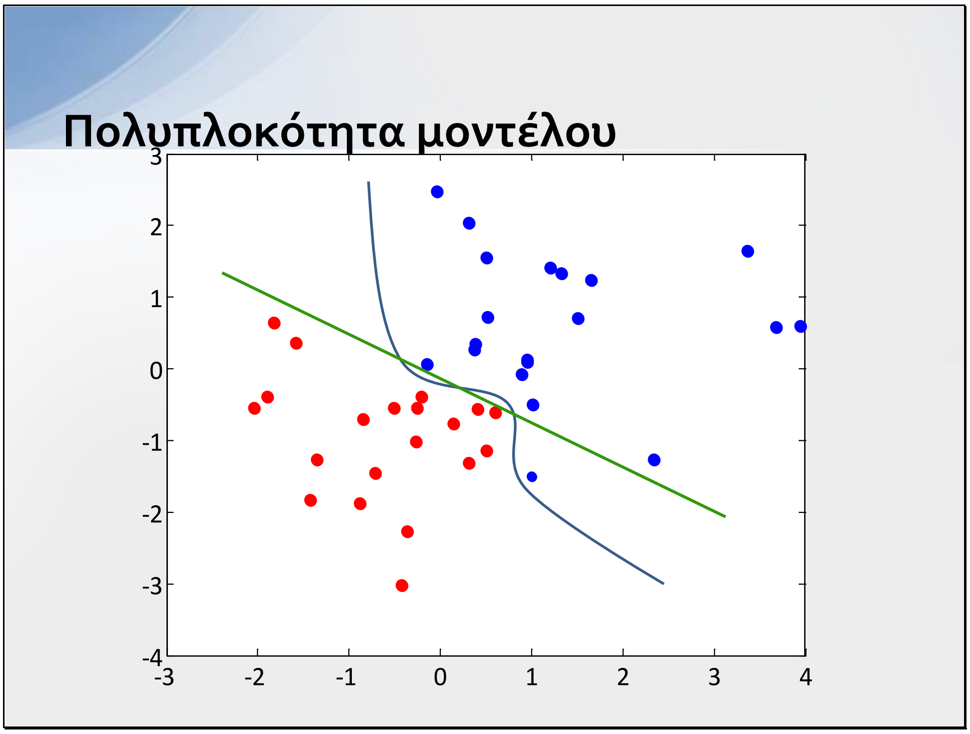
Roy, B. (2010), “Robustness in operational research and decision aiding: A multi-faceted issue”, *EJOR* 200(3), 629–638

Παράγοντες ευστάθειας στην ΑΣΠ

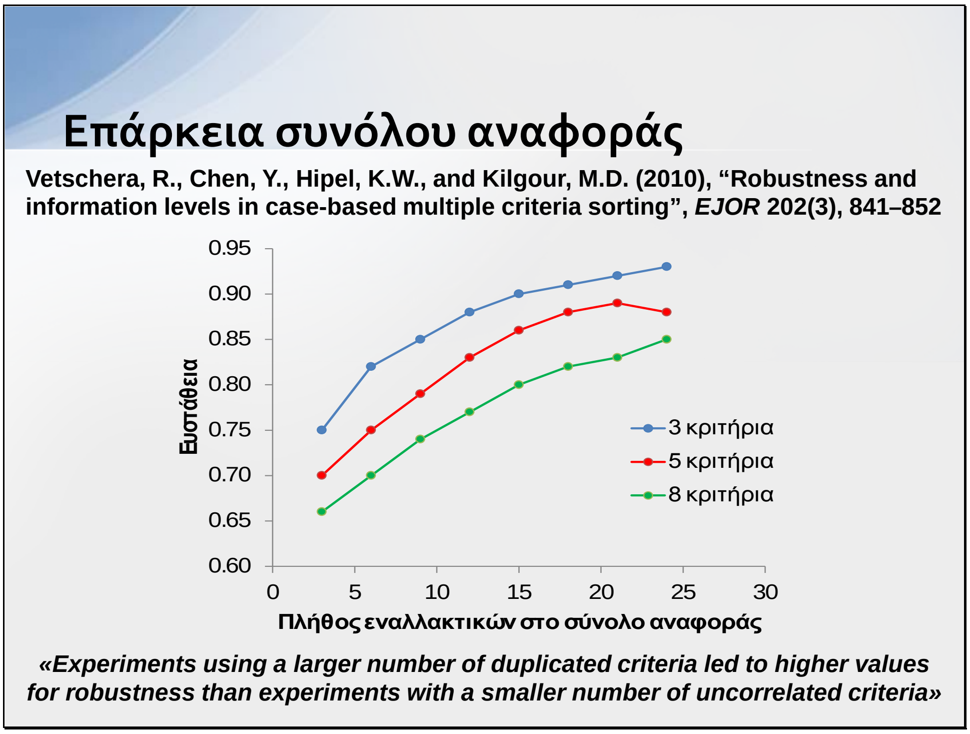
- Πολλαπλές βέλτιστες λύσεις
- Ορισμός συνάρτησης σφάλματος
- Πολυπλοκότητα μοντέλου (βαθμοί ελευθερίας)
- Επάρκεια του συνόλου αναφοράς

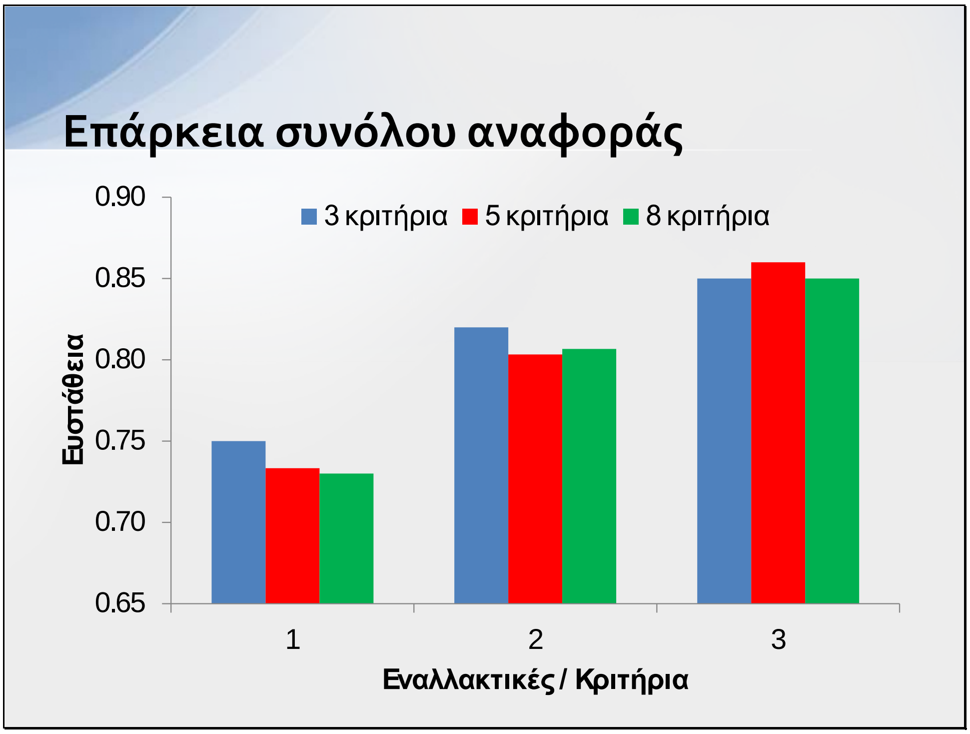
Πολλαπλές βέλτιστες λύσεις



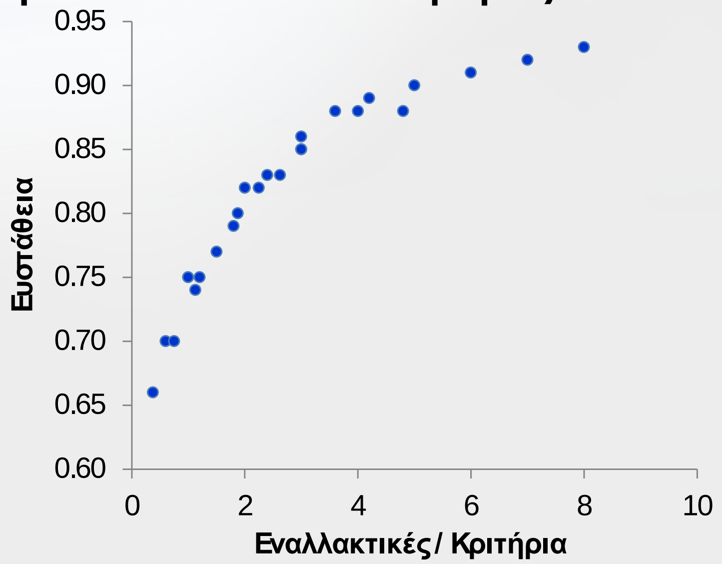

Πολυπλοκότητα μοντέλου
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4


Επάρκεια συνόλου αναφοράς
6
4
2
0
-2
-4
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4


Επάρκεια συνόλου αναφοράς
Vetschera, R., Chen, Y., Hipel, K.W., and Kilgour, M.D. (2010), “Robustness and information levels in case-based multiple criteria sorting”, EJOR 202(3), 841–852
Ευστάθεια
0.95
0.90
0.85
0.80
0.75
0.70
0.65
0.60
0
5
10
15
20
25
30
Πλήθος εναλλακτικών στο σύνολο αναφοράς
3 κριτήρια
5 κριτήρια
8 κριτήρια
«Experiments using a larger number of duplicated criteria led to higher values for robustness than experiments with a smaller number of uncorrelated criteria»


Επάρκεια συνόλου αναφοράς
Ευστάθεια
0.90
0.85
0.80
0.75
0.70
0.65
3 κριτήρια
5 κριτήρια
8 κριτήρια
1
2
3
Εναλλακτικές / Κριτήρια

Επάρκεια συνόλου αναφοράς



Μεθοδολογικές προσεγγίσεις

- Διαδικασίες ανάλυσης του χώρου των λύσεων για τις παραμέτρους του μοντέλου απόφασης
  - Αναλυτικές τεχνικές
  - Διαδικασίες προσομοίωσης
  - Μεταβελτιστοποίηση
- Διαδικασίες διαμόρφωσης ευσταθών αποτελεσμάτων
- Διαδικασίες ευσταθούς εκτίμησης του μοντέλου απόφασης

Αναλυτικοί αλγόριθμοι

- Αναλυτική περιγραφή του συνόλου των παραμέτρων του μοντέλου απόφασης που συμφωνούν με ένα συγκεκριμένο αποτέλεσμα αξιολόγησης
- Εντοπισμός όλων των ακραίων σημείων (ή του όγκου) του πολυέδρου των εφικτών λύσεων που διαμορφώνεται από τις υπό εξέταση αξιολογήσεις
- Πολύ υψηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα για προβλήματα ρεαλιστικών διαστάσεων

Vetschera, R. (1997), "A recursive algorithm for volume-based sensitivity analysis of linear decision models", *Computers and Operations Research* 24(5), 477–491

Τεχνικές προσομοίωσης

- Προσέγγιση του συνόλου των παραμέτρων του μοντέλου μέσω προσομοίωσης
- Χαμηλότερος υπολογιστικός φόρτος σε σχέση με αναλυτικές τεχνικές
- Η διαδικασία παραμένει εφικτή μόνο σε προβλήματα μικρής πολυπλοκότητας

Tervonen, T., Figueira, J.R., Lahdelma, R., Almeida Dias, J., and Salminen, P. (2009), "A stochastic method for robustness analysis in sorting problems", *European Journal of Operational Research* 192(1), 236–242

Ανάλυση μεταβελτιστοποίησης

- Εντοπισμός χαρακτηριστικών εναλλακτικών ή σχεδόν βέλτιστων λύσεων
  - Συνδυασμός για τη διαμόρφωση μιας ευσταθούς λύσης
  - Μέτρηση της ευστάθειας εξετάζοντας τις διαφοροποιήσεις των λύσεων
- Περιορισμός σε ένα μικρό σύνολο «ενδεικτικών» μοντέλων απόφασης
  - Ακραίες λύσεις του πολυέδρου των εφικτών λύσεων

Siskos, Y. and Grigoroudis, E. (2010), "New trends in aggregation-disaggregation approaches", in: Zopounidis, C. and Pardalos, P.M. (eds.), *Handbook of Multicriteria Analysis*, Springer, Berlin Heidelberg, 189–214

Διαμόρφωση ευσταθών αξιολογήσεων

- Επικέντρωση στα αποτελέσματα του μοντέλου απόφασης και όχι στις παραμέτρους του
- Τα αποτελέσματα του μοντέλου δεν δίνουν απαραίτητα μια συγκεκριμένη πρόταση για την αξιολόγηση μιας επιλογής
  - Παράδειγμα 1 (κλασσική ΑΣΠ): σύμφωνα με το μοντέλο που διαμορφώθηκε από τα δεδομένα του συνόλου αναφοράς, η εναλλακτική *x* προτιμάται της *y*
  - Παράδειγμα 2: για κάθε μοντέλο που ανταποκρίνεται στα δεδομένα του συνόλου αναφοράς, η εναλλακτική *x* προτιμάται της *y*
  - Παράδειγμα 3: για ένα τουλάχιστον μοντέλο που ανταποκρίνεται στα δεδομένα του συνόλου αναφοράς, η εναλλακτική *x* προτιμάται της *y*
  - Παράδειγμα 4: η εναλλακτική *x* μπορεί να ταξινομηθεί ως μέτρια ή καλή επιλογή

Διαμόρφωση ευσταθών αξιολογήσεων

- Η μορφή των αποτελεσμάτων μπορεί να είναι υπερβολικά γενική
  - Πολλά πιθανά ενδεχόμενα
  - Δυσκολία διαμόρφωσης ενός σαφούς συμπεράσματος
- Μπορούμε να μεταβούμε από γενικές προτάσεις σε ποιο συγκεκριμένα ευσταθή αποτελέσματα;
- Ποια είναι η ισχύς κάθε πρότασης που διαμορφώνεται;
  - Παράδειγμα 4: με ποια βεβαιότητα μπορεί να θεωρηθεί η εναλλακτική *x* ως μέτρια και με ποια ως μέτρια;
  - Συνδυασμός με διαδικασίες προσομοίωσης

Siskos, J. (1982), "A way to deal with fuzzy preferences in multicriteria decision problems", *EJOR* 10(3), 314–324
Greco, S., Slowinski, R., Figueira, J.R., and Mousseau, V. (2008), "Robust ordinal regression", in: Ehrgott, M., Greco, S., and Figueira, J.R (eds.), *Trends in Multiple Criteria Decision Analysis*, Springer, New York, 241–283

Εκτίμηση του μοντέλου απόφασης

- Διαδικασίες για βελτιωμένη εκτίμηση του μοντέλου απόφασης κατά την προσαρμογή του στα δεδομένα αναφοράς
- Εναλλακτικά κριτήρια βελτιστοποίησης με στόχο τη μεγιστοποίηση της διακριτικής ικανότητας του μοντέλου
  - Ένα μοντέλο που εισάγει μια περιορισμένη κλίμακα αξιολόγησης με μικρές διαφορές μεταξύ των εναλλακτικών έχει χαμηλή διακριτική ικανότητα
  - Κυρίως ad hoc διαδικασίες χωρίς ισχυρή θεωρητική βάση
    Kadzinski, M., Greco, S., and Slowinski, R. (2012), "Selection of a representative value function in robust multiple criteria ranking and choice", *EJOR* 217(3), 541–553
- Επιλογή μιας συνάρτησης που αντιστοιχεί στο κέντρο του συνόλου των λύσεων
    Bous, B., Fortemps, Ph, Glineur, F., and Pirlot, M. (2010), "ACUTA: A novel method for eliciting additive value functions on the basis of holistic preference statements", *EJOR* 206(2), 435–444

Εκτίμηση του μοντέλου απόφασης

- Πλούσια βιβλιογραφία στη στατιστική θεωρία μάθησης (statistical learning theory) για την ευσταθή εκτίμηση μοντέλων πρόβλεψης
- Κανονικοποίηση Tikhonov (Tikhonov regularization) για το πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων $\min \|\mathbf{Ax}-\mathbf{y}\|^2$
  $$\mathbf{x}^* = \operatorname{argmin} \|\mathbf{Ax}-\mathbf{y}\|^2 + \lambda\|\mathbf{x}\|^2$$
- Πολλές εφαρμογές στη μηχανική μάθηση

Doumpos, M. and Zopounidis, C. (2007), "Regularized estimation for preference disaggregation in multiple criteria decision making", *Computational Optimization and Applications* 38(1), 61–80
Evgeniou, T., Boussios, and C., Zacharia, G. (2005), "Generalized robust conjoint estimation", *Marketing Science* 24(3), 415–429

Συμπεράσματα

- Η ανάλυση ευστάθειας στα πλαίσια της ΑΣΠ απαιτεί μια ολοκληρωμένη προσέγγιση
- Αξιοποίηση αποτελεσμάτων από άλλα ερευνητικά πεδία (βελτιστοποίηση, τεχνητή νοημοσύνη, στατιστική)
- Ανάπτυξη μεθοδολογιών μέτρησης της ευστάθειας και διαμόρφωσης ευσταθών μοντέλων χωρίς την υπόθεση ότι τα δεδομένα είναι συνεπή
- Υπολογιστικά εφικτές διαδικασίες για προβλήματα ρεαλιστικών διαστάσεων
- Πρακτικές εφαρμογές ώστε να γίνει εμφανής η συνεισφορά της ανάλυσης ευστάθειας

Robust MCDA

Διαδικασίες ομαλοποιημένης εκτίμησης στην αναλυτική-συνθετική προσέγγιση

Μιχάλης Δούμπος
Ερευνητική Ομάδα Πολυτεχνείου Κρήτης

1ο Επιστημονικό Workshop - ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΘΑΛΗΣ
Μεθοδολογικές προσεγγίσεις για τη μελέτη της ευστάθειας σε προβλήματα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια
12-14 Σεπτεμβρίου 2012, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Αναλυτική-Συνθετική Προσέγγιση

- Στόχος:
  - Ο προσδιορισμός του μοντέλου λήψης αποφάσεων f(β) που ανταποκρίνεται (όσο το δυνατόν καλύτερα) στην πολιτική του αποφασίζοντα
- Διαμορφώνεται ένα σύνολο αναφοράς A:
  - Εναλλακτικές που αξιολογούνται από τον αποφασίζοντα
  - Παραδείγματα αποφάσεων που έχουν ληφθεί στο παρελθόν
  - Χαρακτηριστικές περιπτώσεις που μπορούν να κριθούν εύκολα από τον αποφασίζοντα
  - Υποσύνολο των εξεταζόμενων εναλλακτικών
- Χρησιμοποιείται μια διαδικασία για τον προσδιορισμών των βέλτιστων παραμέτρων β
- Δεν αρκεί η υψηλή προσαρμογή του μοντέλου στα δεδομένα του συνόλου αναφοράς, αλλά θα πρέπει να λειτουργεί ικανοποιητικά σε κάθε νέα περίπτωση (γενίκευση)

Στατιστική Θεωρία Μάθησης

- Δεδομένου ενός συνόλου παραδειγμάτων εκπαίδευσης T={$\mathbf{x}_i$, o_i} στόχος είναι η ανάπτυξη ενός μοντέλου ώστε $f(\mathbf{x}_i) \approx o_i$
- Η δυνατότητα γενίκευσης του μοντέλου είναι:
  - Αύξουσα συνάρτηση της προσαρμογής στα δεδομένα εκπαίδευσης
  - Φθίνουσα συνάρτηση της πολυπλοκότητας του μοντέλου

Στατιστική Θεωρία Μάθησης

- Οι εκτιμήσεις των παραμέτρων β ενός πολύπλοκου μοντέλου παρουσιάζουν αστάθεια
- Για ένα ευσταθές μοντέλο

$$E[(f-\bar{f})^2] \approx 0$$

- Στην περίπτωση ενός γραμμικού μοντέλου $f(\mathbf{x})=\mathbf{x}\mathbf{d}+\gamma$ διαμορφώνεται το ακόλουθο πρόβλημα

$$\min_{\mathbf{d}\in\mathbb{R}} H(\mathbf{d}) + \lambda L[f(\mathbf{x}_i), o_i] \quad \text{όπου} \quad \lambda \geq 0$$

- Regularization
  - Ridge regression, νευρωνικά δίκτυα (weight decay), μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης

Μέθοδοι UTA

- Ανάπτυξη μιας προσθετικής συνάρτησης αξίας

$$V(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{K} p_k v_k(x_k)$$

$$v_k(x_{k*}) = 0,\ v_k(x_k^*) = 1$$

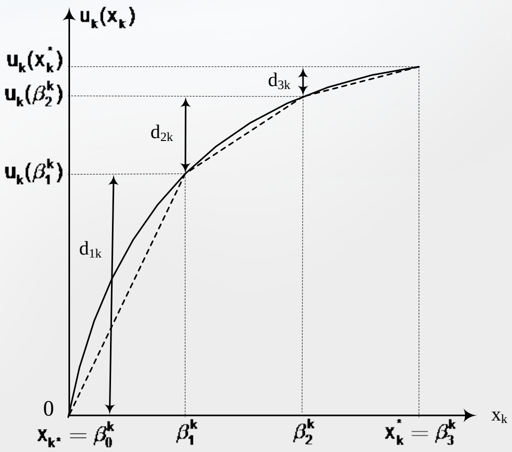
- Εναλλακτική διατύπωση

$$V(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{K} u_k(x_k)$$

$$u_k(x_k) = p_k v_k(x_k)$$

- όπου u_k είναι κατά τμήματα γραμμικές μερικές συναρτήσεις αξιών

Μέθοδοι UTA



Για κάθε $x_{ik} \in [\beta_{t-1}^k,\ \beta_t^k]$

$$u_k(x_{ik}) = \sum_{s=1}^{t} w_{ik}^t d_{sk}$$

όπου

$$w_{ik}^s = 1,\quad s = 1, \ldots, t-1$$

$$w_{ik}^t = \frac{x_{ik} - \beta_{t-1}^k}{\beta_t^k - \beta_{t-1}^k}$$

$$d_{tk} = u_k(\beta_t^k) - u_k(\beta_{t-1}^k) \geq 0$$

Άρα $\quad V(\mathbf{x}_i) = \mathbf{w}_i \mathbf{d}$

Προβλήματα Κατάταξης

- Δεδομένα:
  - Ένα σύνολο αναφοράς αποτελούμενο από M εναλλακτικές οι οποίες κατατάσσονται σε N κλάσεις αδιαφορίας
- Διαμόρφωση προβλήματος (μέθοδος UTA)

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \mathbf{e}_1^\top \mathbf{y} \\
\text{s.t.} \quad & (\mathbf{w}_i - \mathbf{w}_{i+1})\mathbf{d} + y_i - y_{i+1} \geq \delta \quad \forall \mathbf{x}_i \succ \mathbf{x}_{i+1} \\
& (\mathbf{w}_i - \mathbf{w}_{i+1})\mathbf{d} + y_i - y_{i+1} = 0 \quad \forall \mathbf{x}_i \sim \mathbf{x}_{i+1} \\
& \mathbf{e}^\top \mathbf{d} = 1 \\
& \mathbf{d}, \mathbf{y} \geq 0
\end{aligned}
$$

Προβλήματα Κατάταξης

Εναλλακτική Μοντελοποίηση

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \mathbf{e}^\top \mathbf{d} + \lambda \mathbf{e}_1^\top \mathbf{y} \\
\text{s.t.} \quad & (\mathbf{w}_i - \mathbf{w}_{i+1})\mathbf{d} + y_i - y_{i+1} \geq \delta \quad \forall \mathbf{x}_i \succ \mathbf{x}_{i+1} \\
& (\mathbf{w}_i - \mathbf{w}_{i+1})\mathbf{d} + y_i - y_{i+1} = 0 \quad \forall \mathbf{x}_i \sim \mathbf{x}_{i+1} \\
& \mathbf{d}, \mathbf{y} \geq 0
\end{aligned}
$$

- Με την αφαίρεση του περιορισμού κανονικοποίησης $\mathbf{e}^\top \mathbf{d} = 1$, η παράμετρος δ δεν επιδρά στη βέλτιστη λύση, απλά προσδιορίζει την “κλίμακα” του μοντέλου
- Με τη βέλτιστη λύση ($\mathbf{d}^*$, $\mathbf{y}^*$), το μοντέλο κανονικοποιείται στο διάστημα $[0, \mathbf{e}^\top \mathbf{d}^*]$
- Δεν αποκλείεται η επιλογή ως βέλτιστης της λύσης $\mathbf{d} = \mathbf{0}$

Προβλήματα Κατάταξης
Εναλλακτική Μοντελοποίηση

Η λύση $\mathbf{d}=\mathbf{0}$ είναι βέλτιστη εάν και μόνο εάν υπάρχει διάνυσμα $\mathbf{z}=(z_1, z_2, \ldots, z_{m_N-1})^{\top}$ με $z_1 \geq -\lambda(M-m_N+1)$, $z_{m_N-1} \leq \lambda$ και $z_i - z_{i-1} \geq -\lambda$ $(i=2, \ldots, m_N-2)$, τέτοιο ώστε:

$$\lambda\left[\mathbf{P}^{\top}\mathbf{m}+\sum_{n=1}^{N-1}\mathbf{I}_n^{\top}\left(\mathbf{m}'_n+\mathbf{e}_n\sum_{t=1}^{n-1}m_t\right)\right]-\mathbf{I}_N^{\top}\mathbf{z}\leq\mathbf{e}$$

όπου:

- **P** είναι ο πίνακας με τις διαφορές $\mathbf{w}_i - \mathbf{w}_{i+1}$ για ζεύγη εναλλακτικών $\mathbf{x}_i \succ \mathbf{x}_{i+1}$
- $\mathbf{I}_n$ είναι ο πίνακας με τις διαφορές $\mathbf{w}_i - \mathbf{w}_{i+1}$ για ζεύγη εναλλακτικών $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i+1} \in I_n$
- m_n είναι το πλήθος των εναλλακτικών στη κλάση αδιαφορίας I_n
- $\mathbf{m}=(m_1, m_1+m_2, \ldots, m_1+\ldots+m_{N-1})^{\top}$ και $\mathbf{m}'_n=(1, 2, \ldots, m_n-1)^{\top}$

Προβλήματα Κατάταξης
Εναλλακτική Μοντελοποίηση

- Εάν δεν υπάρχουν περιπτώσεις αδιαφορίας
  - Η λύση $\mathbf{d}=\mathbf{0}$ είναι βέλτιστη εάν και μόνο εάν $\lambda\mathbf{P}^{\top}\mathbf{m}\leq\mathbf{e}$
  - Εάν $\mathbf{P}^{\top}\mathbf{m}\leq\mathbf{0}$, τότε η λύση $\mathbf{d}=\mathbf{0}$ είναι βέλτιστη για κάθε $\lambda\geq 0$
- Ανταγωνιστική φύση πολυπλοκότητας-προσαρμογής:
  - Για κάθε μοντέλο που προσαρμόζεται απόλυτα στα δεδομένα του συνόλου αναφοράς ισχύει: $\mathbf{e}^{\top}\mathbf{d}\geq\vartheta^*$, όπου ϑ^* είναι η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για τη λύση $\mathbf{d}=\mathbf{0}$
- Αξιοποίηση της πληροφορίας που υπάρχει στο σύνολο αναφοράς για τον χαρακτηρισμό της "δυσκολίας" του προβλήματος

Προβλήματα Ταξινόμησης

- Δεδομένα:
  - Ένα σύνολο αναφοράς αποτελούμενο από M εναλλακτικές, οι οποίες ταξινομούνται σε N κατηγορίες $c_1 \succ c_2 \succ \cdots \succ c_N$
- Διαμόρφωση προβλήματος (μέθοδος UTADIS)

$$
\begin{array}{lll}
\min & \mathbf{e}_1^\top(\mathbf{y}^+ + \mathbf{y}^-) & \\
\text{s.t.} & \mathbf{w}_i\mathbf{d} - h_n + y_i^+ \geq \delta & \forall \mathbf{x}_i \in \{c_1, \ldots, c_{N-1}\} \\
& \mathbf{w}_i\mathbf{d} - h_{n-1} - y_i^- \leq -\delta & \forall \mathbf{x}_i \in \{c_2, \ldots, c_N\} \\
& h_{n-1} - h_n \geq s & \forall n = 2, \ldots, N-1 \\
& \mathbf{e}^\top\mathbf{d} = 1 & \\
& \mathbf{d}, \mathbf{h}, \mathbf{y}^+, \mathbf{y}^- \geq \mathbf{0} &
\end{array}
$$

Προβλήματα Ταξινόμησης

Εναλλακτική Μοντελοποίηση

$$
\begin{array}{lll}
\min & \mathbf{e}^\top\mathbf{d} + \sum_{n=1}^{N-1}\lambda_n\mathbf{e}_n^\top\mathbf{y}_n^+ + \sum_{n=2}^{N}\lambda_n\mathbf{e}_n^\top\mathbf{y}_n^- & \\
\text{s.t.} & \mathbf{w}_i\mathbf{d} - h_n + y_i^+ \geq \delta & \forall \mathbf{x}_i \in \{c_1, \ldots, c_{N-1}\} \\
& \mathbf{w}_i\mathbf{d} - h_{n-1} - y_i^- \leq -\delta & \forall \mathbf{x}_i \in \{c_2, \ldots, c_N\} \\
& h_{n-1} - h_n \geq s & \forall n = 2, \ldots, N-1 \\
& \mathbf{d}, \mathbf{h}, \mathbf{y}^+, \mathbf{y}^- \geq \mathbf{0} &
\end{array}
$$

Θεωρώντας ότι $\sum_{n=1}^{N-1}\lambda_n\mathbf{m}_n > \lambda_N\mathbf{m}_N$, η λύση $\mathbf{d} = \mathbf{0}$ είναι βέλτιστη εάν και μόνο εάν

$$\sum_{n=1}^{N-1}\lambda_n\mathbf{W}_n^\top\mathbf{e}_n - \lambda_N\mathbf{W}_N^\top\mathbf{e}_N \leq \mathbf{e}$$

όπου $\mathbf{W}_n$ είναι ο πίνακας που διαμορφώνεται από τα διανύσματα $\mathbf{w}_i$ των εναλλακτικών της κατηγορίας c_n

Προβλήματα Ταξινόμησης

Εναλλακτική Μοντελοποίηση

- Ορισμός: *Ένα μοντέλο που προκύπτει για κάποιο διάνυσμα* $\mathbf{\Lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_N)$ *θεωρείται αντίστοιχο του προφανούς μοντέλου της λύσης* **d=0** *που προκύπτει για κάποιο άλλο διάνυσμα* $\mathbf{\Lambda}'$, *εάν ταυτίζονται οι τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης για τα δύο μοντέλα*

- Εάν δεν υπάρχει διάνυσμα $\mathbf{z} \geq \mathbf{0}$, τέτοιο ώστε
$$\left(\overline{\mathbf{W}}_n - \overline{\mathbf{W}}_N\right)\mathbf{z} \geq s(N - n - 1) + 2\delta$$
για κάθε $\mathbf{n} = 1, \ldots, \mathbf{N} - 1$, τότε για οποιαδήποτε επιλογή των συντελεστών στάθμισης $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_N$, το μοντέλο θα είναι αντίστοιχο του προφανούς μοντέλου της λύσης $\mathbf{d} = \mathbf{0}$

- Ανταγωνιστική φύση πολυπλοκότητας-προσαρμογής:
  - Για κάθε μοντέλο που προσαρμόζεται απόλυτα στα δεδομένα του συνόλου αναφοράς ισχύει: $\mathbf{e}^{\mathrm{T}}\mathbf{d} \geq \theta^*$, όπου θ^* είναι η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για τη λύση $\mathbf{d} = \mathbf{0}$

Πειραματική Αξιολόγηση

Δεδομένα

- Ποσοτικά δεδομένα ομοιόμορφα κατανεμημένα μεταξύ 0 και 1
- Ποιοτικά δεδομένα πενταβάθμιας κλίμακας (διακριτή ομοιόμορφη κατανομή)
- Πλήθος κριτηρίων: 5, 10, 15
- Πλήθος εναλλακτικών: 1.500 στο σύνολο αναφοράς, 1.500 στο σύνολο ελέγχου

Πειραματική Αξιολόγηση
Δεδομένα

- Αξιολόγηση (κατάταξη, ταξινόμηση) των εναλλακτικών με μία προσθετική συνάρτηση

$$V(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{K} p_k v_k(x_k)$$

$$u_k(x_k) = \frac{1-\exp(x_k \gamma_k)}{1-\exp(\gamma_k)} \in [0, 1]$$

$$p_k \sim U(0, 1),\ \gamma_k \sim U(-8, 8)$$

- Εισαγωγή ασυνεπειών:
  - Κατάταξη: $V'(\mathbf{x}) = V(\mathbf{x}) + \varepsilon$, όπου $\varepsilon \sim N(0, \sigma/6), N(0, \sigma/3), N(0, \sigma/2)$
  - Ταξινόμηση: μεταβολή της ταξινόμησης στο 5%, 15%, 25% των περιπτώσεων

Πειραματική Αξιολόγηση
Παράγοντες

- Παράγοντες σχεδιασμού δεδομένων
  - Πλήθος κριτηρίων
  - Τύπος δεδομένων
  - Επίπεδο ασυνέπειας
  - Πλήθος κατηγοριών (ταξινόμηση, 2 και 3)
- 100 επαναλήψεις για κάθε συνδυασμό των παραπάνω παραγόντων
- Παράγοντες μεθόδων
  - Πλήθος υποδιαστημάτων (2, 4, 8)
  - Τρόπος προσδιορισμού των υποδιαστημάτων
    - Ίδιο πλήθος εναλλακτικών σε κάθε υποδιάστημα
    - Υποδιαστήματα ίδιου μεγέθους

Αποτελέσματα

Κατάταξη

	Factors	Levels	UTA-R	UTA	*p*-values
Kendall's τ	Criteria	5	0.7657*	0.7391	<0.01
		10	0.7652*	0.7511	<0.01
		15	0.7606*	0.7531	<0.01
	Data type	Continuous	0.7618*	0.7410	<0.01
		Discrete	0.7701*	0.7681	0.527
	Inconsistencies	Low	0.8725	0.8737*	<0.01
		Medium	0.7602*	0.7445	<0.01
		High	0.6588*	0.6252	<0.01
	Subintervals method	Equal size	0.7617*	0.7405	<0.01
		Equal volume	0.7618*	0.7415	<0.01
	Number of subintervals	2	0.7551*	0.7509	0.155
		4	0.7650*	0.7429	<0.01
		8	0.7652*	0.7291	<0.01

Αποτελέσματα

Κατάταξη

	Factors	Levels	UTA-R	UTA	*p*-values
MAE	Criteria	5	2.1629*	4.5707	<0.01
		10	1.2456*	1.5987	<0.01
		15	0.8818*	1.0260	<0.01
	Data type	Continuous	1.5225*	2.6519	<0.01
		Discrete	1.1528*	1.6383	<0.01
	Inconsistencies	Low	0.8183*	0.8763	<0.01
		Medium	1.4431*	2.4613	<0.01
		High	2.0288*	3.8579	<0.01
	Subintervals method	Equal size	1.5202*	2.7629	<0.01
		Equal volume	1.5249*	2.5410	<0.01
	Number of subintervals	2	1.7524*	1.8609	<0.01
		4	1.4178*	2.2968	<0.01
		8	1.3974*	3.7980	<0.01

Αποτελέσματα
Κατάταξη, ποιοτικά δεδομένα

	Factors	Levels	UTA-R	UTA	*p*-values
Kendall's τ	Criteria	5	0.7711*	0.7655	0.287
		10	0.7711*	0.7710	0.971
		15	0.7679	0.7679	1.000
	Inconsistencies	Low	0.8801	0.8831*	<0.01
		Medium	0.7658	0.7664*	0.410
		High	0.6643*	0.6549	<0.01
MAE	Criteria	5	1.7216*	2.9965	<0.01
		10	0.9981*	1.1230	<0.01
		15	0.7387*	0.7954	0.016
	Inconsistencies	Low	0.5434*	0.6225	0.119
		Medium	1.1761*	1.5122	<0.01
		High	1.7389*	2.7803	<0.01

Αποτελέσματα
Ταξινόμηση

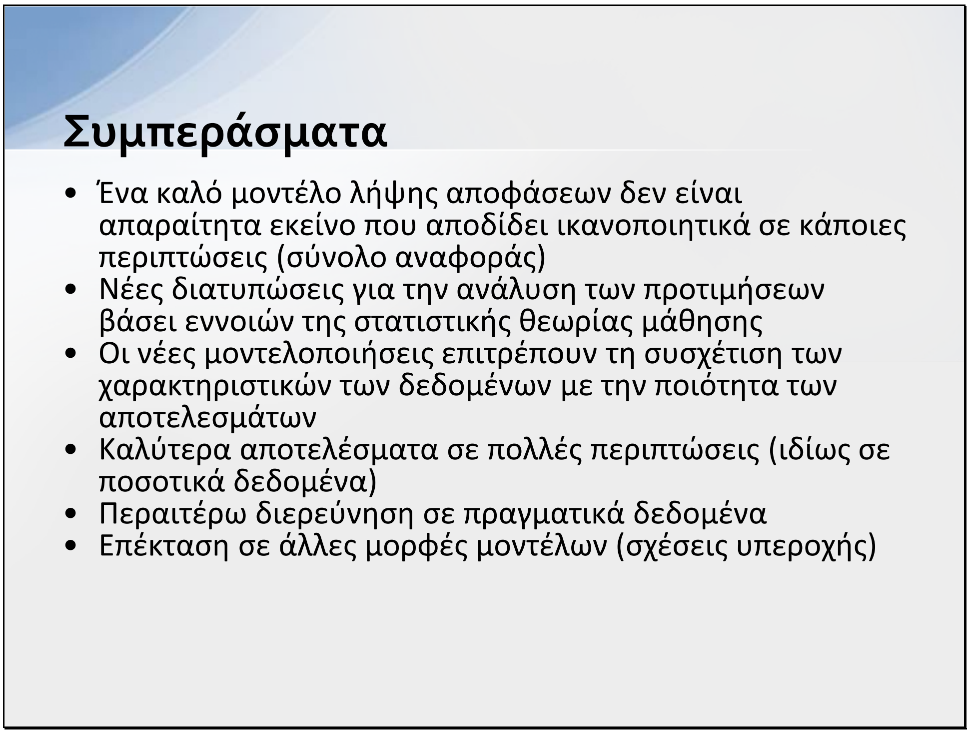
		Accuracy			Gini index		
Factors	Levels	UTADIS-R	UTADIS	*p*-values	UTADIS-R	UTADIS	*p*-values
Criteria	5	0.8038*	0.7876	<0.01	0.7124*	0.7004	<0.01
	10	0.8021*	0.7805	<0.01	0.7161*	0.6982	<0.01
	15	0.7941*	0.7770	<0.01	0.7112*	0.6959	<0.01
Data type	Continuous	0.7999*	0.7792	<0.01	0.7145*	0.6964	<0.01
	Discrete	0.8006*	0.7962	0.165	0.7053	0.7087*	0.527
Classes	2	0.8062*	0.7898	<0.01	0.6791*	0.6580	<0.01
	3	0.7938*	0.7735	<0.01	0.7473*	0.7383	<0.01
Inconsistencies	Low	0.9064*	0.9048	<0.01	0.8997*	0.8987	<0.01
	Medium	0.7966*	0.7762	<0.01	0.7112*	0.6962	<0.01
	High	0.6970*	0.6640	<0.01	0.5287*	0.4996	<0.01
Subintervals method	Equal size	0.7999*	0.7792	<0.01	0.7145*	0.6963	<0.01
	Equal volume	0.7999*	0.7793	<0.01	0.7146*	0.6945	<0.01
Number of subintervals	2	0.8001*	0.7849	<0.01	0.7154*	0.7046	<0.01
	4	0.8027*	0.7812	<0.01	0.7159*	0.6977	<0.01
	8	0.7970*	0.7717	<0.01	0.7124*	0.6868	<0.01

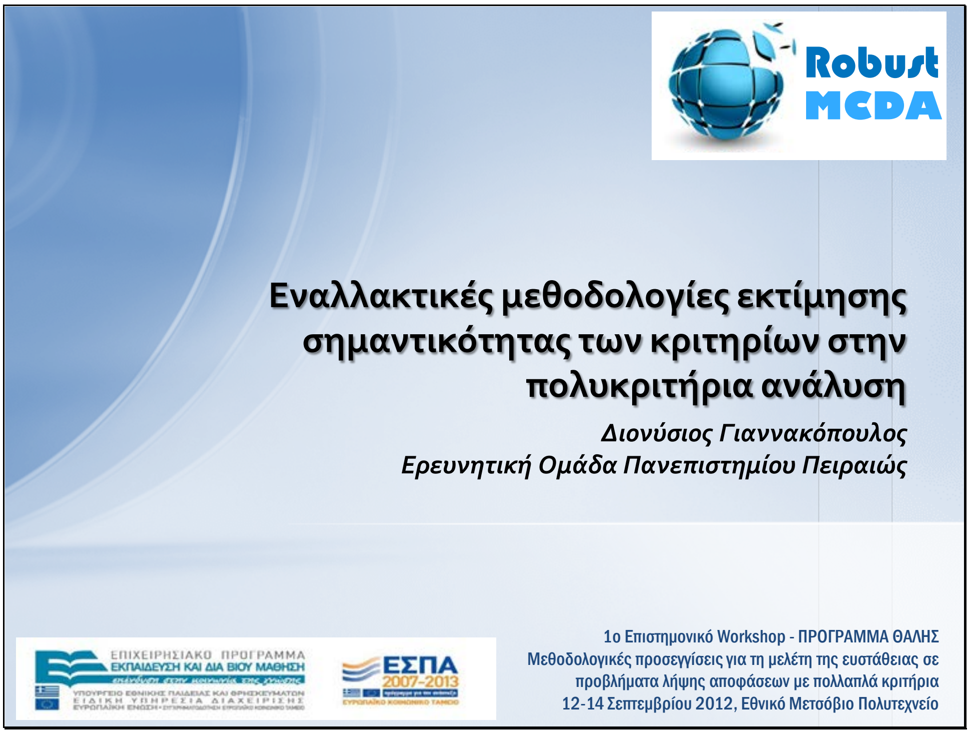
Αποτελέσματα
Ταξινόμηση

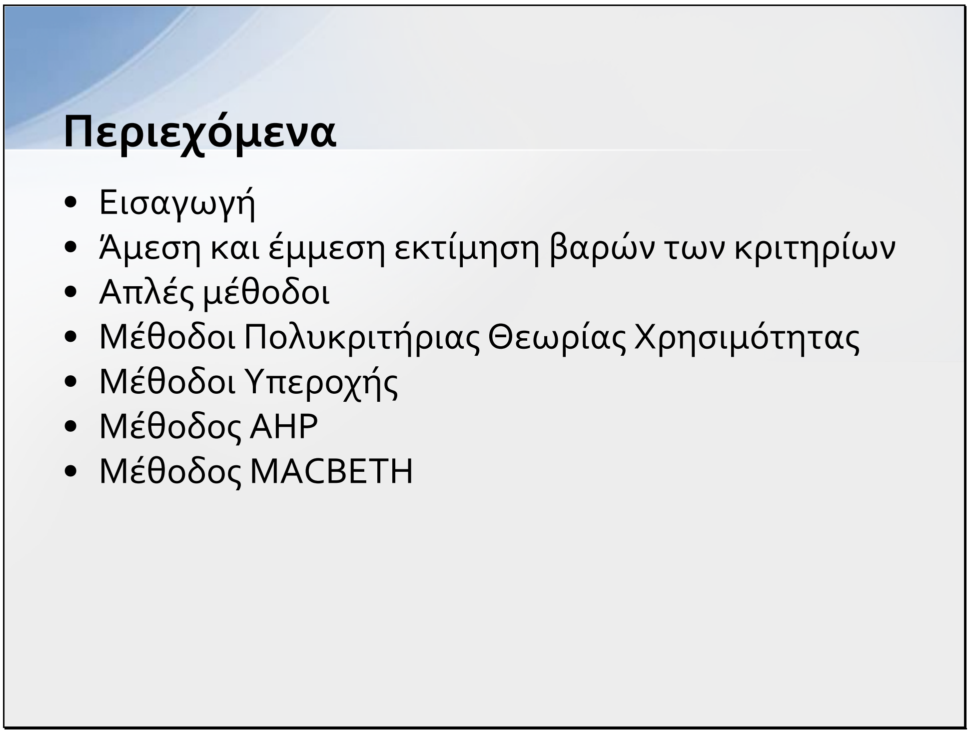
Factors	Levels	MAE UTADIS-R	UTADIS	p-values
Criteria	5	2.9940 *	4.2312	<0.01
	10	1.2149 *	1.7526	<0.01
	15	0.8824 *	1.1900	<0.01
Data type	Continuous	1.6903 *	2.4738	<0.01
	Discrete	1.7384 *	1.8959	0.028
Classes	2	2.1448 *	2.9945	<0.01
	3	1.2494 *	1.7880	<0.01
Inconsistencies	Low	1.1890 *	1.6163	<0.01
	Medium	1.6783 *	2.4553	<0.01
	High	2.2241 *	3.1022	<0.01
Subintervals method	Equal size	1.6891 *	2.4898	<0.01
	Equal volume	1.6914 *	2.4578	<0.01
Number of subintervals	2	1.6595 *	2.1891	<0.01
	4	1.5808 *	2.1261	<0.01
	8	1.8304 *	3.1063	<0.01

Αποτελέσματα
Ταξινόμηση, ποιοτικά δεδομένα

	Factors	Levels	UTADIS-R *	UTADIS *	p-values
Accuracy	Criteria	5	0.7922 *	0.8022	0.068
		10	0.8077 *	0.7951	0.020
		15	0.8018 *	0.7913	0.050
	Classes	2	0.8054	0.8003 *	0.236
		3	0.7957 *	0.7921	0.430
	Inconsistencies	Low	0.9104 *	0.9181	<0.01
		Medium	0.7944	0.7910 *	<0.01
		High	0.6968 *	0.6795	<0.01
Gini index	Criteria	5	0.6848 *	0.7114	<0.01
		10	0.7158	0.7083 *	0.424
		15	0.7152	0.7065 *	0.351
	Classes	2	0.6676	0.6715 *	0.646
		3	0.7429	0.7459 *	0.640
	Inconsistencies	Low	0.8972 *	0.9034	<0.01
		Medium	0.6982	0.7072 *	<0.01
		High	0.5203 *	0.5156	0.244
MAE	Criteria	5	3.6119 *	3.2058	0.016
		10	0.9620 *	1.5083	<0.01
		15	0.6413 *	0.9737	<0.01
	Classes	2	2.3425	2.3523 *	0.935
		3	1.1343 *	1.4395	<0.01
	Inconsistencies	Low	1.0023 *	0.9416	0.434
		Medium	1.8395	1.9173	0.506
		High	2.3734	2.8289	<0.01


Συμπεράσματα
• Ένα καλό μοντέλο λήψης αποφάσεων δεν είναι απαραίτητα εκείνο που αποδίδει ικανοποιητικά σε κάποιες περιπτώσεις (σύνολο αναφοράς)
• Νέες διατυπώσεις για την ανάλυση των προτιμήσεων βάσει εννοιών της στατιστικής θεωρίας μάθησης
• Οι νέες μοντελοποιήσεις επιτρέπουν τη συσχέτιση των χαρακτηριστικών των δεδομένων με την ποιότητα των αποτελεσμάτων
• Καλύτερα αποτελέσματα σε πολλές περιπτώσεις (ιδίως σε ποσοτικά δεδομένα)
• Περαιτέρω διερεύνηση σε πραγματικά δεδομένα
• Επέκταση σε άλλες μορφές μοντέλων (σχέσεις υπεροχής)


Robust MCDA
Εναλλακτικές μεθοδολογίες εκτίμησης σημαντικότητας των κριτηρίων στην πολυκριτήρια ανάλυση
Διονύσιος Γιαννακόπουλος
Ερευνητική Ομάδα Πανεπιστημίου Πειραιώς
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
ΕΣΠΑ 2007-2013
1ο Επιστημονικό Workshop - ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΘΑΛΗΣ
Μεθοδολογικές προσεγγίσεις για τη μελέτη της ευστάθειας σε προβλήματα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια
12-14 Σεπτεμβρίου 2012, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο


Περιεχόμενα
• Εισαγωγή
• Άμεση και έμμεση εκτίμηση βαρών των κριτηρίων
• Απλές μέθοδοι
• Μέθοδοι Πολυκριτήριας Θεωρίας Χρησιμότητας
• Μέθοδοι Υπεροχής
• Μέθοδος AHP
• Μέθοδος MACBETH

Εισαγωγή

- Τα βάρη των κριτηρίων διαδραματίζουν βασικό ρόλο κατά την μέτρηση των τιμών ολικής προτίμησης των εναλλακτικών σε πολλά μοντέλα πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων.
- Σκοπός της παρουσίασης είναι η ανασκόπηση των εναλλακτικών μεθοδολογιών εκτίμησης βαρών των κριτηρίων, δίνοντας έμφαση στους διαφορετικούς τύπους δεδομένων που απαιτούνται.

Άμεση και έμμεση εκτίμηση (1)

- Στην βιβλιογραφία τα βάρη των κριτηρίων μετριούνται άμεσα ή έμμεσα μέσω διαφόρων μεθόδων εκτίμησης.
- Συνήθεις τρόποι άμεσης εκτίμησης:
  - Κλίμακα εκφρασμένης σημαντικότητας.
  - Κατάταξη κριτηρίων.
  - Κατανομή ενός συνόλου βαθμών σημαντικότητας (10 ή 100) πάνω σε ένα σύνολο χαρακτηριστικών των εναλλακτικών.

Άμεση και έμμεση εκτίμηση (2)

- Στην άμεση μέτρηση της σημαντικότητας το επίπεδο σημαντικότητας φαίνεται να αντικατοπτρίζει τις άμεσες προτιμήσεις του αποφασίζοντα.
- Πολλοί ερευνητές τονίζουν ότι η άμεση μέτρηση μπορεί να παρέχει μόνο μερική αντίληψη της σημαντικότητας των παραγόντων.
- Βασική αρχή των προσεγγίσεων εκτιμώμενης σημαντικότητας:
  - Οι αποφασίζοντες μπορούν να παρέχουν πληροφορίες σχετικά με τις προτιμήσεις τους,
  - Οι αποφασίζοντες δεν μπορούν να καθορίσουν άμεσα τη σχετική σημαντικότητα των διαφορετικών κριτηρίων.

Απλές μέθοδοι (1)

- Η μέθοδος SMART (Simple Multi-Attribute Rating Technique) εξάγει τα βάρη σε 2 βήματα (von Winterfeldt and Edwards, 1986):
  - Βήμα 1: Κατάταξη των κριτηρίων ανάλογα με το πόσο επιθυμητή είναι η μεταβολή τους από τη χείριστη στη βέλτιστη επίδοση.
  - Βήμα 2: Εκτίμηση της σχετικής σημαντικότητας κάθε κριτηρίου σε σχέση με το τελευταίο σε κατάταξη κριτήριο.
- Το 2ο βήμα συνήθως ξεκινά με την ανάθεση 10 βαθμών στο λιγότερο σημαντικό κριτήριο.
- Οι σχετικές σημαντικότητες των υπολοίπων κριτηρίων εκτιμώνται δίνοντας παραπάνω από 10 βαθμούς σε κάθε ένα.
- Τα βάρη όλων των κριτηρίων κανονικοποιούνται ώστε να αθροίζουν στην μονάδα.

Απλές μέθοδοι (2)

- Στη μέθοδο SWING (von Winterfeldt and Edwards, 1986) ο αποφασίζοντας θεωρεί αρχικά μια υποθετική εναλλακτική που έχει χείριστες επιδόσεις σε όλα τα κριτήρια.
- Ο αποφασίζοντας κατατάσσει τα κριτήρια ανάλογα με το πόσο επιθυμητή είναι η μεταβολή από τη χείριστη στη βέλτιστη επίδοση.
- Αναθέτει 100 βαθμούς στο κριτήριο του οποίου την απόδοση επιθυμεί περισσότερο να αλλάξει από το χείριστο στο βέλτιστο επίπεδο (περισσότερο σημαντικό κριτήριο).
- Επιλέγει διαδοχικά τα επόμενα κριτήρια και αναθέτει λιγότερους βαθμούς.
- Τα βάρη όλων των κριτηρίων κανονικοποιούνται ώστε να αθροίζουν στην μονάδα.

Πολυκριτήρια θεωρία χρησιμότητας (1)

- Σκοπός της πολυκριτήριας θεωρίας χρησιμότητας (MAUT) είναι η μοντελοποίηση και αναπαράσταση του συστήματος αξιών που ακολουθεί ο αποφασίζοντας, μέσω μιας συνάρτησης χρησιμότητας *U(x)*.
- Η συνάρτηση χρησιμότητας εκφράζεται βάσει του συνόλου των κριτηρίων αξιολόγησης. Ουσιαστικά, εξάγεται ένα σκορ για κάθε εναλλακτική, βάσει της επίδοσής της σε κάθε κριτήριο και του βάρους του κριτηρίου.
- Αν οι εναλλακτικές είναι αμοιβαία προτιμησιακά ανεξάρτητες, μπορεί να χρησιμοποιηθεί μια προσθετική συνάρτηση αξιών για την εκτίμηση των σκορ των εναλλακτικών (Keeney and Raiffa, 1976):

$$U(x) = \sum_{i=1}^{n} w_i u_i(x_i)$$

Πολυκριτήρια θεωρία χρησιμότητας (2)

- Τα βάρη w_i υποδεικνύουν την **παραχώρηση (trade-off)** που είναι διατεθειμένος να κάνει ο αποφασίζων σε ένα κριτήριο αξιολόγησης προκειμένου να βελτιώσει κατά μια μονάδα κάποιο άλλο κριτήριο αξιολόγησης.
- Οι παραχωρήσεις θεωρούνται ότι είναι σταθερές και δεν επηρεάζονται από τις επιδόσεις των εναλλακτικών στα εξεταζόμενα κριτήρια.
- Ο Ting (1971) απέδειξε το ακόλουθο θεώρημα:
  Έστω *F* το σύνολο των κριτηρίων και *K* ένα υποσύνολο του F. Το *K* είναι προτιμησιακά ανεξάρτητο στο F αν και μόνο αν

$$\frac{\partial w_{ij}}{\partial g_k} = 0 \quad \forall i, j \in K, \forall k \in F \setminus K$$

Η μέθοδος TRADEOFF

- Η διαδικασία TRADEOFF (Keeney and Raiffa, 1976) ξεκινά αφού έχουν ήδη προσδιοριστεί οι συναρτήσεις μερικών χρησιμοτήτων των εναλλακτικών.
- Ο αποφασίζοντας συγκρίνει δύο υποθετικές εναλλακτικές *(x, y)* που διαφέρουν μόνο σε δύο κριτήρια *(1,2)* μεταξύ των οποίων είναι αδιάφορος.
- Από την δήλωση αδιαφορίας προκύπτει μια εξίσωση της μορφής:

$$w_1 u_1(x_1) + w_2 u_2(x_2) = w_1 u_1(y_1) + w_2 u_2(y_2)$$

- Από τις n-1 εξισώσεις αδιαφορίας και τον περιορισμό κανονικοποίησης των βαρών προκύπτει ένα σύστημα n εξισώσεων για την επίλυση των n βαρών

Η μέθοδος UTA

- Η μέθοδος UTA (Jacquet-Lagreze and Siskos, 1978, 1982) οδηγεί στην ανάπτυξη μιας προσθετικής συνάρτησης χρησιμότητας, δεδομένου ενός συνόλου εναλλακτικών οι οποίες έχουν καταταχθεί από τον αποφασίζοντα από τις καλύτερες προς τις χειρότερες.
- Τα βάρη των κριτηρίων καθορίζονται ως παράμετροι της προς εκτίμησης συνάρτησης, προκειμένου να είναι όσο πιο συνεπής γίνεται με γνωστές υποκειμενικές κρίσεις σχετικά με τις εναλλακτικές.
- Ουσιαστικά ο καθορισμός της μορφής της συνάρτησης και των βαρών των κριτηρίων πραγματοποιείται από την ίδια τη μέθοδο, χωρίς άμεση παρέμβαση του αποφασίζοντα πέρα από την αρχική κατάταξη των εναλλακτικών.

Θεωρία Σχέσεων Υπεροχής

- Η σχέση υπεροχής είναι μια διμερής σχέση η οποία επιτρέπει την εκτίμηση της ισχύος της υπεροχής μιας εναλλακτικής *x* έναντι μιας άλλης εναλλακτικής *x΄*.
- Η ανάπτυξη της σχέσης υπέροχης βασίζεται σε πληροφορίες που παρέχει ο ίδιος ο αποφασίζων, και στην πλειοψηφία των περιπτώσεων αφορούν:
  - Τα βάρη των κριτηρίων αξιολόγησης.
  - Τα κατώφλια προτίμησης, αδιαφορίας και βέτο.
- Τα βάρη των κριτηρίων είναι θετικοί πραγματικοί αριθμοί που αθροίζουν στη μονάδα.
- Σε αντίθεση με την MAUT στην θεωρία των σχέσεων υπεροχής τα βάρη των κριτηρίων δεν υποδηλώνουν βαθμούς παραχώρησης. Αντίθετα υποδηλώνουν την ισχύ κάθε κριτηρίου σε μια διαδικασία ψηφοφορίας μεταξύ των κριτηρίων.

Μέθοδοι ELECTRE

- Στις μεθόδους ELECTRE (Roy, 1968; Roy and Bertier, 1973; Roy, 1978) η ανάπτυξη της σχέσης υπεροχής βασίζεται στον προσδιορισμό δεικτών συμφωνίας και ασυμφωνίας για κάθε ζεύγος εναλλακτικών.
- Οι μέθοδοι ELECTRE απαιτούν κάποια ποσοτικοποίηση της σημαντικότητας των κριτηρίων ως δεδομένα εισόδου, αλλά δεν ασχολούνται με τον εκτενή καθορισμό των βαρών.
- Οι Choo et al. (1999) προτείνουν την εξαγωγή πληροφοριών για την κατάταξη των κριτηρίων μέσω ερωτήσεων του τύπου:

  ‘Διατηρώντας τα σκορ σε όλα τα άλλα κριτήρια σταθερά, μια μεταβολή στο κριτήριο C_q ίση με το κατώφλι υπεροχής του είναι μεγαλύτερης, μικρότερης ή ίσης σημαντικότητας σε σύγκριση με μια μεταβολή στο κριτήριο C_k ίση με το κατώφλι υπεροχής του;’

Μέθοδος PROMETHEE

- Στην μέθοδο PROMETHEE (Brans and Vincke, 1985) η ανάπτυξη της σχέσης υπεροχής βασίζεται στον προσδιορισμό του δείκτη προτίμησης για κάθε ζεύγος εναλλακτικών.
- Τα βάρη των κριτηρίων εξάγονται και πάλι από τον αποφασίζοντα, όμοια με τις μεθόδους ELECTRE.
- Ο Brans πρότεινε την χρήση διαστημάτων των πιθανών βαρών, για τις περιπτώσεις όπου ο αποφασίζοντας δεν μπορεί ή δεν θέλει να δώσει ακριβή βάρη στα κριτήρια.
- Με τον παραπάνω τρόπο η PROMETHEE VI μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να υποδείξει εάν ένα πρόβλημα είναι ‘soft’ (ο άξονας απόφασης παραμένει στην ίδια κατεύθυνση για διαφορετικές τιμές των βαρών μέσα στα διαστήματα) ή ‘hard’ (είναι πιθανή η ύπαρξη αντίθετων κατευθύνσεων, ανάλογα με τις τιμές των βαρών) .

AHP (Analytic Hierarchy Process)

- Στην μέθοδο AHP (Saaty, 1980) ο καθορισμός των βαρών γίνεται μέσω της δημιουργίας ενός πίνακα διμερών συγκρίσεων.
- Ο αποφασίζοντας συγκρίνει τη σημαντικότητα δυο κριτηρίων κάθε φορά σύμφωνα με την ερώτηση: 'Ποιο από τα δύο κριτήρια είναι πιο σημαντικό και κατά πόσο;'
- Για την ισχύ της σχέσης χρησιμοποιείται μια ακέραια κλίμακα από 1-9, όπου κάθε ακέραιος αντιστοιχεί σε μια ποιοτική περιγραφή της ισχύος.
- Οι διμερείς συγκρίσεις πραγματοποιούνται ανάμεσα σε όλα τα ***n(n-1)/2*** ζεύγη των κριτηρίων.
- Τα βάρη προκύπτουν συνήθως από την μέγιστη ιδιοτιμή του πίνακα διμερών συγκρίσεων.

AHP (Analytic Hierarchy Process)

- Ουσιαστικά σε κάθε επίπεδο του πολυκριτήριου προβλήματος (κριτήρια, υποκριτήρια) υπολογίζεται ένας πίνακας **Φ** *nxn* με τα αποτελέσματα των συγκρίσεων.
- Αν όλες οι συγκρίσεις είναι συνεπείς μεταξύ τους, τότε το διάνυσμα των βαρών *w* ενός επιπέδου υπολογίζεται μέσω επίλυσης του ακόλουθου συστήματος γραμμικών εξισώσεων:

$$\Phi \cdot w = n \cdot w$$

- *Αν ο πίνακας Φ περιέχει ασυνέπειες γίνεται εκτίμηση των πραγματικών σχετικών βαρών βάσει της σχέσης:*

$$\hat{\Phi} \cdot \hat{w} = \lambda_{\max} \cdot \hat{w}$$

MACBETH (Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation TecHnique)

- Η μέθοδος MACBETH (Bana e Costa and Vansnick, 1994) προτείνει μια απλή διαδικασία ερωτήσεων για την πραγματοποίηση αλληλεπιδραστικής ποσοτικοποίησης των βαρών των κριτηρίων.
- Ο αποφασίζων πραγματοποιεί διμερείς λεκτικές εκτιμήσεις της διαφοράς της σημαντικότητας ανάμεσα στα ζεύγη των κριτηρίων.
- Ο αποφασίζοντας αρχικά κατατάσσει τα κριτήρια κατά φθίνουσα σημαντικότητα.
- Έπειτα ερωτάται ως προς την ταξινόμηση κάθε διμερούς σύγκρισης σε μια από τις 6 προκαθορισμένες κατηγορίες (C1/αμελητέα διαφορά σημαντικότητας έως C6/ακραία διαφορά σημαντικότητας).
- Χρησιμοποιείται μια σειρά από 4 γραμμικά προγράμματα για την εκτίμηση των βαρών των κριτηρίων και τον εντοπισμό πιθανών πηγών ασυνεπειών.

Συμπεράσματα (1)

- Ένα βασικό στοιχείο κατά την ανάπτυξη ενός μοντέλου πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων για την επιλογή, κατάταξη, ταξινόμηση ή περιγραφή εναλλακτικών είναι η μέθοδος εκτίμησης των βαρών των κριτηρίων απόφασης.
- Τα βάρη εξαρτώνται άμεσα από τη μέθοδο εξαγωγής τους (Shoemaker and Waid, 1982).
- Δεν μπορεί να ειπωθεί με βεβαιότητα ποια μέθοδος παρέχει περισσότερο ακριβή αποτελέσματα αφού τα πραγματικά βάρη παραμένουν άγνωστα ή σε πολλές προσεγγίσεις καθορίζονται ως παράμετροι μέσα στο χρησιμοποιούμενο μοντέλο.

Συμπεράσματα (2)

- Οι μεθοδολογίες εκτίμησης βαρών μπορούν να ομαδοποιηθούν, ανάλογα με την κατηγορία στην οποία ανήκουν, σε άμεσες και έμμεσες τεχνικές εκτίμησης.
- Παρά τις ασυνέπειες που συχνά εμφανίζονται ανάμεσα στα βάρη που προκύπτουν από έμμεση και άμεση εκτίμηση, η συγκριτική ανάλυσή τους μπορεί να δώσει πρόσθετες πληροφορίες.
- Μια δεύτερη ομαδοποίηση μπορεί να γίνει σύμφωνα με το είδος πληροφοριών που απαιτείται για την εξαγωγή των βαρών:
  - Απόδοση σημαντικότητας
  - Κατάταξη κριτηρίων
  - Κατανομή ενός συνόλου βαθμών σημαντικότητας
  - Πληροφορίες προτίμησης των εναλλακτικών (κατάταξη εναλλακτικών ή πραγματοποίηση διμερών συγκρίσεων)
  - Συνδυασμοί των παραπάνω

Συμπεράσματα (3)

- Πιθανή επέκταση μπορεί να αποτελέσει η παραγωγή σετ δεδομένων με τη βοήθεια προσομοίωσης και η εφαρμογή διαφορετικών εναλλακτικών προσεγγίσεων εκτίμησης των βαρών.
- Μέσω του παραπάνω πειράματος μπορεί να ελεγχθεί η σύγκλιση των βαρών που προκύπτουν από διαφορετικές εναλλακτικές προσεγγίσεις.

Robust MCDA

Αλγόριθμοι μεταβελτιστοποίησης σε γραμμικά συστήματα

Νίκος Τσότσολας
Ερευνητική Ομάδα Πανεπιστημίου Πειραιώς

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
ΕΣΠΑ 2007-2013

1ο Επιστημονικό Workshop - ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΘΑΛΗΣ
Μεθοδολογικές προσεγγίσεις για τη μελέτη της ευστάθειας σε προβλήματα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια
12-14 Σεπτεμβρίου 2012, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Η έννοια της ευστάθειας - μεταβελτιστοποίησης

- Στο πλαίσιο ενός γενικότερου προβληματισμού, ο Roy (2008) αποδίδει στην ευστάθεια ένα ρόλο εργαλείου αντίστασης των αναλυτών στα φαινόμενα των «προσεγγίσεων» και των «ζωνών άγνοιας» προκειμένου εκείνοι να προστατευθούν από ενδεχόμενες αρνητικές επιπτώσεις των αποφάσεων.
- Είναι επομένως επιβεβλημένο, οι αναλυτές να λάβουν υπ' όψη ότι οι αποφάσεις που προσπαθούν να υποστηρίξουν θα είναι:
  - υλοποιήσιμες μέσα σε ένα πραγματικό περιβάλλον το οποίο δεν μπορεί να είναι αυστηρά συμβατό με το μοντέλο
  - αξιολογήσιμες αναφορικά με ένα σύστημα αξιών το οποίο δεν θα είναι απαραίτητα σε πλήρη συμφωνία με εκείνο που θα έχει χρησιμοποιηθεί για τη σύλληψη και διαχείριση του μοντέλου.

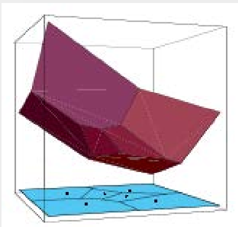
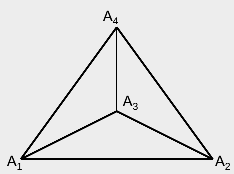
τυπική αναπαράσταση vs βιωματική πραγματικότητα

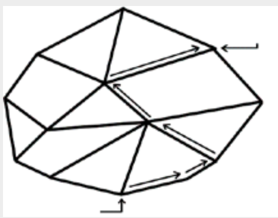
Ανάγκη μεταβελτιστοποίησης στο ΓΠ

- Η αντιμετώπιση ενός προβλήματος με τη μέθοδο του γραμμικού προγραμματισμού δεν τελειώνει με το προσδιορισμό της βέλτιστης λύσης. Η απλή επίλυση-εύρεση της βέλτιστης λύσης, με εφαρμογή της μεθόδου Simplex, προσκρούει στις εξής παρακάτω κριτικές:
  - Ένας σημαντικός αριθμός δραστηριοτήτων (μεταβλητών απόφασης) μπορεί να μείνει εκτός βάσης, οπότε να αγνοηθούν.
  - Η αποκαλούμενη «βέλτιστη λύση» θεωρείται συχνά ότι είναι μια λύση προνομιούχα, απομονωμένη από κάθε γειτονική της λύση, χωρίς αυτό να είναι κοινά αποδεκτή θέση από τον κόσμο της επιχείρησης.
  - Κατά τη διαμόρφωση του προβλήματος γίνονται ορισμένες παραδοχές, ανάμεσα στις οποίες είναι και η προϋπόθεση των ντετερμινιστικών συντελεστών. Οι αριθμητικοί αυτοί συντελεστές είναι συνήθως:
    - στοιχεία λογιστικών καταλόγων (μοναδιαίο κέρδος ή κόστος, ποσότητες πρώτης ύλης, …)
    - αποτελέσματα ειδικών τεχνικών αναλύσεων (χρόνος κατασκευής, χημικής αντίδρασης, …)
    - στοιχεία δημοσκοπήσεων ή ερευνών αγοράς (προτιμήσεις των καταναλωτών, κατώτερα ή ανώτερα φράγματα ζήτησης, …).

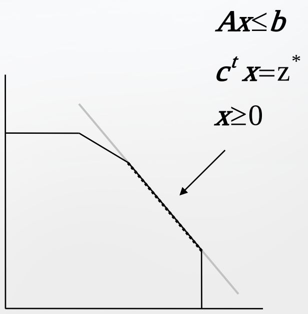
Ανάγκη μεταβελτιστοποίησης στο ΓΠ

- Ο Γραμμικός Προγραμματισμός μπορεί να συσχετισθεί άμεσα με τη γεωμετρία και τη θεωρία γραφημάτων.
- Ως προς τη γεωμετρία η συσχέτιση έγκειται στο γεγονός ότι ένα σύστημα ανισοτήτων (περιορισμοί του ΓΠ) ορίζουν ένα κυρτό υπερπολύεδρο (το οποίο τις περισσότερες φορές είναι φραγμένο). Ένα γραμμικό σύστημα n μεταβλητών μπορεί να αναπαρασταθεί από ένα κυρτό πολύεδρο n-διαστάσεων.
- Σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση η αναζήτηση των λύσεων του ΓΠ ισοδυναμεί με την μετάβαση από μία κορυφή του υπερπολυέδρου στην άλλη. Με άλλα λόγια οι βασικές εφικτές λύσεις του ΓΠ αντιστοιχούν στις κορυφές του υπερπολυέδρου.

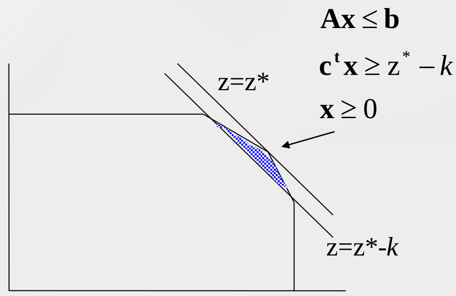





Πολλαπλές και σχεδόν βέλτιστες λύσεις



Πολλαπλές Βέλτιστες Λύσεις



Σχεδόν Βέλτιστες Λύσεις

Εύρεση κορυφών - λύσεων κυρτών πολυέδρων

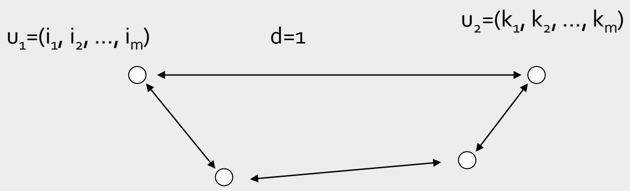
- Κατηγορίες αλγορίθμων εύρεσης λύσεων κατά την ανάλυση μεταβελτιστοποίησης στον ΓΠ:
  - Αναλυτικοί αλγόριθμοι που υπόσχονται πλήρη αναζήτηση όλων των βασικών εφικτών λύσεων ενός υπερπολυέδρου. Εντός της πρώτης αυτής κατηγορίας συναντάμε δύο υποκατηγορίες αλγορίθμων.
    - Περιστροφικές μέθοδοι (pivoting) που βασίζονται στη φιλοσοφία της Simplex του Dantzig.
    - Μη-περιστροφικές μέθοδοι που δε χρησιμοποιούν τη προσέγγιση της Simplex αλλά χρησιμοποιούν αποκλειστικά στοιχεία της θεωρίας της γεωμετρίας βασιζόμενες στις ιδιότητες των τομών μεταξύ υπερεπιπέδων και υπερπολυέδρων.
  - Ευρετικοί αλγόριθμοι που δεν σκοπεύουν στην εύρεση όλων των βασικών δυνατών λύσεων ενός υπερπολυέδρου αλλά ενός αντιπροσωπευτικού συνόλου αυτών με χρήση διαφόρων προσεγγίσεων.

Αλγόριθμος του Tarry

- Η διαχείριση πολλαπλών ή σχεδόν βέλτιστων λύσεων μπορεί να θεωρηθεί ως μια ειδική περίπτωση του κλασικού «προβλήματος του λαβύρινθου» που συναντάται στη θεωρία γραφημάτων.
- Ένα κυρτό υπερπολύεδρο μπορεί να αναπαρασταθεί από ένα συνεκτικό γράφημα (V,U) όπου V είναι το σύνολο των κόμβων (κορυφών) και U το σύνολο των τόξων που συνδέουν τους κόμβους, και που μπορούμε να τα διαβούμε ακολουθώντας τα βήματα της Simplex. Έτσι, δύο κόμβοι είναι γειτονικοί αν αντιστοιχούν σε δύο βάσεις τις Simplex που διαφέρουν κατά μία και μόνη μεταβλητή.
- «Φτάνοντας σε μία κορυφή, ακολουθήστε υποχρεωτικά μία ακμή που έχει ένα ή κανένα σημάδι και μόνο κατά την περίπτωση που δεν υπάρχει καμία τέτοια ακμή ακολουθήστε την ακμή που έχει τρία σημάδια.» (Tarry, 1895)

Ο αλγόριθμος των Manas - Nedoma

- Το V (σύνολο των κόμβων του γραφήματος) περιέχει διανύσματα διάστασης m των οποίων τα στοιχεία είναι ακέραιοι αριθμοί (δείκτες των βάσεων της Simplex) $υ=(i_1, i_2, ..., i_m)$ με $1 \le i_j \le m$, $j=1,2,\ldots,m$.
- Δύο διαφορετικοί κόμβοι $υ_1=(i_1, i_2, ..., i_m)$ και $υ_2=(k_1, k_2, ..., k_m)$ απέχουν μεταξύ τους κατά μία απόσταση $d \le m$ αν d ακριβώς στοιχεία του $υ_2$ είναι διαφορετικά από αυτά του $υ_1$. Οι $υ_1$ και $υ_2$ είναι γειτονικές εφόσον έχουν d=1
- Ένα τόξο $(υ_1, υ_2) \in U$ αν και μόνο αν $υ_1$ και $υ_2$ είναι γειτονικοί. Οι γειτονικοί κόμβοι του $υ_i$ απαρτίζουν το σύνολο $N(υ_i)$



Γράφημα (V,U)

Η μέθοδος της αντίστροφης simplex

- Η μέθοδος της Αντίστροφης Simplex (Simplex Inverse) παρουσιάστηκε από τον Van de Panne (1975) ο οποίος παρατήρησε ότι κάθε επανάληψη του αλγορίθμου Simplex είναι αντιστρέψιμη αντικαθιστώντας το ρόλο της μεταβλητής που εισέρχεται στη βάση με το ρόλο της μεταβλητής που εξέρχεται.
- Με άλλα λόγια, αν σε μία βάση της Simplex εισαχθεί η μεταβλητή x_j στη θέση της μεταβλητής x_{Br}, κατά την εκτέλεση της Αντίστροφης Simplex εισάγεται η x_{Br} στη θέση της x_j. Ακολουθώντας αυτή τη διαδικασία μειώνουμε την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης z κατά μία ποσότητα ίση με αυτή κατά την οποία αυξήθηκε η z όταν πραγματοποιήσαμε το βήμα της Simplex.
  - Για τη δημιουργία του υπερπολυέδρου των μεταβέλτιστων λύσεων προστίθεται ένας νέος περιορισμός: $z–Y = z^*–k$, όπου Y η μεταβλητή απόκλισης που λαμβάνει τιμές θετικές ή μηδέν.
  - Κατά την $1^η$ φάση της μεθόδου εξετάζονται όλες οι κορυφές που δίνουν Y >0 και κατά τη 2η φάση όλες οι κορυφές που δίνουν Y=0.

Μια ρεαλιστική προσέγγιση

- Το βασικό μειονέκτημα της μεθόδου της Αντίστροφης Simplex είναι οι μεγάλες απαιτήσεις σε μνήμη ώστε να αποθηκεύονται στον υπολογιστή όλοι οι πίνακες Simplex που παράγονται κατά την εκτέλεση της πρώτης φάσης της μεθόδου.
- Η εφαρμογή του αλγορίθμου των Manas και Nedoma απαιτεί την πραγματοποίηση μεγάλου αριθμού υπολογισμών αλλαγής βάσης της Simplex.
- Ο όρος «ρεαλιστική προσέγγιση» ισοδυναμεί με την εφαρμογή ενός αλγορίθμου εύρεσης των πολλαπλών ή των ημιβέλτιστων λύσεων ενός γραμμικού προγράμματος, που θα έχει τα εξής χαρακτηριστικά:
  - ορθή διαχείριση της μνήμης του υπολογιστή
  - περιορισμό του όγκου των απαιτούμενων υπολογισμών
  - εύρεση, αν όχι όλων, τότε όσο το δυνατόν περισσότερων πολλαπλών ή ημιβέλτιστων λύσεων

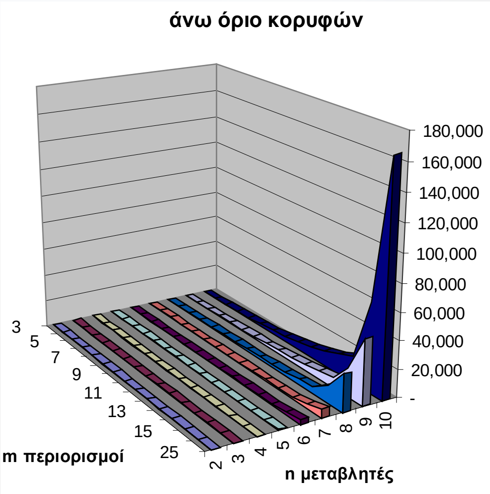
Ένας ευρετικός αλγόριθμος

- Ο αριθμός των κορυφών του υπερπολυέδρου των πολλαπλών ή σχεδόν βέλτιστων λύσεων είναι συχνά μεγάλος και η εξαντλητική αναζήτησή τους απαιτεί τεράστιο υπολογιστικό φόρτο. Οι ευρετικές μέθοδοι προσφέρουν μια πολύ καλή διέξοδο στο πρόβλημα αναζήτησης των χιλιάδων λύσεων που πολλές φορές είναι ουσιαστικά αδιάφορες για τον αναλυτή.
- Συχνότερα μπορεί να ενδιαφέρεται μόνο για τις πληροφορίες εκείνες που θα τον βοηθήσουν να εξετάσει την ευστάθεια της βέλτιστης λύσης μας ή τη στατιστική διασπορά των υπολοίπων λύσεων. Για παράδειγμα σύμφωνα με τον Siskos (1984) η ανάλυση ευστάθειας μπορεί να πραγματοποιηθεί με την επίλυση γραμμικών προγραμμάτων (γ.π.) του τύπου:

$$\begin{cases} [\max] \text{ ή } [\min]\psi = \sum_{j=1}^{n} p_j x_j \\ \quad \upsilon.\pi. \\ \mathbf{Ax} \le \mathbf{b} \\ \boxed{\mathbf{c}^t\mathbf{x} \ge z^* - k} \\ \mathbf{x} \ge 0 \end{cases}$$

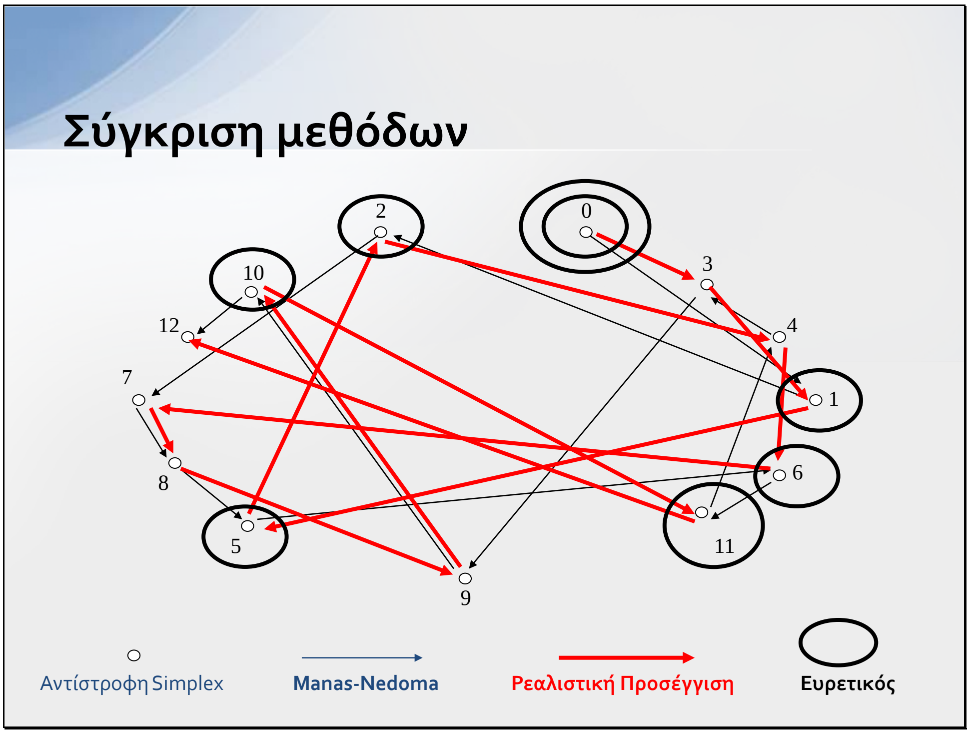
Οι συντελεστές του νέου περιορισμού στον επαυξημένο βέλτιστο πίνακα Simplex είναι οι αντίθετες τιμές των καθαρών οριακών εισοδημάτων του βέλτιστου πίνακα.

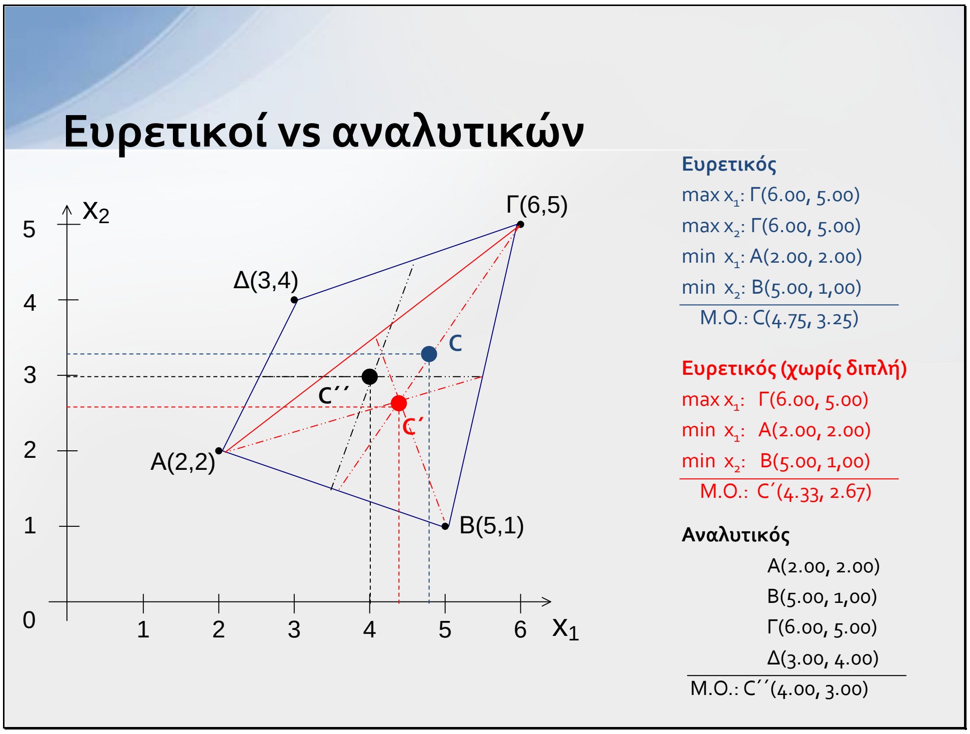
Αριθμός μεταβέλτιστων λύσεων



$$\bar{r} = \binom{n+m-\operatorname{int}\left(\frac{n+1}{2}\right)}{m} + \binom{n+m-\operatorname{int}\left(\frac{n+2}{2}\right)}{m}$$

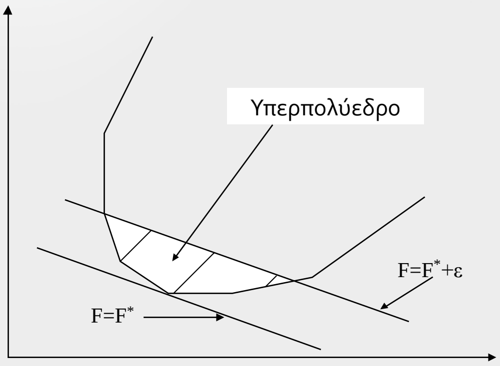
	n		
m	**5**	**50**	**1000**
10	132	3.15E+08	5.94E+20
20	462	4.93E+12	1.16E+36
50	2652	7.01E+19	6.58E+71
1000	1003002	9.12E+49	#NUM!
5000	25015002	2.06E+67	#NUM!


Σύγκριση μεθόδων
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
Αντίστροφη Simplex
Manas-Nedoma
Ρεαλιστική Προσέγγιση
Ευρετικός


Ευρετικοί vs αναλυτικών
X2
X1
0
1
2
3
4
5
6
Γ(6,5)
Δ(3,4)
A(2,2)
B(5,1)
C
C΄
C΄΄
Ευρετικός
max x1: Γ(6.00, 5.00)
max x2: Γ(6.00, 5.00)
min x1: A(2.00, 2.00)
min x2: B(5.00, 1,00)
M.O.: C(4.75, 3.25)
Ευρετικός (χωρίς διπλή)
max x1: Γ(6.00, 5.00)
min x1: A(2.00, 2.00)
min x2: B(5.00, 1,00)
M.O.: C΄(4.33, 2.67)
Αναλυτικός
A(2.00, 2.00)
B(5.00, 1,00)
Γ(6.00, 5.00)
Δ(3.00, 4.00)
M.O.: C΄΄(4.00, 3.00)

Ανάλυση μεταβελτιστοποίησης στη MUSA

- Δεδομένου ότι χρησιμοποιούνται τεχνικές γ.π. για την εκτίμηση της μαθηματικής συνάρτησης αξιών στη MUSA υπάρχει ανάγκη για ανάλυση μεταβελτιστοποίησης.
- Οι μεταβέλτιστες λύσεις θα αναζητούνται στο παρακάτω υπερπολύεδρο το οποίο οριοθετείται από τους περιορισμούς του αρχικού προβλήματος και από τον νέο περιορισμό: $F \leq F^* + \varepsilon$, όπου F^* η βέλτιστη λύση του αρχικού προβλήματος και ε μία μικρή (πρακτικά αμελητέα) προκαθορισμένη θετική ποσότητα



Εναλλακτικές ευρετικές προσεγγίσεις ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης της MUSA

Ονομασία Μοντέλου	Περιγραφή	Αντικειμενική Συνάρτηση	Αριθμός γ.π. ανάλυσης μετα/ποιησης	Αρθμός περιορισμών	Αριθμός Μεταβλητών
Γενικευμένο MUSA	Μεγιστοποίηση Βαρών	$[\max]F' = b_i$	n	M+3	$2 * M + (\alpha - 1) + \sum_{i=1}^{n} (\alpha_i + 1)$
MUSA I	Μεγιστοποίηση Ελαχιστοποίηση Βαρών	$[\max]F' = b_i$ $[\min]F' = b_i$	2*n	M+3	$2 * M + (\alpha - 1) + \sum_{i=1}^{n} (\alpha_i + 1)$
MUSA II	Μεγιστοποίηση κατωφλίων προτίμησης	$[\max]F' = \gamma$ $[\max]F' = \gamma_i$	n+1	M+3	$2 * M + \alpha + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i$
MUSA III	Μεγιστοποίηση βημάτων αύξησης	$[\max]F' = z_m$ $[\max]F' = w_{ik}$	$(\alpha - 1) + \sum_{i=1}^{n} (\alpha_i + 1)$	M+3	$2 * M + (\alpha - 1) + \sum_{i=1}^{n} (\alpha_i + 1)$
MUSA IV	Ελαχιστοποίηση διακύμανσης σφαλμάτων	$[\min]F' = m_e$	1	3*M+3	$2 * M + \alpha + \sum_{i=1}^{n} (\alpha_i + 1)$

Έλεγχος αξιοπιστίας στη MUSA

Η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων που παράγονται από την εφαρμογή κάποιου από τα παραπάνω μοντέλα της MUSA σχετίζεται με τα ακόλουθα σημεία:

- βαθμός προσαρμογής του μοντέλου στα δεδομένα του προβλήματος αξιολόγησης της ικανοποίησης πελατών:
  - μέσος δείκτης προσαρμογής: $AFI = 1 - F^{*} / 100 \cdot M$
  - δείκτης επιπέδου ολικής πρόβλεψης: $OPL = \sum_{m_1=1}^{\alpha} N_{m_1 m_1} \Big/ \sum_{m_1=1}^{\alpha} \sum_{m_2=1}^{\alpha} N_{m_1 m_2}$
- ευστάθεια των αποτελεσμάτων της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης:
  - μέσος δείκτης ευστάθειας: $ASI = 1 - \frac{1}{n_{cr}} \frac{\sum_{i=1}^{n_{cr}} \sqrt{\left(n_{sol} \left(\sum_{j=1}^{n_{sol}} \left(b_i^j \right)^2 \right) - \left(\sum_{j=1}^{n_{sol}} b_i^j \right)^2 \right)}}{\frac{n_{sol}}{n_{cr}} 100 \sqrt{\left(n_{cr} - 1 \right)}}$
  - εύρος διακύμανσης βαρών: $WV_i = \max\left\{ b_i^j \right\} - \min\left\{ b_i^j \right\} \text{ for } j = 1,2,\ldots,n_{sol}$

Πειράματα με τεχνητά δεδομένα

Τα 6 υπό αξιολόγηση μοντέλα μεταβελτιστοποίησης (Γενικευμένο MUSA, MUSA I, MUSA III, Manas and Nedoma, Αντίστροφη Simplex, Μία Ρεαλιστική Προσέγγιση) εκτελέστηκαν σε "τυχαία" δεδομένα που παρήχθησαν μέσω της γεννήτριας συνόλων δεδομένων και έπειτα αξιολογήθηκαν οι επιδόσεις τους όσον αφορά:

- Στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων, που περιλαμβάνει τη διακύμανση μέσω της τυπικής απόκλισης των τιμών αυτών (δείκτης ASI) και το εύρος των τιμών αυτών (δείκτης WVi) καθώς και των τιμών των δεικτών αξιοπιστίας, AFI και OPL.
- Στον υπολογιστικό φόρτο, που περιλαμβάνει το χρόνο επίλυσης, τη χρήση RAM και τον αριθμό των περιστροφών της Simplex.

Αξιολόγηση με χρήση τεχνητών δεδομένων

No	Πελάτες	Αριθμ. Κριτηρίων	$\gamma=\gamma_i$	Περιορισμοί	Μεταβλητές	Άνω Όριο Κορυφών
1	5	3	1	8	26	329,460
2	5	3	2	8	26	329,460
5	5	5	2	8	34	1,817,046
12	6	3	4	9	28	1,314,610
13	6	5	1	9	36	7,811,375
23	7	5	2	10	38	33,153,120
24	7	5	4	10	38	33,153,120
28	8	3	1	11	32	20,764,055
38	9	3	2	12	34	82,317,690
42	9	5	4	12	42	580,610,160
46	10	3	1	13	36	326,012,925
48	10	3	4	13	36	326,012,925
50	10	5	2	13	44	2,404,321,560

Ενδεικτικά αποτελέσματα πειραμάτων

No (μέγεθος)	Μέθοδος	OPL	ASI	Χρόνος (σε min)	Περιστροφές	RAM (σε MB)	Λύσεις
1 (5)	GM	100%	41.22%	0.001	7	24.953	3
1 (5)	M-I	100%	41.28%	0.001	13	24.953	6
1 (5)	M-III	100%	42.65%	0.001	223	24.953	16
1 (5)	M-N	100%	56.00%	40.015	97367	77.551	58969
1 (5)	R-S	100%	46.45%	0.015	180	213.695	960
1 (5)	R-A	100%	46.45%	0.047	180	75.168	960
27 (7)	GM	100%	96.49%	0.002	46	121.691	7
27 (7)	M-I	100%	97.02%	0.002	40	121.691	14
27 (7)	M-III	100%	97.27%	0.003	688	121.691	32
27 (7)	M-N	85.71%	97.48%	41.705	106284	175.227	54107
27 (7)	R-S	100%	97.57%	0.038	32	393.883	576
27 (7)	R-A	100%	97.57%	0.031	32	204.656	576

Ενδεικτικά αποτελέσματα πειραμάτων

No (μέγεθος)	Μέθοδος	OPL	ASI	Χρόνος (σε min)	Περιστροφές	RAM (σε MB)	Λύσεις
65 (15)	GM	86.67%	96.60%	0.004	14	24.324	3
65 (15)	M-I	86.67%	97.05%	0.01	16	24.461	6
65 (15)	M-III	86.67%	97.47%	0.004	272	24.461	16
65 (15)	R-S	93.33%	98.22%	0.352	476	72.316	4572
65 (15)	R-A	93.33%	98.22%	0.303	476	37.973	4572
116 (1000)	GM (R.)	75.10%	90.43%	0.019	5372	40.391	3
116 (1000)	M-I (R.)	75.80%	90.34%	1.035	9279	40.238	6
116 (1000)	M-III (R.)	76.60%	93.43%	0.115	23246	39.555	16
116 (1000)	GM (LB.)	75.10%	90.43%	0.004	1649	39.035	3
116 (1000)	M-I (LB.)	75.80%	90.34%	0.008	1125	39.035	6
116 (1000)	M-III (LB.)	76.60%	93.43%	0.021	2343	41.359	16

Συμπεράσματα από αξιολόγηση

- Οι ευρετικοί αλγόριθμοι μεταβελτιστοποίησης της MUSA αποδίδουν εξαιρετικά σε σύγκριση με τις ακριβές από άποψη υπολογιστικού φόρτου αναλυτικές μεθόδους.
- Οι αναλυτικές μέθοδοι δεν μπορούν να τρέξουν σε πραγματικό χρόνο για την επίλυση μεγάλων προβλημάτων.
- Οπότε η χρήση των ευρετικών αλγορίθμων θεωρείται (?) μονόδρομος για την ανάλυση μεταβελτιστοποίησης πραγματικών γραμμικών προβλημάτων μεγάλων διαστάσεων.

Robust MCDA

Ανάλυση ευστάθειας σε προβλήματα πολυστοχικού προγραμματισμού

Λευτέρης Σίσκος
Ερευνητική Ομάδα Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
ΕΣΠΑ 2007-2013

1ο Επιστημονικό Workshop - ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΘΑΛΗΣ
Μεθοδολογικές προσεγγίσεις για τη μελέτη της ευστάθειας σε προβλήματα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια
12-14 Σεπτεμβρίου 2012, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Περιεχόμενα

- Εισαγωγή στον πολυστοχικό προγραμματισμό
- Εισαγωγή στην ανάλυση ευστάθειας
- Βιβλιογραφική ανασκόπηση
- Στοχοθεσία και επόμενα βήματα ερευνητικής ομάδας ΕΜΠ

Πολυστοχικός προγραμματισμός

- Αναφέρεται στη βιβλιογραφία και ως πολυκριτήριος μαθηματικός προγραμματισμός (multiobjective mathematical programming)
- Συνδυάζει στοιχεία του μαθηματικού, κυρίως του γραμμικού προγραμματισμού και της πολυκριτήριας ανάλυσης
- Αναπτύχθηκε αλματωδώς μέσα στη δεκαετία του ’70
- Εμπλουτίζει τον κλασικό μαθηματικό προγραμματισμό με νέα αποτελέσματα
- Καθιστά το εξεταζόμενο μοντέλο πιο ρεαλιστικό

Στοιχεία πολυστοχικού προγραμματισμού

- Πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις (κριτήρια)
- Επίλυση του προβλήματος με μία εκ των πολλών μεθόδων που έχουν αναπτυχθεί
- Σχεδόν πάντα τα κριτήρια δρουν ανταγωνιστικά (βελτίωση του ενός οδηγεί σε υποβάθμιση των άλλων)
- Απουσία ολικής βέλτιστης λύσης – Αναζήτηση αποτελεσματικών λύσεων (efficient solutions)
- Ύπαρξη ενός αποφασίζοντος που αναζητεί ικανοποιητική λύση στο πρόβλημα, σύμφωνα με τις προτιμήσεις του

Μαθηματική μοντελοποίηση πολυστοχικού προγραμματισμού

Ένα πολυκριτήριο πρόγραμμα μεγιστοποίησης γράφεται:
Να μεγιστοποιηθούν n αντικειμενικές συναρτήσεις (max):

$g_1(\mathbf{x}) = c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \dots\ c_{1k}x_k$

$g_2(\mathbf{x}) = c_{21}x_1 + c_{22}x_2 + \dots\ c_{2k}x_k$

....

$g_n(\mathbf{x}) = c_{n1}x_1 + c_{n2}x_2 + \dots\ c_{nk}x_k$

υπό τους περιορισμούς:

$\mathbf{x} \in \mathbf{A} = \{ \mathbf{x} \in R^t \,/\, \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b},\ \mathbf{x} \geq 0 \}$

Όπου **A** η επιτρεπτή περιοχή των λύσεων που οριοθετείται από το σύστημα των ανισοεξισωτικών περιορισμών και **A**, **x** και **b** είναι αντίστοιχα μήτρες διαστάσεων m x k, k x 1 και m x 1.

Μέθοδοι επίλυσης προβλημάτων π.γ.π.

- Έκφραση προτίμησης πριν την επίλυση (a priori)
  - Μέθοδος σταθμισμένων βαρών (weighted sums approach)
  - Λεξικογραφική βελτιστοποίηση
  - Προγραμματισμός στόχων (Goal programming)
- Έκφραση προτίμησης κατά την επίλυση (interactive)
  - Μέθοδος STEM (Step Method)
  - Μέθοδος των Zionts-Wallenius
- Έκφραση προτίμησης μετά την επίλυση (a posteriori)
  - Μέθοδος των συντελεστών στάθμισης
  - Μέθοδος των περιορισμών (e-constraint method)
  - Μέθοδοι πολυκριτηριακής Simplex

Συνοπτική παρουσίαση ανάλυσης ευστάθειας

- Ουσιαστικά εισήχθη από τον Soyster το 1973
- Πρόκειται για πιο γενικευμένη και ολοκληρωμένη ανάλυση από την ανάλυση ευαισθησίας
- Robustness concern (Roy, 2010)
- Διαχείριση κάθε είδους αβεβαιότητας και αστάθειας του μοντέλου
- Στόχος της είναι η εύρεση ευσταθών λύσεων που θα επηρεάζονται ελάχιστα από την επικράτηση δυσμενών μελλοντικών σεναρίων

Στάδια επίλυσης ευστάθειας

- Εντοπισμός των αδύναμων-ασταθών σημείων ή ζωνών αβεβαιότητας του μοντέλου (frailty points, Roy, 2010):
  - Άγνωστες τιμές παραμέτρων που αφορούν μελλοντικές καταστάσεις
  - Αβέβαιες τιμές δεδομένων του μοντέλου
  - Αποτύπωση του πραγματικού μοντέλου με εξισώσεις που αποκλίνουν από τις αληθινές
  - Αβέβαιη αποτύπωση των προτιμήσεων του αποφασίζοντος που αφορούν κυρίως στη βαρύτητα των κριτηρίων (αντικειμενικών συναρτήσεων)
- Αντιμετώπιση των σημείων αυτών με ποικίλους τρόπους:
  - Προσομοίωση πολλαπλών μελλοντικών σεναρίων, εκ των οποίων ένα θα ισχύσει
  - Ορισμός κατανομών πιθανότητας των αβέβαιων μεταβλητών/παραμέτρων
  - Διενέργεια δημοσκοπήσεων
  - Εισαγωγή ασαφών παραμέτρων ως μέτρα ευστάθειας του μοντέλου
  - Έλεγχος της συμπεριφοράς της βέλτιστης λύσης στη μεταβολή των τιμών των αβέβαιων παραμέτρων

Βιβλιογραφική ανασκόπηση

- Προσέγγιση του συνόλου των βέλτιστων λύσεων (Pareto set), όταν στο μοντέλο υπεισέρχονται αβέβαιες παράμετροι που οι τιμές τους είναι ελεύθερες να μεταβάλλονται (Gorissen, Hertog, 2012)
- Εύρεση συνόλου ημιβέλτιστων (near-optimal) αλλά ευσταθών λύσεων αντί για το σύνολο των βέλτιστων αλλά ασταθών στις μεταβολές λύσεων (Deb, Gupta, 2006)
- Προσομοίωση πιθανών μελλοντικών καταστάσεων της φύσης (σεναρίων) και έλεγχος της συμπεριφοράς των βέλτιστων λύσεων σε καθένα από αυτά. Η απόφαση λαμβάνεται κατόπιν σύμφωνα με τη στάση του αποφασίζοντος απέναντι στο ρίσκο
- Κενό στη βιβλιογραφία εντοπίστηκε στην αντιμετώπιση της αβεβαιότητας του μοντέλου όσον αφορά τα προτιμησιακά δεδομένα του αποφασίζοντος

Στόχοι ομάδας ΕΜΠ/Ανοιχτά προβλήματα

- Μελέτη της συμπεριφοράς της βέλτιστης λύσης σε κλασικούς αλγορίθμους με μεταβλητά προτιμησιακά δεδομένα, π.χ. λύσεις συναινετικού προγραμματισμού με βάρη κριτηρίων που δεν είναι δυνατόν να οριστούν μονοσήμαντα.
- Μελέτη της συμπεριφοράς των λύσεων της μεθόδου ολικού κριτηρίου, όταν οι μοναδιαίες παραχωρήσεις στην υπό μεγιστοποίηση συνάρτηση αξίας είναι διαστήματα και όχι μονοσήμαντοι αριθμοί.
- Χαμιλτονιανή εύρεση δυνατών τιμών των παραμέτρων (βάρη κριτηρίων) με αλγορίθμους λαβυρίνθου σε γράφους.
- Εφαρμογή σε τεχνολογικά πολυστοχικά προβλήματα, π.χ. χρονοπρογραμματισμός εργασιών μεγάλης κλίμακας (scheduling problem)