



Nociones de probabilidad de niños con discapacidad del primer grado de educación especial

J. Marcos López-Mojica

Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero, México, mojicajm@gmail.com

Ana María Ojeda Salazar

Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México, amojeda@cinvestav.mx

Fecha de recepción: 09-05-2018

Fecha de aceptación: 15-05-2018

Fecha de publicación: 19-07-2019

RESUMEN

En México la probabilidad cada vez está ausente en la educación primaria regular y no se presenta en la educación especial. Por lo que el documento se interesa en señalar las primeras nociones de probabilidad de niños con discapacidad del primer grado (5 y 6 años) de educación especial y su relación con los esquemas compensatorios que favorecen su pensamiento probabilístico. La investigación, cualitativa y denominada *en curso*, se ajusta a la propuesta de *Tres Ejes Rectores*: epistemológico, cognitivo y social. El procedimiento siguió los lineamientos del órgano operativo y de la célula de análisis de la enseñanza. Bajo el método de la experienciación se instrumentaron estrategias de enseñanza y hojas de control; las técnicas de registro de datos empleadas fueron la videograbación, su transcripción y la escritura en papel. Los resultados conciernen a nociones de espacio muestra y variable aleatoria; así como la identificación de primeros usos de esquemas compensatorios para esos conceptos matemáticos.

Palabras clave: probabilidad, educación especial, discapacidad, matemáticas escolares.

Notions of probability of children with disabilities of the first grade of special education

ABSTRACT

In Mexico, the probability is increasingly absent in regular primary education and does not occur in special education. So the document is interested in pointing out the first notions of probability of children with disabilities in the first grade (5 and 6 years) of special education and its relationship with the compensatory schemes that favor their probabilistic thinking. The research, qualitative and denominated in progress, is in line with the proposal of Three Main Axes: epistemological, cognitive and social. The procedure followed the guidelines of the operating body and the teaching analysis unit. Under the method of experience, teaching strategies and control sheets were implemented; The data recording techniques used were video recording, transcription and writing on paper. The results concern notions of sample space and random variable; as well as the identification of first uses of compensatory schemes for those mathematical concepts.

Key words: probability, special education, disability, school mathematics.

1. Planteamiento del problema

En México se ha venido documentando la escasa introducción de la probabilidad en los planes y programas de estudio del sistema educativo básico (Ojeda, 2006; 2007), así como la deficiente comprensión de los estocásticos por parte de docentes y alumnos. Por ejemplo, se ha identificado que al parecer los temas de probabilidad y de estadística son colocados "a manera de cubrir espacios" en el currículo, o bien se les remite a tareas en casa o se ejercitan otros conceptos matemáticos (Ojeda, 2006) como el concepto de fracción.

Heitele (1975), Steinbring (1991) y Fischbein (1975) señalan la importancia de promover los estocásticos lo más temprano posible. En concordancia, Martínez y Huerta (2015) reflexionan sobre el tratamiento de la incertidumbre en el nivel infantil, argumentan que en la preparación de los docentes de ese nivel educativo es necesario desarrollar temas sobre la didáctica de la probabilidad y la estadística. Lo anterior permitiría en la enseñanza discutir sobre situaciones de incertidumbre relacionadas con la experiencia de los estudiantes.

Al respecto, Limón (1995) reportó que a niños mexicanos del nivel preescolar [3-5 años] y alumnos de primer ciclo de primaria regular [6-7 años] se les pudo desarrollar un pensamiento probabilístico con una variedad de situaciones azarosas; advirtió que las actividades de enseñanza sobre procesos estocásticos pueden ser útiles para el desarrollo de otros conceptos matemáticos, similar a lo señalado por Steinbring (1991). Por otra parte, Gurrola (1998) señaló que las situaciones probabilísticas que aplicó en su investigación a niños del primer ciclo de educación básica, al parecer no fueron nocivas para éstos. Su desempeño fue favorable respecto de las situaciones y los ubica, según los estadios de Piaget e Inhelder (1951), en el de operaciones preconcretas.

Para favorecer el pensamiento matemático de niños preescolares, Ramos (2015) presentó una serie de actividades de enseñanza para la probabilidad y la estadística. La autora corrobora lo señalado por Heitele (1975) respecto a la introducción de los estocásticos en niveles elementales, con el énfasis en señalar que "cuanto antes introduzcamos las nociones de probabilidades, tanto menor es el riesgo de creer que la matemática está divorciada de la vida de cada día" (Glaymann y Varga, 1975, pág. 8). Por lo que en su estudio pudo desarrollar nociones de las ideas fundamentales de estocásticos (Heitele, 1975).

Respecto a la docencia del nivel básico, Carballo (2004) señala que persiste la inadvertencia de ideas fundamentales de probabilidad, además de una indiferenciación entre lo imprevisto y lo imprevisible (Piaget Inhelder, 1951), el otorgamiento al tratamiento del número como objetivo primordial de este nivel educativo y una práctica docente con énfasis en el determinismo.

Por otra parte, a casi 25 años de la Declaración de Salamanca (UNESCO, 1994) donde se establecieron rutas y alternativas para garantizar el acceso a la educación de manera integral a los alumnos con Necesidades Educativas Especiales (NEE), surge la inquietud sobre ¿qué se ha logrado al respecto en México? Si bien hay avances alentadores en la integración de niños con NEE asociadas a una discapacidad, Flores y García (2016) señalan la carencia de apoyos a esta población por parte de los docentes de educación regular. Lo anterior es comprensible, hasta cierto punto, pues ellos no están preparados para atender en sus aulas a niños con estas características. De manera más precisa, aterrizar los contenidos de la educación básica a niños con discapacidad implica un reto para los profesores.

Al respecto, Fernández (2008) argumenta la necesidad de un nuevo modelo de investigación "coherente con las nuevas formas de pensar la realidad en educación especial" (pág. 9). Hegarty (2008) resalta la importancia de realizar indagaciones sobre el aprendizaje de las matemáticas de niños con NEE, pues según el autor, es un área poco explorada en la educación especial.

Por lo tanto, el presente documento se interesa en señalar el uso de esquemas compensatorios que favorecen el desarrollo del pensamiento probabilístico de poblaciones que requieren educación especial. En particular se informa sobre la comprensión de ideas fundamentales de probabilidad: azar, espacio muestra, frecuencia y variable aleatoria, con la pregunta ¿qué esquemas compensatorios favorecen su pensamiento probabilístico?

Se parte de la premisa de que el niño cuyo desarrollo es afectado por una discapacidad, no es simplemente un niño menos desarrollado que sus compañeros, sino que su desarrollo implica *otro modo* (Vygotski, 1997) de pensamiento. Es decir, no se espera que los niños con discapacidad ejecuten las acciones como sus compañeros regulares, sino que éste alcanzaría lo mismo, pero utilizando otros caminos, con otros medios y otras formas.

Toma relevancia un estudio como el aquí expuesto, pues según lo citado por Bruno y Noda (2012), en educación matemática son pocas las investigaciones que se interesan en la enseñanza de las matemáticas a personas con necesidades educativas especiales. Por ejemplo, las autoras investigaron sobre la comprensión del sistema de numeración en una persona con Síndrome de Down. Concluyen que, de los niveles propuestos para la comprensión, el alumno se ubica en "unidades individuales" y en "transición a la unidad compuesta numérica". De lo anterior surge la inquietud: ¿cómo acercar los demás temas matemáticos a los niños con discapacidad? Por ejemplo, álgebra, geometría, probabilidad y estadística, por mencionar algunos.

La investigación se ajusta al contexto de la Educación Especial, ésta es una modalidad educativa dedicada a atender a los alumnos con necesidades educativas especiales, asociadas o no a una discapacidad, en espacios escolares separados de la educación básica regular (SEP, 2004). Particularmente, el escenario fueron las aulas de un Centro de Atención Múltiple el cual se encarga de escolarizar a niños que presentan alguna discapacidad o discapacidad múltiple, o bien aquellos que, por otras circunstancias, no pueden ser incorporados a las escuelas regulares (SEP, 2004).

2. Elementos teóricos: *Tres ejes rectores*

Ante la necesidad de analizar el desempeño de niños con discapacidad en situaciones de enseñanza relativas a la idea azar y señalar los esquemas compensatorios que favorecen su pensamiento probabilístico, el presente documento se ajustó a la propuesta de *Tres Ejes Rectores* para la comprensión de ideas fundamentales de estocásticos en distintos niveles educativos (Ojeda, 1994; 2006). Dada la naturaleza del problema de investigación, se incorporó información sobre esquemas compensatorios y las funciones del cerebro. Además, se parte de dos supuestos: 1) la experiencia favorece el desarrollo de intuiciones (Fischbein, 1975) y 2) "frente a ausencias o limitaciones existen esquemas compensatorios que permiten el desarrollo del pensamiento en el niño con alguna deficiencia" (Vygotski, 1997; pág. 14).

Eje epistemológico. Interesó la propuesta de diez ideas fundamentales de estocásticos como guía para un currículum en espiral (Heitele, 1975), Heitele las define como "aquella que proporciona al individuo modelos explicativos tan eficientes como sea posible" (Heitele, 1975, pág. 188). El autor argumenta que el tratamiento de las ideas fundamentales debe partir de un plano intuitivo y arribar a uno formal, de manera que se garantice continuidad en la educación. Por lo que, en el nivel de plano intuitivo las ideas fundamentales de estocásticos no pueden estudiarse por separado, esto genera una red conceptual (Steinbring, 2005) convocada por aquellas. Dado el objetivo del presente artículo nos referiremos a las siguientes ideas fundamentales: 1) medida de probabilidad como una medida al grado de creencia; 2) espacio muestra como el conjunto de todos los posibles resultados de un fenómeno aleatorio y 3) variable aleatoria, de manera cualitativa, con la relación entre las frecuencias absolutas de los resultados posibles del fenómeno aleatorio. También fue de interés el enfoque frecuencial de la probabilidad, para

Hawkins y Kapadia (1984) es un enfoque *a posteriori* debido a que la probabilidad es el límite hacia el que tiende la frecuencia relativa en un número muy grande de repeticiones del fenómeno aleatorio.

Eje cognitivo. En este eje "interesan los aspectos cognitivos del sujeto relativos al azar y a la probabilidad" (Ojeda, 2006, pág. 196). En ese sentido, se tomó la acepción de intuición como un conocimiento que se deriva de la experiencia (Fischbein, 1975). Es de particular utilidad la noción de frecuencia para el desarrollo de intuiciones probabilísticas, pues la conexión entre la necesidad de lo incierto y la acción, generarán un comportamiento de la situación aleatoria refiriéndose a "más probable", "menos probable" o "igualmente probable" (Fischbein, 1975). Por lo tanto, la probabilidad permite el estudio de intuiciones dado a que ésta se determina por la acción y es en la acción u observancia de los fenómenos naturales que se desarrolla una base intuitiva (Fischbein, 1975).

Por otra parte, Vygotski (1997) establece que los esquemas compensatorios son procesos cognitivos que asumen la función de aquellos que son deficientes o están ausentes en niños con discapacidad. Estos esquemas le permiten al individuo una reestructuración de sus procesos cognitivos ante la demanda de su contexto (Vygotski, 1997) y son propios del tipo de discapacidad del que se trate. También interesó el estudio de las funciones corticales superiores, como sistemas funcionales complejos de procedencia social (Luria, 2005), para el análisis de las fichas médicas de cada participante.

Eje social. Es de particular interés la integración del individuo a su medio, la enseñanza de estocásticos en educación especial según lo señala la propuesta institucional (SEP, 2011) y las interacciones entre docente-alumnos-contenido matemático en el aula respectiva. Para el presente documento, nos enfocamos en la naturaleza epistemológica de la apropiación del concepto matemático (Steinbring, 2005).

Según Steinbring (2005) para la constitución de un concepto matemático es necesaria la relación entre la naturaleza epistemológica del concepto y su significado constituido en las interacciones en el aula. Para lo anterior, el autor esquematiza un triángulo epistemológico (ver Figura 1) caracterizado por una relación funcional y compuesto de tres elementos: objeto, signo y concepto.

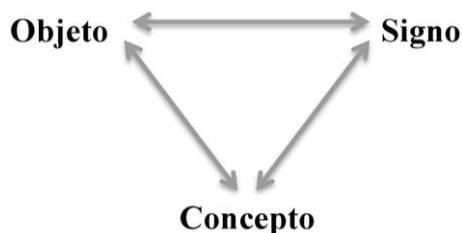


Figura 1. Triángulo epistemológico (Steinbring, 2005, pág.22).

Desde esta perspectiva el concepto siempre es perfectible y se distingue de su signo y su objeto; además el significado se deduce del balance entre los vértices (Steinbring, 1991) del triángulo. Por lo que, el objeto deviene de la actividad intelectual del individuo, el signo es la representación de esa abstracción y el concepto apela a la descripción específica de ese objeto (Steinbring, 2005) y va de nociones, a ideas, a conceptos en interrelación constante con el objeto y el signo (López-Mojica, Ojeda y Salcedo, 2018).

3. Desarrollo de la investigación

La investigación se desarrolló en el contexto de la educación especial (SEP, 2004). Se gestionó el permiso para acceder a las aulas de un Centro de Atención Múltiple en la Ciudad de México. Es de tipo cualitativa (Eisner, 1998) y denominada *en curso*, dado a que desde su planteamiento se incorporó a un programa de investigación, en su desarrollo por la dialéctica del escenario empírico, sus resultados y referentes teóricos; y por la consolidación de su pregunta y objetivo (ACCTIA, 2010).

Se siguieron los lineamientos del *órgano operativo* y de la *célula de análisis de la enseñanza* (Ojeda, 2006). Con el primero se organizaron los escenarios de la investigación para el arribo a las aulas y poder caracterizar la enseñanza según los elementos conceptuales. La célula permitió organizar los elementos conceptuales del eje epistemológico, del cognitivo y del social para su aplicación, por medio de criterios de análisis, en cada escenario y así caracterizar y contextualizar el proceso de enseñanza. Los criterios son: situación de referencia, ideas fundamentales de estocásticos, otros conceptos matemáticos, recursos semióticos, términos para referirse a estocásticos (Ojeda, 2006).

El desarrollo de la investigación comprendió tres fases. En la primera se constituyó el escenario que alojó a la investigación. La segunda, denominada de experienciación (Maturana, 2003), se encausó a la enseñanza de la probabilidad, con la obtención de datos para caracterizar el desempeño de los participantes y el uso de esquemas compensatorios en las actividades de enseñanza de la probabilidad. La tercera fase correspondió a la aplicación de entrevistas individuales semiestructuradas para corroborar la comprensión de las ideas fundamentales de estocásticos por parte de los niños.

Los resultados aquí presentados conciernen a la enseñanza de la probabilidad en el aula del primer grado de educación especial (segunda fase), conformada por siete niños de entre 5-6 años y su docente titular, psicóloga con 15 años de experiencia en el nivel educativo en cuestión. En la Tabla 1 se muestra la heterogeneidad de discapacidades presentes en el aula correspondiente.

Tabla 1. Características de los alumnos participantes en el primer grado.

Discapacidad/síndrome	Código	Comunicación
Síndrome de Down	Di	conversa
	Is	Palabras aisladas
	Vi	Palabras aisladas
Espectro autista	Ca	ecolalia
	Pe	conversa
Discapacidad intelectual	Da	Sonidos guturales
Discapacidad motriz	An	conversa

3.1. Método e instrumentos

Según Maturana (2003) con la experienciación se pueden identificar las relaciones entre los elementos de un sistema dinámico, en este caso el aula, y someterlas a escrutinio. Por lo que, de la enseñanza en el aula, sometimos al análisis la experiencia del investigador durante el desempeño de los alumnos frente a las situaciones aleatoria e implementadas por la docente titular. Específicamente interesaron las interacciones resultantes entre el concepto matemático, los niños y la docente. Los instrumentos para recopilar datos fueron las estrategias de enseñanza presentadas en hojas de control y guiones de bitácora; las técnicas de registro de datos fueron la videograbación, su transcripción y la escritura en papel.

3.2. Las actividades de referencia

Se implementaron dos actividades de enseñanza, una sobre probabilidad y estadística (Las paletas de sabores) y la otra sobre la idea de azar (mezcla aleatoria). En la primera, la docente titular planteó la actividad con el objetivo de introducir "la organización y análisis de datos en tablas"; la segunda fue propuesta por el investigador con el fin de introducir la idea de azar, ésta la condujo la docente titular también. En la siguiente tabla se presenta una caracterización de las actividades después de aplicarles los criterios de análisis (Ojeda, 2006).

Tabla 2. Caracterización de las actividades de enseñanza.

Crterios de Análisis	“Las paletas de sabores”	“Mezcla aleatoria”
Situación	Elección, recolección y registro de datos en una tabla propuesta, según la elección de una paleta de entre un conjunto de seis sabores distintos.	Variedad de resultados de las posiciones relativas de las canicas después de balanceos. Bandeja de madera con 20 canicas: 10 negras y 10 blancas.
Ideas fundamentales de estocásticos	Espacio muestra, muestra, variable aleatoria (frecuencia absoluta), medida de probabilidad.	Medida de probabilidad, permutación, espacio muestra, ley de los grandes números.
Otros conceptos matemáticos	Números naturales, orden de los números naturales, plano cartesiano.	Números naturales, orden de los números naturales.
Recursos Semióticos	Lengua natural, tabla, figuras, signos numéricos.	Figura, lengua natural escrita.
Términos empleados	Más preferida, menos preferida, escogen, elige, más gustó, menos gustó, todos los niños.	Revueltas, revuelven, estaban, quedó, caminitos, color, posición, más posible, menos posible, más veces, muchas, muchas veces.

La actividad “Las paletas de sabores” consistió en elegir un sabor de entre seis distintos de paletas de hielo, con el fin de conocer el sabor preferido por los niños de la escuela. El registro de datos en el aula del primer grado se realizó escogiendo efectivamente una paleta del sabor correspondiente, según el lote llevado por la docente. Es de resaltar la importancia del tipo de acciones (elección de la paleta preferida) dada la experiencia aleatoria (recolección del conjunto de preferencias) para sentar bases intuitivas (Fischbein, 1975). La actividad “Mezcla aleatoria” se eligió para favorecer la introducción de la idea de azar como estado previo a la de probabilidad. Se tomó de la obra de Piaget e Inhelder (1951) acerca del origen de la idea de azar en el niño. El desarrollo de cada actividad fue conducido por la docente titular del grupo, con la presencia del investigador como observador, en los tiempos y condiciones institucionales.

4. Comprensión de la probabilidad de los niños con discapacidad

Del resultado de la enseñanza de las actividades sobre la idea de azar y probabilidad, se pudo identificar el acercamiento a las nociones de: *espacio muestra*, al identificar los posibles resultados de la elección de las paletas por parte de los niños y las posiciones finales de las canicas después del balanceo de la bandeja por medio de los dibujos; de *variable aleatoria* al tratar, de manera cualitativa, la relación entre las frecuencias absolutas de las preferencias del sabor de paletas y su numeral correspondiente; y de *medida de probabilidad*, con la predicción de la posición de las canicas y las posibles elecciones de paletas, es de notar que para esta última hubo un señalamiento al evento imposible. También se pueden señalar indicios de esquemas compensatorios (visual y motriz) en los desempeños de los niños, asociados a éstas nociones matemáticas.

4.1. Espacio muestra

En la actividad “Las paletas de sabores”, se refiere a nociones de espacio muestra dado a que, según la experiencia de la docente, era necesario mostrar a los niños el lote de paletas de hielo de los seis sabores a elegir. Los participantes **An** (discapacidad motriz), **Ca** (espectro autista), **Di** e **Is** (ambos con síndrome de Down) identificaron el color de cada figura que representaba la paleta. En cambio, **An** y **Di**, además,

señalaron el atributo “del sabor” de la paleta correspondiente a cada color, con lo cual dieron evidencia de una primera noción de espacio muestra.

En una tabla de doble entrada, propuesta por la docente, en papel de 142 cm × 94 cm sujeto al pizarrón, los niños tenían que registrar la elección de todos los miembros del salón y además los cuatro grupos más. La docente para orientar hacia el señalamiento del espacio muestra enfatizó en los sabores posibles (disponibles) de entre los cuales elegir la paleta. En lo sucesivo respecto a los episodios transcritos, **Pr** denota a la docente y la intervención de los niños se ha señalado con su inicial en negrita:

- Pr:** ... miren, niños, tenemos estas paletas. El color verde es de “limón”. El color amarillo es de ...[pausa para que los niños respondan].
Pe: ¡Mango![grita].
Pr: ¡Muy bien, **Pe!** De mango. El color morado es de ... a ver, **Is**, acércate [a la tabla de doble entrada sujeta en el pizarrón], ¿el morado es de ...[pausa para que **Is** responda]?
Is: Ua [uva, problemas de lenguaje].
Pr: ¡Muy bien, **Is!** A ver, **Di**, acércate [a la tabla de doble entrada sujeta en el pizarrón]. ¿El rojo es de ...? [le muestra la figura de la paleta].
Di: Fresa.

En la actividad “Mezcla aleatoria”, la noción de espacio muestra se pretendió señalar con la solicitud de la predicción de la posición final de las canicas ante cierto número de balanceos de la bandeja. Según los desempeños de los niños se tiene que, **An** (problema motriz) identificó la mezcla de las canicas y se le apoyó para la producción de su dibujo que alude a la mezcla (véase la Figura 2a), mientras que **Di** (síndrome de Down) mantuvo en su dibujo la misma posición de las canicas después de balancear la bandeja (véase la Figura 2b), lo que sugiere que aún no percibe a la mezcla como aleatoria según los estadios señalados por Piaget e Inhelder (1951).

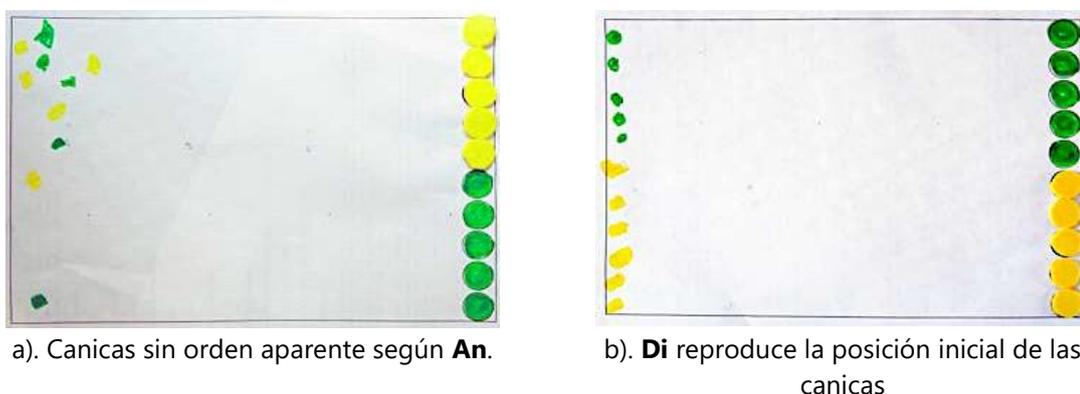


Figura 2. Registro de mezclas aleatorias.

Las producciones anteriores, si bien no se ubican en el estadio de las operaciones formales (Piaget e Inhelder, 1951) como tal, donde se vería a la mezcla como un sistema de permutaciones derivado de la interferencia fortuita de las trayectorias, sugieren la identificación de una de muchas posiciones que las canicas pueden tomar al cabo del balanceo de la bandeja. Para el caso de **An**, mantiene el número de canicas (cinco verdes y cinco amarillas) y se percibe una mezcla entre ellas.

4.2. Medida de probabilidad

Con el planteamiento de iniciar en un plano intuitivo (Heitele, 1975), teniendo a las ideas fundamentales como guía, para generar intuiciones que favorezcan un pensamiento probabilístico, en la actividad “Las paletas de sabores” la docente **Pr** propuso un guion de preguntas para promover en los niños el análisis de la información registrada en la tabla sobre las preferencias de paletas. Particularmente la pregunta *¿Por qué no escogieron paleta de coco?* pretendió la reflexión sobre el evento imposible, además de orientar a los niños a reflexionar sobre el conjunto de sabores posibles a elegir. De los participantes sólo

An (discapacidad motriz) advirtió que no se tenían paletas de sabor coco disponibles, lo que permite argumentar que él tiene una noción de evento imposible, pues su respuesta fue “no hay paletas de coco”.

4.3. Variable aleatoria

Esta idea fundamental se trató de manera cualitativa al establecer la relación entre las frecuencias absolutas de los diferentes sabores a elegir y el numeral correspondiente. Si bien faltaron más situaciones que implicaran la idea, la situación de enseñanza promovió el desarrollo de la intuición de frecuencia (Fischbein, 1975) dada la experiencia (Maturana, 2003) efectiva en la recolección y registro de las preferencias. De manera particular los niños asignaron el numeral correspondiente a las frecuencias de las paletas de sabor “naranja” y “tamarindo”.

- Pr:** ¿Cuántos niños eligieron la paleta sabor tamarindo?
Di: [Se levanta, se acerca a la tabla] Uno, dos, tres, cuatro.
Pr: ¡Muy bien, **Di!** A cuatro niños les gustó la paleta sabor tamarindo.
.....
Pr: Ahora, la [paleta] de sabor naranja. ¿A cuántos niños les gustó la paleta sabor naranja? A ver, **An**, tú me vas ayudar a contar [acerca la silla de ruedas al pizarrón donde está la tabla. Toma la mano y empiezan a contar].
An: Uno, dos, tres [dificultad al pronunciar los números].
Pr: ¡Muy bien! A tres niños les gustó la paleta sabor naranja. Gracias, **An**.

Según los elementos teóricos, Heitele (1975) señala que las ideas fundamentales en un plano intuitivo están entrelazadas, por lo que no pueden separarse al estudiarlas. En ese sentido, para el evento imposible, cuando se cuestiona sobre la frecuencia absoluta de la preferencia a “paleta sabor coco”, **An** (discapacidad motriz) expresa que “cero niños” porque “no hay paletas de coco”.

4.4. Muestra

Dado el objetivo de la actividad “Las paletas de sabores”, la docente y los niños participantes pasaron a los grupos de segundo, tercero, cuarto y sexto grados de educación especial (véase Figura 3), donde tenían que recolectar más datos (27 alumnos más) para estimar el sabor preferido de los niños de su escuela. La docente hizo énfasis en que la gráfica presentaba los registros de las preferencias de algunos niños del CAM (Centro de Atención Múltiple) y no correspondía a las de todos los niños de la escuela.



Figura 3. Registro y recolección de las preferencias de paletas por parte de alumnos de grados superiores.

4.5. Indicios del uso de esquemas compensatorios

Según el desempeño de los niños, tanto el síndrome de Down y el trastorno del espectro autista, usaron el esquema compensatorio visual para la variable aleatoria. La diferencia reside en que para el primero el esquema compensatorio se articula con la memoria de trabajo para el conteo y asignación de las

frecuencias. Como ejemplo, **Di** (síndrome de Down) tuvo que "seguir con la mirada" (ver Figura 4a) la columna de la paleta elegida para señalar la celda en la fila correspondiente y registrar su preferencia. De esa manera identificó la frecuencia absoluta de las paletas sabor tamarindo y naranja.



a). **Di** asigna su registro relacionando fila y columna



b). **Ca** señala con el dedo índice la columna de su paleta

Figura 4. Registro de frecuencias.

En el caso del trastorno del espectro autista, el esquema visual se articuló con la atención y motricidad fina. Específicamente **Ca** (espectro autista) colocó sin dificultad y de manera inmediata su registro en la celda correspondiente (ver Figura 4b), guiado con el dedo índice para la columna y con la mirada para señalar la celda, lo que sugiere un dominio relativo del espacio. Para ambos casos, el enfrentamiento a situaciones aleatorias de manera sistemática provocaría una experiencia a la situación que derivaría en un conocimiento a situaciones análogas.

El desempeño del niño con discapacidad motriz (**An**) en la "Mezcla aleatoria" sugiere la identificación de la mezcla y de la irreversibilidad, con el uso del esquema compensatorio visual y la atención. Lo anterior debido a que se realizó la comparación entre la producción en dibujo de la predicción de las posiciones de las canicas y lo que sucedió después del balanceo de la bandeja. Para este caso algunas de sus expresiones fueron "las canicas están revueltas", "las canicas se revuelven"; además de señalar que es a consecuencia de que "las canicas chocan". En la interacción del niño con la situación aleatoria, la docente utilizó compones para que a él se le facilitara marcar la ubicación de las canicas en la hoja de control; dado a que no podía asir el lápiz, ella marcaba la canica (véase la figura 5). Fue claro que la condición del niño provocó el incremento de su atención en la situación de enseñanza, pues identificó la mezcla entre las canicas y su irreversibilidad, sus respuestas se orientaron a lo sucedido en la bandeja.



Figura 5. Recursos y registro para señalar las posiciones de las canicas por parte de **An**.

En la Tabla 3, se presenta una síntesis de los desempeños de los estudiantes ante las actividades de enseñanza. Como se podrá notar el esquema compensatorio que predominó fue el perceptual visual, pero dada la discapacidad fue el uso que se identificó. Se muestra también una correspondencia con la noción matemática de probabilidad identificada en cada caso.

Tabla 3. Caracterización de los desempeños de los niños.

Discapacidad/ síndrome	Caso	Ideas fundamentales de estocásticos	Esquemas compensatorios
Down	Di	Espacio muestra, variable aleatoria	Visual, motriz, memoria de trabajo
	Is	Identifica sabores (eventos)	Visual
	Vi	Sin evidencia	---
Espectro autista	Ca	Espacio muestra, variable aleatoria	Visual, atención
	Pe	Identifica sabores (eventos)	---
Intelectual	Da	Sin evidencia	---
Motriz	An	Espacio muestra, variable aleatoria	Visual, auditivo, gestos

4.6. Recursos semióticos

Prestar atención en los recursos empleados para el desarrollo de la actividad de enseñanza y en el tipo de producción del estudiante, está encaminado en distinguir el signo correspondiente de la situación de referencia (Steinbring, 2005) de la que se trate, con el fin de atribuirle un significado al concepto matemático. En este caso, los recursos semióticos empleados fueron una bandeja de madera con canicas de dos tipos de colores, hojas de control, dibujos, lengua natural escrita y una tabla.

4.7. Constitución del concepto matemático

Como se adelantó, las ideas fundamentales de estocásticos desencadenan una red conceptual (Steinbring, 2005) dado a que en el plano intuitivo (Heitele, 1975) están interrelacionadas por la situación de referencia. En ese sentido, la docente en la actividad "Las paletas de sabores" al proponer una tabla de doble entrada para organizar las frecuencias (variable aleatoria) de las preferencias de paletas, limitó a los estudiantes a sólo señalar los sabores posibles a elegir (espacio muestra). Esto sugiere el compromiso por parte de la docente en la búsqueda de alternativas para acercar los contenidos matemáticos a los niños.

La presentación en físico del lote de paletas a elegir y el uso de la tabla para el registro de las frecuencias de las preferencias, permitieron la distinción entre los elementos del triángulo epistemológico. En un nivel de objeto interesó el resultado de las preferencias de los niños; a un nivel de signo, corresponde a las marcas de los resultados de las preferencias en la tabla. De ese modo se pretendería la constitución de la idea de espacio muestra, pero además si al nivel de signo se le identifica el numeral correspondiente a la frecuencia absoluta, se puede tener un acercamiento a la variable aleatoria (véase Figura 6).

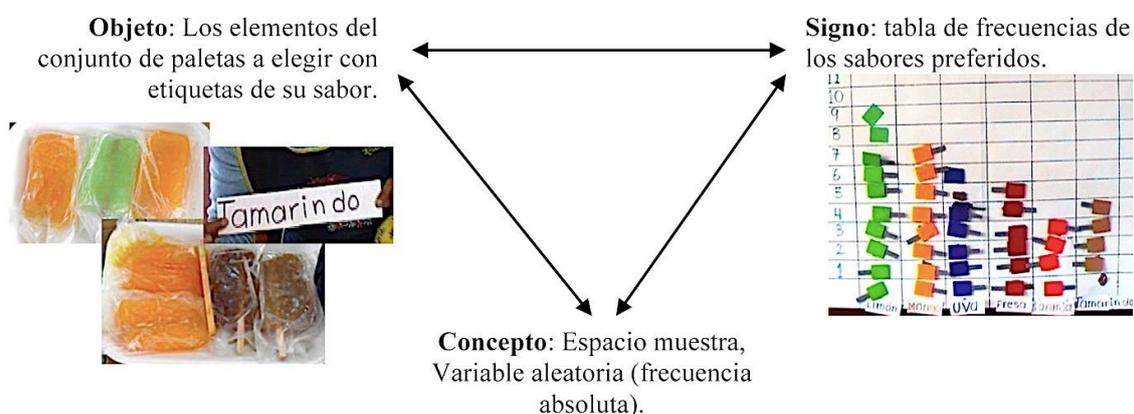


Figura 6. Triángulo epistemológico (Steinbring, 2005) en el desarrollo de la actividad de enseñanza.

La distinción de los vértices del triángulo epistemológico para la constitución del concepto matemático en la actividad de "Mezcla aleatoria" fue en el siguiente sentido: a un nivel de objeto interesaron todas las posibles posiciones de las canicas después de cierto número de balanceos; el nivel de signo se identificó con la predicción por medio de dibujos de las posibles posiciones y trayectorias de las canicas, lo anterior en interrelación para señalar el concepto de mezcla creciente e irreversible (véase Figura 7).

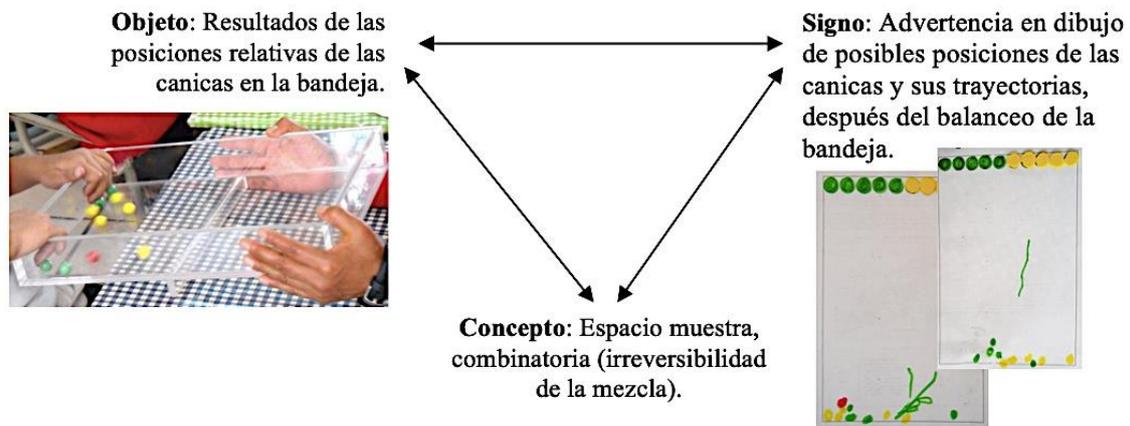


Figura 7. Triángulo epistemológico (Steinbring, 2005) para la mezcla aleatoria.

5. Conclusiones

Algunos niños tuvieron dificultades para registrar su preferencia de sabor en la actividad de las paletas, por lo que la docente los auxilió guiando con sus manos la posición de la celda. Ella expresó la necesidad de proponer más actividades similares. Por los resultados obtenidos y por la temporalidad institucional de las clases, se considera necesario que los niños realicen su propio registro, así identificarán y organizarán en una tabla de doble entrada todas las preferencias; es decir, es imperante proporcionar la experiencia en la construcción de registros y formas de organizar los datos a manera de otorgarle sentido al fenómeno aleatorio (Steinbring, 2005). Esto proporcionará más interacción con la situación aleatoria y suministrará elementos para el desarrollo de intuiciones (Heitele, 1975; Fischbein, 1975).

Respecto al acercamiento a la idea de azar con la actividad de mezcla aleatoria, solo un caso (An) logró identificar la variedad de posiciones finales de las canicas al cabo de su balanceo. Sin embargo, lo anterior no es una limitante para poder desarrollar la actividad con los niños y así ofrecer una alternativa para la introducción a la idea de azar (Piaget e Inhelder, 1951).

Es necesaria la interacción de los niños con materiales concretos en las actividades, además de que se les presenten, de manera sistemática, una variedad de fenómenos aleatorios para identificar en uso los esquemas compensatorios promovidos por ellas (Vygotski, 1997). En concordancia, Fernández y Sahuquillo (2015) argumentan que los materiales manipulativos permiten ofrecer una atención adecuada a la diversidad y hacen accesible las matemáticas a alumnos con discapacidad intelectual. Además de brindarles la oportunidad de tratar de manera sistemática un fenómeno aleatorio lo más temprano posible (Heitele, 1975).

Se pudo observar la operatividad del triángulo epistemológico (Steinbring, 2005) develada por el análisis de la estrategia de la docente, fue puesta en juego de manera no explícita tal cual por ella, en su esfuerzo por lograr que los alumnos adquirieran las nociones matemáticas implicadas en la actividad, particularmente las de estocásticos. Lo anterior sugiera su importancia y pertinencia en el contexto de la educación especial, pues ante condiciones adversas por síndrome o afección es necesaria la promoción de situaciones de referencia que sean cotidianas para los individuos.

También es necesario que desde el área de educación matemática se realicen más investigaciones que profundicen en los procesos cognitivos relativos al pensamiento matemático de personas con discapacidad. Lo anterior permitiría establecer un marco de referencia a los docentes de todos los niveles educativos y así acercar las matemáticas a los niños que requieren no sólo educación especial sino a todo el alumnado.

Referencias

- ACCTIA (2010). *Programa operativo área de concentración Ciencias de la Cognición y Tecnología de la Información Aplicadas*. Documento interno. Manuscrito no publicado, Cinvestav - IPN, México. <http://www.matedu.cinvestav.mx/~cognicion/>
- Bruno, A. y Noda, M. A. (2012). Estudio de un alumno con síndrome de Down en la comprensión del sistema de numeración decimal. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 1(2), 5-22.
- Carballo, M. (2004). *Estocásticos en el segundo ciclo de la educación primaria: determinismo y azar*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav-IPN, México, D.F., México.
- Eisner, E. (1998). *El ojo ilustrado. Indagación cualitativa y mejora de la práctica educativa*. España: Paidós.
- Fernández, J. M. (2008). La investigación en educación especial. Líneas temáticas y perspectivas de futuro. *Perfiles educativos*, XXX(119), 7-32.
- Fernández, R. y Sahuquillo, A. (2015). Plan de intervención para enseñar matemáticas a alumnado con discapacidad intelectual. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 4(1), 11-23.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Holanda: Reidel.
- Flores, V. J., y García, I. (2016). Apoyos que reciben estudiantes de secundaria con discapacidad en escuelas regulares: ¿corresponden a lo que dicen las leyes?. *Revista Educación*, 2(40), 1-20.
- Glaymann, M. y Varga, T. (1975). *Las probabilidades en la escuela*. Barcelona: Teide.
- Gurrola, M. (1998). *Pensamiento probabilístico en niños en estadio básico*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav-IPN, México, D.F., México.
- Hawkins, A. y Kapadia, R. (1984). Children's conceptions of probability a psychological and pedagogical review. *Educational Studies in Mathematics* 15(1), 349-377.
- Hegarty, S. (2008). Investigación sobre educación especial en Europa. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 2(6), 119-199.
- Heitele, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics*. 6(1), 187-205.
- Limón, A. (1995). *Elementos para el análisis crítico de la posible inserción curricular de nociones estocásticas, ausentes en programas de preescolar y primaria*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav-IPN, México, D.F., México.
- López-Mojica, J. M., Ojeda, A. M. y Salcedo, J. (2018). Ideas fundamentales de estocásticos en libros de texto de educación primaria: una alternativa de enseñanza. *IE Revista de Investigación Educativa de la Rediech*, 9(17), 87-102.
- Luria, A. R. (2005). *Las funciones corticales superiores del hombre*. México: Fontamara.
- Martínez, M. L. y Huerta, M. P. (2015). Diseño e implementación de una situación de incertidumbre en una clase de educación infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 4(1), 24-36.
- Maturana, H. (2003). *Desde la Biología a la Psicología*. Argentina: Lumen.
- Ojeda, A. M. (1994). *Understanding fundamental ideas of probability at pre-university levels*. Tesis de Doctorado inédita. King's College London. UK.
- Ojeda, A. M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. En Filloy (Ed) *Matemática Educativa, treinta años* (pp. 195-214). México: Santillana-Cinvestav.
- Ojeda, A. M. (2007). *Probabilidades y Estadística en Matemática Educativa. Seminario de Investigación*. Documento interno. Manuscrito no publicado, Cinvestav - IPN, México, D.F., México.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1951). *La Génèse de l'idée de Hasard Chez l'enfant*. PUF, Paris.
- Ramos, A. (2015). *La probabilidad y la estadística en la construcción del pensamiento matemático del niño preescolar*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav-IPN, México, D.F., México.

- Secretaría de Educación Pública (2004). *Licenciatura en Educación Especial. Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales. Plan de estudios*. México: SEP.
- Secretaría de Educación Pública (2011). *Planes de estudios 2011. Educación Básica*. México: SEP.
- Steinbring, H. (1991). The concept of chance in everyday teaching: aspects of a social epistemology of mathematical knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 503-522.
- Steinbring, H. (2005). *The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction*. USA: Springer.
- UNESCO (1994). *World Conference on Special Needs Education: Access and Quality, Salamanca, Spain. The Salamanca Statement and Framework for Action on Special needs Education*. Paris.
- Vygotski, L. S. (1997). *Fundamentos de la Defectología. Obra Escogidas V*. España: Visor Dis.

J. Marcos López-Mojica. Profesor-Investigador de la Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero, México. Doctor en Ciencias especialidad Matemática Educativa. Líneas de investigación: Comprensión de la probabilidad en el nivel básico y Matemática Educativa Inclusiva.

Email: mojicajm@gmail.com

Ana María Ojeda Salazar. Investigadora Titular del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., México. Doctorado en Educación Matemática por el King's College, Londres, Inglaterra. Líneas de investigación: Comprensión de ideas fundamentales de Probabilidad y de Estadística en el sistema educativo Mexicano.

Email: amojeda@cinvestav.mx