



UNIVERSIDAD DE JAÉN

Departamento de Informática

**MODELADO COMPLEJO DE INFORMACIÓN LINGÜÍSTICA EN PROBLEMAS DE
TOMA DE DECISIÓN EN GRUPO BAJO INCERTIDUMBRE**

MEMORIA DE TESIS PRESENTADA POR

Álvaro Labella Romero

UNIVERSIDAD DE JAÉN

Escuela Politécnica Superior de Jaén
Departamento de Informática



MODELADO COMPLEJO DE INFORMACIÓN LINGÜÍSTICA EN PROBLEMAS DE
TOMA DE DECISIÓN EN GRUPO BAJO INCERTIDUMBRE

MEMORIA DE TESIS PRESENTADA POR

Álvaro Labella Romero

PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR EN INFORMÁTICA

DIRECTORES

DR. LUIS MARTÍNEZ LÓPEZ

DRA. ROSA M^a RODRÍGUEZ DOMÍNGUEZ

Jaén, ABRIL de 2021

La memoria titulada *Modelado Complejo de Información Lingüística en Problemas de Toma de Decisión en Grupo bajo Incertidumbre*, que presenta D. Álvaro Labella Romero para optar al grado de doctor, ha sido realizada dentro del Programa de Doctorado en Tecnologías de la Información y la Comunicación de la Universidad de Jaén bajo la dirección del doctor D. Luis Martínez López y la doctora Dña. Rosa M^a Rodríguez Domínguez. Para su evaluación, esta memoria se presenta como el conjunto de trabajos publicados, acogándose y ajustándose a lo establecido en el punto 2 del artículo 25 del *Reglamento de los Estudios de Doctorado de la Universidad de Jaén* aprobado en febrero de 2012 y modificado en febrero de 2019.

En Jaén, a 1 de abril 2021

El Doctorando:

Fdo: D. Álvaro Labella Romero

Directores:

Fdo: Dr. Luis Martínez López

Fdo. Dra. Rosa María Rodríguez Domínguez

Agradecimientos

Una vez escuché a Enrique Bunbury decir una frase que me llamó la atención. *La meta es el camino y cuanto más largo, mejor*. A lo largo de esta tesis doctoral he podido comprender el significado detrás de esta frase. En mi camino han aparecido muchas personas que me han ayudado, y que sin ellas, hubiera sido imposible llegar hasta aquí. Será difícil expresar todo el agradecimiento que merecen, pero lo intentaré.

Primeramente, me gustaría dar las gracias a mis directores de tesis, que con el paso de los años se han convertido en mucho más que eso. A Rosa, por tu infinita paciencia y ayuda. Eres un ejemplo de trabajadora incansable, pero sobre todo lo eres como persona. Te mereces todo lo bueno que te pase. A Luis, por dar la oportunidad de su vida a un chaval que se presentó en su despacho con las manos vacías y una oreja en la puerta. Me has enseñado más de lo que nunca pude imaginar y me has ayudado a crecer como persona. Ojalá algún día pueda devolverte todo lo que has hecho por mí.

Gracias a mi familia. A mi padre, eres un ejemplo de constancia y trabajo. Me conformo con tener una milésima parte de ti en ese aspecto. A mi madre, porque nunca dudaste de mí y me ayudaste siempre que te necesité. En definitiva, porque para decir gracias *me sobran los motivos*. A mi hermano, mi referente. Contigo he vivido los mejores momentos de mi vida. Gracias a ti he cumplido muchos de mis sueños y eso no tiene precio. También a Dylan, empezamos juntos este viaje en ese sofá y sé que también lo hemos acabado juntos compañero. A mi abuelo, que siempre me decía que no me rindiera y trabajara. Espero que estés orgulloso. A mi abuela, nada podrá borrar nuestros momentos juntos. Por supuesto a mi prima Jose, todo empezó enseñando a un niño a coger un compás, esto es gracias a ti. También al *sensei* por sus enseñanzas en cuestiones más difíciles que la investigación. Sin olvidar a mi tía Pilar, una luchadora. A la que también considero mi tía, Rafi, ese premio de China es para ti, A mi tío Pepe, que siempre me saca una carcajada, incluso en los momentos más duros. Por supuesto a Cris, la mejor cuñada que se puede tener. A Juanma, el otro informático de la familia. Yolanda, Francis... gracias a todos de corazón. Tampoco quiero olvidar a mi otra familia, Mariluz (x2), Pepe, José Carlos, José, Paco, Sonia y esas personas tan increíbles que son mis sobrinos, he tenido mucha suerte de encontrarlos.

Gracias a mis amigos. A Pedro y Miguel, porque os llevo conociendo tanto tiempo que empiezo a pensar que nacimos juntos con un mando de la *play* en la mano. Los años pasan, el Euromillón no toca, pero vosotros seguís ahí. A Lorena, que tiene la inocencia de considerarme su *amigo más listo*. Yo tengo la certeza de que es la más en todos los aspectos buenos de la vida. A Vicky, la mejor lanzadora de pelotas de papel de aluminio de la historia, una entre un millón. Desde el primer día hasta el último sé que estarás a mi lado, dándome buenos

consejos. A Gabi, de las personas que más me comprende, porque sabe lo que es esto. Llegaste el último, pero para quedarte. A Manu, has tenido mucha culpa de los mejores momentos que he pasado en los últimos años, se te echa de menos. Sin olvidar a Peter, el tío más honesto y genial que conozco. No te preocupes, el Real Jaén saldrá de esta. A mis compañeros de carrera Alex, Zeki y Manolo, con los que pasé momentos inolvidables. Y al resto de amigos, Silvia, David, Juan Carlos, Puelma... sois grandes.

Dejo para el final a la mejor amiga y novia que se puede tener. Vero, has sido una increíble compañera de viaje. No sólo me has aguantado, apoyado y animado, me has enseñado que con trabajo los sueños se cumplen, te admiro. Tienes una luz interior que hace que los que están a tu alrededor sean mejores personas. No la pierdas nunca. Gracias por acompañarme y hacerme vivir los mejores 3 meses de mi vida, siempre serás mi *ellinida*.

Y al resto de personas que me han ayudado en algún momento, Liang (my brother), ZiXin, Yaya, Alexandros, Katerina, Haris, Alessio, Macarena, Estrella, Francisco, Manu, Ismael, Pedro, Manolo...

Lo siento, no puedo evitarlo, tengo que incluir a Batman, que me lleva acompañando toda la vida.

Aguantas mientras avanzas, hay que soportar sin dejar de avanzar, así es como se gana.

Índice general

Índices

Índice de figuras	v
1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Objetivos	4
1.3. Estructura	5
2. Conceptos Teóricos y Antecedentes	7
2.1. Lógica Difusa y Enfoque Lingüístico Difuso	7
2.2. Toma de Decisión Lingüística bajo Incertidumbre	10
2.3. Modelos Lingüísticos Computacionales	12
2.3.1. Modelo de Representación Lingüístico 2-tupla	12
2.3.2. Conjunto de Términos Lingüísticos Difusos Dudosos	14
2.3.3. Expresiones Lingüísticas Comparativas	14
2.4. Procesos de Alcance de Consenso	15
3. Discusión de los Resultados	19
3.1. Modelado y Tratamiento de Información Lingüística mediante Expresiones Lingüísticas Complejas	20
3.1.1. Visión General de las Propuestas Existentes sobre Modelado de Preferencias mediante Expresiones Lingüísticas en la Toma de Decisión	20
3.1.2. Definición de Expresiones Lingüísticas Comparativas Extendidas con Translación Simbólica en Toma de Decisión	21
3.1.3. Operadores de Agregación para Expresiones Lingüísticas Comparativas Extendidas con Translación Simbólica	22
3.2. Procesos de Alcance de Consenso en Toma de Decisión en Grupo	23
3.2.1. Estudio Comparativo de Modelos de Consenso Clásicos en Problemas de Toma de Decisión en Grupo a Gran Escala	23

3.2.2.	Proceso de Alcance de Consenso a Gran Escala para la Gestión de Dudas en Grupos de Expertos	24
3.2.3.	Proceso de Alcance de Consenso con Expresiones Lingüísticas Comparativas	26
3.2.4.	Proceso de Alcance de Consenso con Expresiones Lingüísticas Comparativas Extendidas con Translación Simbólica	27
3.2.5.	Métrica basada en Modelos Integrales de Mínimo Coste para Procesos de Alcance de Consenso	28
3.3.	Soporte a Problemas de Toma de Decisión en Grupo y Procesos de Alcance de Consenso	30
3.3.1.	Software para el Análisis de Procesos de Alcance de Consenso: AFRYCA 2.0	30
3.3.2.	Software para el Soporte de Problemas de Decisión basados en Política Climática: APOLLO	32
4.	Publicaciones	35
4.1.	Perspectiva General del Modelado Difuso de las Preferencias Lingüísticas Complejas en la Toma de Decisión	36
4.2.	Computación con Expresiones Lingüísticas Comparativas y Translación Simbólica en la Toma de Decisión: Información ELICIT	36
4.3.	Agregación de Atributos Interrelacionados en la Toma de Decisión Multiatributo con Información ELICIT basada en la Media de Bonferroni y sus Variantes	37
4.4.	Análisis del Desempeño de los Modelos Clásicos de Consenso en la Toma de Decisión en Grupo a Gran Escala: Un Estudio Comparativo	38
4.5.	Proceso de Consenso a Gran Escala Gestionando las Dudas del Grupo	38
4.6.	Proceso de Alcance de Consenso Tratando con Expresiones Lingüísticas Comparativas en la Toma de Decisión en Grupo: Un Enfoque Difuso	39
4.7.	Modelo de Consenso para Expresiones Lingüísticas Comparativas con Translación Simbólica	40
4.8.	Métrica de Coste para Procesos de Alcance de Consenso basada en Modelos Integrales de Mínimo Coste	41
4.9.	AFRYCA 2.0: Un Sistema de Soporte a la Decisión Mejorado para los Procesos de Consenso	41
4.10.	APOLLO: Una Herramienta de Soporte para la Toma de Decisión Multi-criterio Difusa en Política Climática	42
5.	Conclusiones y Trabajos Futuros	43
5.1.	Conclusiones	43
5.2.	Trabajos Futuros	44

5.3. Publicaciones Adicionales	45
5.4. Reconocimientos	48
5.5. Estancias y Colaboraciones	55
A. English Summary	57
A.1. Motivation	57
A.2. Objectives	60
A.3. Structure	60
A.4. Background	61
A.4.1. Fuzzy Logic and Fuzzy Linguistic Approach	61
A.4.2. Decision Making under Uncertainty	64
A.4.3. Linguistic Computational Models	66
A.4.3.1. The 2-tuple Linguistic Model	66
A.4.3.2. Hesitant Fuzzy Linguistic Terms Set	68
A.4.3.3. Comparative Linguistic Expressions	68
A.4.4. Consensus Reaching Processes	69
A.5. Discussion of Results	71
A.5.1. Modelling and Processing of Linguistic Information using Complex Linguistic Expressions	73
A.5.1.1. Overview of Existing Proposals on Preference Modelling using Linguistic Expressions in Decision Making	73
A.5.1.2. Definition of Extended Comparative Linguistic Expressions with Symbolic Translation in Decision Making	74
A.5.1.3. Aggregation Operators for Extended Comparative Linguistic Expressions with Symbolic Translation	75
A.5.2. Consensus Reaching Processes in Group Decision Making	76
A.5.2.1. Comparative Study of Classical Consensus Models in Large-Scale Group Decision Making Problems	76
A.5.2.2. Large scale Consensus Reaching Process Managing Group hesitation	77
A.5.2.3. Consensus Reaching Process with Comparative Linguistic Expressions	78
A.5.2.4. Consensus Reaching Process with Extended Comparative Linguistic Expressions with Symbolic Translation	79
A.5.2.5. A Cost Consensus Metric for Consensus Reaching Processes based on a Comprehensive Minimum Cost Model	81
A.5.3. Support for Group Decision Making Problems and Consensus Reaching Processes	82

A.5.3.1. Software for the Analysis of Consensus Reaching Processes: AFRYCA 2.0	82
A.5.3.2. Software for the Support of Decision Problems based on Cli- mate Policy: APOLLO	84
A.6. Conclusions and Future Works	85
A.6.1. Conclusions	85
A.6.2. Future Works	86
A.6.3. Additional Publications	87
A.6.4. Awards Received	89
A.6.5. Stays and Collaborations	97

Índice de figuras

1.1. Esquema general de un proceso de Computación con Palabras.	2
2.1. Funciones paramétricas.	9
2.2. Conjunto de términos lingüísticos.	10
2.3. Esquema general de resolución de un problema de TDG.	11
2.4. Esquema general de resolución de un problema de TD lingüístico.	12
2.5. Esquema de CW propuesto por R. R. Yager.	12
2.6. Traducción simbólica.	13
2.7. Esquema general de un proceso de consenso.	17
2.8. Taxonomía de modelos de consenso.	18
A.1. Computing with Words general scheme.	58
A.2. Parametric functions.	63
A.3. Linguistic terms set.	64
A.4. General resolution scheme for a GDM problem.	65
A.5. General resolution scheme for LDM problems.	65
A.6. CW scheme proposed by R. R. Yager.	66
A.7. Symbolic translation.	67
A.8. General scheme of a CRP.	70
A.9. Consensus models taxonomy.	72

Capítulo 1

Introducción

En este primer capítulo de la memoria se presenta una introducción para contextualizar esta tesis doctoral. En primer lugar, abordaremos el área de investigación sobre la que se centra la tesis y las motivaciones que nos han empujado a llevarla a cabo. Seguidamente, expondremos los objetivos a alcanzar y, por último, la estructura de la misma.

1.1. Motivación

En nuestra vida diaria estamos acostumbrados a hacer frente a múltiples situaciones de *Toma de Decisión* (TD), tan cotidianas como elegir la ropa que nos vamos a poner o lo que vamos a desayunar. Formalmente, la TD se define como un proceso cognitivo en el que, a través de diferentes procesos mentales y de razonamiento, un experto selecciona entre múltiples alternativas o posibles soluciones la mejor [72]. En ciertos ámbitos de la sociedad, es muy común que la resolución de un problema de TD no se lleve a cabo solamente por una persona, sino por un conjunto de expertos con diferentes puntos de vista y conocimiento, dando lugar a lo que se conoce como *Toma de Decisión en Grupo* (TDG) [34, 62, 75, 79].

La participación de varios expertos en la resolución de problemas de TDG, implica inevitablemente la aparición de conflictos y desacuerdos entre los expertos a la hora de escoger la solución del problema [16, 17]. Los esquemas de resolución clásicos para problemas de TDG [22] no tenían en cuenta este aspecto, por lo que era posible obtener una solución donde no todos los expertos estuvieran de acuerdo, sintiéndose ignorados y fuera del proceso de decisión [7, 61]. Por esta razón, se incluye previamente al proceso de selección de la mejor alternativa un *Proceso de Alcance de Consenso* (PAC), donde los expertos discuten y modifican sus opiniones iniciales con el objetivo de alcanzar una solución que satisfaga al mayor número de expertos posible. Aunque los PAC son clave para obtener soluciones consensuadas en problemas de TDG, existe tal cantidad de modelos de consenso propuestos en la literatura [34, 35, 56, 82] que, a menudo, resulta realmente complejo determinar cuál modelo se ajusta mejor a un problema de decisión dado [49]. La falta de métricas que permitan eva-

luar el desempeño de estos modelos sobre un problema de TDG se presenta como una de las principales limitaciones dentro de este ámbito de la TD.

Por otro lado, la mayoría de problemas de TDG del mundo real y sus correspondientes PAC están definidos en contextos cambiantes, lo que genera falta de información y la aparición de incertidumbre. Por lo tanto, no todos los problemas de TD son tan simples y cotidianos como los mencionados anteriormente, muchos presentan incertidumbre cuya naturaleza no es probabilística y que se denominan problemas de *TDG bajo incertidumbre* [33]. En este tipo de problemas, a los expertos les resulta complejo expresar apropiadamente su conocimiento, por lo que prefieren usar expresiones lingüísticas más cercanas a su forma de pensar. Bajo estas circunstancias, la *lógica difusa* [87], el *enfoque lingüístico difuso* [88] y otras herramientas de *soft computing* se han utilizado con gran éxito a la hora de modelar la incertidumbre en problemas de TDG mediante variables lingüísticas, dando lugar a la *Toma de Decisión Lingüística* (TDL).

El uso de expresiones lingüísticas para modelar la opinión de los expertos en problemas de TDL implica la necesidad de llevar a cabo operaciones con información de este tipo. Existen numerosas metodologías para realizar estas operaciones, pero dentro del ámbito de la lógica difusa destaca la metodología de *Computación con Palabras* (Computing with Words, CW) [20, 41, 83, 89]. A través de esta metodología, se realizan cálculos sobre palabras o frases dadas en un lenguaje natural o artificial en lugar de valores numéricos, imitando el proceso de razonamiento que tienen los seres humanos. Una premisa fundamental de esta metodología es que la información de entrada deber de ser de tipo lingüístico y, una vez manipulada, los resultados deben de expresarse de igual forma para garantizar su comprensión (ver Figura 1.1).

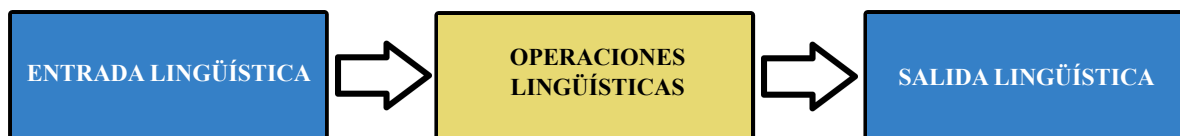


Figura 1.1: Esquema general de un proceso de Computación con Palabras.

Hoy en día, existen muchos modelos computacionales aplicados a problemas de TDL que siguen la metodología de CW y que permiten modelar la opinión de los expertos mediante información lingüística [59]. Uno de los más destacados es el *modelo lingüístico 2-tupla* [39] que, gracias al uso de la translación simbólica, permite llevar a cabo operaciones en un dominio continuo con total precisión. Sin embargo, un valor lingüístico 2-tupla, al igual que la mayoría de las propuestas para el modelado de información en TDL, está compuesto únicamente por un término lingüístico, que puede ser insuficiente en problemas con alta complejidad donde los expertos dudan y no son capaces de decantarse por un único término lingüístico. Para superar esta limitación, otros enfoques han definido procesos para elaborar expresiones lingüísticas más complejas, que permiten modelar la duda de los expertos, como son los *conjuntos de términos lingüísticos difusos dudosos* (CTLDD) [57], las *expresiones lingüísticas comparativas*

(ELC) [58], etc. Con todo, estas nuevas propuestas todavía presentan varias limitaciones en términos de expresividad y/o precisión que son resumidas a continuación:

1. *Modelado de la incertidumbre*: algunas propuestas [39, 77] no son capaces de representar la duda de los expertos en la resolución de problemas de TDL y limitan la representación lingüística a un solo término, insuficiente si tenemos en cuenta que estos problemas son cada vez más complejos y la duda en las opiniones de los expertos cada vez más común.
2. *Modelado de las expresiones lingüísticas*: aunque algunas propuestas modelan la opinión de los expertos mediante expresiones lingüísticas más complejas que un único término lingüístico [19, 70], a menudo estas expresiones están tan alejadas de la forma de expresarse que tienen los seres humanos, que son difíciles de entender y prácticamente inutilizables.
3. *Precisión e interpretabilidad*: es habitual en muchos enfoques [45, 74] transformar la información lingüística de entrada en valores numéricos, lo que implica pérdida de información y precisión en los resultados. Además, dichos resultados se representan mediante estructuras no lingüísticas difíciles de interpretar por parte de los expertos, violando la principal característica de la metodología de CW [42].

Como hemos mencionado anteriormente, existe una gran cantidad de modelos de decisión y PAC propuestos en la literatura, cada uno con sus características, ventajas y desventajas. Sin embargo, estos modelos a menudo no resultan sencillos de comprender. La mayoría se presentan como algoritmos compuestos por múltiples pasos o basados en modelos matemáticos como la programación lineal [68]. Teniendo en cuenta la alta complejidad a la que se enfrentan los expertos a la hora de resolver un problema de TDG, y más aún bajo condiciones de incertidumbre donde la información es vaga e imprecisa, resulta impensable que además tengan que invertir su tiempo en comprender, analizar y aplicar manualmente estos modelos de decisión y PAC, incrementando aún más si cabe dicha complejidad. Sin perder de vista que, a menudo, ciertas situaciones de decisión son tomadas bajo presión y requieren de una solución rápida. Por lo tanto, el desarrollo de *Sistemas de Soporte a la Decisión* (SSD) que faciliten la labor de los expertos en la resolución de problemas de TD, en cualquier contexto, adquiere gran importancia. A pesar de ello, existe una importante falta de herramientas software enfocadas a este objetivo, y las existentes presentan limitaciones como la imposibilidad de tratar con problemas de TD bajo incertidumbre [26], una batería insuficiente de modelos de decisión disponibles [18] o la incapacidad de resolver los problemas aplicando la metodología de CW [25].

Las principales limitaciones en los actuales modelos lingüísticos para la resolución de problemas de TDG bajo incertidumbre, sus PAC y la falta de herramientas software para el tratamiento de dichos problemas, nos condujo al inicio de esta investigación a formular las siguientes hipótesis:

1. *La definición de un nuevo y mejor marco metodológico a partir de modelos, metodologías y herramientas basadas en soft computing para el modelado difuso de la incertidumbre que, mediante modelos lingüísticos complejos para procesos de TDG bajo incertidumbre y PAC, permitirá superar distintos retos impuestos por las nuevas circunstancias y tendencias en las que han de desarrollarse dichos problemas y que actualmente no pueden resolverse.*
2. *La definición de una métrica para PAC facilitará una mejor evaluación del desempeño de los distintos PAC actuales o de nuevas propuestas.*
3. *La aplicación de un nuevo marco metodológico en nuevos modelos de PAC y TDG. Además de su integración en un sistema software que producirá un importante avance en los PAC y TDG del mundo real al facilitar la resolución de problemas de forma automática y dar soporte a los decisores con herramientas comprensibles y adecuadas a los problemas.*

1.2. Objetivos

Teniendo en cuenta las limitaciones previamente expuestas en los actuales modelos lingüísticos de TD y las hipótesis de partida, nuestra meta en esta tesis doctoral se centra en la investigación y definición de modelos de TD y PAC lingüísticos complejos, que permitan superar dichas limitaciones. En base a esto, nos proponemos los siguientes objetivos:

1. *Establecimiento de un marco metodológico para el modelado y tratamiento de incertidumbre en TDG y sus PAC empleando expresiones lingüísticas complejas, que permita modelar de forma apropiada las opiniones de los expertos y obtener resultados fácilmente interpretables y precisos.*
 2. *Definición de nuevos modelos de consenso lingüísticos complejos para problemas de TDG bajo incertidumbre que superen las limitaciones de las propuestas existentes en la literatura especializada, mejorando la detección del disenso en el grupo y las recomendaciones de cambio sobre las opiniones de los expertos, y así incrementar el consenso entre expertos en el menor tiempo posible.*
 3. *Elaborar métricas para procesos de consenso que establezcan referencias de funcionamiento en el alcance de consenso y de esta forma analizar y seleccionar el mejor PAC a aplicar en cada problema de TDG.*
 4. *Investigar distintos problemas de TDG y PAC en el mundo real, identificando sus principales características y los retos que nos plantean para así poder analizar y seleccionar el enfoque de resolución que proporciona la mejor solución posible.*
-

5. *Soporte a la TDG de los problemas anteriores* mediante el desarrollo de SSD que ayuden a los expertos a manejar la creciente complejidad inherente en los problemas de TDG.

1.3. Estructura

Esta tesis doctoral, de acuerdo a lo establecido en el artículo 25, punto 2, de la normativa vigente de los Estudios de Doctorado en la Universidad de Jaén (RD. 99/2011), se compondrá de una serie de artículos publicados por el doctorando, cuya finalidad se basa en alcanzar los objetivos marcados en la sección anterior. Concretamente, esta memoria está compuesta de diez artículos, nueve de ellos publicados en revistas internacionales indexadas en la base de datos Journal Citation Reports (JCR) y otro publicado en una revista indexada en Scopus.

La memoria se divide en los siguientes capítulos:

1. **Capítulo 2:** se revisan conceptos básicos relacionados con la temática de la tesis doctoral. Introduciremos la teoría de la lógica difusa y el enfoque lingüístico difuso. Posteriormente, nos centraremos en conceptos relacionados con la TDG, TDL y la metodología de CW. Analizaremos las ventajas y limitaciones de los modelos de decisión lingüísticos existentes, centrándonos principalmente en el modelo lingüístico 2-tupla, los CTLDD y las ELC. Finalmente, expondremos la necesidad de los PAC para alcanzar soluciones consensuadas.
2. **Capítulo 3:** resumirá las principales propuestas que componen esta memoria, poniendo de manifiesto los resultados obtenidos y las conclusiones extraídas en cada una de ellas.
3. **Capítulo 4:** los diez artículos anteriormente mencionados dan forma a esta sección.
4. **Capítulo 5:** para finalizar, se extraen las principales conclusiones obtenidas a lo largo del desarrollo de la tesis doctoral y se esbozan posibles trabajos futuros de investigación.

Adicionalmente, se incluye un Apéndice (Apéndice A) donde se realiza un resumen en inglés de la investigación llevada a cabo, con el objetivo de alcanzar la Mención Internacional de Doctorado. Finalmente, esta memoria concluye con una recopilación bibliográfica de los artículos más relevantes relacionados con esta tesis doctoral.

Capítulo 2

Conceptos Teóricos y Antecedentes

En este capítulo haremos un breve resumen de los conceptos teóricos y antecedentes relacionados con la investigación presentada en esta memoria. Inicialmente, introduciremos conceptos básicos sobre lógica difusa y el enfoque lingüístico difuso. A continuación, profundizaremos en la definición de toma de decisión bajo incertidumbre y analizaremos algunas de las propuestas más importantes que permiten modelar dicha incertidumbre mediante expresiones lingüísticas. Por último, describiremos los procesos de alcance de consenso en toma de decisión.

2.1. Lógica Difusa y Enfoque Lingüístico Difuso

L. Zadeh introdujo la *Teoría de la Lógica Difusa* [87] con el propósito de modelar la incertidumbre o imprecisión. Para ello, extendió la definición de conjunto clásico a la de *conjunto difuso*, donde los límites del conjunto no están estrictamente definidos. Por una parte, un conjunto clásico está marcado por una estricta restricción de dicotomía, es decir, un objeto puede pertenecer o no a un conjunto. Esta clasificación binaria se puede definir mediante la siguiente función característica:

Definición 1 Sea A un conjunto en el universo X , la función característica asociada a A , $A(x), x \in X$, se define como:

$$A(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x \in A \\ 0, & \text{si } x \notin A. \end{cases}$$

De acuerdo a la Definición 1, la pertenencia o no de un objeto x al conjunto A se define mediante una función $A : X \rightarrow \{0, 1\}$ cuyo valor es 1 cuando el objeto pertenece al conjunto y 0 en caso contrario. La definición de conjunto difuso suaviza la restricción de la función característica de un conjunto clásico, permitiendo obtener valores intermedios. En un conjunto difuso, la función característica pasa a denominarse *función de pertenencia*:

Definición 2 [87]. Un conjunto difuso \tilde{A} sobre X está definido por una función de pertenencia que transforma los elementos del universo del discurso X en el intervalo $[0, 1]$.

$$\mu_{\tilde{A}} : X \longrightarrow [0, 1]$$

Por lo tanto, un conjunto difuso \tilde{A} en X puede representarse como un conjunto de pares ordenados de un elemento $x \in X$ y su grado de pertenencia $\mu_{\tilde{A}}(x)$:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) / x \in X, \mu_{\tilde{A}}(x) \in [0, 1]\}$$

La función de pertenencia de un conjunto difuso resulta más compleja que la función característica de un conjunto clásico, ya que permite obtener un valor de pertenencia entre 0 y 1. Cuanto más cercano a 1, mayor es el grado de pertenencia. Por lo tanto, es necesario definir funciones que describan la pertenencia a un conjunto difuso. Aunque los conjuntos difusos pueden representarse mediante muchos tipos de funciones, siempre que cumplan la condición $\mu_{\tilde{A}} \in [0, 1]$, las funciones paramétricas son las más utilizadas. Dentro de esta familia de funciones, la más comunes son las de tipo triangular y trapezoidal (ver Figura 2.1), cuyas funciones de pertenencia se definen a continuación:

- *Función de pertenencia triangular:*

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{si } x \in (a, b) \\ \frac{c-x}{c-b}, & \text{si } x \in (b, c) \\ 0, & \text{si } x \geq c \end{cases}$$

- *Función de pertenencia trapezoidal:*

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{si } x \in (a, b) \\ 1, & \text{si } x \in (b, c) \\ \frac{d-x}{d-c}, & \text{si } x \in (c, d) \\ 0, & \text{si } x \geq d \end{cases}$$

La lógica difusa desempeña un papel fundamental a la hora de enfrentarse a la mayoría de problemas del mundo real, que se definen habitualmente bajo un contexto de incertidumbre y falta de información. La cuestión clave reside en cómo modelar dicha incertidumbre de una manera sencilla e interpretable por los seres humanos. La respuesta ya ha sido abordada con gran éxito a través del *modelado lingüístico* [38]. El modelado lingüístico de la incertidumbre nos permite utilizar palabras del lenguaje natural como *alto*, *sencillo* o *cómodo* para evaluar

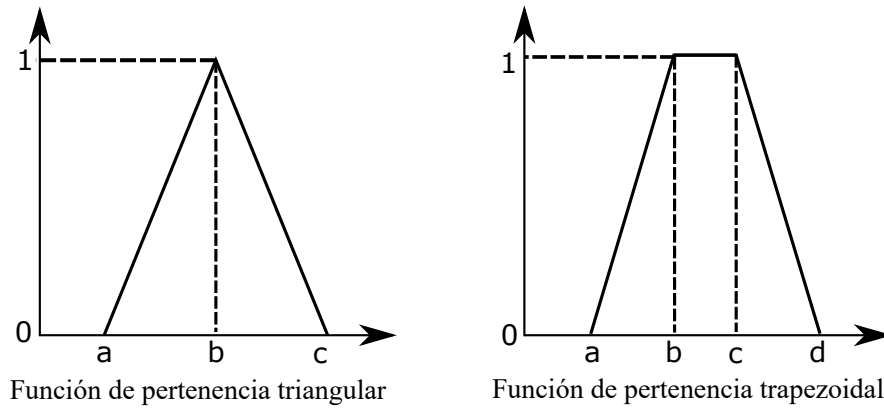


Figura 2.1: Funciones paramétricas.

aspectos cualitativos de un problema que tienen que ver con percepciones o sensaciones. Existen múltiples enfoques para el modelado de información lingüística [42, 43, 88], pero en el desarrollo de esta tesis doctoral se ha empleado el *enfoque lingüístico difuso*.

El enfoque lingüístico difuso sustenta sus bases en la Teoría de la Lógica Difusa y permite modelar la información lingüística mediante el concepto de *variable lingüística* definido por L. Zadeh [88]. En palabras de L. Zadeh, una variable lingüística es “una variable cuyos valores no son números sino palabras o frases en un lenguaje natural o artificial”. La definición formal de una variable lingüística se presenta a continuación:

Definición 3 [88]. Una variable lingüística se compone de una quintupla $(H, T(H), U, G, M)$, donde H representa el nombre de la variable, $T(H)$ un conjunto de términos lingüísticos de H , donde cada valor es una variable difusa notada como X y que varía a lo largo del universo de discurso U , G es una regla sintáctica para generar los nombres de los valores de H y M es una regla semántica que asocia significado $M(X)$ a cada elemento de H , el cual es un conjunto difuso de U .

En resumen, una variable lingüística está principalmente formada por un valor sintáctico o etiqueta (una palabra perteneciente a un conjunto de términos lingüísticos) y un valor semántico representado por un conjunto difuso dado en un universo de discurso.

En la Figura 2.2 podemos ver un ejemplo de conjunto de términos lingüísticos. A partir de este conjunto de términos una persona podría expresar su conocimiento empleando cualquiera de los descriptores lingüísticos que componen el conjunto, en este caso, *Horrible*, *Muy malo*, *Malo*, *Medio*, *Bueno*, *Muy bueno* o *Excelente*. También podemos apreciar que la semántica de las variables son representadas por funciones de pertenencia triangulares, aunque podrían usarse otro tipo de funciones como las trapezoidales, mencionadas anteriormente.

En un conjunto de términos lingüístico, el número de términos que lo componen (también denominado *cardinalidad*) es un aspecto importante a tener en cuenta. Esta decisión dependerá del grado de conocimiento que se pretenda expresar. Un conjunto con pocos términos

implica falta de conocimiento y, a su vez, pérdida de expresividad. Por el contrario, un conjunto con una cardinalidad alta presenta una mayor granularidad de la incertidumbre, que es adecuada cuando el grado de conocimiento es alto. Los valores más comunes de cardinalidad suelen ser valores impares como 5, 7 o 9 [44], donde el término medio representa un valor aproximado de 0.5 y el resto de términos son distribuidos alrededor de éste [6].

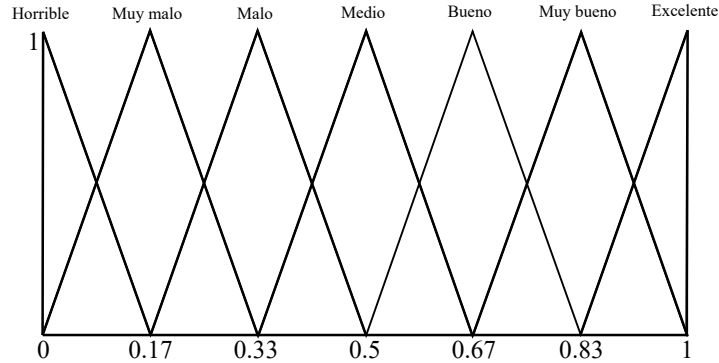


Figura 2.2: Conjunto de términos lingüísticos.

Por otro lado, el modelado difuso de información lingüística no se ha limitado exclusivamente al uso de términos lingüísticos simples. La necesidad de expresiones lingüísticas más complejas y flexibles para representar de forma apropiada el conocimiento de las personas, ha dado lugar a numerosas propuestas basadas en el enfoque lingüístico difuso. En esta tesis doctoral se presenta, en la Sección 4.1, una publicación con una revisión bibliográfica de algunas de estas extensiones.

2.2. Toma de Decisión Lingüística bajo Incertidumbre

La *Toma de Decisión* (TD) es una actividad cotidiana en la vida de los seres humanos que implica seleccionar, entre un conjunto de posibles alternativas, la mejor como solución a un problema de decisión. Algunos problemas de TD son tan sencillos y cotidianos que pueden ser resueltos en un breve espacio de tiempo y por una sola persona. Sin embargo, otros problemas de TD resultan mucho más complejos y requieren de la participación de varios expertos con diferentes puntos de vista y conocimiento [28, 46, 52, 76, 81], dando lugar a la *Toma de Decisión en Grupo* (TDG). Formalmente, un problema de TDG se compone de un conjunto finito de expertos $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ cuya principal tarea consiste en seleccionar una o varias alternativas dentro de un conjunto finito de posibles opciones $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ como solución/es al problema de decisión. En múltiples problemas, las alternativas son evaluadas a partir de un conjunto finito de atributos o criterios $C = \{c_1, c_2, \dots, c_s\}$, dando lugar a la *Toma de Decisión Multi-criterio* [27, 60, 86].

El proceso clásico de resolución de un problema de TDG está compuesto de dos fases (ver Figura 2.3):

1. *Agregación*: las opiniones individuales de los expertos sobre cada alternativa y criterio son agregadas empleando un operador de agregación adecuado. De esta forma, se obtiene un valor colectivo para cada una de las alternativas del problema.
2. *Explotación*: los valores colectivos obtenidos en la fase anterior son ordenados mediante funciones de selección que permiten seleccionar la/s mejor/es alternativa/s como solución del problema.

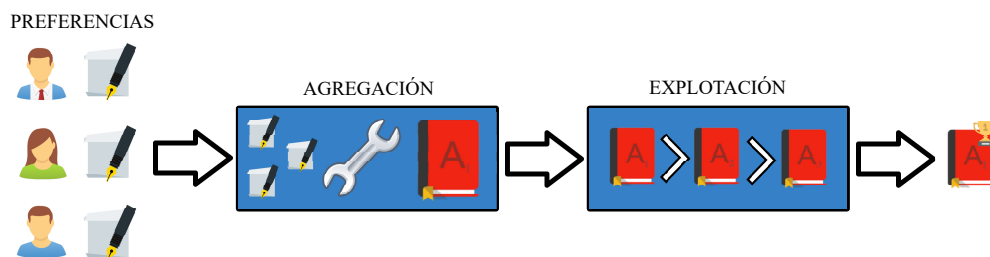


Figura 2.3: Esquema general de resolución de un problema de TDG.

En el mundo real, los seres humanos se enfrentan a problemas de TD condicionados por la falta de información y la inevitable aparición de incertidumbre, ya que es casi imposible conocer todos los estados de la naturaleza del problema. El modelado de dicha incertidumbre mediante información lingüística ha ofrecido excelentes resultados [21, 40], dando lugar a los problemas de *Toma de Decisión Lingüísticos* (TDL). En este tipo de problemas, el enfoque lingüístico difuso se presenta como uno de los enfoques más utilizados a la hora de modelar las preferencias de los expertos mediante expresiones lingüísticas (ver Sección 2.1).

El esquema de resolución de un problema de TDL varía ligeramente con respecto al de un problema de TD clásico, incorporando dos fases adicionales [21] (ver Figura 2.4):

1. *Selección del conjunto de términos lingüísticos y su semántica*: se define el conjunto de términos lingüísticos que los expertos usarán para expresar apropiadamente su conocimiento sobre el conjunto de alternativas.
2. *Selección de un operador de agregación para información lingüística*: las opiniones proporcionadas por los expertos mediante expresiones lingüísticas son agregadas mediante un operador lingüístico, obteniendo un valor colectivo para cada una de las alternativas.

El esquema presentado en la Figura 2.4 evidencia la necesidad de llevar a cabo operaciones con información lingüística para encontrar la solución a un problema de TDL. En este sentido, la metodología de *Computación con Palabras* (Computing with Words, CW) [42, 89] imita el proceso de razonamiento del ser humano, generando resultados lingüísticos a partir de premisas también lingüísticas. Según la definición proporcionada por L. Zadeh, la CW es “una metodología en la que se usan palabras en lugar de números para calcular, razonar y tomar decisiones”. La metodología de CW ha sido aplicada con éxito para llevar a cabo procesos

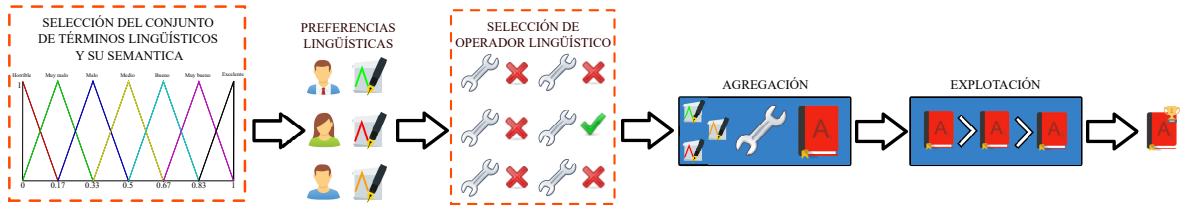


Figura 2.4: Esquema general de resolución de un problema de TD lingüístico.

computacionales en problemas de diferentes ámbitos como la TDL [12, 20], aprendizaje [48] o base de datos [85] entre otros.

En esta memoria nos centraremos en los procesos computacionales llevados a cabo a través de la CW en problemas de TDL, donde esta metodología se ha aplicado de forma especialmente intensa [12, 20, 39, 40] y que ha dado lugar a diferentes esquemas de CW [66, 83, 84]. Sin embargo, todos ellos enfatizan la necesidad de obtener resultados lingüísticos precisos y fáciles de interpretar. R.R. Yager introdujo [83, 84] un esquema de CW formado por dos procesos principales, *transformación* y *retransformación* (representado en la Figura 2.5). El primero consiste en transformar la información lingüística de entrada a un formato basado en la lógica difusa y que pueda ser manipulado por una máquina. El segundo se encarga de transformar la información manipulada de nuevo a un formato lingüístico que sea fácil de interpretar por los seres humanos.



Figura 2.5: Esquema de CW propuesto por R. R. Yager.

2.3. Modelos Lingüísticos Computacionales

De acuerdo a lo mencionado en la sección anterior, el modelado de incertidumbre mediante información lingüística implica llevar a cabo procesos de CW. En base a esto, se han propuesto una gran cantidad de modelos de representación lingüísticos que llevan a cabo operaciones con información lingüística. En esta sección revisaremos brevemente los modelos más relevantes relacionados con la investigación desarrollada en esta memoria. Estos mismos modelos, además de otros, son revisados junto a sus procesos computacionales en mayor profundidad en el artículo incluido en la Sección 4.1.

2.3.1. Modelo de Representación Lingüístico 2-tupla

El *modelo de representación lingüístico 2-tupla* [39], basado en el enfoque lingüístico difuso, es uno de los modelos de representación lingüísticos más usados en TDL. Este modelo presen-

ta como principales características la alta interpretabilidad y precisión de los resultados. La primera de ellas, se consigue gracias al desarrollo de procesos de CW que permiten obtener resultados representados de forma lingüística. La segunda viene determinada por la representación en un espacio continuo de los valores lingüísticos, que permite obtener resultados precisos sin pérdida de información.

Uno de los conceptos más importantes presentados en el modelo lingüístico 2-tupla [23, 39] es el de *translación simbólica*, un valor numérico que representa el desplazamiento de la función de pertenencia de una etiqueta lingüística. Formalmente, la información lingüística en el modelo lingüístico 2-tupla se representa a partir de un par de valores (s_i, α) donde s_i es una etiqueta lingüística que pertenece a un conjunto de términos lingüísticos $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$ y el valor de translación simbólica $\alpha \in [-0,5, 0,5)$ que representa el desplazamiento de la función de pertenencia del término s_i (ver Fig 2.6). El valor de α se define como:

$$\alpha = \begin{cases} [-0,5, 0,5) & \text{si } s_i \in \{s_1, s_2, \dots, s_{g-1}\} \\ [0, 0,5) & \text{si } s_i = s_0 \\ [-0,5, 0] & \text{si } s_i = s_g \end{cases}$$

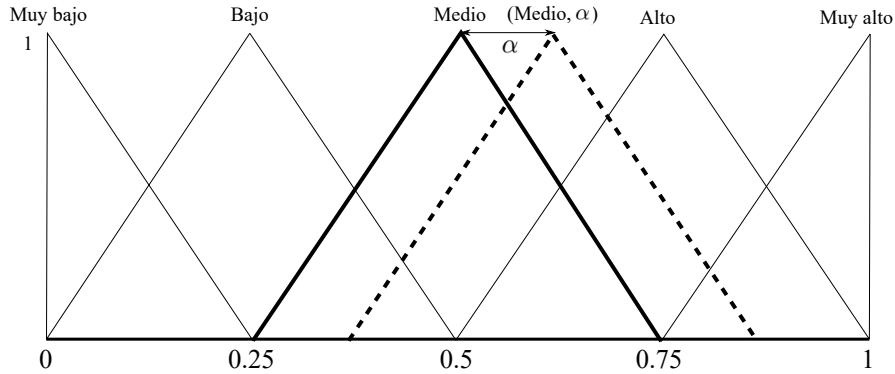


Figura 2.6: Translación simbólica.

Un valor lingüístico 2-tupla $(s_i, \alpha) \in \bar{S}$, siendo \bar{S} el conjunto de valores lingüísticos 2-tuplas asociado a S definido como $\bar{S} = S \times [-0,5, 0,5)$, también puede representarse mediante un valor numérico equivalente $\beta \in [0, g]$:

Proposición 1 [39] Dado $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ un conjunto de términos lingüísticos y $(s_i, \alpha) \in \bar{S}$ un valor lingüístico 2-tupla. Existe una función, Δ^{-1} tal que:

$$\begin{aligned} \Delta^{-1} : \bar{S} &\rightarrow [0, g] \\ \Delta_S^{-1}(s_i, \alpha) &= \alpha + i = \beta \end{aligned}$$

A su vez, un valor numérico $\beta \in [0, g]$ puede ser transformado a su correspondiente valor lingüístico 2-tupla de la siguiente forma:

Definición 4 [39] Dado $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ un conjunto de términos lingüísticos y \bar{S} el conjunto de 2-tuplas asociado a S definido como $\bar{S} = S \times [-0,5, 0,5)$. La función $\Delta_S : [0, g] \rightarrow \bar{S}$ es dada por:

$$\Delta_S(\beta) = (s_i, \alpha), \text{ con } \begin{cases} i = \text{round}(\beta) \\ \alpha = \beta - i \end{cases}$$

donde $\text{round}(\cdot)$ es una función que asigna el entero más cercano $i \in \{0, \dots, g\}$ a β .

El modelo de representación lingüístico 2-tupla fue definido junto a un modelo computacional que puede ser consultado en detalle en las referencias [23, 39].

2.3.2. Conjunto de Términos Lingüísticos Difusos Dudosos

El modelo de representación lingüístico 2-tupla presenta ventajas muy destacables en términos de precisión e interpretabilidad. Sin embargo, los valores lingüísticos 2-tupla están representados por un único término lingüístico, que puede ser insuficiente en situaciones donde los expertos duden entre varios términos lingüísticos al expresar sus opiniones. Con el objetivo de superar esta limitación y modelar la duda de los expertos, se definieron los *Conjuntos de Términos Lingüísticos Difusos Dudosos* (CTLDD) [57].

Definición 5 [57] Sea S un conjunto de términos lingüísticos, $S = \{s_0, \dots, s_g\}$, un CTLDD H_S se define como un subconjunto finito ordenado de términos lingüísticos consecutivos pertenecientes a S .

$$H_S = \{s_i, s_{i+1}, \dots, s_j\}$$

Para clarificar este concepto, veamos un ejemplo:

Ejemplo 1 Suponiendo un conjunto de términos lingüísticos $S = \{\text{Muy inseguro}, \text{Inseguro}, \text{Medio}, \text{Seguro}, \text{Muy seguro}\}$, algunos posibles CTLDD serían:

$$\begin{aligned} H_S^1 &= \{\text{Inseguro}, \text{Medio}\} \\ H_S^2 &= \{\text{Medio}, \text{Seguro}, \text{Muy seguro}\} \\ H_S^3 &= \{\text{Seguro}, \text{Muy seguro}\} \end{aligned}$$

2.3.3. Expresiones Lingüísticas Comparativas

Los CTLDD permiten a los expertos expresarse mediante varios términos lingüísticos en situaciones de duda y no tienen claro cuál de ellos escoger. Sin embargo, éstos están bastante lejos de la forma de expresarse que tienen los seres humanos. Por lo tanto, es evidente la necesidad de crear expresiones lingüísticas más complejas que permitan modelar la duda de los expertos con una estructura similar a las expresiones que usan los seres humanos para expresar su conocimiento. Con este objetivo, Rodríguez et al. [58] definió un nuevo tipo de

expresiones lingüísticas más expresivas y complejas denominadas *Expresiones Lingüísticas Comparativas* (ELC).

Las ELC se basan en los CTLDD, pero son generadas mediante una *gramática libre de contexto* que permite modelar expresiones más cercanas al lenguaje que usan los expertos en problemas de TDL. Rodríguez et al. introdujo la siguiente gramática libre de contexto para generar ELC [58]:

Definición 6 [58] *Dado G_H una gramática libre de contexto y $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ un conjunto de términos lingüísticos. Los elementos de $G_H = (V_N, V_T, I, P)$ se definen como:*

$$\begin{aligned} V_N &= \{(\text{término primario}), (\text{término compuesto}), \\ &(\text{relación unaria}), (\text{relación binaria}), (\text{conjunción})\} \\ V_T &= \{\text{al menos}, \text{como mucho}, \text{menor que}, \text{mayor que}, \text{entre}, \text{y}, s_0, s_1, \dots, s_g\} \\ I &\in V_N \end{aligned}$$

La reglas de producción se definen a partir de la forma extendida de Backus-Naur:

$$\begin{aligned} P &= \{I ::= (\text{término primario}) | (\text{término compuesto}) \\ &(\text{término compuesto}) ::= (\text{relación unaria})(\text{término primario}) | \\ &(\text{relación binaria})(\text{término primario})(\text{conjunción})(\text{término primario}) \\ &(\text{término primario}) ::= s_0 | s_1 | \dots | s_g \\ &(\text{relación unaria}) ::= \text{al menos} | \text{como mucho} | \text{menor que} | \text{mayor que} \\ &(\text{relación binaria}) ::= \text{entre} \\ &(\text{conjunción}) ::= \text{y}\} \end{aligned}$$

Ejemplo 2 *Suponiendo un conjunto de términos lingüísticos $S = \{\text{Muy incómodo}, \text{Incómodo}, \text{Normal}, \text{Cómodo}, \text{Muy cómodo}\}$ y la gramática libre de contexto G_H mostrada en la Definición 6, algunos ejemplos de ELC serían:*

$$\begin{aligned} ELC_1 &= \text{Al menos cómodo} \\ ELC_2 &= \text{Como mucho Normal} \\ ELC_3 &= \text{Menor que cómodo} \\ ELC_4 &= \text{Mayor que Normal} \\ ELC_5 &= \text{Entre Cómodo y Muy cómodo} \\ ELC_6 &= \text{Normal} \end{aligned}$$

2.4. Procesos de Alcance de Consenso

En la sección 2.2 hemos visto diferentes esquemas de resolución para problemas de TDG y TDL (ver Figuras 2.2 y 2.3). En ambos esquemas se aprecia que la opiniones de los expertos son

agregadas directamente, ignorando los posibles desacuerdos que pueden existir entre ellos. La principal consecuencia de esta omisión es que algunos expertos podrían no estar de acuerdo con la solución obtenida, sintiéndose ignorados y poniendo en entredicho la confianza en el proceso de decisión. Hoy en día, las decisiones consensuadas son realmente valoradas en diferentes ámbitos de la sociedad [16, 49, 81] por lo que parece evidente la necesidad de añadir un *Proceso de Alcance de Consenso* (PAC) en el esquema de resolución de un problema de TDG antes de la selección de la mejor alternativa.

Antes de definir en detalle qué es un PAC, explicaremos qué se entiende por *consenso*. El concepto de consenso puede generar cierta controversia, ya que existen múltiples puntos de vista sobre su significado. Algunos enfoques más estrictos definen el consenso como la *unanimidad* o acuerdo total, que difícilmente puede ser alcanzado en la práctica [32]. Otros enfoques son más flexibles. Como la visión de Kacprzyk, que propuso el concepto de *soft consensus* [29, 30], un enfoque basado en la *mayoría difusa* que establece el consenso en un grupo cuando “*la mayoría de expertos más relevantes están de acuerdo en casi todas las opciones relevantes*”. En esta memoria de investigación, tomaremos la visión de Kacprzyk de *soft consensus*.

Un PAC es un proceso iterativo y dinámico en el que los expertos discuten, revisan y modifican sus opiniones iniciales con el objetivo de acercar posturas y llegar a una solución consensuada en un número determinado de rondas de debate. Este proceso suele estar guiado por un *moderador*, una persona encargada de identificar aquellos expertos más alejados de la opinión general del grupo y de sugerir los cambios necesarios en las opiniones de los mismos para evitar estancamientos en el proceso de decisión. Generalmente, un PAC está formado por las siguientes fases (representadas en la Figura 2.7):

1. *Recopilación de preferencias*: se recopilan las preferencias que los expertos han proporcionado sobre las alternativas.
 2. *Calcular nivel de consenso*: se calcula el nivel de consenso actual en el grupo de expertos a través de una medida de consenso. Existen dos tipos básicos de medidas de consenso [49]:
 - *Medida de consenso basada en la distancia a la opinión colectiva del grupo*: se calcula la opinión colectiva del grupo mediante la agregación de las opiniones individuales de los expertos. Posteriormente, se calcula la distancia entre la opinión colectiva y la individual de cada experto.
 - *Medida de consenso basada en la distancia entre las opiniones de los expertos*: se calcula la similitud de opiniones para cada par de expertos. Posteriormente, los valores de similitud son agregados para obtener el valor de consenso en el grupo.
 3. *Control del consenso*: se comprueba si el consenso actual del grupo ha alcanzado un mínimo nivel de consenso requerido y predefinido antes de iniciar el proceso de consenso.
-

Si se ha alcanzado, el PAC termina y daría comienzo el proceso de selección de la mejor alternativa. En caso contrario, es necesaria otra ronda de debate. El número máximo de rondas de debate también se establece a priori, con el fin de evitar procesos interminables. Si se alcanza el máximo número de rondas pero no el mínimo consenso requerido, el proceso terminará sin llegar a un acuerdo.

4. *Generación de recomendaciones*: en el caso de no alcanzar un acuerdo en la ronda actual, el moderador identifica los mayores puntos de disenso en el grupo y aconseja a los expertos que cambien ciertas opiniones con el objetivo de elevar el nivel de consenso. Existen modelos de consenso que eliminan el papel del moderador y llevan a cabo los cambios en las opiniones de forma automática sin necesidad de involucrar a los expertos. Estos modelos suelen usarse como herramienta de apoyo a PAC del mundo real [75, 90].

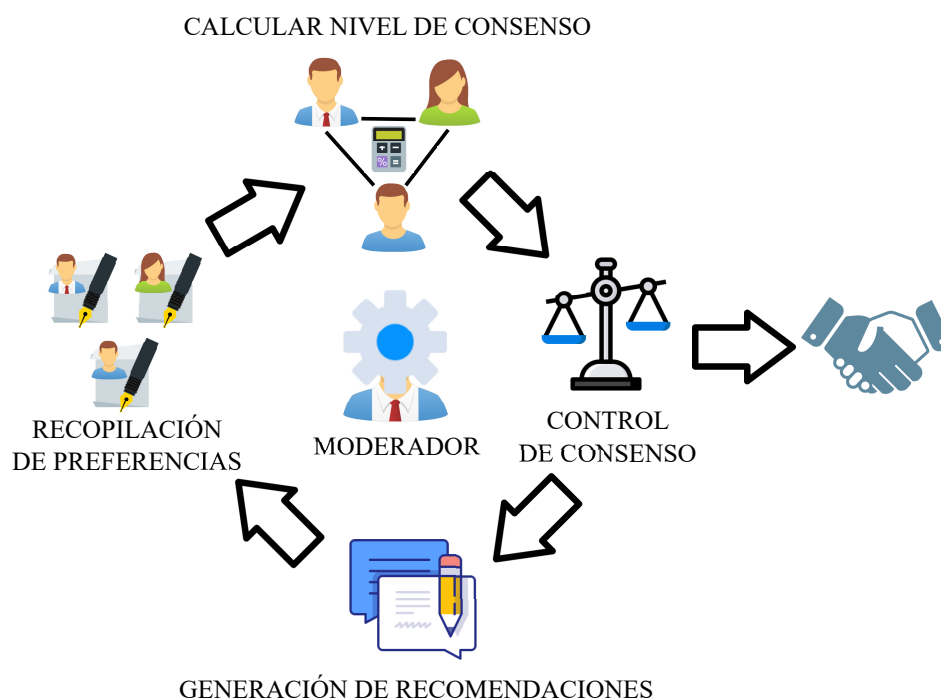


Figura 2.7: Esquema general de un proceso de consenso.

Existe una inmensa cantidad de modelos de consenso propuestos en la literatura [35, 56, 82]. Algunos de los más relevantes fueron revisados en el desarrollo de esta tesis doctoral en el artículo incluido en la Sección 4.4. Este hecho llevó a Palomares et al. [49] a introducir una taxonomía de modelos de consenso para problemas de TDG, que clasifica los modelos en base a dos aspectos básicos (ver Figura 2.8):

- *Con o sin generación de recomendaciones*: los modelos son clasificados dependiendo de si incorporan o no un mecanismo de generación de recomendaciones.

- *Medida de consenso*: los modelos son clasificados dependiendo de la medida que empleen para calcular el consenso, ya sea basada en la distancia a la opinión colectiva o basada en la distancia entre las opiniones individuales de los expertos.

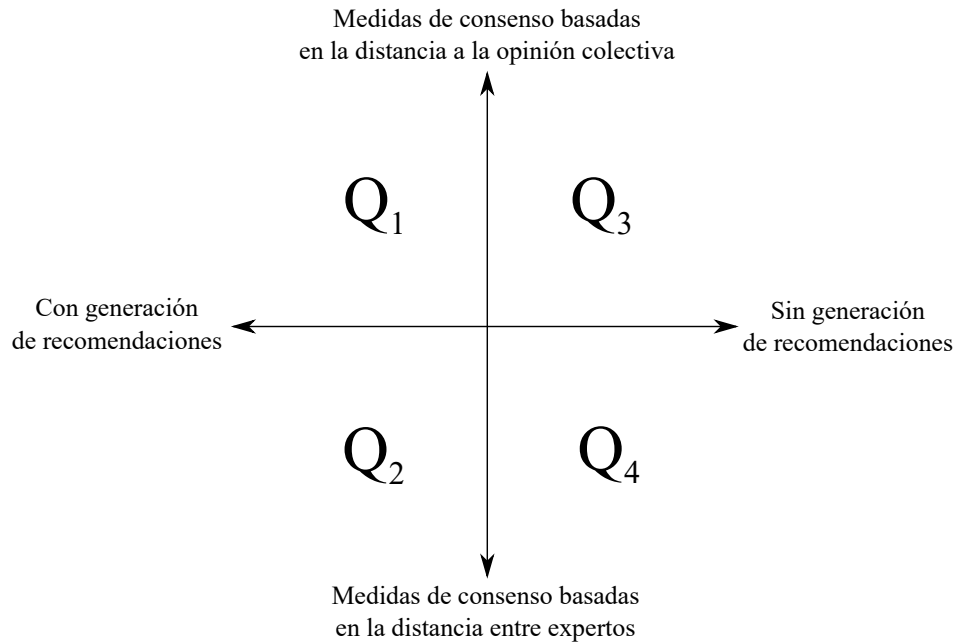


Figura 2.8: Taxonomía de modelos de consenso.

Aunque la taxonomía propuesta por Palomares et al. nos permite categorizar de forma clara los modelos de consenso en base a sus principales características, la gran cantidad de propuestas dificulta en gran medida la selección del modelo de consenso más adecuado para un problema de TDG dado. Este problema es abordado en esta memoria desde diferentes puntos de vista. Por un lado, en la Sección 4.8 del capítulo 4, se incluye un artículo donde se presenta una métrica de consenso que permite evaluar el desempeño de un modelo de consenso aplicado a un problema de TDG. Por otro lado, el desarrollo de un sistema de soporte a la decisión nos permitiría llevar a cabo simulaciones de diferentes modelos de consenso y determinar cuál es el que mejor se ajusta a las necesidades del problema. También en el capítulo 4, Sección 4.9, se presenta un artículo donde se introduce un software enfocado al soporte de PAC en TDG.

Capítulo 3

Discusión de los Resultados

En este capítulo se resumirán las propuestas que dan forma a esta memoria de investigación, junto con los resultados y conclusiones obtenidas a partir de las mismas. Este capítulo se estructura en tres propuestas principales, que se dividen a su vez en diferentes partes:

1. *Modelado y Tratamiento de Información Lingüística mediante Expresiones Lingüísticas Complejas*. Esta propuesta se divide en tres propuestas específicas:
 - *Visión General de las Propuestas Existentes sobre Modelado de Preferencias mediante Expresiones Lingüísticas en la Toma de Decisión.*
 - *Definición de Expresiones Lingüísticas Comparativas con Traducción Simbólica en Toma de Decisión.*
 - *Operadores de Agregación para Expresiones Lingüísticas Comparativas con Traducción Simbólica.*
2. *Procesos de Alcance de Consenso en Toma de Decisión en Grupo*. Esta propuesta se divide en cinco propuestas específicas:
 - *Estudio Comparativo de Modelos de Consenso Clásicos en Problemas de Toma de Decisión en Grupo a Gran Escala.*
 - *Proceso de Alcance de Consenso a Gran Escala para la Gestión de Dudas en Grupos de Expertos.*
 - *Proceso de Alcance de Consenso con Expresiones Lingüísticas Comparativas.*
 - *Proceso de Alcance de Consenso con Expresiones Lingüísticas Comparativas con Traducción Simbólica.*
 - *Métrica basada en Modelos Integrales de Mínimo Coste para Procesos de Alcance de Consenso.*
3. *Soporte a Problemas de Toma de Decisión en Grupo y Procesos de Alcance de Consenso*. Esta propuesta se divide en dos propuestas específicas:

- *Software para el Análisis de Procesos de Alcance de Consenso: AFRYCA 2.0.*
- *Software para el Soporte de Problemas de Decisión basados en Política Climática: APOLLO*

3.1. Modelado y Tratamiento de Información Lingüística mediante Expresiones Lingüísticas Complejas

Esta parte comienza analizando ventajas e inconvenientes de las principales propuestas que existen en la literatura basadas en el modelado lingüístico de preferencias en problemas de TDL. Posteriormente, se propone un nuevo modelo de representación lingüístico basado en *Expresiones Lingüísticas Comparativas Extendidas con Traducción Simbólica (ELICIT)*, que supera las limitaciones de los modelos existentes. Finalmente, cualquier modelo de representación lingüístico debe tener asociado un modelo computacional que permita llevar a cabo las operaciones con información lingüística. Para ello, el proceso de agregación de la información es clave, por lo que proponemos diferentes operadores de agregación que trabajen con información ELICIT.

3.1.1. Visión General de las Propuestas Existentes sobre Modelado de Preferencias mediante Expresiones Lingüísticas en la Toma de Decisión

En esta parte, se revisan las principales propuestas basadas en el enfoque lingüístico difuso para el modelado de preferencias mediante expresiones lingüísticas complejas en problemas de TDL [11, 37, 57, 58, 64, 69, 70]. Del análisis de cada una de estas propuestas se extraen sus principales ventajas e inconvenientes y una visión clara de cuáles son los principales aspectos a mejorar en el modelado de preferencias mediante expresiones lingüísticas. Algunos de estos aspectos se resumen a continuación:

- A pesar de que algunas propuestas son bastante flexibles a la hora de generar expresiones lingüísticas [11, 37], éstas no definen un proceso formal para su generación o están lejos del lenguaje natural del ser humano. Por otro lado, aquellas expresiones más cercanas al lenguaje común de los seres humanos son menos flexibles [58]. Por lo tanto, es clave elaborar expresiones lingüísticas cercanas al pensamiento del ser humano y que a su vez sean más flexibles.
 - El modelado de incertidumbre en problemas de TD generalmente se establece aplicando una única técnica. Sin embargo, ésto podría no ser realista, teniendo en cuenta los múltiples enfoques que se pueden aplicar para resolver un problema. Por lo tanto, sería digno de estudio el modelado de la incertidumbre mediante la combinación de varios enfoques de forma simultánea, aprovechando las bondades de cada uno de ellos.
-

- Las propuestas analizadas proporcionan un significado único a las expresiones lingüísticas que generan. Sin embargo, una expresión lingüística puede tener diferentes significados dependiendo de la persona, por lo que sería interesante elaborar mecanismos de representación para expresiones lingüísticas que consideren este aspecto.

El artículo asociado a esta revisión se encuentra en la Sección 4.1. Cabe destacar que este artículo es, según los InCites Essential Science Indicators publicados por Clarivate Analytics, altamente citado (Highly Cited Paper).

3.1.2. Definición de Expresiones Lingüísticas Comparativas Extendidas con Translación Simbólica en Toma de Decisión

Este trabajo toma como punto de partida las conclusiones extraídas de la revisión presentada en la sección anterior, que ponen de manifiesto la necesidad de definir un nuevo modelo de representación lingüístico que permita superar las limitaciones existentes en otros modelos publicados en la literatura. Estas limitaciones se engloban principalmente en dos aspectos básicos: la precisión en los procesos llevados a cabo con las expresiones lingüísticas y la interpretabilidad de las mismas. La revisión de modelos lingüísticos permitió analizar dos propuestas que presentan buenas características en relación a estos dos aspectos, aunque por separado. Por un lado, el modelo de representación lingüístico 2-tupla (ver Sección 2.3.1) lleva a cabo procesos de CW precisos gracias al uso del concepto de translación simbólica. Sin embargo, estas expresiones están formadas por un único término lingüístico, insuficiente en situaciones donde los expertos dudan entre varios términos lingüísticos. Esta limitación es superada por las ELC, basadas en CTLDD (ver Sección 2.3.3), que permiten modelar la duda de los expertos además de ofrecer una representación lingüística rica y cercana a la forma de pensar del ser humano. A pesar de que múltiples modelos han empleado las ELC [9, 45, 54], todos presentan inconvenientes desde diferentes puntos de vista. La mayoría de estas propuestas transforman las ELC para llevar a cabo los procesos computacionales, perdiendo información en dicho proceso y, en consecuencia, también la principal característica de estas expresiones, su interpretabilidad.

Lo mencionado anteriormente evidencia las limitaciones tanto del modelo de representación lingüístico 2-tupla como de las ELC, pero también sus bondades, lo que nos llevó a pensar que un uso combinado de ambas propuestas podría ofrecer excelentes resultados en el modelado de información lingüística. Otras propuestas existentes en la literatura especializada ya combinaron en menor o mayor medida conceptos relacionados con las ELC, CTLDD y el modelo lingüístico 2-tupla [1, 63, 73, 94], aunque ninguna de ellas de una forma plenamente satisfactoria. Por esta razón, proponemos un nuevo modelo de representación lingüístico que combina la expresividad de las ELC y la precisión del modelo lingüístico 2-tupla. Este nuevo modelo de representación lingüístico modela la información lingüística a partir de información ELICIT, ELC extendidas a un dominio continuo mediante el uso de la translación simbólica.

Las expresiones propuestas se generan a través de una gramática libre de contexto, cuyos términos están formados por valores lingüísticos 2-tupla en lugar de términos lingüísticos simples.

Junto al modelo de representación lingüístico ELICIT se propone un enfoque de CW para información ELICIT que permite, partiendo de premisas lingüísticas representadas por ELC e información ELICIT, llevar a cabo procesos de CW precisos basados en operaciones difusas [53] y obtener resultados fáciles de interpretar representados mediante información ELICIT. Para llevar a cabo los procesos de CW con información ELICIT, se define un modelo computacional con operaciones básicas como la negación, comparación entre ELICIT u operadores de agregación.

Por último, las bondades del nuevo modelo lingüístico se ponen de manifiesto mediante la resolución de un problema de TDL y la comparación con otros modelos lingüísticos previos. Los resultados obtenidos muestran que el modelo de representación ELICIT proporciona una solución más precisa, interpretable y fiable que otros enfoques.

El artículo asociado a esta parte se encuentra en la Sección 4.2.

3.1.3. Operadores de Agregación para Expresiones Lingüísticas Comparativas Extendidas con Translación Simbólica

La anterior propuesta nos permite modelar preferencias lingüísticas mediante información ELICIT y llevar a cabo procesos de CW para la resolución de problemas de TDL. Una etapa clave en la resolución de un problema de TDL es la fase de agregación de información mediante operadores de agregación lingüísticos, donde se combinan las opiniones individuales de los expertos sobre las alternativas en base a diferentes atributos (ver Sección 2.2). En ocasiones, dichos atributos están relacionados entre sí, siendo necesario modelar dicha interacción para llevar a cabo correctamente el proceso de agregación y obtener una solución fiable del problema. Sin embargo, en el anterior trabajo no se propuso ningún operador de agregación que considerara la interrelación entre las ELICIT agregadas ni tampoco que tuviera en cuenta la importancia individual de los atributos en el proceso de agregación, clave en muchos procesos de decisión.

Teniendo en cuenta la falta de propuestas, en este trabajo nos marcamos como objetivo definir nuevos operadores de agregación lingüísticos para información ELICIT que consideren diferentes patrones de relación entre los atributos y la importancia de los mismos en el proceso de agregación. Dichos operadores están basados en la media de Bonferroni y sus variantes [5, 13, 14], capaces de capturar diferentes tipos de relación entre los atributos agregados. En total, se proponen tres nuevos operadores de agregación, el primero enfocado a expresiones ELICIT cuya interrelación es homogénea o, en otras palabras, en donde cada expresión de entrada tiene relación con el resto. El segundo enfoque se basa en un operador de agregación que trata

con expresiones ELICIT con una interrelación heterogénea, es decir, donde ciertas expresiones pueden tener o no relación con el resto. Por último, el tercer operador de agregación trata la interrelación partida de las expresiones ELICIT, en la cual, las expresiones de entrada son divididas en conjuntos formados por expresiones ELICIT con una interrelación entre ellas, pero no así entre expresiones de diferentes conjuntos.

Por último, los operadores ELICIT propuestos se aplican en la resolución de un problema de TDL comparando su funcionamiento con operadores similares pero que no consideran la interrelación entre los atributos del problema. Como conclusión, observamos que el ranking de las alternativas obtenido a través de los operadores propuestos es totalmente diferente al que ofrecen los operadores que no consideran la relación entre atributos, demostrando la necesidad de considerar la relación subyacente entre los atributos en un problema de TDL.

El artículo asociado a esta parte se encuentra en la Sección 4.3.

3.2. Procesos de Alcance de Consenso en Toma de Decisión en Grupo

En primer lugar, esta propuesta estudia los principales retos que existen hoy en día en los PAC en problemas de TDG, teniendo en cuenta aspectos como el incremento del número de expertos involucrados en el proceso de decisión y analiza si algunos de los modelos de consenso más usados en la literatura pueden afrontar estos nuevos retos. Posteriormente, se presentan diferentes propuestas de PAC con diferentes características capaces de tratar con problemas de TDG del mundo real. Por último, se propone una métrica para PAC que permite evaluar el desempeño de los mismos y determinar que PAC es más adecuado para un problema de TDG a resolver.

3.2.1. Estudio Comparativo de Modelos de Consenso Clásicos en Problemas de Toma de Decisión en Grupo a Gran Escala

En esta parte, se estudian y analizan los nuevos retos que plantean los problemas de TDG y sus PAC debido a la expansión de paradigmas tecnológicos en nuestra sociedad. Por ejemplo, las redes sociales o el Big Data, han dado paso a nuevos problemas de TDG donde el número de personas involucradas pueden ser de cientos o miles. En este tipo de problemas los PAC son aún más necesarios si cabe, ya que un gran número de decisores implica una polarización de las opiniones y, a su vez, la aparición inevitable de conflictos, la necesidad de tratar con múltiples comportamientos, la detección de coalición entre grupos, etc.

Los modelos de PAC clásicos presentados en la literatura especializada tratan con problemas de TDG donde el número de expertos se asume como pequeño, lo que lleva a formularnos una pregunta obvia, ¿son los modelos de PAC enfocados a problemas de TDG con pocos

expertos adecuados para hacer frente a problemas donde el número de expertos es mucho más elevado? Para dar respuesta a esta pregunta, en este trabajo se lleva a cabo una revisión de los modelos de consenso más influyentes de la literatura orientados a pequeños grupos de expertos y posteriormente, debido al gran número de propuestas existentes, se procede a realizar una selección de los mismos. Con el objetivo de que dicha selección sea lo más representativa posible, hacemos uso de la taxonomía propuesta por Palomares et al. [49] (ver Sección 2.4), escogiendo modelos de consenso representativos para cada una de las categorías que se definen en dicha taxonomía [10, 24, 78, 80, 91].

El siguiente paso consiste en analizar su funcionamiento empleando para ello un problema de TDG con un número significativo de expertos bajo diferentes escenarios de decisión. En concreto, definimos tres escenarios en base al comportamiento de los expertos: (i) todos los expertos aceptan las recomendaciones proporcionadas por el modelo, (ii) el 80 % de los expertos acepta las recomendaciones y el 20 % restante las rechaza y, por último, (iii) el 70 % acepta las recomendaciones, el 20 % las rechaza y el 10 % restante presenta un actitud defensiva que pretende sabotear el consenso en el grupo. La simulación de los modelos de consenso sobre los diferentes escenarios se lleva a cabo mediante AFRYCA 2.0, un sistema de soporte a PAC desarrollado en el transcurso de esta tesis doctoral y que será introducido en la Sección 3.3.1.

Las simulaciones permiten extraer valiosas conclusiones. Los modelos de consenso clásicos, que no emplean un mecanismo de generación de recomendaciones, no se ven afectados por el comportamiento de los expertos, ya que no se requiere de su participación en el PAC. Por lo tanto, estos modelos a priori parecen adecuados en problemas con grandes grupos. Sin embargo, esta característica junto con su naturaleza matemática podrían ser sus principales limitaciones. Por un lado, los expertos podrían no confiar en la solución obtenida al ser apartados del PAC y, por otro lado, el modelo matemático podría no encontrar una solución factible. Debido a esto, los modelos clásicos que incorporan un mecanismo de generación de recomendaciones se podrían considerar los más adecuados para resolver este tipo de problemas. Sin embargo, los modelos clásicos basan su funcionamiento en un comportamiento colaborativo de los expertos. Si este comportamiento no se produce, el consenso deseado podría no alcanzarse nunca. Por lo tanto, es evidente que los modelos de consenso clásicos no pueden hacer frente a problemas de TDG con grandes grupos de expertos, por lo que es necesario desarrollar nuevas propuestas que permitan afrontar los retos que este tipo de problemas proponen.

El artículo asociado a esta parte se encuentra en la Sección 4.4.

3.2.2. Proceso de Alcance de Consenso a Gran Escala para la Gestión de Dudas en Grupos de Expertos

En el anterior trabajo se puso de manifiesto la necesidad de desarrollar nuevos modelos de consenso que sean capaces de hacer frente a los nuevos retos que presentan los actuales

problemas de TDG. Uno de estos retos es la escalabilidad, que aparece en problemas de TDG que involucran a una gran cantidad de expertos y, en consecuencia, el tratamiento de forma simultánea de una gran cantidad de información. Por otra parte, resulta lógico pensar que los problemas con grandes grupos de expertos tienen de forma implícita asociados una alta complejidad y por lo tanto, incertidumbre y falta de información que pueden hacer que los expertos duden en el momento de expresar sus preferencias. En base a estas premisas, este trabajo presenta un nuevo modelo de consenso enfocado a problemas con grandes grupos de expertos que permite superar los problemas de escalabilidad y modelar la duda de los expertos.

Para mitigar el problema de la escalabilidad, el modelo de consenso propuesto aplica un *proceso de agrupamiento* o *clustering* basado en el algoritmo Fuzzy C-means [4] que clasifica a los expertos en diferentes subgrupos en base a la similitud entre sus opiniones. Por lo tanto, aquellos expertos cuyas opiniones son similares formaran parte de un mismo subgrupo. De esta forma, el procesamiento de la información no se aplica sobre todo el conjunto de expertos, sino sobre los diferentes subgrupos. Un aspecto clave en cualquier técnica de agrupamiento, es la asignación de pesos a los subgrupos. Estos pesos determinaran la influencia del subgrupo en el PAC, cuanto mayor sea el peso, mayor será su influencia sobre el PAC y sobre la solución del problema. Habitualmente, la ponderación de los subgrupos se basa exclusivamente en su tamaño, cuanto mayor sea el número de miembros que tiene el grupo, mayor peso asociado. Sin embargo, el que un subgrupo esté formado por expertos con opiniones aparentemente similares, no garantiza que no existan desacuerdos dentro de él. Por esta razón, esta propuesta incluye un mecanismo para calcular la importancia de los subgrupos en base a dos aspectos: el tamaño del subgrupo y su cohesión. De esta forma, dos subgrupos con igual número de miembros pero con diferente cohesión, serán ponderados de manera diferente, dando prioridad a aquellos con mayor cohesión.

El modelo de consenso también incluye un proceso de generación de recomendaciones adaptativo. Dependiendo del nivel de consenso global que exista en ese momento, las recomendaciones se aplican de forma grupal o individual. Esta distinción se establece a partir de un valor umbral de consenso preestablecido. Si el consenso actual se encuentra por debajo del umbral, se considera que el grupo de expertos está aún lejos de alcanzar el consenso deseado y que es necesario un cambio significativo en las preferencias de los expertos, por lo que se procede a detectar los subgrupos formados por expertos cuyas opiniones están más alejadas del resto y se recomienda a todos los expertos que forman el subgrupo cambiar sus preferencias. Si por el contrario el consenso actual está por encima del umbral fijado, significa que el grupo está cerca de alcanzar el consenso deseado y que no es necesario realizar muchos cambios en las preferencias, por lo que se procede a detectar individualmente a los expertos cuyas opiniones están más alejadas de la mayoría y son exclusivamente esas opiniones las que se recomienda modificar.

Cabe destacar que las preferencias de los expertos son modeladas mediante *conjuntos*

difusos dudosos (CDD) [67]. Estos conjuntos, son una extensión de los conjuntos difusos que permiten asignar varios grados de pertenencia de un elemento a un conjunto difuso, modelando así la duda de los expertos y conservando la mayor cantidad de información posible en los procesos computacionales llevados a cabo en el PAC.

Por último, la nueva propuesta se aplica a la resolución de un problema de TDG a gran escala y se lleva a cabo un análisis comparativo con diferentes modelos de consenso publicados en la literatura [10, 31]. Los resultados obtenidos a partir del software AFRYCA 2.0 (ver Sección 3.3.1) muestran que el modelo de consenso es capaz de resolver problemas de TDG con grandes grupos, alcanzando el consenso deseado en pocas rondas de debate. Además, el análisis comparativo muestra que el consenso alcanzado por la propuesta es mayor que el alcanzado por otros modelos de consenso y necesita menos rondas para alcanzarlo.

El artículo asociado a esta parte se encuentra en la Sección 4.5.

3.2.3. Proceso de Alcance de Consenso con Expresiones Lingüísticas Comparativas

Hoy en día, los problemas de TDG y sus PAC son cada vez más complejos y difíciles de resolver, por lo que es bastante común la aparición de incertidumbre y duda en las opiniones de los expertos. La mayoría de modelos de consenso presentados en la literatura [8, 71, 93], modelan dicha incertidumbre mediante términos lingüísticos simples, que no son lo suficientemente expresivos como para modelar la duda de los expertos. Con el objetivo de cubrir esta falta de propuestas, este trabajo presenta un modelo de consenso que modela las preferencias de los expertos mediante ELC, expresiones lingüísticas flexibles y complejas que permiten representar la duda en las opiniones de los expertos (ver Sección 2.3.3).

Esta propuesta emplea la representación difusa de las ELC haciendo uso del concepto de *envolvente difusa* [36], una función que permite transformar el CTLDD asociado a una ELC en un número difuso. De esta forma, es posible llevar a cabo los cálculos del PAC de una forma precisa y sin pérdida de información.

El modelo de consenso también propone un mecanismo de generación de recomendaciones. Este mecanismo se basa en el cálculo de la proximidad entre las opiniones individuales de los expertos y la opinión colectiva del grupo. Si el consenso colectivo sobre algunas de las alternativas está por debajo del umbral de consenso deseado, se recomienda modificar las opiniones sobre dichas alternativas. Los expertos que deben de llevar a cabo esas modificaciones, serán aquellos cuyas opiniones sobre estas alternativas están más alejadas de la opinión del grupo. Una vez que se han identificado los expertos y las alternativas en disenso, es necesario definir cómo se llevarán a cabo las recomendaciones. Al contrario que otras propuestas, este trabajo aplica los cambios directamente sobre las ELC que han proporcionado los expertos inicialmente, facilitando la interpretabilidad de los resultados.

El buen funcionamiento del modelo de consenso propuesto se pone a prueba mediante la resolución de un problema de TDG. El uso de ELC y su representación difusa, junto con la formalización de un proceso de generación de recomendaciones aplicado directamente sobre las ELC proporcionadas inicialmente por los expertos, permite resolver el problema planteado en muy pocas rondas de debate. Estas características hacen que la propuesta sea superior a otros modelos de consenso presentados en la literatura, como se demuestra en el análisis comparativo llevado a cabo. De nuevo cabe destacar que la resolución del problema de TDG y el análisis comparativo con otros modelos de consenso se lleva a cabo mediante el software AFRYCA 2.0 presentado en la Sección 3.3.1.

Sin embargo, este trabajo también presenta una importante limitación, ya que los expertos expresan sus opiniones a partir de un dominio de expresión discreto formado por el conjunto finito de términos lingüísticos que los expertos pueden usar para expresar sus opiniones. Por lo tanto, los cambios sobre las preferencias están limitados a la granularidad del conjunto de términos lingüísticos, lo que podría perjudicar el PAC.

El artículo asociado a esta parte se encuentra en la Sección 4.6.

3.2.4. Proceso de Alcance de Consenso con Expresiones Lingüísticas Comparativas Extendidas con Translación Simbólica

El anterior trabajo evidenció la falta de modelos de consenso que fueran capaces de modelar la incertidumbre y duda de los expertos en los problemas de TDG y sus PAC. Por ello, se propuso un modelo de consenso que modelaba las preferencias de los expertos mediante ELC y llevaba a cabo un mecanismo de generación de recomendaciones que se aplicaba directamente sobre estas expresiones. Sin embargo, la propuesta presentaba una importante limitación, ya que estas recomendaciones estaban limitadas por el dominio de expresión discreto que los expertos usan para expresar sus opiniones. Esta limitación podría suponer un obstáculo a la hora de alcanzar el consenso deseado. Este trabajo tiene como objetivo superar dicha limitación.

El nuevo modelo de consenso sustituye las ELC por la información ELICIT (ver Sección 3.1.2), lo que permite mantener la interpretabilidad de las ELC y emplear expresiones lingüísticas definidas bajo un dominio continuo de expresión y que por lo tanto no están limitadas exclusivamente al conjunto finito de términos que forma dicho dominio. Los procesos computacionales llevados a cabo en el modelo de consenso se realizan de una forma precisa y sin pérdida de información, gracias al uso de la representación difusa de las expresiones ELICIT.

Esta propuesta también incluye un mecanismo de generación de recomendaciones. En este caso, se identifican las alternativas donde existe mayor disenso dentro del grupo. Si el consenso colectivo sobre una alternativa está por debajo del umbral de consenso deseado, es

necesario recomendar a ciertos expertos que modifiquen sus opiniones sobre dicha alternativa. Los expertos que deberían modificar sus preferencias, son aquellos cuyas opiniones sobre las alternativas en disenso están más alejadas de la opinión del grupo. Una vez identificados los expertos y las alternativas, es necesario definir la recomendación de cambio sobre la preferencia. La propuesta incluye un proceso adaptativo que identifica si el cambio a aplicar debe ser más o menos drástico, un aspecto clave de nuestra contribución ya que, al contrario de otras propuestas existentes, la información ELICIT permite modificar las preferencias de los expertos en un dominio continuo. Mientras que otros modelos de consenso aplican el cambio en las preferencias de los expertos únicamente sobre los términos lingüísticos pertenecientes a un conjunto de términos lingüísticos predefinido que conforman un dominio discreto, nuestra propuesta puede utilizar el concepto de translación simbólica de la información ELICIT para aplicar los cambios en los valores continuos que existen entre los términos lingüísticos. Esto ayuda a generar recomendaciones más precisas, evitando modificaciones excesivas en las preferencias que pueden provocar una desviación de los resultados y un bloqueo en el proceso de consenso.

Para evaluar el funcionamiento de la propuesta, se procede a la resolución de un problema de TDG y a un posterior análisis comparativo con la propuesta presentada en la sección anterior, debido a la similitud entre ambas. La simulación llevada a cabo mediante el software AFRYCA 2.0 nos muestra excelentes resultados. Por una parte, el modelo de consenso es capaz de resolver el problema planteado en pocas rondas de debate y alcanzando un alto nivel de consenso. Ésto se consigue gracias al uso de información ELICIT, que permite llevar a cabo operaciones difusas que evitan la pérdida de información en el proceso de resolución y generar recomendaciones en su justa medida, evitando cambios excesivos en las preferencias que influyen negativamente en el acuerdo del grupo. Además, los cambios son aplicados sobre las expresiones ELICIT, lo que facilita su interpretación por parte de los expertos. El análisis comparativo también muestra un mejor funcionamiento con respecto a la propuesta anterior, ya que ésta última no es capaz de alcanzar el consenso deseado en el máximo número de rondas de debate predefinido.

El artículo asociado a esta parte se encuentra en la Sección 4.7.

3.2.5. Métrica basada en Modelos Integrales de Mínimo Coste para Procesos de Alcance de Consenso

Como hemos visto en trabajos anteriores, los PAC tienen gran importancia dentro de la TDG ya que, en muchas ocasiones, ciertos problemas de decisión requieren de una solución consensuada. Por esta razón, se han propuesto una gran cantidad de modelos de consenso en la literatura. El número de modelos de consenso es tal, que resulta realmente complejo decidir cual usar en la resolución de un problema de TDG. Además, no existe ningún tipo de medida

objetiva que permita evaluar el buen o mal funcionamiento de un PAC y que facilite dicha decisión. Este trabajo pretende superar esta limitación mediante la definición de una métrica que permita evaluar el desempeño de modelos de consenso.

La métrica propuesta inicialmente está basada en *modelos de consenso de mínimo coste* (MMC) [2, 3, 92]. Estos modelos definen el consenso como la mínima distancia entre las opiniones individuales de los expertos y la opinión colectiva y buscan minimizar el coste de modificar dichas opiniones mediante una función lineal. Por lo tanto, son capaces de obtener una solución en consenso modificando lo mínimo posible las opiniones iniciales de los expertos en base a un valor umbral predefinido de distancia máxima entre las opiniones de los expertos y la colectiva. Cuanto más pequeño es el valor de ese umbral, menor distancia entre las opiniones de los expertos y la colectiva y, consecuentemente, mayor será el nivel de acuerdo alcanzado en el grupo. Sin embargo, pequeñas distancias entre las opiniones individuales de los expertos y la opinión colectiva no siempre garantizan alcanzar el nivel de acuerdo deseado dentro del grupo.

Para resolver la anterior problemática, en este trabajo se proponen nuevos MMC que incluyen una restricción adicional relacionada con el cálculo del consenso dentro del grupo de expertos y que denominaremos *modelos de consenso integrales de mínimo coste* (MIMC). De esta forma, se garantiza que, en caso de encontrar una solución factible, ésta cumplirá con las necesidades de consenso que requiera el problema. En total se proponen cuatro MIMC en base a dos aspectos. El primer aspecto está relacionado con la medida de consenso que se utiliza para calcular el consenso dentro del grupo, que puede estar basada en la similitud entre la opinión de los expertos y la opinión colectiva o basada en la similitud entre expertos. El segundo aspecto está relacionado con el tipo de estructura de preferencia que los expertos usan para expresar sus opiniones. En este caso, consideramos dos posibles estructuras, las formadas por *vectores de utilidad* [65] o por *relaciones de preferencia difusas* [47].

El siguiente paso es definir una métrica para modelos de consenso. La métrica, denominada *métrica de coste de consenso*, podría emplear cualquiera de los cuatro modelos anteriormente descritos, la selección dependerá de las características del modelo de consenso a analizar. Una vez seleccionado el MIMC, éste proporcionará, si existe, la solución óptima del problema, que es aquella de menor coste o que requiere del menor cambio en las preferencias de los expertos en base a las condiciones de consenso y distancia fijadas para el problema de decisión. Posteriormente, la métrica compara esta solución óptima con la solución proporcionada por el modelo de consenso analizado, calculando la distancia entre ambas soluciones y devolviendo un valor entre -1 y 1. Si el valor resultante es 0, el modelo de consenso analizado proporciona la misma solución que el MIMC, es decir, la solución óptima. Si el resultado es 1, significa que el modelo de consenso proporciona una solución donde las preferencias de los expertos no han sido en ningún momento modificadas. Para valores intermedios, cuanto más cercano a uno, peor es la solución propuesta por el modelo de consenso. En el caso de los valores negativos, -1 representa la peor solución posible por exceso de coste, es decir, que las preferencias de los

expertos han sido modificadas en exceso. Para valores intermedios, cuanto más negativo el valor, peor solución.

Finalmente, para mostrar la utilidad de la métrica, se seleccionan una serie de modelos de consenso representativos con el objetivo de evaluar su funcionamiento sobre un problema de TDG. Las simulaciones llevadas a cabo por AFRYCA 2.0 demuestran que la nueva métrica puede utilizarse eficazmente para realizar comparaciones entre los PAC, ya que permite detectar situaciones anómalas en su rendimiento que no pueden detectarse con otros criterios.

El artículo asociado a esta parte se encuentra en la Sección 4.8.

3.3. Soporte a Problemas de Toma de Decisión en Grupo y Procesos de Alcance de Consenso

Los problemas de TD del mundo real son cada vez más complejos debido al continuo desarrollo de la sociedad. Los expertos a menudo tienen que hacer frente a problemas de decisión envueltos de incertidumbre y falta de información y que, en ocasiones, demandan soluciones en un breve periodo de tiempo. En estas condiciones, los expertos se encuentran expuestos a situaciones de alta presión que pueden afectar directamente a su comportamiento e influir negativamente en el proceso de decisión. Los sistemas de soporte a la decisión son creados con el objetivo de apoyar a los expertos y facilitar su labor en la toma de decisión.

En esta parte, mostraremos dos sistemas de soporte a la decisión que fueron desarrollados en el transcurso de esta tesis doctoral. Primeramente, introduciremos *AFRYCA 2.0*, una versión mejorada del software orientado al análisis de procesos de alcance consenso propuesto por Palomares et al. [49]. Esta nueva versión del software incluye nuevos modelos de consenso y características que permiten el tratamiento de un mayor número de problemas de TDG entre otras ventajas que serán desarrolladas de forma detallada en la siguiente sección. También presentaremos el sistema de soporte a la decisión APOLLO, acrónimo de “A grouP decisiOn fuzzy TOoL in support of cLimate change pOlicy making”, que permite resolver problemas de TDG relativos a políticas sobre el cambio climático.

3.3.1. Software para el Análisis de Procesos de Alcance de Consenso: AFRYCA 2.0

Los PAC son fundamentales cuando se requieren soluciones consensuadas en problemas de TDG. Existen múltiples modelos de consenso propuestos en la literatura que simulan estos PAC y sirven como herramienta de soporte a los expertos en la resolución del problema. Sin embargo, la mayoría de estos modelos tienen una estructura algorítmica compleja compuesta por diferentes pasos, por lo que los expertos no pueden dedicar el ya escaso tiempo que tienen en determinar qué modelo de consenso usar y llevar a cabo manualmente todos los cálculos

relativos al funcionamiento del mismo. Con esta idea, se diseñó inicialmente AFRYCA [49], acrónimo de “A FRamework for the analYsis of Consensus Approaches”, un sistema de soporte a la decisión que incluye diferentes modelos de consenso que permiten simular un PAC real. Sus principales objetivos son (i) descubrir las ventajas y desventajas de los modelos de consenso, (ii) determinar el modelo más adecuado para un problema de TDG específico y (iii) llevar a cabo comparaciones entre los diferentes modelos.

El uso de AFRYCA en múltiples situaciones de TDG evidenció ciertas carencias en el software, como una tecnología obsoleta, una estructura compleja que dificulta la inclusión de nuevos modelos de consenso y sus parámetros, la imposibilidad de modificar por parte del usuario varios parámetros relevantes de la simulación, falta de información sobre los resultados de dicha simulación y la incapacidad de analizar los modelos de forma más detallada. Con todas estas limitaciones en mente, en este trabajo se presenta una versión mejorada del software, AFRYCA 2.0.

La versión 2.0 de AFRYCA presenta las siguientes ventajas con respecto a su predecesora:

- *Migración e independencia:* AFRYCA 2.0 se desarrolla bajo la nueva rama 4.0 de Eclipse RCP [15] que incluye varias novedades a nivel tecnológico como la inyección de dependencias, servicios declarativos, aplicación del modelo, etc. Además, la primera versión de AFRYCA hacía uso de librerías externas para ciertas funcionalidades como el uso del lenguaje estadístico de programación R [55], lo que dificultaba su migración a otras plataformas. En la versión 2.0, el lenguaje se incorpora de forma nativa, por lo que el entorno estadístico puede seleccionarse en tiempo de ejecución.
 - *Inclusión de nuevos modelos:* AFRYCA 2.0 incorpora un nuevo mecanismo más simple para añadir nuevos modelos de consenso al software. Ahora es posible definir todos los parámetros asociados al modelo y aplicarles una serie de restricciones y relaciones entre ellos, evitando que los usuarios tengan que comprobar manualmente si todos los valores son correctos. Además, se han incluido dos nuevos modelos de consenso en el software [50, 51].
 - *Configuración de comportamientos:* AFRYCA 2.0 otorga mayor flexibilidad en la configuración de la simulación del comportamiento de expertos, siendo posible modelar la distribución de probabilidad asociada a ellos. También se ha facilitado el mecanismo para incluir nuevos comportamientos y se ha incluido uno nuevo denominado *adverso*, que permite simular expertos reticentes a aceptar las recomendaciones.
 - *Evolución de los PAC:* la primera versión de AFRYCA visualizaba el estado de las preferencias de los expertos al final del PAC. Sin embargo, AFRYCA 2.0 muestra dicha visualización para cada una de las rondas de debate necesarias en el transcurso del PAC.
 - *Métricas:* en AFRYCA 2.0 se incluyen varias métricas que permiten estudiar diferentes aspectos de los modelos de consenso y analizar su funcionamiento.
-

Este trabajo también incluye un estudio experimental donde se llevan a cabo varias simulaciones de PAC en diferentes problemas de TDG con el objetivo de mostrar las nuevas características y ventajas de AFRYCA 2.0.

Cabe destacar que, en el transcurso de esta tesis, se ha ido mejorando de forma constante el software, incluyendo nuevas características como una visualización tridimensional de las preferencias de los expertos, inclusión de nuevos modelos de consenso, soporte para nuevos tipos de estructuras de preferencia, etc. Actualmente, el software está en proceso de registro para el reconocimiento de su autoría.

El artículo asociado a esta parte se encuentra en la Sección 4.9.

3.3.2. Software para el Soporte de Problemas de Decisión basados en Política Climática: APOLLO

Hoy en día, muchos de los problemas más importantes de TD están relacionados con cuestiones de sostenibilidad. Los efectos del cambio climático son cada vez más evidentes y sus repercusión en nuestra sociedad, economía y medio ambiente a día de hoy y en el futuro es una de nuestras principales preocupaciones. Este reto se ha abordado mediante diferentes políticas climáticas. Sin embargo, su enorme complejidad hace que los expertos deban evaluar los riesgos de aplicar diferentes políticas en una determinada zona geográfica, dejándose llevar por una serie de suposiciones que no reflejan las limitaciones del mundo real. Este trabajo se centra en reducir dicha complejidad mediante el desarrollo de un sistema de soporte a la decisión enfocado a políticas climáticas denominado APOLLO.

El principal objetivo de APOLLO es facilitar el proceso de consenso de un grupo de expertos para alcanzar la mejor solución posible en un problema de TDG relacionado con cuestiones climáticas. Para ello, APOLLO presenta un esquema de resolución dividido en varios pasos:

1. *Definición del problema:* en este paso se define el problema de TDG y todos los elementos relacionados con el mismo, las alternativas, los criterios para evaluarlas, expertos o dominios de expresión. Concretamente, APOLLO se centra en el modelado de preferencias mediante información lingüística con el objetivo de facilitar la labor de los expertos.
 2. *Asignación de dominios de expresión:* en esta fase los dominios de expresión creados en la primera etapa son asignados a los diferentes expertos. De esta forma, los expertos pueden usar el dominio de expresión con el que se sientan más cómodos a la hora de expresar su conocimiento.
 3. *Consenso:* las políticas climáticas afectan al conjunto de la sociedad, por lo que las soluciones consensuadas son mucho más valoradas. APOLLO mide el nivel de consenso
-

en el grupo de expertos, llevando a cabo un PAC si éste no alcanza el valor deseado y con el objetivo de que los expertos modifiquen sus preferencias iniciales e incrementen el acuerdo entre ellos.

4. *Valoración*: finalmente, en esta etapa APOLLO lleva a cabo la resolución del problema de TDG mediante el método lingüístico TOPSIS 2-tupla [62] proporcionando un ranking de las alternativas en base a las opiniones consensuadas de los expertos.

El funcionamiento de APOLLO se pone a prueba mediante la resolución de un caso de estudio real relacionado con la descarbonización de la producción de hierro y acero en Austria. En el caso de estudio se pretende facilitar el camino de la transición de la industria siderúrgica austriaca, priorizando los riesgos asociados a esta transición mediante la participación de las partes interesadas en un proceso que proporcionará información sobre lo que más temen los actores clave del sistema. Se consideran un total de veinticinco riesgos posibles que son evaluados en base a cuatro criterios diferentes. APOLLO permite detectar los desacuerdos que existen en el grupo de expertos, simular un PAC que sirva de apoyo a estos últimos para modificar sus preferencias y alcanzar un mayor nivel de acuerdo y, por último, ofrecer un ranking de los diferentes riesgos. Todo ello sin perder de vista que el software hace uso de información lingüística en todo momento, lo que facilita la comprensión de los resultados por parte de los expertos.

El artículo asociado a esta parte es se encuentra en la Sección 4.10.

Capítulo 4

Publicaciones

En virtud de lo establecido en el artículo 25, punto 2, de la normativa vigente para los Estudios de Doctorado de la Universidad de Jaén, correspondiente al programa RD. 99/2011, en este capítulo se presentan las publicaciones que componen el núcleo de la presente tesis doctoral.

Dichas publicaciones se corresponden con nueve artículos científicos publicados en Revistas Internacionales indexadas por la base de datos JCR (Journal Citation Reports), producida por Clarivate Analytics y un artículo publicado en una revista internacional indexada en Scopus.

4.1. Perspectiva General del Modelado Difuso de las Preferencias Lingüísticas Complejas en la Toma de Decisión

- Referencia: R. M. Rodríguez, Á. Labella and L. Martínez. An overview on fuzzy modelling of complex linguistic preferences in decision making. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 9(sup1), 81-94, 2016.
- Resumen: Decision makers involved in complex decision making problems usually provide information about their preferences by eliciting their knowledge with different assessments. Usually, the complexity of these decision problems implies uncertainty that in many occasions has been successfully modelled by means of linguistic information, mainly based on fuzzy based linguistic approaches. However, classically these approaches just allow the elicitation of simple assessments composed by either one label or a modifier with a label. Nevertheless, the necessity of more complex linguistic expressions for eliciting decision makers' knowledge has led to some extensions of classical approaches that allow the construction of expressions and elicitation of preferences in a closer way to human beings cognitive process. This paper provides an overview of the broadest fuzzy linguistic approaches for modelling complex linguistic preferences together some challenges that future proposals should achieve to improve complex linguistic modelling in decision making.
- DOI: 10.1080/18756891.2016.1180821

4.2. Computación con Expresiones Lingüísticas Comparativas y Traducción Simbólica en la Toma de Decisión: Información ELICIT

- Referencia: Á. Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez. Computing with comparative linguistic expressions and symbolic translation for decision making: ELICIT information. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 28(10), 2510-2522, 2019.
 - Resumen: Many real-world decision making (DM) problems present changing contexts in which uncertainty or vagueness appear. Such uncertainty has been often modeled based on the linguistic information by using single linguistic terms. Dealing with linguistic information in DM demands processes of computing with words whose main characteristic is to emulate human beings reasoning processes to obtain linguistic outputs from linguistic inputs. However, often single linguistic terms are limited or do not express properly the expert's knowledge, being necessary to elaborate richer linguistic expressions easy to understand and able to express greater amount of knowledge, as it is the
-

case of the comparative linguistic expressions based on hesitant fuzzy linguistic terms sets. Nevertheless, current computational models for comparative linguistic expressions present limitations both from understandability and precision points of view. The 2-tuple linguistic representation model stands out in these aspects because of its accuracy and interpretability dealing with linguistic terms, both related to the use of the symbolic translation, although 2-tuple linguistic values are still limited by the use of single linguistic terms. Therefore, the aim of this article is to present a new fuzzy linguistic representation model for comparative linguistic expressions that takes advantage of the goodness of the 2-tuple linguistic representation model and improve the interpretability and accuracy of the results in computing with words processes, resulting the so-called extended comparative linguistic expressions with symbolic translation. Taking into account the proposed model, a new computing with words approach is presented and then applied to a DM case study to show its performance and advantages in a real case by comparing with other linguistic decision approaches.

- DOI: 10.1109/TFUZZ.2019.2940424

4.3. Agregación de Atributos Interrelacionados en la Toma de Decisión Multiatributo con Información ELICIT basada en la Media de Bonferroni y sus Variantes

- Referencia: B. Dutta, Á Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez Aggregating interrelated attributes in multi-attribute decision-making with ELICIT information based on Bonferroni mean and its variants. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 12(2), 1179-1196, 2019.
 - Resumen: In recent times, to improve the interpretability and accuracy of computing with words processes, a rich linguistic representation model has been developed and referred to as Extended Comparative Linguistic Expressions with Symbolic Translation (ELICIT). This model extends the definition of the comparative linguistic expressions into a continuous domain due to the use of the symbolic translation concept related to the 2-tuple linguistic model. The aggregation of ELICIT information via a suitable rule that reflects the underlying interrelation among the aggregated information in output is the key tool to design decision-making algorithm for solving multi-attribute decision-making problems under linguistic information. In this study, we introduce three aggregation operators for aggregating ELICIT information in aim of capturing three different types of interrelationship patterns among inputs, which we refer to as ELICIT Bonferroni mean, ELICIT extended Bonferroni mean and ELICIT partitioned Bonferroni mean. Further, the key aggregation properties of these proposed operators are
-

investigated with the proposal of weighted forms. Based on the proposed aggregation operators, an approach for solving multi-attribute decision-making problems, in which attributes are interrelated is developed. Finally, a didactic example is presented to illustrate the working of the proposal and demonstrate its feasibility.

- DOI: 10.2991/ijcis.d.190930.002

4.4. Análisis del Desempeño de los Modelos Clásicos de Consenso en la Toma de Decisión en Grupo a Gran Escala: Un Estudio Comparativo

- Referencia: Á. Labella, Y. Liu, R. M. Rodríguez and L. Martínez. Analyzing the performance of classical consensus models in large scale group decision making: A comparative study. *Applied Soft Computing*, 67, 677-690, 2018.
- Resumen: Consensus reaching processes (CRPs) in group decision making (GDM) attempt to reach a mutual agreement among a group of decision makers before making a common decision. Different consensus models have been proposed by different authors in the literature to facilitate CRPs. Classical CRP models focus on achieving an agreement on GDM problems in which few decision makers participate. However, nowadays, societal and technological trends that demand the management of larger scale of decision makers add new requirements to the solution of consensus-based GDM problems. This paper presents a comparative study of different classical CRPs applied to large-scale GDM in order to analyze their performance and find out which are the main challenges that these processes face in large-scale GDM. Such analyses will be developed in a java-based framework (AFRYCA 2.0) simulating different scenarios in large scale GDM.
- DOI: 10.1016/j.asoc.2017.05.045

4.5. Proceso de Consenso a Gran Escala Gestionando las Dudas del Grupo

- Referencia: R. M. Rodríguez, Á. Labella, G. De Tré and L. Martínez. A large scale consensus reaching process managing group hesitation. *Knowledge-Based Systems*, 159, 86-97, 2018.
 - Resumen: Nowadays due to the social networks and the technological development, large-scale group decision making (LS-GDM) problems are fairly common and decisions that may affect to lots of people or even the society are better accepted and more appreciated if they agreed. For this reason, consensus reaching processes (CRPs) have
-

attracted researchers attention. Although, CRPs have been usually applied to GDM problems with a few experts, they are even more important for LS-GDM, because differences among a big number of experts are higher and achieving agreed solutions is much more complex. Therefore, it is necessary to face some challenges in LS-GDM. This paper presents a new adaptive CRP model to deal with LS-GDM which includes: (i) a clustering process to weight experts' sub-groups taking into account their size and cohesion, (ii) it uses hesitant fuzzy sets to fuse expert's sub-group preferences to keep as much information as possible and (iii) it defines an adaptive feedback process that generates advice depending on the consensus level achieved to reduce the time and supervision costs of the CRP. Additionally, the proposed model is implemented and integrated in an intelligent CRP support system, so-called AFRYCA 2.0 to carry out this new CRP on a case study and compare it with existing models.

- DOI: 10.1016/j.knosys.2018.06.009

4.6. Proceso de Alcance de Consenso Tratando con Expresiones Lingüísticas Comparativas en la Toma de Decisión en Grupo: Un Enfoque Difuso

- Referencia: Á. Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez. A consensus reaching process dealing with comparative linguistic expressions for group decision making: A fuzzy approach. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 38(1), 735-748, 2020.
 - Resumen: Group Decision Making (GDM) deals with decision problems in which multiple experts, with their own attitudes and knowledge, evaluate different alternatives or solutions with the aim of achieving a common solution. In such cases disagreements can appear, which might led to failed solutions. To manage such conflicts, Consensus Reaching Processes (CRPs) have been added to the GDM solving process. GDM problems under uncertainty often model uncertainty by linguistic descriptors, being most of linguistic based CRPs based on the use of single linguistic terms for modelling experts' opinions, which cannot be expressive enough in some situations because of either the uncertainty involved or the experts' hesitancy. Therefore, this paper aims to fill this gap by proposing a novel consensus model dealing with GDM problems in which experts' preferences are elicited by means of Comparative Linguistic Expressions (CLEs) based on Hesitant Fuzzy Linguistic Term Sets, which allow to model the experts' hesitancy in a flexible way. Furthermore, CLEs are modelled by fuzzy membership functions in order to keep the fuzzy representation in the whole CRP and preserve as much information as possible. Additionally, the proposed model is implemented and integrated in an intelligent CRP support system, so-called AFRYCA 3.0 to carry out a case study
-

about this new CRP and compare it with previous models.

- DOI: 10.3233/JIFS-179445

4.7. Modelo de Consenso para Expresiones Lingüísticas Comparativas con Translación Simbólica

- Referencia: Á. Labella, R. M. Rodríguez, A. A. Alzahrani and L. Martínez. A Consensus Model for Extended Comparative Linguistic Expressions with Symbolic Translation. *Mathematics*, 8(12), 2198, 2020.
- Resumen: Consensus Reaching Process (CRP) is a necessary process to achieve agreed solutions in group decision making (GDM) problems. Usually, these problems are defined in uncertain contexts, in which experts do not have a full and precise knowledge about all aspects of the problem. In real-world GDM problems under uncertainty, it is usual that experts express their preferences by using linguistic expressions. Consequently, different methodologies have modelled linguistic information, in which computing with words stands out and whose basis is the fuzzy linguistic approach and their extensions. Even though, multiple consensus approaches under fuzzy linguistic environments have been proposed in the specialized literature, there are still some areas where their performance must be improved because of several persistent drawbacks. The drawbacks include the use of single linguistic terms that are not always enough to model the uncertainty in experts' knowledge or the oversimplification of fuzzy information during the computational processes by defuzzification processes into crisp values, which usually implies a loss of information and precision in the results and also a lack of interpretability. Therefore, to improving the effects of previous drawbacks, this paper aims at presenting a novel CRP for GDM problems dealing with Extended Comparative Linguistic Expressions with Symbolic Translation (ELICIT) for modelling experts' linguistic preferences. Such a CRP will overcome previous limitations because ELICIT information allows both fuzzy modelling of the experts' uncertainty including hesitancy and performs comprehensive fuzzy computations to, ultimately, obtain precise and understandable linguistic results. Additionally, the proposed CRP model is implemented and integrated into the CRP support system so-called A FFramework for the anaLYsis of Consensus Approaches (AFRYCA) 3.0 that facilitates the application of the proposed CRP and its comparison with previous models.

- DOI: 10.3390/math8122198
-

4.8. Métrica de Coste para Procesos de Alcance de Consenso basada en Modelos Integrales de Mínimo Coste

- Referencia: Á. Labella, H. Liu, R. M. Rodríguez and L. Martínez. A cost consensus metric for consensus reaching processes based on a comprehensive minimum cost model. *European Journal of Operational Research*, 281(2), 316-331, 2020.
- Resumen: Consensus Reaching Processes (CRPs) have recently acquired much more importance within Group Decision Making real-world problems because of the demand of either agreed or consensual solutions in such decision problems. Hence, many CRP models have been proposed in the specialized literature, but so far there is not any clear objective to evaluate their performance in order to choose the best CRP model. Therefore, this research aims at developing an objective metric based on the cost of modifying experts' opinions to evaluate CRPs in GDM problems. First, a new and comprehensive minimum cost consensus model that considers distance to global opinion and consensus degree is presented. This model obtains an optimal agreed solution with minimum cost but this solution is not dependent on experts' opinion evolution. Therefore, this optimal solution will be used to evaluate CRPs in which experts' opinion evolution is considered to achieve an agreed solution for the GDM. Eventually, a comparative performance analysis of different CRPs on a GDM problem will be provided to show the utility and validity of this cost metric.
- DOI: 10.1016/j.ejor.2019.08.030

4.9. AFRYCA 2.0: Un Sistema de Soporte a la Decisión Mejorada para los Procesos de Consenso

- Referencia: Á. Labella, F. J. Estrella and L. Martínez. AFRYCA 2.0: an improved analysis framework for consensus reaching processes. *Progress in Artificial Intelligence*, 6(2), 181-194, 2017.
 - Resumen: Consensus reaching processes (CRPs) are increasingly important in the resolution of group decision-making (GDM) problems. There are many proposals of CRPs models with different characteristics, being difficult either to choose the most adequate for a given GDM problem or for making comparisons among them. For this reason, AFRYCA was proposed as a framework able to carry out comparison analyses and studies of CRPs in GDM problem resolution. This paper presents AFRYCA 2.0 which overcomes some limitations identified in the previous version. This new version incorporates new features for the analysis of CRPs, and increases its functionality, resulting a
-

more powerful framework. Additionally, to show the usefulness and effectiveness of the new functionality of AFRYCA 2.0, an experimental study is carried out.

- DOI: 10.1007/s13748-016-0108-y

4.10. APOLLO: Una Herramienta de Soporte para la Toma de Decisión Multi-criterio Difusa en Política Climática

- Referencia: Á. Labella, K. Koasidis, A. Nikas, A. Arsenopoulos and H. Doukas. APOLLO: A Fuzzy Multi-criteria Group Decision-Making Tool in Support of Climate Policy. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 13(1), 1539-1553, 2020.
 - Resumen: Multi-criteria decision-making is a daily process in everyday life, in which different alternatives are evaluated over a set of conflicting criteria. Decision-making is becoming increasingly complex, and the apparition of uncertainty and vagueness is inevitable, especially when related to sustainability issues. To model such lack of information, decision makers often use linguistic information to express their opinions, closer to their way of thinking, giving place to linguistic decision-making. However, the participation of multiple experts usually involves disagreements within the group, leading to unreliable solutions. To assist in decision-making and reduce such complexities, A group decision fuzzy TOOL in support of climate change policy making (APOLLO), a fuzzy decision support system, is introduced to deal with such problems in climate change and policy. The tool implements a framework for group decision-making, using 2-tuple Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution (TOPSIS), coupled with a new consensus measuring model to increase robustness of selected solutions. The operation of the software tool is showcased in a real case carried out in Austria, where stakeholders were asked to assess the risks embedded in pathways for decarbonizing the country's iron and steel sector. Results indicate that a coherent strategy addressing funding and competition issues is necessary, with experts displaying a consensus level of 85 % in that these risks are the most threatening for the transition.
 - DOI: 10.2991/ijcis.d.200924.002
-

Capítulo 5

Conclusiones y Trabajos Futuros

Para concluir esta memoria expondremos las diferentes conclusiones extraídas en el transcurso de esta investigación, junto con los posibles trabajos futuros que pueden abordarse a partir de los resultados obtenidos.

5.1. Conclusiones

La creciente complejidad en problemas de *Toma de Decisión en Grupo* (TDG) da lugar a la aparición de incertidumbre, que dificulta significativamente la labor de los expertos a la hora de expresar sus opiniones. El modelado lingüístico de las preferencias permite representar dicha incertidumbre de una manera satisfactoria, dando lugar a la *Toma de Decisión Lingüística*. Sin embargo, a pesar de las bondades que presentan los modelos de representación lingüísticos actuales enfocados a problemas de TDG, éstos también presentan diferentes limitaciones en términos de interpretabilidad y/o precisión.

El primer objetivo de esta memoria de investigación consistía en proponer un modelo de representación lingüístico que permitiera superar dichas limitaciones en TDG en contextos lingüísticos. Para lo cual, se ha propuesto el uso de Expresiones Lingüísticas Comparativas Extendidas con Traducción Simbólica (ELICIT), que han permitido mejorar la flexibilidad de las expresiones de los expertos, al ser similares al modelo cognitivo de los seres humanos. Además, su modelo computacional, junto con los operadores de agregación propuestos basados en él, han facilitado la obtención de resultados interpretables y más precisos que en los modelos existentes en la literatura.

Otro de los objetivos marcados era mejorar los *Procesos de Alcance de Consenso* (PAC) en contextos de incertidumbre. En primer lugar, se llevó a cabo un estudio sobre el uso de modelos de consenso clásicos, orientados a problemas de TDG con pocos expertos, en problemas de TDG a gran escala. Este estudio mostró que los modelos clásicos tienen importantes limitaciones y no son capaces de adaptarse a las peculiares características de este tipo de problemas. Por lo que, en primer lugar, se diseñó un modelo de consenso para problemas de TDG

a gran escala capaz de afrontar el reto de la escalabilidad mediante la generación de subgrupos de expertos y que propone una nueva medida de cohesión para estos últimos que mejora la convergencia de las opiniones hacia el acuerdo. Posteriormente se han propuesto dos modelos de consenso lingüísticos con expresiones lingüísticas comparativas y ELICIT, que facilitan el modelado lingüístico de las preferencias de los expertos y mejoran la interpretabilidad y precisión de los resultados.

El siguiente objetivo de esta memoria, se basaba en la definición de una métrica que permitiese evaluar el desempeño de distintos modelos de consenso. Por lo que, en primer lugar, se definió el concepto de *modelo integral de mínimo coste*, un modelo basado en programación lineal capaz de obtener la solución óptima de un PAC. A partir de dicho concepto, se desarrolló una métrica de coste que permite evaluar de una forma objetiva el desempeño de distintos PAC sobre un problema de TDG.

Los modelos y herramientas definidas anteriormente se han aplicado a problemas de decisión del mundo real, tal y como indicaba el cuarto objetivo de esta investigación, habiéndose obtenido resultados satisfactorios que proporcionan nuevas soluciones a problemas de TDG que antes no podían ser obtenidas y que mejoran los resultados de modelos del estado del arte.

Finalmente, se han implementado dos sistemas de soporte a la decisión para automatizar y facilitar la resolución de PAC y problemas de TDG anteriores, tal y como pretendía el último objetivo de nuestra investigación. El primer sistema implementado es AFRYCA 2.0, un sistema de carácter general que permite la simulación y análisis de PAC para TDG de cualquier tipo. El segundo sistema, APOLLO, es un sistema de ayuda a problemas de TDG enfocados a políticas climáticas, siendo único en su campo de acuerdo a sus características y funcionalidad.

Por tanto, cabe destacar que se han alcanzado todos los objetivos definidos al inicio de esta memoria de investigación proporcionando herramientas, modelos y resultados que mejoran el estado del arte anterior a nuestra investigación y abren la posibilidad a nuevas investigaciones como las descritas en la siguiente sección.

5.2. Trabajos Futuros

A partir de los resultados obtenidos en esta investigación, se pueden definir posibles trabajos que continúen con la investigación realizada a lo largo de esta tesis doctoral. Estos trabajos futuros son:

- Extender el modelo computacional ligado al modelo de representación lingüístico ELICIT mediante la definición de nuevos operadores de agregación.
 - Estudiar nuevos tipos de problemas de decisión, como los de clasificación (sorting), cuyo objetivo es proporcionar una clasificación de las alternativas en diferentes clases y
-

proponer nuevas metodologías que permitan su resolución y aplicarlas a problemas del mundo real.

- Proponer nuevos modelos de consenso que se enfrenten a diferentes retos relacionados con los problemas de toma de decisión actuales como la polarización de opiniones o las opiniones minoritarias.
- Desarrollar nuevas métricas para modelos de consenso que modelen las preferencias de los expertos mediante información lingüística.
- Incrementar la funcionalidad del sistema de ayuda a la decisión AFRYCA 2.0 con la inclusión de nuevos modelos de consenso, tipos de comportamiento y otras nuevas funcionalidades.
- Aumentar la funcionalidad del software APOLLO mediante la inclusión de nuevos modelos de decisión y consenso y posteriormente usarlo en la resolución de distintos problemas relacionados con el cambio climático del mundo real.
- Realizar el proceso de registro de APOLLO para que sea reconocida su autoría.

5.3. Publicaciones Adicionales

En el desarrollo de esta investigación se han presentado otras publicaciones que no han sido recogidas en esta memoria y que enumeramos a continuación:

- En revistas internacionales
 - R. M. Rodríguez, A. Labella, B. Dutta y L. Martínez. Comprehensive minimum cost models for large scale group decision making with consistent fuzzy preference relations. *Knowledge-Based Systems*, 106780, 2021.
 - A. Labella, A. Ishizaka y L. Martínez. Consensual Group-AHPSort: Applying consensus to GAHPSort in sustainable development and industrial engineering. *Computers & Industrial Engineering*, 152, 107013, 2021.
 - A. L. Moreno-Albarracín, A. Licerán-Gutierrez, C. Ortega-Rodríguez, A. Labella y R. M. Rodríguez. Measuring What Is Not Seen—Transparency and Good Governance Nonprofit Indicators to Overcome the Limitations of Accounting Models. *Sustainability*, 12(18): 7275, 2020.
 - A. Labella, J. C. Rodríguez-Cohard, J. D. Sánchez-Martínez y L. Martínez. An AHPSort II Based Analysis of the Inequality Reduction within European Union. *Mathematics*, 8(4): 646, 2020.
-

- A. Labella, R. M. Rodríguez y L. Martínez. Extending the linguistic decision suite FLINTSTONES to deal with comparative linguistic expressions with symbolic translation information. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 39: 6245–6258, 2020.
 - L. Wang, A. Labella, R. M. Rodríguez, Y. M. Ming Wang y L. Martínez. Managing non-homogeneous information and experts' psychological behavior in group emergency decision making. *Symmetry*, 9(10): 234, 2017.
 - En congresos internacionales
 - A. Labella, R. M. Rodríguez y L. Martínez. Green Supplier Selection by means of a Decision Making Method based on ELICIT Information. En 14th International Conference FLINS Conference, 750-758, World Scientific, 2020.
 - A. Labella, D. Uztürk, R. M. Rodríguez, G. Büyüközkan y L. Martínez. Product development partner selection based on ELICIT information, En 14th International Conference FLINS Conference, 767-775, World Scientific, 2020.
 - A. Nikas, A. Arsenopoulos, H. Doukas y A. Labella. Prioritisation of risks associated with decarbonisation pathways for the Austrian iron and steel sector using 2-tuple TOPSIS, En 14th International Conference FLINS Conference, 776-783, World Scientific, 2020.
 - A. L. Moreno-Albarracín, C. Ortega-Rodríguez, A. Licerán-Gutiérrez, A. Labella y Luis Martínez. How are donations managed? A proposal of transparency measurement for non-profit organizations in a Spanish setting. En XIX Encuentro Internacional de la Asociación Española de Profesores Universitarios de Contabilidad, 2020.
 - A. Labella, H. Liu, R. M. Rodríguez, L. Martínez. Comprehensive Minimum Cost Models Based on Consensus Measures. En The international virtual workshop of business analytics EUREKA 2019, 2019.
 - A. Labella, A. Ishizaka y L. Martínez. Consensual Group-AHPSort. En 30th European Conference on Operational Research, 2019
 - A. Labella, R. M. Rodríguez y L. Martínez. A Comparative Performance Analysis of Consensus Models Based on a Minimum Cost Metric. En International Conference on Intelligent and Fuzzy Systems, 1506-1514. Springer, Cham, 2020.
 - A. Labella, R. M. Rodríguez y L. Martínez. A Novel Linguistic Cohesion Measure for Weighting Experts' Subgroups in Large-Scale Group Decision Making Methods. En 2019 IEEE 14th International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering (ISKE), 9-15. IEEE, 2019.
-

-
- A. Labella, R. M. Rodríguez y L. Martínez. An Adaptive Consensus Reaching Process Dealing with Comparative Linguistic Expressions in Large-scale Group Decision Making. En 11th Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT 2019), 170-177. Atlantis Press, 2019.
 - A. Labella y L. Martínez. FLINTSTONES 2.0 an Open and Comprehensive Fuzzy Tool for Multi-criteria Decision Analysis. En International Conference on Intelligent and Fuzzy Systems, 762-769. Springer, Cham, 2019.
 - D. Uztürk, A. Labella, G. Büyükoçkan y L. Martinez. Fuzzy linguistic integrated methodology for sustainable hospital building design. En International Conference on Intelligent and Fuzzy Systems, 1180-1188. Springer, Cham, 2019.
 - A. Labella, R. M. Rodríguez, G. De Tré y L. Martínez. A Cohesion Measure for Improving the Weighting of Experts' subgroups in Large-scale Group Decision Making Clustering Methods. En 2019 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE), 1-6. IEEE, 2019.
 - R. Yera, A. Labella, J. Castro y L. Martínez. On group recommendation supported by a minimum cost consensus model. En Data Science and Knowledge Engineering for Sensing Decision Support: Proceedings of the 13th International FLINS Conference (FLINS 2018), 11: 227, 2018.
 - A. Labella y L. Martínez. A new visualization for preferences evolution in group decision making. En Data Science And Knowledge Engineering For Sensing Decision Support-Proceedings Of The 13th International FLINS Conference, 11: 235. World Scientific, 2018.
 - A. Labella y L. Martínez. AFRYCA 3.0: An improved framework for consensus analysis in group decision making. En International Conference on Intelligent Decision Technologies, 76-86. Springer, Cham, 2018.
 - A. Labella, L. Martínez y R. M. Rodríguez. Can classical consensus models deal with large scale group decision making?. En 2017 12th International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering (ISKE), 1-7. IEEE, 2017.
 - L. Wang, A. Labella, R. M. Rodríguez y Luis Martínez. An emergency group decision making method based on prospect theory. En 14th Information Systems for Crisis Response and Management (ISCRAM), 2017.
- **Congresos nacionales**
- A. Labella, R. M. Rodríguez y L. Martínez. Uso de expresiones lingüísticas comparativas en AFRYCA 3.0. En XVIII Conferencia de la Asociación Española para la Inteligencia Artificial (CAEPIA 2018) 23-26 de octubre de 2018 Granada, España (pp. 341-346). Asociación Española para la Inteligencia Artificial (AEPIA), 2018.
-

- R. M. Rodríguez, Á. Labella y L. Martínez. Un modelo de consenso para toma de decisiones en grupo a gran escala usando conjuntos difusos dudosos. En XVIII Conferencia de la Asociación Española para la Inteligencia Artificial (CAEPIA 2018) 23-26 de octubre de 2018 Granada, España (pp. 316-321). Asociación Española para la Inteligencia Artificial (AEPIA).
- A. Labella, F. J. Estrella y L. Martínez. AFRYCA 2.0: Análisis de Procesos de Alcance de Consenso. En XVII Conferencia de la Asociación Española para la Inteligencia Artificial (CAEPIA 2016) 14-15 de septiembre de 2016 Salamanca, España (pp. 573-582). Asociación Española para la Inteligencia Artificial (AEPIA), 2016.
- F. J. Estrella, R. M. Rodríguez, A. Labella y L. Martínez. Un Sistema Basado en FLINTSTONES para Procesos de Selección Mediante un Modelo Difuso TOPSIS. En XVI Conferencia de la Asociación Española para la Inteligencia Artificial (CAEPIA 2015) 9-12 de noviembre de 2015 Albacete, España (pp. 491-500). Asociación Española para la Inteligencia Artificial (AEPIA), 2015.

5.4. Reconocimientos

Cabe destacar que algunos de los trabajos elaborados a lo largo de esta tesis doctoral recibieron un reconocimiento por parte de la comunidad científica. En particular, dos presentados en congresos internacionales, el primero titulado “FLINTSTONES 2.0 an Open and Comprehensive Fuzzy Tool for Multi-criteria Decision Analysis” expuesto en la *International Conference on Intelligent and Fuzzy Systems* en Estambul, Turquía, que recibió el premio *Best student paper award*. Por otro lado, el artículo titulado “A Novel Linguistic Cohesion Measure for Weighting Experts’ Subgroups in Large-Scale Group Decision Making Methods”, presentado en la *IEEE 14th International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering*, en Dalian, China, recibió el premio *Best paper award*. Además, el software desarrollado en esta tesis doctoral, AFRYCA 2.0, recibió en 2017 el premio en la modalidad *Mejor aplicación* en los *III Premios Ada Lovelace en Tecnologías de la Información y la Comunicación de la Universidad de Jaén*. Todos los diplomas asociados a los anteriores reconocimientos se incluyen a continuación.

Best Student Paper Award

Dear

Álvaro Labella & Luis Martinez,

INFUS community would like to thank you for taking part at International Conference on Intelligent and Fuzzy Systems organized by Industrial Engineering Department of Istanbul Technical University in July 23-25, 2019 at Istanbul, Turkey.

Your research,

**“FLINTSTONES 2.0 an Open and Comprehensive Fuzzy Tool
for Multi-Criteria Decision Analysis”**

has been selected to be the best student paper presented at INFUS 2019.

INFUS

International Conference on
Intelligent and Fuzzy Systems



Istanbul Technical University

Faculty of Management
Industrial Engineering Department



Prof.Dr.Cengiz Kahraman

Conference
Chair



IEEE 14th International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering
(ISKE2019)

BEST PAPER AWARD

Presented to:

Alvaro Labella, Rosa M. Rodríguez, Luis Martínez

Paper Title:

A Novel Linguistic Cohesion Measure for Weighting Experts' subgroups in Large-scale
Group Decision Making Methods (SS14: Fuzzy decision making)

Date: November 14-16, 2019

Location: Dalian, China

Li Zou

Li Zou

Chair of International Program Committee
of ISKE2019

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Jie Lu', written over a horizontal line.

Jie Lu

Chair of ISKE2019 Steering Committee



Universidad
de Jaén



CENTRO DE ESTUDIOS AVANZADOS EN
TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN
Y LA COMUNICACIÓN

D. ÁLVARO LABELLA ROMERO

con DNI Nº: 77348227D

Ha quedado como ganador en los III Premios Ada Lovelace en Tecnologías de la Información y la Comunicación de la Universidad de Jaén, en la modalidad a la mejor aplicación, por su propuesta "AFRYCA: A Framework for the analysis of Consensus Approaches", organizados por el CEATIC, y para que conste a los efectos oportunos, se expide el presente:

CERTIFICADO GANADOR

**III Premios Ada Lovelace en Tecnologías de la Información y la
Comunicación de la Universidad de Jaén**

Jaén, 8 de Noviembre de 2017

Director del Centro de Estudios Avanzados en Tecnologías de la
Información y la Comunicación



D. Luis Alfonso Ureña López

5.5. Estancias y Colaboraciones

En el transcurso de la tesis doctoral se han llevado a cabo varias estancias y colaboraciones en el extranjero, con el objetivo de mejorar la formación investigadora del doctorando a través del conocimiento y la experiencia de personas expertas en la temática.

Gracias a las becas EDUJA 2017 que ofrece la Universidad de Jaén, ha sido posible realizar una estancia de 3 meses en la School of Electrical and Computer Engineering en la National Technical University (NTUA), Atenas, colaborando de forma estrecha con el Prof. Haris Doukas y su grupo en el desarrollo de un proyecto Europeo de investigación.

Además, a través de una beca de Formación Predoctoral (FPI) otorgada por parte del Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades, se realizó otra estancia con una duración de 2 meses en la Universidad de Portsmouth, Reino Unido, junto al Prof. Alessio Ishizaka.

Apéndice A

English Summary

This Appendix covers an English summary of the thesis entitled, *Complex Modelling of Linguistic Information for Decision Making Problems under Uncertainty*, which is written in English language, as partial requirement for obtaining the International Ph.D Award.

Firstly, a brief introduction to the research topic and a motivation for the research conducted is shown. The objectives established in such a research are then exposed and the structure of chapters that compose this research memory is described. After that, a summary of the research proposals of this memory is presented. Finally, some conclusions, future works and publications related to this research are pointed out.

A.1. Motivation

In our daily life, we are used to face multiple situations of *Decision Making* (DM), everyday we need to choose for instance the clothes we are going to wear or what we are going to have for breakfast. Formally, DM is defined as a cognitive process, in which through different mental and reasoning processes an expert selects, among multiple alternatives or possible solutions, the best one [72]. In certain complex situations, it is very common that the resolution of a DM problem is not carried out only by one person, but by a set of experts with different points of view and knowledge, giving rise to what is known as *Group Decision Making* (GDM) [34, 62, 75, 79].

The participation of several experts in the resolution of GDM problems inevitably implies the appearance of polarization, conflicts and disagreements among the experts when choosing the solution to the problem [16, 17]. Classical resolution schemes for GDM problems did not take this aspect into account, so it was possible to obtain a solution in which not all experts agreed, because they may feel ignored and out of the decision process [7, 61]. For this reason, prior to the process of selecting the best alternative, a *Consensus Reaching Process* (CRP) is included, in which experts discuss and modify their initial opinions with the objective of reaching a solution that satisfies as many experts as possible. Although, CRPs are key to

obtain agreed solutions in GDM problems, there is such a large number of consensus models proposed in the literature [34, 35, 56, 82], that it is often really complex to determine which model best fits a given decision problem [49]. The lack of metrics that allow evaluating the performance of these models on a GDM problem is presented as one of the main limitations within this field of DM.

On the other hand, most real world GDM problems and their corresponding CRPs are defined in contexts that are constantly changing, leading to a lack of information and the emergence of uncertainty. Therefore, not all DM problems are as simple as those mentioned above, many present uncertainty whose nature is not probabilistic and which are called *GDM under uncertainty* problems [33]. In this type of problems, experts may find difficulties to express their knowledge appropriately, so they prefer to use linguistic expressions closer to their way of thinking. Under these circumstances, *fuzzy logic* [87], *fuzzy linguistic approach* [88] and other *soft computing* tools have been used with great success in modelling uncertainty in GDM problems using linguistic variables, giving rise to *Linguistic Decision Making* (LDM).

The use of linguistic expressions to model expert judgements in LDM problems implies the need of performing operations on linguistic information. There are numerous methodologies to perform these operations, but within the field of fuzzy logic, the *Computing with Words* (CW) approach stands out [20, 41, 83, 89]. Through this methodology, computations are performed on words or phrases given in a natural or artificial language, rather than numerical values, mimicking the human beings' reasoning process. A key premise of this methodology is that the input information must be linguistic and, once is manipulated, the results must be also linguistically expressed to ensure comprehension (see Fig. A.1).

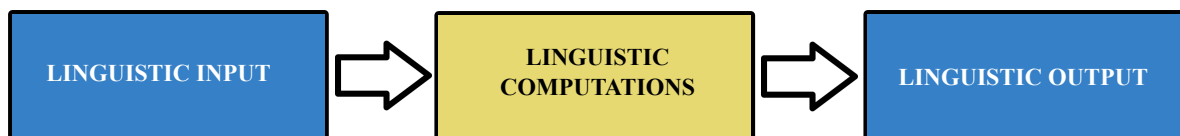


Figure A.1: Computing with Words general scheme.

Nowadays, there are many computational models applied to LDM problems that follow a CW approach and allow modelling experts' opinions using linguistic information [59]. One of the most prominent is the *2-tuple linguistic model* [39] which, thanks to the use of symbolic translation, allows to carry out operations on a continuous domain with high accuracy. However, a 2-tuple linguistic value is composed of only one linguistic term, which may be insufficient in problems with high complexity where experts may hesitate and are not able to decide on a single linguistic term. To overcome this limitation, other approaches have defined processes to elaborate more complex linguistic expressions that allow modelling the experts' doubt, such as the *hesitant fuzzy linguistic terms set* (HFLTS) [57], the *comparative linguistic expressions* (CLEs) [58], etc. However, these new proposals still present several limitations in terms of expressiveness and/or precision that are summarized below:

1. *Modelling uncertainty*: some proposals [39, 77] are not able to represent expert's doubt in GDM problem, limiting the linguistic representation to a single term, insufficient considering that GDM problems are becoming more and more complex and doubt in experts' opinions more common.
2. *Modelling linguistic expressions*: although some proposals model experts' opinions using linguistic expressions that are more complex than a single linguistic term [19, 70], often these expressions are far from the way humans express themselves and are difficult to understand and unusable in practice.
3. *Precision and interpretability*: it is common in many approaches [45, 74] to transform the input linguistic information into numerical values, which implies loss of information and precision in the results. Moreover, such results are represented by non-linguistic structures that are difficult for experts to interpret, infringing the main feature of the CW approach.

As mentioned above, there are a large number of decision and consensus models proposed in the literature, each with its own characteristics, advantages and disadvantages. However, these models are often not simple to understand, most are algorithms composed of multiple steps or based on mathematical models such as linear programming [68]. Considering the high complexity faced by experts when solving a GDM problem and even more so under conditions of uncertainty where information is vague and imprecise, it is unthinkable that they also have to invest their time in understanding, analyzing and manually applying these models, further increasing such complexity and keeping in mind that, often, certain decision situations are taken under pressure and require a quick solution. Therefore, the development of *Decision Support Systems* (DSS) that facilitate the experts' task, and thus the resolution of DM problems in any context, is key. In spite of this, there is a great lack of software tools focused on this objective and, the existing ones, present limitations such as the impossibility to deal with DM problems under uncertainty [26], an insufficient battery of available decision models [18], or the inability to solve problems applying a CW approach [25].

The main limitations in the current linguistic models for solving LDM problems and their CRPs and the lack of software tools to manage such problems led us at the beginning of this research to formulate the following hypothesis:

1. *The definition of a new and better methodological framework with models, methodologies and tools based on soft computing for the fuzzy modelling of uncertainty that, by means of complex linguistic models for GDM processes under uncertainty and CRPs, will allow overcoming different challenges imposed by the new circumstances and trends in which these problems have to be developed and that cannot be solved at present.*
 2. *The definition of a metric for CRPs will facilitate a better evaluation of the performance of the different current and new CRPs.*
-

3. *The application of a novel methodological framework in new CRPs and GDM models. In addition, its integration in a software system, which will produce a major progress in real-world CRPs and GDM by facilitating automatic problem solving and supporting decision makers with understandable and appropriate tools.*

A.2. Objectives

Taking into account the limitations previously exposed in the current LDM models and the starting hypothesis, our goal in this doctoral thesis is focused on the investigation and definition of DM models and complex linguistic CRPs, which allow overcoming these limitations. Based on this, we propose the following objectives:

1. *Defining a methodological framework for modelling and treatment of uncertainty in GDM and its CRPs using complex linguistic expressions, which allows to model in an appropriate way the experts' opinions and to obtain easily interpretable and accurate results.*
2. *Defining new complex linguistic consensus models for GDM problems under uncertainty that overcome the limitations of the existing proposals in the specialized literature, improving the detection of dissent in the group and the recommendations for the experts and, in this way, increasing the consensus among them in the shortest possible time.*
3. *Elaborating metrics for consensus processes that establish performance benchmarks in the scope of consensus and thus analyse and select the best CRP to apply in each GDM problem.*
4. *Study different GDM problems and CRPs in the real world, identifying their main characteristics and the challenges they pose in order to analyse and select the resolution approach that provides the best possible solution.*
5. *Support for the above problems by developing DSS that help experts handle the increasing complexity inherent in GDM problems.*

A.3. Structure

This doctoral thesis, in accordance with the provisions of Article 25, point 2, of the current regulations of the Doctoral Studies at the University of Jaén (RD. 99/2011), will be composed of a series of articles published by the PhD student, whose purpose is based on achieving the objectives set out in the previous section. Specifically, this research memory is composed of ten articles, nine of them published in international journals indexed in the Journal Citation Reports (JCR) database, and the one published in a international journal indexed by Scopus.

The research memory is divided into the following chapters:

1. **Chapter 2:** basic concepts related to the topic of the doctoral thesis are reviewed. We will introduce the fuzzy logic theory and the fuzzy linguistic approach. Subsequently, we will focus on concepts related to GDM, LDM and the CW approach. Furthermore, we will analyse the advantages and limitations of existing linguistic decision models focusing mainly on the 2-tuple linguistic model, HFLTSS and CLEs. Finally, we will discuss the need of CRPs to reach consensus solutions.
2. **Chapter 3:** it will summarize the main proposals that make up this research memory, highlighting the results obtained and the conclusions drawn in each of them.
3. **Chapter 4:** the ten articles previously mentioned compose this section.
4. **Chapter 5:** finally, the main conclusions obtained throughout the development of the doctoral thesis are drawn and possible future works are outlined.

Finally, this memory concludes with a bibliographic compilation of the most relevant articles related to this doctoral thesis.

A.4. Background

In this chapter, we will briefly summarize the theoretical concepts and background related to the research presented in this memory. Initially, we will introduce basic concepts about fuzzy logic and the fuzzy linguistic approach. We will go then deeper into the definition of decision making under uncertainty and we will analyse some of the most important proposals that allow modelling such uncertainty by means of linguistic expressions. Finally, we will describe the consensus reaching processes in decision making.

A.4.1. Fuzzy Logic and Fuzzy Linguistic Approach

L. Zadeh introduced the *Fuzzy Logic Theory* [87] for the purpose of modelling uncertainty or imprecision. For this purpose, he extended the definition of classical set to the *fuzzy set*, where the set boundaries are not strictly defined. On the one hand, a classical set is marked by a strict dichotomy constraint, i.e., an object may or may not belong to a set. This binary classification can be defined by the following characteristic function:

Definition 1 *Let A a set in a discourse universe X , the characteristic function associated to A , $A(x), x \in X$, is defined as follows:*

$$A(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x \in A \\ 0, & \text{if } x \notin A. \end{cases}$$

According to the Definition 1, the membership or not of an object x to the set A is defined by a function $A : X \rightarrow \{0, 1\}$ whose value is 1 when the object belongs to the set and

0 otherwise. The definition of a fuzzy set relaxes the restriction of the characteristic function of a classical set, allowing intermediate values to be obtained. In a fuzzy set, the characteristic function is called *membership function*:

Definition 2 [87] *A fuzzy set \tilde{A} over X is defined by a membership function that transforms the elements belonging to the discourse universe X in the interval $[0, 1]$.*

$$\mu_{\tilde{A}} : X \longrightarrow [0, 1]$$

Therefore, a fuzzy set \tilde{A} in X can be represented by a set of ordered pairs formed by an element $x \in X$ and its membership degree $\mu_{\tilde{A}}(x)$:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) / x \in X, \mu_{\tilde{A}}(x) \in [0, 1]\}$$

The membership function of a fuzzy set is more complex than the characteristic function of a classical set, since it allows to obtain a membership value between 0 and 1, the closer to 1, the higher the degree of membership. Therefore, it is necessary to define functions describing the membership of a fuzzy set. Although fuzzy sets can be represented by many types of functions, as long as they satisfy the condition $\mu_{\tilde{A}} \in [0, 1]$, parametric functions are the most commonly used. Within this family of functions, the most common are the triangular and trapezoidal type (see Fig. A.2), whose membership functions are defined below:

- *Triangular membership function:*

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{if } x \in (a, b) \\ \frac{c-x}{c-b}, & \text{if } x \in (b, c) \\ 0, & \text{if } x \geq c \end{cases}$$

- *Trapezoidal membership function:*

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{if } x \in (a, b) \\ 1, & \text{if } x \in (b, c) \\ \frac{d-x}{d-c}, & \text{if } x \in (c, d) \\ 0, & \text{if } x \geq d \end{cases}$$

Fuzzy Logic plays a fundamental role dealing with most real world decision problems, which are usually defined under a context of uncertainty and lack of information. The key question is how to model such uncertainty in a simple and human interpretable way, the answer

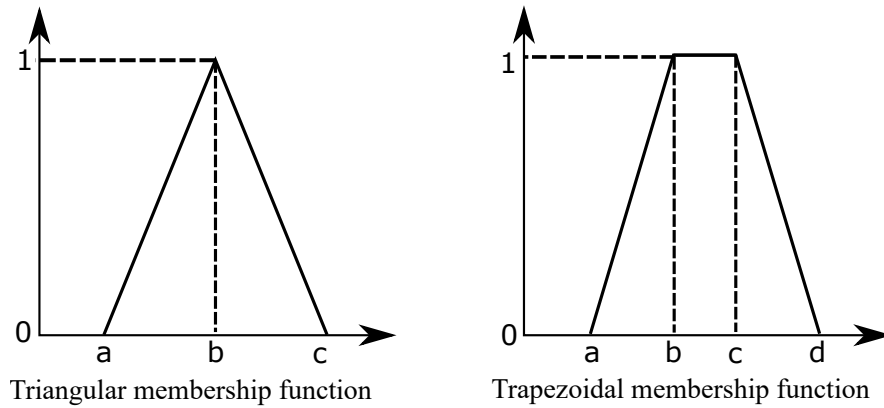


Figure A.2: Parametric functions.

has already been addressed with great success through *linguistic modelling* [38]. Linguistic modelling of uncertainty allows to use natural language words such as *high*, *easy* or *comfortable* to evaluate qualitative aspects of a problem that have to do with perceptions or feelings. There are multiple approaches for modelling linguistic information [42, 43, 88] but in this research, the *fuzzy linguistic approach* has been used.

The fuzzy linguistic approach is based on Fuzzy Set Theory and allows modelling linguistic information by means of the concept of *linguistic variable* defined by L. Zadeh [88]. In the words of L. Zadeh, a linguistic variable is a “*variable whose values are not numbers but words or phrases in a natural or artificial language*”. The formal definition of a linguistic variable is presented below:

Definition 3 [88] *A linguistic variable is composed of a quintuple $(H, T(H), U, G, M)$, in which H represents the name of the variable, $T(H)$ a set of linguistic terms of H , where each value is a fuzzy variable denoted as X and varying over the universe of discourse U , G is a syntactic rule for generating the names of the values of H and M is a semantic rule that associates meaning $M(X)$ to each element of H , which is a fuzzy set of U .*

In summary, a linguistic variable is mainly made up of a syntactic value or label (a word belonging to a set of linguistic terms) and a semantic value represented by a given fuzzy set in a universe of discourse.

In Fig. A.3 we can see an example of a set of linguistic terms. From this set of terms, a person could express knowledge using any of the linguistic descriptors that compose the set, in this case, *Horrible*, *Very bad*, *Bad*, *Average*, *Good*, *Very good* or *Excellent*. We can also see that the semantics of the variables are represented by fuzzy triangular membership functions, although other types of functions could be used, such as the trapezoidal ones mentioned above.

The number of terms of the set of linguistic terms (also so-called *cardinality*) is an important aspect to consider how defining a set of linguistic terms. This decision will depend on

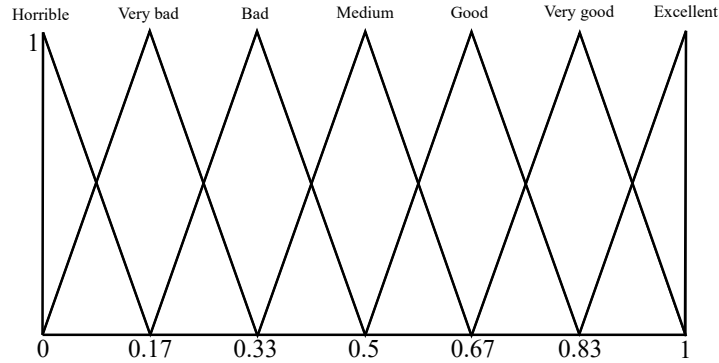


Figure A.3: Linguistic terms set.

the degree of knowledge that is intended to be expressed, a set with few terms implies lack of knowledge and, in turn, loss of expressiveness, on the contrary, a set with a high cardinality, presents a higher granularity of uncertainty, which is adequate when the degree of knowledge is high. The most common values of cardinality are usually odd values such as 5, 7 or 9 [44], in which the middle term represents a value of approximately 0.5 and the rest of the terms are distributed around this one [6].

On the other hand, fuzzy modelling of linguistic information has not been limited exclusively to the use of single linguistic terms. The need for more complex and flexible linguistic expressions to appropriately represent people's knowledge, has given rise to several proposals based on the fuzzy linguistic approach. This doctoral thesis introduces in Section 4.1 a publication which reviews some of such extensions.

A.4.2. Decision Making under Uncertainty

Decision Making (DM) is a daily activity in human beings' life that involves selecting, among a set of possible alternatives, the best one as a solution to a decision problem. Some DM problems are so simple that they can be solved in a short period of time and by a single person. However, other DM problems turn out to be much more complex and require the participation of several experts with different points of view and knowledge [28, 46, 52, 76, 81] giving rise to the *Group Decision Making* (GDM). Formally, a GDM problem consists of a finite set of experts $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ whose main task is to select one or several alternatives within a finite set of possible options $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ as solution(s) to the decision problem. In multiple problems, alternatives are evaluated from a finite set of attributes or criteria $C = \{c_1, c_2, \dots, c_s\}$, resulting in the *Multi-criteria Decision Making* [27, 60, 86].

The classical resolution scheme of a GDM problem is composed of two phases (see Fig. A.4):

1. *Aggregation*: the individual experts' opinions on each alternative and criterion are aggregated using an appropriate aggregation operator. In this way, a collective value is obtained for each alternative of the problem.

2. *Exploitation*: the collective values obtained in the previous phase are ordered by means of selection functions that allow selecting the best alternative(s) as the solution to the problem.

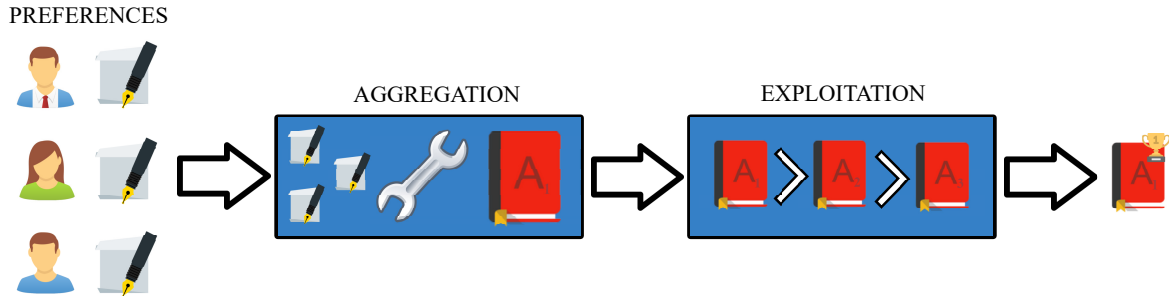


Figure A.4: General resolution scheme for a GDM problem.

In the real world, human beings face DM problems conditioned by the lack of information and the inevitable apparition of uncertainty, since it is almost impossible to know all states of the nature of the problem. The modelling of such uncertainty by means of linguistic information has offered excellent results [21, 40], giving rise to the *Linguistic Decision Making* (LDM) problems. In this type of problems, the fuzzy linguistic approach is presented as one of the most widely used approaches to model experts' preferences by means of linguistic expressions (see Section A.4.1).

The resolution scheme for a LDM problem varies slightly from the classical one, incorporating two additional phases [21] (see Fig. A.5):

1. *Selection of the set of linguistic terms and their semantics*: the set of linguistic terms that the experts will use to appropriately express their knowledge about the set of alternatives is defined.
2. *Selection of an aggregation operator for linguistic information*: the opinions provided by the experts through linguistic expressions are aggregated by means of a linguistic operator, obtaining a collective value for each alternative.

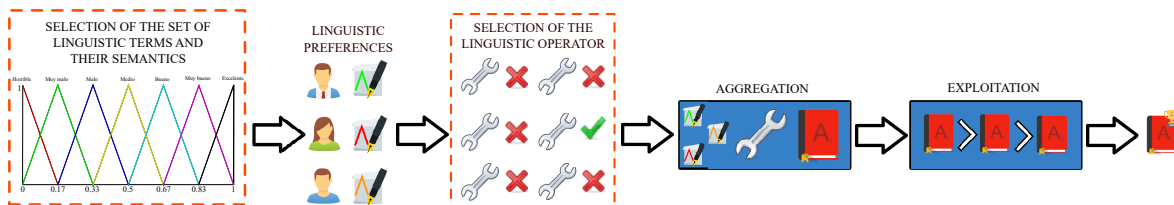


Figure A.5: General resolution scheme for LDM problems.

The resolution scheme presented in Fig. A.5 evidences the need to perform operations with linguistic information to find the solution to a LDM problem. In this sense, the *Compu-*

ting with Words (CW) approach [42, 89] mimics the reasoning process of the human beings, generating linguistic results from also linguistic premises. According to the definition provided by L. Zadeh, CW is “a methodology in which words are used instead of numbers to calculate, reason and make decisions”. The CW methodology has been successfully applied to carry out computational processes in several fields such as LDM problems [12, 20], machine learning [48] or database [85].

In this research memory, we will focus on the computational processes carried out through CW in LDM problems, in which this methodology has been intensively applied [12, 20, 39, 40] and which has given rise to different CW schemes [66, 83, 84]. However, they all emphasize the need for accurate and understandable linguistic results. R.R. Yager introduced a CW scheme consisting of two main processes, *translation* and *retranslation* (depicted in Fig. A.6). The former consists of translating the input linguistic information into a fuzzy logic-based format that can be manipulated by a machine. The second one is responsible for retranslating the manipulated information back to a linguistic format that is easy to interpret by humans.



Figure A.6: CW scheme proposed by R. R. Yager.

A.4.3. Linguistic Computational Models

As mentioned in the previous section, modelling uncertainty by means of linguistic information involves carrying out CW processes. Based on this, a large number of computational linguistic models that carry out operations with linguistic information have been proposed. In this section, we will briefly review the most relevant models related to the research developed in this memory. These same models, along with others, are reviewed together with their respective computational models in greater depth in one of the articles included in Chapter 4, Section 4.1.

A.4.3.1. The 2-tuple Linguistic Model

The *2-tuple linguistic model* [39], based on the fuzzy linguistic approach, is one of the most widely used linguistic representation models in LDM. The main features of this model are the high interpretability and precision of the results. The first one is achieved thanks to the development of CW processes that allow obtaining results represented in a linguistic way. The second is determined by the representation in a continuous domain of the linguistic values, which allows obtaining accurate results without loss of information.

One of the most important concepts presented in the 2-tuple linguistic model is the *symbolic translation*, a numeric value representing the shift of the membership function of a linguistic

label. Formally, the linguistic information in the 2-tuple linguistic model is represented from a pair of values (s_i, α) in which s_i is a linguistic label belonging to a set of linguistic terms $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$ and the symbolic translation value $\alpha \in [-0,5, 0,5)$, which represents the shift of the membership function of the s_i term (see Fig A.7). The value of α is defined as:

$$\alpha = \begin{cases} [-0,5, 0,5) & \text{if } s_i \in \{s_1, s_2, \dots, s_{g-1}\} \\ [0, 0,5) & \text{if } s_i = s_0 \\ [-0,5, 0] & \text{if } s_i = s_g \end{cases}$$

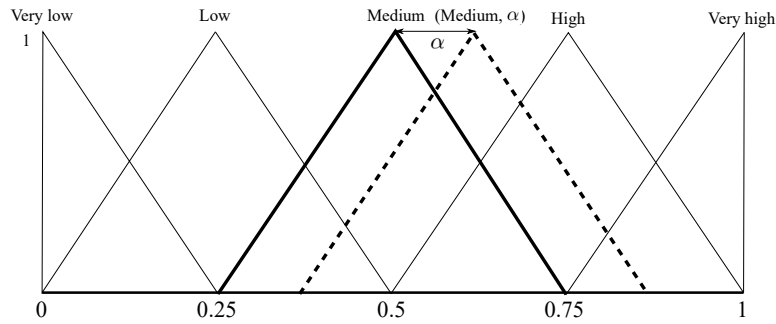


Figure A.7: Symbolic translation.

A 2-tuple linguistic value $(s_i, \alpha) \in \bar{S}$, where \bar{S} is the set of 2-tuple linguistic values associated with S defined as $\bar{S} = S \times [-0,5, 0,5)$, can also be represented by an equivalent numerical value $\beta \in [0, g]$:

Proposition 1 [39] Let $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ a linguistic terms set and $(s_i, \alpha) \in \bar{S}$ a 2-tuple linguistic value. There is a function, Δ^{-1} so:

$$\begin{aligned} \Delta^{-1} : \bar{S} &\rightarrow [0, g] \\ \Delta_S^{-1}(s_i, \alpha) &= \alpha + i = \beta \end{aligned}$$

In turn, a numerical value $\beta \in [0, g]$ can be transformed to its respective 2-tuple linguistic value as follows:

Definition 4 [39] Let $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ be a linguistic terms set and \bar{S} a set of 2-tuple linguistic values associated with S defined as $\bar{S} = S \times [-0,5, 0,5)$. The function $\Delta_S : [0, g] \rightarrow \bar{S}$ is given by:

$$\Delta_S(\beta) = (s_i, \alpha), \text{ with } \begin{cases} i = \text{round}(\beta) \\ \alpha = \beta - i \end{cases}$$

where $\text{round}(\cdot)$ assigns to β the closest integer number $i \in \{0, \dots, g\}$.

The 2-tuple linguistic model was defined together with a computational model that can be consulted in further detail in references [23, 39].

A.4.3.2. Hesitant Fuzzy Linguistic Terms Set

The 2-tuple linguistic model presents very remarkable advantages in terms of accuracy and interpretability. However, 2-tuple linguistic values are represented by a single linguistic term, which may be insufficient in situations where experts hesitate between several linguistic terms when expressing their opinions. With the aim of overcoming this limitation and modelling experts' hesitation, the *Hesitant Fuzzy Linguistic Terms Set* (HFLTS) was defined [57].

Definition 5 [57] *Let S a linguistic term set, $S = \{s_0, \dots, s_g\}$, a HFLTS H_S is defined as a ordered finite subset of consecutive linguistic terms belonging to S .*

$$H_S = \{s_i, s_{i+1}, \dots, s_j\}$$

To clarify this concept, let see an example:

Example 1 *Let us suppose a linguistic term set $S = \{\text{Very insecure}, \text{Insecure}, \text{Medium}, \text{Secure}, \text{Very secure}\}$, some illustrative HFLTS may be:*

$$\begin{aligned} H_S^1 &= \{\text{Insecure}, \text{Medium}\} \\ H_S^2 &= \{\text{Medium}, \text{Secure}, \text{Very secure}\} \\ H_S^3 &= \{\text{Secure}, \text{Very secure}\} \end{aligned}$$

A.4.3.3. Comparative Linguistic Expressions

HFLTSs allow experts to express their opinions through several linguistic terms in situations of doubt where they are not clear about which one to choose. However, these are quite far from the way human beings elicit their opinions. Therefore, it is evident the need to create more complex linguistic expressions that allow modelling the experts' doubt with a structure similar to the expressions used by human beings to express their knowledge. With this aim, Rodriguez et al. [58] defined a new type of more expressive and complex linguistic expressions so-called *Comparative Linguistic Expressions* (CLEs).

CLEs are based on HFLTSs, but they are generated using a context-free grammar, which allows modelling expressions closer to the language used by experts in LDM problems. Rodriguez et al. introduced the following context-free grammar to generate CLEs [58]:

Definition 6 [58] *Let G_H a context-free grammar and $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ a linguistic terms set. The elements of $G_H = (V_N, V_T, I, P)$ are defined as:*

$$\begin{aligned} V_N &= \{(\text{primary term}), (\text{composite term}), \\ &(\text{unary relation}), (\text{binary relation}), (\text{conjunction})\} \\ V_T &= \{\text{at least}, \text{at most}, \text{lower than}, \text{greater than}, \text{between}, \text{and}, s_0, s_1, \dots, s_g\} \\ I &\in V_N \end{aligned}$$

The production rules are defined in an extended Backus-Naur form:

$$\begin{aligned}
P &= \{I ::= (\text{primary term}) | (\text{composite term}) \\
&(\text{composite term}) ::= (\text{unary relation})(\text{primary term}) | \\
&(\text{binary relation})(\text{primary term})(\text{conjunction})(\text{primary term}) \\
&(\text{primary term}) ::= s_0 | s_1 | \dots | s_g \\
&(\text{unary relation}) ::= \text{at least} | \text{at most} | \text{lower than} | \text{greater than} \\
&(\text{binary relation}) ::= \text{between} \\
&(\text{conjunction}) ::= \text{and}\}
\end{aligned}$$

Example 2 Let us suppose a linguistic terms set $S = \{\text{Very uncomfortable, Uncomfortable, Normal, Comfortable, Very comfortable}\}$ and the context-free grammar G_H shown in Definition 6, some illustrative CLEs may be:

$$\begin{aligned}
ELC_1 &= \text{at least Comfortable} \\
ELC_2 &= \text{at most Normal} \\
ELC_3 &= \text{lower than Comfortable} \\
ELC_4 &= \text{greater than Normal} \\
ELC_5 &= \text{between Comfortable and Very comfortable} \\
ELC_6 &= \text{Normal}
\end{aligned}$$

A.4.4. Consensus Reaching Processes

In section A.4.2 we have seen different resolution schemes for GDM and LDM problems (see Figs. A.3 and A.4). In both schemes, it can be seen that the experts' opinions are directly aggregated, ignoring the possible disagreements that may exist between them. The main consequence of this omission is that some experts may not agree with the solution obtained, feeling ignored and questioning the confidence in the decision process. Nowadays, consensual decisions are really valued in different areas of society [16, 49, 81], so it seems evident the need to add a *Consensus Reaching Process* (CRP) in the resolution scheme of a GDM problem before the selection of the best alternative.

Before defining in detail what a CRP is, we will explain the meaning of *consensus*. The concept of consensus can generate some controversy, since there are multiple points of view on its meaning. Some strict approaches define consensus as *unanimity* or total agreement, which can hardly be achieved in practice [32]. Other approaches are more flexible, such as the view of Kacprzyk, who proposed the concept of *soft consensus* [29, 30], an approach based on the *fuzzy majority* that establishes consensus in a group when “*the majority of most relevant experts agree on almost all relevant options*”. In this research, we will consider Kacprzyk's view of soft consensus.

A CRP is an iterative and dynamic process in which experts discuss, review and modify their initial opinions with the aim of bringing positions closer together and reaching a consensual solution in a given number of debate rounds. This process is usually guided by a *moderator*, a person in charge of identifying those experts who are furthest away from the global opinion of the group and suggesting the necessary changes in their opinions to avoid deadlocks in the decision process. Generally, a CRP consists of the following phases (represented in Fig. A.8):

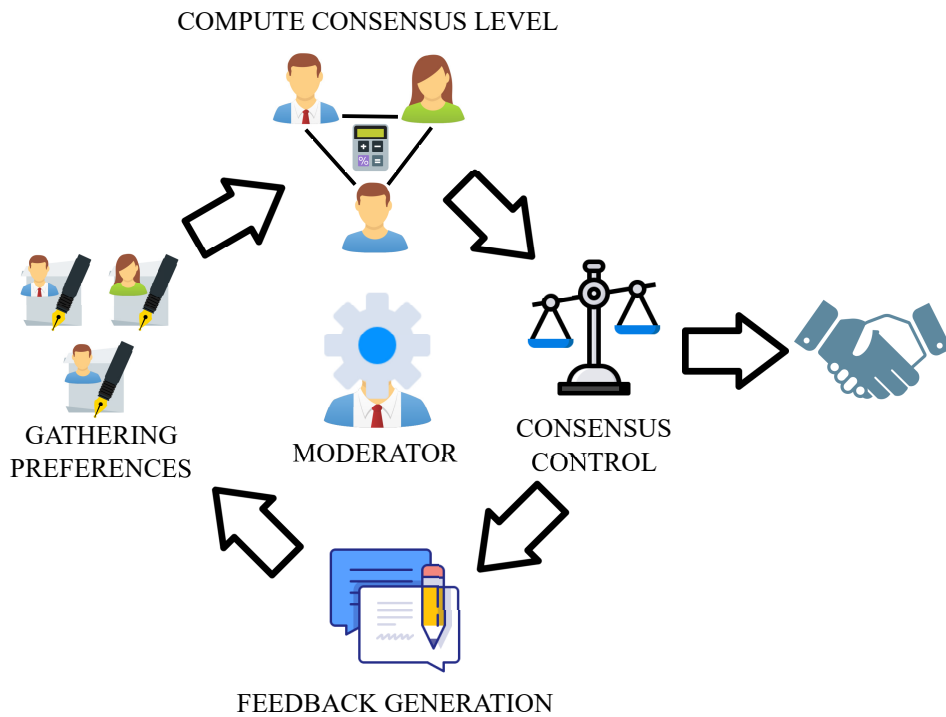


Figure A.8: General scheme of a CRP.

1. *Gathering preferences*: the preferences provided by the experts on the alternatives are collected.
2. *Compute consensus level*: the current level of consensus in the experts' group is calculated through a consensus measure. There are two basic types of consensus measures [49]:
 - *Consensus measure based on the distance to the collective opinion of the group*: the collective opinion of the group is calculated by aggregating the individual opinions of the experts. Subsequently, the distance between the collective opinion and the individual opinion of each expert is computed.
 - *Consensus measure based on the distance between experts' opinions*: the similarity of opinions is calculated for each pair of experts. Subsequently, the similarity values are aggregated to obtain the consensus value in the group.

3. *Consensus control*: it is checked whether the current consensus of the group has reached a minimum required and predefined consensus level. If it has been reached, the CRP finishes and the process of selecting the best alternative would start, otherwise another round of discussion is necessary. The maximum number of discussion rounds is also established a priori in order to avoid endless processes. If the maximum number of rounds is reached but not the minimum consensus required, the process will end without reaching an agreement.
4. *Feedback generation* if no agreement is reached in the current round, the moderator identifies the major points of dissent in the group and advises the experts to change certain opinions in order to increase the level of consensus in the group. There are consensus models that eliminate the role of the moderator and carry out the changes in opinions automatically without the need to involve the experts. These models are often used as a tool to support real-world CRPs.

There is a huge amount of consensus models proposed in the literature [35, 56, 82], some of the most relevant were reviewed in the development of this doctoral thesis in the article included in Section 4.4. This fact led Palomares et al. [49] to introduce a taxonomy of consensus models for GDM problems, which classifies models on the basis of two basic aspects (see Fig. A.9):

- *With or without feedback generation*: models are classified depending on whether or not they incorporate a feedback mechanism.
- *Consensus measure*: models are classified depending on the measure they use to compute consensus, either based on the distance to the collective opinion or based on the distance between the individual opinions of the experts.

Even the taxonomy proposed by Palomares et al. allows us to clearly categorize the consensus models based on their main characteristics, the large number of proposals makes it very difficult to select the most appropriate consensus model for a given GDM problem. This problematic is approached in this research from different points of view. On the one hand, Section 4.8 includes an article which presents a consensus metric to evaluate the performance of a consensus model applied to a GDM problem. On the other hand, the development of a decision support system that allows us to carry out simulations of different consensus models and determine which one best fits the needs of the problem. Also in Chapter 4, Section 4.9, an article presents a software focused on CRPs support in GDM.

A.5. Discussion of Results

This chapter will summarize the proposals that shape this research memory together with the results and conclusions obtained from them. This chapter is structured in three main

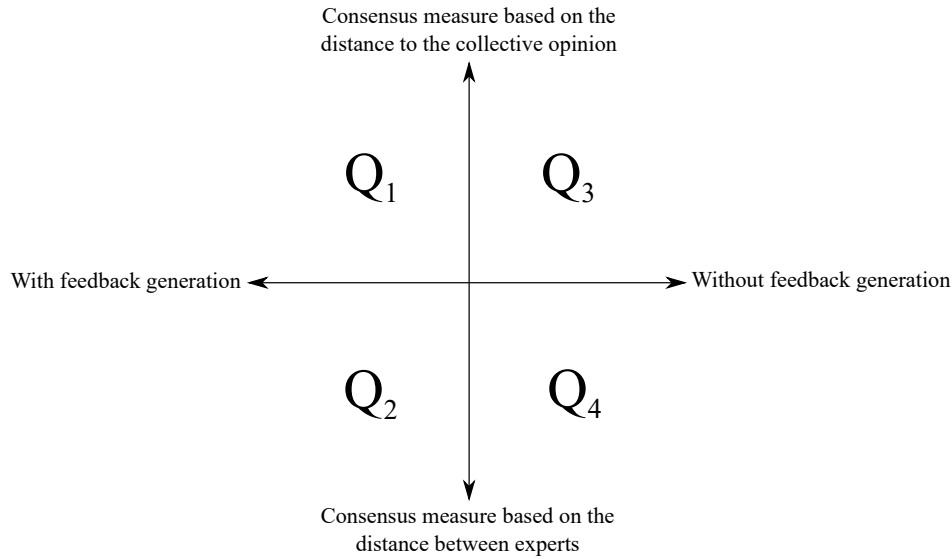


Figure A.9: Consensus models taxonomy.

goals that are divided into different specific objectives:

1. *Modelling and Processing of Linguistic Information using Complex Linguistic Expressions*. This proposal is divided into three objectives:
 - *Overview of Existing Proposals on Preference Modelling using Linguistic Expressions in Decision Making.*
 - *Definition of Comparative Linguistic Expressions with Symbolic Translation in Decision Making.*
 - *Aggregation Operators for Comparative Linguistic Expressions with Symbolic Translation.*
2. *Consensus Reaching Processes in Group Decision Making*. This proposal is divided into five objectives:
 - *Comparative Study of Classical Consensus Models in Large-Scale Group Decision Making Problems.*
 - *Large scale Consensus Reaching Process Managing Group hesitation.*
 - *Consensus Reaching Process with Comparative Linguistic Expressions.*
 - *Consensus Reaching Process with Comparative Linguistic Expressions with Symbolic Translation.*
 - *A Cost Consensus Metric for Consensus Reaching Processes based on a Comprehensive Minimum Cost Model.*

3. *Support for Group Decision Making Problems and Consensus Reaching Processes.* This proposal is divided into two objectives:

- *Software for the Analysis of Consensus Reaching Processes: AFRYCA 2.0.*
- *Software for the Support of Decision Problems based on Climate Policy: APOLLO.*

A.5.1. Modelling and Processing of Linguistic Information using Complex Linguistic Expressions

This goal's section begins by analysing the advantages and disadvantages of the main proposals in the literature based on the linguistic modelling of experts' preferences in LDM problems. Then, based on these advantages and disadvantages, a new linguistic representation model based on ELICIT (Extended Comparative Linguistic Expressions with Symbolic Translation) is proposed, which overcomes the limitations of the existing models. Finally, any linguistic representation model must have an associated computational model that allows carrying out operations with linguistic information. For this purpose, the information aggregation process is key, so we propose different aggregation operators to deal with ELICIT information.

A.5.1.1. Overview of Existing Proposals on Preference Modelling using Linguistic Expressions in Decision Making

In this objective, we review the main proposals based on the fuzzy linguistic approach for preferences modeling using complex linguistic expressions in DM problems under uncertainty [11, 37, 57, 58, 64, 69, 70]. From the analysis of these proposals, we extract their main advantages and disadvantages and a clear view of what are the main aspects to be improved in preferences modelling using linguistic expressions. Some of these aspects are summarized below:

- Although some proposals are quite flexible generating linguistic expressions [11, 37], they do not define a formal process for their generation or are far from the usual human language. On the other hand, those expressions that are closer to the common language of human beings, present less flexible expressions [58]. Therefore, a key aspect would be to elaborate linguistic expressions that are closer to the thinking of human beings and that in turn are more flexible.
 - The modelling of uncertainty in DM problems is usually established by applying a single technique. However, this may not be realistic, considering the multiple approaches that can be applied to solve a problem. Therefore, it would be worth studying the modelling of uncertainty by combining several approaches simultaneously, taking advantage of the benefits of each one of them.
-

- The analysed proposals provide a unique meaning to the linguistic expressions they generate. However, it is obvious that a linguistic expression can have different meanings depending on the person. Consequently, it would be interesting to develop representation mechanisms for linguistic expressions that consider this aspect.

The article associated with this review is included in Section 4.1. It should be noted that this article is, according to the InCites Essential Science Indicators published by Clarivate Analytics, highly cited (Highly Cited Paper).

A.5.1.2. Definition of Extended Comparative Linguistic Expressions with Symbolic Translation in Decision Making

This objective starts from the conclusions drawn of the review presented in the previous section, which highlight the need to define a new linguistic representation model that overcomes the limitations existing in other models published in the literature. These limitations are mainly encompassed in two basic aspects, the precision in the processes carried out with linguistic expressions and their interpretability. The previous review analyzes two proposals that present good characteristics in relation to these two aspects, although separately. On the one hand, the 2-tuple linguistic representation model (see Section A.4.3.1), carries out precise CW processes thanks to the use of the concept of symbolic translation. However, these expressions are formed by a single linguistic term, insufficient in situations in which experts hesitate among several linguistic terms. Such a limitation is overcome by the CLEs based on the HFLTSs (see Section A.4.3.3), which allow modeling the experts' hesitation as well as providing a rich linguistic representation close to the human way of thinking. Although multiple models have employed CLEs [9, 45, 54], they all present drawbacks from different points of view. Most of these proposals, transform the CLEs to carry out the computational processes, losing information in that process and, consequently, also the main characteristic of these expressions, their interpretability.

The previous statements evidence the limitations of both the 2-tuple linguistic representation model and the CLEs, but also their benefits, which lead us to think about a combined use of both proposals which could offer excellent results in the modelling of linguistic information. Other proposals have already combined to a lesser or greater extent concepts related to CLEs, HFLTSs and the 2-tuple linguistic model [1, 63, 73, 94], although none of them in a fully satisfactory way. For this reason, we propose a new linguistic representation model that combines the expressiveness of the CLEs and the precision of the 2-tuple linguistic model. This linguistic representation model represents linguistic information by Extended Comparative Linguistic Expressions with Symbolic Translation (ELICIT), CLEs extended to a continuous domain by using symbolic translation. The proposed expressions are generated through a context-free grammar whose terms are formed by 2-tuple linguistic values instead of single linguistic terms.

Together with the ELICIT linguistic representation model, a CW approach for ELICIT information is proposed that allows, starting from linguistic premises represented by CLEs and ELICIT information, to carry out accurate CW processes based on fuzzy operations [53] and obtain understandable results represented also by ELICIT information. To carry out operations with ELICIT information in CW processes, a computational model with basic operations such as negation, comparison between ELICIT or aggregation operators is also defined.

Finally, the benefits of the new linguistic model are demonstrated by solving a LDM problem and comparing it with other previous linguistic models. The results obtained show that the ELICIT representation model provides a more accurate, interpretable and reliable solution than other approaches.

The article associated with this part is included in Section 4.2.

A.5.1.3. Aggregation Operators for Extended Comparative Linguistic Expressions with Symbolic Translation

The previous proposal allows us to model linguistic preferences using ELICIT information and to carry out CW processes for LDM problems. A key stage in the resolution of a LDM problem is the aggregation phase using linguistic aggregation operators, in which the individual experts' opinions on the alternatives are combined based on different criteria or attributes, obtaining a global value for each alternative (see Section A.4.2). Sometimes, the attributes that compose a LDM problem are related to each other and it is necessary to model such interaction in order to correctly carry out the aggregation process and obtain a reliable solution. However, in the previous work, no aggregation operator was proposed to consider the interrelationship between the criteria, neither it take into account the individual importance of the attributes in the aggregation process, which is key in many decision processes.

Taking into account the lack of proposals, in this work we aim to define new linguistic aggregation operators for ELICIT information, which consider different patterns of relationship between attributes and their importance in the aggregation process. These operators are based on the Bonferroni mean and its variants [5, 13, 14], capable of capturing different types of relationships between the aggregated attributes. In total, three new aggregation operators are proposed, the first one focused on ELICIT expressions whose interrelation is homogeneous or, in other words, each input expression has relation with the rest. The second approach is based on an aggregation operator that deals with ELICIT expressions with a heterogeneous interrelation, that is, certain expressions may or may not have a relation with the rest. Finally, the third aggregation operator deals with the partitioned interrelation of ELICIT expressions, where the input expressions are divided into sets formed by ELICIT expressions with an interrelation between them, but not between expressions from different sets.

Finally, the proposed ELICIT aggregation operators are applied in solving a LDM pro-

blem to show their performance and are compared with other aggregation operators that do not consider the interrelation between the attributes of the problem. As a conclusion, we appreciate that the ranking obtained through aggregation operators that consider the interrelationship between attributes is totally different from that provided by operators that do not consider this aspect, demonstrating the need and importance of considering the relationship between attributes in a LDM problem.

The article associated with this part is included in Section 4.3.

A.5.2. Consensus Reaching Processes in Group Decision Making

This goal studies the main challenges that exist nowadays in CRPs for GDM problems, taking into account aspects such as the increase in the number of experts involved in the decision process, and analyses whether some of the most widely used consensus models in the literature can meet these new challenges. Subsequently, different CRP proposals able to deal with real world GDM problems are presented. Finally, a consensus metric is proposed to evaluate the performance of CRPs and to determine which one is more suitable for a specific GDM problem.

A.5.2.1. Comparative Study of Classical Consensus Models in Large-Scale Group Decision Making Problems

In this objective, we study and analyse the new challenges related to GDM problems and their CRPs due to the expansion of technological paradigms in our society, such as social networks or Big Data, which have given way to new GDM problems in which the number of people involved can be hundreds or thousands. In this type of problems, CRPs are even more necessary if possible, since a large number of experts implies in turn the inevitable appearance of a large number of conflicts, the need to deal with multiple points of view and behaviours, the detection of coalition between groups, etc.

The classical consensus models presented in the specialized literature deal with GDM problems in which the number of experts is small, which leads us to ask an obvious question, are consensus models focused on GDM problems with few experts suitable to deal with problems in which the number of experts is much higher? To answer this question, this paper reviews the most influential consensus models in the literature oriented to small groups of experts and, due to the large number of existing proposals, a selection of them is made. In order to make this selection as representative as possible, we use the taxonomy proposed by Palomares et al. [49] (see Section A.4.4), choosing representative consensus models for each of the categories defined in that taxonomy [10, 24, 78, 80, 91].

Once the consensus models have been chosen, the next step is to analyse their performance using a GDM problem with a significant number of experts under different decision scenarios.

Specifically, we define three possible scenarios based on the possible experts' behaviour: (i) all the experts accept the recommendations provided by the model, (ii) 80 % of the experts accept the recommendations and the remaining 20 % reject them, and finally (iii) 70 % accept the recommendations, 20 % reject them and the remaining 10 % have a defensive attitude that aims to sabotage the consensus in the group. The simulation of the consensus models on the different scenarios is carried out thanks to the software AFRYCA 2.0, a decision support system for CRPs that has been developed during this doctoral thesis and that will be introduced in the Section A.5.3.1.

The simulations allow us to draw valuable conclusions. Classical consensus models that do not use a feedback mechanism are not affected by the behaviour of experts, since their participation in the CRP is not required, which apparently makes them suitable in problems with large groups. However, this feature together with their mathematical nature could be their main limitations, since, on the one hand, the experts might not trust the solution obtained since they are removed from the CRP and, on the other hand, the mathematical model might not find a feasible solution. Because of this, classical models that incorporate a feedback mechanism could be considered as the most suitable for solving this type of problem. However, classical models assume a collaborative behaviour of the experts; if this behaviour does not occur, deadlocks could happen and the desired consensus could never be reached. Therefore, it is clear that classical consensus models cannot cope with GDM problems with large groups of experts, so it is necessary to develop new proposals to meet the challenges that this type of problems propose.

The article associated with this part is included in Section 4.4.

A.5.2.2. Large scale Consensus Reaching Process Managing Group hesitation

In the previous work, the need to develop new consensus models that are able to cope with the new challenges presented by current GDM problems was highlighted. One of these challenges is scalability, which appears in GDM problems involving a large number of experts and, consequently, the simultaneous processing of a large amount of information. On the other hand, it is logical to think that problems with large groups of experts are implicitly associated with high complexity and, therefore, uncertainty and lack of information, which may cause experts to hesitate when expressing their preferences. Based on these assumptions, this paper presents a new consensus model focused on problems with large scale groups that overcomes the scalability problems and models expert hesitation.

To mitigate the scalability problem, the proposed consensus model applies a *clustering process* based on the Fuzzy C-means algorithm [4] that classifies experts into different subgroups based on the similarity between their opinions. Therefore, those experts whose opinions are similar will be part of the same subgroup. In this way, information processing is not applied to the whole set of experts, but to the different subgroups. A key aspect of any clustering

technique is the assignment of weights to the subgroups. These weights will determine the influence of the subgroup on the CRP, the higher the weight, the greater its influence on the CRP and on the solution of the problem. Usually, the weighting of subgroups is based solely on their size, the greater the number of members the group has, the greater the associated weight. However, the fact that a subgroup is formed by experts with similar opinions does not guarantee that there are no disagreements within it. For this reason, this proposal includes a mechanism to calculate the importance of subgroups based on two aspects: the size of the subgroup and its cohesion. In this way, two subgroups with the same number of members but different cohesion will be weighted differently, giving priority to those with greater cohesion.

The consensus model also includes an adaptive feedback process. Depending on the current level of global consensus, recommendations are applied to a group or individual experts. This distinction is established on the basis of a pre-established consensus threshold value. If the current consensus is below the threshold, it is considered that the group of experts is still far from reaching the desired consensus and that a significant change in the experts' preferences is necessary, so the subgroups formed by experts whose opinions are further away from the remaining ones are detected and all the experts forming the subgroup are recommended to change their preferences. If, on the other hand, the current consensus is greater than the set threshold, it means that the subgroup is close to reaching the desired consensus and that it is not necessary to make many changes in the preferences, so the experts whose opinions are farther away from the majority are detected individually, and those opinions are the only ones recommended to be modified.

It should be noted that the experts' preferences are modelled by means of hesitant fuzzy sets (HFS) [67]. These sets are an extension of the fuzzy sets, which allow assigning various degrees of membership of an element to a fuzzy set and thus, modelling the experts' hesitation and preserving as much information as possible in the computational processes carried out in the proposed CRP.

Finally, the new proposal is applied to the resolution of a large scale GDM problem and a comparative analysis with different consensus models published in the literature is carried out. The results obtained from the AFRYCA 2.0 software (see Section A.5.3.1) show that the consensus model is able to deal with GDM problems with large groups, reaching the desired consensus in a few rounds of discussion. Moreover, the comparative analysis shows that the consensus reached by the proposal is higher than that reached by other consensus models and needs fewer rounds to reach it.

The article associated with this part is included in Section 4.5.

A.5.2.3. Consensus Reaching Process with Comparative Linguistic Expressions

Nowadays, GDM problems and their CRPs are becoming increasingly complex and difficult to solve, so the apparition of uncertainty and doubt in experts' opinions is quite common.

Most of consensus models presented in the literature [8, 71, 93], model such uncertainty by simple linguistic terms, which are not expressive enough to model experts' hesitation. In order to cover this lack of proposals, this paper presents a consensus model that models experts' preferences by means of CLEs, rich linguistic expressions that allow representing doubt in experts' opinions (see Section A.4.3.3).

This proposal employs the fuzzy representation of CLEs by making use of the concept of *fuzzy envelope* [36], a function that allows transforming the HFLTS associated with an CLE into a fuzzy number. In this way, it is possible to carry out the CRP computations accurately and without loss of information.

The consensus model also proposes a feedback mechanism. This mechanism is based on the computation of the proximity between the individual opinions of the experts and the collective opinion of the group. If the collective consensus on some of the alternatives is below the desired consensus threshold, it is recommended to modify the opinions on these alternatives. The experts who should carry out these modifications will be those whose opinions on these alternatives are furthest from the group's opinion. Once the experts and dissenting alternatives have been identified, it is necessary to define how the recommendations will be carried out. Contrary to other proposals, this work applies the changes directly on the CLEs initially provided by the experts, facilitating the interpretability of the results.

The good performance of the proposed consensus model is tested by solving a GDM problem. The use of CLEs and their fuzzy representation, together with the formalization of a feedback process applied directly on the CLEs initially provided by the experts, makes it possible to solve the problem in very few rounds of discussion. These characteristics make the proposal superior to other consensus models presented in the literature, as demonstrated in the comparative analysis carried out. Again it should be noted that the resolution of the GDM problem and the comparative analysis with other consensus models is carried out using AFRYCA 2.0, presented in Section A.5.3.1.

However, this work also has an important limitation, because experts express their opinions from a discrete expression domain, limited by the finite set of linguistic terms that experts can use to express their opinions. Therefore, changes on preferences are limited to the granularity of the set of linguistic terms, which could harm the CRP.

The article associated with this part is included in Section 4.6.

A.5.2.4. Consensus Reaching Process with Extended Comparative Linguistic Expressions with Symbolic Translation

The previous work evidenced the lack of consensus models that were capable of modelling the uncertainty and experts' hesitation in the GDM problems and their CRPs. Therefore, a consensus model was proposed to model the experts' preferences by means of CLEs and carried out a feedback mechanism that is directly applied on these expressions. However, the

proposal presented an important drawback, as these recommendations were limited by the discrete expression domain that experts use to express their opinions. This limitation could be an obstacle to reaching the desired consensus. This paper aims to overcome this limitation.

The new consensus model replaces the CLEs by ELICIT information (see Section A.5.1.2), which allows to maintain the interpretability of the CLEs and to use linguistic expressions defined under a continuous domain of expression and therefore not limited exclusively to the finite set of terms that form such domain. The computational processes carried out in the consensus model are performed accurately and without loss of information, thanks to the use of the fuzzy representation of ELICIT expressions.

This proposal also includes a feedback process. In this case, the alternatives in which there is the greatest dissent within the group are identified. If the collective consensus on an alternative is below the desired consensus threshold, it is necessary to recommend to certain experts to modify their opinions on that alternative. The experts who should modify their preferences are those whose opinions on the dissenting alternatives are furthest from the group's opinion. Once the experts and the alternatives have been identified, it is necessary to define the preference recommendation. The proposal includes an adaptive process that identifies whether the change to be applied should be more or less drastic, a key aspect of our contribution since, contrary to other existing proposals, the ELICIT information allows modifying the experts' preferences in a continuous domain. While other consensus models apply the change in experts' preferences only on linguistic terms belonging to a predefined linguistic set, our proposal can use the concept of symbolic translation of ELICIT information to apply changes in the continuous values that exist between linguistic terms. This helps to generate more accurate recommendations, avoiding excessive modifications in preferences that may cause a deadlock in the consensus process.

To evaluate the performance of the proposal, we proceed to the resolution of a GDM problem and a subsequent comparative analysis with the proposal presented in the previous section, due to the similarity between both. The simulation carried out using AFRYCA 2.0 shows excellent results. On the one hand, the consensus model is able to solve the problem just in a few rounds of discussion and reaching a high level of consensus. This is achieved thanks to the use of ELICIT information, which allows us to carry out fuzzy operations that avoid the loss of information in the resolution process and generate recommendations in the right measure, avoiding excessive changes in preferences that negatively influence the group's agreement. In addition, the changes are applied on the ELICIT expressions, which facilitates their interpretation by the experts. The comparative analysis also shows a better performance with respect to the previous proposal, since the latter is not able to reach the desired consensus in the maximum number of predefined discussion rounds.

The article associated with this part is included in Section 4.7.

A.5.2.5. A Cost Consensus Metric for Consensus Reaching Processes based on a Comprehensive Minimum Cost Model

As we have seen in previous works, CRPs are of great importance within GDM since, on many occasions, certain decision problems require a consensual solution. For this reason, a large number of consensus models have been proposed in the literature. The number of consensus models is such that it is really complex to decide which one to use in solving a GDM problem and, in addition, there is no objective measure to evaluate the good or bad performance of a CRP and facilitate such a decision. This work aims to overcome this limitation by defining a metric to evaluate the performance of consensus models.

The initially proposed metric is based on *minimum cost consensus* (MCC) models [2, 3, 92]. These models define consensus as the minimum distance between individual expert opinions and the collective opinion and seek to minimize the cost of modifying these opinions using a linear function. Therefore, they are able to obtain a consensus solution by modifying as little as possible the initial opinions of the experts based on a predefined maximum distance threshold value between the experts' opinions and the collective opinion. The smaller the value of this threshold, the smaller the distance between the experts' opinions and the collective one and, consequently, the higher the level of agreement reached in the group. However, small distances between the individual expert opinions and the collective opinion do not always guarantee reaching the desired level of agreement within the group.

To solve the above problem, this paper proposes new MCC models that include an additional constraint related to the calculation of the consensus within the group of experts, which we will name *comprehensive minimum cost consensus* (CMCC) models. In this way, it is guaranteed that, in case a feasible solution is found, it will meet the consensus needs required by the problem. In total, four CMCC models are proposed based on two aspects. The first aspect is related to the measure of consensus used to calculate the consensus within the group, which can be based on the similarity between the experts' opinion and the collective opinion or based on the similarity between experts. The second aspect is related to the type of preference structure that experts use to express their opinions. In this case, we consider two possible structures, those formed by utility vectors [65] or by fuzzy preference relations[47].

The next step is to define the metric for consensus models. The metric, called *consensus cost metric*, could use any of the four models described above, the selection depends on the characteristics of the consensus model to be analysed. Once the CMCC model is selected, it will provide, if it exists, the optimal solution to the problem, which is the one with the lowest cost or that requires the smallest change in the experts' preferences based on the consensus and distance conditions set for the decision problem. Subsequently, this optimal solution is compared, by means of the metric, with the solution provided by the analysed consensus model, computing the distance between both solutions and returning a value between -1 and 1. If the resulting value is 0, the analysed consensus model provides the same solution as

the CMCC, i.e., the optimal solution. If the result is 1, it means that the consensus model provides a solution in which the experts' preferences have not been modified at any time. For intermediate values, the closer to one, the worse the solution proposed by the consensus model. For negative values, -1 represents the worst possible solution due to excess cost, i.e., the experts' preferences have been excessively modified. For intermediate values, the more negative the value, the worse the solution.

Finally, to show the usefulness of the metric, a number of representative consensus models are selected in order to evaluate their performance on a GDM problem. The simulations carried out by AFRYCA 2.0 demonstrate that the new metric can be effectively used to make comparisons between CRPs, as it allows to detect anomalous situations in their performance that cannot be detected with other criteria.

The article associated with this part is included in Section 4.8.

A.5.3. Support for Group Decision Making Problems and Consensus Reaching Processes

Real-world DM problems are becoming increasingly complex due to the continuous development of society. Experts often have to deal with decision problems that involve uncertainty and lack of information and sometimes also demand solutions in a short period of time. Under these conditions, experts are under high-pressure situations that can directly affect their behaviour and negatively influence the decision process. Decision support systems are created with the aim of supporting experts and facilitating their work in decision making.

In this part, we will show two decision support systems that were developed in this doctoral thesis. First, we will introduce *AFRYCA 2.0*, an improved version of the framework for the analysis of CRPs proposed by Palomares et al. [49]. This new version of the software includes new consensus models and features that allow the treatment of a larger number of GDM problems among other advantages that will be developed in detail in the next section. We will also present the decision support system APOLLO the acronym for "A grouP decision fuzzy TOoL in support of cLimate change pOlicy making", which allows solving GDM problems related to climate change policies.

A.5.3.1. Software for the Analysis of Consensus Reaching Processes: AFRYCA 2.0

CRPs are essential when consensus solutions are required in GDM problems. There are multiple consensus models proposed in the literature that simulate these CRPs and can be used as a support tool for the experts in solving the problem. However, most of these models have a complex algorithmic structure consisting of different steps and experts cannot spend the already scarce time they have in determining which consensus model to use and manually

carry out all the computations related to the performance of the model. With this in mind, AFRYCA [49] (A FReamework for the analYsis of Consensus Approaches), a decision support system that includes different consensus models to simulate a real CRP, was initially designed. Its main objectives are (i) to discover the advantages and disadvantages of consensus models, (ii) to determine the most suitable model for a specific GDM problem and (iii) to carry out comparisons between the different models.

The use of AFRYCA in multiple GDM situations revealed certain shortcomings in the software, such as outdated technology, a complex structure that makes it difficult to include new consensus models and their parameters, the impossibility for the user to modify several relevant simulation parameters, lack of information on the simulation results, and the inability to analyse the models in more detail. With all these limitations in mind, an improved version of the software, AFRYCA 2.0, is presented in this paper.

AFRYCA 2.0 has the following advantages over its predecessor:

- *Migration and independence:* AFRYCA 2.0 is developed under the new Eclipse RCP 4.0 branch, which includes several new features at the technological level such as dependency injection, declarative services, model application, etc. In addition, the first version of AFRYCA made use of external libraries for certain functionalities such as the use of the statistical programming language RCP [55], which made its migration to other platforms difficult. In the version 2.0, the language is incorporated natively, so the statistical environment can be selected at runtime.
- *New consensus models:* AFRYCA 2.0 incorporates a new and simpler mechanism for adding new consensus models to the software. It is now possible to define all the parameters associated with the model and apply a series of constraints and relationships between them, saving users from having to manually check if all the values are correct. In addition, two new consensus models have been included in the software [50, 51].
- *Behaviours configuration:* AFRYCA 2.0 provides greater flexibility in the configuration of the simulation of experts' behaviour, making it possible to model the probability distribution associated with them. The mechanism to include new behaviours has also been facilitated and a new one called "standard with adverse" has been included, which allows to simulate experts reluctant to accept the recommendations.
- *Evolution of CRPs:* the first version of AFRYCA visualized the state of the experts' preferences at the end of the CRP. AFRYCA 2.0, however, shows such a visualization for each of the discussion rounds that have been necessary in the course of the CRP.
- *Metrics:* AFRYCA 2.0 includes several metrics that allow studying different aspects of the consensus models and analysing their performance.

This paper also includes an experimental study in which several consensus simulations are carried out on different GDM problems with the aim of showing the new features and

advantages of AFRYCA 2.0.

The article associated with this part is included in Section 4.9.

A.5.3.2. Software for the Support of Decision Problems based on Climate Policy: APOLLO

Nowadays, many of most important GDM problems are related to sustainability issues. The effects of climate change are increasingly evident and its impact on our society, economy and environment today and in the future is one of our main concerns. This challenge has been addressed through different climate policies, however, its enormous complexity means that experts have to assess the risks of applying different policies in a given geographical area, leaving themselves open to a series of assumptions that do not reflect real-world constraints. This work focuses on reducing this complexity by developing a climate policy-focused decision support system called APOLLO.

The main objective of APOLLO is to facilitate the consensus process of a group of experts to reach the best possible solution to a GDM problem related to climate change and climate issues. To this end, APOLLO presents a resolution scheme divided into several steps:

1. *Problem definition*: this step defines the GDM problem and all the elements related to it, the alternatives, the criteria to evaluate them, experts or expression domains. Specifically, APOLLO focuses on the modelling of preferences by means of linguistic information with the objective of facilitating the task of the experts.
2. *Assignment of expression domains*: in this phase the expression domains created in the first stage are assigned to the different experts. In this way, the experts can use the expression domain with which they feel more comfortable when expressing their knowledge.
3. *Consensus*: climate policies affect society, so consensual solutions are much more highly valued. APOLLO measures the level of consensus in the group of experts, carrying out a CRP, if it is necessary, with the aim of getting the experts to modify their initial preferences and increase the agreement among them.
4. *Rating*: finally, at this stage APOLLO carries out the resolution of the GDM problem by means of the linguistic method 2-tuple TOPSIS [62] providing a ranking of the alternatives based on the consensus opinions of the experts.

The performance of APOLLO is tested by solving a real case study related to the decarbonization of iron and steel production in Austria. The case study aims to facilitate the transition path of the Austrian steel industry by prioritizing the risks associated with this transition by engaging stakeholders in a process that will provide information on what key

players in the system fear the most. A total of twenty five possible risks are considered and evaluated on the basis of four different criteria. APOLLO makes it possible to detect disagreements within the group of experts, to simulate a CRP to support the experts in modifying their preferences and reaching a higher level of agreement and, finally, to provide a ranking of the different risks. All this keeping in mind the fact that the software always makes use of linguistic information, which facilitates the understanding of the results by the experts.

The article associated with this part is included in Section 4.10.

A.6. Conclusions and Future Works

To conclude this research memory, we will present the different conclusions drawn in this research, together with the possible future works that can be addressed on the basis of the results obtained.

A.6.1. Conclusions

The increasing complexity of *Group Decision Making* (GDM) problems leads to the emergence of uncertainty, which makes more difficult for experts to express their opinions. Linguistic modelling of preferences allows to represent this uncertainty in a satisfactory way, giving rise to *Linguistic Decision Making*. However, despite the benefits of current linguistic representation models focused on GDM problems, they also have different limitations in terms of interpretability and/or accuracy.

The first objective of this research memory was to propose a linguistic representation model to overcome these limitations in GDM under linguistic contexts. For this purpose, we have proposed the use of Extended Comparative Linguistic Expressions with Symbolic Translation (ELICIT), which have improved the flexibility of the experts' expressions, as they are similar to the human beings' cognitive model. Moreover, its computational model, together with the proposed aggregation operators based on it, have made it easier to obtain interpretable and more accurate results than existing models in the literature.

Another aim was to improve *Consensus Reaching Processes* (CRPs) in contexts of uncertainty. First, a study was carried out on the use of classical consensus models, focused on GDM problems with few experts, in large scale GDM problems. This study proved that classical models have important limitations and are not able to adapt to the peculiar characteristics of this type of problems. Therefore, first, a consensus model for large scale GDM problems was designed, capable of meeting the challenge of scalability by generating experts' subgroups and proposing a new cohesion measure for the latter that improves the convergence of opinions towards agreement. Subsequently, two linguistic consensus models with comparative linguistic expressions and ELICIT have been proposed, which facilitate the linguistic modelling of experts' preferences and improve the interpretability and accuracy of the results.

The next aim of this memory was based on the definition of a metric to evaluate the performance of different consensus models. Therefore, first of all, the concept of *comprehensive minimum cost model* was defined, a linear programming model capable of obtaining the optimal solution of a CRP. From this concept, a cost metric was developed that allows to evaluate the performance of different CRPs on a GDM problem in an objective way.

The models and tools defined above have been applied to real-world decision problems, as indicated in the fourth objective of this research. Satisfactory results have been obtained, providing new solutions to GDM problems that could not be obtained before and improving the results of state-of-the-art models.

Finally, as a consequence of the previous objective, two decision support systems have been implemented to automate and facilitate the resolution of previous CRPs and GDM problems, as the last objective of our research was intended. The first decision system implemented is AFRYCA 2.0, a general framework that allows the simulation and analysis of CRPs for GDM problems of any type. The second software tool, APOLLO, is a decision support system for GDM problems focused on climate policies, being unique in its field according to its characteristics and functionality.

Therefore, it should be noted that all the objectives defined at the beginning of this research memory have been achieved, providing tools, models and results that improve the state of the art prior to our research and open the possibility for new research such as it is described in the following section.

A.6.2. Future Works

Based on the results obtained, it is possible to define possible works that continue with the research carried out throughout this doctoral thesis and presented in this research memory. These future works are:

- To extend the computational model associated to the ELICIT linguistic representation model by defining new aggregation operators.
 - To study new types of decision problems, such as classification problems, which aim to provide a classification of alternatives into different classes and propose new methodologies that allow their resolution and application to real world problems.
 - To propose new consensus models that face different challenges related to current decision making problems such as polarization of opinions or minority opinions.
 - To develop new metrics for consensus models that model experts' preferences using linguistic information.
 - To increase the functionality of the decision support system AFRYCA 2.0 by including new consensus models, behaviour types, and other new functionality.
-

- To increase the functionality of APOLLO by including new decision and consensus models and subsequently use it in solving various real-world climate change related problems.
- To perform the registration process of APOLLO so that its authorship is recognized.

A.6.3. Additional Publications

In the development of this research, other publications have been presented that have not been included in this research memory, which are listed below:

- In International Journals
 - R. M. Rodríguez, A. Labella, B. Dutta y L. Martínez. Comprehensive minimum cost models for large scale group decision making with consistent fuzzy preference relations. *Knowledge-Based Systems*, 106780, 2021.
 - A. Labella, A. Ishizaka y L. Martínez. Consensual Group-AHPSort: Applying consensus to GAHPSort in sustainable development and industrial engineering. *Computers & Industrial Engineering*, 152, 107013, 2021.
 - A. L. Moreno-Albarracín, A. Licerán-Gutierrez, C. Ortega-Rodríguez, A. Labella y R. M. Rodríguez. Measuring What Is Not Seen—Transparency and Good Governance Nonprofit Indicators to Overcome the Limitations of Accounting Models. *Sustainability*, 12(18): 7275, 2020.
 - A. Labella, J. C. Rodríguez-Cohard, J. D. Sánchez-Martínez y L. Martínez. An AHPSort II Based Analysis of the Inequality Reduction within European Union. *Mathematics*, 8(4): 646, 2020.
 - A. Labella, R. M. Rodríguez y L. Martínez. Extending the linguistic decision suite FLINTSTONES to deal with comparative linguistic expressions with symbolic translation information. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 39: 6245–6258, 2020.
 - L. Wang, A. Labella, R. M. Rodríguez, Y. M. Ming Wang y L. Martínez. Managing non-homogeneous information and experts' psychological behavior in group emergency decision making. *Symmetry*, 9(10): 234, 2017.
 - In International Conferences
 - A. Labella, R. M. Rodríguez y L. Martínez. Green Supplier Selection by means of a Decision Making Method based on ELICIT Information. In 14th International Conference FLINS Conference, 750-758, World Scientific, 2020.
 - A. Labella, D. Uztürk, R. M. Rodríguez, G. Büyüközkan y L. Martinez. Product development partner selection based on ELICIT information, In 14th International Conference FLINS Conference, 767-775, World Scientific, 2020.
-

-
- A. Nikas, A. Arsenopoulos, H. Doukas y A. Labella. Prioritisation of risks associated with decarbonisation pathways for the Austrian iron and steel sector using 2-tuple TOPSIS, In 14th International Conference FLINS Conference, 776-783, World Scientific, 2020.
 - A. L. Moreno-Albarracín, C. Ortega-Rodríguez, A. Licerán-Gutiérrez, A. Labella y Luis Martínez. How are donations managed? A proposal of transparency measurement for non-profit organizations in a Spanish setting. In XIX International Meeting of the Spanish Association of University Professors of Accountancy, 2020.
 - A. Labella, H. Liu, R. M. Rodríguez, L. Martínez. Comprehensive Minimum Cost Models Based on Consensus Measures. In The International Virtual Workshop of Business Analytics EUREKA 2019, 2019.
 - A. Labella, A. Ishizaka y L. Martínez. Consensual Group-AHP Sort. In 30th European Conference on Operational Research, 2019
 - A. Labella, R. M. Rodríguez y Lui Martínez. A Comparative Performance Analysis of Consensus Models Based on a Minimum Cost Metric. In International Conference on Intelligent and Fuzzy Systems, 1506-1514. Springer, Cham, 2020.
 - A. Labella, R. M. Rodríguez y L. Martínez. A Novel Linguistic Cohesion Measure for Weighting Experts' Subgroups in Large-Scale Group Decision Making Methods. In 2019 IEEE 14th International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering (ISKE), 9-15. IEEE, 2019.
 - A. Labella, R. M. Rodríguez y L. Martínez. An Adaptive Consensus Reaching Process Dealing with Comparative Linguistic Expressions in Large-scale Group Decision Making. In 11th Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT 2019), 170-177. Atlantis Press, 2019.
 - A. Labella y L. Martínez. FLINTSTONES 2.0 an Open and Comprehensive Fuzzy Tool for Multi-criteria Decision Analysis. In International Conference on Intelligent and Fuzzy Systems, 762-769. Springer, Cham, 2019.
 - D. Uztürk, A. Labella, G. Büyüközkan y L. Martinez. Fuzzy linguistic integrated methodology for sustainable hospital building design. In International Conference on Intelligent and Fuzzy Systems, 1180-1188. Springer, Cham, 2019.
 - A. Labella, R. M. Rodríguez, G. De Tré y L. Martínez. A Cohesion Measure for Improving the Weighting of Experts' subgroups in Large-scale Group Decision Making Clustering Methods. In 2019 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE), 1-6. IEEE, 2019.
 - R. Yera, A. Labella, J. Castro y L. Martínez. On group recommendation supported by a minimum cost consensus model. In Data Science and Knowledge Engineering for Sensing Decision Support: Proceedings of the 13th International FLINS Conference (FLINS 2018), 11: 227, 2018.
-

- A. Labella y L. Martínez. A new visualization for preferences evolution in group decision making. In *Data Science And Knowledge Engineering For Sensing Decision Support-Proceedings Of The 13th International FLINS Conference*, 11: 235. World Scientific, 2018.
- A. Labella y L. Martínez. AFRYCA 3.0: An improved framework for consensus analysis in group decision making. In *International Conference on Intelligent Decision Technologies*, 76-86. Springer, Cham, 2018.
- A. Labella, L. Martínez y R. M. Rodríguez. Can classical consensus models deal with large scale group decision making?. In *2017 12th International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering (ISKE)*, 1-7. IEEE, 2017.
- L. Wang, A. Labella, R. M. Rodríguez y Luis Martínez. An emergency group decision making method based on prospect theory. In *14th Information Systems for Crisis Response and Management (ISCRAM)*, 2017.
- In National Conferences
 - A. Labella, R. M. Rodríguez y L. Martínez. Uso de expresiones lingüísticas comparativas en AFRYCA 3.0. In *Conference of the Spanish Association for Artificial Intelligence (CAEPIA 2018) 23-26 October 2018 Granada, Spain* (pp. 341-346). Association for Artificial Intelligence (AEPIA), 2018.
 - R. M. Rodríguez, A. Labella y L. Martínez. Un modelo de consenso para toma de decisiones en grupo a gran escala usando conjuntos difusos dudosos. In *XVIII Conference of the Spanish Association for Artificial Intelligence (CAEPIA 2018) 23-26 October 2018 Granada, Spain* (pp. 316-321). Association for Artificial Intelligence (AEPIA).
 - A. Labella, F. J. Estrella y L. Martínez. AFRYCA 2.0: Análisis de Procesos de Alcance de Consenso. In *XVII Conference of the Spanish Association for Artificial Intelligence (CAEPIA 2016) 14-15 September 2016 Salamanca, Spain* (pp. 573-582). Association for Artificial Intelligence (AEPIA), 2016.
 - F. J. Estrella, R. M. Rodríguez, A. Labella y L. Martínez. Un Sistema Basado en FLINTSTONES para Procesos de Selección Mediante un Modelo Difuso TOP-SIS. In *XVI Association for Artificial Intelligence (CAEPIA 2015) 9-12 November 2015 Albacete, Spain* (pp. 491-500). Association for Artificial Intelligence (AEPIA), 2015.

A.6.4. Awards Received

It is worth mentioning that some of the published works along this doctoral thesis were awarded. In particular, two papers presented in international conferences, the first one,

entitled “FLINTSTONES 2.0 an Open and Comprehensive Fuzzy Tool for Multi-criteria Decision Analysis” presented at the *International Conference on Intelligent and Fuzzy Systems* in Istanbul, Turkey, which received the *Best student paper award*. The second one, entitled “A Novel Linguistic Cohesion Measure for Weighting Experts’ Subgroups in Large-Scale Group Decision Making Methods”, presented at the *IEEE 14th International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering*, in Dalian, China, received the *Best paper award*. In addition, the software developed in this doctoral thesis, AFRYCA 2.0, received in 2017 the award in the modality "Best application" in the *III Ada Lovelace Awards in Information and Communication Technologies of the University of Jaén*. All the diplomas associated with the above awards are included below.

Best Student Paper Award

Dear

Álvaro Labella & Luis Martinez,

INFUS community would like to thank you for taking part at International Conference on Intelligent and Fuzzy Systems organized by Industrial Engineering Department of Istanbul Technical University in July 23-25, 2019 at Istanbul, Turkey.

Your research,

**“FLINTSTONES 2.0 an Open and Comprehensive Fuzzy Tool
for Multi-Criteria Decision Analysis”**

has been selected to be the best student paper presented at INFUS 2019.

INFUS

International Conference on
Intelligent and Fuzzy Systems



Istanbul Technical University

Faculty of Management
Industrial Engineering Department



Prof.Dr.Cengiz Kahraman

Conference
Chair



IEEE 14th International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering
(ISKE2019)

BEST PAPER AWARD

Presented to:

Alvaro Labella, Rosa M. Rodríguez, Luis Martínez

Paper Title:

A Novel Linguistic Cohesion Measure for Weighting Experts' subgroups in Large-scale
Group Decision Making Methods (SS14: Fuzzy decision making)

Date: November 14-16, 2019

Location: Dalian, China

Li Zou

Li Zou

Chair of International Program Committee
of ISKE2019

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Jie Lu', written over a horizontal line.

Jie Lu

Chair of ISKE2019 Steering Committee



Universidad
de Jaén



CENTRO DE ESTUDIOS AVANZADOS EN
TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN
Y LA COMUNICACIÓN

D. ÁLVARO LABELLA ROMERO

con DNI Nº: 77348227D

Ha quedado como ganador en los III Premios Ada Lovelace en Tecnologías de la Información y la Comunicación de la Universidad de Jaén, en la modalidad a la mejor aplicación, por su propuesta "AFRYCA: A Framework for the analysis of Consensus Approaches", organizados por el CEATIC, y para que conste a los efectos oportunos, se expide el presente:

CERTIFICADO GANADOR

**III Premios Ada Lovelace en Tecnologías de la Información y la
Comunicación de la Universidad de Jaén**

Jaén, 8 de Noviembre de 2017

Director del Centro de Estudios Avanzados en Tecnologías de la
Información y la Comunicación



D. Luis Alfonso Ureña López

A.6.5. Stays and Collaborations

During the development of this doctoral thesis, several stays and collaborations abroad have been carried out, with the aim of improving the research training of the PhD student through the knowledge and experience of experts in the topic.

Thanks to the EDUJA 2017 fellowship granted by the University of Jaén, it has been possible to carry out a stay for 3 months at the School of Electrical and Computer Engineering at the National Technical University (NTUA), Athens, collaborating closely with the Prof. Haris Doukas in the development of a European research project.

In addition, the pre-doc fellowship for the training of doctors (FPI) granted by the Spanish Ministry of Science, Innovation and Universities, gave me the opportunity to carry out another stay for 2 months at the University of Portsmouth, UK, with the Prof. Alessio Ishizaka.

Bibliografía

- [1] I. Beg and R. Tabasam. Hesitant 2-tuple linguistic information in multiple attributes group decision making. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 30(1):109 – 116, 2016.
- [2] D. Ben-Arieh and T. Easton. Multi-criteria group consensus under linear cost opinion elasticity. *Decision support systems*, 43(3):713–721, 2007.
- [3] D. Ben-Arieh, T. Easton, and B. Evans. Minimum cost consensus with quadratic cost functions. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 39 (1)(1):210–217, 2009.
- [4] J. Bezdek. *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*. Springer, 1981.
- [5] C. Bonferroni. Sulle medie multiple di potenze. *Bollettino dell’Unione Matematica Italiana*, 5(3-4):267–270, 1950.
- [6] P. Bonissone and K. S. Decker. Selecting uncertainty calculi and granularity: An experiment in trading-off precision and complexity. In *Machine Intelligence and Pattern Recognition*, volume 4, pages 217–247. Elsevier, 1986.
- [7] C.T.L. Butler and A. Rothstein. *On Conflict and Consensus: A Handbook on Formal Consensus Decision Making*. Takoma Park, 2006.
- [8] J.L. Chen, C. Chen, C.C. Wang, and X. Jiang. Measuring soft consensus in uncertain linguistic group decision-making based on deviation and overlap degrees. *International Journal of Innovative Management, Information & Production*, 2(3):25–33, 2011.
- [9] S.M. Chen and J. A. Hong. Multicriteria linguistic decision making based on hesitant fuzzy linguistic term sets and the aggregation of fuzzy sets. *Information Sciences*, 286:63–74, 2014.
- [10] F. Chiclana, F. Mata, L. Martínez, E. Herrera-Viedma, and S. Alonso. Integration of a consistency control module within a consensus model. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-based Systems*, 16(1):35–53, 2008.

-
- [11] Y. Dong, G. Zhang, W. C. Hong, and S. Yu. Linguistic computational model based on 2-tuples and intervals. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 21(6):1006–1018, 2013.
- [12] H. Doukas, C. Karakosta, and J. Psarras. Computing with words to assess the sustainability of renewable energy options. *Expert Systems with Applications*, 37(7):5491–5497, 2010.
- [13] B. Dutta and D. Guha. Partitioned bonferroni mean based on linguistic 2-tuple for dealing with multi-attribute group decision making. *Applied Soft Computing*, 37:166–179, 2015.
- [14] B. Dutta, D. Guha, and R. Mesiar. A model based on linguistic 2-tuples for dealing with heterogeneous relationship among attributes in multi-expert decision making. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 23(5):1817–1831, 2014.
- [15] Eclipse Foundation. Eclipse RCP: Eclipse Rich Client Platform (Version 4.6). https://wiki.eclipse.org/Rich_Client_Platform, 2017.
- [16] P. Eklund, A. Rusinowska, and H. de Swart. Consensus reaching in committees. *Decision Support*, 178(1):185–193, 2007.
- [17] P. Eklund, A. Rusinowska, and H. de Swart. A consensus model of political decision-making. *Annals of Operations Research*, 158(1):5–20, 2008.
- [18] J. Geldermann and K. Zhang. Software review:“decision lab 2000”. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 10(6):317–323, 2001.
- [19] X. Gou, Z.S. Xu, and F. Herrera. Consensus reaching process for large-scale group decision making with double hierarchy hesitant fuzzy linguistic preference relations. *Knowledge-based Systems*, 157:20–33, 2018.
- [20] F. Herrera, S. Alonso, F. Chiclana, and E. Herrera-Viedma. Computing with words in decision making: foundations, trends and prospects. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 8(4):337–364, 2009.
- [21] F. Herrera and E. Herrera-Viedma. Linguistic decision analysis: Steps for solving decision problems under linguistic information. *Fuzzy Sets and Systems*, 115(1):67–82, 2000.
- [22] F. Herrera, E. Herrera-Viedma, and J. L. Verdegay. A sequential selection process in group decision making with a linguistic assessment approach. *Information Sciences*, 85(4):223–239, 1995.
- [23] F. Herrera and L. Martínez. A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 8(6):746–752, 2000.
-

-
- [24] E. Herrera-Viedma, F. Herrera, and F. Chiclana. A consensus model for multiperson decision making with different preference structures. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 32(3):394–402, 2002.
- [25] P. Holecek and J. Talašová. FuzzME: a new software for multiple-criteria fuzzy evaluation. *Acta Universitatis Matthiae Belii ser. Mathematics*, 16:35–51, 2010.
- [26] A. Ishizaka and A. Labib. Analytic hierarchy process and expert choice: Benefits and limitations. *Or Insight*, 22(4):201–220, 2009.
- [27] A. Ishizaka and P. Nemery. *Multi-criteria decision analysis: methods and software*. John Wiley & Sons, 2013.
- [28] J. Kacprzyk. Group decision making with a fuzzy linguistic majority. *Fuzzy Sets and Systems*, 18(2):105–118, 1986.
- [29] J. Kacprzyk. *On some fuzzy cores and 'soft' consensus measures in group decision making*. in J. Bezdek (Ed.), *The Analysis of Fuzzy Information*, pp. 119-130, 1987.
- [30] J. Kacprzyk and M. Fedrizzi. A “soft” measure of consensus in the setting of partial (fuzzy) preferences. *European Journal on Operational Research*, 34(1):316–325, 1988.
- [31] J. Kacprzyk and S. Zadrozny. *Supporting Consensus Reaching Processes under Fuzzy Preferences and a Fuzzy Majority via Linguistic Summaries*, pages 261–279. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2010.
- [32] J.A. Kline. Orientation and group consensus. *Central States Speech Journal*, 23:44–47, 1972.
- [33] G. J. Klir and T. A. Folger. *Fuzzy sets, uncertainty, and information*. Prentice Hall, 1988.
- [34] Á. Labella, Y. Liu, R. M. Rodríguez, and L. Martínez. Analyzing the performance of classical consensus models in large scale group decision making: A comparative study. *Applied Soft Computing*, 67:677–690, 2018.
- [35] C.C Li, Y. Dong, and F. Herrera. A consensus model for large-scale linguistic group decision making with a feedback recommendation based on clustered personalized individual semantics and opposing consensus groups. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 27(2):221–233, 2019.
- [36] H. Liu and R. M. Rodríguez. A fuzzy envelope for hesitant fuzzy linguistic term set and its application to multicriteria decision making. *Information Sciences*, 258:220–238, 2014.
-

-
- [37] J. Ma, D. Ruan, Y. Xu, and G. Zhang. A fuzzy-set approach to treat determinacy and consistency of linguistic terms in multi-criteria decision making. *International Journal of Approximate Reasoning*, 44(2):165–181, 2007.
- [38] L. Martínez and F. Herrera. An overview of the 2-tuple linguistic model for computing with words in decision making: extensions, applications and challenges. *Information Sciences*, 207(1):1–18, 2012.
- [39] L. Martínez, R. M. Rodríguez, and F. Herrera. *The 2-tuple Linguistic Model*. Springer International Publishing, 2015.
- [40] L. Martínez, D. Ruan, F. Herrera, and E. Herrera-Viedma. Linguistic decision making: Tools and applications preface. *Information Sciences*, 179(14):2297–2298, JUN 27 2009.
- [41] J. M. Mendel. An architecture for making judgments using computing with words. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 12:325–335, 2002.
- [42] J. M. Mendel. Computing with words: Zadeh, turing, popper and occam. *IEEE computational intelligence magazine*, 2(4):10–17, 2007.
- [43] J. M. Mendel, L. A. Zadeh, E. Trillas, R. Yager, J. Lawry, H. Hagra, and S. Guadarrama. What computing with words means to me [discussion forum]. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 5(1):20–26, 2010.
- [44] G.A. Miller. The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information. *The Psychological Review*, 63:81–97, 1956.
- [45] R. Montes, A. M. Sanchez, P. Villar, and F. Herrera. A decision making model to evaluate the reputation in social networks using hflts. In *Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE), 2017 IEEE International Conference on*, pages 1–6. IEEE, 2017.
- [46] J.A. Morente-Molinera, I.J. Pérez, M.R. Ureña, and E. Herrera-Viedma. On multi-granular fuzzy linguistic modeling in group decision making problems: A systematic review and future trends. *Knowledge-Based Systems*, 74:49 – 60, 2015.
- [47] S.A. Orlovski. Decision-making with fuzzy preference relations. *Fuzzy Sets and Systems*, 1:155–167, 1978.
- [48] S. K. Pal and L. Polkowski. *Rough-neural Computing: Techniques for computing with words*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [49] I. Palomares, F. J. Estrella, L. Martínez, and F. Herrera. Consensus under a fuzzy context: Taxonomy, analysis framework afryca and experimental case of study. *Information Fusion*, 20:252–271, 2014.
-

-
- [50] I. Palomares, F.J. Quesada, and L. Martínez. An approach based on computing with words to manage experts' behavior in consensus reaching processes with large groups. *Proceedings of the 2014 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE 2014)*, pages 476–483, 2014.
- [51] F.J. Quesada, I. Palomares, and L. Martínez. Managing experts behavior in large-scale consensus reaching processes with uninorm aggregation operators. *Applied Soft Computing*, 35:873 – 887, 2015.
- [52] R. Ren, M. Tang, and H. Liao. Managing minority opinions in micro-grid planning by a social network analysis-based large scale group decision making method with hesitant fuzzy linguistic information. *Knowledge-based Systems*, 189, 2020.
- [53] S. Rezvani and M. Molani. Representation of trapezoidal fuzzy numbers with shape function. *Annals of Fuzzy mathematics and Informatics*, 8(1):89–112, 2014.
- [54] J. V. Riera, S. Massanet, E. Herrera-Viedma, and J. Torrens. Some interesting properties of the fuzzy linguistic model based on discrete fuzzy numbers to manage hesitant fuzzy linguistic information. *Applied Soft Computing*, 36:383–391, 2015.
- [55] B. D. Ripley et al. The R project in statistical computing. *MSOR Connections. The newsletter of the LTSN Maths, Stats & OR Network*, 1(1):23–25, 2001.
- [56] R. M. Rodríguez, Á. Labella, G. De Tré, and L. Martínez. A large scale consensus reaching process managing group hesitation. *Knowledge-Based Systems*, 2018.
- [57] R. M. Rodríguez, L. Martínez, and F. Herrera. Hesitant fuzzy linguistic term sets for decision making. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 20(1):1109–1119, 2012.
- [58] R. M. Rodríguez, L. Martínez, and F. Herrera. A group decision making model dealing with comparative linguistic expressions based on hesitant fuzzy linguistic term sets. *Information Sciences*, 241(1):28–42, 2013.
- [59] R.M. Rodríguez, A. Labella, and L. Martínez. An overview on fuzzy modelling of complex linguistic preferences in decision making. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 9:81–94, 2016.
- [60] D. Ruan, J. Lu, E. Laes, G. Zhang, J. Ma, and G. Meskens. Multi-criteria group decision support with linguistic variables in long-term scenarios for belgian energy policy. *Journal of Universal Computer Science*, 16(1):103–120, 2007.
- [61] S. Saint and J. R. Lawson. *Rules for Reaching Consensus. A Modern Approach to Decision Making*. Jossey-Bass, 1994.
-

-
- [62] O. Sohaib, M. Naderpour, W. Hussain, and L. Martinez. Cloud computing model selection for e-commerce enterprises using a new 2-tuple fuzzy linguistic decision-making method. *Computers & Industrial Engineering*, 132:47–58, 2019.
- [63] C. Tan and X. Chen Y. Jia. 2-tuple linguistic hesitant fuzzy aggregation operators and its application to multi-attribute decision making. *Informatika*, 28(2):329–358, 2017.
- [64] Y. Tang and J. Zheng. Linguistic modelling based on semantic similarity relation among linguistic labels. *Fuzzy Sets and Systems*, 157(12):1662–1673, 2006.
- [65] T. Tanino. On group decision making under fuzzy preferences. In *Multiperson decision making models using fuzzy sets and possibility theory*, pages 172–185. Springer, 1990.
- [66] R. M. Tong and P. P. Bonissone. A linguistic approach to decision making with fuzzy sets. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 10(11):716–723, 1980.
- [67] V. Torra. Hesitant fuzzy sets. *International Journal of Intelligent Systems*, 25(6):529–539, 2010.
- [68] R. J. Vanderbei. *Linear programming: foundations and extensions*, volume 285. Springer Nature, 2020.
- [69] H. Wang. Extended hesitant fuzzy linguistic term sets and their aggregation in group decision making. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 8(1):14–33, 2015.
- [70] J.H. Wang and J. Hao. A new version of 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words. *IEEE transactions on fuzzy systems*, 14(3):435–445, 2006.
- [71] L. Wang, Z. Gong, and N. Zhang. Consensus modelling on interval-valued fuzzy preference relations with normal distribution. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 11(1):706–715, 2018.
- [72] E. Ward. The theory of decision making. *Psychological bulletin*, 51(4):380, 1954.
- [73] C. Wei and H. Liao. Multi-granularity linguistic group decision making with hesitant 2-tuple sets and its application for health-care waste treatment. *International Journal of Intelligent Systems*, 31(6):612–634, 2016.
- [74] C. Wei, Rosa M. Rodríguez, and L. Martínez. Uncertainty measures of extended hesitant fuzzy linguistic term sets. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 26(3):1763–1768, 2018.
- [75] J. Wu, L. Dai, F. Chiclana, H. Fujita, and E. Herrera-Viedma. A minimum adjustment cost feedback mechanism based consensus model for group decision making under social network with distributed linguistic trust. *Information Fusion*, 41:232 – 242, 2018.
-

-
- [76] T. Wu, X. Liu, and F. Liu. An interval type-2 fuzzy topsis model for large scale group decision making problems with social network information. *Information Sciences*, 432:392 – 410, 2018.
- [77] T. Wu, X. Liu, and J. Qin. A linguistic solution for double large-scale group decision-making in e-commerce. *Computers & Industrial Engineering*, 116:97 – 112, 2018.
- [78] Z. Wu and J. Xu. A concise consensus support model for group decision making with reciprocal preference relations based on deviation measures. *Fuzzy Sets and Systems*, 206(1):58–73, 2012.
- [79] Z. Wu and J. Xu. A consensus model for large-scale group decision making with hesitant fuzzy information and changeable clusters. *Information Fusion*, 41:217 – 231, 2018.
- [80] Y. Xu, K.W. Li, and H. Wang. Distance-based consensus models for fuzzy and multiplicative preference relations. *Information Sciences*, 253:56–73, 2013.
- [81] Yejun Xu, Xiaowei Wen, and Wancheng Zhang. A two-stage consensus method for large-scale multi-attribute group decision making with an application to earthquake shelter selection. *Computers & Industrial Engineering*, 116:113 – 129, 2018.
- [82] Y.J. Xu, F.J. Cabrerizo, and E. Herrera-Viedma. A consensus model for hesitant fuzzy preference relations and its application in water allocation management. *Applied Soft Computing*, 58:265–284, 2017.
- [83] R. R. Yager. Approximate reasoning as a basis for computing with words. In *Computing with words and information/intelligent systems 2: applications*, pages 50–77. Physica Verlag, 1999.
- [84] R. R. Yager. On the retranslation process in Zadeh’s paradigm of computing with words. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 34(2):1184–1195, 2004.
- [85] R. R. Yager. Social network database querying based on computing with words. In *Flexible approaches in data, information and knowledge management*, pages 241–257. Springer, 2014.
- [86] R.R. Yager. Non-numeric multi-criteria multi-person decision making. *Group Decision and Negotiation*, 2(1):81–93, 1993.
- [87] L. A. Zadeh. Fuzzy sets. *Information and Control*, 8(3):338–353, 1965.
- [88] L. A. Zadeh. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, part i, ii, iii. *Information Sciences*, 8,8,9:199 – 249, 301–357, 43–80, 1975.
-

- [89] L. A. Zadeh. Fuzzy logic = computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 4(2):103–111, 1996.
 - [90] B. Zhang, H. Liang, and G. Zhang. Reaching a consensus with minimum adjustment in MAGDM with hesitant fuzzy linguistic term sets. *Information Fusion*, 42:12–23, 2018.
 - [91] G. Zhang, Y. Dong, and Y. Xu. Linear optimization modeling of consistency issues in group decision making based on fuzzy preference relations. *Expert systems with applications*, 39(6):2415–2420, 2012.
 - [92] Guiqing Zhang, Yucheng Dong, Yinfeng Xu, and Hongyi Li. Minimum-cost consensus models under aggregation operators. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, 41(6):1253–1261, 2011.
 - [93] Z. Zhang and C. Guo. Consistency and consensus models for group decision-making with uncertain 2-tuple linguistic preference relations. *International journal of systems Science*, 47(11):2572–2587, 2016.
 - [94] Y. Zulueta, R. M. Rodríguez, R. Bello, and L. Martínez. A hesitant heterogeneous approach for environmental impact significance assessment. *Journal of Environmental Informatics*, 29(2):74–87, 2017.
-