



universidad
de león

Departamento de Ingenierías Mecánica, Informática y Aeroespacial

**Optimización de las Prestaciones
Aerodinámicas de un Lanzador de Satélites
Aeroportado**

**Optimization of the Aerodynamic Performance
of an Aero-ejected Satellite Launcher**

Tesis Doctoral

Deibi López Rodríguez

León 2013



universidad
de león

Departamento de Ingenierías Mecánica, Informática y Aeroespacial

**Optimización de las Prestaciones
Aerodinámicas de un Lanzador de Satélites
Aeroportado**

**Optimization of the Aerodynamic Performance
of an Aero-ejected Satellite Launcher**

Tesis Doctoral

Deibi López Rodríguez

León 2013

A mis padres y a mi hermano

Agradecimientos

En primer lugar me gustaría mostrar mi más sincero agradecimiento a mis compañeros de laboratorio, en especial a mi tutor Jesús Gonzalo y a mi gran compañero de viaje Diego Domínguez, pues sin ellos no habría sido posible la elaboración de esta tesis doctoral. El buen ambiente de trabajo y compañerismo en el Área de Ingeniería Aeroespacial son los verdaderos motores de avance, pues a lo largo de estos cuatro años de investigación esta ha sido mi segunda familia, que me ha hecho madurar no solo como profesional sino también como persona.

En segundo lugar, y no menos importante que el primero, a mis padres y a mi hermano, pues ellos han sido las verdaderas fuentes de apoyo que me han fortalecido en los momentos más difíciles. También quiero mostrar aquí mi agradecimiento al resto de mi familia, en especial a mi tío recientemente fallecido que ya no estará para disfrutar próximamente del éxito que se deriva de este trabajo.

En el plano profesional quiero mostrar mi gratitud con varias instituciones que han tenido un impacto directo con el desarrollo de esta tesis doctoral. En primer lugar a Ingeniería y Servicios Aeroespaciales S.A. (INSA), actualmente Ingeniería y Servicios para la Defensa (ISDEFE), pues la idea original sobre la que basan estos trabajos nació de uno de los proyectos de los que hemos formado parte como área. También quisiera mencionar a la Fundación Centro de Supercomputación de Castilla y León por el acceso a sus instalaciones, en especial a Jesús Lorenzana por su magnífica disponibilidad y dedicación. Y por último al Dr. Osvaldo M. Querin por su acogida durante la estancia de investigación realizada en la *University of Leeds* como nutrido complemento para el desarrollo de la tesis.

Por último, quería agradecer el apoyo mostrado por el resto de compañeros y amigos que alguna vez han tenido que escucharme o aconsejarme.

Gracias

Resumen

El auge del mercado de nanosatélites en los últimos años ha potenciado la cantidad de estudios realizados en torno a lanzadores específicamente diseñados para ellos. Entre otras muchas opciones, los lanzadores aeroeyectados pueden resultar rentables cuando las órbitas exigidas son peculiares o las ventanas de lanzamiento son incompatibles con inyecciones compartidas. Dada la menor eficiencia energética de los lanzadores de pequeñas dimensiones, la posibilidad de una eyección desde cierta altitud y con velocidad inicial no nula compensa en parte esta desventaja frente a los lanzadores tradicionales. Además, también puede producirse un ahorro importante derivado de los costes de la infraestructura terrestre necesaria, siendo el sitio de lanzamiento seleccionable en cada caso.

En esta tesis doctoral se recogen métodos de mejora en diferentes aspectos del diseño y operación de un lanzador aeroportado enfocadas a conseguir un aumento de sus prestaciones. Tres han sido las áreas de estudio y mejora: trayectoria, aerodinámica supersónica y geometría del lanzador.

En primer lugar se ha llevado a cabo una optimización de la trayectoria del vehículo con el objetivo de analizar la altitud de la órbita con el mínimo combustible, o maximizar el radio orbital para un combustible dado. Esta altitud, directamente relacionada con la energía del satélite, suele ser determinante en el tiempo de vida de la misión, y de ahí la importancia de su optimización. En este proceso se determinan los tramos de ascenso y las variables y condiciones más determinantes en la consecución de las prestaciones finales.

Una vez elegido un punto de diseño nominal se realiza una optimización geométrica bajo una determinada configuración de lanzador, utilizando métodos estadísticos para la generación de metamodelos basados en técnicas de optimización de *Kriging*. La elaboración de dicho metamodelo, que permite estimar los coeficientes de resistencia aerodinámica correspondientes a un compendio de geometrías muy grande, se lleva a cabo gracias a una serie de simulaciones numéricas realizadas mediante técnicas de dinámica de fluidos computacional.

Estas simulaciones son realizadas en condiciones de flujo supersónico, y dado el estado del arte actual en configuración de escenarios para flujos externos supersónicos ha sido necesario analizar la influencia de aspectos como: la adecuación de los diversos modelos de turbulencia existentes, el uso de funciones de pared y el nivel de resolución de las mallas utilizadas. Los resultados han sido contrastados y validados con experimentos reales realizados en túnel de viento por otros autores, utilizando así el entorno de simulación más adecuado para la realización de los experimentos numéricos.

Como resultado final, se ha obtenido una metodología que consigue mejoras en las prestaciones de los lanzadores aeroportados, con un estudio completo que es capaz de optimizar la geometría a partir de un punto de diseño determinado por el análisis de la trayectoria.

The nanosatellite market boom in the last years has improved the number of studies carried out around small launchers. One of the most attractive options is the use of aero-ejected launchers. Taking into account the low energetic efficiency of a small-sized launcher, the possibility of ejection from a certain altitude significantly reduces these losses with respect to an Earth-launch. Furthermore, there is also a considerable saving of costs related to the needed ground infrastructure.

This thesis presents the improvements in different aspects of the design and operation of an aero-ejected launcher, increasing its performance. There were three areas of study: trajectory, supersonic aerodynamics and launch shape optimization.

First, a trajectory optimization of the vehicle has been performed with the purpose of analyzing the orbit altitude reached and determining the segments of larger influence in terms of energy, since they are crucial in the achievement of higher altitudes.

Once a nominal design point is chosen a geometric optimization is developed under a certain configuration of launcher, using statistical methods to generate a metamodel based on *Kriging* optimization techniques. Producing such a metamodel, which allows the estimation of the drag coefficient for different geometries, is conducted through several numerical simulations made by computational fluid dynamic software.

These simulations are performed in supersonic flow conditions. The state of art about environment configurations for supersonic external flows is rather sparse, so it has been necessary to analyze the influence of issues such as: the adequacy of several existing turbulence models, the use of wall functions and the level of resolution of the mesh used. The results have been compared to real experiments conducted in a wind tunnel by other authors, using the most appropriate simulation environment to reach the best numerical solutions.

As a result of all this, a methodology that achieve improvements in the performance of aero-ejected launchers has been obtained, with a comprehensive study that is able to carry out the launcher geometric optimization from a nominal design point determined by the analysis and optimization of the trajectory.

Tabla de Contenidos

Agradecimientos	3
Resumen	4
Abstract	6
Tabla de Contenidos	7
Índice de Figuras	10
Índice de Tablas	13
Glosario de Símbolos	14
Capítulo 1	16
INTRODUCCIÓN	16
1.1 Reseña Histórica	16
1.2 Objeto	17
1.3 Objetivos y metodología	18
Capítulo 2	19
ESTADO DEL ARTE	19
2.1 Estado Actual de Lanzadores	19
2.2 Métodos de optimización aerodinámica	28
2.3 Optimización aerodinámica de cuerpos de revolución	31
2.4 Trajectory optimization	34
2.5 Estado del arte simulaciones de flujo supersónico	38
2.6 Encuadre del estudio	41
2.7 Programa de Trabajo	42
Capítulo 3	44
OPTIMIZATION OF ASCENT TRAJECTORIES FOR AERO-EJECTED LAUNCHERS	44
3.1 Introduction	44
3.2 System dynamics	44
3.2.1 Movement laws.....	44
3.3 Design parameters	48
3.3.1 Solid propellant motors.....	48
3.3.1 Preliminar aerodynamics.....	49
3.3.2 Timeliness.....	50
3.3.3 Mass budget	50
3.4 Optimization problem and its solution	51
3.4.1 Pure indirect method	52
3.4.2 Phasing	54
3.4.3 The fading-in atmosphere	54
3.5 Analysis of results	56

3.1	Conclusions on trajectory optimization	61
Capítulo 4	63
NUMERICAL MODELLING OF SUPERSONIC FLOWS AROUND ROCKET BODIES	63
4.1	Problem definition.....	63
4.2	Simulation environment	65
4.2.1	Equations for a turbulent compressible flow	65
4.2.2	Wall functions and grid resolution	66
4.2.3	Suitable turbulence models.....	67
4.2.3.1	SST $k-\omega$	67
4.2.3.1	RNG $k-\epsilon$	68
4.2.3.2	Spalart Allmaras	69
4.2.4	Numerical schemes	69
4.2.4.1	TVD (Total variation diminish).....	69
4.2.4.2	CDS (Central differencing schemes)	69
4.2.4.3	QUICK (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinetics)	70
4.2.4.4	CUBIC	70
4.2.5	Boundary conditions and inlet turbulence level	70
4.3	Results	70
4.4	Conclusions	76
Capítulo 5	78
USO DEL MÉTODO KRIGING PARA OPTIMIZACIÓN ARODINÁMICA DE CUERPOS		
ESBELTOS EN RÉGIMEN SUPERSÓNICO	78
5.1	Definición del problema.....	79
5.2	El método <i>Kriging</i> en optimización numérica.....	80
5.2.1	Modelado de función cosenoidal	83
5.3	Modelado del problema	87
5.3.1	Elaboración del fichero de definición geométrica.....	88
5.3.2	Mallado.....	89
5.3.3	Ejecución de las simulaciones	90
5.3.4	Post-proceso de las simulaciones.....	90
5.4	Resultados	91
5.5	Simulaciones de validación	99
5.6	Conclusiones	103
Capítulo 6	105
CONCLUSIONES	105
CONCLUSIONS	109
ANEXO A. Función <i>dacefit</i> de generación del metamodelo	121
ANEXO B. Algoritmo de aplicación del método <i>steepest descent</i>	126
ANEXO C. Resumen de los resultados de los campos de velocidad de las muestras más significativas	128

Índice de Figuras

Figura 2-1 Esquema de optimización de misión utilizado para el cohete aeroeyectado diseñado en Konkuk University (Lee, Noh, & Byun, 2007).....	23
Figura 2-2 Configuraciones LVS (Matsuda, Kanai, Fuji, Hinada, & Kaneoka, 2008).....	25
Figura 2-3 Método de diseño y variables utilizadas en el proyecto RASCAL (Young & Olds, 2005).....	27
Figura 2-4 Esquema del proceso de diseño basado en el método basado en adjuntos (Jameson, Martinelli, Cliff, & Thomas, 2005)	28
Figura 2-5 Diagrama de flujo de la estructura para optimización geométrica aplicando la herramienta DAKOTA (Eldred, Giunta, van Bloemen Waanders, Wojtkiewicz, Hart, & Alleva, 2004)	30
Figura 2-6 Algoritmo para optimización geométrica con DAKOTA (Eldred, Giunta, van Bloemen Waanders, Wojtkiewicz, Hart, & Alleva, 2004)	30
Figura 2-7 Parámetros geométricos de un cohete genérico para modelización según (Eldred, Giunta, van Bloemen Waanders, Wojtkiewicz, Hart, & Alleva, 2004).....	30
Figura 2-8 Distribución de presiones a lo largo de un proyectil de longitud (Z) = 6 diámetros (D) a Mach = 3 con un ángulo de salida (θ) = 0°	32
Figura 2-9 Distribución de presiones a lo largo de un proyectil de longitud (Z) = 6 diámetros (D) a Mach = 3 con un ángulo de salida (θ) = 7°	32
Figura 2-10 Geometría base del estudio realizado por la nada en (Blair Jr., 1991)	33
Figura 2-11 Detalle de configuraciones estudiadas en (Blair Jr., 1991)	33
Figura 2-12 Plano de proyectil estándar de 0.50-cal. Dimensiones en calibres (1 calibre = 12,95 mm).....	34
Figura 3-1: Schematic of state and control variables.	45
Figura 3-2 Some drag coefficients for rocket aerodynamics (Vukelich, Stoy, Burns, Castillo, & Moore, 1988)	49
Figura 3-3 Reference drag coefficient used for trajectory optimization	50
Figura 3-4 Progressive approximation to the optimized trajectory through homotopic solutions. Final orbital altitude and rocket pitch at starting and end points shown	58
Figura 3-5 Solution for the optimized trajectory (altitude and velocity shown with time)	58
Figura 3-6 Thrust and angles of attack and pitch of the rocket during the optimum ascent trajectory.....	59
Figura 3-7 Changes in temperature and pressure (dynamic and static) during the optimum ascent trajectory	59
Figura 3-8 Acceleration onboard during active stages and coasting periods together with thrust and aerodynamic drag forces along time for the optimum ascent trajectory.....	60
Figura 3-9 Acceleration onboard during first stage (zoomed) during the optimum ascent trajectory.....	60
Figura 3-10 Changes in thrust and aerodynamic drag with Mach and time during the optimum ascent trajectory	61

Figura 4-1 Slender body scheme.....	65
Figura 4-2 First order potential theory and experimental data for the test case (Van Dyke 1959)	65
Figura 4-3 Grid resolution and design	67
Figura 4-4 Coordinates of simulated model	71
Figura 4-5 Mach (left) and iso-pressure contours (right) around fairing.....	71
Figura 4-6 Cp for different turbulence models and numerical schemes. Figure 6(a) Spalart-Allmaras. Figure 6(b) RNG k- ϵ . Figure 6(c) SST k- ω . Figure 6(d) SST k- ω for $y^+ = 30$ and $y^+ = 60$	72
Figura 4-7 RMSE of Cp for different conducted simulations. Figure 7(a) RMSE of Cp for mesh with $y^+ = 300$. Figure 7(b) RMSE of Cp for different y^+ mesh comparison.....	72
Figura 4-8 Integrated Cd for different turbulence models along longitudinal axis.....	74
Figura 4-9 Velocity and temperature profiles at different points of the fairing for $y^+ = 30$ and $y^+ = 300$, corresponding with SST k- ω turbulence model with TVD scheme simulations.	75
Figura 4-10 RMSE of Cp of different y^+ meshes for SST k- ω models with TVD numerical schemes	75
Figura 5-1 Esquema de las variables que definen el problema modelo del vehículo lanzador estudiado	80
Figura 5-2 Vistas en 3D del metamodelo generado.....	85
Figura 5-3 Error cuadrático medio del modelo generado	86
Figura 5-4 Vista en 3D del metamodelo generado una vez incluido el dato de corrección	87
Figura 5-5 Error cuadrático medio del modelo generado una vez incluido el dato de corrección.....	87
Figura 5-6 Distribución de puntos de la geometría del lanzador para los casos simulados.....	88
Figura 5-7 Ejemplo de datos recogidos en el archivo <i>.dat</i>	89
Figura 5-8 Evolución del coeficiente de resistencia a lo largo de una simulación.....	92
Figura 5-9 Resumen de coeficientes de resistencia y geometrías ensayadas en la primera iteración.....	93
Figura 5-10 Ejemplo gráfico del método <i>steepest descent</i> (Bryson & Yu-Chi, 1975).....	94
Figura 5-11 Valores del modelo generado y trayectoria del punto óptimo en torno a las variables α_1 y α_3 de la muestra 10	95
Figura 5-12 Resumen de coeficientes de resistencia y geometrías ensayadas añadidos en la segunda iteración	96
Figura 5-13 Valores del modelo generado en torno a las variables α_2 y α_5 de la muestra 10	97
Figura 5-14 Valores del modelo y trayectorias al punto óptimo desde varios puntos iniciales en función de α_4 y α_5	99
Figura 5-15 Geometría y coeficiente de resistencia aerodinámico para la simulación del punto óptimo	99

Figura 5-16 Detalle de la geometría de las ojivas del punto óptimo de diseño (arriba) y de la muestra 23 (abajo).....	100
Figura 5-17 Campo de velocidades (m/s) del punto óptimo de diseño.....	101
Figura 5-18 Detalle del campo de velocidades (m/s) en torno a la punta del lanzador para el punto óptimo de diseño	101
Figura 5-19 Coeficiente de presión aerodinámico a lo largo de la superficie del punto óptimo de diseño	102
Figura 5-20 Campo del coeficiente de presión aerodinámico del punto óptimo de diseño	103
Figura 5-21 C_d actualizado para la realización de la optimización de la trayectoria	104
Figura 5-22 Trayectoria óptima para diferentes soluciones homotópicas.....	104

Índice de Tablas

Tabla 2-1 Parámetros de diseño de los lanzadores Pegasus y Pegasus XL	20
Tabla 2-2 Características del NOTS-EV-1 Pilot	21
Tabla 2-3 Características del lanzador ruso Burlak.....	22
Tabla 2-4 Características del airbone MLA-D.....	23
Tabla 2-5 Características finales del cohete diseñado en Konkuk University	24
Tabla 2-6 Parámetros obtenidos como resultado de la optimización SQP en el cohete aeroeyectado diseñado en Konkuk University.....	24
Tabla 2-7 Coeficientes de sustentación y resistencia para el diseño optimizado del cohete de la Konkuk University.....	24
Tabla 2-8 Características para distintas configuraciones del cohete MRLV (Shamsul Kamal Adnan & Said)	26
Tabla 2-9 Características del diseño preliminar y el diseño GT RASCAL, elegido una vez optimizado (Young & Olds, 2005).....	27
Tabla 2-10 Valores obtenidos después de la optimización para (Eldred, Giunta, van Bloemen Waanders, Wojtkiewicz, Hart, & Alleva, 2004)	30
Tabla 2-11 Rango de error esperado de coeficientes aerodinámicos entre predicciones y resultados experimentales.....	34
Tabla 2-12 Summary of optimization methods and relevant characteristics (fuzzy frontiers among them).....	38
Tabla 2-13: Características de eyección de cargas por el McDonnell Douglas EF-18 Hornet	41
Tabla 4-1 Constant values for $k-\omega$ and SST $k-\omega$ models	68
Tabla 4-2 Constant values for $k-\epsilon$ and RNG $k-\epsilon$ models	68
Tabla 4-3 Constant values for Spalart Allmaras turbulence model	69
Tabla 5-1 Funciones de correlación implementadas en la toolbox DACE del software Matlab	83
Tabla 5-2 Lista de valores de entrada de S e Y del metamodelo de la función cosenoidal	84
Tabla 5-3 Nuevo valor añadido al metamodelo de la función cosenoidal para amuestrar su precisión	86
Tabla 5-4 Resumen de los valores óptimos del diseño del vehículo lanzador	97
Tabla 5-5 Resumen de valores para las variables de la geometría en la muestra 23 y en el punto óptimo de diseño	100
Tabla 5-6 Valores actualizados para una última iteración en la optimización de la trayectoria.....	104

Glosario de Símbolos

- ABSL Aircraft-Based Satellite Launching
- ARL Army Research Laboratory
- CATS Cheap Access to Space
- CDS Central Differencing Schemes
- CFD Computational Fluid Dynamics
- DACE Design and Analysis of Computes Experiments
- DAKOTA Design and Analysis Kot for Optimization and Terascale Applications
- DARPA Defense Advanced Research Projects Agency
- DNS Direct Numerical Simulation
- DSM Design Structure Matrix
- FEM Finite Element Method
- INSA Ingeniería y Servicios Aeroespaciales S. A.
- INTA Instituto de Técnica Aeroespacial
- ISDEFE Ingeniería y Servicios para la Defensa
- LES Large Eddy Simulation
- MLA Airbone Micro Launcher
- NASA National Aeronautics and Space Administration
- NEXT National Experimental Supersonic Transport
- NLG New Generation Launcher
- NOTS Naval Ordenance Test Station
- PDE Partial Differential Equations
- QUICK Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinetics
- RANS Reynolds Averaged Navier-Stokes

RASCAL Responsive Access, Small Cargo, Affordable Launch

RMSE Root Mean Square Error

RNG Re-Normalization Group

RSM Reynolds Stress Model

SA Spallart-Almaras

SST Shear Stress Transport

SQP Sequential Quadratic Programming

SSDL Space System Design Laboratory

TVD Total Variation Diminish

USA Unites States of America

USAF United States Air Force

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1 Reseña Histórica

El invento realizado por Herón de Alejandría, en el siglo I a.C., se podría datar como el primer cohete documentado. Por el principio de acción-reacción el vapor de agua hacía rotar una esfera sobre una estructura adecuada. Aproximadamente por estas fechas, en China se empezaba a experimentar con la pólvora para sus eventos y festividades, de modo que se descubriría, probablemente por accidente, su uso como propulsor.

Con el paso de los siglos, el desarrollo de los cohetes fue de la mano de las armas de guerra, sobre todo entre los siglos XII y XVI, donde se utilizaban como elementos arrojados contra naves o ejércitos. Su efectividad residía no sólo en el acierto o no de los cohetes, si no en la superioridad psicológica que adquiría el bando que los usaba.

El siguiente paso fue pensar en su uso como medio de transporte, por lo que al poco tiempo, a finales del siglo XVII, las leyes del movimiento de Isaac Newton (1642 - 1727) daban explicación a su filosofía de funcionamiento, demostrando que se podían mover en el vacío.

En 1898 Konstantin Tsiolkovsky (1857-1935) propuso la exploración del espacio mediante cohetes y el uso de propulsores líquidos para aumentar la eficiencia.

La II Guerra Mundial marca un hito histórico en el desarrollo de los cohetes, pues el desarrollo de la bomba alemana V-2 fue el primero de los estudios y diseños de diversos misiles-cohete.

Algunas de las bombas fueron recuperadas por los aliados para su estudio, en principio con fines militares, hasta que el 4 de Octubre de 1957 la Unión Soviética ponía en órbita el primer satélite artificial alrededor de la Tierra. Así, poco a poco astronautas orbitaron la Tierra, el hombre pisó la luna y robots viajaron por el espacio hasta distintos planetas.

“Since the earliest days of discovery and experimentation, rockets have evolved from simple gunpowder devices into giant vehicles capable of traveling into outer space. Rockets have opened the universe to direct exploration by humankind.” (Shearer & Vogt, 2008)

1.2 Objeto

En este contexto, los avances tecnológicos permiten día a día la reducción del volumen y la masa de los satélites que orbitan alrededor de la Tierra (National Aeronautics and Space Administration, 2007), lo que sugiere la utilización de lanzadores específicos que se adapten mejor a los requerimientos del cliente y minimicen los costes de lanzamiento. El aumento exponencial en el lanzamiento de nanosatélites experimentado en los últimos años, como los de observación, investigación o desarrollos tecnológicos, son claros ejemplos de consumo de este servicio.

Al hablar de nanosatélites, se habla también de lanzadores de reducido tamaño y masa. Esto proporciona la posibilidad de que este tipo de vehículos puedan ser aeroeyectados, reduciendo así la energía necesaria para la puesta en órbita del satélite y facilitando un amplio abanico de lugares de lanzamiento.

Un lanzador de este tipo es eyectado a una altura típica cercana a los 10000 m, alcanzando órbitas entre los 400 y 500 Km de altura. Durante su trayectoria, el Mach de vuelo experimenta grandes cambios, desde velocidad subsónica hasta hipersónica. Mientras tanto, la densidad de la atmósfera se modifica, y por lo tanto la velocidad del sonido en función de la altura a la que se encuentra.

En este tipo de órbita baja, el satélite posee una velocidad lineal que se aproxima a 7500 m/s, y las pérdidas producidas por la atmósfera equivalen a un incremento de velocidad de 1500 m/s ya que el incremento de velocidad total necesario es cercano a los 8950 m/s (Lee, Noh, & Byun, 2007). Esto sitúa a las pérdidas aerodinámicas alrededor del 20-25%. Una optimización de la geometría del lanzador, con objeto de mejorar la eficiencia aerodinámica, disminuirá de un modo importante estas pérdidas y por tanto la cantidad de masa de combustible necesaria para poner en órbita la misma carga de pago. En el caso de los lanzadores aeroportados, las geometrías más adecuadas no siempre concuerdan con las mejores para lanzadores convencionales, ya que parte del trayecto atmosférico, precisamente donde la densidad es mayor, se ahorra.

1.3 Objetivos y metodología

De acuerdo con lo expuesto hasta aquí, parece razonable realizar una investigación en torno a las prestaciones aerodinámicas de este tipo de lanzadores aeroportados, puesto que es un campo que recientemente está adquiriendo fuerza, como se muestra en el apartado 2.1.

El objetivo principal de la tesis es desarrollar una metodología que lleve a la optimización geométrica de un lanzador de satélites aeroportado que sea precisa, flexible y que se pueda particularizar a casos concretos. De este modo, las mejoras conseguidas en las diversas técnicas empleadas serán fácilmente aplicables a distintas misiones, es decir, se podrán variar el punto y la altura de lanzamiento, la velocidad de eyección e incluso la altitud de la órbita.

Para ello se han realizado trabajos en varias áreas de conocimiento, analizando las técnicas existentes para cada una de ellas y llevando a cabo las modificaciones o mejoras necesarias para la consecución de los resultados deseados.

Se comienza por la elaboración de una optimización de la trayectoria de modo que se encuentre aquella que menor energía requiere o que mayor altitud de órbita alcance con una configuración dada, determinando así un punto de diseño donde se continuará con los trabajos. Posteriormente se desarrolla una metodología para la consecución de una mejora en la eficiencia aerodinámica relativa a las propiedades geométricas del mismo en el punto de diseño. Para ello se utilizarán y mejorarán las técnicas de dinámica de fluidos computacional existentes para flujos supersónicos. Por último, se elabora un metamodelo que facilita la búsqueda de la geometría óptima con un coste de simulación asequible.

Capítulo 2

ESTADO DEL ARTE

2.1 Estado Actual de Lanzadores

Hasta el presente sólo existió uno de estos lanzadores operativo de un modo comercial con unos 40 lanzamientos, el PEGASUS, un lanzador de unas 20 toneladas que pone en órbita satélites pequeños de hasta 400 kg (National Aeronautics and Space Administration, 2007). A pesar de ser aeroportado, su masa hace que no sea eyectable desde cualquier plataforma, y por tanto actualmente es lanzado a una velocidad reducida a unos 12000 m de altitud desde un Lockheed L-1011. El último de los lanzamientos, realizado con éxito, fue realizado en Junio de 2013 para el proyecto NuSTAR de la NASA.

Desarrollado por Orbital Sciences Corporation en los años 80, el PEGASUS es un lanzador aeroeyectable (air-launched) de tres etapas. Realizó su primer vuelo en Abril de 1990 desde un B-52 Stratofortress NB-008 de la NASA, después de cuatro misiones se desarrolló el Pegasus-XL que efectuó su primer vuelo en Junio de 1994. Se cambió en esta nueva versión el avión de lanzamiento, pasándose a utilizar un Lockheed L-1011. El procedimiento de lanzamiento es sencillo, se eleva el cohete a una altura de 12000 m, donde se suelta en caída libre durante cinco segundos. Después de esto, la primera etapa del cohete comienza su ignición, y a continuación lo hace la segunda y la tercera etapa, hasta conseguir dejar el satélite en la órbita deseada.

El PEGASUS cuenta con tres motores de combustible sólido desarrollados por Hercules Aerospace (ahora Alliant Techsystems) para el propio lanzador. Además del motor tiene unas superficies de control para el vuelo dentro de la atmósfera. En gran parte el PEGASUS ha sido diseñado por el equipo del Dr. Antonio Elias. Dado el éxito del diseño se decidió mejorar las prestaciones con una nueva versión, el PEGASUS XL, en la Tabla 2-1 se presentan algunos parámetros de ambos diseños.

Tabla 2-1 Parámetros de diseño de los lanzadores PEGASUS y PEGASUS XL

	PEGASUS	PEGASUS XL
Masa (kg)	18500	23130
Largo (m)	16.9	17.6
Diámetro (m)	1.27	1.27
Envergadura (m)	6.7	6.7
Masa de la carga de pago (kg)	443	443
Dimensiones de la carga de pago (m)	1.18 \emptyset x 2.13	1.18 \emptyset x 2.13

Pese a ser el PEGASUS el que ha alcanzado realmente el éxito como lanzador aeroyectable. Existen más proyectos con diferentes fines a lo largo de la historia en este campo. Previamente, han sido varios los intentos de desarrollar un cohete de este tipo, aunque con fines ligeramente distintos.

Alrededor de los años 50 se intentó desarrollar en Estados Unidos un cohete aeroyectado con fines de arma anti-satélite, el NOTS-EV-1 Pilot (Wade, Proyect Pilot, 2010) en el Naval Ordnance Test Station (NOTS) en California, conocida hoy en día como la Naval Air Warfare Center Weapons Division. Se pretendían alcanzar los 10 km de altura para una carga de pago de 1 kg. Tenía una masa de unos 950 kg y medía unos 4.4 m de longitud (ver Tabla 2-2). En total se realizaron unos 10 lanzamientos de test y pruebas, pero no tuvo éxito ninguno, por lo que fue cancelado.

El Pilot era un cohete de cinco etapas llamado a veces de seis etapas si se tuviese en cuenta el avión desde el que se lanzaba. Siempre fue lanzado usando un F4D-1 Skyray Fighter modificado, que elevaba el cohete a 12500 m (41000 ft) de altura y lo lanzaba a una velocidad de 740 km/h y con 50° de ángulo de ataque. Al igual que en todos los lanzadores, las etapas se van activando una tras otra hasta alcanzar la altura deseada, pero en el caso del NOTS-EV-1 Pilot la quinta y última etapa se trataba de un pequeño motor que llevaba consigo la carga de pago. Apenas 20 cm de diámetro con una masa de 1.05 kg que portaban un solo instrumento, una sencilla cámara de infrarrojos que tomaría imágenes de la Tierra, con el objetivo de demostrar con imágenes que el satélite NOTSNIK cumplía con su cometido.

Después de dos lanzamientos desde tierra, el primer lanzamiento aerotransportado se realizó el 25 de Julio de 1958. El lanzamiento fue efectivo visualmente, pero nunca se pudo confirmar contactos por radio. Durante Agosto de 1958 se intentaron otros cinco

lanzamientos, pero todos tuvieron un fallo de motor excepto con posible éxito el 22 de Agosto, que de nuevo no se pudo llegar a contactar por radio.

Tabla 2-2 Características del NOTS-EV-1 Pilot

Característica	Valor
Largo (m)	4.38
Diámetro (m)	0.762
Masa (kg)	950
Envergadura (m)	1.65

A pesar de los numerosos intentos fallidos en la puesta en órbita del proyecto Pilot, poco más tarde se retomó el proyecto para desarrollar un nuevo lanzador mejorado, NOTS-EV-2 Caleb, y a principios de los años 60 se realizaron las pruebas y test del mismo (Wade, Caleb, 2010). Se diseñó originalmente para ejercer de lanzador de pequeñas cargas de pago, sin embargo el programa fue cancelado muy pronto por la presión desde la USAF (United States Air Force) que quería monopolizar el programa de lanzadores de satélites. El NOTS-EV-2 se trataba de un lanzador aeroeyectable de cuatro etapas; en este caso la masa del prototipo era de 1350 kg y medía unos 4.9 m de longitud. El objetivo era alcanzar altitudes de 500 km para una masa máxima de 7 kg. El primer intento de lanzamiento se realizó el 28 de Julio de 1960 desde un F4D-1 Skyray Fighter, al igual que el Pilot; este lanzamiento se hizo con una sola etapa en directo y tuvo éxito. El segundo lanzamiento en Octubre del mismo año con dos etapas en directo falló en el encendido. Un año después el 5 de Octubre de 1961 se empieza con el primero de tres lanzamientos, bajo la supervisión del U.S. Navy's Hi-Hoe sounding rocket program. Para estos últimos lanzamientos se utilizó un F4H-1 Phan, de mejores prestaciones. En total se realizaron 7 lanzamientos; tres de ellos fallaron pero los otros cuatro tuvieron éxito en sus pruebas, alcanzando el 26 de Marzo de 1962 una altura de 1167 km. El personal del proyecto aseguraba haber puesto en órbita un satélite, pero no está confirmado. A pesar del éxito del programa el Departamento de Defensa de los Estados Unidos decidió cancelar el proyecto a favor del lanzador *Blue Scout*.

En el estudio (Salkeld & Skulsky, 1975) se lleva a cabo una investigación para un lanzador aerotransportable de transbordadores espaciales, el resultado de los estudios indica que el lanzador aéreo no parece competitivo ante el lanzador terrestre de una sola etapa. Pese a esto, el lanzador aéreo ofrece ventajas para el lanzamiento de pequeñas cargas de pago y se permite utilizar propulsión mixta que reduce considerablemente el tamaño y peso del vehículo; por esta razón se estudia su viabilidad en esta investigación.

En 1992 Rusia propuso un proyecto de corte similar pero de dimensiones considerablemente superiores, Burlak (Wade, Burlak, 2010). El estudio fue realizado en Alemania durante los dos años posteriores, pero no llegó a realizar ningún vuelo de pruebas. Se caracterizaba por alcanzar órbitas de 200 km para cargas de pago de 1100 kg. Esta masa tan grande eyectada requiere de un cohete de grandes dimensiones, unos

27000 kg y 19 m de longitud (ver Tabla 2-3), y su eyección no es posible realizarla desde cualquier avión. En aquella época se estudiaba su posible lanzamiento desde la plataforma Tupolev Tu-160 *Blackjack*.

Tabla 2-3 Características del lanzador ruso Burlak

Característica	Valor
Largo (m)	19
Diámetro (m)	1.6
Masa (kg)	27400
Carga de pago (kg)	1100

Pese a las numerosas decepciones que hubo en el campo, donde sólo el lanzador Pegasus consiguió asentarse, se siguieron haciendo muchos más estudios como el elaborado por el CNES (CNES, 2008). El estudio que más destaca entre ellos es el ALDEBARAN en el que colaboran las agencias espaciales francesa y española (CNES y CDTI), el instituto DLR alemán y numerosas empresas con el fin de alcanzar un lanzador referencia para el futuro. Con este proyecto se pretende desarrollar la próxima generación de lanzadores (New Generation Launcher NGL), para optimizar una plataforma de lanzamiento existente flexible. Con la reciente multiplicación del número de microsátélites se incrementan los intereses de investigar un sistema de lanzamiento específico para ellos. Es aquí donde surge de nuevo la idea de llevar a cabo un lanzador aerotransportado. Al mismo tiempo que se llevan a cabo estas investigaciones en Estados Unidos ya existe el Pegasus en funcionamiento y el Quickreach proyecto que está en desarrollo por DARPA (Defense Advanced Research Projects Agency) y la NASA.

ALDEBARÁN (Talbot, Gonzalez Gotor, Ruiz Merino, & Froebel, Abril de 2009) era un proyecto para la optimización de una plataforma de lanzamiento existente flexible. En una primera aproximación, se decidió trabajar con dos proyectos más otro de reserva para la fase A (años 2009/2010). Sólo con el seleccionado del estudio se trabajaría en las posteriores fases C y D. El primero de los proyectos elegidos fue el airborne (MLA, for Airborne Micro Launcher); en este proyecto se pretende usar un caza y un elevado ángulo de ataque para su lanzamiento en subsónico. El segundo proyecto (CATS, for Cheap Access to Space) es mucho más convencional con un método de lanzamiento vertical desde el suelo. El tercer proyecto (HORVS) también se trata de un lanzador aeroyectable o airborne que se eligió como reserva del primero. Se propone que el lanzador se lleve en un carguero (Airbus A400M) y se suelte por la compuerta trasera; esto presenta grandes riesgos y complejidades debido a la complicada extracción y la seguridad en vuelo.

El modelo seleccionado fue el airborne, MLA, for Airborne Micro Launcher, (Rigault, y otros, 2008). Su tamaño es muy inferior a todos los lanzadores que se han descrito hasta ahora, pues se trata de un lanzador de dos etapas con la idea inicial de ir acoplado bajo el ala de un caza modificado para ello. Las dimensiones puestas en la Tabla 2-4 son compatibles con dos aviones europeos: el Eurofighter y el Dassault Rafale. En el primero

de ellos podría ir acoplado bajo el ala, mientras que en el segundo debería ser en la panza del avión. Estos aviones elevarían el lanzador a una altitud mayor a 15 km y lo lanzarían a una velocidad de 0.8 Mach con un ángulo de ataque entre 40 y 50°. El lanzador tendría unas 4T de masa para cargas de pago entre los 10 y los 50 kg masa.

Tabla 2-4 Características del airbone MLA-D

Característica	Valor
Largo (m)	6.5
Diámetro (m)	0.9
Masa (kg)	4000
Carga de pago (kg)	10-50

En otra de las investigaciones importantes desarrollados para este concepto de lanzadores aeroportados (Lee, Noh, & Byun, 2007) se realiza un estudio preliminar del diseño de un lanzador aeroportado para nanosatélites. Se trata de un estudio de carácter multidisciplinar donde la mayoría de las variables se encuentran acopladas entre las distintas disciplinas. Se diseñó la misión de acuerdo a los requerimientos específicos, se optimizó la trayectoria y se diseñó el sistema propulsivo en base a la misión. También se diseñaron los componentes básicos del sistema de actitud y control y se estimó el diseño de unas alas capaces de satisfacer los requerimientos necesarios de sustentación. El resultado era un cohete de 830.95 kg de masa total capaz de eyectar cargas de pago de 3.56 kg. La longitud total del vehículo no excedía los 7 metros.

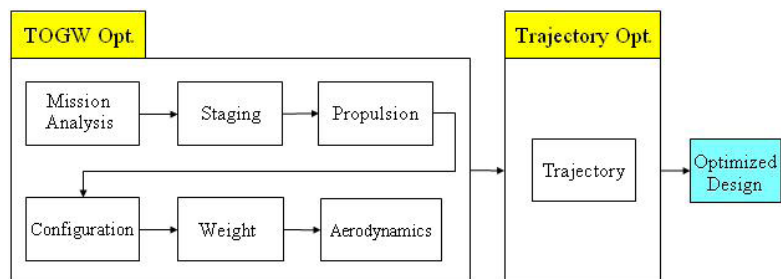


Figura 2-1 Esquema de optimización de misión utilizado para el cohete aeroeyectado diseñado en Konkuk University (Lee, Noh, & Byun, 2007)

Este estudio es fruto de una particularización de una idea previa de objetivos más ambiciosos (Lee, Chang Choi, & Byun, 2005). Este tiene como objetivo lanzar cargas de pago en torno a los 7.5 kg de masa a órbitas de 700 km usando como avión nodriza el F-4E Phantom. Esta plataforma eyecta el lanzador a 1.5 Mach a 12 km de altitud. Estos objetivos son alcanzados tras optimizar el diseño en dos pasos. En el primero se minimizó el peso al despegue de modo que fuese inferior a 1800 kg, y en el segundo se realizó la optimización de la trayectoria. El algoritmo de optimización utilizado es el Sequential Quadratic Programming, SQP (Vanderplaats, 1999) representado de un modo esquemático en Figura 2-1.

Tabla 2-5 Características finales del cohete diseñado en Konkuk University

Características	Inicial	Optimizada
Largo (m)	<6.5	6.43
Diámetro (m)	<0.6	0.60
Peso (kg)	<1800	1272.61
Carga de pago (kg)	>7.5	8.5

Tabla 2-6 Parámetros obtenidos como resultado de la optimización SQP en el cohete aeroeyectado diseñado en Konkuk University

Característica	Inicial	Optimizada
Masa del lanzador	< 1800 kg	1272.61 kg
Diámetro del lanzador	< 0.6 m	0.6 m
Masa de la carga de pago	> 7.5 kg	8.5 kg
Longitud total	< 6.5 m	6.43 m

En la Tabla 2-5 y Tabla 2-6 se recogen los resultados de la optimización.

Un estudio ampliado (Chang Choi, Noh, Lee, Byun, & Park, 2009) recoge de un modo más detallado lo anteriormente expuesto.

El desarrollo de este concepto más ambicioso generó una publicación (Noh, Lee, Byun, & Hyunk Park, 2008) en la que se realizó un análisis de la maniobrabilidad del cohete en función del ángulo de ataque. Mediante el uso de Métodos de Elementos Finitos (FEM) y Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) se realiza un estudio estructural y aerodinámico. Para decidir el método de resolución del campo de presiones se lleva a cabo una comparativa entre los resultados de la utilización de las ecuaciones de Euler y las ecuaciones de Navier-Stokes para una velocidad de 6.8 Mach y 10 grados de ángulo de ataque de tobera. Los resultados son comparados con resultados experimentales (Becker & Korycinski, 1962). Como resultado del ahorro computacional se usas finalmente las ecuaciones de Euler para el análisis aerodinámico. Los resultados finales son mostrados en la Tabla 2-7.

Tabla 2-7 Coeficientes de sustentación y resistencia para el diseño optimizado del cohete de la Konkuk University

Iteraciones	C_L	C_D	L/D
Base	0.3777946	0.0393637	9.597538
1	0.3781689	0.0373566	10.12322
2	0.3752689	0.0372223	10.08183
3	0.3762846	0.0372672	10.09694
4	0.3754071	0.0372126	10.08817
5	0.3753272	0.0372084	10.08716

En (Matsuda, Kanai, Fuji, Hinada, & Kaneoka, 2008) se lleva a cabo el estudio para la creación de un lanzador de micro satélites en Japón. Este estudio es realizado debido a la

popularidad que alcanzaron en los últimos años los pequeños satélites, como por ejemplo: el WEOS (Whale Observation Satellite) de Chiba Institute of Technology o CanSat y CubeSat que tienen propósitos educativos. El lanzamiento de estos pequeños satélites todavía dependen, en la mayor parte de los casos, de vehículos de lanzamiento medianos y grandes, estando la viabilidad y oportunidades muy limitadas y en muchos casos dependiendo en gran medida de la carga de pago. Esta es una de las principales razones por las que este tipo de lanzadores aeroeyectables están teniendo su auge de nuevo en estos últimos años, la particularización de la misión de pequeñas cargas de pago.

La investigación realizada busca encontrar un lanzador aerotransportable capaz de llevar de 50 a 300 kg de carga de pago. En el estudio se destaca las ventajas de los sistemas de lanzadores aéreos. Este tipo de lanzadores nos permitiría maximizar el valor de los motores sólidos, que son más compactos y no necesitan mantenimiento. Tampoco se necesita disponer de un gran lugar de lanzamiento ni apoyo terrestre, reduciendo los costes iniciales tanto operativos como de mantenimiento. Otra gran ventaja es la de la flexibilidad del lugar de lanzamiento, pudiéndose lanzar desde aguas internacionales, aumentando la seguridad y multiplicando las opciones de localización. En la Figura 2-2 se muestra la familia de lanzadores que se tiene en consideración en el estudio, así como el avión que se utilizaría para el lanzamiento en caso de ser aeroeyectable, así como la carga de pago de cada uno de ellos.

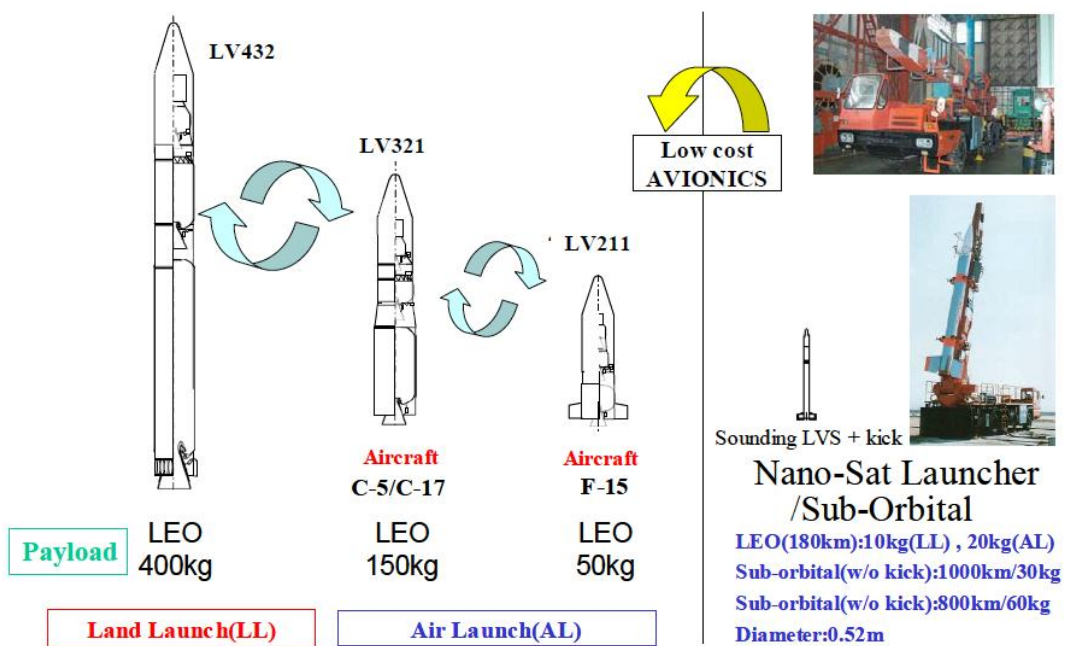


Figura 2-2 Configuraciones LVS (Matsuda, Kanai, Fuji, Hinada, & Kaneoka, 2008)

En (Shamsul Kamal Adnan & Said) también se lleva a cabo un estudio para lanzadores de micro satélites. Se destaca que con la llegada de satélites de entre 10 y 300 kg se incrementa la capacidad de todos los países para llevar a cabo su propia misión. En este caso el estudio es para Malasia, hecho por la Universiti Sains Malaysia. Al igual que en la mayoría de los estudios anteriores se destaca el abaratamiento en los costes que se puede

dar con los lanzadores aeroeyectables, que son mucho más reducidos en tamaño y peso que los tradicionales. En este caso se hace un estudio de la viabilidad del ABSL (Aircraft-Based Satellite Launching), un sistema para el lanzamiento de pequeños satélites a órbitas bajas.

El sistema ABSL está formado por un caza y un pequeño cohete (MRLV). El cohete se engancha debajo del fuselaje de la aeronave, para separarse de este a cierta altura. En el estudio se compararon aviones como el F-15, el F-14 o el MiG-25, pero finalmente se eligió el MiG-31 S por ser sus características las más adecuadas. La aeronave alcanza una velocidad de Mach 3 y su techo es de 25 km. La carga de pago máxima es de 7000 kg y el cohete se acopla muy bien bajo el fuselaje permitiendo unas dimensiones del cohete como las necesitadas. Con esas características el cohete MRLV tendrá: una altura de lanzamiento de entre 21 a 25 km y una velocidad inicial de entre 680 a 750 m/s. En la Tabla 2-8 se puede ver las características para distintas configuraciones estudiadas.

Tabla 2-8 Características para distintas configuraciones del cohete MRLV (Shamsul Kamal Adnan & Said)

Característica	A (1 etapa)	A (2 etapas)	B (1 etapa)	B (2 etapas)	C (1 etapa)	C (2 etapas)
Masa del lanzador (kg)	5000	2000	5250	1650	7000	2600
Masa del combustible (kg)	2300	1300	2700	1000	3300	1700
Carga de pago (kg)	150	150	150	150	250	250

Otro de los grandes proyectos en el campo de los lanzadores aeroeyectables es el de RASCAL (Responsive Access, Small Cargo, Affordable Launch)(Young & Olds, 2005), una iniciativa del Departamento de Defensa de los Estados Unidos. El concepto de este lanzador consta de tres etapas, consistiendo la primera en una aeronave militar reutilizada. Este avión será un gran caza similar al F-22, aunque los motores serán de la clase F100, ya que aportan mejores características. La segunda y tercera etapa son motores cohete, que al realizar su ignición fuera de la atmósfera reducirán su carga y el riesgo de error. El propósito del proyecto es el de comparar los números publicados de RASCAL usando un método de diseño computacional utilizado en Space System Design Laboratory (SSDL) en el Instituto de Tecnología de Georgia.

El programa inicial de RASCAL fue iniciado por DARPA (Defense Advanced Research Projects Agency) en Marzo del 2002. La primera fase del proyecto se desarrolló durante nueve meses y en ella trabajaron seis equipos con objeto de elaborar un estudio en el que se evaluase la viabilidad del lanzamiento de pequeñas cargas de pago a bajo coste. La fase dos fue otorgada a la Space Launch Corporation en Enero de 2003, donde se trabajó durante dieciocho meses en el diseño del RASCAL. La fase final se inicia en Julio de 2004 con el objetivo de construir el lanzador y que estuviese operativo en el 2006. El método de diseño que se utilizó se puede ver en el esquema de la Figura 2-3 así como cada una de las herramientas utilizadas para el análisis. Dicho método se denomina DSM

(Design Structure Matrix), un método gráfico permite ver cómo interactúan las variables de diseño en la línea base. Se realizan numerosas iteraciones entre el diseño del sistema de propulsión, la trayectoria y la aerodinámica (pesos y tamaño). En la Figura 2-3 se listan las características del lanzador una vez optimizadas con este método.

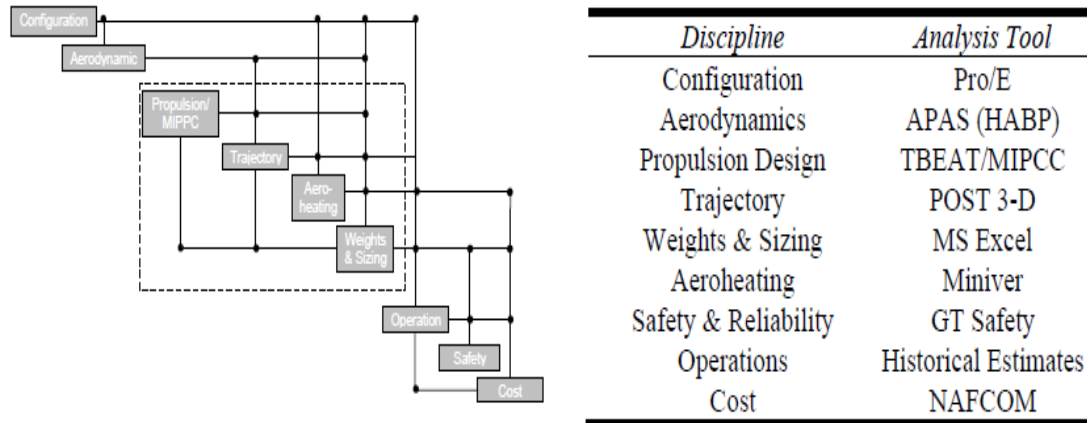


Figura 2-3 Método de diseño y variables utilizadas en el proyecto RASCAL (Young & Olds, 2005)

Tabla 2-9 Características del diseño preliminar y el diseño GT RASCAL, elegido una vez optimizado (Young & Olds, 2005)

Característica	Línea base	GT RASCAL
Longitud (m)	27.1	29
Longitud de la carga de pago (m)	12.8	14.6
Peso al despegue (kg)	46040	38350
Carga de pago (kg)	23.6	113.4

En (Rothman & Siegenthaler, 2003) se lleva a cabo una investigación de un vehículo de lanzamiento en el que se elige el F-15 como primera etapa. En el estudio se destaca el incremento en los últimos años de los micro satélites (<100 kg) muchos investigados en Air Force Research Laboratory (Estados Unidos). A pesar de este incremento de microsátélites no existe un método de bajo coste para su puesta en órbita. En este estudio, se hace una comparación entre el sistema de lanzamiento F-15 MSLV y los sistemas de lanzamiento PEGASUS y RASCAL.

Un estudio interesante es el de (Sarigul-Klijn M. , et al., 2008) donde se describe la simulación y el estudio llevado a cabo por Transfirmational Space Corporation para el diseño de un sistema de lanzamiento. Se crea un nuevo método de lanzamiento aerotransportado, al que llaman Trapeze-Lanyard Aird Drop (TLAD). En el estudio se hace una severa comparación entre los sistemas de lanzamiento desde tierra y desde aire. Y se estudian todos los tipos de lanzadores aeroeyectables que existen. Las formas posibles para elevar el lanzador a la altura requerida serían: portándolo bajo el ala o el fuselaje del avión, subiéndolo con la ayuda de un globo aerostático, portándolo encima del ala o del fuselaje (siendo éste es el caso del lanzamiento elegido) o dentro de la aeronave.

2.2 Métodos de optimización aerodinámica

A continuación se realiza un resumen del estado del arte de diferentes métodos de optimización utilizados recientemente en aeronaves que operan en regímenes transónicos y/o supersónicos o incluso en otros campos que puedan ser susceptibles de ser utilizados para este propósito.

Uno de estos estudios relacionados con este aspecto es el desarrollado por (Jameson, Martinelli, Cliff, & Thomas, 2005) donde se elabora un modelo completo para la optimización aerodinámica de aeronaves transónicas y supersónicas. Se combina CFD con técnicas de optimización basadas en gradientes. Típicamente en estas técnicas la función a controlar (por ejemplo la forma del ala) se parametriza con variables de diseño y una función de coste, la cual debe ser maximizada o minimizada. La asociación de la función de coste con la realidad física se realiza mediante las ecuaciones que modelan su comportamiento, de modo que expresen su dependencia. La derivada de esta función de coste respecto a las variables de diseño define la dirección de la optimización. Finalmente se realizan las iteraciones necesarias en torno a esta dirección de optimización hasta alcanzar la convergencia deseada. Esta aproximación a la teoría de control se denomina *adjoint method* o método basado en adjuntos, ya que el modo de calcular los gradientes necesarios se realiza mediante un sistema de ecuaciones adjunto que gobierna su comportamiento.

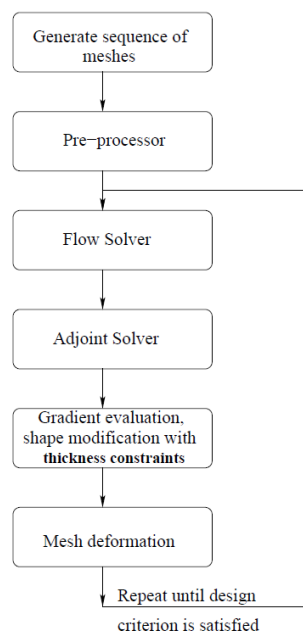


Figura 2-4 Esquema del proceso de diseño basado en el método basado en adjuntos (Jameson, Martinelli, Cliff, & Thomas, 2005)

En la Figura 2-4 se representa el algoritmo de iteración utilizado para el ejemplo concreto estudiado en (Jameson, Martinelli, Cliff, & Thomas, 2005).

El proyecto NEXST (National Experimental Supersonic Transport) tiene como uno de sus objetivos establecer un sistema de diseño basado en CFD (Computational Fluid Dynamics). Este método de diseño se puede ver en (Matsushima, Iwamiya, & Kazuhiro, 2004), donde se aplica un método de optimización utilizando el CFD basado en el método inverso y usando ecuaciones integrales para el diseño de alas de aeronaves supersónicas. Se trata, como es deducible del nombre del método, de encontrar las causas que generan unas consecuencias conocidas o determinadas, es decir, ir de atrás a adelante; por ejemplo, alcanzar una geometría adecuada que es solución de una distribución de presiones determinada. Dicho de otro modo, la física deseada determina la geometría. Alguna de las ventajas de este método también se recogen en (McMasters & Cummings, 2002). Partiendo de una geometría base, ya sea estándar o el ala real de un avión a optimizar, se calcula mediante simulación CFD la distribución de presiones de la misma. El siguiente paso es resolver el problema inverso, de modo que se obtiene un valor de corrección de geometría de acuerdo con la distribución de presiones que se quiere obtener. Usando este valor de corrección se modifica la geometría base obteniendo una nueva geometría alar. Se calcula la nueva distribución de presiones y se repite el proceso iterativo tantas veces como sea necesario hasta que la diferencia entre la distribución de presiones del ala y la deseada se convierta insignificante. Por tanto se pueden diferenciar dos partes en el problema: la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes para obtener la solución del comportamiento del problema y la resolución del método inverso para obtener el término corrector. En (Matsushima, Iwamiya, & Kazuhiro, 2004) se plasman las ecuaciones integrales que proporcionan el término corrector de geometría en función de la diferencia de la distribución de presiones requerida. El método desarrollado es demostrado mediante la optimización de las alas de la aeronave experimental supersónica japonesa en desarrollo NEXST-1.

En (Kim, Rao, Koomullil, Ross, Soni, & Shih, 2009) se desarrolla una estructura de optimización de geometrías aerodinámicas mediante un generador de mallas paramétrico, una herramienta de optimización y un solver de fluidos. Se valida para dos aplicaciones, una de ellas una optimización geométrica de vehículos espaciales. Para ello, la herramienta de optimización utilizada es *Design and Analysis Kot for Optimization and Terascale Applications* (DAKOTA) desarrollado en *Sandia National Laboratories* (Eldred, Giunta, van Bloemen Waanders, Wojtkiewicz, Hart, & Alleva, 2004), el generador de mallas es MiniCAD y el software de simulación de fluidos es HYB3D. La Figura 2-5 muestra un diagrama de flujo de la estructura del conjunto y la Figura 2-6 muestra el algoritmo de la optimización, donde primero se selecciona la geometría a estudiar con su malla y se analiza mediante CFD para posteriormente construir un modelo sustituto y buscar un diseño más óptimo. Después de realizar la validación del método, en el caso de la optimización geométrica del vehículo espacial (Figura 2-7) arroja los resultados recogidos en la Tabla 2-10.

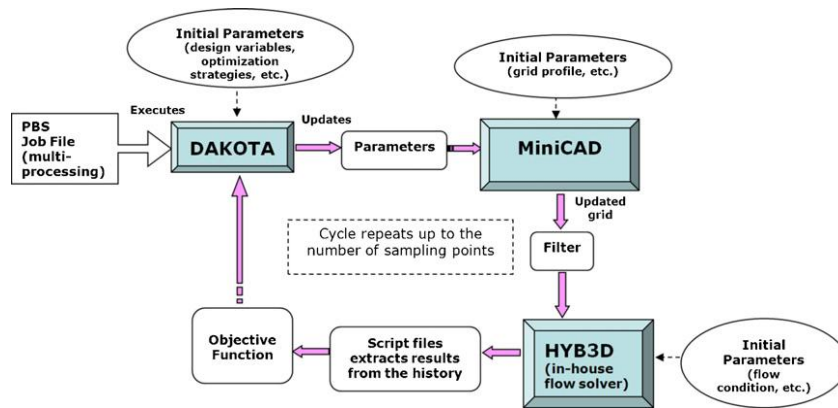


Figura 2-5 Diagrama de flujo de la estructura para optimización geométrica aplicando la herramienta DAKOTA (Eldred, Giunta, van Bloemen Waanders, Wojtkiewicz, Hart, & Alleva, 2004)

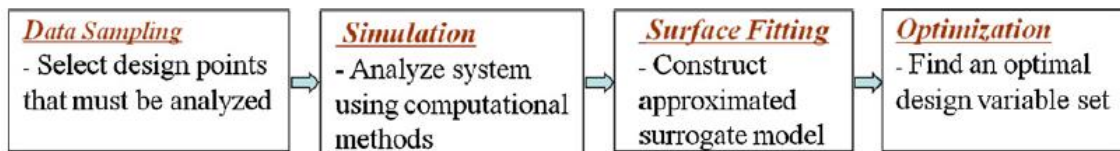


Figura 2-6 Algoritmo para optimización geométrica con DAKOTA (Eldred, Giunta, van Bloemen Waanders, Wojtkiewicz, Hart, & Alleva, 2004)

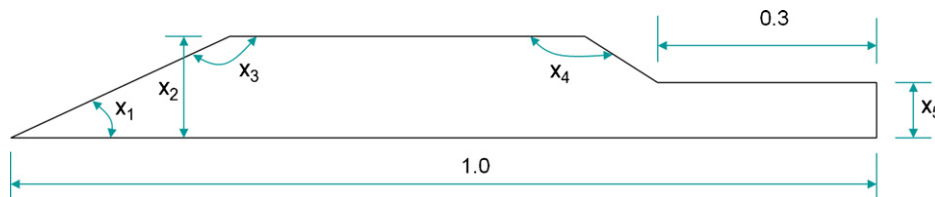


Figura 2-7 Parámetros geométricos de un cohete genérico para modelización según (Eldred, Giunta, van Bloemen Waanders, Wojtkiewicz, Hart, & Alleva, 2004)

Tabla 2-10 Valores obtenidos después de la optimización para (Eldred, Giunta, van Bloemen Waanders, Wojtkiewicz, Hart, & Alleva, 2004)

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	C_d
Diseño inicial	30.000	0.110	157.500	135.000	0.040	0.0232183
Optimización (Kriging)	20.000	0.090	156.197	135.790	0.030	0.0044776
Optimización (ANN)	20.000	0.090	150.000	135.975	0.050	0.0049467

Un estudio importante en el campo de la optimización es (Díaz, Victoria, Querin, & Martí, 2011), donde se realiza una optimización estructural aplicados en dos ejemplos usando metamodelos generados con *Kriging* y *Latin Hypercube* y optimizados mediante un algoritmo genérico. Una vez definidas las variables de las que depende el modelo del problema se determina una función de coste a minimizar o maximizar sujeta a unas restricciones, para determinadas variables o para determinadas partes de dicha función. La aplicación de metamodelos es debida al elevado coste computacional requerido para la

evaluación individual de los casos. Se trata de aplicar técnicas estadísticas para obtener una aproximación del problema.

Se toman una serie de muestras espaciadas de un modo adecuado, (McKay, Bechman, & Conover, 1979), y posteriormente se realiza una relación estadística o metamodelo generando una superficie con dichas muestras. Hay numerosas técnicas, pero una de las más utilizadas es el método *Kriging* propuesto originalmente por Krige, (Krige, 1951), concretamente el modelo *Kriging* Gausiano, (Jin, Chen, & Simpson, 2001) y (Sacks, Welch, Mitchell, & Wynn, 1989).

2.3 Optimización aerodinámica de cuerpos de revolución

En el campo de cuerpos de revolución se han realizado tanto estudios 2D, como axisimétricos y 3D.

En (Cummings, Yang, & OH, 1995) se resuelve el flujo compresible y turbulento alrededor de la parte posterior de cuerpos axisimétricos de forma numérica. Se resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes en conjunto con el modelo de turbulencia $k-\epsilon$. El objetivo de la investigación es minimizar la resistencia aerodinámica de los cuerpos estudiados a ángulo de ataque cero en un flujo compresible y turbulento. La resistencia a de ser determinada como la suma de la resistencia por la distribución de presión, por el rozamiento con la cara y la resistencia base. Los resultados obtenidos son contrastados con ensayos de túnel aerodinámico. Posteriormente se realizó la optimización del ángulo de salida del cuerpo mediante el método *Golden Section*. Con este método se pueden localizar mínimos sin usar los gradientes de la función. Se trata (Fletcher, 1980) de un método de búsqueda discretizada que utiliza cierta información previa (que se ha de conocer *a priori*) para reducir la zona de búsqueda. El número de iteraciones requeridas para alcanzar el valor mínimo de la función dependerá de la precisión deseada. Por ejemplo, según demuestran los investigadores, el método *Golden Section* teóricamente puede localizar un ángulo de salida para mínima resistencia con una precisión del 1% en 9 iteraciones y del 10% en 5 iteraciones; este número depende de la buena elección de la geometría.

Para la estudio se eligen los modelos ensayados en los Laboratorios de Investigación Balística del Ejército de Tierra de los Estados Unidos de América. Las mediciones de túnel fueron realizadas a un Reynolds nominal de 6.5×10^6 y a la velocidad Mach = 3. También se realizaron los ensayos correspondientes para $M = 2$ y $M = 4$ para validación de las simulaciones. Los resultados de las simulaciones se recogen en la Figura 2-8 y la Figura 2-9.

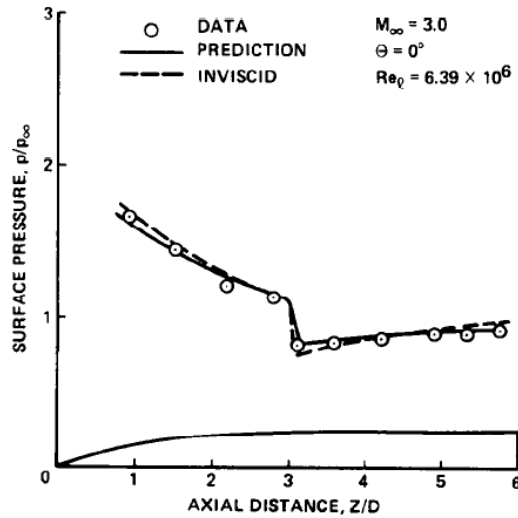


Figura 2-8 Distribución de presiones a lo largo de un proyectil de longitud (Z) = 6 diámetros (D) a Mach = 3 con un ángulo de salida (θ) = 0°

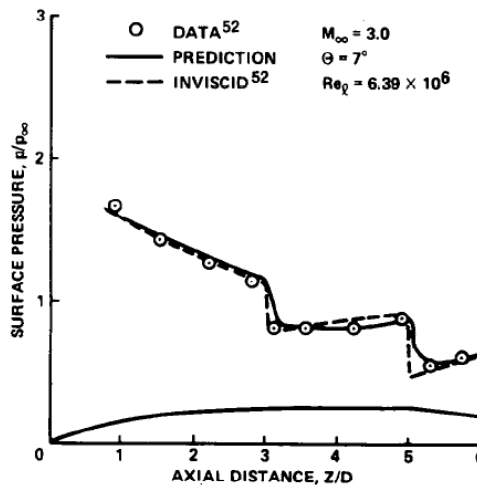


Figura 2-9 Distribución de presiones a lo largo de un proyectil de longitud (Z) = 6 diámetros (D) a Mach = 3 con un ángulo de salida (θ) = 7°

En otro estudio (Blair Jr., 1991) se realizan numerosos test aerodinámicos de misiles con configuraciones circulares de una sola ala y con 4 alerones de perfil bajo, Figura 2-10, para la realización de una base de datos que sirva de estudio y evaluación para misiles aeroeyectados. Dichos test fueron realizados en *NASA Langely Research Center* a Mach 1.70-2.86. Se realizaron los ensayos necesarios para describir los efectos del ángulo diedro de los alerones, la posición vertical y longitudinal del ala, la geometría de la nariz, Figura 2-11, en la estabilidad longitudinal y lateral y las características de control.

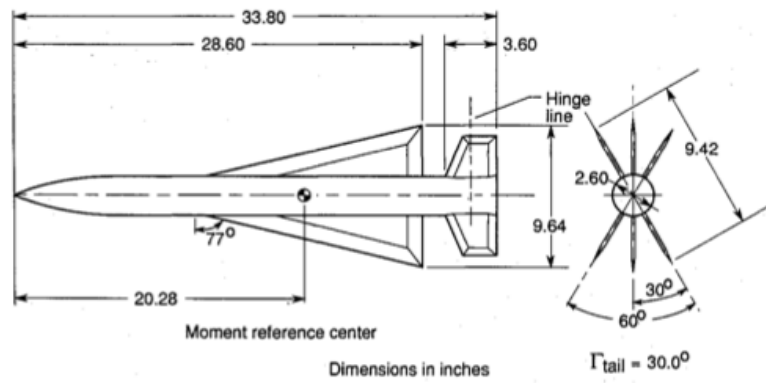


Figura 2-10 Geometría base del estudio realizado por la nada en (Blair Jr., 1991)

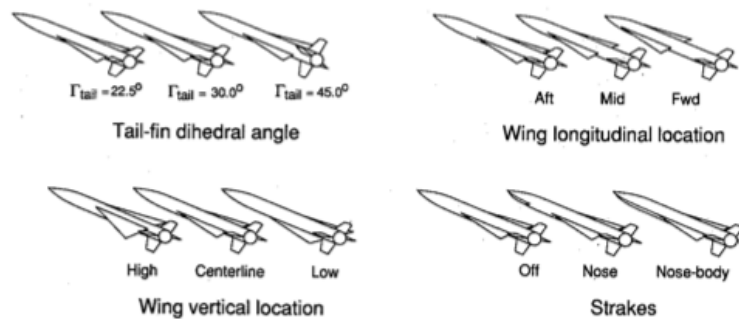


Figura 2-11 Detalle de configuraciones estudiadas en (Blair Jr., 1991)

En (Silton, 2005) se lleva a cabo un estudio computacional para predecir el comportamiento de algunas características aerodinámicas de un proyectil estándar (Figura 2-12) mediante un solver que emplea las ecuaciones de Navier-Stokes. Los experimentos se realizaron para un amplio rango de números de Mach, desde subsónico hasta supersónico, y para distintos ángulos de ataque, 0, 2 y 5. Los resultados fueron contrastados con resultados experimentales y resultados de un código semi-empírico con cierto éxito. La solución semi-empírica es obtenida utilizando la *Aeroprediction code AP02* (Moore & Hymer, 2002). Este código se desarrolló originalmente por la U.S Navy en 1972 como un código para predecir el rendimiento aerodinámico de proyectiles. El código AP02 combina una gran base de datos experimental y unos resultados numéricos verificados con los métodos teóricos. Recoge datos y gráficas de las condiciones de las simulaciones y sus resultados, así como detalles de la configuración empleada para la malla, Figura 2-12.

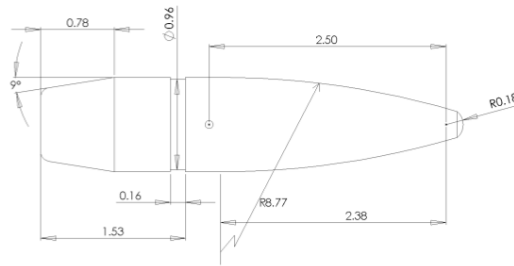


Figura 2-12 Plano de proyectil estándar de 0.50-cal. Dimensiones en calibres (1 calibre = 12,95 mm)

Los resultados se cotejan con los obtenidos en los experimentos realizados en (McCoy, 1990) para distintos proyectiles de ese calibre.

De acuerdo con (Arrow Tech Associates, 2001) los niveles de error esperados asociados con datos experimentales son del siguiente orden:

Tabla 2-11 Rango de error esperado de coeficientes aerodinámicos entre predicciones y resultados experimentales

Aerodynamic coefficient	Percent error
Axial force	1-2
Normal force	5-10
Magnus force	25
Pitching moment	0-3
Pitch damping moment	10-20
Magnus moment	10-20
Roll damping moment	10

2.4 Trajectory optimization

When inspecting the trend of satellite launcher market, the battle among agencies to cover the large segment, where current operational missions demand low specific cost for bulky satellites, is conspicuous. However, there is a growing enthusiasm for alternative space missions based on compact satellites with very specific single-objective applications. Currently, the whole nanosatellite market is based on the piggy-back launching concept, where opportunities are found once the owner accepts technical and programmatic constraints agreed between the prime mission administrators and the launching agency. Should the small mission require special conditions, opportunities are often unavailable. Conventional concepts are not easily downscaled without reaching abusive cost per payload kilogram; that, together with the limited performance of nanosatellites and hence their paying applications, leads to a quite blocking scenario. All this pushes researchers towards the study of alternative launching solutions (Ketsdever, Young, & Mossman, 2010) ranging from evolution of existing concepts (e.g. higher density chemical propellants) to near science fiction (e.g. space elevator).

Apart from the energetic problem associated to a space launching (both potential and kinetic energies are proportional to mass), a relevant part of the launching cost can be allocated to ground infrastructures and expendable hardware. But very small missions would not need such large launching complexes, so the critical area is the architecture of the vehicle: as the volume reduces, the dead-mass ratio increases and the launcher becomes less efficient. At that point, the air launch concept popularized by Pegasus (Orbital Sciences Corporation, 2010) revives, and several agencies envisage concepts where initial stage is provided by a re-usable aircraft (Talbot & Bonnal, 2008) or balloon, providing a non-negligible kick-off energy, either potential or kinetic or both, and hence saving cost (Burton, Brown, & Jacobi, 2006). Above that, the gravity turn phase where atmospheric drag is important, is reduced due to the in-height rocket release.

In order to fit the funding constraints (Gray & Alexander, 1965) and to ensure the availability of the required technology, the vehicle motivating this work is the simplest one: a three stage solid-propellant rocket based on aluminum and carbon fiber structures, with a maximum ejection mass of 1500 kg and a target payload of 14 kg. Although trajectory optimization is always beneficial, when dealing with a small launcher where the structure-propellant mass ratio is slightly worse (Sutton & Biblarz, 2001), this discipline becomes of paramount importance. Besides, air launching introduces initial inaccuracies that need to be carefully analyzed against final performance.

The history of application of optimization theory to space trajectories is long and well-nourished (Bryson & Yu-Chi, 1975)(Thomson, 1961)(Kirk, 1970). However, computer advances have revolutionized the practical application of such a well established theories. Now, discrete treatment of equations is almost mandatory and the use of iterative processes, very frequent. The traditional practices (Betts, Survey of Numerical Methods for Trajectory Optimization, 1998) have evolved towards more elaborated methods (Darby, Hager, & Rao, 2011).

Although the formal description of the problem is postponed, the final objective is twofold: first, to provide a control law to maximize the final orbital height given the design parameters, that is to say, the off-design analysis; second, the on-design analysis, to make decisions on the parameters to increase that maximum. In order to put the issue into perspective, optimization techniques have been always divided into direct, indirect and artificial intelligence methods. This dissociation is ambiguous when digital computing comes into action (Betts, Survey of Numerical Methods for Trajectory Optimization, 1998).

Indirect methods consist of the consideration of the Pontryagin's principle and its associated optimal conditions for the trajectory: adjoint, transversality, minimum principle(Bryson & Yu-Chi, 1975). These equations involve system dynamics (state variables and costates), control variables, algebraic constraints (and related Lagrange multipliers) and time. In ideal occasions, the control function can be eliminated

analytically or numerically from minimum principle, resulting the classical split boundary condition system of state and costate equations, which may need discretization methods for its eventual resolution. It is well recognized the difficulty associated with this approach, where integration over a long time may lead to diverging or unstable solutions, especially when dissipative forces are present. Advantages of indirect methods include high accuracy and low workload and storage. Disadvantages as instability and weakness need to be compensated by correct phasing and good starting solutions; analytical derivation of the full set of equations can be also a problem if the dynamics of the system is not benign.

Classical direct methods (Hargraves & Paris, 1987), on the other hand, look for a way around these hardly coupled equations that promote instability. The main idea is to transform the optimal control problem into a nonlinear programming problem that can be solved by a panoply of available algorithms. In order to do that, several techniques have been tested. In general, the time interval is split into small pieces where the structure of the solution is known or estimated at certain points called nodes; each interval is represented by few parameters that allow the straight calculation of the control variables and their required derivatives. Now, the dynamics of the system can be directly written as a function of those parameters, resulting in a set of constraints applicable to each interval or parameter set. These, together with other boundary or interior constraints of the problem and the cost function, form a closed system of algebraic equations, as pursued. Newton's methods and all their improvements can be applied, being always beneficial to start iterations with feasible solutions close to the optimal one. Most of the direct methods are robust and, with today's computers, accurate enough to be broadly used in operational applications.

Sometimes, the functions are used not only to approximate the control solution but also the full system state at selected points. In this case the method is called transcription or collocation. The popular Hermite-Simpson direct collocation method (Hargraves & Paris, 1987) is local, because a set of piecewise polynomials are applied at discrete time intervals and linked each other at few neighbor points. On the contrary, pseudo-spectral methods can be local or global (Huntington & Rao, 2008), as they may use combinations of full time range polynomials to model control and state variables.

This latter kind of direct transcription method deserves special attention given its remarkable convergence properties; they can be also called orthogonal collocation methods. The system state is modeled by a linear combination of a finite set of polynomials at selected orthogonal collocation points (roots of the polynomials). Thus, the full continuous trajectory can be given by a discrete number of parameters, i.e. the coefficients of the aforementioned polynomials. Derivatives and integrals of the polynomials allow for an immediate representation of the same operations over the trajectory. Legendre (Elnagar, Kazemi, & Razzaghi, 1995), Chebyshev (Fahroo & Ross, Direct Trajectory Optimization by a Chebyshev Pseudospectral Method, 2002), Gauss

(Benson, Huntington, Thorvaldsen, & Rao, 2010) and Hilbert (Darby, Hager, & Rao, 2011) pseudo-spectral methods have proved outstanding performance, even the two latter presenting costate mapping theories (equivalence between costates and Karush-Kuhn-Tucker conditions of nonlinear programming problem, both necessary conditions for optima solutions) to provide verification against indirect optimal approaches (Gong, Ross, & Fahroo, 2010)(Huntington & Rao, 2008), intrinsically more accurate.

In many of the above methods, scientists need to make decisions on how the time interval is chopped into small pieces to help algorithms to deal with changes in boundary conditions, constraints, discontinuous dynamics (e.g. stage jettison) or control functions. This leads to the concept of phasing, where a single problem is split into several ones that impose certain conditions at phase frontiers. Within each phase, grid nodes are either freely selectable or imposed by the method (e.g. orthogonal collocation); the concept of knots allows also increasing the flexibility of grid selection in pseudo-spectral methods. Many researches propose algorithms with automatic grid selection to reduce the grain at those areas suspicious of accumulating much of the error.

Finally, the review would not be complete if dynamic programming and artificial intelligence methods are not included. With respect to the first, half a century old, the Hamilton-Jacobi-Bellman equation is proposed to be solved discretely in space and time, retaining all possible paths to reach certain state and storing the contribution to the cost function; from those, the best one is marked as preferred and the rest discarded (Dijkstra or minimum path algorithm (Dijkstra, 1959)). This way, normally run backwards from a known final state, the optimal path to reach every possible state is evaluated until the initial condition is achieved. The method is simple but long, with the advantage that optimal solutions for most of the available states are calculated in the process. Obviously, as the number of state or control variables increases, the storage and throughput of the computer becomes unaffordable even with nowadays resources.

When the optimization problem involve discrete mathematics, or a very large set of boundary conditions that make the problem ill-conditioned and there is no way to meet all of them, or there is absolute no guess for an initial feasible solution, artificial intelligence algorithms may help. Fuzzy logic and Montecarlo-based methods as simulated annealing have been applied to optimal trajectory estimation with certain degree of success, although the lack of information on the accuracy obtained keeps these approaches in the field of theory.

Finally, in order to summarize the big picture of the trajectory optimization problem at a glance, the main concepts of the above discussion have been summarized in Tabla 2-12.

Tabla 2-12 Summary of optimization methods and relevant characteristics (fuzzy frontiers among them)

		Direct				
		Direct shooting	Transcription or collocation			
	Indirect	Parameterized control	Local	Pseudo-spectral or orthogonal	Dynamic Programming	Artificial intelligence
THEORY:	Pontryagin's principle State and costate	Custom functions	Hermite-Simpson functions	Legendre/Chebyshev/Gauss/Hilbert orthogonal collocation	Hamilton-Jacobi-Bellman	Annealing Fuzzy logic
PROS:	Accuracy Simplicity	Reduced systems	Robustness Sparse matrices Flexible	Convergence Robustness	Many solutions at a shot	Valid for discrete variables
CONS:	Very sensitive to initial guess Difficult interpretation of costates Tedious mathematics	Sensitive to initial guess Numerical Jacobian Accuracy Computation load	Accuracy demonstration	Grid points less flexible Dense matrixes	High storage requirements	Accuracy not demonstrated Workload
USED WHEN:	Well defined phases where constraints are active/inactive	A-priori knowledge of solution's structure	Broad use	Computing resources available	Low dimensions Discrete variables	Discrete variables Ill-defined problems
USEFUL CONCEPTS:	Indirect shooting Homotopy Sweep Gradient	Phasing Multiple shooting (sparse matrixes)	Mesh refinement	Costate mapping Spectral accuracy Phasing	Dijkstra algorithm	Montecarlo

2.5 Estado del arte simulaciones de flujo supersónico

El modelado mediante técnicas CFD de flujos supersónicos ha sido de gran interés en multitud de aplicaciones, muchas de ellas vinculadas con el ámbito de la defensa y la conquista espacial, puesto que son estos usuarios los que se enfrentan con mayor frecuencia a condiciones de operación en las que se alcanzan estas velocidades.

Precisamente su vinculación con estos ámbitos hace que las referencias disponibles al respecto no resultan tan profusas como en otras áreas de estudio. Entre las aplicaciones en las que se ha desarrollado un gran interés por la simulación de flujos supersónicos caben destacar los eyectores de flujos (valga como ejemplo (Bartosiewicz, Aidoun, Desevaux, & Mercadier, 2005), (Hemidi, Henry, Leclair, Seynhaeve, & Bartowiewicz, 2009) y (Yazdani, Alahyari, & Radcliff, 2012)) y el diseño de sistemas Scramjet como (Roy & Blottner, 2006), (Rumsey, 2009) y (Chan, Jacobs, & Mee, 2012).

Las ecuaciones para flujos compresibles y turbulentos son density-weighted-averaged, o Favre-averaged (Anderson, Tannehill, & Pletcher, 1984). Esta es la forma más usada cuando los efectos de las fluctuaciones que se producen en la densidad son despreciables, pero la variación media de la densidad no lo es. Estas ecuaciones se exponen en el apartado 4.2.1.

Un primer ejemplo de estudios sobre simulación de flujos supersónicos y transónicos lo encontramos en (Sahu, Numerical computations of Supersonic Base Flow with Special Emphasis on Turbulence Modelling, 1994),(Sahu & Heavey, 1996),(Sturek, Nietubicz, Sahu, & Weinacht, 1992),(Catalano & Sturek, 2001) y (Dutton & Addy, 1998), trabajos todos ellos patrocinados por el U.S. Army Research Laboratory (ARL). De dichos trabajos por ejemplo se desprenden conclusiones de interés, así en (Sahu & Heavey, 1996), Sahu y Heavey comparando los resultados de sus simulaciones con los experimentos realizados llegaron a la conclusión de que el modelo de turbulencia k - ϵ ofrecía mejores prestaciones en la resolución de la zona próxima a las ondas que los modelos algebraicos analizados (Baldwin-Lomax y Chow). Por su parte los trabajos recogidos en (Dutton & Addy, 1998) ofrecen un amplio abanico de medidas experimentales en diferentes tipos de problemas relacionados con los flujos supersónicos, lo que proporciona casos de referencia en los que se analizan aspectos fundamentales del flujo supersónico, entre los que cabe destacar el comportamiento del flujo en ondas de expansión tras cuerpos cilíndricos o la estructura de la estela tras cuerpos axial-simétricos. Por su parte (Catalano & Sturek, 2001) analizan los retos de la simulación numérica en flujos supersónicos alrededor de cuerpos cilíndricos romos (similares a la geometría de una cofia de lanzador) alineados con un flujo supersónico. Para ello analiza la utilización de tres modelos de turbulencia distintos, todos ellos modelos RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes):

- ✚ Spalart-Allmaras: El modelo propuesto por Spalart y Allmaras resuelve una ecuación de transporte para una variable que es una forma modificada de la viscosidad turbulenta.
- ✚ k - ϵ estándar: un modelo semi-empírico basado en dos ecuaciones de transporte para la energía cinética turbulenta (k) y la disipación viscosa (ϵ). La ecuación de transporte para la k se establece a partir de la formulación exacta, mientras que en el caso de la ϵ se obtiene mediante una deducción de la naturaleza física del fenómeno. Para la formulación del modelo se asume que el flujo es completamente turbulento y los efectos de la viscosidad molecular despreciables.
- ✚ Modelo de esfuerzos viscosos de Reynolds (RSM): En este caso se abandona la hipótesis de una viscosidad turbulenta isotrópica, así el modelo RSM cierra la formulación del sistema de ecuaciones incluyendo nuevas ecuaciones de transporte para cada uno de los esfuerzos de Reynolds, junto con una ecuación para la disipación. Esto significa que se requiere de cuatro ecuaciones adicionales a resolver en problemas de 2 dimensiones y siete cuando se trata de casos tridimensionales.

Las principales conclusiones derivadas de dicho trabajo se centran por una parte en el mallado, apuntando que la densidad del mallado tiene su mayor efecto sobre el cálculo del campo de la velocidad turbulenta, mientras que el de las velocidades principales es esencialmente independiente de la densidad de malla. En cuanto a los modelos de turbulencia analizados, el modelo RSM, que implica una mayor complejidad, permite captar mayores detalles en el flujo, con un efecto similar al de incrementar la densidad de la malla (Catalano & Sturek, 2001).

Parece claro por tanto que los principales modelos de turbulencia susceptibles de ser utilizados en el modelado de flujo supersónico son aquellos de tipo RANS. Ahora bien, son numerosos los que caen dentro de este grupo. Recientemente se han producido avances con el modelo algebraico Baldwin-Lomax (Baldwin & Lomax, 1978), ya comentado anteriormente, en los cuales se sugiere que este puede convertirse en un modelo sencillo capaz de ser usado de forma generalizada en problemas de flujo supersónico (Rui, Chao, Jian, & Xinliang, 2013). Sin embargo se sigue considerando como un modelo adecuado para flujos de alta velocidad en los que se desarrollen capas límite adheridas de pequeño espesor, siendo habitualmente utilizada en aquellos pasos del diseño en los que prima la utilización de modelos de gran robustez frente a la captura de todos los detalles de la física del flujo.

Entre los restantes modelos RANS, diferentes trabajos (habitualmente orientados a aplicaciones concretas) parecen apuntar a la idoneidad de diferentes modelos de turbulencia. Así frente a trabajos como (Sahu & Heavey, 1996) en el que se apunta a la utilización de un modelo k - ϵ , o la referencia (Catalano & Sturek, 2001) que apunta a los modelos RSM, es posible encontrar también recomendaciones para utilizar el modelo Spalart-Allmaras (Deck, Duveau, D'Espiney, & Guillen, 2002). Parece por tanto que la decisión del modelo a utilizar depende altamente del problema objeto de estudio y por tanto se tratarán de esclarecer en el presente trabajo, mediante el correspondiente análisis, la configuración más adecuada para la realización de simulaciones en flujos supersónicos para cuerpos de revolución.

Un aspecto adicional es la resolución de las ecuaciones del sistema con un método transitorio o estacionario. En principio la naturaleza hiperbólica de las ecuaciones impone la resolución de las mismas avanzando en el tiempo, lo que implica incrementar de forma muy notable las necesidades de cálculo. Se han dedicado esfuerzos notables para tratar de desarrollar métodos de resolución estacionarios mediante la parabolización de las ecuaciones de Navier-Stokes (Schiff & Steger, 1980). Ello puede conseguirse si:

- ✚ Se omiten los términos no estacionarios, así como los términos de difusión viscosa en la corriente.
- ✚ Se modifica el vector del flujo convectivo en la corriente para permitir una resolución estable de las ecuaciones partiendo de las condiciones y datos iniciales.

Las ecuaciones resultantes se denominan habitualmente como las ecuaciones parabólicas de Navier-Stokes, ya que son parabólicas respecto a aguas abajo del flujo. Se obtiene eficiencia computacional y bajos requerimientos de almacenamiento de datos.

2.6 Encuadre del estudio

Dados todos los antecedentes registrados en el apartado 2.1, en el año 2011 el Área de Ingeniería Aeroespacial de la Universidad de León colaboró en el desarrollo de un estudio de misión para el diseño de un lanzador aeroportado (LANZA) liderado por el Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial (INTA) e Ingeniería y Servicios Aeroespaciales S.A. (INSA).

La participación del área en la elaboración de este documento incluyó aspectos como análisis de mercado (cargas de pago, posibles órbitas de lanzamiento, aviones nodriza y requisitos preliminares), una innovadora filosofía de desarrollo, definición de la misión (trayectoria, etapas, vehículo, sistemas, prototipos de desarrollo, etc.) y estudios de subsistema (aerodinámico, propulsivo y optimización de misión).

Se observó que se requería un análisis más exhaustivo para este tipo de lanzadores en áreas como la aerodinámica y el control, dadas las recientes investigaciones y desarrollos llevados a cabo en los últimos años y las tendencias observadas. Como ha sido comentado anteriormente la aerodinámica del vehículo es fundamental para la optimización de la misión al estimarse en 1500 m/s el impulso de pérdida frente a los 7500 m/s de la órbita (Lee, Noh, & Byun, 2007), y es uno de los motivos principales de llevar a cabo esta tesis doctoral.

Continuando con la filosofía desarrollada para LANZA se consideró necesario respetar algunos de los requerimientos más populares en este tipo de lanzadores, que permiten utilizar un amplio rango de aviones supersónicos para su lanzamiento, y que están recogidos en la Tabla 2-13. Estas características son, en principio, dadas por las limitaciones de la carga de pago que es capaz de portar un vehículo nodriza como el avión McDonnell Douglas EF-18 Hornet, que posee una velocidad y altura de lanzamiento aceptables.

Tabla 2-13: Características de eyección de cargas por el McDonnell Douglas EF-18 Hornet

Característica	Valor
Longitud máxima del vehículo lanzador (m)	6
Diámetro máximo del vehículo lanzador (m)	0.7
Masa máxima del lanzador (kg)	1450
Velocidad recomendada de eyección (Mach)	0.8
Techo máximo de eyección (m)	10000

De esta manera, los parámetros geométricos, máscicos y de prestaciones que se usarán como referencia son compatibles con misiones como LANZA, que quizás en el futuro puedan materializarse con tecnología nacional.

2.7 Programa de Trabajo

Una vez analizados en profundidad diversos aspectos del estado del arte de temas relacionados con este tipo de lanzadores aeroportados es necesario describir la lista de trabajos realizados.

En primer lugar, el estado actual del mercado de nanosatélites, así como las numerosas investigaciones realizadas recientemente en torno al tipo de lanzadores aeroportados específicos para esta carga de pago, justifican la realización de estudios relacionados con las prestaciones aerodinámicas de dicho lanzador.

El desarrollo de estos estudios se ha centrado en tres aspectos fundamentalmente que se describen a continuación:

- ✚ Optimización de la trayectoria: a lo largo del Capítulo 3 se realiza una búsqueda de la trayectoria óptima para una misión concreta a partir de unos datos iniciales conocidos. Dadas las técnicas existentes se utilizará un algoritmo de optimización indirecta para la obtención precisa de dicha trayectoria con el objetivo de, además de encontrar el camino más eficiente para la eyección de un nanosatélite en órbita baja, proporcionar un punto de diseño crítico para la realización de los trabajos relacionados con la optimización geométrica.
- ✚ Análisis de configuración de entornos de simulación de flujos supersónicos: como se detalla en el párrafo siguiente es necesaria la realización de simulaciones numéricas, y se percibió una carencia importante de información que ayudase a la realización de las mismas de un modo correcto y con la máxima precisión posible. Por este motivo en el Capítulo 4 se realiza un análisis exhaustivo de la influencia de los parámetros de configuración más influyentes de una simulación numérica con un software de dinámica de fluidos computacional. Concretamente estos parámetros analizados fueron: la adecuación del uso de funciones de pared para distintos modelos de turbulencia en régimen supersónico, la precisión de los distintos modelos de turbulencia seleccionados, la precisión de distintos esquemas numéricos para las variables más influyentes y la evolución y comparación de los perfiles de las variables a lo largo de la superficie del vehículo.
- ✚ Optimización de la geometría: en el Capítulo 5 se utiliza el método de *Kriging* para la realización de una optimización geométrica en base a una serie de restricciones impuestas por los requisitos de la misión. Esta optimización geométrica se plasma a modo de metodología para uno de los puntos de la trayectoria donde la presión dinámica es elevada, considerándose un punto en una zona crítica. Profundizando un poco más en la explicación, se pone mayor grado de libertad en la zona de la

ojiva del lanzador, dado que las simulaciones realizadas en primeras iteraciones mostraban mayor influencia en esta zona (en la cual se pasa de espesor nulo a espesor máximo o cuasi máximo en una pequeña fracción del vehículo).

Para la correcta aplicación del método es necesaria la realización de simulaciones numéricas de un determinado número de geometrías de acuerdo con las características del flujo y las condiciones determinadas en el Capítulo 4.

El desarrollo de estos tres temas a lo largo de la tesis se realiza en dos idiomas distintos. Todo aquello referente a la optimización de trayectorias y modelado de flujo supersónico se presenta en inglés con motivo de la difusión de la investigación ya llevada a cabo, mientras que lo relacionado con la optimización geométrica se detalla en castellano. Además se incluye copia en ambos idiomas del resumen y las conclusiones con objeto de presentar este documento bajo los requisitos para la obtención de la mención europea.

OPTIMIZATION OF ASCENT TRAJECTORIES FOR AERO-EJECTED LAUNCHERS

3.1 Introduction

The ascent optimal trajectory for a small three-stage solid-propellant launcher needs to be analyzed and calculated for injection at maximum orbital height. The angle of thrust vector -the single control- can be solved together with some system design parameters by applying an indirect optimization method iterated over the parameter space. The related necessary Pontryagin's differential equations are a split boundary condition system; its integration in a single phase process is difficult due to the weak convergence but, by iterating over homotopic best solutions, it can be achieved.

In order to understand the mission to be developed by a typical aero-ejected launcher and the flight parameters that should be taken as reference for the aerodynamic studies, the conclusions on the guidance strategies need to be considered. A sensitivity analysis of main design parameters will help with the selection of representative scenarios. Besides, some off-design performance can be also investigated in the future.

3.2 System dynamics

3.2.1 Movement laws

Let us define the optimization problem in a more precise manner. The final objective is to find the optimal control for a nanosatellite launcher ejected from an airplane around

the tropopause, in such a way that the final circular orbit has maximum altitude. The launcher is pushed by solid fuel motors with a pre-fixed consumption law which is supposed to be independent from the trajectory. The only possible controls are the instantaneous angle of the thrust vector (ϕ), achieved by any method of vehicle attitude or nozzle steering, and the ignition time for the three stages of the launcher (t_{ig1} , t_{ig2} and t_{ig3}).

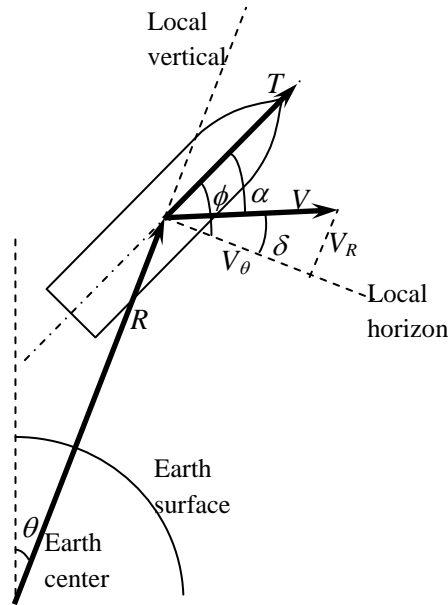


Figura 3-1: Schematic of state and control variables.

The following nomenclature is to be used along the chapter:

- ✚ T: thrust provided by motors
- ✚ V: lineal velocity of the vehicle
- ✚ V_R : radial speed over the local horizon
- ✚ V_θ : tangential speed over the local horizon
- ✚ α : vehicle inclination angle over the velocity vector
- ✚ ϕ : vehicle inclination angle over the local horizon
- ✚ δ : velocity inclination angle over the local horizon
- ✚ R: vehicle radial distance over the earth center
- ✚ θ : angle over the earth zenith

The system, modeled as a punctual mass in polar coordinates, responds to the following dynamics:

$$\frac{dR}{dT} = V_R \quad (1)$$

$$\frac{d\theta}{dT} = \frac{V_\theta}{R} \quad (2)$$

$$\frac{dV_R}{dT} = \frac{V_\theta^2}{R} - \frac{\mu}{R^2} + \frac{I_{s_i} G \dot{M}_i(T)}{M_i(T)} \sin \phi \mp \frac{1}{2M(T)} P_i(R) SV[-c_D(\alpha, M) V_r] \quad (3)$$

$$\frac{dV_\theta}{dT} = -\frac{V_\theta V_R}{R} + \frac{I_{s_i} G \dot{M}_i(T)}{M_i(T)} \cos \phi - \frac{1}{2M(T)} P_i(R) SV[c_D(\alpha, M) V_\theta] \quad (4)$$

where:

$$M = \frac{V}{\sqrt{\gamma RT(R)}} = \sqrt{\frac{V_R^2 + V_\theta^2}{\gamma RT(R)}} \quad (5)$$

$$\alpha = \phi - \delta = \phi - \tan^{-1} \frac{V_R}{V_\theta} \quad (6)$$

with full initial conditions given:

$$R(0) = R_{Earth} + H_{ej} \quad (7)$$

$$\theta(0) = 0 \quad (8)$$

$$V_R(0) = V_{ej} \sin(\delta_{ej}) \quad (9)$$

$$V_\theta(0) = V_{ej} \cos(\delta_{ej}) \quad (10)$$

and final conditions (necessary for circular orbit):

$$V_R(T_f) = 0 \quad (11)$$

$$V_\theta(T_f) = \sqrt{\frac{\mu_{Earth}}{R(T_f)}} \quad (12)$$

where $R(T_f)$ is the final orbital radius, unknown and subject to maximization.

But as widely accepted in literature, it is worth it to normalize the equations into adimensional variables of similar order of magnitude; this helps with the elimination of negligible terms during the mathematical discussion and also with the compensation among internal truncation errors during the numerical resolution of the problem.

Thus, many of the references can be taken at Earth surface (radial dimension, density, gravity, etc.) or at initial conditions (mass). Others are arbitrarily selected (e.g. the specific impulse reference is the calculated in vacuum). Velocity is taken from the gravitational constant, providing also the temporal reference. The new reduced variables are represented with lower case letter:

$$r = \frac{R}{R_{Earth}} \quad v_r = V_R \sqrt{\frac{R_{Earth}}{\mu_{Earth}}} \quad v_\theta = V_\theta \sqrt{\frac{R_{Earth}}{\mu_{Earth}}} \quad (13)$$

$$t = T \sqrt{\frac{\mu_{Earth}}{R_{Earth}^3}} \quad \frac{\partial f}{\partial t} = \dot{f} = \sqrt{\frac{R_{Earth}^3}{\mu_{Earth}}} \frac{df}{dT} \quad (14)$$

$$g = G \frac{R_{Earth}^2}{\mu_{Earth}} \quad i_s = I_s \sqrt{\frac{\mu_{Earth}}{R_{Earth}^3}} \quad \rho = \frac{P}{P_{Earth}} \quad m = \frac{M}{M_0} \quad (15)$$

Let us define the constant K_ρ , embedding references for the dynamic pressure and the ballistic coefficient of the launcher, with units of acceleration:

$$K_\rho = \frac{1}{2} \frac{\mu_{Earth}}{R_{Earth}} \frac{S}{M_0} \rho_{Earth} \quad [m/s^2] \quad (16)$$

Resulting the below adimensional equations of motion:

$$\dot{r} = v_r \quad (17)$$

$$\dot{\theta} = \frac{v_\theta}{r} \quad (18)$$

$$\dot{v}_r = \frac{v_\theta^2}{r} - \frac{\mu}{r^2} + \frac{i_s g \dot{m}(t)}{m(t)} \sin \phi + \tau K_\rho \frac{\rho(r)}{m(t)} v [-c_D(\alpha, M) v_r] \quad (19)$$

$$\dot{v}_\theta = -\frac{v_\theta v_r}{r} + \frac{i_s g \dot{m}(t)}{m(t)} \cos \phi - \tau K_\rho \frac{\rho(r)}{m(t)} v [c_D(\alpha, M) v_\theta] \quad (20)$$

$$v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2} \quad (21)$$

$$M = \frac{v}{\sqrt{\gamma R_{air} T(r)}} \sqrt{\frac{\mu_{Earth}}{R_{Earth}}} \quad (22)$$

$$\alpha = \phi - \delta = \phi - \tan^{-1} \frac{v_r}{v_\theta} \quad (23)$$

Where the factor τ will be later used to find homotopic solutions; by now, let us take $\tau \equiv 1$.

The initial conditions are:

$$r(0) = 1 + \frac{H_{ej}}{R_{Earth}} \quad (24)$$

$$\theta(0) = 0 \quad (25)$$

$$v_r(0) = V_{ej} \sqrt{\frac{R_{Earth}}{\mu_{Earth}}} \sin(\delta_{ej}) \quad (26)$$

$$v_{\theta}(0) = V_{ej} \sqrt{\frac{R_{Earth}}{\mu_{Earth}}} \cos(\delta_{ej}) \quad (27)$$

and final conditions:

$$v_r(t_f) = 0 \quad (28)$$

$$v_{\theta}(t_f) = \frac{1}{\sqrt{r(t_f)}} \quad (29)$$

Similarly, $r(t_f)$ is the adimensional radius of the final orbit, unknown and subject to maximization.

3.3 Design parameters

One of the beauties of optimization algorithms is that normally, one can mix design parameters with operational variables, obtaining best values for all of them. In this particular case, since the design of the launcher is in progress, some parameters are still open and subject to modification.

Apart from conventional regulation and safety requirements, most of the difficulties faced by engineers during the development of these concepts are related to a) motors, and b) the constraints imposed by the host airplane, mainly in terms of mass, volume and aerodynamics. Whereas the first refer to each one of the stages, the second refer to the sum of all of them; the classical question of the stage mass allocation arises.

3.3.1 Solid propellant motors

This work is not focused on the analysis of the performance of solid fuel rockets. However, some comments are necessary to understand the optimization process. First, the propellant for the three stages is a kind of AP/HTPB/Al (Ammonium Perchlorate as oxidizer, Hydroxil-Terminated Polybutadiene as binder and fuel and Aluminum as fuel). The propellant grain is cured into the motor combustion chamber in a fashion to provide almost constant mass consumption; the exothermic reaction products, due to the high pressure, quickly chock the nozzle throat stabilizing the process, which is unstoppable until the fuel is finished. These constant internal conditions, producing constant thrust, are very advisable from the structural point of view to save material. The maximum flow is normally limited by the throat size and the acceleration imposed to the launcher; reduced flow would make the combustion long, which is problematic from the point of view of the material erosion, mainly at the throat. The global performance, measured by the specific impulse, improved when the flow is expanded at maximum, i.e., down to the ambient pressure; unfortunately, this can lead to a large nozzle that is not always feasible. In any case, specific impulse in vacuum ($I_{S0} = 280$ s) is slightly better than at sea level ($I_{Ssl} = 270$ s); another small advantage of launching from an airplane.

Needless to say that once combustion flow and propellant mass are fixed, the time of the process is given. The conventional way of modeling thrust is by using tables for the mass consumption law (function of time) and the specific impulse (function of external pressure). In the case of study, the specific impulse is taken constant per stage until better data is produced during the design process.

3.3.1 Preliminar aerodynamics

Although this research aims at the optimization of the aerodynamics of the launcher, in order to perform trajectory studies, an estimation of aerodynamic coefficients is required. Considering conventional designs, the following plots have been taken as reference. Lift is considered negligible with respect to drag as no fins are present.

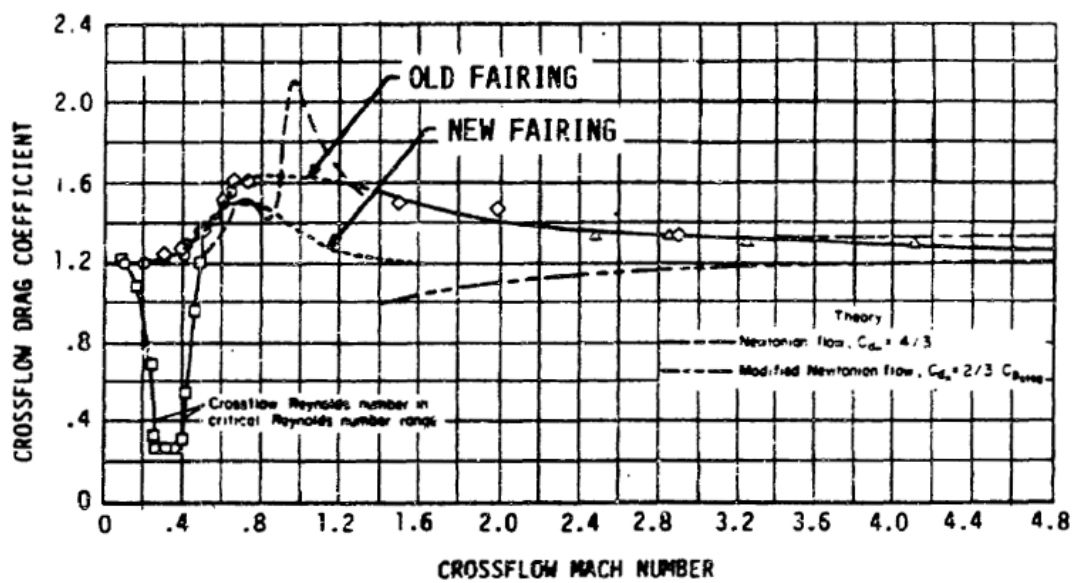


Figura 3-2 Some drag coefficients for rocket aerodynamics (Vukelich, Stoy, Burns, Castillo, & Moore, 1988)

For a rocket with the proposed shape and size, DATCOM simulations provide a drag coefficient as shown in Figura 3-2 (Vukelich, Stoy, Burns, Castillo, & Moore, 1988). The transonic effect is well identified around Mach 1, where the aerodynamic configuration changes completely and shock waves appear.

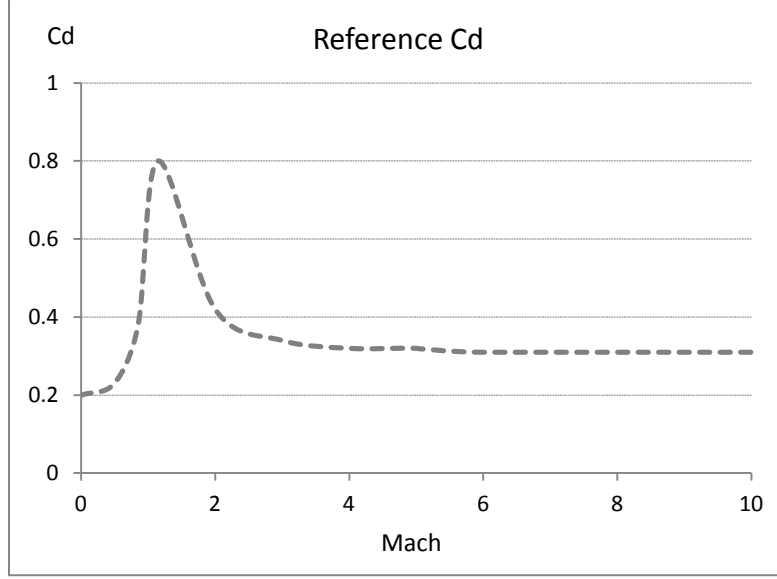


Figura 3-3 Reference drag coefficient used for trajectory optimization

3.3.2 Timeliness

After release, a safeguard time (δt_{sg}^1) needs to be considered to allow the airplane to execute an evasive maneuver. Similarly, stage jettisoning may require some seconds to perform a general checking before next stage is initiated (δt_{sg}^2 and δt_{sg}^3). These are constraints to the ignition times, in the form:

$$t_{ig}^{1s} \geq t_{ej} + \delta t_{sg}^{1s} \quad (30)$$

$$t_{ig}^{2s} \geq t_{ig}^{1s} + t_{bn}^{1s} + \delta t_{sg}^{2s} \quad (31)$$

$$t_{ig}^{3s} \geq t_{ig}^{2s} + t_{bn}^{2s} + \delta t_{sg}^{3s} \quad (32)$$

$$t_f = t_{ig}^{3s} + t_{bn}^{3s} \quad (33)$$

Stage jettison is considered to occur at the end of coasting phases. This is particularly important when atmospheric drag is still present (first stage) since the mass is generally beneficial to decrease the ballistic coefficient.

3.3.3 Mass budget

To simplify, the first feasibility studies fix the maximum ejectable mass (M_0) in 1500 kg, being the maximum rocket diameter 0.70 m due to operative constraints of the airplane (frontal area $S = 0.2827 \text{ m}^2$). Three stages are considered to reach a target payload mass ($M_{P/L}$) of 14 kg in a circular orbit of at least 400 km height, to ensure enough lifespan. Each stage consists of a full motor (structure and propellant) and a ring structure with all the electromechanical equipment. For the motors, propellant mass ratio is fixed ($\zeta_m^i = M_{pr}^i / M_m^i$, different from one stage to another: 0.92, 0.90 and 0.88 respectively), but not their size; for the equipment, mass budget is also considered fixed. Obvious mass breakdown is:

$$M_0 = M_{eq}^{1s} + M_m^{1s} + M_{eq}^{2s} + M_m^{2s} + M_{eq}^{3s} + M_m^{3s} + M_{P/L} \quad (34)$$

Summarizing, the mass of the motor (M_m^i) of each stage is a free parameter, but since the total mass is fixed, the mass budget poses only two degrees of freedom: M_m^{1s} and M_m^{2s} , with the obvious constraint:

$$M_{eq}^{1s} + M_m^{1s} + M_{eq}^{2s} + M_m^{2s} + M_{eq}^{3s} + M_{P/L} - M_0 > 0 \quad (35)$$

3.4 Optimization problem and its solution

It is desired to find the control law $\phi(t)$, defined in the interval $[t_{ej}, t_f]$, the motor mass allocation per stage (M_m^{1s}, M_m^{2s}) and the ignition times ($t_{ig}^{1s}, t_{ig}^{2s}, t_{ig}^{3s}$), that is implemented in the system modeled by (Ridolfi, Pontani, & Teofilatto, Effect of Different Flight Conditions at the Release of a Small Spacecraft from a High Performance Aircraft, 2010), (Ridolfi & Teofilatto, 2009), (Sarigul-Klijn M. , et al., 2006), (Sarigul-Klijn, Sarigul-Klijn, & Hudson, Selection of a Carrier Aircraft and a Launch Method for Air Launching Space Vehicles, 2008), (Sarigul-Klijn M. , Sarigul-Klijn, Hudson, & McKinney, Trade Studies for Air Launching a Small Launch Vehicle from a Cargo Aircraft, 2005), (Sarigul-Klijn M. , Sarigul-Klijn, Hudson, Holder, & Liesman, Gravity Air Launching of Earth-To-Orbit Space Vehicles, 2006), (Sarigul-Klijn, Noel, & Sarigul-Klijn, 2004) and (Choi, Noh, Lee, Byun, & Park, 2009) with given temporal laws for the propellant mass consumption and initial conditions (Yokoyama & Suzuki, 2005), (Fahroo & Ross, Direct Trajectory Optimization by a Chebyshev Pseudospectral Method, 2002), (Ross & Fahroo, 2004) and (Suzuki & Yoshizawa, 1994) and meeting constraints (Lu, Inverse Dynamics Approach to Trajectory Optimization for an Aerospace Plane, 1993), (Laurent-Varin, Bonnans, Bérend, Haddou, & Talbot, 2007), (Betts & Huffman, 1991) and (Betts & Huffman, 1992) make it reach a final circular orbit (Huntington & Rao, 2008); **Error! No se encuentra el origen de la referencia.** of maximum radius $r(t_f)$.

Afterwards, an off-design analysis can be used to estimate the sensibility of system parameters as payload mass, combustion flow rate, ejection speed and bank angle among others.

For this research, an accurate but simple method to solve the optimization problem has been developed. The idea is to be able in the future to embed the method in the onboard computer to react in real-time against the perturbations over the nominal path. A single (but multiple core) digital processor with limited storage capability should be enough to support the process.

This research tries to find an accurate but simple method to solve the optimization problem above detailed. The idea is to be able in the future to embed the method in the onboard computer to react in real-time against the perturbations over the nominal path.

A single (but multiple core) digital processor with limited storage capability should be enough to support the process.

3.4.1 Pure indirect method

Indirect methods are based on the Pontryagin's optimal principle. Mathematically, the necessary conditions for a trajectory to meet an extremal condition are called the Euler-Lagrange equations, and can be obtained from the system dynamics, the cost function and the Hamiltonian of the system.

Since the angle θ is not involved in acceleration equations, it can be de-coupled from the optimization problem and calculated a-posteriori. Thus, the Hamiltonian is:

$$H = \lambda_r \dot{r} + \lambda_{v_r} \dot{v}_r + \lambda_{v_\theta} \dot{v}_\theta \quad (36)$$

where the costates of the state variables have been introduced. The cost function has not integral part, but only a final condition, with terminal time free:

$$\Phi = \Phi(t_f) + \int_{t_{ej}}^{t_f} L(r, v_\theta, v_r) dt = r(t_f) \quad (37)$$

The necessary conditions for the costates are:

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_r = \lambda_{v_r} \left\{ -\frac{v_\theta^2}{r^2} + 2\frac{\mu}{r^3} + \frac{\tau K_\rho}{m(t)} v \left[-v_r \frac{\partial}{\partial r} (\rho(r) c_D(\alpha, M)) \right] \right\} \\ - \lambda_{v_\theta} \left\{ \frac{v_\theta v_r}{r^2} + \frac{\tau K_\rho}{m(t)} v \left[-v_\theta \frac{\partial}{\partial r} (\rho(r) c_D(\alpha, M)) \right] \right\} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_{v_r} = -\lambda_r - \lambda_{v_r} \left\{ \frac{\tau K_\rho \rho(r)}{m(t)} \left[-v_r v \frac{\partial c_D(\alpha, M)}{\partial v_r} - v c_D(\alpha, M) - \frac{v_r^2}{v} c_D(\alpha, M) \right] \right\} - \\ \lambda_{v_\theta} \left\{ -\frac{v_\theta}{r} + \frac{\tau K_\rho \rho(r)}{m(t)} \left[-v_\theta v \frac{\partial c_D(\alpha, M)}{\partial v_r} - \frac{v_r v_\theta}{v} c_D(\alpha, M) \right] \right\} \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_{v_\theta} = -\lambda_{v_r} \left\{ \frac{2v_\theta}{r} + \frac{\tau K_\rho \rho(r)}{m(t)} \left[-v_r v \frac{\partial c_D(\alpha, M)}{\partial v_\theta} - \frac{v_r v_\theta}{v} c_D(\alpha, M) \right] \right\} + \\ \lambda_{v_\theta} \left\{ -\frac{v_r}{r} + \frac{\tau K_\rho \rho(r)}{m(t)} \left[-v_\theta \frac{\partial c_D(\alpha, M)}{\partial v_\theta} - c_D(\alpha, M) - \frac{v_\theta^2}{v} c_D(\alpha, M) \right] \right\} \end{aligned} \quad (40)$$

With the single boundary constrain:

$$\lambda_r(t_f) = 1 + \frac{\lambda_{v_\theta}(t_f)}{2[r(t_f)]^{3/2}} \quad (41)$$

Being the optimal condition for the control for the active parts of the trajectory:

$$\frac{\partial H}{\partial \phi} = \frac{i_s g \dot{m}(t)}{m(t)} (\lambda_{v_r} \cos \phi - \lambda_{v_\theta} \sin \phi) \quad (42)$$

$$+\tau K_\rho \frac{\rho(r)}{m(t)} v \left[\frac{\partial c_D(\alpha, M)}{\partial \phi} (-\lambda_{v_r} v_r - \lambda_{v_\theta} v_\theta) \right] = 0$$

It should be noted that, when no atmosphere is present ($\tau \equiv 0$), the above equation can provide a physical interpretation of the velocity costates:

$$\phi_{\tau \equiv 0} = \text{atan} \left(\frac{\lambda_{v_r}}{\lambda_{v_\theta}} \right) \quad (43)$$

When atmosphere is present but motors are not active (Tekinalp & Bingol, 2004) becomes:

$$\frac{\partial H}{\partial \phi} = \tau K_\rho \frac{\rho(r)}{m(t)} v \left[\frac{\partial c_D(\alpha, M)}{\partial \phi} (-\lambda_{v_r} v_r - \lambda_{v_\theta} v_\theta) \right] = 0 \quad (44)$$

suggesting that, during gravity turn phases, there are still certain degree of control by using ϕ to indirectly affect the angle of attack and hence the aerodynamic forces.

The Mach number is dependent from the altitude by means of the temperature and density variations:

$$\frac{\partial}{\partial r} (\rho(r) c_D(\alpha, M)) = c_D(\alpha, M) \frac{\partial \rho(r)}{\partial r} + \rho(r) \frac{\partial c_D(\alpha, M)}{\partial M} \frac{\partial M(v, T)}{\partial T} \frac{\partial T(r)}{\partial r} \quad (45)$$

$$\frac{\partial M(v, T)}{\partial T} = -\frac{v}{2} (\gamma R T(r))^{-\frac{3}{2}} \quad (46)$$

The partial derivatives of aerodynamic coefficients can be calculated as follows:

$$\frac{\partial c_D(\alpha, M)}{\partial v_r} = \frac{\partial c_D(\alpha, M)}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial v_r} + \frac{\partial c_D(\alpha, M)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial v_r} \quad (47)$$

$$\frac{\partial M}{\partial v_r} = \frac{1}{\sqrt{\gamma R T(r)}} \frac{v_r}{v} \quad (48)$$

And identically changing $c_D(\alpha, M)$ by $c_L(\alpha, M)$ and v_r by v_θ if necessary.

Thus, partial differential equations (Ridolfi & Teofilatto, 2009), (Ridolfi, Pontani, & Teofilatto, 2010), (Sarigul-Klijn M. , et al., 2006), (Sarigul-Klijn, Sarigul-Klijn, & Hudson, 2008), (Sarigul-Klijn M. , Sarigul-Klijn, Hudson, & McKinney, 2005), (Sarigul-Klijn M. , Sarigul-Klijn, Hudson, Holder, & Liesman, 2006), (Sarigul-Klijn, Noel, & Sarigul-Klijn, 2004), (Choi, Noh, Lee, Byun, & Park, 2009) and (Gong, Ross, & Fahroo, 2010), together with algebraic equation (Karelahti, Virtanen, & Öström, 2008) pose a closed system for the variables $[\phi \ r \ v_r \ v_\theta \ \lambda_r \ \lambda_{v_r} \ \lambda_{v_\theta}]$ that can be solved in the interval $[t_{ej}, t_f]$ meeting the split boundary conditions: (Fahroo & Ross, Direct Trajectory Optimization by a Chebyshev Pseudospectral Method, 2002) (Ross & Fahroo, 2004) at ejection time and (Fahroo & Ross, 2008) at end time. This solution applies to every feasible set of design parameters $(M_m^{1s}, M_m^{2s}, t_{ig}^{1s}, t_{ig}^{2s}, t_{ig}^{3s})$.

3.4.2 Phasing

The dynamics of the system during the propelled and coasting arcs is different. This quickly suggests the implementation of different optimization phases that can be linked to each other by means of relations among internal-boundary relations among state, control and costate variables. For the two first groups, the continuity constraint is enough to move to one phase to the next one. Moreover, coasting phases are singular arcs from the control point of view, i.e. the trajectory is fixed by initial conditions regardless the values of the control (in fact there is no thrust so no control is available).

With respect to the costate variables, it is useful to note that the times of phase changing are fixed a-priori by the design parameters (although these can be changed from one problem to another looking for best performance) and not function of the state variables or time. This is a consequence of the incapability of stopping a burning solid rocket. Under these assumptions, the optimality conditions for inter-phase linkage lead also to continuity of costate variables.

$$\lambda(t_{ph}^-) = \lambda(t_{ph}^+) \quad (49)$$

A conclusion of the above is that the full trajectory can be treated as a single phase for an indirect method, changing the motor performance attending with the propagation timeliness and eliminating the thrust during coasting intervals. The thrust angle can be selected from (Karelahti, Virtanen, & Öström, 2008), (Lu & Khan, 1994) or (Tekinalp & Bingol, 2004) as it corresponds.

This clearly simplifies the algorithm but at the risk of having instabilities due to the propagation of small error during long periods of time. Multiple phases are really beneficial when parallel computing is available. In any case, the nomenclature ‘phase’ will be still present along this work to refer to the different dynamics of the system.

3.4.3 The fading-in atmosphere

The non-conservative forces appear during the initial part of the trajectory. This enforces the coupling of the equations and promotes instability. It is convenient to propagate the trajectories forward to deal with this zone before some other errors could be magnified. The selected propagator is a Runge-Kutta 4th order method, with variable time steps depending on the phase and the final requested accuracy.

A transition matrix mechanism has been implemented. Initial system parameters are selected from the set of feasible designs. The initial conditions of the state equations are known, but that is not the case for the costate system. On the other hand, only the radial velocity is fixed and final time, whereas two algebraic relationships have to be met at that point. The idea is a) to make initial guess for the three missing costates at ejection time, b) to propagate the trajectory meeting the extremal conditions and, in the end, c) to compare the state and costate with the required final conditions; the errors calculated will be the basis for d) next iteration following the Newton’s method and certain relaxation

coefficient. The method requires the calculation of the derivatives of final states and costates involved in the shooting success, which can be performed numerically by perturbing individually each one of the three dimensions of the initial states.

The method has the advantage of being simple, with almost no storage requirements. Although the design parameters can be included in the transition matrix, three nested optimization loops have been preferred in order to avoid the inversion of large matrices (simplicity is one of the objectives). The inner loop seeks for the maximum orbital altitude for a given set of parameters; the medium one the optimization of the stage timing for a given launcher; and the outer one the improvement of the mass allocation for the different stages. This way, the two first loops can be used operationally whereas the last one is only applicable during design time, once the specification of the motors is not frozen.

The transition matrix is defined as follows:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_r(t_f)}{\partial \lambda_r(t_{ej})} & \frac{\partial v_r(t_f)}{\partial \lambda_{v_r}(t_{ej})} & \frac{\partial v_r(t_f)}{\partial \lambda_{v_\theta}(t_{ej})} \\ \frac{\partial \left[v_\theta - \frac{1}{\sqrt{r}} \right](t_f)}{\partial \lambda_r(t_{ej})} & \frac{\partial \left[v_\theta - \frac{1}{\sqrt{r}} \right](t_f)}{\partial \lambda_{v_r}(t_{ej})} & \frac{\partial \left[v_\theta - \frac{1}{\sqrt{r}} \right](t_f)}{\partial \lambda_{v_\theta}(t_{ej})} \\ \frac{\partial \left[\lambda_r - \frac{\lambda_{v_\theta}}{2r^{3/2}} \right](t_f)}{\partial \lambda_r(t_{ej})} & \frac{\partial \left[\lambda_r - \frac{\lambda_{v_\theta}}{2r^{3/2}} \right](t_f)}{\partial \lambda_{v_r}(t_{ej})} & \frac{\partial \left[\lambda_r - \frac{\lambda_{v_\theta}}{2r^{3/2}} \right](t_f)}{\partial \lambda_{v_\theta}(t_{ej})} \end{bmatrix} \quad (50)$$

Thus, in each iteration, the final conditions can be linearly approximated as:

$$\begin{bmatrix} v_r \\ v_\theta - \frac{1}{\sqrt{r}} \\ \lambda_r - \frac{\lambda_{v_\theta}}{2r^{3/2}} \end{bmatrix}_{t_f}^+ \cong \begin{bmatrix} v_r \\ v_\theta - \frac{1}{\sqrt{r}} \\ \lambda_r - \frac{\lambda_{v_\theta}}{2r^{3/2}} \end{bmatrix}_{t_f}^- + \mathbf{H} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_r(t)^+ - \lambda_r(t)^- \\ \lambda_{v_r}(t)^+ - \lambda_{v_r}(t)^- \\ \lambda_{v_\theta}(t)^+ - \lambda_{v_\theta}(t)^- \end{bmatrix}_{ej} \quad (51)$$

And being the target solution the vector $[0 \ 0 \ 1]^T$, an estimate for the next iteration can be ($\epsilon\beta$ is the relaxation parameter, introduced to improve stability):

$$\begin{bmatrix} \lambda_r(t)^+ \\ \lambda_{v_r}(t)^+ \\ \lambda_{v_\theta}(t)^+ \end{bmatrix}_{ej} \cong \begin{bmatrix} \lambda_r(t)^- \\ \lambda_{v_r}(t)^- \\ \lambda_{v_\theta}(t)^- \end{bmatrix}_{ej} + \beta \cdot \mathbf{H}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -v_r \\ -v_\theta + \frac{1}{\sqrt{r}} \\ -\lambda_r + \frac{\lambda_{v_\theta}}{2r^{3/2}} \end{bmatrix}_{t_f}^- \quad (52)$$

However, in most of the occasions in which the initial guess is not carefully (manually) selected, the trajectory diverges towards nonsense values. This is very annoying when the final target is to have autonomous and robust procedures, but it had already been

anticipated by literature. Instead from moving to direct methods, less accurate but more robust, the idea of homotopic solutions is exploited.

When manually guessing starting values, one faces the difficulty of not having physical interpretation of costates. In some cases, as in absence of air, analytical solutions or quite stable numerical algorithms are possible. For example, equation (Lu & Khan, 1994) can be used to reduce in one the degrees of freedom of unknown starting conditions, by using a control angle identical to the ejection one. Although of course this is not the optimal but just an initial guess.

Taking into account this fact, the proposed algorithm sweeps little by little the set of extremal solutions from the one achieved without air, easy to find, to the final with full atmosphere present, otherwise divergent if initial guess is not good enough. The mathematical interpretation of this concept is the evolution along homotopic solutions, very close to each other but introducing progressively the disturbing element. The physical interpretation is the utilization of a fictitious density that becomes, from zero, denser and denser up to the real one, in a kind of fading-in atmosphere.

3.5 Analysis of results

The optimal trajectory for all the homotopic solutions is shown in Figura 3-4. As atmosphere becomes thicker (the fading parameter approaches unity) the solution is closer to the final one. The trend is almost linear for achieved orbital altitude but the pitch law required is quite different in each case. The advantage is the stability and convergence of the algorithm, as the system is not able to find the solutions if atmosphere is present from the beginning of the process. Obviously, the final orbit is higher at first trials, when no or light atmosphere is considered, and becomes lower when the final objective is reached. An altitude of 423 km is the maximum for each parameters considering in this thesis work; final velocity is, by construction, the corresponding to circular orbit, with no radial component (Figura 3-5)

The Figura 3-6 shows the rocket pitch angle and the thrust applied. The active stages and the coasting periods are easily identifiable. The pitch angle decreases from large to slightly negative values; this effect can be theoretically demonstrated for frictionless trajectories and also kept in atmospheric flights, where dynamic pressure is relevant (Figura 3-7). Angle of attack, although small, suggests the utilization of small wings to ease the gravity turn phase; this has not been included in the present work, where lift force is considered negligible with respect to the rest of forces in the vehicle.

The onboard acceleration is limited to 12 g, as shown in Figura 3-8 and zoomed in Figura 3-9. The burning law of third stage should be slightly change to balance the load among the three stages and save cost in the mechanical protection of the pieces of equipment.

Finally, Figura 3-10 contains information on the progress of the Mach number along the initial part of the path, where aerodynamic effects are important. The region between 1 and 6 Mach represents most of the drag along the mission.

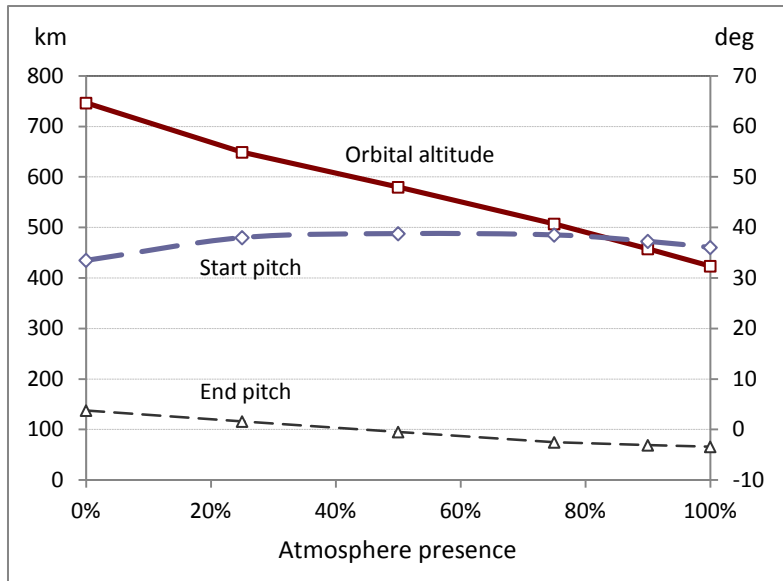


Figura 3-4 Progressive approximation to the optimized trajectory through homotopic solutions. Final orbital altitude and rocket pitch at starting and end points shown

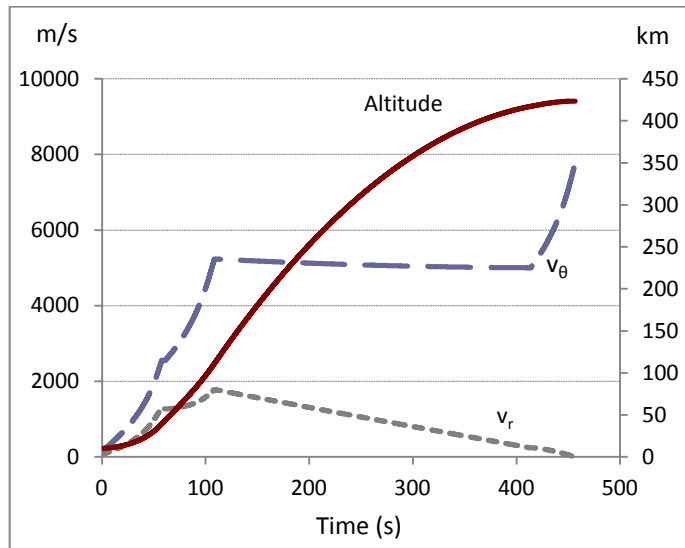


Figura 3-5 Solution for the optimized trajectory (altitude and velocity shown with time)

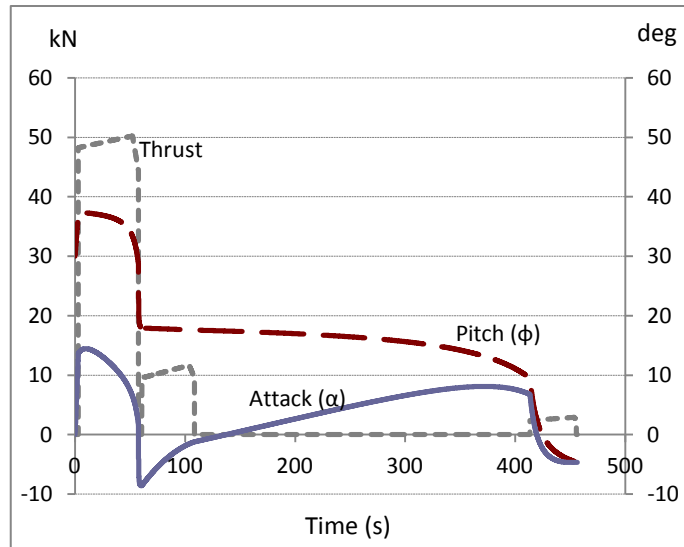


Figura 3-6 Thrust and angles of attack and pitch of the rocket during the optimum ascent trajectory

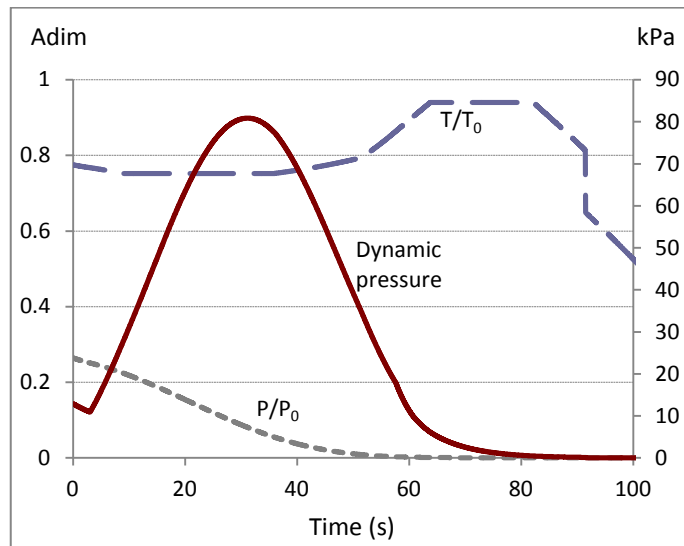


Figura 3-7 Changes in temperature and pressure (dynamic and static) during the optimum ascent trajectory

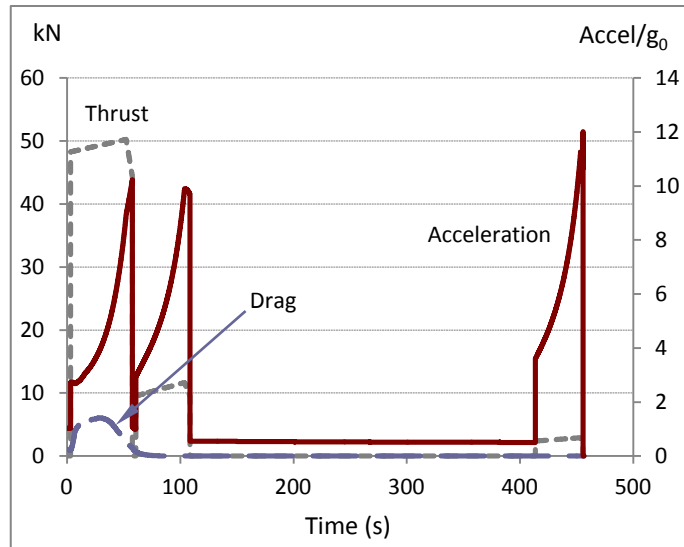


Figura 3-8 Acceleration onboard during active stages and coasting periods together with thrust and aerodynamic drag forces along time for the optimum ascent trajectory

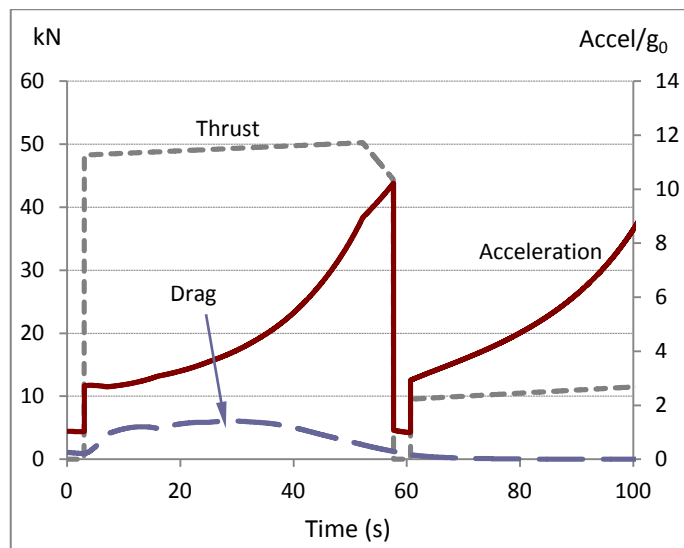


Figura 3-9 Acceleration onboard during first stage (zoomed) during the optimum ascent trajectory

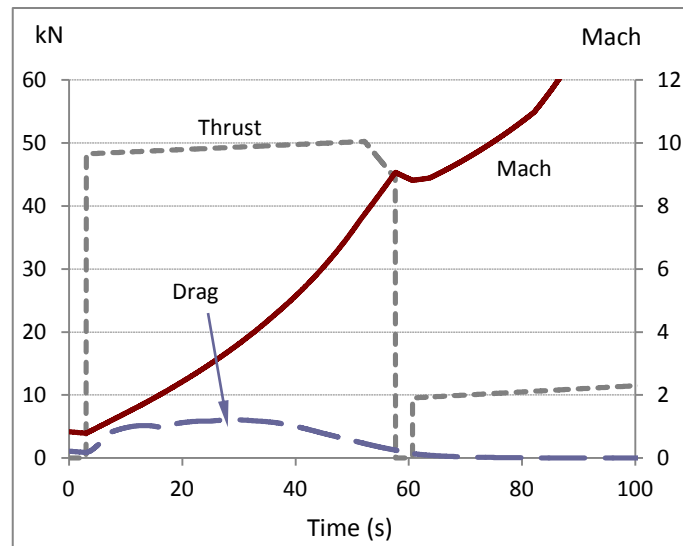


Figura 3-10 Changes in thrust and aerodynamic drag with Mach and time during the optimum ascent trajectory

3.1 Conclusions on trajectory optimization

An accurate but simple method to solve the best control for solid-rocket air-ejected launchers has been developed and analyzed to provide reference mission data for the rest of the study. The algorithm is easily embedded in low profile processor, able to flight in light stages of small launchers, providing valuable data for real time controllers.

A full indirect optimization algorithm has been selected for the solution. The equations are closed, split boundary conditions, and solved by iterative procedures. Convergence, difficultly to be obtained in indirect methods when dissipative forces are present, is overcome by moving from one solution to other, homotopic one, in a progressive manner. More specifically, the trajectory is optimized in a fictitious density atmosphere that is progressively brought from vacuum to the real one.

A reference case has been depicted, showing relevant conclusions on the guidance strategies and the particularities of the airplane-ejected concept, with sensitivity analysis of main design parameters. Off-design performance is also possible for real-time optimal control.

As a result of the above, the aerodynamic definition of the rocket must be refined to represent Mach conditions and reliably model the rocket behavior during atmospheric flight. As rocket geometry is fixed, several flight states can be taken as references, considering flow configuration, aerodynamic actions and atmospheric conditions. Additionally, the availability of experimental data is crucial to validate the results of this thesis.

The final selection for the design point yields airspeed 1.15 Mach, where dynamic pressure is high due to the combination of relatively high speed and substantial air

density and relevant tunnel experiments are available from (Van Dyke, 1959) and (Drougge, 1957). This point is representative of supersonic flight covering altitudes between 10 and 11 km (Figura 3-5 and Figura 3-10), a substantial segment of the atmospheric launching path.

NUMERICAL MODELLING OF SUPERSONIC FLOWS AROUND ROCKET BODIES

4.1 Problem definition

Supersonic flow simulation is a crucial part of the rocket fairing optimization process. Testing and measuring all the variables in supersonic wind tunnels demands high expenses and large energy consumption, whereas CFD simulations offer an alternative way to save resources in the design cycle. The numerical prediction of flow characteristics allows getting valuable information about the aerodynamic performance of the proposed design. However, errors caused by numerical models can lead to inaccurate results, what is why being able to achieve the maximum degree of accuracy in the simulations is of capital importance. Getting such optimal accuracy mainly depends on simulation setting up and, in this context, the selection of the turbulence model and numerical schemes are two of the most important decisions to be made.

Regarding the numerical model, Navier-Stokes equations and their reduced forms are systems of Partial Differential Equations (PDE's). This way, the subsonic form of Navier-Stokes equations is an elliptic system and the supersonic one is hyperbolic. This means that when the flow speed is greater than the one of the disturbance propagation, the pressure is unable to influence events in upstream direction. Furthermore, high speed problems may contain shock waves, which involve subsonic and supersonic zones with both different behaviors that are not known a priori (Versteeg & Malalasekera, 2007).

The turbulence model is a mathematical tool that predicts the effect of turbulence, reducing the complexity of the above equations. Whereas the numerical resolution of all the scales of the turbulence implies massive computational costs, turbulence models try to simplify the Reynolds stress term, one of the most complex in Navier-Stokes equations. There are several ways to model this term, and each one has its own new variables with its additionally required equations. The turbulence models used for the study are detailed below.

Nowadays, direct numeric simulation (DNS) is not affordable in most of real application cases. Large eddy simulation (LES) models are getting stronger every day, but they are still far away from solving complex cases. Even assuming Moore's Law holds, simulations with LES models are unlikely to be feasible before 30 years (Spalart P. , 2012).

In this context, studies related with turbulence modeling have already been carried out by many authors. For subsonic flow, the impact of this model selection is widely studied for several applications, as street canyons (Koutsourakis, Bartzis, & Markatos, 2012), flow around buildings (Guo, Qiao, & Yao, 2011) or external aerodynamics of vehicles (Wang & Hu, 2012). However, for supersonic flow, the impact of the model selection is not extensively evaluated, although some research has been done on scramjet simulations (Roy & Blottner, 2006); (Rumsey, 2009); (Chan, Jacobs, & Mee, 2012). Thus, an analysis of RANS turbulence models is proposed for external supersonic flow fields, including boundary conditions, numerical schemes and time parameters for the following turbulence models: (1) Spalart-Allmaras, as the most extended one-equation model for external aerodynamics, (2) SST $k-\omega$ (Menter, Kuntz, & Langtry, 2003), and (3) RNG $k-\epsilon$, as most used two equations models for other supersonic numerical studies (Balabel, Hegab, Nasr, & El-Behery, 2011); (Huang, Liu, Li, Xia, Liu, & Wang, 2012); (Sharif & Guo, 2007); (Gerlinger, Stoll, Kindler, Schneider, & Aigner, 2008).

A slender body has been used for the validation (Van Dyke, 1959); (Barrero, Meseguer, Sanz, & Pérez-Saborid, 2011), due to the existence of analytical solution and some experimental data, Figura 4-2. It consists of a spindle formed by revolving a parabolic and a straight line for the nose and rear part respectively, the equations of which are:

$$\begin{cases} -1 \leq \xi \leq \alpha & y(\xi) = \beta l(1 - \xi^2) \\ \xi > \alpha & y(\xi) = \beta l(1 - \alpha^2) \end{cases} \quad (53)$$

where $\xi = x/l$, Figura 4-1.

The experimental data collected in (Van Dyke, 1959), obtained by (Drougge, 1957) correspond with the value for the constants of the model $\alpha = 2/3$, $\beta = 1/6$.

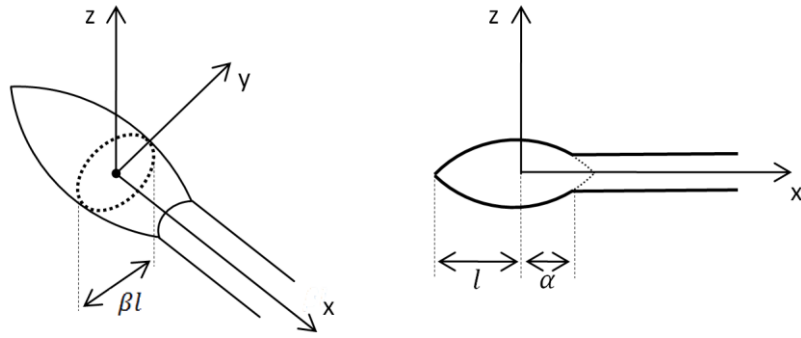


Figura 4-1 Slender body scheme

The experimental data corresponds to air at sea level conditions, Mach 1.15 and with zero angle of attack.

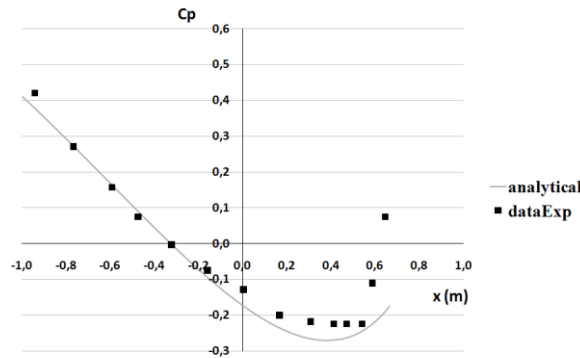


Figura 4-2 First order potential theory and experimental data for the test case (Van Dyke, 1959)

4.2 Simulation environment

All the simulations detailed in the present work were carried out using OpenFOAM (OpenFOAM Foundation, 2013), an open source code with a wide range of libraries which make it a powerful mathematical tool. *SonicFoam* is the solver used for the current analysis, since it is the transient solver for trans-sonic/supersonic, laminar or turbulent flows of compressible gases.

4.2.1 Equations for a turbulent compressible flow

The turbulent flow equations for compressible flows are density-weighted averaged, or Favre-averaged (Anderson, Tannehill, & Pletcher, 1984); this form is commonly used when the effects of density fluctuations are negligible, but mean density variation are not.

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \nabla \bar{\rho} \tilde{U} = 0 \quad (54)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{U}}{\partial t} + \nabla (\bar{\rho} \tilde{U} \tilde{U}) = -\nabla \bar{p} + \nabla (\mu \nabla \tilde{U}) - \nabla \overline{\bar{\rho} u' u'} + S_f \quad (55)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{e}}{\partial t} + \nabla(\bar{\rho} \tilde{U} \tilde{e}) = \nabla(\alpha \nabla \tilde{e}) - \nabla(\overline{\bar{\rho} \mathbf{u}' e'}) + S_q \quad (56)$$

Where (54) is the continuity equation, (55) is the momentum equation and (56) the energy equation. They are written with the Favre nomenclature, being ρ the density, U the velocity vector, \mathbf{u}' the fluctuating term of velocity perturbations, μ the viscosity of the fluid, e the internal energy, α the thermal conductivity, S_f source terms related with forces and S_q source terms related with heat transfer. The overbar indicates a time-averaged variable and the tilde indicates a density-weighted variable.

4.2.2 Wall functions and grid resolution

Due to the fairing dimensions and the limitation on the number of cells of the domain (around 1,3M for practical purposes), the use of wall functions is needed in order to make the problem affordable in time and throughput. It has been proved (Goncalves & Houdeville, 2001) that the wall function gives good results in problems with shock waves. An interesting result is that the use of a wall function does not change the behaviour of the turbulence models with respect to each other and does not deteriorate them.

In order to use standard logarithmic wall functions, so-called y^+ parameter, which is a non-dimensional value of the first cell height, should be $30 \leq y^+ \leq 500$ (Versteeg & Malalasekera, 2007, pp. 66-110). Comparison between different y^+ meshes has been done in order to analyze its influence on the accuracy of the simulations. Besides, time step must be set properly for each simulation according with Courant number criterion (Ferziger & Perić, 2002).

Grid resolution has been enhanced at the front part, where shock wave is present. A grid design considering the exact position and inclination of the wave has not been considered at the moment, in order to have a mesh more versatile for different flight configurations or when the shock wave geometry is not easily predictable. The final design of the mesh is shown in Figura 4-3, where the first cells are as small as 0.4 mm height in accordance with y^+ criterion.

Finally, symmetry conditions have been considered to reduce the domain to half the initial size, being the samples for the analysis taken in the plane perpendicular to the symmetry one. Full domain configurations were simulated in order to confirm that the samples were not influenced by the symmetry assumption, provided that fluctuating components of the variables do not comply with the symmetry condition.

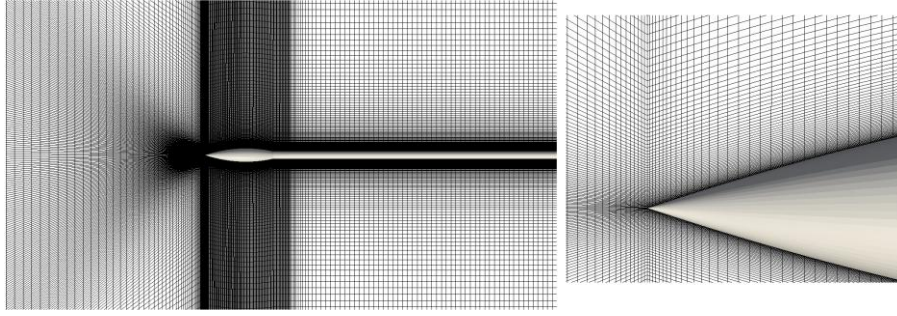


Figura 4-3 Grid resolution and design

4.2.3 Suitable turbulence models

The $k-\epsilon$ model has been widely used as turbulence model for CFD simulations. It is known that this turbulence model predicts excessive levels of turbulent shear stress (Versteeg & Malalasekera, 2007, pp. 66-110), which implies that it leads to suppression of separation in adverse pressure gradients. RNG approximation tries to improve this behavior, but it was not as accurate as expected, so new turbulence models were developed: Spalart-Allmaras and $k-\omega$. They have different computational costs, according with the complexity of their equations, and are postulated to improve those levels of turbulent shear stress estimations by using different approaches. While the standard $k-\omega$ turbulence model performs better than $k-\epsilon$ in the near wall region, it is worse in the far field; this is the reason why the shear stress transport formulation (SST $k-\omega$ variant) has been selected, since it is a combination of both. Adverse pressure gradients are expected in the rear part of the fairing, so these considerations have been taken into account in order to select the tested turbulence models, which are described below.

4.2.3.1 SST $k-\omega$

The SST $k-\omega$ model is a hybrid model which solves the near-wall region with $k-\omega$ turbulence model and the region far from the wall with a $k-\epsilon$ one. The use of $k-\omega$ model in the near-wall region aims at improving its performance in this region (Menter 1992, 1994). The Reynolds stress computation and the k -equation are the same as in the original $k-\omega$ model (Wilcox, 1988), but ω -equation has this form (Menter, Kuntz, & Langtry, 2003):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\omega U_i) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \sigma_{\omega,1}\mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + P_\omega - D_\omega + 2(1-F) \frac{\sigma_{\omega,2}\rho}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (57)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k U_i) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + P_k - D_k \quad (58)$$

where P_ω , D_ω , P_k and D_k are the rate of production and dissipation of ω and k respectively. F is a blending function detailed at the reference. This new ω -equation, compared to the original ω -equation (Wilcox, 1988), has an extra source term called cross-diffusion term.

The model constants ($\sigma_{\omega,1}$, $\sigma_{\omega,2}$ and σ_k) have been revised with respect to the original k- ω model, as shown in Tabla 4-1.

Tabla 4-1 Constant values for k- ω and SST k- ω models

Constant	k- ω value	SST k- ω value
σ_k	0.5	1.0
$\sigma_{\omega,1}$	0.5	0.5
$\sigma_{\omega,2}$	-	0.856
γ	0.553	0.44
β	0.075	0.083
β^*	0.09	0.09

4.2.3.1 RNG k- ϵ

The RNG k- ϵ model is based on renormalizing Navier-Stokes equations by Re-Normalization Group methods (Yakhot, Orszag, Thangam, Gatski, & Speziale, 1992). It differs from standard k- ϵ model in the way the different scales of motion are taken into account the for turbulent diffusion contribution. The RNG approach derives a turbulent model with a modified form of the ϵ -equation (60) with new analytically determined constants, see Tabla 4-2; **Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, and the same form for the k-equation (59).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \epsilon \quad (59)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \epsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} P_k - C_{2\epsilon}^* \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (60)$$

Where:

$$C_{2\epsilon}^* = C_{2\epsilon} + \left[\frac{C_\mu \eta^3 (1 - \eta/\eta_0)}{1 + \beta \eta^3} \right] \quad (61)$$

$$\eta = S \frac{k}{\epsilon} \quad (62)$$

$$S = (2S_{ij}S_{ij})^{1/2} \quad (63)$$

The term in brackets of equation (61) is the result of the application of the RNG mathematical method, and the difference from the standard k- ϵ model.

Tabla 4-2 Constant values for k- ϵ and RNG k- ϵ models

Constant	k- ϵ value	RNG k- ϵ value
C_μ	0.09	0.0845
σ_k	1.0	0.7194
σ_ϵ	1.30	0.7194
$C_{1\epsilon}$	1.44	1.42
$C_{2\epsilon}$	1.92	1.68

4.2.3.2 Spalart Allmaras

Spalart Allmaras (Spalart & Allmaras, 1992) is the most extended model for external aerodynamics for its economical computation. It involves one transport equation for kinematic eddy viscosity parameter $\tilde{\nu}$. Thus, the Reynolds stresses are computed with equation (64) where the transport equation for $\tilde{\nu}$ is (65).

$$\tau_{ij} = \rho \tilde{\nu} f_{v1} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (64)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \tilde{\nu}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \tilde{\nu} u_i) = \frac{1}{\sigma_\nu} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \rho \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} + C_{b2} \rho \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right] + P_{\tilde{\nu}} - D_{\tilde{\nu}} \quad (65)$$

Here, $f_{v1} = f_{v1}(\tilde{\nu}/\nu)$ is the wall-damping function, where tends to unity for high Reynolds numbers, so $\tilde{\nu} = \nu_t$, and tends to zero at the walls; $P_{\tilde{\nu}}$ and $D_{\tilde{\nu}}$ are the rate of production and dissipation of $\tilde{\nu}$ respectively. Constant values are listed in Tabla 4-3.

Tabla 4-3 Constant values for Spalart Allmaras turbulence model

Constant	SA value
σ_ν	2/3
C_{b2}	0.622

4.2.4 Numerical schemes

Numerical schemes define the way the different terms of any equation are discretized. Each turbulence model is tested together with different numerical schemes for the velocity term of the equations, where the main influence is expected. The different schemes used are TVD, CDS, QUICK and CUBIC, detailed below:

4.2.4.1 TVD (Total variation diminish)

These kind of methods have the property that the total variation of the discrete solution should diminish with time. The scheme used is defined as limited linear differencing, which is a second order central differencing scheme with a value cropping condition which forbids the calculated figure to differ from other points more than for the specified threshold (Tam & Kurbatskii, 2003).

4.2.4.2 CDS (Central differencing schemes)

Defined as central differencing scheme, where the value is calculated with a linear interpolation. This scheme has the second order accuracy, but it is unbounded, which means non-physical oscillations can appear (Gulbe, Jekabsons, & Traskovs, 2011).

4.2.4.3 QUICK (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinetics)

This is a higher order differencing scheme which will consider a three point upstream weighted quadratic interpolation for the cell phase values (Wesseling, 2001).

4.2.4.4 CUBIC

The scheme is a centered scheme to with fourth order differencing (OpenFOAM Foundation, 2013)

4.2.5 Boundary conditions and inlet turbulence level

See level pressure and temperature conditions are selected for the simulation, being 101325 Pa and 288 K respectively. The selected properties for boundary conditions are listed below:

- Inlet: the velocity is set as supersonic free stream, transmitting oblique shocks to surroundings, and the pressure is coupled.
- Outlet: this patch is set as wave transmissive for the pressure terms to avoid shock wave reflections, and the velocity is coupled.
- Walls: adiabatic walls with the suitable wall function are used for each turbulence model according with section 4.2.2.

The turbulence kinetic energy is estimated based on 5% turbulence intensity, a typical value for incoming flow conditions given that the real figure in the validation test is unavailable. Epsilon and omega turbulence variables are calculated from this value with their respective equations.

4.3 Results

The results of the conducted simulations are displayed and analyzed in this section. The main aim is to analyze the results obtained compared with the results of the experiments by means of some indicators that show the best correlations. The selected indicators are the pressure coefficient (C_p), the root mean square error (RMSE) of C_p , the drag coefficient (C_d) and velocity profiles at some critical points of the fairing.

All the C_p and C_d charts, Figura 4-6 and Figura 4-8, are referred to the coordinate system showed in Figura 4-4, which is a longitudinal section of the fairing at the symmetry plane, where maximum thickness for each x is located.

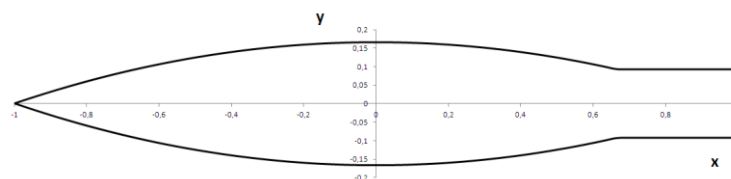


Figura 4-4 Coordinates of simulated model

Figura 3-5 shows an example of pressure distribution around the fairing for the first simulation and the placement of the shock waves. This simulation has been conducted with RNG $k-\epsilon$ turbulence model with TVD numerical scheme for velocity term discretization.

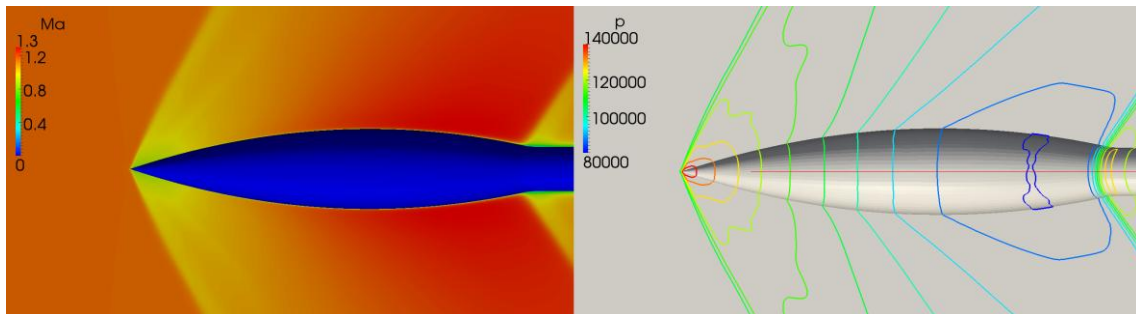


Figura 4-5 Mach (left) and iso-pressure contours (right) around fairing

The C_p graphic, Figura 4-6, has the results of the simulations grouped by turbulence model and compared with experimental data.

Spalart-Allmaras turbulence model cannot reach the desired level of precision, as Figura 4-6(a) shows. Its results are oscillating and quite far from experimental data. This is the reason why no further analysis related with numerical schemes was carried out with this turbulence model. The explanation of this bad correlation may be due to its lack of sensitivity in high speed flows (Versteeg & Malalasekera, 2007, pp. 66-110).

Figura 4-6(b) and Figura 4-6(c) are the corresponding results for RNG $k-\epsilon$ and SST $k-\omega$ turbulence models. These two turbulence models have been tested with several numerical schemes for the velocity term and with second order scheme for the rest of the variables, section 694.2.4.

Most of tested schemes have a good correlation with the experimental data with the exception of QUICK for SST $k-\omega$.

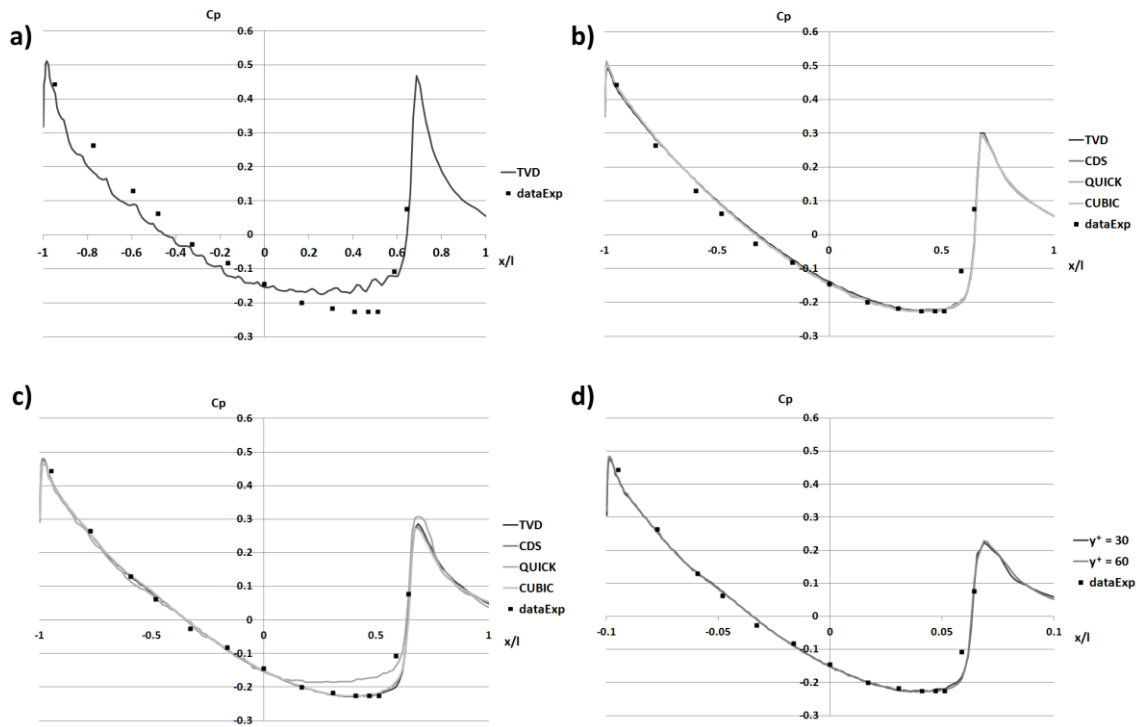


Figure 4-6 C_p for different turbulence models and numerical schemes. Figure 6(a) Spalart-Allmaras. Figure 6(b) RNG $k-\epsilon$. Figure 6(c) SST $k-\omega$. Figure 6(d) SST $k-\omega$ for $y^+ = 30$ and $y^+ = 60$

Figure 4-7 is a radial graphic where RMSE for C_p are represented for each simulation. These errors have been divided in two main zones for the analysis: the nose part, from the tip of the fairing to the maximum thickness, and the rear part, from the maximum thickness to the beginning of the straight zone.

Supported by Figure 4-7 (a), SST $k-\omega$ turbulence model has a better performance than RNG $k-\epsilon$ one. Taking into account just the nose part, the Spalart-Allmaras has the worst figures as a result of the bad correlation illustrated before.

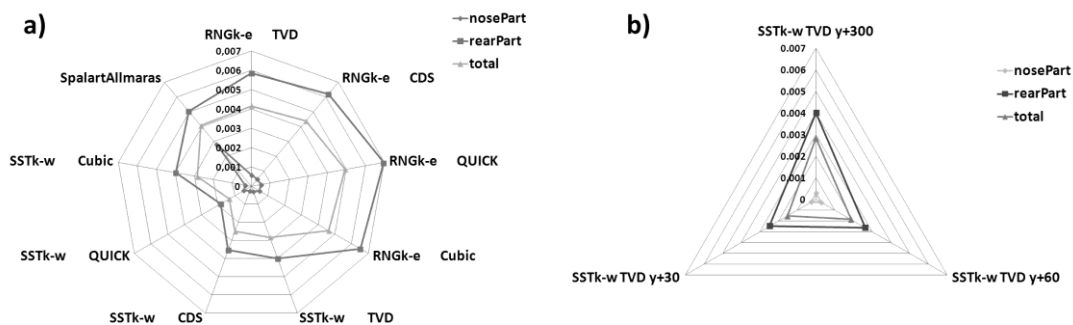


Figure 4-7 RMSE of C_p for different conducted simulations. Figure 7(a) RMSE of C_p for mesh with $y^+ = 300$. Figure 7(b) RMSE of C_p for different y^+ mesh comparison

The rear part of the fairing groups larger errors due to the difference between the results of the simulations in the last two experimental data points. Most of the tested schemes

have higher order errors at these two points, which harm the RMSE value as indicator, with the exceptions of Spalart-Allmaras model and QUICK scheme for SST k- ω model. These both are more accurate at the very rear part, so this is the reason why they have reasonable RMSE values when they do not seem good simulations when inspecting C_p plots.

The RMSE indicator, being a quadratic error, eliminates the influence of the mathematical sign providing the mean error of the deviation. Therefore, C_d , as one of the more interesting variables for aerodynamic design, is included in the analysis in order to demonstrate the capabilities of some turbulence models and schemes. In this case, the influence of the mathematical sign is quite important, because errors caused by shortfall at the diverging zone of the fairing are added to errors by excess at the convergent zone getting lower drag coefficients and vice versa.

C_d^* (Figura 4-8) is defined as the integrated contribution of pressure profiles to the global C_d from the tip to the current station, as follows:

$$C_d^*(x) = \int_{-1}^x \left(C_p \frac{dy}{dx} \right) dx \quad -1 \leq x \leq 2/3 \quad (66)$$

Hence:

$$C_d = C_d^*(2/3) \quad (67)$$

For Spalart Allmaras, the errors at the nose part are added to those at the rear part reaching the worse correlated value (Figura 4-8). Something similar happens for QUICK-SST k- ω , so errors in excess at the convergent zone could cause lower C_d estimations.

Alternatively, using RNG k- ϵ or the rest of schemes for SST k- ω turbulence model this variable keeps much closer to the experimental data until the final points, where the precision decreases a bit due to the slight differences in last two points. These errors happen at the end of the fairing, where the flow is detached and the turbulence models do not fit properly.

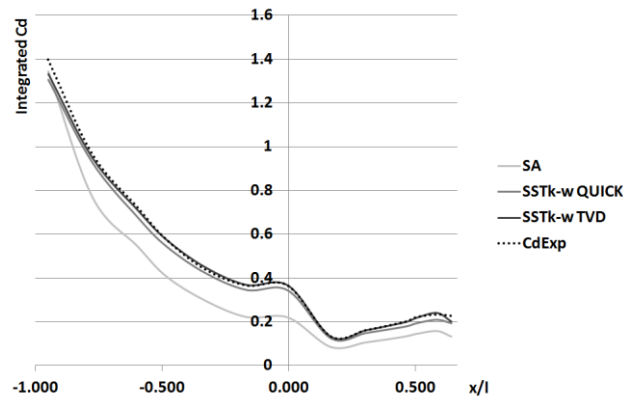


Figura 4-8 Integrated Cd for different turbulence models along longitudinal axis

In order to analyze the influence of y^+ and grid resolution influence some more simulations have been done and compared for the turbulence model that has reached a better performance: the SST k- ω model.

The distance normal to the fairing was reduced by five and ten times without increasing the total number of cells. The mean y^+ value for all the previous meshes was around 300. Although relationship between grid resolution and y^+ is not linear, the new mean y^+ value is around 60 and 30 respectively, which has been checked once the simulation has converged. The results are showed in Figura 4-6(d).

The C_p RMSE for this analysis shows that reducing the y^+ parameter increases the accuracy of the model, Figura 4-7(b), but it also increases the computational costs. The y^+ reduction implies time step reductions for the simulation, which significantly increases the computational time.

Figura 4-9 displays the velocity and temperature profiles for different locations at the surface of the fairing for $y^+ = 30$ and $y^+ = 300$. The closeness between them, and the RMSE of C_p - y^+ plot (Figura 4-10), can demonstrate the correct use of the wall functions for different y^+ meshes (Versteeg & Malalasekera, 2007, pp. 66-110). The velocity profile at $x = 0.6$ shows that more in-depth analysis must be done for the detached flow zone.

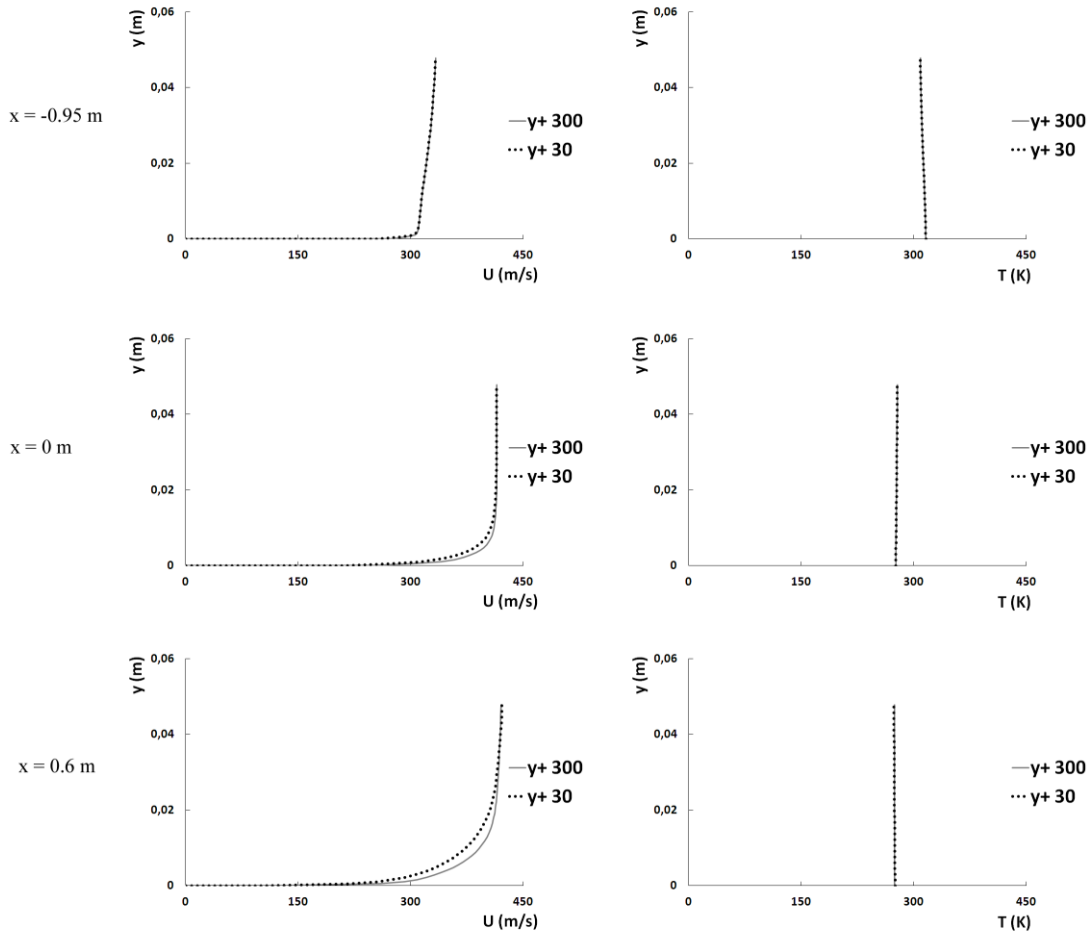


Figura 4-9 Velocity and temperature profiles at different points of the fairing for $y^+ = 30$ and $y^+ = 300$, corresponding with SST $k-\omega$ turbulence model with TVD scheme simulations.

Finally, the effect of the turbulence model on the position of the shock wave was examined. The shock wave is attached to the fairing and its angle has been obtained for all the carried simulations, being the results pretty close among the different values (62.7 deg the highest value and 62.5 deg the lowest, which we consider negligible).

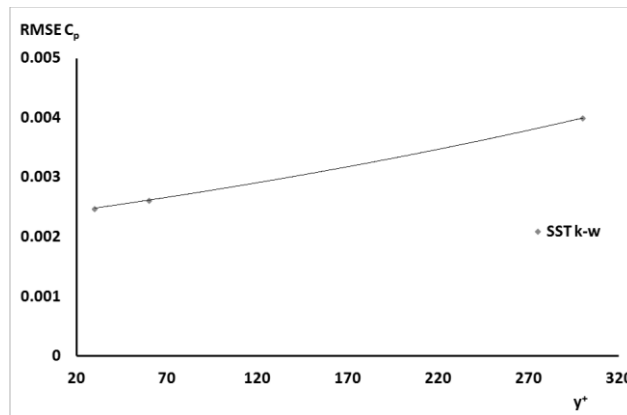


Figura 4-10 RMSE of C_p of different y^+ meshes for SST $k-\omega$ models with TVD numerical schemes

4.4 Conclusions

Selection of the most suitable turbulence model and numerical schemes for CFD simulations is not always trivial. The nature of the problem may help to establish a turbulence model *a-priori*, which can be recommended by theoretical approaches or literature references; besides, the solution is strongly driven by the domain discretization and numerical model configuration. Bad arrangement of these two major elements can frequently produce important errors; thus, the *a-priori* knowledge of the right model and its configuration can make the difference between success and failure. Even reaching a successful solution for the problem with different initial setup, computational or time costs are strongly dependent on this configuration.

This section has demonstrated the suitability of some turbulence models for supersonic flow field simulations in rocket aerodynamics, carrying out several tests with different numerical schemes, for different turbulence models and different mesh configurations. The agreement between simulations results and the experiments has been evaluated by means of C_d , C_p and RMSE for C_p as indicators, in such a way that the following recommendations can be issued:

- ✚ The use of a wall law approach in a RANS supersonic solver proved to be very attractive, not only to save cost but also because of the quality of the results.
- ✚ Although Spalart-Allmaras model is generally recommended for external aerodynamics, its fitness with experimental data is not as good as expected when compared to the other tested models.
- ✚ The SST $k-\omega$ turbulence model has achieved the best performance according to the experiments. The numerical scheme analysis within this model shows little impact on final results, although TVD scheme for RNG $k-\varepsilon$ turbulence model and CDS scheme for SST $k-\omega$ model are better.
- ✚ In this study, the analysis of the influence of y^+ shows that meshes with relatively high y^+ (<300) are still good enough to get results of the same order than the ones of more refined meshes, which is useful when computational costs is an issue. More in-depth studies must be done related to grid resolution in detached flow regions in order to improve accuracy.

The above results have been taken from an exhaustive analysis validated against available supersonic experiments (Van Dyke, 1959). The recommendations on the best configuration of CFD models for external supersonic flow field simulations will be more reliable as Mach numbers are close to the 1.15 reference used in the article. Higher speeds could present problems in the rear convergent area, where the obtained results are more error-prone mainly due to flow detachment. However, for normal rocket fairing shapes, where the diverging geometry is dominant if not single, the results given in the present work should be fully applicable. This improves the accuracy and the throughput

of the simulations conducted in the next chapter for the geometric optimization, and it will provide researchers the basis for similar problems.

USO DEL MÉTODO *KRIGING* PARA OPTIMIZACIÓN ARODINÁMICA DE CUERPOS ESBELTOS EN RÉGIMEN SUPERSÓNICO

En este capítulo se trata principalmente de exponer y validar una metodología de optimización mediante el uso de los resultados de un número determinado de simulaciones computacionales de un problema modelo de vehículo lanzador. Para ello se utilizarán herramientas de diseño, simulación y análisis basadas en dinámica de fluidos computacional como en (Wang & Hu, 2012) o (Rumsey, 2009) y en el método *Kriging*, utilizado en diversos campos del conocimiento como por ejemplo (Díaz, Victoria, Querin, & Martí, 2011), (Dellino, Lino, Meloni, & Rizzo, 2009) o (Yin, Ng, & Ng, 2011).

Son varios los posibles métodos de optimización vistos en la bibliografía. Por ejemplo el método basado en adjuntos o *adjoint method* de (Jameson, Martinelli, Cliff, & Thomas, 2005). Otra de las opciones es utilizar el CFD en combinación con el método inverso usando las propias ecuaciones integrales para encontrar una geometría que se corresponda con una solución previamente establecida, como en (McMasters & Cummings, 2002). También se puede usar la metodología recogida en (Kim, Rao, Koomullil, Ross, Soni, & Shih, 2009), donde por medio de un algoritmo se generan mallas que son evaluadas por técnicas CFD e ir hacia modelos más óptimos; para ello desarrollaron su propia herramienta de optimización DAKOTA.

El método finalmente elegido y utilizado en esta tesis doctoral se basa en la metodología empleada en (Kim, Rao, Koomullil, Ross, Soni, & Shih, 2009), generando un metamodelo mediante DACE (basado en el método de *Kriging*) y una serie de muestras obtenidas por medio de simulaciones CFD. Se ha optado por esta opción debido a la reducción significativa del número de experimentos numéricos necesarios por este método. Además, el número de simulaciones necesarias se pueden realizar simultáneamente o en paralelo en vez de secuencialmente (como en el caso del *adjoint method*), ahorrando una cantidad de tiempo importante dado los costes computacionales de las simulaciones.

5.1 Definición del problema

En el caso que a continuación se desarrolla se busca realizar una optimización geométrica de una definición de lanzador y misión concretos. Utilizando el entorno validado en el Capítulo 4 se utiliza el plano de simetría en los trabajos realizados, y la geometría está definida de acuerdo con el esquema de la Figura 5-1, de modo que queda definida por 5 variables concretas:

- ✚ El radio máximo del vehículo lanzador (α_1). Esta variable puede adoptar valores entre [27 - 35] centímetros, dados por limitaciones de diámetro máximo de la carga de pago del avión nodriza y el radio mínimo necesario para albergar la masa combustible necesaria (delimitado por la longitud máxima del vehículo, que no puede ser superior a 6 metros)
- ✚ El radio del lanzador a la altura de la carga de pago (α_2). Esta variable puede adoptar valores entre [20 - α_1] centímetros, dados por el radio mínimo para alojar la carga de pago y el radio máximo del vehículo lanzador, puesto que se ha probado que radios superiores al radio del cohete (donde se aloja el combustible) no son viables sin perjudicar las propiedades aerodinámicas del mismo salvo requerimiento de la carga de pago.
- ✚ Longitud de la cofia (α_3). Esta variable puede adoptar valores teóricamente entre [0 - β] centímetros, dados por una cofia teóricamente vertical y cuadrangular nada más se cumpla con los requerimientos de espacio para la carga de pago y β , valor deducido de no poder exceder de la longitud máxima del vehículo (6 metros).
- ✚ Posición en longitud de un punto intermedio entre la carga de pago y la punta de la cofia (α_4). Esta variable adoptará valores entre [0 - 100], puesto que esta variable se utiliza en tanto por ciento respecto de la punta, de tal modo que si adoptase valores cercanos a cero se encontraría más cerca de la punta y viceversa, con valores cercanos a 100 se encontraría más cerca de la carga de pago.
- ✚ Radio del lanzador en el punto α_4 definido anteriormente (α_5). Esta variable puede adoptar valores comprendidos entre [γ - α_2], donde α_2 es el radio a la altura de la carga de pago y γ se define como el radio teórico que tendría el punto α_4 si la punta de la cofia y la carga de pago estuviesen unidos mediante una recta. De este

modo siempre se consigue que este radio sea superior al radio de esta recta teórica, evitando así que se originase una curva con puntos de radios negativos.

Por último, todas las variables a excepción de α_4 han sido adimensionalizadas por el radio máximo posible para el lanzador.

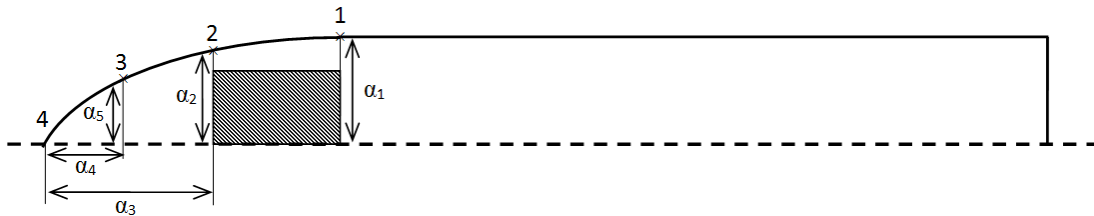


Figura 5-1 Esquema de las variables que definen el problema modelo del vehículo lanzador estudiado

El modo de unión entre los distintos puntos definidos se realiza mediante un *spline* de grado 2 de dos a dos puntos y guardando continuidad de izquierda a derecha de acuerdo con la Figura 5-1.

- ✚ En la primera sección del *spline*, en los dos primeros puntos (1 y 2) se conocen tanto sus radios (α_1 y α_2) como la primera derivada en el punto 1 (siendo esta igual a 0 para garantizar continuidad con el cuerpo).
- ✚ En el segundo tramo, en los puntos siguientes (2 y 3) se conocen tanto sus radios (α_2 y α_3) como la primera derivada en el punto 2 (valor deducible del primer tramo de la *spline*)
- ✚ Y finalmente en el último tramo, para los puntos 3 y 4 se conocen tanto sus radios (α_3 y 0) así como la primera derivada en el punto 3 (valor deducible del segundo tramo de la *spline*). El valor de la primera derivada en el punto 4, o lo que es lo mismo, el ángulo de la ojiva en la punta, queda definido por este tercer tramo de la *spline* y podría ser determinado si fuese necesario.

5.2 El método *Kriging* en optimización numérica

Como ya se ha adelantado anteriormente se ha optado por el método de *Kriging* para realizar la optimización geométrica del vehículo lanzador. El método de *Kriging* (Krige, 1951) es un método geostadístico que se utiliza para la estimación de datos utilizando un modelo variograma para la interpolación de dichos datos.

Fue desarrollado en el año 1951 por Danie G. Krige para el análisis de una regresión de muestras. Esta técnica asume continuidad, es decir, que puntos próximos en el espacio de las variables de estado tienen valores próximos de una determinada función, aproximación perfectamente válida en el caso en el que aplica.

La descripción matemática de este modelo se puede estudiar en la bibliografía referenciada, existiendo varias variantes del método (ordinario, simple, etc.). Para este

trabajo, lo más destacable es uno de sus campos de aplicación, el Diseño y Análisis de Experimentos Computacionales (Sacks, Welch, Mitchell, & Wynn, 1989), que es un metamodelo elaborado con técnicas basadas en el método *Kriging*. Matemáticamente se define de la siguiente forma: para una serie de m puntos de diseño (o variables) $S = [s_1, \dots, s_m]^T$ y su respuesta $Y = [y(s_1), \dots, y(s_m)]$ se crea un modelo \hat{y} expresado como la suma de un modelo de regresión F y un suceso aleatorio z para una determinada dimensión de muestras q .

$$\hat{y}_l(x) = F(\beta_{:,l}, x) + z_l(x) \quad (68)$$

Donde $l = 1, \dots, q$.

El modelo de regresión es una combinación lineal de p funciones:

$$F(\beta_{:,l}, x) = \beta_{1,l}f_1(x) + \dots + \beta_{p,l}f_p(x) = f^T(x)\beta_{:,l} \quad (69)$$

Donde $\beta_{k,l}$ son parámetros de regresión para $k = 1, \dots, p$.

El suceso aleatorio posee una media de valor 0 y covarianza entre dos puntos concretos x y w de:

$$Cov(w, x) = \sigma_l^2 R(\theta, w, x) \quad (70)$$

Siendo σ_l^2 la varianza del proceso de la componente l -ésima y $R(\theta, w, x)$ el modelo de correlación dependiente de los parámetros de correlación θ .

Por lo tanto se puede asumir que un valor real puede ser escrito como:

$$y_l(x) = F(\beta_{:,l}, x) + \alpha(\beta_{:,l}, x) \quad (71)$$

En este caso α se define como el error de aproximación. Por lo tanto con una correcta elección de los parámetros de regresión β estos errores se comportan como ruido blanco en la región de interés.

En este punto se define la matriz F de dimensión $m \times p$ y R como la matriz de correlación de los puntos de diseño:

$$F = [f(s_1), \dots, f(s_m)]^T \quad (72)$$

$$R = R(\theta, s_i, s_j) \quad (73)$$

Siendo $i, j = 1, \dots, m$.

Se calculan los parámetros estimados mediante (Welch & Sacks, 1991):

$$\hat{\beta} = (F^T R^{-1} F)^{-1} F^T R^{-1} Y \quad (74)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{m} (Y - F\hat{\beta})^T R^{-1} (Y - F\hat{\beta}) \quad (75)$$

Para la predicción en un punto x del modelo se utiliza la siguiente expresión:

$$\hat{y} = F\hat{\beta} + r^T(x)\hat{\alpha} \quad (76)$$

Siendo:

$$\hat{\alpha} = R^{-1}(Y - F\hat{\beta}) \quad (77)$$

$$r^T = [R(\theta, s_1, x), \dots, R(\theta, s_m, x)] \quad (78)$$

Normalmente se utiliza un modelo de regresión constante puesto que la mayoría de los autores no encuentran grandes ventajas usando modelos de regresión más complejos (ver (Welch & Sacks, 1991) y (Bernardo, Buck, Liu, Nazaret, Sacks, & Welch, 1992) .

Además (Sacks, Schiller, & Welch, 1989) muestra un modo de calcular el error cuadrático medio de los resultados predichos por el modelo:

$$MSE(\hat{y}(x)) = \hat{\sigma}^2 \left\{ 1 - [F r^T(x)] \begin{bmatrix} 0 & F^T \\ F & R \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F \\ r^T(x) \end{bmatrix} \right\} \quad (79)$$

En cuanto a los modelos de correlación (Sacks, Welch, Mitchell, & Wynn, 1989) se restringen principalmente a los que respetan la siguiente forma:

$$R(\theta, w, x) = \prod_{j=1}^N R_j(\theta, d_j) \quad (80)$$

Siendo $d_j = w_j - x_j$ y $R_j(\theta, d_j) = e^{-\theta_j |d_j|^p}$.

p es un parámetro para el cual los autores han coincidido en que un valor 2 es adecuado para el caso de experimentos realizados computacionalmente. Algunos paquetes comerciales proporcionan otras opciones, como es el caso de Matlab:

Tabla 5-1 Funciones de correlación implementadas en la toolbox DACE del software Matlab

Nombre	$R_j(\theta, d_j)$
EXP	$e^{-\theta_j d_j }$
EXPG	$e^{-\theta_j d_j ^a}, \quad 0 < a \leq 2$
GAUSS	$e^{-\theta_j d_j ^2}$
LIN	$\max\{0, 1 - \theta_j d_j \}$
SPHERICAL	$1 - 1.5\xi + 0.5\xi^3, \quad \xi = \min\{1, -\theta_j d_j \}$
CUBIC	$1 - 3\xi^2 + 2\xi^3, \quad \xi = \min\{1, -\theta_j d_j \}$
SPLINE	$\zeta(\xi), (81) \quad \xi = \theta_j d_j $

$$\zeta(\xi) = \begin{cases} 1 - 15\xi + 30\xi^3 & \text{for } 0 \leq \xi \leq 0.2 \\ 1.25(1 - \xi)^3 & \text{for } 0.2 < \xi < 1 \\ 0 & \text{for } \xi \geq 1 \end{cases} \quad (81)$$

5.2.1 Modelado de función cosenoidal

Con lo descrito anteriormente se desarrolla a modo de ejemplo un modelado de la siguiente función cosenoidal:

$$z = \cos\sqrt{2 * (x^2 + y^2)} \quad \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ -1 \leq y \leq 1 \end{cases} \quad (82)$$

Se trata de encontrar, mediante el método descrito, el punto donde se encuentra el máximo de esta función para dentro del rango de valores dados. Teóricamente el máximo de la función se encuentra en el origen de coordenadas, donde el valor de la función es $z = 1$.

Para utilizar el método de optimización descrito en el apartado anterior se tomarán 20 parejas de puntos generados aleatoriamente dentro del rango del ejemplo, y se calculará su valor mediante la función nominal. Posteriormente se usan dichos datos para generar el metamodelo como si no se conociese la función de origen y se observan los resultados.

Para llevar a cabo esta tarea se genera el siguiente fichero Matlab, donde se usa la función *dacefit* cuyo detalle se muestra en el ANEXO A:

```
S = [-1+(1+1).*rand(20,1) -1+(1+1).*rand(20,1)];
Y=cos(2*((S(:,1)).^2+(S(:,2)).^2).^0.5);
theta=[0.5 0.5];
lob=[1e-2 1e-2];
upb=[1 1];
[dmodel, pref] = dacefit(S, Y, @regpoly2, @corr Gauss, theta, lob, upb);
X=gridsamp([-1 -1;1 1], 40);
[XY MSE]=predictor(X,dmodel);
X1=reshape(X(:,1),40,40);
X2=reshape(X(:,2),40,40);
XY=reshape(XY,size(X1));
figure(1), mesh(X1,X2,XY)
```

```

hold on
plot3(S(:,1),S(:,2),Y, '.k', 'MarkerSize', 10)
[filas,col]=find(XY==max(max(XY)));
optimo(1)=X1(1,col);
optimo(2)=X2(filas,1);
optimo(3)=max(max(XY));
optimo
plot3(optimo(1),optimo(2),optimo(3), '*r')
plot3(dmodel.theta(1),dmodel.theta(2),predictor(dmodel.theta,dmodel), '*b')
hold off
[emodel, pref] = dacefit(S, Y, @regpoly0, @corr Gauss, 2);
figure(2), mesh(X1,X2, reshape(MSE, size(X1)))

```

Como resultado se obtiene la matriz S y el vector Y, datos de entrada para la generación del metamodelo:

Tabla 5-2 Lista de valores de entrada de S e Y del metamodelo de la función cosenoidal

S		Y
-0.2967	-0.6756	0.0948
0.6617	0.5886	-0.1990
0.1705	-0.3776	0.6759
0.0994	0.0571	0.9738
0.8344	-0.6687	-0.5378
-0.4283	0.2040	0.5826
0.5144	-0.4741	0.1709
0.5075	0.3082	0.3741
-0.2391	0.3784	0.6253
0.1356	0.4963	0.5157
-0.8483	-0.0989	-0.1369
-0.8921	-0.8324	-0.7640
0.0616	-0.5420	0.4615
0.5583	0.8267	-0.4117
0.8680	-0.6952	-0.6079
-0.7402	0.6516	-0.3908
0.1376	0.0767	0.9508
-0.0612	0.9923	-0.4055
-0.9762	-0.8436	-0.8467
-0.3258	-0.1146	0.7708

En la Figura 5-2 se puede observar en tres dimensiones la representación gráfica del metamodelo generado, mostrándose en color negro las muestras originales usadas y en rojo el punto óptimo/máximo, que se encuentra en el origen de coordenadas y con un valor muy cercano a 1 como se pretendía.

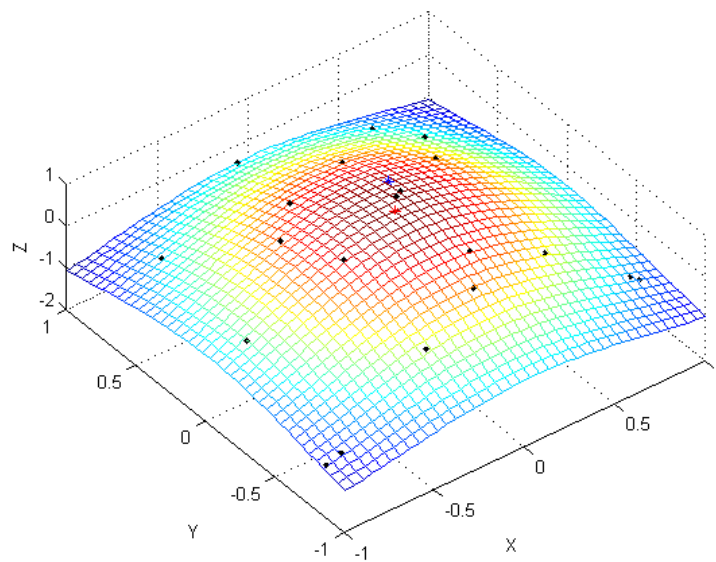
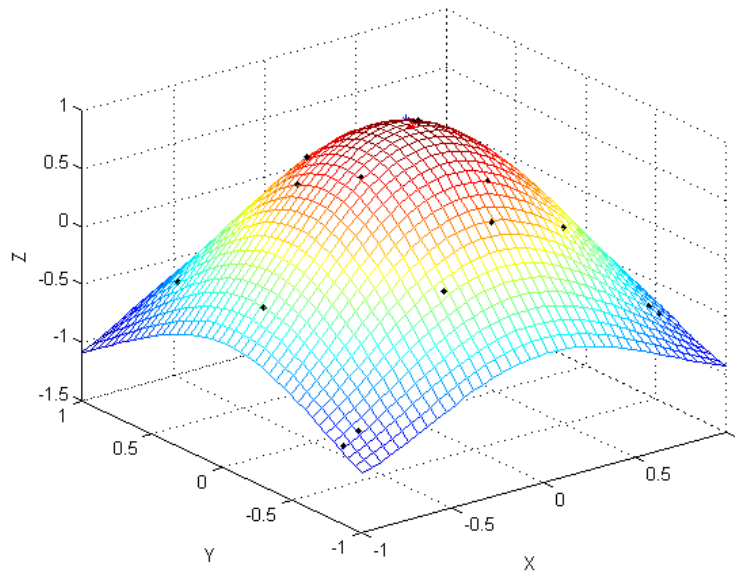


Figura 5-2 Vistas en 3D del metamodelo generado

El error cuadrático medio de las estimaciones se observa en la Figura 5-3, donde se observa que en aquellas zonas donde escasean las muestras, los errores son mayores.

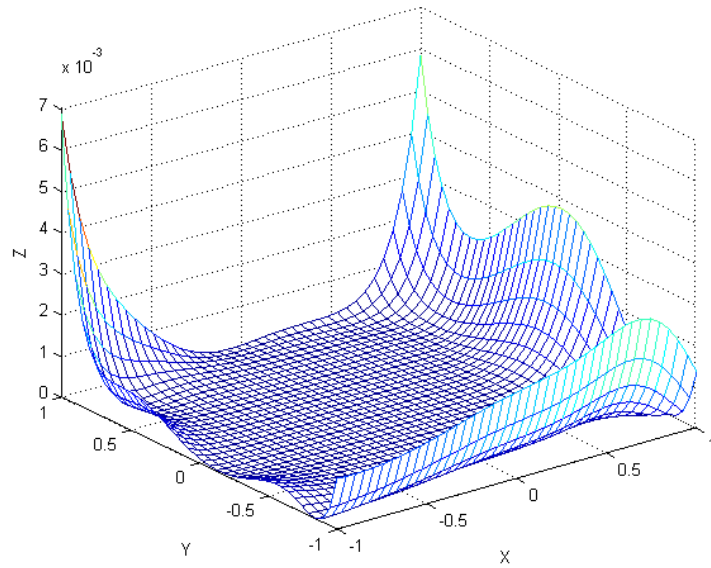


Figura 5-3 Error cuadrático medio del modelo generado

Una vez visto y analizado el metamodelo se pueden incluir nuevas muestras que aumenten la precisión del mismo; en este caso y a modo de ejemplo se incluye un nuevo punto en una zona donde se producen los mayores errores y cuyos valores nominales son:

Tabla 5-3 Nuevo valor añadido al metamodelo de la función cosenoidal para amuestrar su precisión

S		Y
-0.9500	0.9500	-0.8984

Los resultados obtenidos en el modelo gracias a la corrección apenas sufren variación ninguna lejos del lugar donde se ha añadido la nueva muestra, pero sí en el entorno de la misma, como se puede apreciar en la Figura 5-4 y en la Figura 5-5, especialmente en esta última.

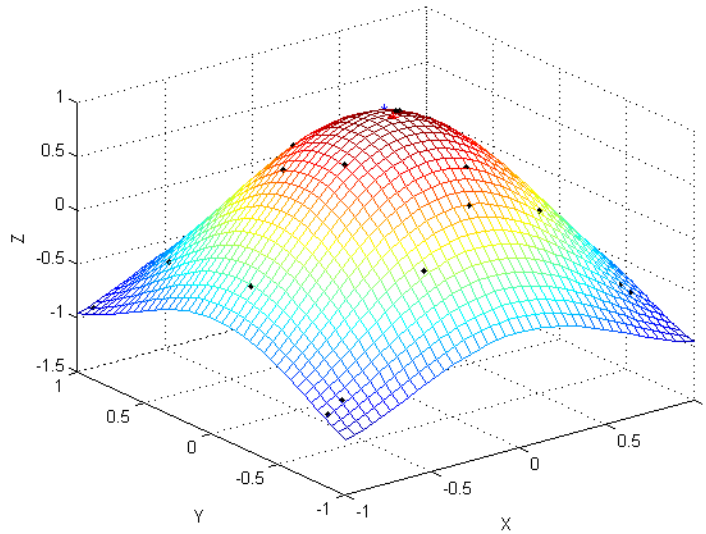


Figura 5-4 Vista en 3D del metamodelo generado una vez incluido el dato de corrección

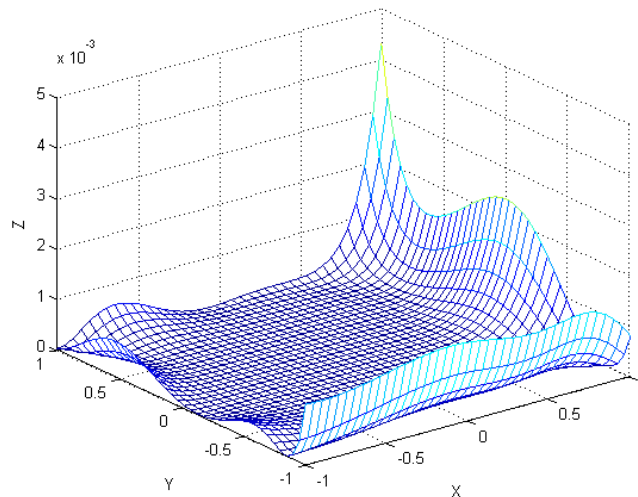


Figura 5-5 Error cuadrático medio del modelo generado una vez incluido el dato de corrección

5.3 Modelado del problema

Una vez entendida la metodología de elaboración del metamodelo es necesario realizar los experimentos computacionales necesarios para la elaboración del mismo. Como se ha adelantado en la primera parte de este capítulo estos experimentos se realizarán con el software de dinámica de fluidos computacional OpenFOAM (OpenFOAM Foundation, 2013) usando las directrices descritas en el Capítulo 4.

Por lo tanto, el primer paso es elaborar un método automatizado para generar los casos o muestras, puesto que para un punto determinado de la trayectoria, y ante cambios pequeños de geometría, las simulaciones se realizarán en las mismas condiciones y sobre una misma estructura de mallado.

Se diferencian aquí cuatro partes importantes en el proceso de elaboración de los experimentos computacionales:

5.3.1 Elaboración del fichero de definición geométrica

El primer paso de todos es generar el fichero *input* para el programa de mallado que contenga los puntos de la geometría de la muestra.

Para ello se elaboró una hoja de cálculo en la que se calculan las coordenadas de los puntos de la geometría. Se trata de una lista de 101 puntos divididos en cuatro tramos: la parte recta de la zona trasera donde se aloja el combustible, y las tres *splines* definidas en el apartado 5.1. La distribución elegida de puntos en cada uno de los tramos es el siguiente (Figura 5-6): 51 puntos para la parte recta trasera, 25 puntos para el primer tramo de *spline* (color verde), 12 puntos para el segundo tramo de *spline* (color morado) y 13 puntos para el último tramo (color azul cielo).

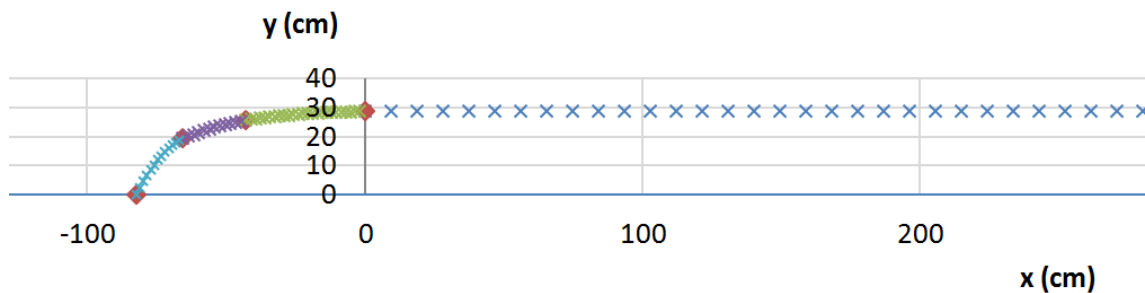


Figura 5-6 Distribución de puntos de la geometría del lanzador para los casos simulados

Como se expone en el apartado 5.1, el vehículo entero está definido por 5 variables, que son los datos de entrada de la hoja de cálculo para las ecuaciones de cada uno de los tramos de la Figura 5-6. Se genera un fichero similar al de la Figura 5-7 que define geoméricamente el problema.

101	2		
0.0000	0.0000	0.0000	
0.0075	0.0051	0.0000	
0.0150	0.0100	0.0000	
0.0224	0.0146	0.0000	
0.0299	0.0191	0.0000	
0.0374	0.0233	0.0000	
0.0449	0.0274	0.0000	
0.0523	0.0312	0.0000	
0.0598	0.0348	0.0000	
0.0673	0.0382	0.0000	
0.0748	0.0414	0.0000	
0.0822	0.0443	0.0000	
0.0897	0.0471	0.0000	
0.0972	0.0497	0.0000	
0.1387	0.0632	0.0000	
0.1802	0.0768	0.0000	
0.2217	0.0903	0.0000	
0.2631	0.1038	0.0000	
0.3046	0.1173	0.0000	
0.3461	0.1307	0.0000	
0.3876	0.1442	0.0000	
0.4291	0.1576	0.0000	
0.4706	0.1710	0.0000	
0.5120	0.1845	0.0000	
0.5535	0.1978	0.0000	
0.5950	0.2112	0.0000	
0.6121	0.2166	0.0000	
0.6292	0.2218	0.0000	

Figura 5-7 Ejemplo de datos recogidos en el archivo *.dat*

La primera fila del archivo contiene información acerca del número de puntos y su distribución para el programa de mallado, y posteriormente se recogen las coordenadas (x,y,z) de cada uno de los puntos. Se puede notar que para el programa de mallado se traslada el origen de coordenadas a la punta del vehículo lanzador (comparación con Figura 5-6) por sencillez. Este cambio no conlleva ninguna complejidad puesto que se realiza de forma automática en la hoja de cálculo.

5.3.2 Mallado

Una vez se exportan los datos y se dispone del archivo *.dat*, este es importado por el software de mallado. En este software se generó un archivo de reproducción de mallas a partir de un fichero *.dat*, pudiendo producir así mallas con la misma estructura para distintas geometrías.

De forma automática gracias al archivo de reproducción, lo primero que se hace en el programa de mallado es identificar la superficie y revolucionarla a lo largo de su eje longitudinal, ya que se proporciona solo el perfil de la geometría. Una vez desarrollado el sólido éste se coloca en el interior de un volumen de control es cual recibe un mallado con unos 1.2 millones de celdas y 0.5 mm de altura de la primera celda de la superficie, siguiendo la misma estrategia de mallado realizada en el Capítulo 4. En el siguiente paso se configuran las superficies que van a funcionar como condiciones de contorno de manera que sean identificables posteriormente.

5.3.3 Ejecución de las simulaciones

Cuando se dispone de la malla en un formato *.msh* esta es interpretada por el software de dinámica de fluidos computacional mediante una sencilla instrucción. Antes de llevar a cabo la simulación se realiza un último análisis y purificado de la malla, eliminando aquellos elementos que son excesivamente pequeños o problemáticos para OpenFOAM.

A continuación se realiza la simulación en sí, de la cual se obtiene como resultado un archivo que recoge los coeficientes de resistencia, sustentación y momento respecto de la punta para todos los tiempos de iteración de la geometría simulada. En este caso es el coeficiente de resistencia el dato de interés para el posterior análisis de prestaciones aerodinámicas, puesto que tanto el coeficiente de sustentación como el de resistencia son prácticamente nulos al tratarse de un cuerpo simétrico.

El coeficiente de resistencia calculado para esta geometría se corresponde con aquel asociado a la membrana exterior del mismo sin incluir la base posterior. Además se encuentra adimensionalizado por una misma superficie de referencia para todas las muestras.

El archivo exportado de la simulación es un fichero *.dat* en cuyo interior se recogen los datos como muestra a continuación:

#	Time	Cd	Cl	Cm
5e-07	0.978456	1.33179e-05	8.12618e-06	
1e-06	1.1943	1.1863e-05	1.35079e-05	
1.5e-06	1.3749	3.28358e-05	2.05052e-05	
2e-06	1.53337	3.9737e-05	2.26846e-05	
2.5e-06	1.64854	4.84997e-05	2.18613e-05	
3e-06	1.71703	4.83994e-05	1.84642e-05	
3.5e-06	1.7411	3.53849e-05	9.41978e-06	
4e-06	1.73253	1.81212e-05	-8.15481e-07	
4.5e-06	1.70486	3.18039e-06	-9.32511e-06	
5e-06	1.66818	-6.71979e-06	-1.40932e-05	
5.5e-06	1.63052	-1.50743e-05	-1.78282e-05	
6e-06	1.5975	-1.92987e-05	-1.95814e-05	
6.5e-06	1.57244	-1.95671e-05	-1.95407e-05	
7e-06	1.55633	-1.67458e-05	-1.77787e-05	
7.5e-06	1.54838	-1.19344e-05	-1.49168e-05	
8e-06	1.54665	-7.57848e-06	-1.20601e-05	
8.5e-06	1.54889	-3.73066e-06	-9.38915e-06	
9e-06	1.55309	-6.41961e-07	-7.40131e-06	
9.5e-06	1.55773	1.41496e-06	-5.68556e-06	
1e-05	1.562	2.23865e-06	-4.24538e-06	

5.3.4 Post-proceso de las simulaciones

Este último fichero *.dat* se interpreta en una nueva hoja de cálculo, en la cual se manipula para conocer el coeficiente de resistencia medio al final de la simulación, puesto que no alcanza un valor completamente estacionario.

Cada una de las simulaciones realizadas se recoge en una pestaña de esta hoja de cálculo, almacenando así todos los datos en un mismo archivo y preparando la posterior elaboración del metamodelo.

Recordando el apartado 5.2.1, para la elaboración del metamodelo se necesitarán dos datos de entrada; el primero es una matriz que contiene los datos de las variables de cada una de las simulaciones (de la función), y el segundo es un vector con el resultado, en este caso el coeficiente de resistencia (valor de la función para un determinado valor de las variables). Ambos datos se importan de las hojas de cálculo anteriormente descritas: la primera es la de generación de puntos para las mallas (recoge en una de sus pestañas una pequeña base de datos con el valor de las variables para cada una de las muestras) y la segunda es aquella en la que se calcula el valor del coeficiente de resistencia del cuerpo simulado junto con su desviación típica.

Para ello se utiliza un código similar a:

```
M= xlsread('C:/Users/USUARIO/.../ensayosCFD/Puntos2bConCola.xlsx');
i=17;
j=2;
for k=1:x
    S(k,:)= [M(i,j) M(i+1,j) M(i+2,j) M(i+3,j) M(i+4,j)];
    j=j+1;
end

for i=1:x
    N=
    xlsread('C:/Users/USUARIO/.../ensayosCFD/CdValorMedDesvTip.xlsx',i,'M1:M
2');
    Y(i,:) = N';
end
```

En la primera parte se lee a lo largo de x columnas las variables almacenadas entre las filas 17 y 21 (o lo que es lo mismo, 5 variables por muestra) almacenándose en la matriz S, mientras que en la segunda parte se lee el valor de la casilla M1 de las x primeras hojas (o lo que es lo mismo, el valor de coeficiente de resistencia de cada muestra) almacenándose en vector Y.

Una vez importados los datos a los vectores S e Y se está en disposición de crear el metamodelo (ANEXO A).

5.4 Resultados

Finalmente se llevaron a cabo una serie de simulaciones para la elaboración del metamodelo. Se inició el proceso con 25 ejecuciones del código CFD, a partir de distintos valores iniciales de las variables, unos aleatorios y otros que intuitivamente parecían buenos candidatos a proporcionar coeficientes de resistencia bajos.

En la primera de las simulaciones se realizó un análisis en lo referente al tiempo necesario de simulación para conseguir un C_d estacionario, puesto que es habitual utilizar un este

solver transitorio para regímenes transónicos/supersónicos de flujos laminares o turbulentos. En primera aproximación se simuló un total de una décima de segundo de flujo, tiempo cercano a 10 veces el tiempo de resiliencia de una partícula en el interior del dominio. En este intervalo de tiempo se esperaba conseguir condiciones estacionarias, pero el post-análisis confirmó que dichas condiciones se obtienen en torno a 0.04 segundos (Figura 5-8). Se decidió entonces reducir el tiempo de simulación a 0.05 segundos con objeto de reducir el coste computacional de las muestras a la mitad.

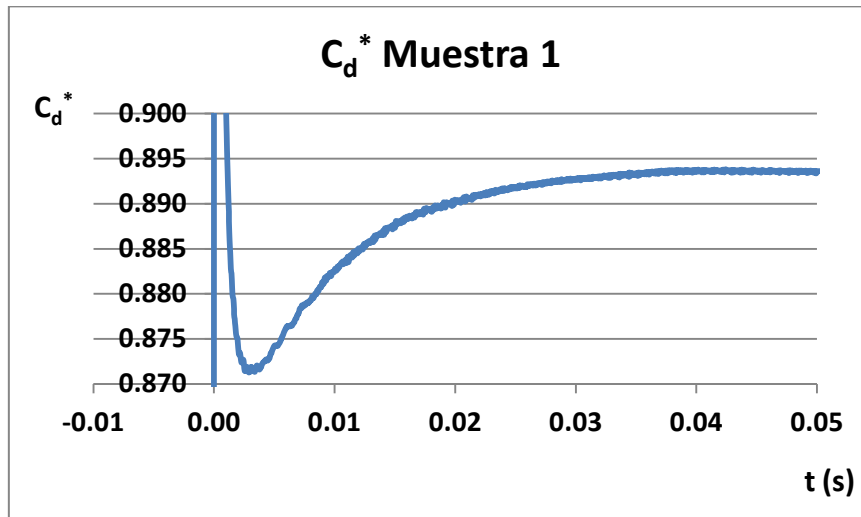
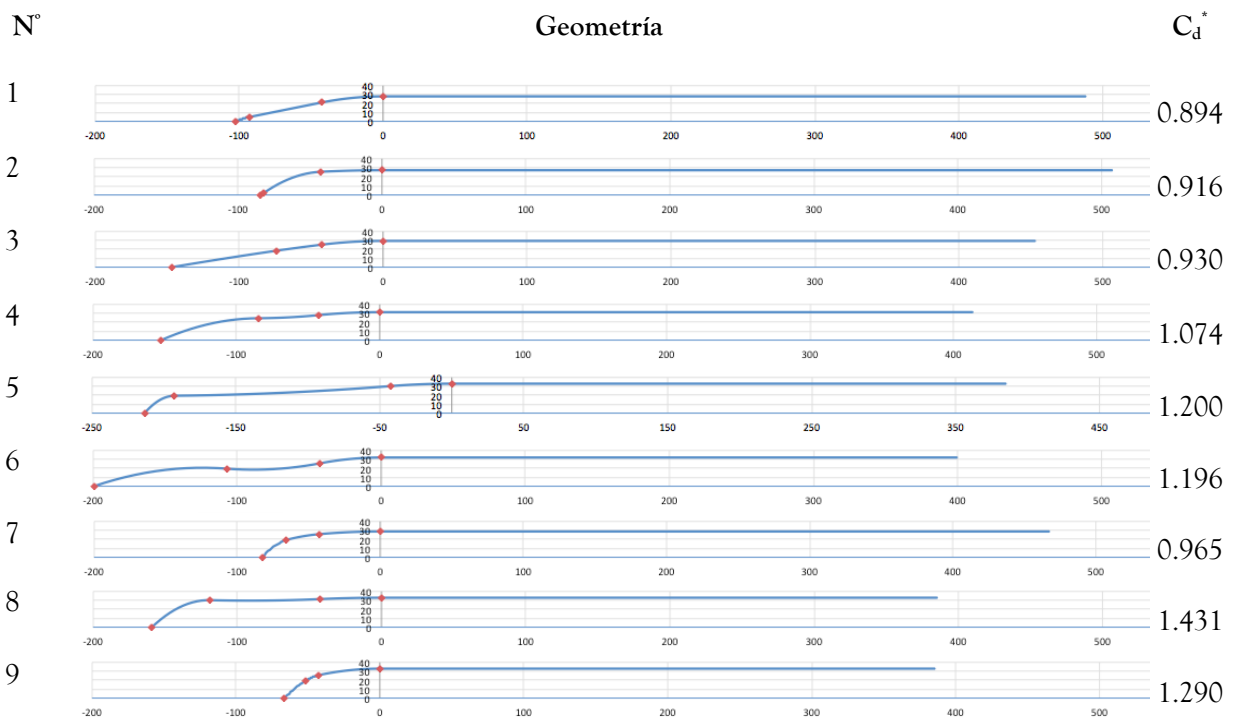


Figura 5-8 Evolución del coeficiente de resistencia a lo largo de una simulación

A pesar de ello, la simulación de cada una de las muestras requiere grandes capacidades de cálculo, unos 70000 segundos utilizando 64 procesadores en paralelo (entre 19 y 20 horas), unos 4 GB de memoria RAM y 2 GB de memoria de almacenamiento.



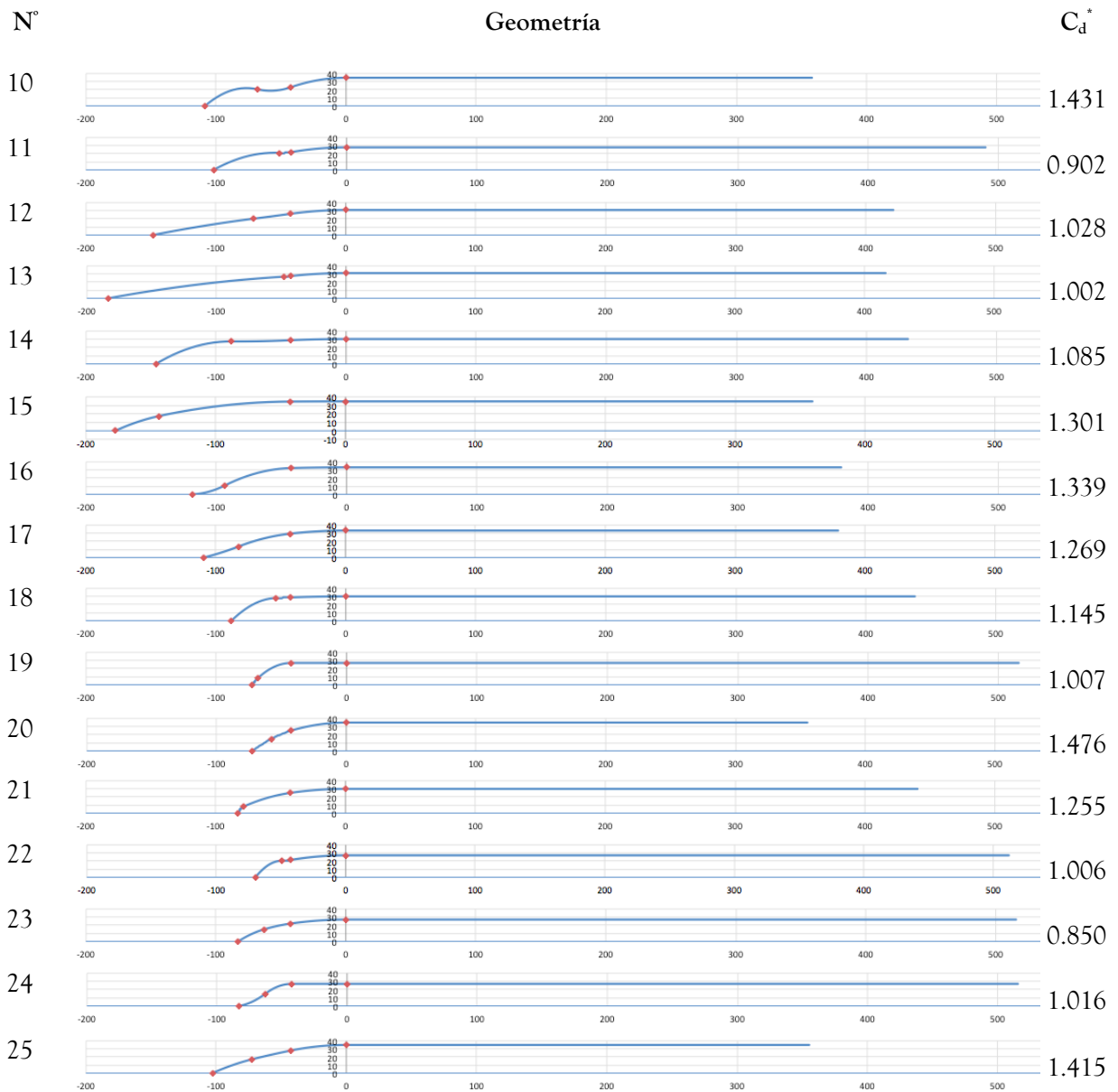


Figura 5-9 Resumen de coeficientes de resistencia y geometrías ensayadas en la primera iteración

En la Figura 5-9 se muestran las geometrías simuladas junto con su valor para el coeficiente de resistencia del cuerpo.

Una vez realizadas todas las simulaciones y elaborado el metamodelo se realizó un análisis de este último para la búsqueda del punto de mínimo coeficiente de resistencia. Para ello se ha utilizado el método *steepest descent* (Bryson & Yu-Chi, 1975) de primer orden o método de los gradientes. Este método se caracteriza por la aplicación de un algoritmo iterativo que busca mejorar en la búsqueda de un punto óptimo dependiente de ciertos parámetros de control, hasta satisfacer la necesidad de encontrar el lugar donde la derivada se hace nula.

Los pasos para usar este método se listan a continuación:

- ✚ Se parte de un punto inicial para los parámetros de control.

- ✚ Se determina el valor de la función para esos parámetros elegidos.
- ✚ Se determinan los valores delta respecto de los parámetros de control para cada una de las dimensiones así como el valor de la función para dichos puntos.
- ✚ Se calcula por tanto la derivada parcial de la función para cada una de las dimensiones, que por lo general será distinta de 0.
- ✚ Interpretando estas derivadas como vector gradiente se modifica el punto inicial hacia un nuevo punto mejorado, siendo este la suma del inicial más una determinada cantidad proporcional del vector gradiente, normalmente relajado mediante un coeficiente constante o variable con las iteraciones. El criterio de cambio depende directamente si se busca el valor máximo o el valor mínimo (en este caso, el mínimo)
- ✚ Se repiten todos los pasos anteriores iterativamente hasta que los vectores gradiente en cada una de las dimensiones son suficientemente pequeños como para considerarlos despreciables.

A modo de ejemplo, en la Figura 5-10 se puede apreciar gráficamente el método de los gradientes, donde existe una función J dependiente de unos parámetros de control u . Comenzando con un valor inicial de u se realiza una secuencia de Δu . En cada paso esta delta se realiza en la dirección del máximo gradiente produciéndose así un salto con el escalón máximo de cambio.

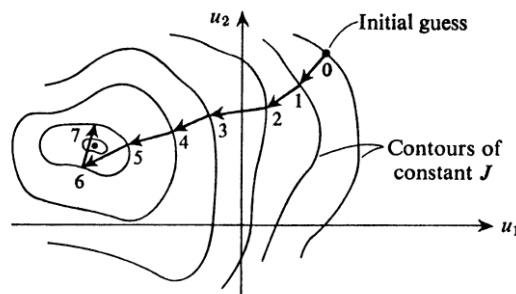


Figura 5-10 Ejemplo gráfico del método *steepest descent* (Bryson & Yu-Chi, 1975)

Por lo tanto, para la aplicación de este algoritmo se realizó un código dedicado a la búsqueda del mínimo y/o directrices que puedan ser de ayuda para la mejora del modelo. El código desarrollado se adjunta en el ANEXO B. Para una mejor lectura de las representaciones gráficas, éstas se realizan congelando tres variables y generando la superficie correspondiente a las otras dos.

En la primera iteración del modelo, de 25 muestras, se extrajeron las siguientes afirmaciones:

- ✚ El radio del vehículo lanzador α_1 ha de ser el mínimo posible, consecuencia que es de esperar puesto que, pese a que el coeficiente de resistencia es adimensional,

restricciones como el tamaño del satélite imponen un radio mínimo, y a menor radio mejores condiciones de penetración en el fluido.

- ✚ La longitud de la cofia α_3 ha de ser la máxima posible. Aunque no es obvio, la cofia alargada es beneficiosa desde el punto de vista aerodinámico ya que minimiza la fuerza de la onda de choque oblicua situada en el morro y este efecto es mayor que los efectos viscosos por fricción en el recubrimiento.

Estas directrices fueron contrastadas con la aplicación del método en torno a cada una de las muestras. Como prueba se adjunta la Figura 5-11 a modo de ejemplo (de la muestra 10), observándose como el óptimo buscado se va a los límites de las variables (incluso partiendo de soluciones iniciales muy distintas).

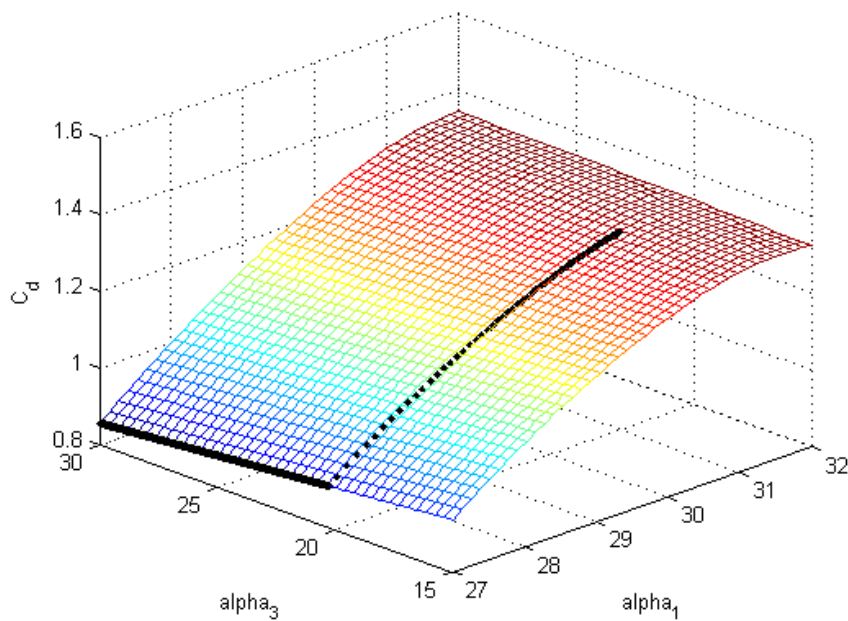
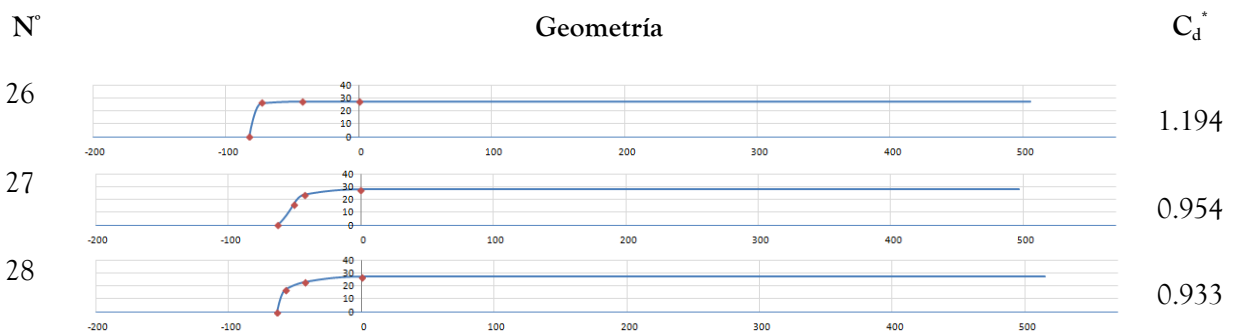


Figura 5-11 Valores del modelo generado y trayectoria del punto óptimo en torno a las variables α_1 y α_3 de la muestra 10

Una vez tenidas en consideración dichas afirmaciones se alimenta de nuevo el modelo con 10 nuevas muestras que siguen dichas recomendaciones con objeto de mejorar el mismo en torno al lugar en el que se espera encontrar el óptimo (Figura 5-12).



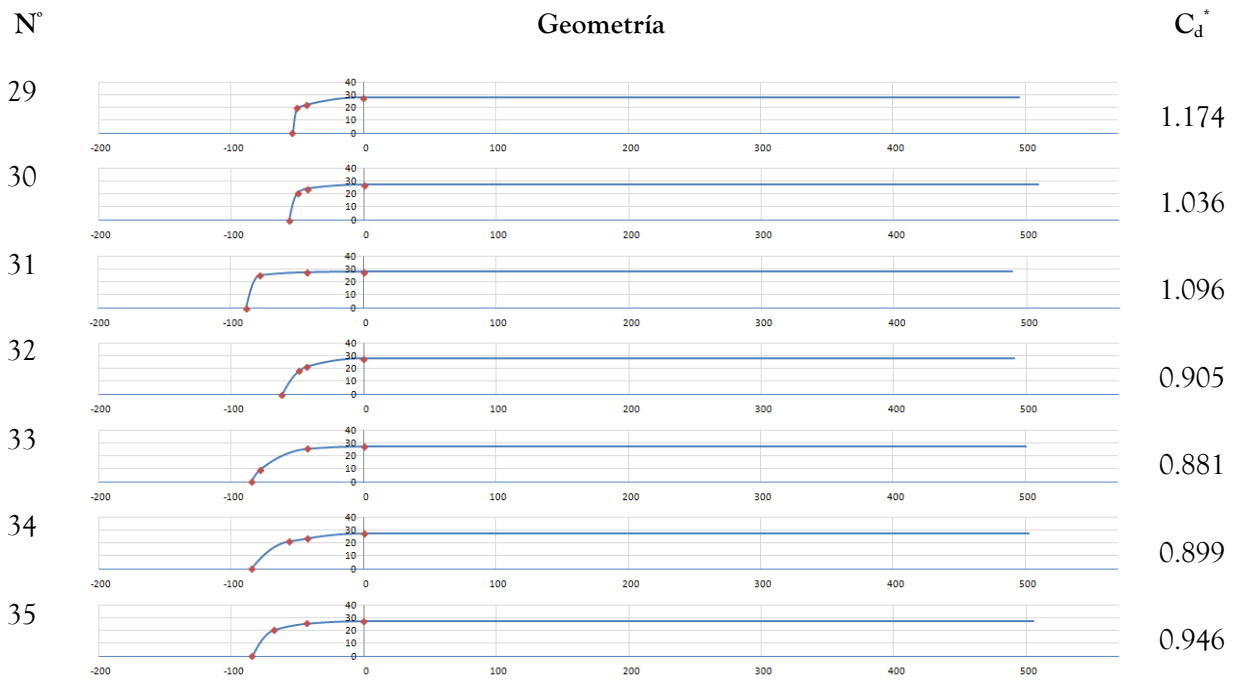


Figura 5-12 Resumen de coeficientes de resistencia y geometrías ensayadas añadidos en la segunda iteración

De nuevo se realizan nuevos análisis en busca del óptimo, en torno a las nuevas muestras introducidas. De este modo se extrae una nueva afirmación:

- ✚ El radio de la cofia a la altura de la carga de pago α_2 ha de ser el mínimo posible. Esta afirmación, en combinación con la referente a α_3 sugieren la realización de una cofia alargada y estrecha, pues de este modo el ángulo de incidencia del vehículo en la corriente es menor; así cuanto menor es éste ángulo menos componente normal tiene la onda de choque generada, lo cual implica menos pérdidas energéticas (que afectan directamente al coeficiente de resistencia).

La Figura 5-13 muestra un ejemplo de cómo la variable α_2 tiende a buscar los valores mínimos, como sucede en el resto de muestras.

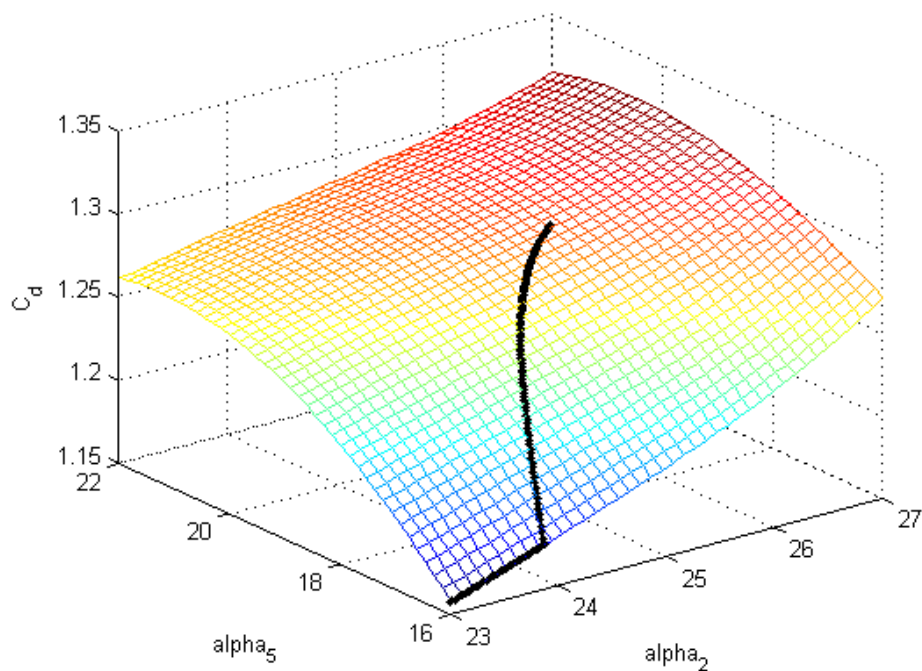


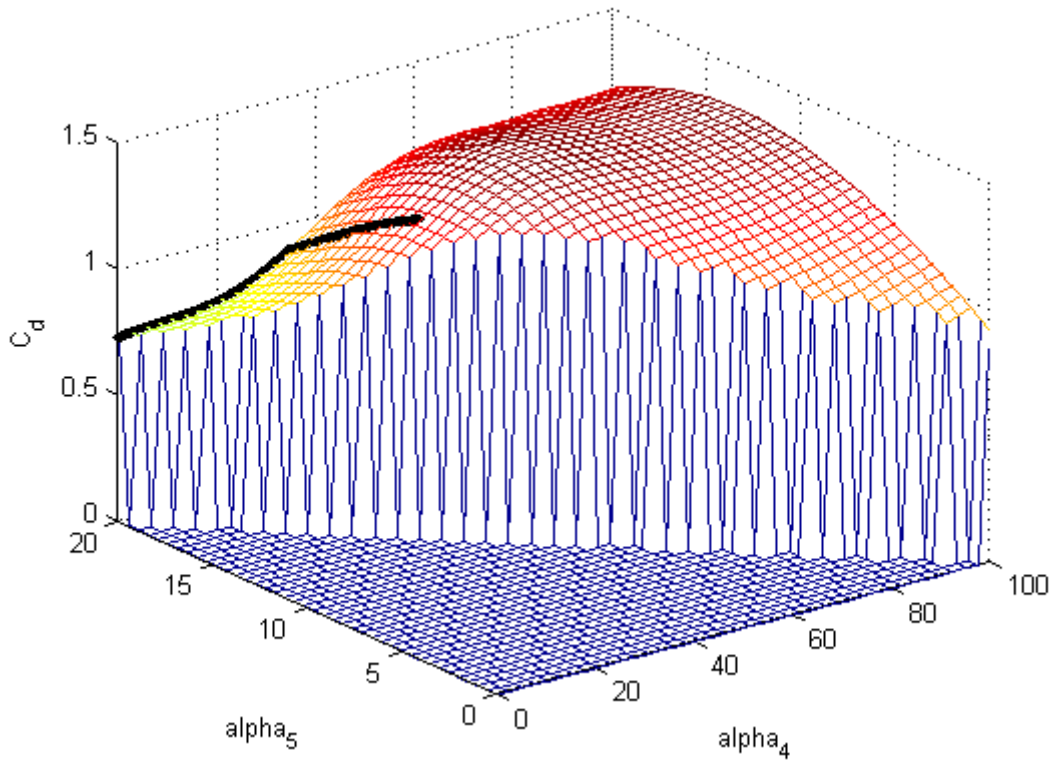
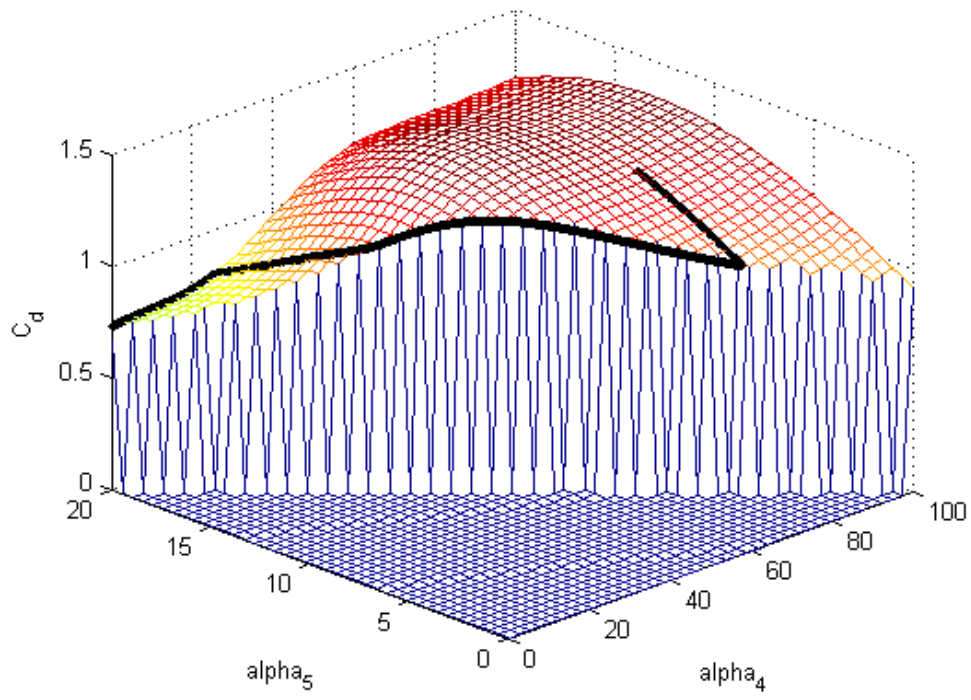
Figura 5-13 Valores del modelo generado en torno a las variables α_2 y α_5 de la muestra 10

Una vez concluidas estas afirmaciones se analizan los datos correspondientes a las variables α_4 y α_5 . Como se puede observar en la Figura 5-14, el mínimo se produce para los valores de $\alpha_4=0$ y $\alpha_5=20$ cm. Interpretando el sentido de estos valores significa que, de acuerdo con la Figura 5-1, los puntos 2 y 3 son coincidentes, uniéndose al punto 4 con un polinomio de grado 2.

En la Tabla 5-4 se recogen los valores obtenidos para el punto óptimo de diseño del lanzador.

Tabla 5-4 Resumen de los valores óptimos del diseño del vehículo lanzador

Variable	Valor	Descripción
α_1	0.7714 (adim)	Radio mínimo del vehículo lanzador
α_2	0.4714 (adim)	Radio mínimo a la altura de la carga de pago
α_3	1.1428 (adim)	Longitud de cofia máxima permitida para una longitud total no superior a 6 m
α_4	0	Posición del punto 3 en % respecto a los puntos 2 y 4 (¡Error! o se encuentra el origen de la referencia.)
α_5	0.5714 (adim)	Radio del vehículo en el punto 3 (¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.)



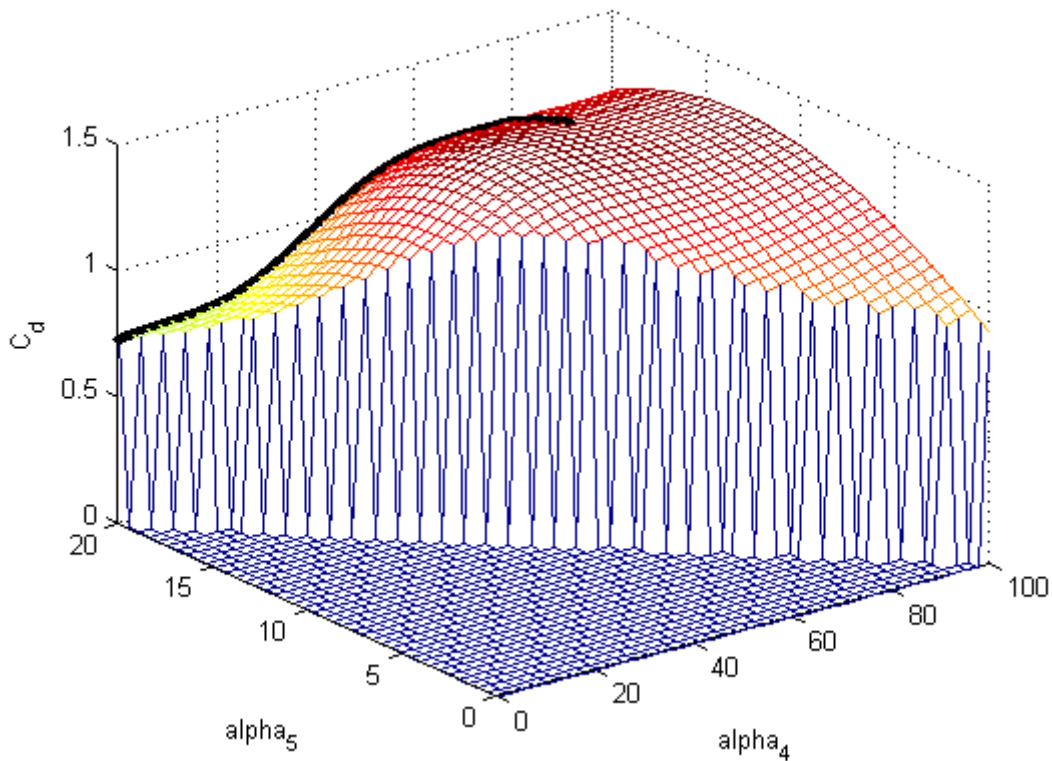


Figura 5-14 Valores del modelo y trayectorias al punto óptimo desde varios puntos iniciales en función de α_4 y α_5

5.5 Simulaciones de validación

De acuerdo con la Tabla 5-4 se realizan nuevas simulaciones con el software de dinámica de fluidos computacional para validar el hallazgo del punto de mínimo coeficiente de resistencia de la geometría simulada.

Además del punto óptimo encontrado gracias al metamodelo se realizan algunas simulaciones más en las inmediaciones del mismo confirmándose que los valores del coeficiente de resistencia obtenidos son ligeramente superiores.

Para el caso del punto óptimo tanto la geometría como el valor se encuentran recogidos en la Figura 5-15.

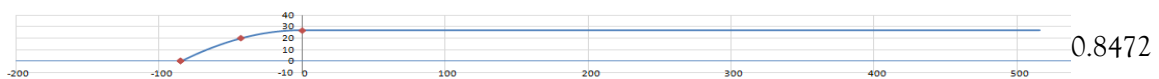


Figura 5-15 Geometría y coeficiente de resistencia aerodinámico para la simulación del punto óptimo

Esta geometría se puede comparar más en detalle con una de las muestras originales del modelo, pues es una muestra de valores para las variables muy cercana a ésta como se pueden apreciar en la Tabla 5-5 y la Figura 5-16.

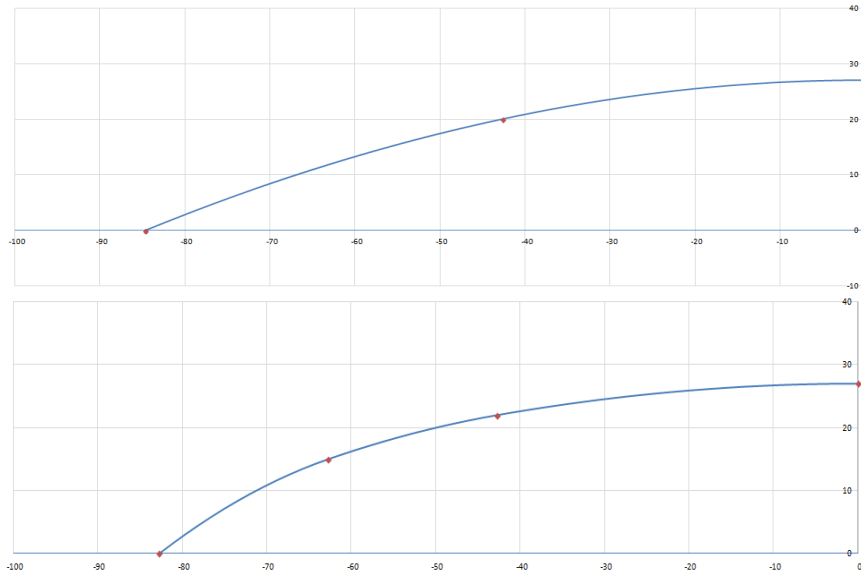


Figura 5-16 Detalle de la geometría de las ojivas del punto óptimo de diseño (arriba) y de la muestra 23 (abajo)

Tabla 5-5 Resumen de valores para las variables de la geometría en la muestra 23 y en el punto óptimo de diseño

Variable	Muestra 23	Óptimo
α_1	0.7714	0.7714
α_2	0.6286	0.5714
α_3	1.1428	1.1428
α_4	0.5	0
α_5	0.4285	0.5714
C_d^*	0.8502	0.8472

Además se adjuntan ilustrativamente los campos de velocidad (Figura 5-17 y Figura 5-18) y del coeficiente de presión aerodinámico (Figura 5-19 y Figura 5-20) de la simulación del punto óptimo de diseño. Estos valores del coeficiente de presión se encuentran distribuidos coherentemente con el campo de velocidades, de modo que el máximo valor se encuentra en el punto de remanso (punta de la ojiva del lanzador), y de ahí el valor va disminuyendo según el fluido se va acelerando hasta encontrar el valor mínimo en el lugar de máxima velocidad justo después de la onda de expansión.

El coeficiente de presión ha sido estimado también para la geometría óptima mediante la teoría potencial de cuerpos esbeltos de (Barrero, Meseguer, Sanz, & Pérez-Saborid, 2011) y se ha comparado con los resultados obtenidos por el CFD (Figura 5-20). La solución potencial sólo proporciona datos en la parte delantera, donde se produce el aumento del espesor del lanzador, puesto que en el resto del cuerpo, al ser el radio constante, la intensidad de los manantiales de perturbación es nula y desde un punto de vista teórico es como si no existiera. Por otro lado la relación grosor-longitud en la cofia no es demasiado pequeña (0.3) y por lo tanto la precisión del método linealizado es limitada. Se observa en la gráfica un desajuste notable en la punta achacable a este hecho.

En condiciones reales, tras la eyección, el lanzador encenderá rápidamente sus motores produciéndose un chorro de gases que deflectará el flujo externo sólo ligeramente (hacia el interior o exterior del radio máximo) en función de la onda de choque existente en la tobera. Es habitual suponer que el C_d real no difiere mucho del C_d^* aquí calculado, que no considera los efectos de la tobera y su chorro, dado que la interferencia no es relevante en los coeficientes de presión máxime en flujo supersónico.

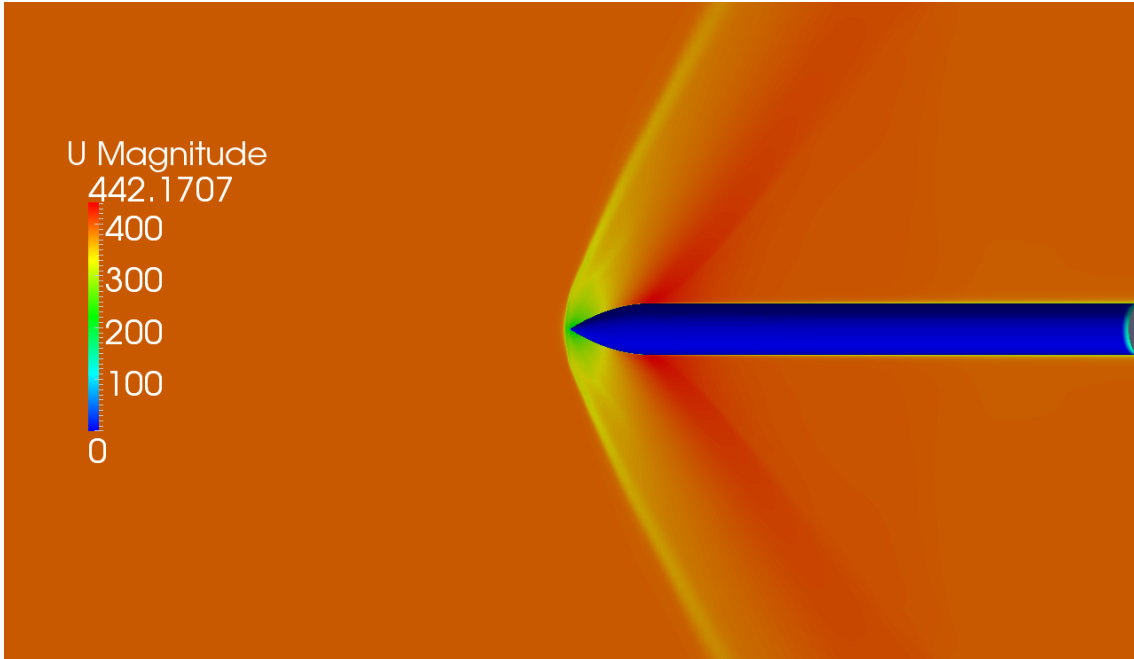


Figura 5-17 Campo de velocidades (m/s) del punto óptimo de diseño

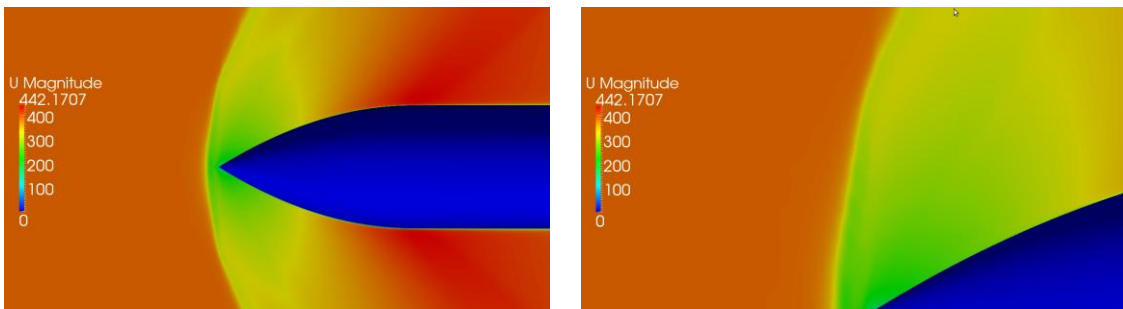


Figura 5-18 Detalle del campo de velocidades (m/s) en torno a la punta del lanzador para el punto óptimo de diseño

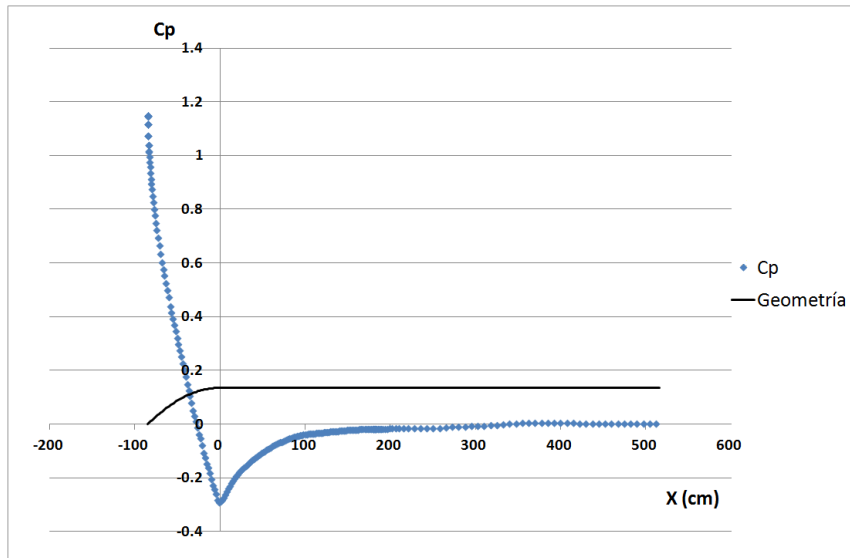


Figura 5-19 Coeficiente de presión aerodinámico a lo largo de la superficie del punto óptimo de diseño

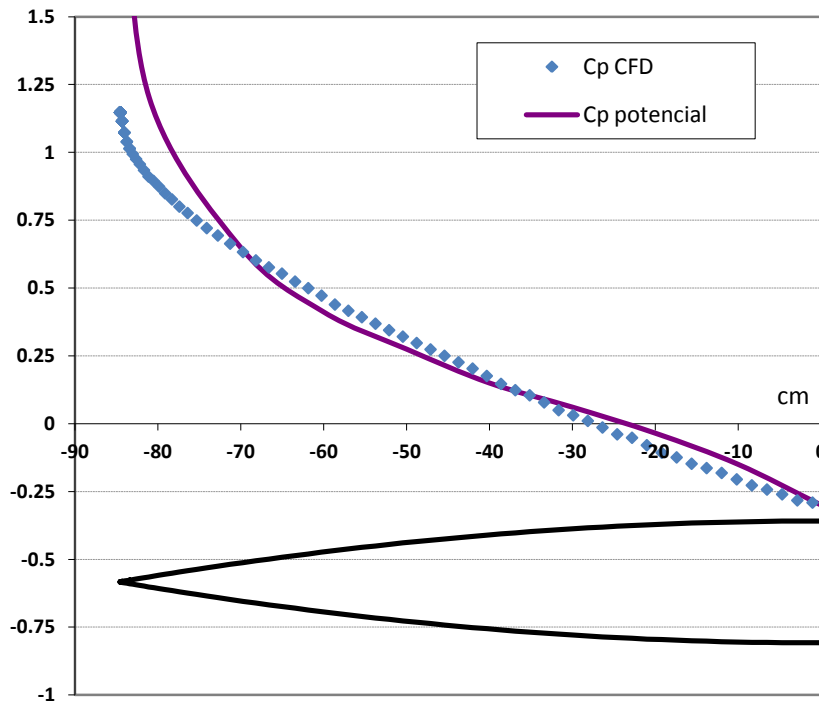


Figura 5-20 Comparativa del coeficiente de presión aerodinámico entre los resultados del CFD y la teoría potencial linealizada (Barrero, Meseguer, Sanz, & Pérez-Saborid, 2011)

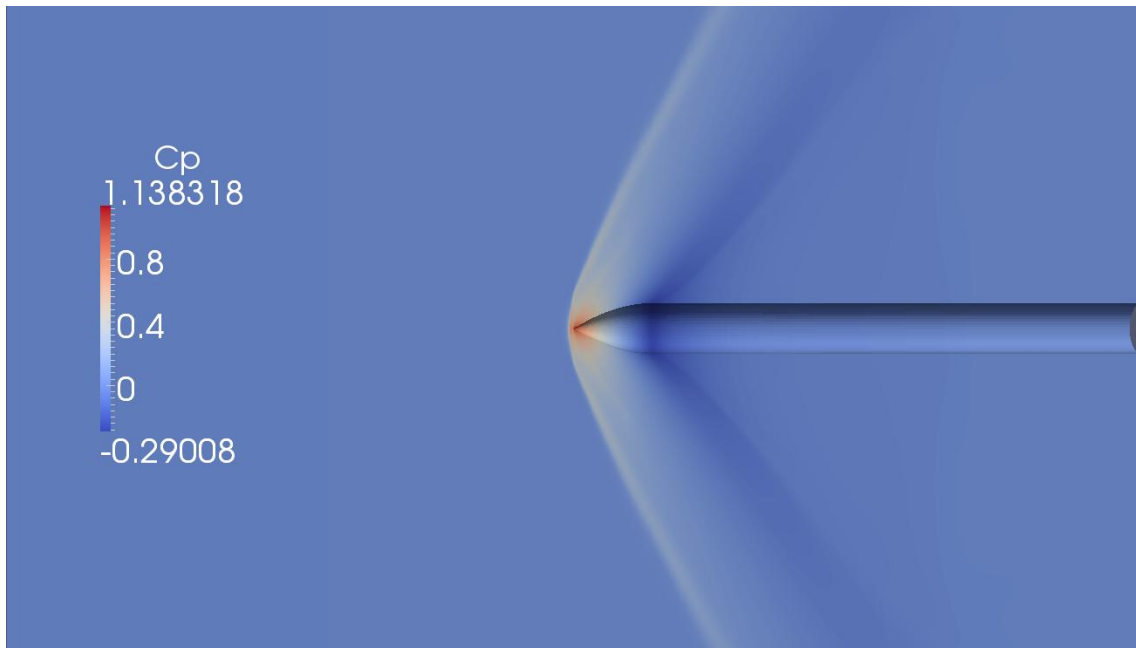


Figura 5-21 Campo del coeficiente de presión aerodinámico del punto óptimo de diseño

5.6 Conclusiones

A lo largo del capítulo se recogen los trabajos realizados para la optimización de la geometría de un lanzador de satélites aeroportado mediante la elaboración de un metamodelo usando el método de *Kriging*. Estos metamodelos se han realizado para unas condiciones de misión concretas y aplicando las técnicas desarrolladas en el Capítulo 4.

La elaboración del metamodelo ha permitido el análisis de la influencia de cada una de las variables del lanzador en el coeficiente de resistencia aerodinámico, de tal modo que se pudieron extraer los valores adecuados para la realización de una serie de simulaciones de validación que confirman la viabilidad del método.

Por último se realizaron correcciones en la búsqueda de la trayectoria óptima con los nuevos valores óptimos encontrados para la geometría. El coeficiente de resistencia se ha adimensionalizado correctamente con la superficie frontal de la geometría óptima (Tabla 5-6 y Figura 5-22), obteniéndose las siguientes mejoras de acuerdo con la Figura 5-23:

- ✚ Alcanzando la misma altitud (430 km, línea *antes de la optimización*) es posible poner en órbita 0.5 kg adicionales de carga de pago (+3.5% de capacidad).
- ✚ O bien es posible alcanzar 480 km de altitud de órbita para la misma carga de pago de 14 kg, consiguiendo casi triplicar la vida útil del satélite (de 300 a 850 días para un nanosatélite típico de 3 kg).

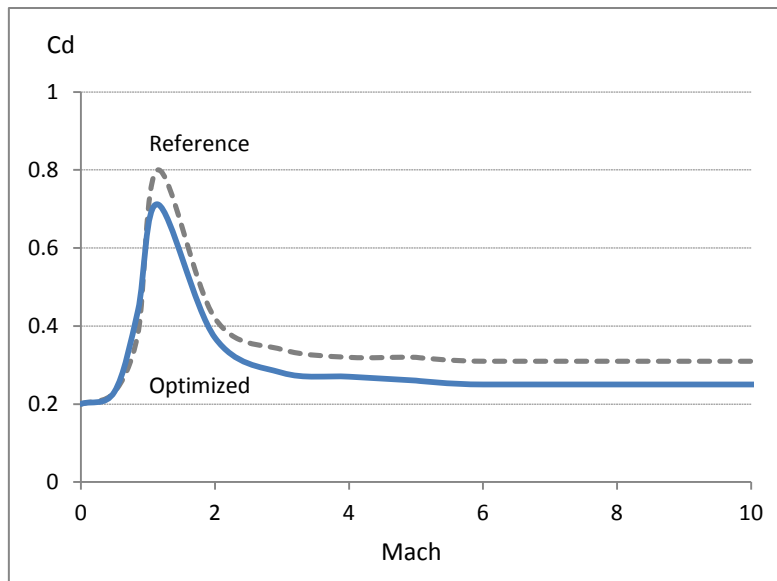


Figura 5-22 C_d actualizado para la realización de la optimización de la trayectoria

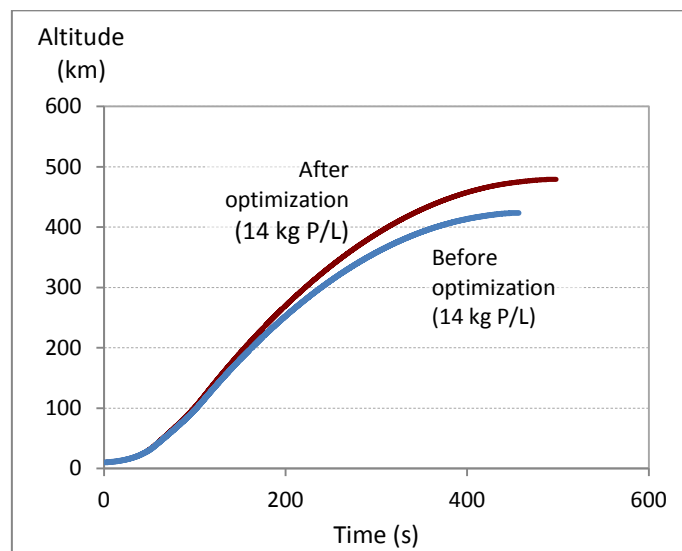


Figura 5-23 Trayectoria óptima para diferentes soluciones homotópicas

Tabla 5-6 Valores actualizados para una última iteración en la optimización de la trayectoria

Característica	Valor
C_d^* estimado	0.800
S estimada	0.385 m ²
C_d^* optimizado	0.712
S	0.229 m ²

Capítulo 6

CONCLUSIONES

A lo largo del desarrollo de esta tesis doctoral se ha contrastado que los trabajos de investigación en el ámbito de la optimización de prestaciones de un lanzador de satélites aeroportado son multidisciplinares y abarcan a varias áreas del conocimiento. En este documento se recogen mejoras obtenidas en los procesos de definición de trayectorias, simulación aerodinámica de flujos supersónicos y optimización geométrica, con objeto de servir de base e ilustrar nuevos desarrollos en este campo en auge.

Un estudio exhaustivo del estado del arte en estas tres áreas del conocimiento ha dado lugar al desarrollo de las tareas recogidas en esta memoria, consiguiendo avances notorios en cada una de estas disciplinas.

- ✚ El primer área objeto de estudio ha sido la trayectoria nominal seguida por el lanzador una vez que este es liberado del avión nodriza. Dicha trayectoria dista de ser trivial y deben elegirse con cuidado parámetros como el vector de empuje, tiempos de encendido de cada etapa, distribución del peso entre etapas, etc. Para fijar dicha trayectoria se ha utilizado un modelo del lanzador en el cual se fijan ciertos parámetros de diseño -características geométricas básicas, masa de las etapas y unos coeficientes aerodinámicos aproximados- así como unos requerimientos de misión específicos -altura y velocidad de lanzamiento y masa de la carga de pago. En la bibliografía existen referencia a multitud de técnicas susceptibles de ser utilizadas en la optimización de la trayectoria. En este caso, buscando la máxima precisión y a tenor de las buenas capacidades de cálculo

disponibles, se ha optado por un algoritmo de optimización indirecta, de un solo segmento, que resuelve las ecuaciones de estado y sus correspondientes co-estados mediante un proceso iterativo. Además, en aras de alcanzar la estabilidad y convergencia adecuadas, el modelo se mueve partiendo de soluciones conocidas a problemas simplificados (soluciones homotópicas). Se utiliza un índice de 'presencia atmosférica' que se mueve desde un valor nulo para ausencia de aire (donde la ausencia de fuerzas disipativas hace la solución fácilmente calculable) a un valor unidad para atmósfera real. Esta metodología permite, además de calcular la trayectoria óptima que debe seguir el lanzador, determinar cuáles son los tramos más influyentes para las prestaciones aerodinámicas. El punto de diseño seleccionado es aquel en el que el Mach de vuelo es 1,15. Esta elección viene motivada por el hecho de que en este punto se alcanza un valor muy elevado del coeficiente de resistencia y la disponibilidad de experimentos en túnel para esos niveles de compresibilidad, indispensables para la validación de las simulaciones tal y como se detallan en el siguiente punto.

✚ Para determinar las características aerodinámicas del vehículo lanzador se ha recurrido a la realización de simulaciones numéricas de la dinámica del fluido, habitualmente conocidas como técnicas de CFD. La configuración del modelo numérico empleado en dichas simulaciones es un proceso crítico que afecta directamente a la precisión de los resultados obtenidos. Es por ello que los diferentes parámetros de la simulación deben analizarse cuidadosamente, pudiendo citar entre los más importantes la viabilidad del uso de funciones de pared, el modelo de turbulencia empleado, los esquemas numéricos para la discretización de las ecuaciones o la sensibilidad de la solución obtenida frente al mallado. Así, mediante los trabajos realizados en el presente trabajo, se ha podido determinar la idoneidad del uso de los modelos de turbulencia de tipo RANS y sus correspondientes funciones de pared en la realización de simulaciones de flujos externos supersónicos. Los resultados muestran que con su utilización no sólo se consigue un importante ahorro computacional, sino que además se alcanza un nivel de precisión más que notable. Las diferentes simulaciones que se han realizado utilizando distintos modelos de turbulencia, esquemas numéricos y niveles de resolución de la malla han permitido determinar que la configuración del entorno de simulación que mejores prestaciones ofrece es:

- Uso del modelo de turbulencia SST $k-\omega$ (tipo RANS).
- Posibilidad de utilización de mallas con un y^+ relativamente alto, valor medio cercano a 300, y por tanto de emplear funciones de pared.
- Esquemas de diferencias centrales (CDS) para los términos de la velocidad.
- No resulta necesario incluir un refinamiento adicional en la zona de la onda de choque para alcanzar mejores soluciones, por lo que la simulación es más flexible y admite distintas condiciones de vuelo.

La precisión de las simulaciones se ha determinado en base a las diferencias entre el coeficiente de presión en la superficie para el cuerpo simulado y el coeficiente de presión medido en los ensayos de túnel.

Esta configuración definida como óptima fue por tanto la seleccionada para utilizarse de las simulaciones que permitirían llevar a cabo la optimización geométrica.

A pesar de la reducción de costes computacionales que proporciona el uso de funciones de pared, los dominios alcanzan más de un millón de celdas. Este hecho, unido a la realización de simulaciones transitorias con un *timestep* muy bajo -del orden de décimas de microsegundo- obliga a disponer de elevados recursos de cálculo para obtener los resultados en un período de tiempo razonable. En el caso de la presente tesis, aunque se ha dispuesto de un supercomputador, se han desarrollado técnicas que limitan los requisitos de cálculo y hacen viable el estudio.

✚ Y en tercer lugar, los trabajos realizados en torno a la optimización geométrica han consistido en la definición un metamodelo basado en métodos de Krige. De esta manera, un modelo estadístico permite estimar el mínimo coeficiente de resistencia para un gran espectro de configuraciones geométricas habiendo realizado simulaciones de un pequeño conjunto de ellas, suficientemente representativo.

Una vez generado el metamodelo se ha utilizado el método *steepest descent* para buscar los valores de las variables que minimizan el coeficiente de resistencia. Para encontrar la geometría óptima se mejoró la calidad del modelo añadiendo nuevas muestras, obteniéndose las siguientes conclusiones:

- El radio del vehículo lanzador ha de ser el mínimo posible, puesto que mejora las condiciones de penetración en el fluido, y ese efecto es predominante frente a otros como la resistencia por fricción.
- La longitud de la cofia ha de ser la máxima posible, puesto que produce un ángulo de la punta menor y por lo tanto se reduce la intensidad de la onda de choque oblicua que se genera.

Por último se realizó una nueva iteración para la optimización de la trayectoria con los valores optimizados de área frontal y coeficiente de resistencia, de modo que se comprobó la mejora de las prestaciones de la misión, bien aumentando el radio de la órbita del satélite (y así el tiempo de su vida útil) o bien aumentando la masa de la carga de pago.

Los resultados obtenidos justifican la viabilidad de estas técnicas en este ámbito, que han permitido identificar la mejor geometría para la cofia del lanzador al tiempo que cumple con los requisitos impuestos por la misión.

Por último, cabe destacar como resultado de la tesis doctoral el propio desarrollo de la metodología utilizada a lo largo de todo el trabajo, donde la estrategia de estudio ha permitido estructurar los trabajos, fuertemente dependientes unos de otros, de modo que los resultados obtenidos en unos sirvan de base o fuente de información para los siguientes. Por lo tanto, a la vista de las conclusiones aquí expuestas y las actividades descritas en esta memoria se concluye que ha sido posible cumplir con los objetivos marcados al comienzo del trabajo, mejorando el conocimiento existente en cuanto al diseño y planificación de la misión de lanzadores aeroportados de satélites y proponiendo una serie de herramientas y metodologías capaces de mejorar las prestaciones finales del sistema.

Aunque se considera que el avance del trabajo ha sido muy importante, como es habitual en las actividades de investigación, se abren otras posibles líneas de trabajo y de continuación, entre las que destacan:

- ✚ Ampliación del análisis de las simulaciones supersónicas en lo relativo a la precisión del modelo en función de la velocidad del flujo, es decir, el rango de velocidades para las cuales el modelo aquí recogido sigue siendo válido, así como el análisis de los posibles cambios que eleven la precisión a velocidades superiores.
- ✚ Análisis trayecto-gráfico tridimensional incluyendo las fuerzas laterales que se producen por el hecho de existir ángulos de ataque y resbalamiento, y más concretamente, análisis de la efectividad del uso de pequeñas alas eyectables que ayuden en la primera fase de vuelo atmosférico. Además, se podría incluir los efectos de incertidumbre meteorológica en el análisis.
- ✚ Elaboración de un último paso que recoja una optimización global a lo largo de toda la trayectoria del lanzador, no solo en un punto concreto de la misma. Probablemente, la aplicación de una metodología similar permitiría llevar a cabo un proceso de optimización geométrica en más puntos de la misión del lanzador, de tal forma que resultara posible determinar la geometría óptima de toda la misión. Otra opción, pero con mayor complejidad y dificultad para su implementación, sería determinar en qué manera se podría emplear la optimización de Krige, de tal manera que los distintos puntos de la trayectoria se conviertan en variables incluidas dentro del mismo.

CONCLUSIONS

Research works related with aerodynamic performance of aero-ejected launchers are strongly linked among several areas of knowledge, as it can be checked along this thesis development. This document includes the improvements obtained in trajectory optimization, supersonic flow simulation and geometric optimization, providing the basis and illustrating future research work in this boom field as the main objectives.

A deep analysis of the state of the art in these three areas of knowledge has led to the development of tasks contained in this thesis, obtaining notable progress in each of these disciplines.

- ✚ First of all, research work related with the trajectory optimization has been done for a certain launch vehicle after its disposal from the carrying airplane. This trajectory is not trivial, and some parameters have to be carefully chosen, as the thrust vector, ignition times for each stage, stage mass ratios, etc. So a certain launcher with specific design parameters has been used –geometric characteristics, mass and some estimated aerodynamic coefficients. The mission requirements of this vehicle were defined too –height and velocity for the launch payload. According with the literature, there exist several techniques that can be used for the trajectory optimization. In this case, looking for the maximum accuracy and taking into account the notable computational capabilities that are available, the use of a pure indirect algorithm, with only one segment, has been considered as the most suitable. It solves the state equations and their corresponding co-states by means of an iterative method. Also, trying to achieve the desired stability and convergence, the model starts from known solutions to simplified problems (homotopic solutions). An index of “atmospheric presence” that moves from a null value in the absence of air (where the absence of dissipative forces makes the solution easier to achieve) to unity in the case of real atmosphere. Thanks to this, it is possible to determine, apart from the optimal trajectory, the most influential segments of the trajectory in terms of aerodynamic performance, being the design point selected 1.15 Mach. This point has been selected because of the very high value of the drag coefficient and the existence of some wind tunnel experiments, which are crucial for the validation process, as it is next detailed.
- ✚ Secondly, in order to determine the aerodynamic characteristics of the launcher fluid numerical simulations have been conducted, most commonly known as CFD techniques. The configuration of the numerical model used for those simulations is a critical process, which directly influences the accuracy of the results. Thus, the different parameters that must be chosen have to be analyzed carefully, quoting as the most important ones: the viability of the use of wall functions, the turbulence model used, the numerical schemes for the equation

discretization and the mesh resolution influence. By means of the research carried out in this thesis the numerical modeling of supersonic flows around rocket bodies has deepened in the use of RANS turbulence models and their wall functions for supersonic simulations. The obtained results show the final configuration selected not only save significant computational costs but also the level or precision acquired is high enough. Several CFD simulations have been conducted with different turbulence models, numerical schemes and mesh resolution level that justify this conclusion.

After the tests, it has been determined that the most accurate configuration for the simulation environment of external supersonic flows was:

- The use of SST $k-\omega$ turbulence model (RANS).
- It is viable the use of meshes with relatively high y^+ parameter, with a value around 300, and the use of wall functions
- Central differencing schemes (CDS) for the velocity term of the equations.
- Higher refinement level for the mesh where the shock wave is exactly placed is not needed in order to get more accurate results, so the simulation is more flexible and suitable for different fly conditions.

The accuracy of the simulations has been checked with the difference between the pressure coefficient around the body in the CFD simulation and the pressure coefficient measured in wind tunnel.

So this configuration is used for the accomplishment of the simulations needed for the geometry optimization.

Despite of the computational costs saved due to the use of wall functions and turbulence models for the simulations the domains need over a million cells and a very small time step (close to a tenth of microsecond). So, this requires the availability of high calculation resources in order to get the desired results in a reasonable time. In this case, although access to a supercomputing facility was granted, techniques to reduce the computational resources has been developed and applied.

✚ And thirdly, the conducted research regarding the geometric optimization has introduced the use of a metamodel based on *Kriging* method as a methodology to optimize the geometric shape of an aero-ejected launcher.

Once the metamodel is generated, the *steepest descent* method has been used to obtain the value of the variables that minimize the drag coefficient. New samples were added after the first analysis to improve the quality of the metamodel, getting the following conclusions:

- The frontal area of the launcher should be as small as possible, in order to enhance its penetration in the fluid, being this effect dominant with respect to others like the skin friction drag.

- The fairing should be as long as possible, obtaining a lower tip angle and minimizing the intensity of the oblique shock wave generated.

Finally, a new iteration of the optimized trajectory was carried out with the new values for the drag coefficient and the frontal area, checking the improvement obtained for the mission: increasing the altitude for the orbit (and hence the lifetime of the satellite) or the mass of the injected payload.

The obtained results justify the feasibility of this kind of techniques in this scope, finding the optimal shape for specific geometry requirements.

Last, the development of a solid methodology along the whole document must be stood out, where the planning of the study has enabled the work structure, strongly dependent between them. Following this strategy the results obtained on each work are used as basis or design point for the next steps. Therefore, taking into account the findings presented here and the research described herein, the achievement of the initial goals is concluded, improving the existing knowledge about the design and mission planning of aero-ejected launchers and proposing some tools and methodologies that are able to improve the performance of the final system.

Although it has been considered that this research is sufficiently important for its defense, there are several topics that can be sources of future research.

- ✚ The study of the characteristics of the simulation environment could be extended. It would be very interesting evaluate the level of precision of the developed configuration for different velocities. This means that determine the range of velocities for which this model is still viable could be studied, as well as the proposed changes that improve the precision at higher speeds.
- ✚ Tridimensional analysis of the trajectory optimization process, including lateral aerodynamic forces as a result of the angles of attack and sideslip, and more specifically, analysis of effectiveness of the implementation of small jettisonable wings to help with the gravity turn phase. Besides, the analysis could include the effect of meteorology and its uncertainty.
- ✚ Developing a final step to collect an overall optimization along the entire trajectory of the launcher, not only at a particular point of it. Probably by applying a similar methodology to more points of the trajectory of the launcher in order to do a final optimization which considers local optimums, getting the best geometry for the whole mission. Another option, but with a much higher complexity and workload, would be determine how to use Krige optimization trying to consider trajectory points as a new variable.

REFERENCIAS

- Anderson, D. A., Tannehill, J. C., & Pletcher, R. H. (1984). *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*. New York: Hemisphere.
- Anderson, J. (1995). Basic thoughts and equations. In *Computational Fluid Dynamics* (pp. 29-30). McGraw-Hill.
- Arrow Tech Associates. (2001). ARFDAS Technical Manual. South Burlington.
- Balabel, A., Hegab, A. M., Nasr, M., & El-Behery, S. M. (2011). Assessment of turbulence modeling for gas flow in two-dimensional convergent-divergent rocket nozzle. *Applied Mathematical Modelling* , 35, 3408-3422.
- Baldwin, B. S., & Lomax, H. (1978). Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows. *AIAA Paper* , 78-257.
- Barrero, A., Meseguer, J., Sanz, A., & Pérez-Saborid, M. (2011). Teoría potencial linealizada de cuerpos esbeltos. In *Aerodinámica de Altas Velocidades* (pp. 93-115). Ibergarceta Publicaciones.
- Bartosiewicz, Y., Aidoun, Z., Desevaux, P., & Mercadier, Y. (2005). Numerical and Experimental Investigations on Supersonic Ejectors. *International Journal of Heat and Fluid Flow* , 26 (2), 56-70.
- Becker, J. V., & Korycinski, P. F. (1962). *Heat Transfer and Pressure distribution At a Mach Number of 6.8 on Bodies with Conical Flares And Extensive Flow Separation*. NASA Technical Note TN D-1260.
- Benson, D. A., Huntington, G. T., Thorvaldsen, T. P., & Rao, A. V. (2010). Direct Trajectory Optimization and Costate Estimation via an Orthogonal Collocation Method. *Journal of Guidance, Control and Dynamics* , 29 (6), 1435-1440.
- Bernardo, M. C., Buck, R., Liu, L., Nazaret, W. A., Sacks, J., & Welch, W. J. (1992). Integrated circuit design optimization using a sequential strategy. *IEEE Transactions on* , 11 (3), 361-372.
- Betts, J. T. (1998). Survey of Numerical Methods for Trajectory Optimization. *Journal of Guidance, Control and Dynamics* , 21 (2), 193-207.
- Betts, J. T., & Huffman, W. P. (1992). Application of Sparse Nonlinear Programming to Trajectory Optimization. *Journal of Guidance, Control and Dynamics* , 15 (1), 198-206.
- Betts, J. T., & Huffman, W. P. (1991). Trajectory Optimization on a Parallel Processor. *Journal of Guidance, Control and Dynamics* , 14 (2).

- Blair Jr., A. (1991). Supersonic Aerodynamic Characteristics of Monoplanar Missiles with Low-Profile Quadriform Tails. *Spacecraft* , 9-15.
- Bryson, A. E., & Yu-Chi, H. (1975). *Applied Optimal Control*. New York: Taylor and Francis.
- Burton, R. L., Brown, K., & Jacobi, A. (2006). Low-Cost Launch of Payloads to Low Earth Orbit. *Journal of Spacecraft and Rockets* , 43 (3).
- Catalano, G. D., & Sturek, W. B. (2001). *A Numerical Investigation of Subsonic and Supersonic Flow Around Axisymmetric Bodies*. U.S. Army Research Laboratory.
- Chan, W. Y., Jacobs, P. A., & Mee, D. J. (2012). Suitability of the k- ω turbulence model for scramjet flowfield simulations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* , 70 (4), pages 493-514.
- Chang Choi, Y., Noh, K.-H., Lee, J.-W., Byun, Y.-H., & Park, B.-K. (2009). Optimal air-launching rocket design using system trades and a multi-disciplinary optimization approach. *Aerospace Science and Technology* , 406-414.
- Choi, Y. C., Noh, K. H., Lee, J. W., Byun, Y. H., & Park, B. K. (2009). Optimal Air-Launching Rocket Design Using System Trades and a Multi-Disciplinary Optimization Approach. *Aerospace Science and Technology* , 13, 406-414.
- CNES. (2008, Septiembre). Air Launch Solution for Microsatellites.
- Cummings, R. M., Yang, H., & OH, Y. (1995). Supersonic, turbulent flow computation and drag optimization for axisymmetric afterbodies. *Computers and Fluids* , 487-507.
- Darby, C. L., Hager, W. W., & Rao, A. V. (2011). Direct Trajectory Optimization Using a Variable Low-Order Adaptive Pseudospectral Method. *Journal of Guidance, Control and Dynamics* , 48 (3).
- Deck, S., Duveau, P., D'Espiney, P., & Guillen, P. (2002). Development and application of Spalart-Allmaras One Equation Turbulence Model to Three-Dimensional Supersonic Complex Configurations. *Aerospace Science and Technology* , 6, 171-183.
- Dellino, G., Lino, P., Meloni, C., & Rizzo, A. (2009). Kriging Metamodel Management in the Design Optimization of a CNG Injection System. *Mathematics and Computers in Simulation* , 79 (8), 2345-2360.
- Díaz, C., Victoria, M., Querin, O. M., & Martí, P. (2011). Optimum Design of Semi-Rigid Connection Using Metamodels.
- Dijkstra, E. W. (1959). A note on Two Problems in Connexion with Graphs. *Numerische Mathematik* , 1, 269-271.

- Drougge, G. (1957). Some Measurements on Bodies of Revolution at Transonic Speeds. *IXe Congrès International de Mécanique Appliquée*, (pp. 70-77).
- Dutton, J. C., & Addy, A. L. (1998). *Fluid Dynamic Mechanisms and interactions Within Separated flows*. U.S. army Research Office and Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Illinois.
- Eldred, M., Giunta, A., van Bloemen Waanders, B., Wojtkiewicz, S., Hart, W., & Alleva, M. (2004). *DAKOTA Reference Manual: Version 3.2*. Sandia National Laboratories, Albuquerque.
- Elnagar, G., Kazemi, M. A., & Razzaghi, M. (1995). Pseudospectral Legendre Method for Discretizing Optimal Control Problems. *IEEE Transactions on Automatic Control* , 40 (10), 1793-1796.
- Fahroo, F., & Ross, I. M. (2002). Direct Trajectory Optimization by a Chebyshev Pseudospectral Method. *Journal of Guidance, Control and Dynamics* , 25 (1), 160-166.
- Fahroo, F., & Ross, M. (2008). Pseudospectral Method for Infinite-Horizon Optimal Control Problems. *Journal of Guidance, Control and Dynamics* , 31 (4), 927-936.
- Ferziger, J. H., & Perić, M. (2002). Explicit Methods. In *Computational Methods for Fluid Dynamics* (pp. 144-146). New York: Springer.
- Fletcher, R. (1980). *Unconstrained Optimization*. Chichester: Wiley.
- Gerlinger, P., Stoll, P., Kindler, M., Schneider, F., & Aigner, M. (2008). Numerical investigation of mixing and combustion enhancement in supersonic combustors by strut induced streamwise vorticity. *Aerospace Science and Technology* , 12, 159-168.
- Goncalves, E., & Houdeville, R. (2001). Reassessment of the wall functions approach for RANS computations. *Aerospace Science and Technology* , 1-14.
- Gong, Q., Ross, M., & Fahroo, F. (2010). Costate Computation by a Chebyshev Pseudospectral Method. *Journal of Guidance, Control and Dynamics* , 33 (2).
- Gray, J. S., & Alexander, R. V. (1965). Cost and Weight Optimization for Multistage Rockets. *Journal of Spacecraft* , 2 (1).
- Gulbe, L., Jekabsons, N., & Traskovs, A. (2011). Parametric Studies for Vertical Axis Wind Turbine Simulations. *Scientific Journal of Riga Technical University* .
- Guo, D.-P., Qiao, Q.-D., & Yao, R.-T. (2011). Examining the k- ϵ (RNG) model and LES of flow feature and turbulence dispersion around a building by means of wind tunnel tests. *Journal of Experiments in Fluid Mechanics* , 25 (5), 55-63.

- Hargraves, C. R., & Paris, S. W. (1987). Direct Trajectory Optimization Using Nonlinear Programming and Collocation. *Journal of Guidance* , 10 (4), 338-342.
- Hemidi, A., Henry, F., Leclaire, S., Seynhaeve, J. M., & Bartowiewicz, Y. (2009). CFD Analysis of a Supersonic Air Ejector. Part I: Experimental Validation of Single-Phase and Two-Phase Operation. *Applied Thermal Engineering* , 29 (8-9), 1523-1531.
- Huang, W., Liu, W., Li, S., Xia, Z., Liu, J., & Wang, Z. (2012). Influences of the turbulence model and the slot width on the transverse slot injection flow field in supersonic flows. *Acta Astronautica* , 73, 1-9.
- Huang, W., Ma, L., Wang, Z.-g., Pourkashanian, M., Ingham, D., Luo, S.-b., et al. (2011). A parametric study on the aerodynamic characteristics of a hypersonic waverider vehicle. *Acta Astronautica* , 135-140.
- Huntington, G. T., & Rao, A. V. (2008). Comparison of Global and Local Collocation Methods for Optimal Control. *Journal of Guidance, Control and Dynamics* , 31 (2), 432-436.
- Jameson, A., Martinelli, L., Cliff, S., & Thomas, S. (2005). Aerodynamic Shape Optimization of Transonic and Supersonic Aircraft Configurations. *Aerospace Sciences Meeting*. Reno.
- Jin, R., Chen, W., & Simpson, T. W. (2001). Comparative studies of metamodelling techniques under multiple modelling criteria. *Structural and Multidisciplinary Optimization* , 1-13.
- Karelahti, J., Virtanen, K., & Öström, J. (2008). Automated Solution of Realistic Near-Optimal Aircraft Trajectories Using Computational Optimal Control and Inverse Simulation. *Journal of Guidance, Control and Dynamics* , 31 (3), 674-688.
- Ketsdever, A. D., Young, M. P., & Mossman, J. B. (2010). Overview of Advanced Concepts for Space Access. *Journal of Spacecraft and Rockets* , 42 (2).
- Kim, J.-E., Rao, V., Koomullil, R., Ross, D., Soni, B., & Shih, A. (2009). Development of an efficient aerodynamic shape optimization framework. *Mathematics and Computers in Simulation* , 2372-2384.
- Kirk, D. E. (1970). *Optimal Control Theory*. Dover.
- Koutsourakis, N., Bartzis, J. G., & Markatos, N. C. (2012). Evaluation of Reynolds stress, k- ϵ and RNG k- ϵ turbulence models in street canyon flows using various experimental datasets. *Environmental Fluid Mechanics* , 12 (4), 379-403.
- Krige, D. G. (1951). A statistical approach to some mine valuation and allied problems on the Witwatersrand. *PhD thesis* . University of the Witwatersrand.

- Laurent-Varin, J., Bonnans, J. F., Bérend, N., Haddou, M., & Talbot, C. (2007). Interior-Point Approach to Trajectory Optimization. *Journal of Guidance, Control and Dynamics* , 30 (5), 1228-1238.
- Lee, J.-W., Chang Choi, Y., & Byun, Y.-H. (2005). Optimal Supersonic Air-Launching Rocket Design Using Multidisciplinary System Optimization Approach. *Fuzzy Systems and Knowledge Discovery* (pp. 1108-1112). Changsha: Springer.
- Lee, J.-W., Noh, K.-H., & Byun, Y.-H. (2007). Preliminary Design of the Hybrid Air-launching Rocket for Nanosat. *Fifth International Conference on Computational Science and Applications, ICcSa 2007* (pp. 290-295). Kuala Lumpur: Institute of Electrical and Electronic Engineers.
- Lu, P. (1993). Inverse Dynamics Approach to Trajectory Optimization for an Aerospace Plane. *Journal of Guidance, Control and Dynamics* , 16 (4), 726-732.
- Lu, P., & Khan, M. A. (1994). Nonsmooth Trajectory Optimization: An Approach Using Continuous Simulated. *Journal of Guidance, Control and Dynamics* , 17 (4), 685-691.
- Matsuda, S., Kanai, H., Fuji, T., Hinada, M., & Kaneoka, M. (2008). An Affordable Micro Satellite Launch Concept in JAPAN. *6th Responsive Space Conference*. Los Angeles: AIAA.
- Matsushima, K., Iwamiya, T., & Kazuhiro, H. (2004). Wing design for supersonic transports using integrall equation method. *Engineering Analysis with Boundary Elements* , 247-255.
- McCoy, R. (1990). *The Aerodynamic Characteristics of .50 Ball, M33, API, M8, and APIT, M20 Ammunition*. U.S. Army Ballistic Research Laboratory.
- McKay, M. D., Bechman, R. J., & Conover, W. J. (1979). A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics* , 239-245.
- McMasters, J., & Cummings, R. (2002). Airplane design: past, present and future. *Journal Aircraft* , 10-17.
- Menter, F. (1992). Performace of popular turbulence models for attached and separated adverse pressure gradient flow. *AIAA Journal* , 30, 2066-2072.
- Menter, F. (1994). Two-equation Eddy-viscosity turbulence model for engineering applications. *AIAA Journal* , 32, 1598-1605.
- Menter, F., Kuntz, M., & Langtry, R. (2003). Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model. *Proceedings of the 4th International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer*. Antalya.

- Moore, F. G., & Hymer, T. C. (2002). *The 2002 Version of the Aeroprediction Code: Part I - Summary of New Theoretical Methodology*. Virginia: Weapons Systems Department.
- National Aeronautics and Space Administration. (2007). Pegasus XL-HESSI: Last- Minute Decisions in Flight-Based Launch.
- Noh, K.-H., Lee, J.-W., Byun, Y.-H., & Hyunk Park, S. (2008). Integrated Analysis of an Air-Launching Rocket Maneuvering at High Angle of Attack. *Vehicle Power and Propulsion Conference*. Harbin: Institute of Electrical and Electronic Engineers.
- OpenFOAM Foundation. (2013). *OpenFOAM, The Open Source CFD Toolbox*. User Guide.
- Orbital Sciences Corporation. (2010). *Pegasus User's Guide*.
- Ridolfi, L., & Teofilatto, P. (2009). An Analytic Tool for Performance Evaluation of Air-Dropped Launchers. *Communications to SIMAI Congress*.
- Ridolfi, L., Pontani, M., & Teofilatto, P. (2010). Effect of Different Flight Conditions at the Release of a Small Spacecraft from a High Performance Aircraft. *Acta Astronautica* , 66, 665-673.
- Rigault, M., Lemainque, F., Gathier, L., Beaurain, A., Boury, D., Copey, A., et al. (2008). "MLA" Airborne Micro Launcher, a candidate for Aldebaran. *International Astronautics Congress*. Glasgow.
- Ross, M., & Fahroo, F. (2004). Pseudospectral Knotting Methods for Solving Optimal Control Problems. *Journal of Guidance, Control and Dynamics* , 27 (3).
- Rothman, J., & Siegenthaler, E. (2003). 1st Responsive Space Conference. *The F-15 Microsatellite Launch Vehicle*. California.
- Roy, C. J., & Blottner, F. G. (2006). Review and assessment of turbulence models for hypersonic flows. *Progress in Aerospace Sciences* , 42, 469-530.
- Rui, Z., Chao, Y., Jian, Y., & Xinliang, L. (2013). Improvement of Baldwin-Lomax Turbulence Model for Supersonic Complex Flows. *Chinese journal of Aeronautics* , 26 (3), 529-534.
- Rumsey, C. L. (2009). *Compressibility considerations for k-omega turbulence models in hypersonic boundary layer applications*. NASA/TM-2009-215705.
- Sacks, J., Schiller, S. B., & Welch, W. J. (1989). Designs for computer experiments. *Technometrics* , 31 (1), 41-47.
- Sacks, J., Welch, W. J., Mitchell, T. J., & Wynn, H. P. (1989). Design and analysis of computer experiments. *Statistical Science* , 409-435.

- Sahu, J. (1994). Numerical computations of Supersonic Base Flow with Special Emphasis on Turbulence Modelling. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal* , 32 (7), 1547-1549.
- Sahu, J., & Heavey, K. (1996). Computational Study of Base Bleed Flow and Comparison With Experimental Data. *16th International Symposium on Ballistics*. San Francisco.
- Salkeld, R., & Skulsky, R. S. (1975). Air launch for space shuttles. *Acta Astronautica* , 2, 703-713.
- Sarigul-Klijn, M., Sarigul-Klijn, N., & Hudson, G. (2008). Selection of a Carrier Aircraft and a Launch Method for Air Launching Space Vehicles. *AIAA Space 2008 Conference and Exposition*. San Diego.
- Sarigul-Klijn, M., Sarigul-Klijn, N., Hudson, G. C., McKinney, B., Voss, J., Chapman, P., et al. (2008). AIAA SPACE 2008 Conference & Exposition. *Selection of a Carrier Aircraft and a Launch Method for Air Launching Space Vehicles*. California.
- Sarigul-Klijn, M., Sarigul-Klijn, N., Hudson, G., & McKinney, B. (2005). Trade Studies for Air Launching a Small Launch Vehicle from a Cargo Aircraft. *AIAA Space 2005 Conference & Exposition*.
- Sarigul-Klijn, M., Sarigul-Klijn, N., Hudson, G., Holder, L., & Liesman, G. (2006). Gravity Air Launching of Earth-To-Orbit Space Vehicles. *AIAA Space 2006 conference & Exposition*.
- Sarigul-Klijn, M., Sarigul-Klijn, N., Morgan, B., Tighe, J., Leon, A., Hudson, G., et al. (2006). Flight Testing of a New Earth-To-Orbit Air-Launching Method. *Journal of Aircraft* , 43 (3).
- Sarigul-Klijn, N., Noel, C., & Sarigul-Klijn, M. (2004). Air Launching Earth-To-Orbit Vehicles: Deltal V gains from Launch Conditions and Vehicle Aerodynamics. *42th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*.
- Schiff, L. B., & Steger, J. L. (1980). Numerical Simulations of Steady Supersonic Viscous Flow. *AIAA Journal* , 18 (12), 1421-1430.
- Shamsul Kamal Adnan, M., & Said, A. *Aircraft-Based Satellite Launching (ABSL) System – Future Space Transportation System*. Malasia: Universiti Sains Malaysia.
- Sharif, M. A., & Guo, G. (2007). Computational analysis of supersonic turbulent boundary layers over rough surfaces using the k-w and the stress-w models. *Applied Mathematical modelling* , 31, 2655-2667.
- Shearer, D. A., & Vogt, G. L. (2008). *Rockets, Educator Guide*. 1-11. NASA.

- Silton, S. (2005). Navier-Stokes Computations for a Spinning Projectile from Subsonic to Supersonic Speeds. *Journal of Spacecraft and Rockets* , 224-231.
- Spalart, A., & Allmaras, S. A. (1992). One-equation turbulence model for aerodynamic flows. *AIAA Paper* , 92-0439.
- Spalart, P. (2012). Reflections on RANS Modeling. *Future Directions in CFD Research, A Modelling and Simulation Conference*. Hampton.
- Sturek, W. B., Nietubicz, C. J., Sahu, J., & Weinacht, P. (1992). *Recent Applications of CFD to the Aerodynamics of Army Projectiles at the U.S. Army Ballistic Research Laboratory*. U.S. Army Research Laboratory.
- Sutton, G. P., & Biblarz, O. (2001). *Rocket Propulsion Elements*. New York: John Wiley and Sons.
- Suzuki, S., & Yoshizawa, T. (1994). Multiobjective Trajectory Optimization by Goal Programming with Fuzzy Decisions. *Journal of Guidance, Control and Dynamics* , 17 (2).
- Talbot, C., & Bonnal, C. (2008). Air Launch Solutions for Microsatellites. *Guest Lecture CNES Launcher Directorate*. Evry: Centre National D'Études Spatiales.
- Talbot, C., Gonzalez Gotor, P., Ruiz Merino, A., & Froebel, L. (Abril de 2009). "ALDEBARAN", A Launch Vehicle System Demonstrator. *AIAA 7th Responsive Space Conference*. Los Angeles.
- Tam, C. K., & Kurbatskii, K. A. (2003). Multi-Size-Mesh Multi-Time-Step Dispersion-Relation-Preserving Scheme for Multiple-Scales Aeroacoustics Problems. *International Journal of Computational Fluid Dynamics* , 17 (2), 119-132.
- Tekinalp, O., & Bingol, M. (2004). simulated Annealing for Missile Optimization: Developing Method and Formulation Techniques. *Journal of Guidance, Control and Dynamics* , 27 (4), 616-625.
- Thomson, W. T. (1961). *Introduction to Space Dynamics*. Dover.
- Van Dyke, M. D. (1959). *Second-Order Slender-Body Theory*. NASA TR R-47.
- Vanderplaats, G. N. (1999). *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*. Vanderplaats Research and Development, Inc.
- Versteeg, H. K., & Malalasekera, W. (2007). In *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*. Harlow: Pearson.
- Vukelich, S. R., Stoy, S. L., Burns, K. A., Castillo, J. A., & Moore, M. R. (1988). *Missile Datcom: Volume I. Final Report*. Saint Louis, Missouri: McDonnell Douglas Missile Systems Company.

- Wade, M. (2010). *Burlak*. From Encyclopedia Astronautica.
- Wade, M. (2010). *Caleb*. From Encyclopedia Astronautica.
- Wade, M. (2010). *Proyect Pilot*. From Encyclopedia Astronautica.
- Wang, J., & Hu, X. (2012). Application of RNG k- ϵ turbulence model on numerical simulation in vehicle external flow field. *Applied Mechanics and Materials* , 170-173, 3324-3328.
- Welch, W. J., & Sacks, J. (1991). A system for quality improvement via computer experiments. *Commun. statist-theory meth.* , 20 (2), 477-495.
- Wesseling, P. (2001). *Principles of Computational Fluid Dynamics*. Springer.
- Wilcox, D. C. (1988). Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence Models. *AIAA Journal* , 26 (11), 1299-1310.
- Yakhot, V., Orszag, S. A., Thangam, S., Gatski, T. B., & Speziale, C. G. (1992). Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique. *Physics of Fluids* , 4 (7), 1510-1520.
- Yazdani, M., Alahyari, A. A., & Radcliff, T. D. (2012). Numerical Modelling of Two-Phase Suersonic Ejectors for Work-Recovery Applications. *International Journal of Heat and Mass Transfer* , 55 (21-22), 5744-5733.
- Yin, J., Ng, S. H., & Ng, K. M. (2011). Kriging Metamodel with Modified Nugget-Effect: The Heteroscedastic Variance Case. *Computers & Industrial Engineering* , 61 (3), 760-777.
- Yokoyama, N., & Suzuki, S. (2005). Modified Genetic Algorithm for Constrained Trajectory Optimization. *Journal of Guidance, Control and Dynamics* , 28 (1).
- Young, D. A., & Olds, J. R. (2005). Responsive Access Small Cargo Affordable Launch (RASCAL) Independent Performance Evaluation. AIAA .

ANEXO A. Función *dacefit* de generación del metamodelo

```
function [dmodel, perf] = dacefit(S, Y, regr, corr, theta0, lob, upb)
%DACEFIT Constrained non-linear least-squares fit of a given correlation
% model to the provided data set and regression model
%
% Call
% [dmodel, perf] = dacefit(S, Y, regr, corr, theta0)
% [dmodel, perf] = dacefit(S, Y, regr, corr, theta0, lob, upb)
%
% Input
% S, Y : Data points (S(i,:), Y(i:)), i = 1,...,m
% regr : Function handle to a regression model
% corr : Function handle to a correlation function
% theta0 : Initial guess on theta, the correlation function parameters
% lob,upb : If present, then lower and upper bounds on theta
%           Otherwise, theta0 is used for theta
%
% Output
% dmodel : DACE model: a struct with the elements
%   regr : function handle to the regression model
%   corr : function handle to the correlation function
%   theta : correlation function parameters
%   beta : generalized least squares estimate
%   gamma : correlation factors
%   sigma2 : maximum likelihood estimate of the process variance
%   S : scaled design sites
%   Ssc : scaling factors for design arguments
%   Ysc : scaling factors for design ordinates
%   C : Cholesky factor of correlation matrix
%   Ft : Decorrelated regression matrix
%   G : From QR factorization: Ft = Q*G' .
% perf : struct with performance information. Elements
%   nv : Number of evaluations of objective function
%   perf : (q+2)*nv array, where q is the number of elements
%           in theta, and the columns hold current values of
%           [theta; psi(theta); type]
%           |type| = 1, 2 or 3, indicate 'start', 'explore' or 'move'
%           A negative value for type indicates an uphill step

% hbn@imm.dtu.dk
% Last update September 3, 2002

% Check design points
[m n] = size(S); % number of design sites and their dimension
sY = size(Y);
if min(sY) == 1, Y = Y(:); lY = max(sY); sY = size(Y);
else, lY = sY(1); end
if m ~= lY
    error('S and Y must have the same number of rows'), end

% Check correlation parameters
lth = length(theta0);
if nargin > 5 % optimization case
    if length(lob) ~= lth | length(upb) ~= lth
        error('theta0, lob and upb must have the same length'), end
    if any(lob <= 0) | any(upb < lob)
        error('The bounds must satisfy 0 < lob <= upb'), end
else % given theta
    if any(theta0 <= 0)
        error('theta0 must be strictly positive'), end
end
```



```

% Cholesky factorization with check for pos. def.
[C rd] = chol(R);
if rd, return, end % not positive definite

% Get least squares solution
C = C'; Ft = C \ par.F;
[Q G] = qr(Ft,0);
if rcond(G) < 1e-10
    % Check F
    if cond(par.F) > 1e15
        T = sprintf('F is too ill conditioned\nPoor combination of regression
model and design sites');
        error(T)
    else % Matrix Ft is too ill conditioned
        return
    end
end
Yt = C \ par.y; beta = G \ (Q'*Yt);
rho = Yt - Ft*beta; sigma2 = sum(rho.^2)/m;
detR = prod( full(diag(C)) .^ (2/m) );
obj = sum(sigma2) * detR;
if nargout > 1
    fit = struct('sigma2',sigma2, 'beta',beta, 'gamma',rho' / C, ...
        'C',C, 'Ft',Ft, 'G',G');
end

% -----

function [t, f, fit, perf] = boxmin(t0, lo, up, par)
%BOXMIN Minimize with positive box constraints

% Initialize
[t, f, fit, itpar] = start(t0, lo, up, par);
if ~isinf(f)
    % Iterate
    p = length(t);
    if p <= 2, kmax = 2; else, kmax = min(p,4); end
    for k = 1 : kmax
        th = t;
        [t, f, fit, itpar] = explore(t, f, fit, itpar, par);
        [t, f, fit, itpar] = move(th, t, f, fit, itpar, par);
    end
end
perf = struct('nv',itpar.nv, 'perf',itpar.perf(:,1:itpar.nv));

% -----

function [t, f, fit, itpar] = start(t0, lo, up, par)
% Get starting point and iteration parameters

% Initialize
t = t0(:); lo = lo(:); up = up(:); p = length(t);
D = 2 .^ ([1:p]'/(p+2));
ee = find(up == lo); % Equality constraints
if ~isempty(ee)
    D(ee) = ones(length(ee),1); t(ee) = up(ee);
end
ng = find(t < lo | up < t); % Free starting values
if ~isempty(ng)
    t(ng) = (lo(ng) .* up(ng).^7).^^(1/8); % Starting point
end
ne = find(D ~= 1);

% Check starting point and initialize performance info
[f fit] = objfunc(t,par); nv = 1;
itpar = struct('D',D, 'ne',ne, 'lo',lo, 'up',up, ...
    'perf',zeros(p+2,200*p), 'nv',1);
itpar.perf(:,1) = [t; f; 1];

```

```

if isinf(f)      % Bad parameter region
    return
end

if length(ng) > 1 % Try to improve starting guess
    d0 = 16;  d1 = 2;  q = length(ng);
    th = t;  fh = f;  jdom = ng(1);
    for k = 1 : q
        j = ng(k);  fk = fh;  tk = th;
        DD = ones(p,1);  DD(ng) = repmat(1/d1,q,1);  DD(j) = 1/d0;
        alpha = min(log(lo(ng) ./ th(ng)) ./ log(DD(ng))) / 5;
        v = DD.^ alpha;  tk = th;
        for rept = 1 : 4
            tt = tk .* v;
            [ff fitt] = objfunc(tt,par);  nv = nv+1;
            itpar.perf(:,nv) = [tt; ff; 1];
            if ff <= fk
                tk = tt;  fk = ff;
                if ff <= f
                    t = tt;  f = ff;  fit = fitt;  jdom = j;
                end
            else
                itpar.perf(end,nv) = -1;  break
            end
        end
    end % improve

    % Update Delta
    if jdom > 1
        D([1 jdom]) = D([jdom 1]);
        itpar.D = D;
    end
end % free variables

itpar.nv = nv;

% -----

function [t, f, fit, itpar] = explore(t, f, fit, itpar, par)
% Explore step

nv = itpar.nv;  ne = itpar.ne;
for k = 1 : length(ne)
    j = ne(k);  tt = t;  DD = itpar.D(j);
    if t(j) == itpar.up(j)
        atbd = 1;  tt(j) = t(j) / sqrt(DD);
    elseif t(j) == itpar.lo(j)
        atbd = 1;  tt(j) = t(j) * sqrt(DD);
    else
        atbd = 0;  tt(j) = min(itpar.up(j), t(j)*DD);
    end
    [ff fitt] = objfunc(tt,par);  nv = nv+1;
    itpar.perf(:,nv) = [tt; ff; 2];
    if ff < f
        t = tt;  f = ff;  fit = fitt;
    else
        itpar.perf(end,nv) = -2;
        if ~atbd % try decrease
            tt(j) = max(itpar.lo(j), t(j)/DD);
            [ff fitt] = objfunc(tt,par);  nv = nv+1;
            itpar.perf(:,nv) = [tt; ff; 2];
            if ff < f
                t = tt;  f = ff;  fit = fitt;
            end
        end
    end
end
end

```

```

end % k

itpar.nv = nv;

% -----

function [t, f, fit, itpar] = move(th, t, f, fit, itpar, par)
% Pattern move

nv = itpar.nv;  ne = itpar.ne;  p = length(t);
v = t ./ th;
if all(v == 1)
    itpar.D = itpar.D([2:p 1]).^.2;
    return
end

% Proper move
rept = 1;
while rept
    tt = min(itpar.up, max(itpar.lo, t .* v));
    [ff fitt] = objfunc(tt,par);  nv = nv+1;
    itpar.perf(:,nv) = [tt; ff; 3];
    if ff < f
        t = tt;  f = ff;  fit = fitt;
        v = v .^ 2;
    else
        itpar.perf(end,nv) = -3;
        rept = 0;
    end
    if any(tt == itpar.lo | tt == itpar.up), rept = 0; end
end

itpar.nv = nv;
itpar.D = itpar.D([2:p 1]).^.25;

```

ANEXO B. Algoritmo de aplicación del método *steepest descent*

```
close all
%seleccionar la muestra
k=1;

%inicializar otras variables
l=0;
iteraciones=[];

%generamos los puntos y las estimaciones para obtener los gradientes
A=S(k, :);
B=Y(k);
DeltaA1=1;
DeltaA2=1;
DeltaA3=1;
DeltaA4=1;
DeltaA5=1;

%cuerpo
while (abs(DeltaA1)>0.001) || abs(DeltaA2)>0.001 || abs(DeltaA3)>0.001 || abs(DeltaA4)>0.001 || abs(DeltaA5)>0.001
    l=l+1;
    iteraciones(l, :)=A;
    A1=A; A1(1)=A(1)+1;
    [B1 BMSE]=predictor(A1,dmodel);
    A2=A; A2(2)=A(2)+1;
    [B2 BMSE]=predictor(A2,dmodel);
    A3=A; A2(3)=A(3)+1;
    [B3 BMSE]=predictor(A3,dmodel);
    A4=A; A2(4)=A(4)+5;
    [B4 BMSE]=predictor(A4,dmodel);
    A5=A; A2(5)=A(5)+1;
    [B5 BMSE]=predictor(A5,dmodel);

    %obtenemos los gradientes
    DeltaA1=(B1-B)/B
    DeltaA2=(B2-B)/B
    DeltaA3=(B3-B)/B
    DeltaA4=(B4-B)/B
    DeltaA5=(B5-B)/B

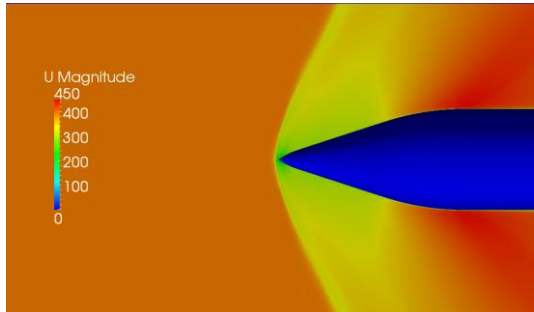
    %obtenemos el nuevo punto
    A(1)= A(1)-DeltaA1;
    A(2)= A(2)-DeltaA2;
    A(3)= A(3)-DeltaA3;
    A(4)= A(4)-DeltaA4;
    A(5)= A(5)-DeltaA5;
    [B BMSE]=predictor(A,dmodel);

    %repetimos bucle hasta que DeltaA1, DeltaA2, DeltaA3, DeltaA4 y
    DeltaA5 sean menores del 1%
end
```

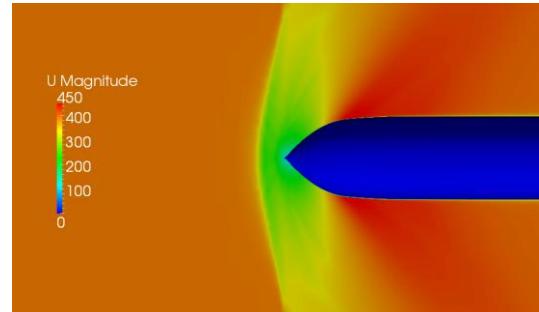


```
%se visualizan los valores optimo e inicial en pantalla. También el
número
%de iteraciones
S(k,:)
Y(k)
l
```

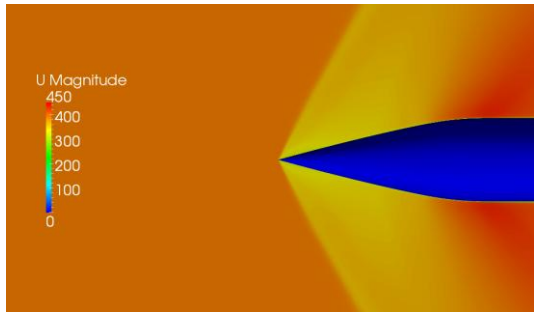
ANEXO C. Resumen de los resultados de los campos de velocidad de las muestras más significativas



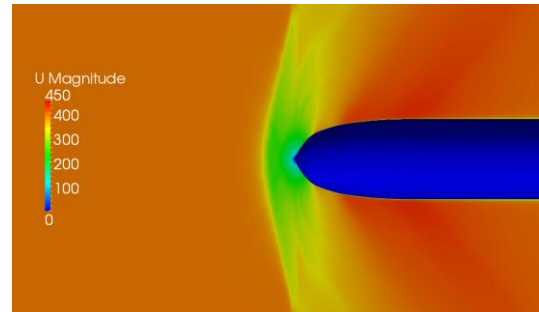
Muestra 1 $C_d^* = 0.894$



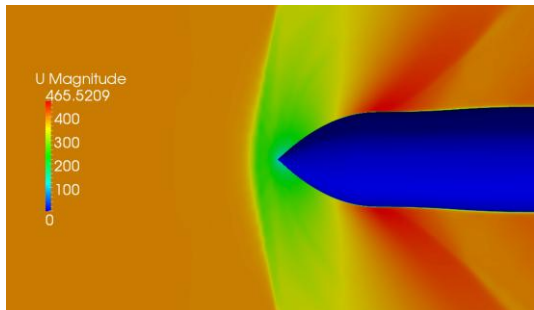
Muestra 2 $C_d^* = 0.916$



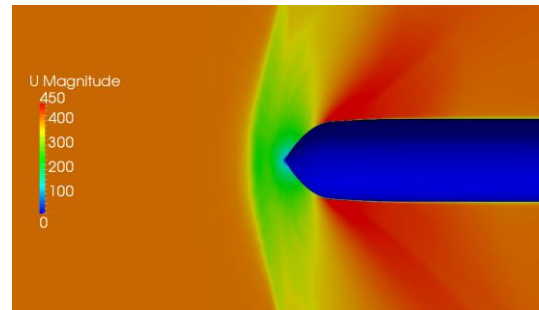
Muestra 3 $C_d^* = 0.930$



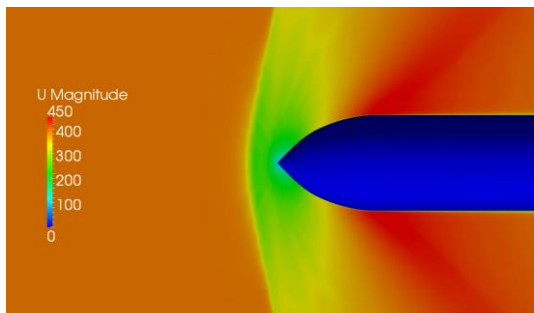
Muestra 8 $C_d^* = 0.965$



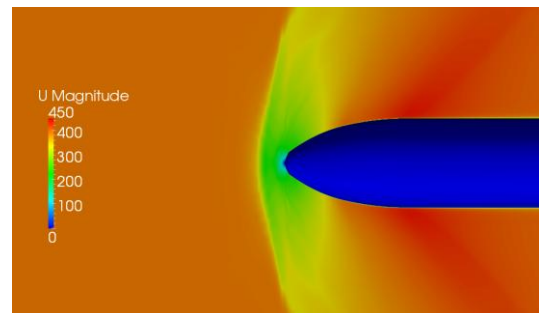
Muestra 15 $C_d^* = 1.085$



Muestra 19 $C_d^* = 1.145$



Muestra 21 $C_d^* = 1.476$



Muestra 22 $C_d^* = 1.255$