PEMBELAJARAN MATEMATIKA REALISTIK BERBASIS KEPULAUAN PADA TANJUNG KORMOMOLIN UNTUK MEMBUKTIKAN GEOMETRI ELIPTIK

Samuel Urath, Jakobus Nifanngelyau, dan Jakobus Dasmasela
STKIP Saumlaki, Maluku, Indonesia
Email: urathsamuel@gmail.com, nifannakon@gmail.com, akondasmasela@gmail.com

INFO ARTIKEL

Diterima
24 Januari 2021
Diterima dalam bentuk review 24 Januari 2021
Diterima dalam bentuk revisi 25 Januari 2021

Keywords:
realistic mathematics learning; elliptic geometry; cape kormomolin

ABSTRACT

The goal is to prove elliptic geometry and some basic theorems on the Kormomolin cape in Realistic Mathematics Learning (PMR), and can be used as an approach to transform mathematical concepts to students so that they are understood. One way is to take advantage of real objects in the environment where students live. One of the real objects is Tanjung Kormomolin. Tanjung Kormomolin is one of the historical places in Meyano Das Village. The method in this research is literature study, namely studying, understanding and examining books, journals that are relevant to research. The aim is to prove elliptic geometry and some basic theorems on the cape of Kormomolin. The results show that Tanjung Kormomolin can be used to prove both single and multiple elliptic geometries as well as some basic theorems related to elliptic geometry in real terms. The conclusion is that Mathematics needs to be associated with mathematics which is abstract and difficult for students to understand. In Realistic Mathematics Learning students are given the opportunity to learn things in everyday life then relate them to topics or discussions in mathematics or vice versa. At the Cape Cormomolin there is a single form of elliptical geometry and double elliptical geometry that can be used to prove elliptical geometry and some basic theorems that apply to elliptical geometry

Kata kunci:
pembelajaran matematika realistik; geometri eliptik; tanjung kormomolin

ABSTRAK

Tujuannya untuk membuktikan geometri eliptik dan beberapa teorema-teorema dasar pada tanjung Kormomolin pada Pembelajaran Matematika Realistik (PMR), dan dapat dijadikan sebagai suatu pendekatan untuk mentransformasikan konsep matematika kepada peserta didik sehingga dipahami. Salah satunya adalah dengan memanfaatkan objek nyata dilingkungan tempat tinggal peserta didik. Salah satu objek nyata tersebut adalah Tanjung Kormomolin. Tanjung Kormomolin adalah salah satu tempat bersejarah yang terdapat di Desa Meyano Das. Metode dalam penelitian ini adalah studi pustaka yaitu mempelajari, memahami dan mengkaji mengenai buku-buku, jurnal yang relevansi dengan penelitian. Tujuannya untuk membuktikan geometri eliptik dan beberapa teorema-teorema dasar pada tanjung Kormomolin. Hasil penelitian menunjukan bahwa Tanjung Kormomolin dapat digunakan untuk membuktikan geometri eliptik baik tunggal dan ganda serta beberapa teorema dasar yang berkaitan dengan geometri eliptik secara nyata. Kesimpulannya yaitu Matematika perlu dikaitkan dengan ilmu matematika yang bersifat abstrak dan sulit dipahami oleh peserta didik. Dalam Pembelajaran Matematika Realistik peserta didik diberikan kesempatan untuk mempelajari hal-hal dalam kehidupan sehari-hari kemudian mengaitkannya dengan topik atau pembahasan dalam pelajaran matematika atau sebaliknya. Matematika perlu dikaitkan dengan ilmu matematika yang bersifat abstrak dan sulit dipahami oleh peserta didik. Dalam Pembelajaran Matematika Realistik peserta didik diberikan kesempatan untuk mempelajari hal-hal dalam kehidupan sehari-hari kemudian mengaitkannya dengan topik atau pembahasan dalam pelajaran matematika atau sebaliknya. Pada tanjung Kormomolin terdapat bentuk geometri Eliptik tunggal dan geometri Eliptik ganda yang dapat digunakan untuk membuktikan geometri Eliptik dan beberapa teorema-teorema dasar yang berlaku pada geometri Eliptik.

Pendahuluan

Matematika merupakan ilmu yang bersifat abstrak, sehingga dianggap bahwa matematika itu sulit untuk dipelajari, cenderung kurang diminati, bahkan dihindari dan menjadi momok bagi orang (Hadi, 2017). Olehnya itu diperlukan metode-metode yang dapat mengintegrasikan suatu permasalahan kontekstual maupun realitas dalam kehidupan agar memudahkan untuk mentransformasi konsep matematika dalam memecahkan suatu permasalahan. Hal ini dilakukan agar dapat meningkatkan hasil belajar siswa lewat pembelajaran matematika yang menyenangkan.

Pembelajaran Matematika Realistik (PMR) merupakan pendekatan untuk mentransformasikan konsep matematika sehingga dapat dipahami oleh peserta didik. Salah satunya dengan memanfaatkan objek konkret yang ada dilingkungan tempat tinggal peserta didik tersebut (Rani, 2018).

Geometri dalam bahasa latin adalah “*Geometrein”* dan terdiri dari dua kata yaitu *geo* “bumi” dan *metrein* “pengukuran”. Geometri adalah ilmu matematika yang memuat tentang titik, garis, bidang, ruang, sifat, ukuran, serta hubungannya satu dengan yang lain (Nur’aini et al., 2017). Bila dibandingkan dengan bidang-bidang lain dalam matematika, geometri merupakan salah satu bidang dalam matematika yang dianggap paling sulit untuk dipahami.

Geometri Euclid pertama kali muncul sekitar tahun 330 SM oleh seorang matematikawan asal Yunani bernama Euclid. Dalam bukunya yang berjudul “*The Elements*” atau “*Euclid’s Elements*” atau (Unsur-unsur Euclides). Geometri Euclid terdapat beberapa istilah-istilah antara lain unsur: tidak didefinisikan, yang didefinisikan, aksioma/postulat, dan teorema/dalil/rumus (Roebyanto, 2014). Setelah itu, lahirlah geometri non-Euclid karena permasalahan postulat kesejajaran Euclid dapat dipecahkan oleh Bolyai dan Lobachevky.

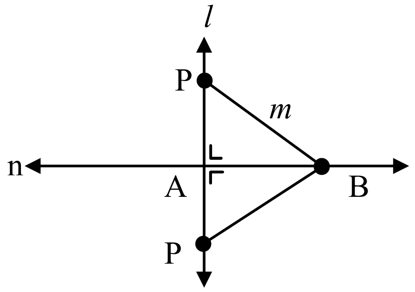
Menurut Geometri merupakan salah satu cabang matematika yang mempelajari titik, garis, bidang dan benda-benda ruang serta sifat-sifatnya, ukuranukurannya serta hubungannya satu sama lain. Dalam perjalanannya, geometri mengalami perkembangan yang sangat pesat seiring dengan kemajuan teknologi di muka bumi ini. Geometri Euclid merupakan geometri yang pertama, dikembangkan oleh Euclides dari Aleksandria hidup kira-kira 300 tahun sebelum Masehi. Geometri ini bertahan kurang lebih selama 2000 tahun dan tidak terbantahkan, tetapi sejak abad ke 19 para matematikawan mulai menemukan kelemahan geometri Euclid (Widana, 2013).

Dalam geometri non-Euclid memuat geometri Lobachevky (geometri Hiperbolik), dan geometri Riemann (geometri Eliptik) (Prabowo, n.d.). Mempelajari disertasinya tentang penemuannya yang baru di Fakultas Filsafat Gottingen, dengan mengasumsi bahwa garis-garis tidak terbatas, tetapi panjangnya berhingga. Riemann tidak mengakui postulat kesejajaran geometri Euclides maupun geometri Hiperbolik.

Riemann mempunyai postulat kesejajaran "tidak ada garis-garis yang sejajar dengan garis yang lain". Berdasarkan postulat tersebut, maka geometri Eliptik ini terdapat dua garis yang selalu berpotongan dan tidak ada dua garis sejajar (Sonita & Sari, 2018).

Untuk mencari perbedaan utama dari teori Riemann dengan teori Euclides, maka perlu diingat bahwa garis tidak berhingga biasanya dipakai untuk membuktikan adanya dua garis sejajar, yaitu suatu teorema dalam geometri Euclides sebagai berikut: Dua garis tegak lurus pada satu garis adalah sejajar (Solikin, 2017).

Akan dibuktikan, misalkan kedua garis itu *l* dan *m* yang tegak lurus pada n. Titik *l* dan *m* dengan n berturut-turut A dan B.



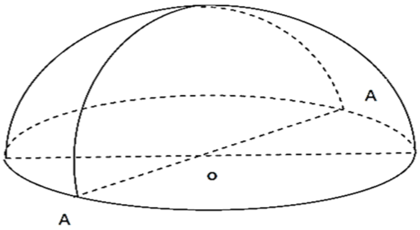
Gambar 1. Teorema Euclides

Andaikan *l* dan *m* tidak sejajar, maka garis-garis itu akan berpotongan di P.

Langkah:	Alasan:
1) PA diperpanjang dengan AP' = PA	1) Suatu segmen boleh diperpanjang
2) Dilukis P'B	2) Dua titi menentukan *l* garis
3) $\Delta\, ABP \cong \Delta\, ABP'$	3) S, Sd, S
4) $\angle\, ABP = \angle\, ABP'$	4) Unsur yang berkorespondensi
5) $\angle\, ABP' = 90^0 = \angle\, ABP$, hingga BP dan BP' berimpit	5) Melalui *l* titik pada suatu garis hanya ada *l* garis yang tegak lurus
6) *l* dan *m* berimpit	6) dua titik menentukan *l* garis

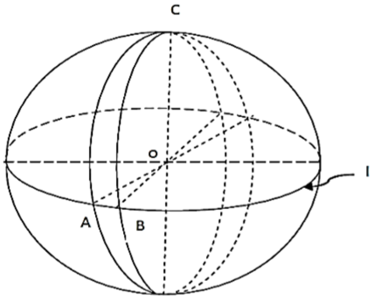
Ada perlawanan dengan ketentuan bahwa *l* dan *m* berlainan, jadi pengandaian salah, berarti *l* dan *m* sejajar.

Dalam Geometri Eliptik memiliki dua macam pengkhususan yaitu Geometri "*single elliptic*" dan Geometri "*double elliptic*" (Hassler & Lüst, 2014). Kata dasar Eliptik pada klasifikasi Geometri Proyektif, karena tidak ada dua garis yang sejajar. Untuk mempermudah dalam mengenal dalil-dalil berikutnya, maka sebagai model dari Geometri "*single elliptic*" adalah setengah bola, sedangkan Geometri "*double elliptic*" adalah bola.



Gambar 2
Model Geometri Eliptik Tunggal

Model Geometri Eliptik tunggal. Terdapat dua garis yang berpotongan tepat pada satu titik, tetapi tidak ada garis yang memisahkan bidang tersebut.



Gambar 3
Model Geometri Eliptik Ganda

Model Geometri Eliptik ganda Dua garis berpotongan tepat pada dua titik, dan ada garis yang memisahkan bidang tersebut.

Tanjung Kormomolin merupakan salah satu tanjung yang terdapat di Desa Meyano Das, Kecamatan Kormomolin, Kabupaten Kepulauan Tanimbar, dan merupakan salah satu tempat bersejarah bagi masyarakat Desa Meyano Das. Adapun beberapa gambar tanjung Kormomolin yang dapat digunakan untuk membuktikan model geometri Eliptik tunggal dan model geometri Eliptik ganda berikut ini :

Gambar 4
Tanjung Kormomolin

Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode studi pustaka, dengan mempelajari, memahami dan mengkaji mengenai buku-buku, jurnal yang relevansi dengan penelitian. Adapun langkah–langkah yang dilakukan untuk mempermudah dalam memperoleh dan menyelesaikan hasil penelitian, diantaranya adalah sebagai berikut:

1) Mengumpulkan beberapa referensi yang relevan dengan penelitian,
2) Menuliskan aksioma-aksioma dan teorema-teorema yang relevan dengan penelitian,
3) Mempelajari dan memahami aksioma-aksioma dan teorema-teorema yang relevan dengan penelitian,
4) Menguraikan dan menggunakan aksioma-aksioma dan teorema-teorema sebagai acuan dalam melakukan penelitian untuk memperoleh hasil penelitian,

5) Melakukan penelitian mengenai pembuktian geometri Eliptik pada tanjung Kormomolin, dan Penarikan kesimpulan.

Hasil dan Pembahasan

a. Geometri Eliptik

Perbedaan antara Geometri Eliptik dan Geometri Euclides adalah hanya postulat kesejajaran saja. Postulat kesejajaran dari Riemann adalah tidak ada garis-garis yang sejajar dengan garis lain. Berdasarkan pada Postulat tersebut, maka Geometri Eliptik ini adalah terdapat dua garis selalu berpotongan dan tidak ada dua garis sejajar (Rohmah, 2018).

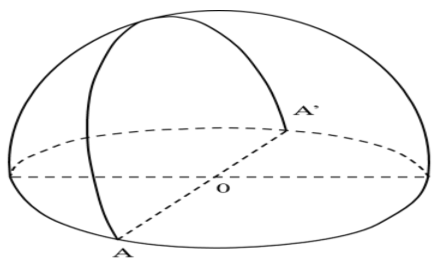
Pada Geometri Eliptik ada dua pengkhususan yaitu pada Geometri "*Single Elliptic*" dan Geometri "*Double Elliptic*". Kata dasar Eliptik adalah klasifikasi Geometri Proyektif karena tidak ada dua garis yang dapat dibuat sejajar. Untuk dapat mempermudah dalam mempelajari dalil-dalil berikutnya, maka digunakan model dari Geometri "*Single Elliptic*" atau setengah bola dan Geometri "*Double Elliptic*" atau bola sebagai contoh. Berikut akan ditampilkan model Geometri Eliptik Tunggal (setengah bola) :

1) Model Geometri Eliptik tunggal

Sebarang dua garis yang berpotongan tepat pada satu titik, tetapi tidak ada garis yang memisahkan bidang tersebut.

Gambar 5
Tanjung Kormomolin Yang Dapat Digunakan Untuk Membuktikan Model Geometri Eliptik Tunggal

Berdasarkan gambar 5 di atas, maka dapat dibuktikan pada objek konkret atau nyata dengan menggunakan pendekatan PMR pada tanjung Kormomolin. Berikut akan dibuktikan bahwa bentuk dari tanjung Kormomolin terdapat model geometri Eliptik Tunggal :

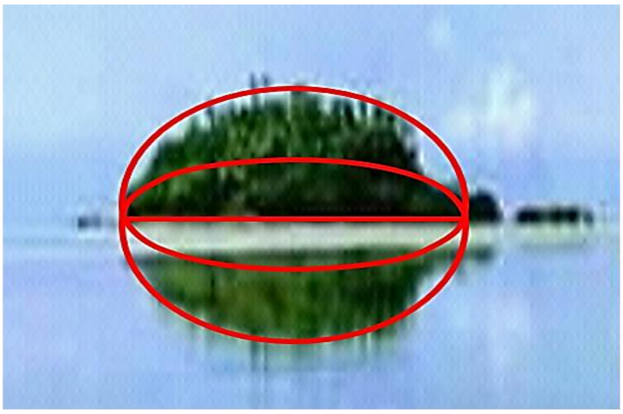


Gambar 6
Model Geometri Eliptik Tunggal

Berdasarkan gambar 5 dan 6 di atas dapat dikatakan bahwa PMR berupa objek konkret atau nyata yaitu tanjung Kormomolin, dapat digunakan untuk membuktikan model geometri Eliptik tunggal.

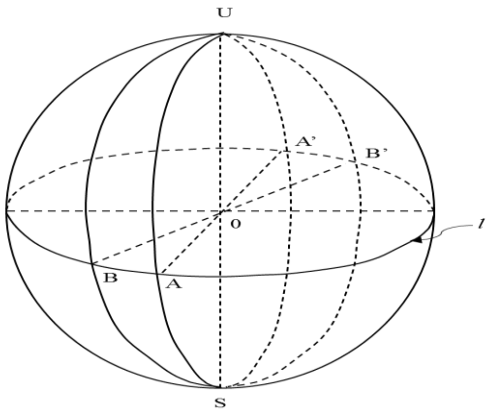
2) Model Geometri Eliptik ganda

Dua garis berpotongan tepat pada dua titik, dan setiap garis memisahkan bidang.



Gambar 7
Tanjung Kormomolin Yang Dapat Digunakan Untuk Membuktikan Model Geometri Eliptik Ganda

Pada gambar 7 dapat dibuktikan pada objek konkret atau nyata dengan menggunakan pendekatan Pembelajaran Matematika Realistik (PMR) pada tanjung Kormomolin. Berikut akan dibuktikan bahwa bentuk dari tanjung Kormomolin terdapat model geometri Eliptik Ganda :



Gambar 8
Model Geometri Eliptik Ganda

Berdasarkan gambar 7 dan 8 di atas dapat dikatakan bahwa PMR berupa objek konkret atau nyata yaitu tanjung Kormomolin, dapat digunakan untuk membuktikan model geometri Eliptik ganda yaitu penggandaan dari gambar tanjung tersebut, dari hasil refleksi terhadap air laut.

Tabel 1
Representasi Bola Euclid

Geometri Eliptik Ganda	Representasi Euclid
Titik	Titik yang terdapat pada bola.
Garis	Lingkaran bola.
Bidang	Bola.
Segmen	Busur dari satu lingkaran bola.
Jarak antara dua titik	Panjang busur lingkaran besar yang melalui dua titik tersebut adalah pendek.
Sudut yang dibentuk oleh dua garis	Sudut yang dibentuk oleh dua lingkaran besar.

Dalam Geometri Eliptik melalui satu titik pada suatu garis hanya dapat dilukis satu garis yang tegak lurus garis tersebut. Untuk setiap garis *l* ada di kutup K sedemikian sehingga semua garis melalui K tegak lurus pada *l* (gambarnya seperti setiap meridian yang melalui kutub tegak lurus dan katulistiwa).

Sifat kutub *l* adalah suatu garis, maka ada titik K, yang disebut kutub dari *l* sedemikian sehigga :

1. *l* tegak lurus pada *l* apabila segmen garis yang menghubungkan K dengan setia titik.
2. K berjarak sama dengan setiap titik pada *l*.

Jarak K ke sebarang titik pada *l* adalah jarak polar. Jarak polar pada setiap kutub sampai kepada garisnya adalah konstan, sama halnya dengan panjang suatu garis adalah konstan. Berikut adalah teorema-teorema dasar yang dapat digunakan pada Geometri Eliptik ini:

Teorema 1 :

Dua garis tegak lurus pada suatu garis bertemu pada satu titik. Keabsahan teorema 1 di atas dapat ditunjukan pada gambar 9, garis A dan B sama-sama tegak lurus di garis *l*, dan bertemu pada titik C. Kemudian untuk garis-garis yang saling tegak lurus berlaku teorema 2 berikut ini.

Teorema 2 :

Semua garis tegak lurus pada suatu garis berpotongan pada titik yang disebut kutub dari garis itu dan sebaliknya setiap garis melalui kutub suatu garis tegak lurus pada garis itu.

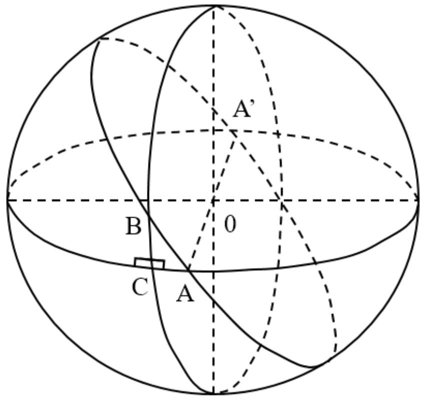
Bukti

Pada teorema 1 “Dua garis yang tegak lurus pada suatu garis bertemu pada satu titik sudah terbukti, titik itulah yang disebut titik kutub, disini akan berlaku untuk setiap garis yang tegak lurus pada garis *l*, begitu sebaliknya jika pada titik C ditarik garis yang tegak lurus terhadap garis *l* maka semua garis akan tegak lurus ke *l*.

Teorema 3 :

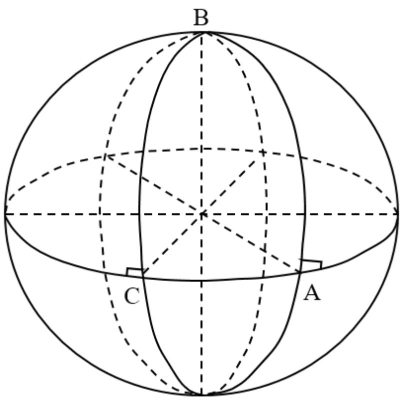
Dalam sebarang Δ ABC dengan $\angle$ C = 90^0, sudut A $\leq 90^0$ atau A $\geq 90^0$, tergantung dari segmen BC $\leq$ dari jarak polar q atau BC $\geq$ dari jarak polar q. Keabsahan teorema di atas dapat ditunjukan dengan contoh dibawah ini :
Diketahui : segitiga ABC dengan $\angle$ C = 90^0.

1) Ditunjukkan bahwa A $\leq 90^0$, bila BC $\leq$ dari jarak polar q



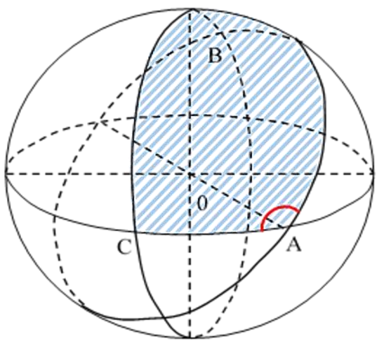
Gambar 9
A $\leq$ $\mathbf{90^0}$, karena $\overline{BC} \leq$ jarak polar

2) Ditunjukkan bahwa $\angle$ A = 90^0, bila $\overline{BC}$ = dari jarak polar



Gambar 10
A = $\mathbf{90^0}$, karena $\overline{BC} =$ jarak polar

3) Ditunjukkan bahwa $\angle$ A $>$ 90^0, bila $\overline{BC}$ $>$ dari jarak polar



Gambar 11
$\angle$ A $>$ $\mathbf{90^0}$, karena $\overline{BC}$ $>$ jarak polar

Untuk jumlah besar sudut-sudut segitiga dalam Geometri Eliptik ini berlaku teorema 4 berikut ini :

Teorema 4 :

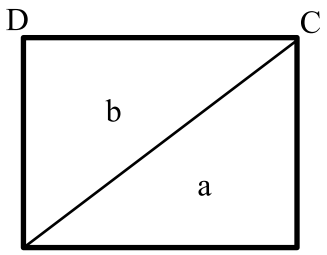
Jumlah besar sudut-sudut suatu segitiga lebih besar dari 180^0. Keabsahan teorema 4 diatas dapat ditunjukan dengan menggunakan gambar 10, dan gambar 11 :

Pada gambar 10: ∠ A = 90^0, ∠ C = 90^0, ∠ B positif
Sehingga $m\angle$ A + $m\angle$ B + $m\angle$ C $> 180^0$
Pada gambar 11: ∠ C = 90^0, ∠ A tumpul
Sehingga $m\angle$ A + $m\angle$ B + $m\angle$ C $> 180^0$.

Teorema 5 :

Jumlah besar sudut-sudut suatu segiempat lebih besar dari 360^0.

Bukti teorema 5



Gambar 12
Ilustrasi Jumlah Besar Sudut-sudut Segiempat Lebih Besar Dari 360^0

Pada gambar 12 Segiempat ABCD di atas, jika dibuat garis yang menghubungkan titik A dan C maka akan terbentuk dua buah segitiga, segitiga a dan segitiga b, berdasar teorema 4 bahwa Jumlah besar sudut-sudut suatu segitiga lebih besar dari 180^0, maka segiempat tersebut jumlah besar sudut-sudut lebih besar dari 360^0.

Kesimpulan

Matematika perlu dikaitkan dengan ilmu matematika yang bersifat abstrak dan sulit dipahami oleh peserta didik. Oleh sebab itu perlu adanya inovasi pembelajaran yang mengajak peserta didik untuk memahami materi matematika melalui kehidupan sehari-hari dengan berbagai objek konkret atau nyata di sekitar ligkungan mereka. Dalam Pembelajaran Matematika Realistik (PMR) peserta didik diberikan kesempatan untuk mempelajari hal-hal dalam kehidupan sehari-hari kemudian mengaitkannya dengan topik atau pembahasan dalam pelajaran matematika atau sebaliknya.

Dengan adanya pendekatan Pembelajaran Matematika Realistik (PMR) dengan objek tanjung Kormomolin, peserta didik menjadi lebih memahami tentang materi yang diajarkan dengan menghadirkan objek konkret atau nyata dalam proses pembelajaran. Pada tanjung Kormomolin terdapat bentuk geometri Eliptik tunggal dan geometri Eliptik ganda yang dapat digunakan untuk membuktikan geometri Eliptik dan beberapa teorema-teorema dasar yang berlaku pada geometri Eliptik

Bibliografi

Hadi, S. (2017). *Pendidikan matematika realistik*. PT RajaGrafindo Persada.

Hassler, F., & Lüst, D. (2014). Consistent compactification of double field theory on non-geometric flux backgrounds. *Journal of High Energy Physics*, *2014*(5), 85.

Nur'aini, I. L., Harahap, E., Badruzzaman, F. H., & Darmawan, D. (2017). Pembelajaran matematika geometri secara realistis dengan GeoGebra. *Matematika: Jurnal Teori Dan Terapan Matematika*, *16*(2).

Prabowo, A. (n.d.). PERMULAAN GEOMETRI HIPERBOLIK. *SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA 2010*, 81.

Rani, V. (2018). Etnomatematika Pada Candi Ratu Boko Sebagai Pendukung Pembelajaran Matematika Realistik. *Prosiding Seminar Nasional*, *1*(1).

Roebyanto, G. (2014). *Geometri Pengukuran dan Statistik*. PENERBIT GUNUNG SAMUDERA (GRUP PENERBIT PT BOOK MART INDONESIA).

Rohmah, N. H. (2018). *Peningkatan hasil belajar Matematika materi Perkalian menggunakan model pembelajaran Kooperatif tipe Numbered-Heads Together (NHT) pada siswa Kelas III-B MI Masyhudiyah Giri Kebomas Gresik tahun pelajaran 2017/2018*. UIN Sunan Ampel Surabaya.

Solikin, A. (2017). Konsep Kesejajaran Garis dalam Geometri Euclid dan Geometri Riemann serta Aplikasinya dalam Kajian Ilmu Falak. *MUST: Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, *2*(2), 243–254.

Sonita, A., & Sari, M. (2018). Implementasi Algoritma Sequential Searching Untuk Pencarian Nomor Surat Pada Sistem Arsip Elektronik. *Pseudocode*, *5*(1), 1–9.

Widana, I. W. (2013). SEGIEMPAT SACCHERI (Kajian Teoretik pada Geometri Non Euclid). *Emasains*, *2*(3), 69–82.