

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Occidente

Reconocimiento de validez oficial de estudios de nivel superior según acuerdo secretarial 15018, publicado en el Diario Oficial de la Federación del 29 de noviembre de 1976.

Departamento de Electrónica, Sistemas e Informática
Maestría en Diseño Electrónico



REPORTE DE FORMACIÓN COMPLEMENTARIA EN ÁREA DE CONCENTRACIÓN EN DISEÑO ELECTRÓNICO DE ALTA FRECUENCIA

TRABAJO RECEPCIONAL que para obtener el **GRADO** de
MAESTRO EN DISEÑO ELECTRÓNICO

Presenta: **JOSÉ ABDÓN RAMÍREZ RUIZ**

Asesor: **DR. OMAR HUMBERTO LONGORIA GÁNDARA**

Tlaquepaque, Jalisco. Agosto 2021.

Contenido

Introducción	1
1. Resumen de los proyectos realizados	3
1.1. PROYECTO 1: DISEÑO DE UN FILTRO PASA BAJAS	3
1.1.1 Introducción	3
1.1.2 Antecedentes	3
1.1.3 Solución Desarrollada	4
1.1.4 Análisis de Resultados	5
1.1.5 Conclusiones	6
1.2. PROYECTO 2: BALANCE DE ARMÓNICOS DE TONO SIMPLE.....	6
1.2.1 Introducción	6
1.2.2 Antecedentes	6
1.2.3 Solución Desarrollada	7
1.2.4 Análisis de Resultados	7
1.2.5 Conclusiones	8
1.3. PROYECTO 3: REGIONES DE CONFIANZA	10
1.3.1 Introducción	10
1.3.2 Antecedentes	10
1.3.3 Solución Desarrollada	11
1.3.4 Análisis de Resultados	11
1.3.5 Conclusiones	13
2. Conclusiones	15
Apéndices	17
A. ALTA FRECUENCIA: DISEÑO DE UN FILTRO PASABAJAS	18
B. MÉTODOS DE SIMULACIÓN: BALANCE DE ARMÓNICOS DE TONO SIMPLE	46
C. OPTIMIZACIÓN: REGIONES DE CONFIANZA	62

Introducción

Este documento presenta tres proyectos llevados a cabo durante los cursos del área de concentración del diseño electrónico en Alta Frecuencia de la maestría en Diseño Electrónico del ITESO. Esta área de concentración fue elegida principalmente porque, en la actualidad, el mundo está exigiendo cada vez más de mayores velocidades de transferencia de datos digitales, debido al gran impacto que la electrónica digital ha tenido en la tecnología moderna. El incremento en estas velocidades de transmisión da como resultado un incremento en el espectro de frecuencia que debe manejar la circuitería de los dispositivos para garantizar la integridad de la información haciendo cada vez más importante el efecto no deseado de los elementos parásitos y la necesidad de mitigarlos.

El primer proyecto presentado es el **Diseño de un Filtro pasa bajas** de alta frecuencia basado en el método de Pérdidas de Inserción que fue llevado a cabo en el curso de Diseño Electrónico en Alta Frecuencia. El segundo proyecto presentado es la implementación del método de simulación para circuitos con componentes no lineales llamado **Balance de Armónicos de Tono simple** que fue llevado a cabo en el curso de Métodos de Simulación de Circuitos Electrónicos. Y finalmente, el tercer proyecto presentado es la implementación de un método de optimización llamado **Regiones de Confianza** para la optimización de un filtro pasa bajas que fue llevado a cabo en el curso de Modelado y Diseño de Circuitos Basados en Optimización.

Todos los proyectos guardan en común el uso de herramientas computacionales para el análisis y diseño de circuitos electrónicos en alta frecuencia. Estas herramientas computacionales son principalmente simuladores y optimizadores. Los simuladores muestran una predicción del comportamiento del circuito que puede ser utilizada por los optimizadores para buscar de manera automática en el espacio de estados de los parámetros del circuito, un diseño óptimo que satisface ciertas restricciones. El desarrollo de estos proyectos brindó una mejor comprensión de las teorías utilizadas en simulación y optimización de circuitos de alta frecuencia, permitiendo así, hacer conexiones con otros campos del saber para poder formar un marco conceptual más amplio y preciso para la descripción de los fenómenos de alta frecuencia.

1. Resumen de los proyectos realizados

1.1. PROYECTO 1: Diseño de un Filtro Pasa Bajas

1.1.1 Introducción

Los filtros son dispositivos de dos puertos que presentan un comportamiento selectivo en frecuencia, de tal forma que, permiten el paso de la señal a un intervalo de frecuencias, conocido como banda de paso y, lo impiden en otro intervalo de frecuencias, conocido como banda de rechazo. En este trabajo se presenta el diseño de un filtro pasa bajas de alta frecuencia utilizando un método conocido como pérdidas de inserción. El método de pérdidas de inserción proporciona un gran control sobre las amplitudes de las bandas de paso y rechazo y, sobre las características de fase. El diseño es llevado a cabo utilizando prototipos y haciendo simulaciones a varios niveles tanto en APLAC como en SONNET para obtener un filtro basado en microcinta de alta frecuencia. En el apéndice A se encuentra el trabajo completo.

1.1.2 Antecedentes

El diseño de filtros pasa bajas por el método de pérdidas de inserción utiliza prototipos de circuitos normalizados para los cuales ya están definidas las curvas que definen el grado del filtro y tablas que definen los valores de las componentes del filtro. Estos prototipos se muestran en la **Fig. 1.1-1**. Los filtros pueden ser con la región pasa banda plana o con rizado como se muestra en la **Fig. 1.1-2**.

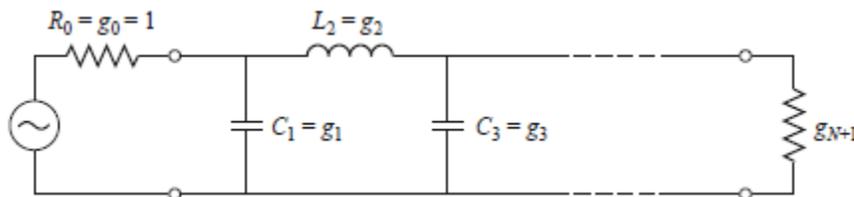


Figura 1.1-1. Prototipos de filtro pasa bajas normalizados.

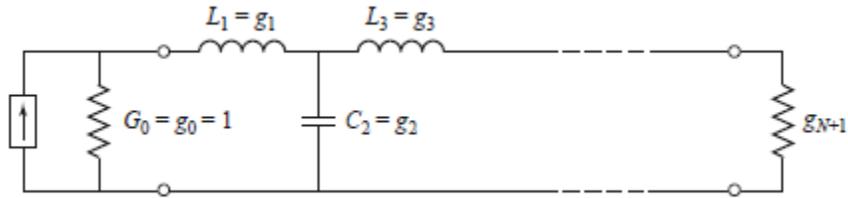


Figura 1.1-1. Prototipos de filtro pasa bajas normalizados (Continuación).

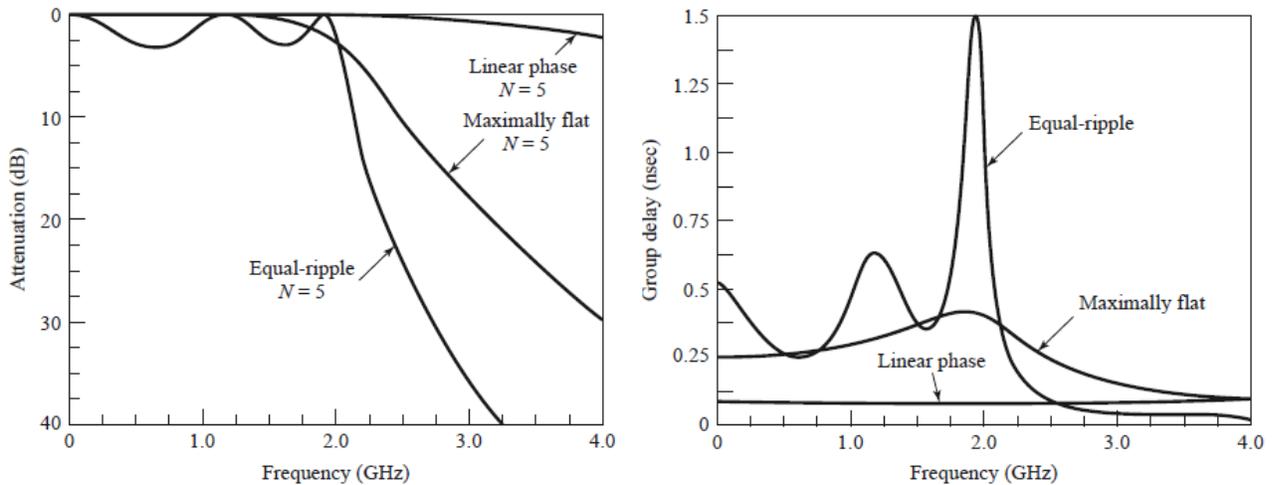


Figura 1.1-2. Curvas características de transferencia de un filtro pasa bajas.

1.1.3 Solución Desarrollada

El filtro pasa bajas se diseñó utilizando el método de pérdidas por inserción, y se implementó primero usando componentes concentradas. Así, se obtuvo el orden del filtro $n=5$ utilizando las curvas de atenuación contra frecuencia normalizada y los valores de los componentes concentrados g_i se obtuvieron mediante una tabla de valores normalizados. Una vez obtenido el modelo del filtro se procedió a simularlo en APLAC con el fin de observar su comportamiento. Después, el filtro se transformó de uno de elementos concentrados a uno de líneas de transmisión usando las transformaciones de Richard y las identidades de Kuroda, y se procedió a simularlo en APLAC con el fin de compararlo con el modelo de elementos concentrados. Una vez que se obtuvo la respuesta de las dos simulaciones se pasó a hacer el modelado de la estructura del filtro usando microcintas con SONNET (Simulador Electromagnético) para así, y de esta forma, obtener un modelo que se asemejara más a la realidad.

1.1.4 Análisis de Resultados

Se observó que la respuesta del filtro pasa bajas con microcinta se asemeja bastante a su implementación con elementos concentrados. La **Fig. 1.1-3** muestra las repuestas del filtro en cada uno de los diferentes niveles de implementación desde el más simple usando componentes concentrados al más complejo usando microcintas.

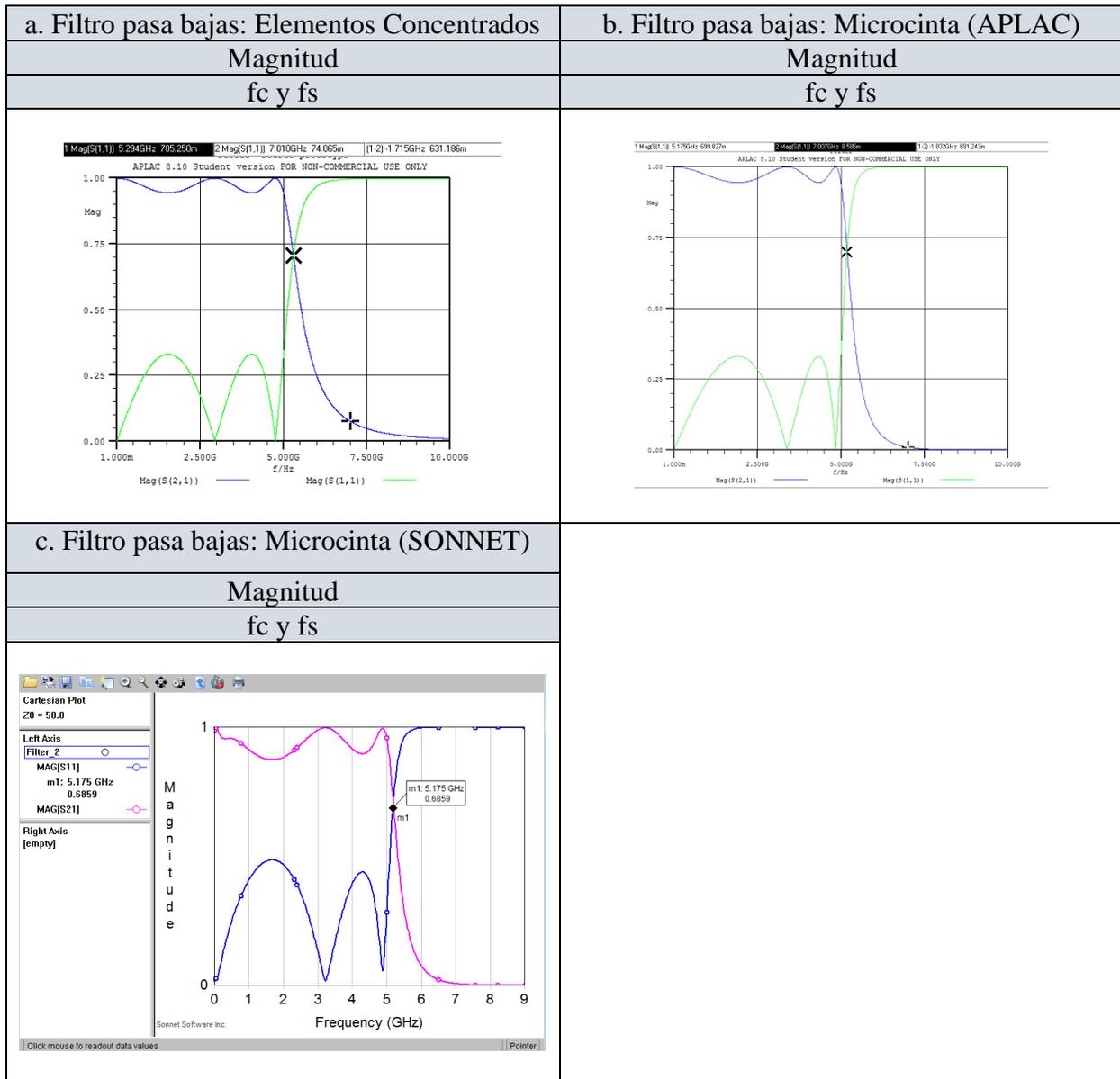


Figura 1.1-3. Respuestas del filtro pasa bajas en diferentes niveles de complejidad.

1.1.5 Conclusiones

Como se puede observar, el procedimiento de diseño nos permite construir un filtro de alta frecuencia con un procedimiento de diseño bastante estándar y con bastante precisión, lo cual, es muy importante, porque los filtros con componentes concentradas fallan a altas frecuencias debido a los componentes parásitos. Las líneas de transmisión por el contrario nos proporcionan una alternativa a este problema. A lo largo del diseño del filtro se pudo observar cómo los resultados ideales obtenidos con APLAC eran bastante precisos como los obtenidos por los filtros de componentes concentradas evitando así los efectos parásitos. También se pudo observar que la simulación hecha en SONNET a pesar de que introduce efectos debido a la geometría que no están presentes en el modelado ideal de APLAC, la respuesta del filtro es bastante buena a pesar de que es aún más imprecisa que las simulaciones en APLAC.

1.2. PROYECTO 2: Balance de Armónicos de Tono Simple

1.2.1 Introducción

Balance de Armónicos de Tono Simple es un método de simulación de circuitos electrónicos que contienen componentes no lineales y aplicable a gran señal. Se hizo una implementación de este método en Matlab y se probó en un circuito simple que contiene una fuente, una resistencia y un diodo en serie. En el apéndice B se encuentra el trabajo completo.

1.2.2 Antecedentes

El método de Balance de Armónicos de Tono Simple consiste en separar el circuito en 2 partes: una parte con componentes lineales y otra con componentes no lineales. La parte lineal es representada por una matriz con los parámetros de la red y la parte no lineal utiliza series de Fourier para representar las formas de onda del circuito. Al final se usa el método de Newton para resolver el sistema. La **Fig. 1.2-1** muestra un diagrama que ejemplifica el procedimiento usado.

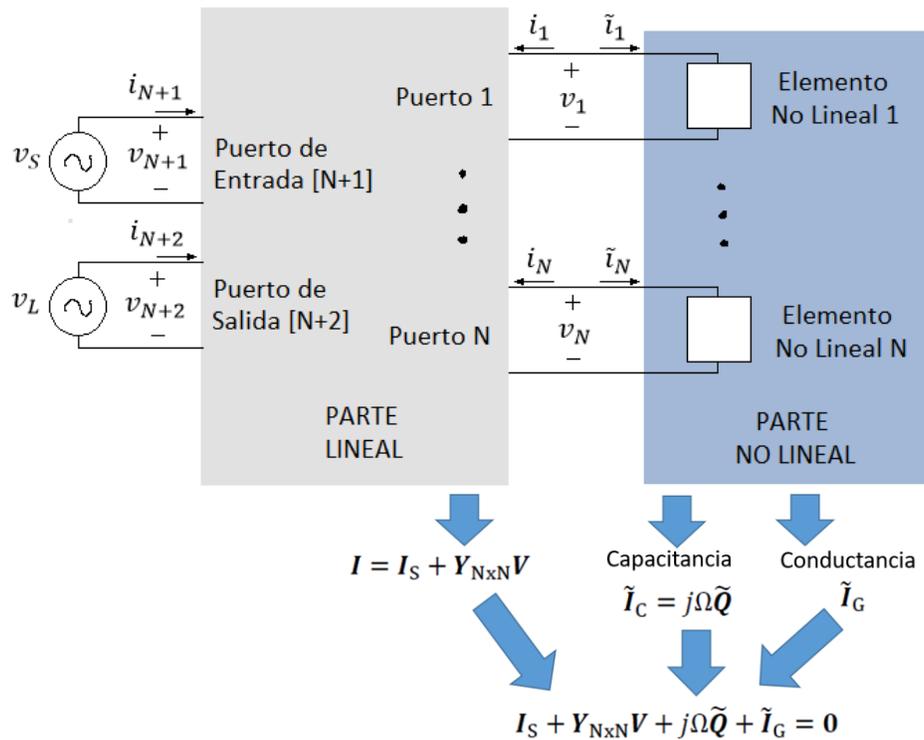


Figura 1.2-1. Procedimiento de solución del método de Balance de Armónicos

1.2.3 Solución Desarrollada

Se implemento el método de Balance de Armónicos de Tono Simple en Matlab y se probó con un circuito simple que contiene un solo componente no lineal que en este caso fue un diodo. La respuesta del método se verificó haciendo un análisis transitorio utilizando el método de Newton punto a punto en el tiempo.

1.2.4 Análisis de Resultados

La **Fig. 1.2-3** muestra los resultados obtenidos de aplicar como $v_1(t)$ inicial una onda senoidal recortada con la siguiente función:

$$v_1(t) = V_{DC} + 0.6\text{sen}(w_p t) \quad (1-1)$$

al circuito mostrado en la **Fig. 1.2-2**.

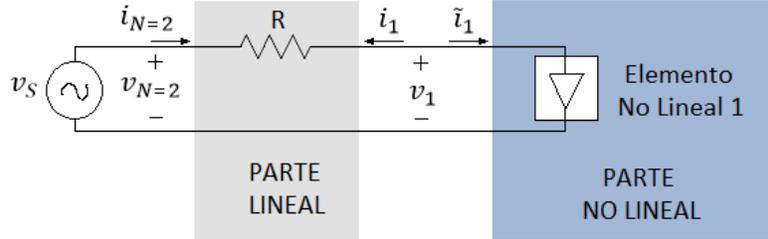


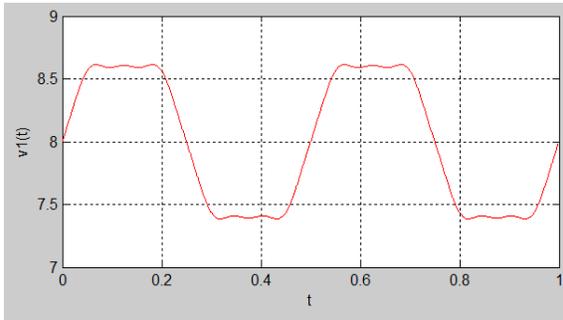
Figura 1.2-2. Circuito de prueba con un componente no lineal.

La **Fig. 1.2-3a** muestra la serie compleja de Fourier calculada a partir de la forma analítica y utilizada como estimación inicial del voltaje $v_1(t)$. El método converge en la 10a iteración. Se puede observar en la **Fig. 1.2-3c** como los voltajes y corrientes no son senoidales sino que están deformados. Sin embargo, como se aprecia en el espectro de frecuencia (**Figs. 1.2-3d** y **1.2-3f**), los armónicos mayores a ω_p del voltaje de la Resistencia y del Diodo se cancelan por pares debido a que tienen magnitudes aproximadamente iguales y dirección contraria, lo cual se puede ver porque las fases están separadas por 180° . También se puede apreciar que las frecuencias más altas cada vez más van siendo menos importantes. La **Fig. 1.2-3e** muestra los resultados que se deben obtener basados en un análisis transitorio utilizando el método de Newton punto a punto en el tiempo. Como se puede apreciar los resultados obtenidos son los mismos que los obtenidos por el método de Balance de Armónicos.

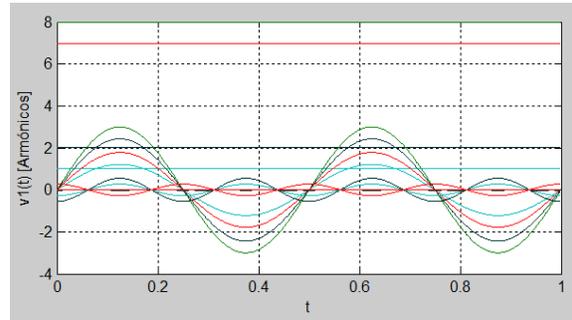
1.2.5 Conclusiones

Cuando $K \rightarrow \infty$ se obtiene una mejor aproximación porque se mejora la aproximación de la serie de Fourier. Cuando $K \rightarrow \infty$ se requiere más espacio y tiempo. El formalismo en Z es más simple, sin embargo, no se puede obtener J debido a que, para funciones reales, los coeficientes de Fourier de las frecuencias negativas son los complejos conjugados de los coeficientes de las frecuencias positivas, lo que disminuye el número de variables a la mitad. Por lo tanto, es necesario operar en las variables $\text{Re}[z]$ e $\text{Im}[z]$ lo que involucra rehacer el formalismo en estos términos. En general se aplica a funciones periódicas para linealidades que pueden ser aproximadas por series de Taylor. La ecuación del Diodo puede expandirse en una serie de Taylor y por lo tanto su voltaje y corriente pueden ser expresados en una serie de Fourier. Para dispositivos que no puedan ser

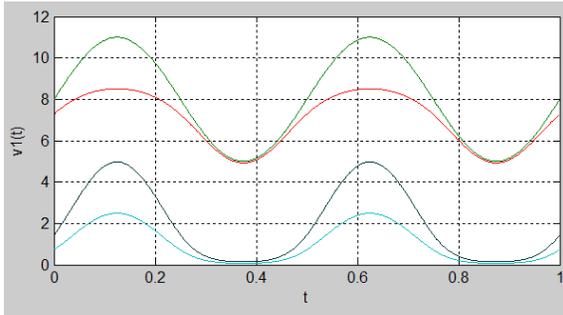
expresados en una serie de Taylor el método debe de extenderse para considerar frecuencias no armónicas.



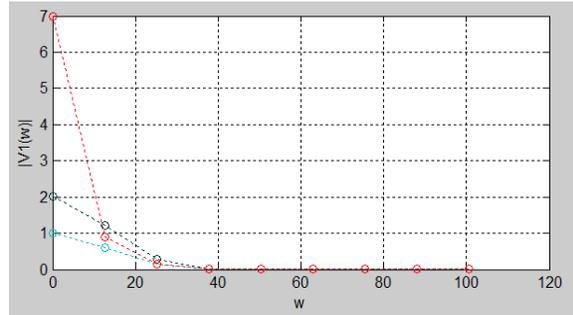
a. Estimación inicial de $v_1(t)$



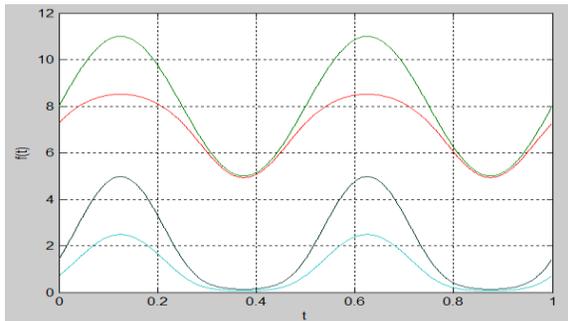
b. Armónicos de la Solución



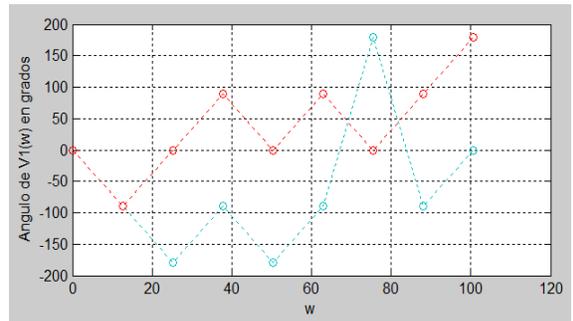
c. Solución por Balance de Armónicos



d. Espectro en frecuencia de la Solución



e. Solución Transitoria (verificación)



f. Espectro en Frecuencia de la Solución

Figura 1.2-3. Respuesta obtenida para el Circuito de Prueba con $K=8$

Cian = Voltaje en la Resistencia

Rojo = Voltaje en el Diodo

Verde= Voltaje de la Fuente de Excitación

(Se empalma con la curva del Voltaje Total)

Azul = Suma de Voltajes de la Resistencia y el Diodo

Negro= Corriente en el Diodo

1.3. PROYECTO 3: Regiones de Confianza

1.3.1 Introducción

Este trabajo presenta teoría y resultados de la implementación en Matlab de un método de optimización basado en Regiones de Confianza. El método se empleó para encontrar los mínimos de 4 funciones analíticas mostrando una alta robustez comparado con los métodos de Stepest Descent, Gradientes Conjugados, Quasi-Newton y Nelder-Meade. Además, se utilizó este método para optimizar un filtro pasa bajas construido con microcinta obteniendo resultados comparables a los obtenidos por otros métodos de optimización como Gradientes Conjugados y Quasi-Newton. En el apéndice C se encuentra el trabajo completo.

1.3.2 Antecedentes

El método de Regiones de Confianza se basa en la construcción de una región del espacio en cada iteración k , como se muestra en la **Fig. 1.3-1**, dentro de la cual, se utiliza una aproximación de la función a minimizar, conocida como modelo. El modelo es utilizado en lugar de la función para obtener el mínimo dentro de dicha región. La región se va haciendo más pequeña o más grande en cada iteración dependiendo de la precisión con la que el modelo represente a la función en dicha región. A dicha precisión se le conoce como confiabilidad de la región. El punto mínimo dentro de la región determina un paso en dirección hacia el mínimo de la función si el modelo aproxima con suficiente precisión a tal función en dicha región, lo cual, define a la región como una región suficientemente confiable. La región puede ser construida de muy diversas formas, sin embargo, la más simple, es la región circular definida como $|\mathbf{x} - \mathbf{x}_k| \leq r$. Así, se tiene que, en cada iteración k , se debe de resolver el siguiente subproblema de minimización dentro de la región correspondiente:

$$\mathbf{p}_k = \underset{|\mathbf{p}| < r_k}{\operatorname{argmin}} m_k(\mathbf{p}) \text{ con } \mathbf{p} = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) \quad (1.3-1)$$

donde $m_k(\mathbf{p})$ es la aproximación de la función a minimizar y \mathbf{p}_k determina el paso a dar en dicha iteración.

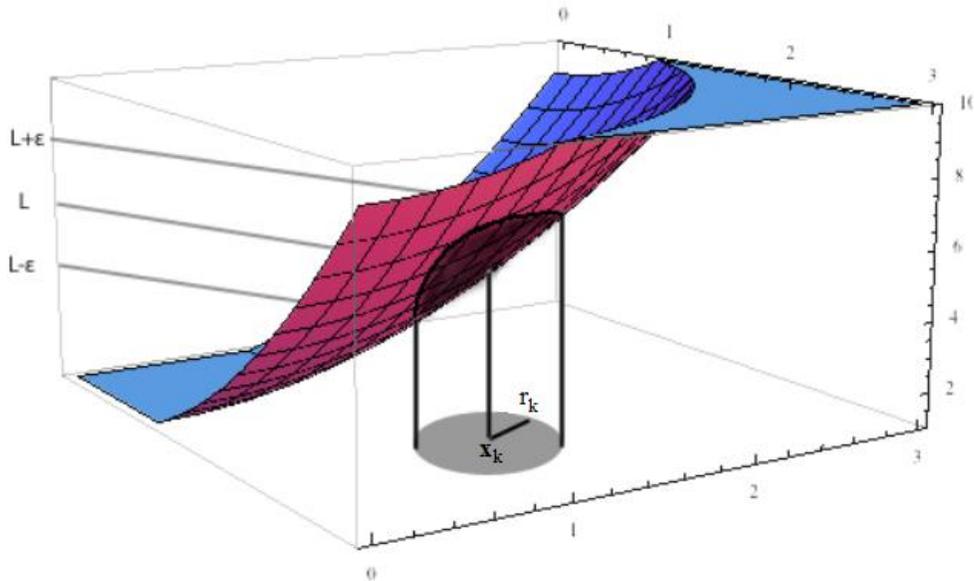


Figura 1.3-1. Región de confianza.

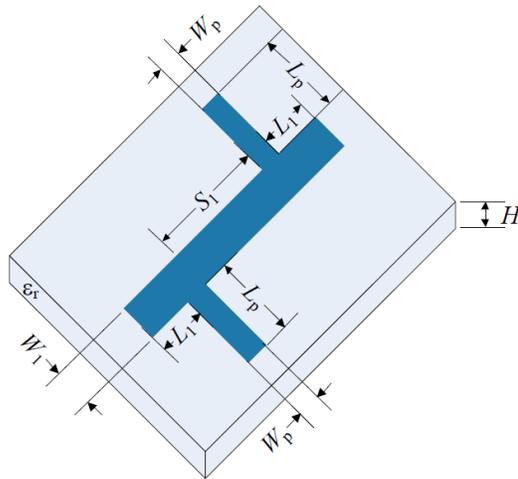
1.3.3 Solución Desarrollada

El método de Regiones Confiables fue implementado en Matlab utilizando la aproximación a la matriz Hessiana de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno y minimizando dentro de la región con el método DogLeg. El algoritmo fue probado con 4 funciones analíticas clásicas utilizadas como marcos de referencia y además usado para optimizar un filtro pasa bajas construido con microcintas.

1.3.4 Análisis de Resultados

Se encontró que el método resuelve las 4 funciones clásicas utilizadas como marco de referencia mostrando gran robustez. El filtro pasa bajas optimizado se muestra en la **Fig. 1.3-2**. Los parámetros de optimización fueron $\mathbf{x}=[W_1, L_1, S_1]^T$, manteniendo fijos los siguientes parámetros preasignados $\mathbf{z}=[H, \epsilon_r, W_p, L_p, \tan(\delta), \sigma, t]^T$. La **Fig. 1.3-3** muestra una comparación

de las respuestas $|Av|$ obtenidas contra la respuesta deseada para 3 puntos iniciales \mathbf{x}_0 diferentes de los parámetros del filtro pasa bajas optimizado.



La estructura de la microcinta esta sobre un substrato con espesor $H=0.794\text{mm}$, permitividad de dieléctrico relativa $\epsilon_r=2.2$, y tangente de pérdida $\tan(\delta)=0.01$. Todos los metales usan media onza de cobre con conductividad eléctrica $\sigma=5.8 \times 10^7 \text{ S/m}$ y espesor $t=0.6\text{mil}=15.24\mu\text{m}$. $W_p=2.45\text{mm}$, $L_p=5W_p=12.25\text{mm}$

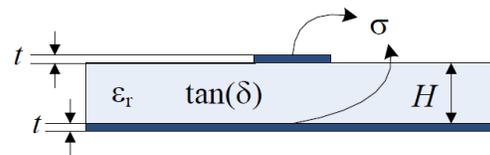


Figura 1.3-2. Filtro pasa bajas construido con microcintas.

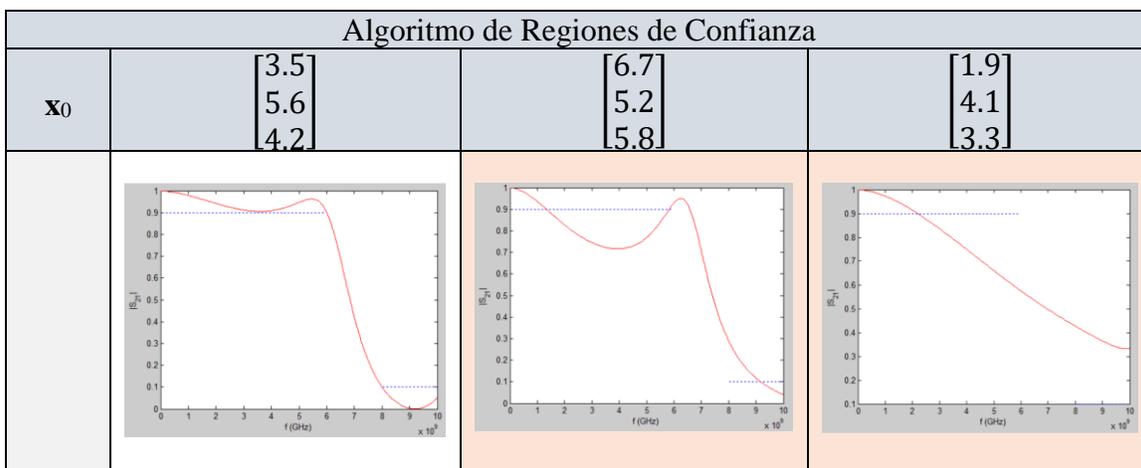


Figura 1.3-3. Región de confianza.

El algoritmo funciona similar a los métodos de Gradientes Conjugados y Quasi-Newton resolviendo solo la primera semilla. Los resultados son comparables con Quasi-Newton y Nelder-Mead aunque con mucho más iteraciones y evaluaciones de la función objetivo.

1.3.5 Conclusiones

El método de optimización utilizando Regiones de Confianza que usa Dog Leg y la aproximación al Hessiano de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno es en sí un método muy robusto. El método es comparable, en cuanto a convergencia, a métodos como Quasi-Newton y Nelder-Meade, con la desventaja de que lleva a cabo más evaluaciones de la función objetivo, lo cual no es bueno porque, eso es lo que tiene mayor costo computacional. El algoritmo fue aplicado a un Filtro rechaza banda de estado variable, sin embargo, a pesar de que el algoritmo convergía en algunas semillas, lo hacía con algunos valores negativos y en otros casos con error grande.

2. Conclusiones

Se presentaron tres proyectos llevados a cabo en los cursos del área de concentración de Alta Frecuencia de la maestría en Diseño Electrónico del ITESO. En el primer proyecto se mostró el diseño de un filtro pasa bajas de alta frecuencia utilizando el método de pérdidas de inserción. Se usó el prototipo con un elemento de derivación al principio y usando las curvas de atenuación y la tabla de parámetros para un filtro con rizado se obtuvo el orden $n=5$ y las g_i del filtro. El filtro se simuló a varios niveles de complejidad desde uno con componentes concentradas hasta uno con microcintas obteniéndose resultados muy similares. En el segundo proyecto se implementó el método de balance de armónicos de tono simple y se probó en un circuito con diodo. Se hicieron simulaciones para varios valores de $K=8, 50, 500$ encontrándose que una mejor precisión en los resultados debido al uso de un mayor número de términos en las series de Fourier, sin embargo, también se encontró un límite debido al teorema del muestreo que introduce error arrojando resultados incorrectos. En el tercer proyecto se implementó un método de optimización llamado regiones de confianza que mostró ser muy robusto al aplicarlo en funciones analíticas de prueba clásicas. También se utilizó el método para optimizar 3 parámetros de un filtro de microcinta y se observó que el método funcionaba igual que los métodos clásicos, pero con más iteraciones.

Apéndices

A. ALTA FRECUENCIA: DISEÑO DE UN FILTRO PASABAJAS

AUTOR: José Abdón Ramírez Ruiz

INTRODUCCIÓN

Este trabajo es sobre el diseño de un filtro pasa bajas desde un modelo de elementos concentrados hasta su realización en microcintas usando el método de pérdida por inserción. Primeramente, presenta el desarrollo para el diseño del filtro para después pasar al simulador APLAC y observar su respuesta. Una vez obtenida su respuesta se pasa a modelar su estructura de una microcinta en SONET y de esta forma obtener simulaciones de un modelo que se asemeja a uno real. Las especificaciones de diseño están basadas en un ejemplo del libro de "Microwave Engineering".

El objetivo del filtro es:

- Diseñar un prototipo de filtro pasa bajas de elementos concentrados.
- Implementar el prototipo de filtro pasa bajas de elementos concentrados en un modelo de elementos distribuidos usando una estructura de microcinta.

Las especificaciones del filtro son:

- Filtro Chebyshev
- Frecuencia de corte: $f_c=5\text{GHz}$
- Mínimo de pérdida por inserción: 20dB a $f_s=7\text{GHz}$
- Respuesta del filtro Chebyshev a 0.5dB de rizo
- Impedancia Característica: $Z_0=50\ \Omega$

La **Fig. A-1** muestra la respuesta en frecuencia esperada del filtro.

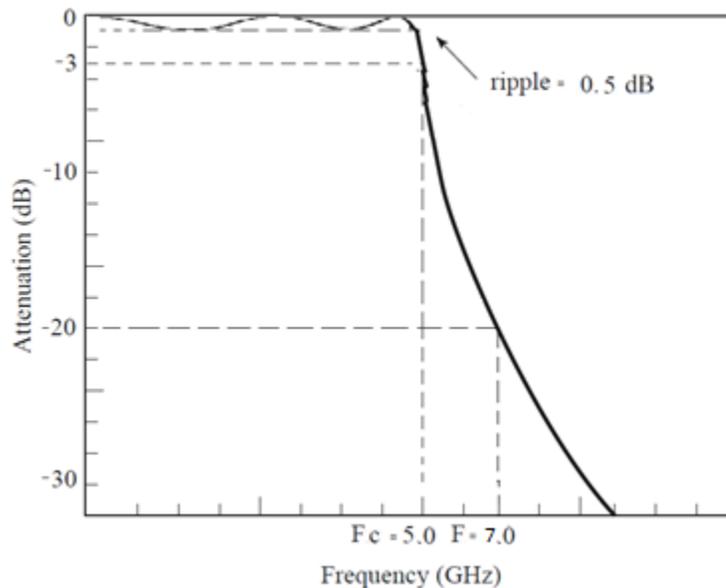


Figura A-1. Especificaciones del filtro pasa bajas

FILTROS PASA BAJA

Un filtro es un dispositivo de dos puertos que presenta un comportamiento selectivo en frecuencia de tal forma que permite el paso de la señal a unas frecuencias (banda de paso) y lo impide a otras (banda de rechazo)

A continuación, se definen dos conceptos muy útiles en el proceso de diseño:

PERDIDAS DE INSERCIÓN: Representa la cantidad de energía que se refleja en cada frecuencia a la entrada del filtro.

$$RL = -20\log|\Gamma|$$

PERDIDAS DE TRANSMISIÓN: Representa la cantidad de energía que se repite en su paso a través de la estructura filtrante.

$$IL = -20\log|T|$$

La **Fig. A-2** muestra un diagrama que ejemplifica el proceso de diseño de un filtro:

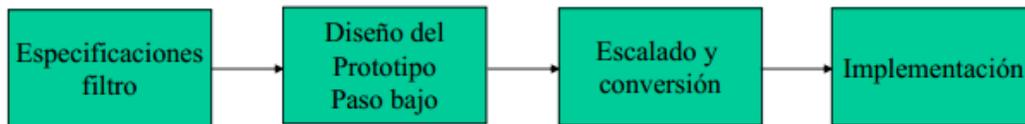


Figura A-2. Proceso de diseño de un filtro pasa bajas.

MÉTODO DE DISEÑO: PERDIDAS POR INSERCIÓN

El método de pérdidas por inserción para diseñar un filtro pasa bajas proporciona un gran control sobre las amplitudes de las bandas de paso y rechazo y, sobre las características de fase, es decir, se tienen las siguientes características:

- Mínimas pérdidas de inserción: respuesta binomial (Butterworth).
- Respuesta de corte abrupta: respuesta con rizado constante (Chebyshev).
- Respuesta lineal de fase al precio de sacrificar atenuación.

El filtro se define por las pérdidas de inserción (inverso del $|s_{12}|^2$)

$$P_{LR} = \frac{\text{Potencia disponible de la Fuente}}{\text{Potencia entregada a la Carga}} = \frac{P_{\text{inc}}}{P_{\text{load}}} = \frac{1}{1 - |\Gamma(w)|^2}$$

La función $|\Gamma(w)|^2$ es par por lo que se puede expresar como el cociente de polinomios

$$|\Gamma(w)|^2 = \frac{M(w^2)}{M(w^2) + N(w^2)}$$

Resultado en unas pérdidas de:

$$P_{LR} = 1 + \frac{M(w^2)}{N(w^2)}$$

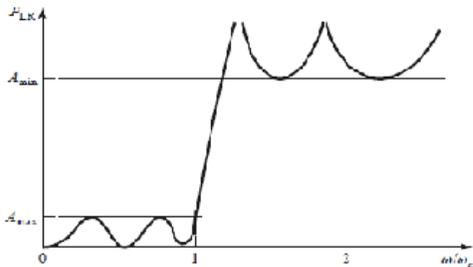
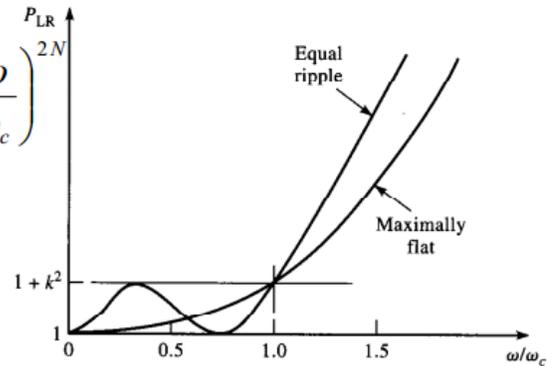
Tipos de filtros: Máximamente plano, de rizado constante, función elíptica y fase plana.

$$P_{LR} = \frac{\text{Potencia disponible en la fuente}}{\text{Potencia entregada a la carga}} = \frac{P_{inc}}{P_{load}} = \frac{1}{1 - |\Gamma(\omega)|^2}$$

Maximalmente plano o Butterworth:
Función característica binomial.
Respuesta plana en la banda $\omega - \omega_c$
Si $k=1$ en ω_c hay 3 dB de pérdidas.

$$P_{LR} = 1 + k^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2N}$$

Rizado constante en la banda de paso (Chebychev):
Frecuencia de corte muy abrupta.
Amplitud del rizado $(1+k^2)$
Crecimiento de atenuación $20N$ dB/década



$$P_{LR} = 1 + k^2 T_N^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)$$

← **Función elíptica.**

$$\phi(\omega) = A\omega \left[1 + p \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2N} \right]$$

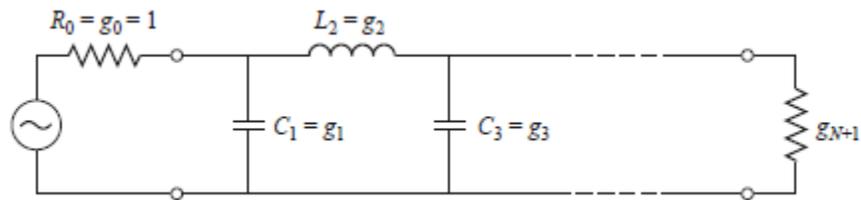
Fase lineal.

$$\tau_d = \frac{d\phi}{d\omega} = A \left[1 + p(2N+1) \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2N} \right]$$

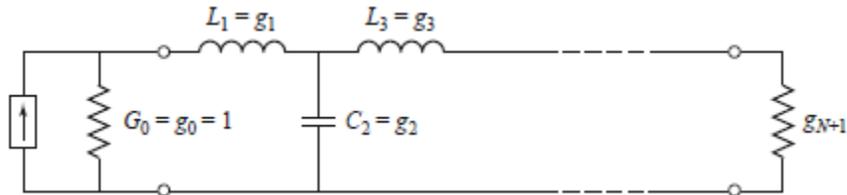
Figura A-3. Tipos de filtro

PROTOTIPO DE FILTRO PASA BAJAS

Para el diseño de un filtro pasa baja existen dos prototipos de circuito normalizados donde la impedancia de la fuente es de 1Ω y la frecuencia de corte es $w_c = 1$. Estos prototipos tienen N elementos que determinan el orden del filtro. La **Fig. A-4** muestra estos dos prototipos.



a. Prototipo con un elemento de derivación al principio



b. Prototipo con un elemento en serie al principio

$$g_0 = \begin{cases} \text{Resistencia del generador a)} \\ \text{Conductancia del Generador b)} \end{cases}$$

$$g_{N+1} = \begin{cases} \text{Resistencia de Carga si } g_N \text{ es un capacitor de derivacion} \\ \text{Conductancia si } g_N \text{ es un inductor en serie} \end{cases}$$

Figura A-4. Prototipos de filtro pasa bajas normalizados.

Existen tablas donde dado el número de elementos N se obtienen el valor de cada uno de los elementos g_i para lograr el máximo desempeño del filtro pasa bajas. La característica de cada una de las tablas es la respuesta que se obtiene del filtro al introducir los valores. Existe una tabla donde se obtiene una respuesta máximamente plana mostrada en la **Tabla A-1** y otra tabla donde se introduce un rizo **Tabla A-2**.

FILTRO PASA BAJAS MAXIMAMENTE PLANO (BUTTERWORTH)

En la **Tabla A-1** y la **Fig. A-5** se muestran las tablas y graficas características para un filtro tipo Butterworth respectivamente.

Tabla A-1. PROTOTIPO DE FILTRO PASA BAJAS MAXIMAMENTE PLANO

Element Values for Maximally Flat Low-Pass Filter Prototypes ($g_0 = 1, \omega_c = 1, N = 1$ to 10)

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	2.0000	1.0000									
2	1.4142	1.4142	1.0000								
3	1.0000	2.0000	1.0000	1.0000							
4	0.7654	1.8478	1.8478	0.7654	1.0000						
5	0.6180	1.6180	2.0000	1.6180	0.6180	1.0000					
6	0.5176	1.4142	1.9318	1.9318	1.4142	0.5176	1.0000				
7	0.4450	1.2470	1.8019	2.0000	1.8019	1.2470	0.4450	1.0000			
8	0.3902	1.1111	1.6629	1.9615	1.9615	1.6629	1.1111	0.3902	1.0000		
9	0.3473	1.0000	1.5321	1.8794	2.0000	1.8794	1.5321	1.0000	0.3473	1.0000	
10	0.3129	0.9080	1.4142	1.7820	1.9754	1.9754	1.7820	1.4142	0.9080	0.3129	1.0000

Source: Reprinted from G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures*, Artech House, Dedham, Mass., 1980, with permission.

Una de las formas en la que se puede obtener el orden del filtro es por medio de graficas que describen una curva de atenuación contra la frecuencia normalizada. La **Fig. A-5** muestra estas curvas de atenuación.

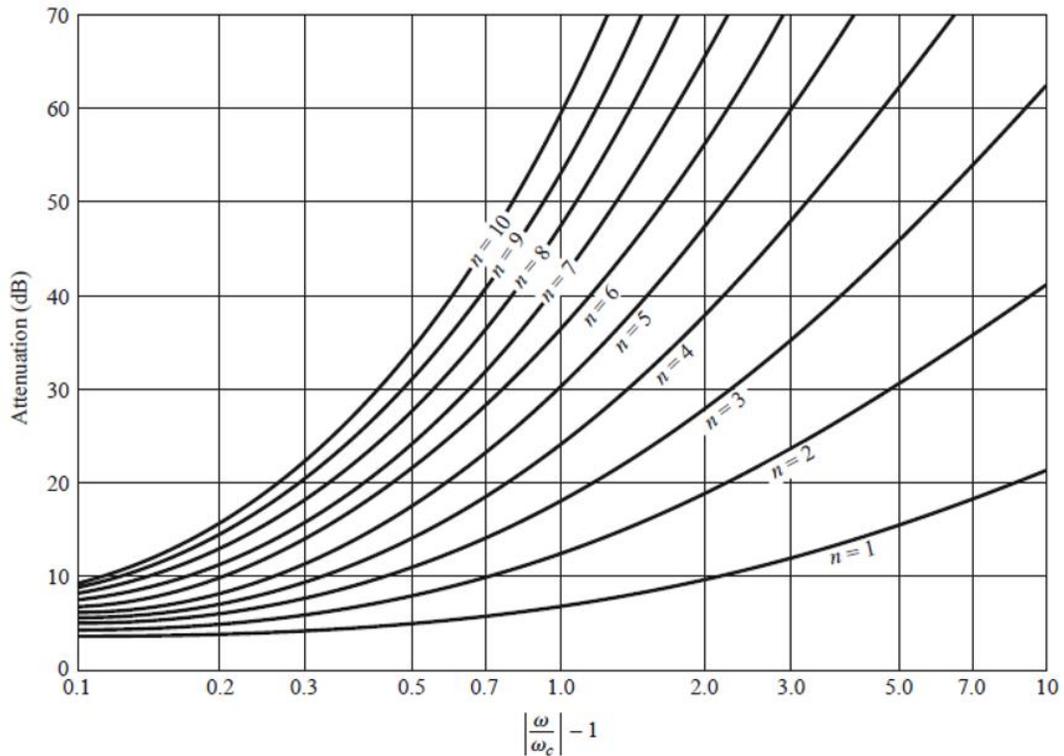


Figura A-5. Atenuación contra frecuencia normalizada para prototipos de filtro máximamente planos.

FILTRO PASA BAJAS DE IGUAL RIZADO (CHEBYCHEV)

En la **Tabla A-2** y la **Fig. A-6** se muestran las tablas y graficas características para un filtro tipo Chebyshev con ripple de 0.5dB y 3dB respectivamente.

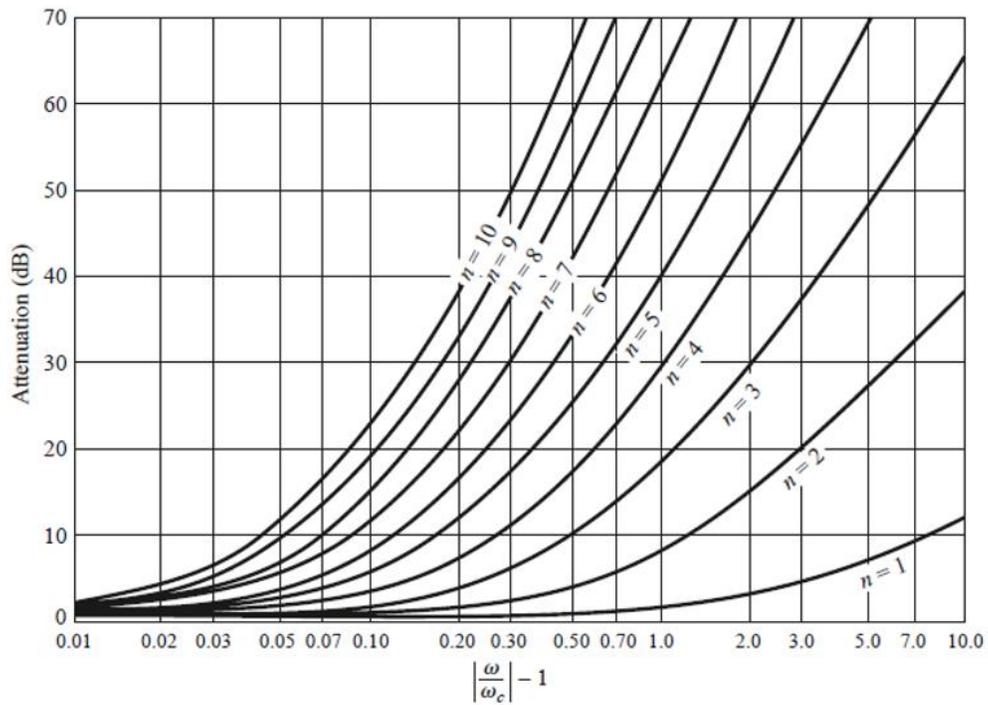
Tabla A-2. PROTOTIPO DE FILTRO PASA BAJAS DE IGUAL RIZADO

Element Values for Equal-Ripple Low-Pass Filter Prototypes ($g_0 = 1, \omega_c = 1, N = 1$ to 10, 0.5 dB and 3.0 dB ripple)

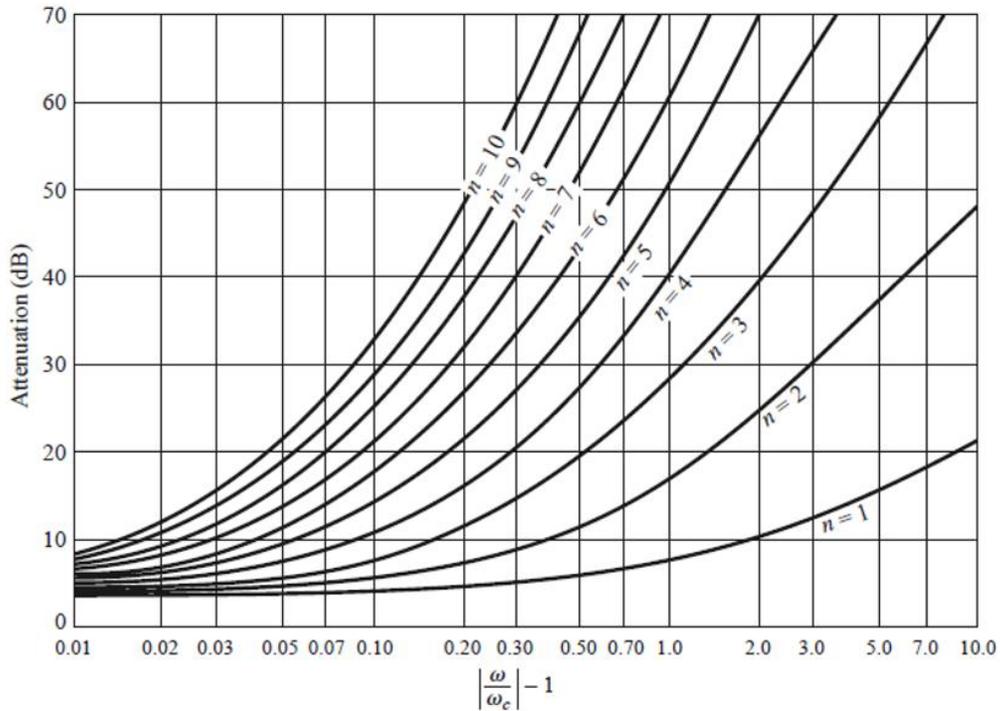
0.5 dB Ripple											
N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	0.6986	1.0000									
2	1.4029	0.7071	1.9841								
3	1.5963	1.0967	1.5963	1.0000							
4	1.6703	1.1926	2.3661	0.8419	1.9841						
5	1.7058	1.2296	2.5408	1.2296	1.7058	1.0000					
6	1.7254	1.2479	2.6064	1.3137	2.4758	0.8696	1.9841				
7	1.7372	1.2583	2.6381	1.3444	2.6381	1.2583	1.7372	1.0000			
8	1.7451	1.2647	2.6564	1.3590	2.6964	1.3389	2.5093	0.8796	1.9841		
9	1.7504	1.2690	2.6678	1.3673	2.7239	1.3673	2.6678	1.2690	1.7504	1.0000	
10	1.7543	1.2721	2.6754	1.3725	2.7392	1.3806	2.7231	1.3485	2.5239	0.8842	1.9841

3.0 dB Ripple											
N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	1.9953	1.0000									
2	3.1013	0.5339	5.8095								
3	3.3487	0.7117	3.3487	1.0000							
4	3.4389	0.7483	4.3471	0.5920	5.8095						
5	3.4817	0.7618	4.5381	0.7618	3.4817	1.0000					
6	3.5045	0.7685	4.6061	0.7929	4.4641	0.6033	5.8095				
7	3.5182	0.7723	4.6386	0.8039	4.6386	0.7723	3.5182	1.0000			
8	3.5277	0.7745	4.6575	0.8089	4.6990	0.8018	4.4990	0.6073	5.8095		
9	3.5340	0.7760	4.6692	0.8118	4.7272	0.8118	4.6692	0.7760	3.5340	1.0000	
10	3.5384	0.7771	4.6768	0.8136	4.7425	0.8164	4.7260	0.8051	4.5142	0.6091	5.8095

Source: Reprinted from G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures*, Artech House, Dedham, Mass., 1980, with permission.



a. Nivel de rizado igual a 0.5dB.



b. Nivel de rizado igual a 3dB.

Figura A-6. Atenuación contra frecuencia normalizada para prototipos de filtro de igual rizado.

COMPARACIÓN DE FILTROS

La **Fig. A-7** muestra las curvas características de transferencia de un filtro pasa bajas máximamente plano, de igual rizado y de fase lineal.

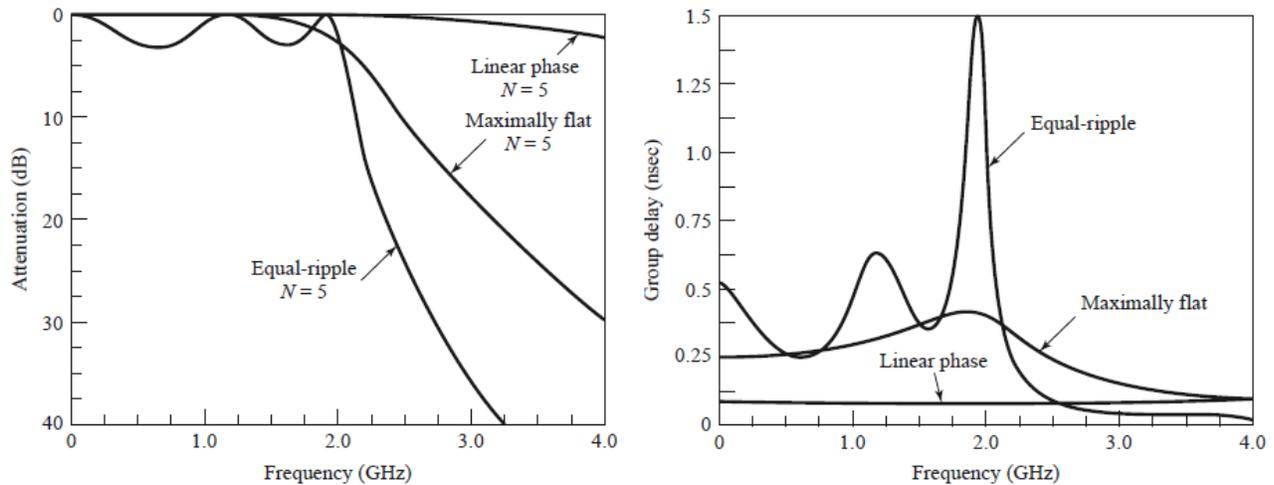


Figura A-7. Curvas características de transferencia de un filtro pasa bajas.

TRANSFORMACIONES

Los filtros de elementos concentrados funcionan bien para bajas frecuencias, pero al implementar un filtro de estos a altas frecuencias surgen dos problemas. El primero, los elementos concentrados como inductores y capacitores existen únicamente para valores específicos a un determinado rango y esos valores no siempre son buenos para una implementación en altas frecuencias, pero pueden ser aproximados con componentes distribuidos. El segundo es que a frecuencias de microondas la distancia entre los componentes del filtro no es algo que se deba pasar por alto. La transformación de Richard es usada para transformar elementos concentrados a secciones de líneas de transmisión, mientras que las identidades de Kuroda es usada para separar los elementos del filtro por medio de secciones de líneas de transmisión.

TRANSFORMACIÓN DE RICHARD

Los problema que se tienen con los elementos concentrados son los siguientes:

- Solo estan disponibles en un numero limitado de frecuencias.
- Los parasitos son importantes conforme crece la frecuencia.
- Las distancias y tamaños no son despreciables (comparables a λ)

La transformación de Richard resuelve este problema convirtiendo los elementos concentrados en elementos distribuidos. La **Fig. A-8** muestra las transformaciones de Richard para inductores y capacitores.

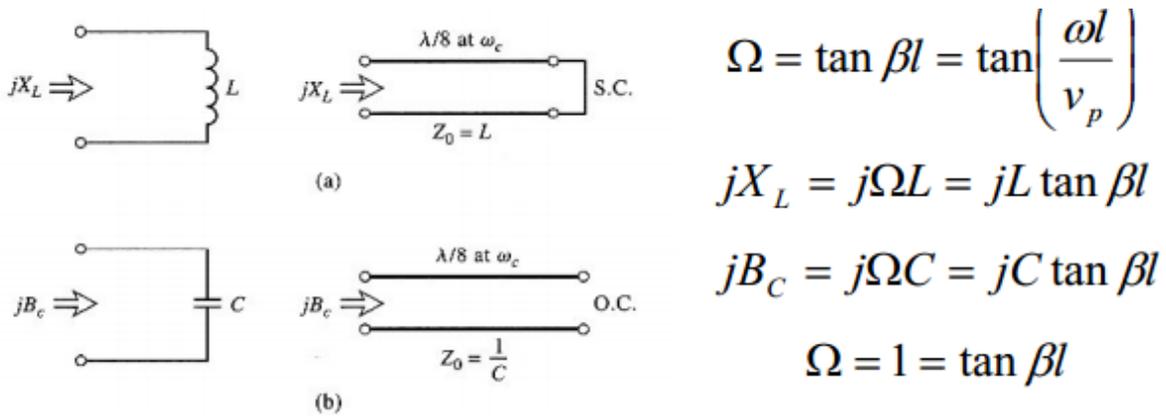


Figura A-8. Transformaciones de Richard.

IDENTIDADES DE KURODA

Las cuatro identidades de Kuroda utilizan secciones de línea para: Separar físicamente los stubs, transformar stubs serie en paralelo y viceversa, y modificar impedancias difíciles de obtener. Las cajas son tramos de línea adicionales, elementos unitarios con longitud $\lambda/8$ a la frecuencia de corte e impedancia característica indicada. La **Fig. A-9** muestra las identidades de Kuroda.

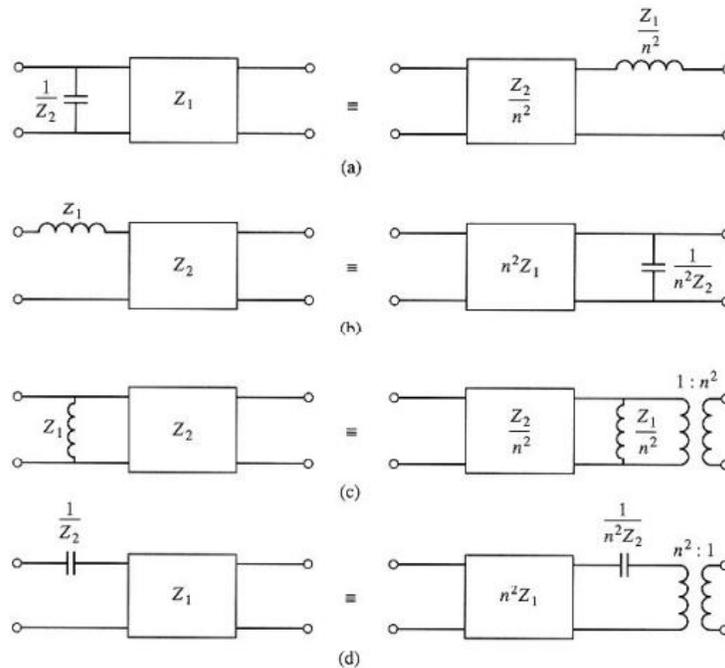


Figura A-9. Identidades de Kuroda.

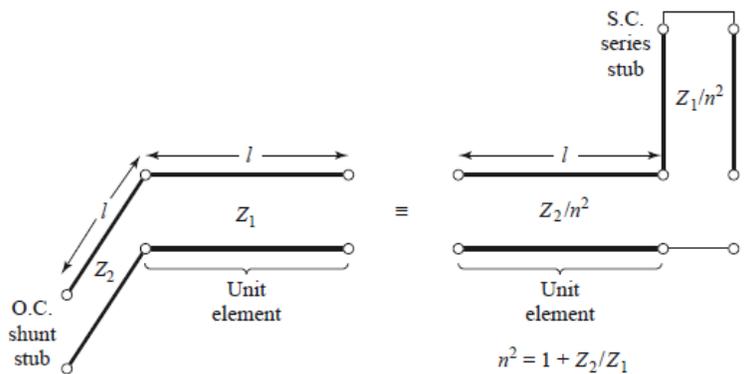


Figura A-9. Identidades de Kuroda (Continuación).

PROCEDIMIENTO DE DISEÑO

El procedimiento de diseño de un filtro pasa bajas es el siguiente:

1. Diseñar un prototipo de filtro pasa bajas usando el método de pérdidas por inserción.
2. Implementar el prototipo de filtro pasa bajas con elementos concentrados.
3. Simular el filtro diseñado con elementos concentrados en APLAC.
4. Usar la transformación de Richard para implementar el filtro en una línea de transmisión sin pérdidas.
5. Usar las identidades de Kuroda para ajustar la línea de transmisión.
6. Simular el filtro diseñado como línea de transmisión.
7. Modelar la línea de transmisión con microcintas en APLAC.
8. Modelar la estructura de la microcinta en SONNET

ORDEN DEL FILTRO

Dado que la frecuencia de corte es $f_c = 5\text{GHz}$ y la frecuencia de atenuación es $f_s = 7\text{GHz}$, entonces, la frecuencia normalizada es:

$$\begin{aligned}
 W_{\text{normalizada}} &= \left| \frac{W_S}{W_C} \right| - 1 \\
 &= \left| \frac{2\pi f_S}{2\pi f_C} \right| - 1 \\
 &= \left| \frac{2\pi(7\text{GHz})}{2\pi(5\text{GHz})} \right| - 1 \\
 &= 0.4
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, para obtener el orden del filtro se utiliza la gráfica de atenuación contra la frecuencia para un rizo de 0.5dB de la **Fig. A-6a** para una atenuación de 20dB a $w_{\text{normalizada}} = 0.4$ como se muestra en la **Fig. A-10**. Esto nos da el orden del filtro $n=5$

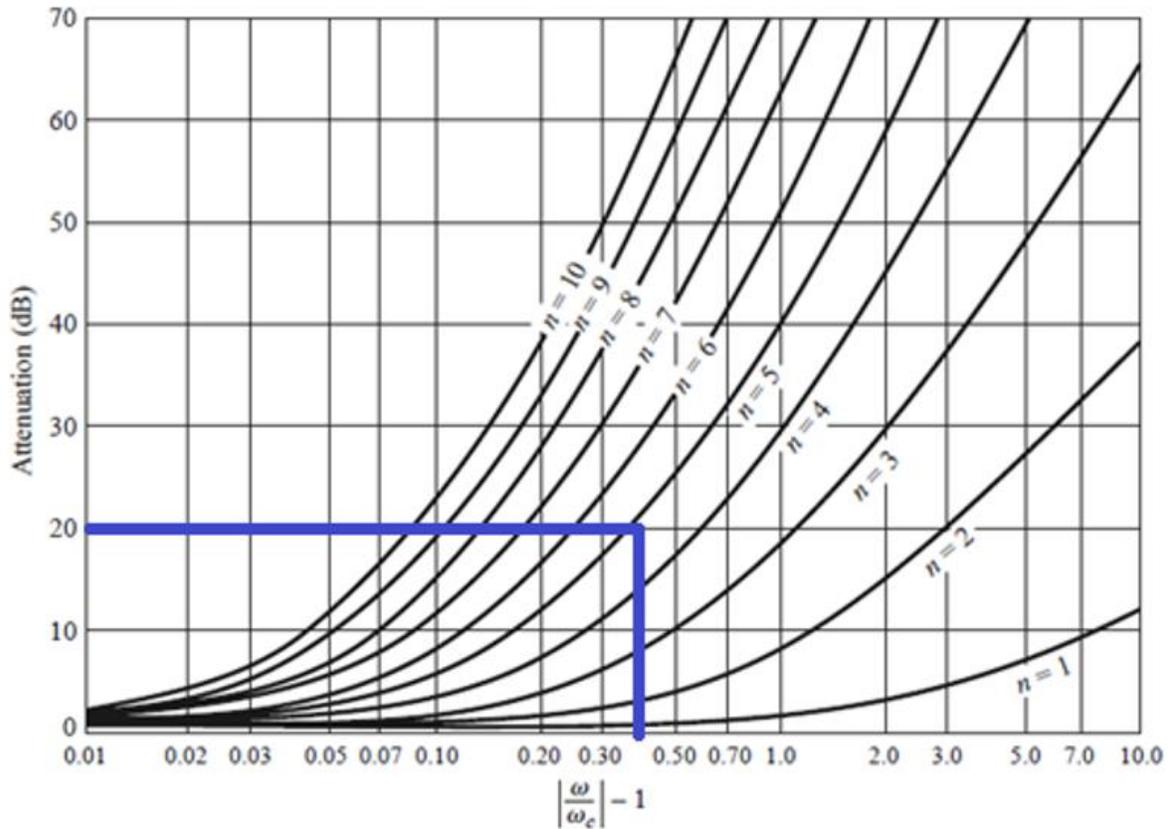


Figura A-10. Selección del orden del filtro.

PARÁMETROS g_i DEL FILTRO

Una vez que se tiene el orden del filtro se procede a obtener los valores que le corresponden a cada uno de los elementos del prototipo del filtro pasa bajas normalizado. Estos valores se toman de la **Tabla A-2** para un rizo de 0.5 dB y $n=5$ como se muestra en la **Fig. A-11**.

0.5 dB Ripple											
<i>N</i>	<i>g</i> ₁	<i>g</i> ₂	<i>g</i> ₃	<i>g</i> ₄	<i>g</i> ₅	<i>g</i> ₆	<i>g</i> ₇	<i>g</i> ₈	<i>g</i> ₉	<i>g</i> ₁₀	<i>g</i> ₁₁
1	0.6986	1.0000									
2	1.4029	0.7071	1.9841								
3	1.5963	1.0967	1.5963	1.0000							
4	1.6703	1.1926	2.3661	0.8419	1.9841						
5	1.7058	1.2296	2.5408	1.2296	1.7058	1.0000					
6	1.7254	1.2479	2.6064	1.3137	2.4758	0.8696	1.9841				
7	1.7372	1.2583	2.6381	1.3444	2.6381	1.2583	1.7372	1.0000			
8	1.7451	1.2647	2.6564	1.3590	2.6964	1.3389	2.5093	0.8796	1.9841		
9	1.7504	1.2690	2.6678	1.3673	2.7239	1.3673	2.6678	1.2690	1.7504	1.0000	
10	1.7543	1.2721	2.6754	1.3725	2.7392	1.3806	2.7231	1.3485	2.5239	0.8842	1.9841

Figura A-11. Selección de los parámetros del filtro.

Ya con los valores g_i que les corresponden a los elementos del filtro se usa el prototipo con un elemento de derivación al principio de la **Fig. A-4a** para $n=5$ que se muestra en la **Fig. A-12**.

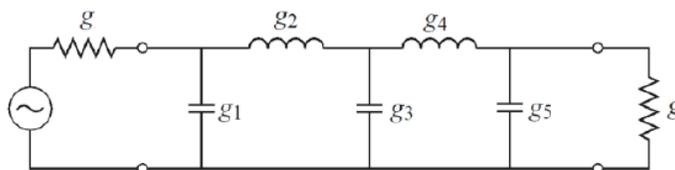


Figura A-12. Prototipo de filtro seleccionado para $n=5$.

TRANSFORMACIÓN DE LOS PARAMETROS g_i

Una vez que se sabe el valor y el número de elementos del filtro se procede a transformarlos en componentes concentrados capacitivos e inductivos respectivamente. Las ecuaciones de transformación son las siguientes:

$$C_k = \frac{g_k}{\omega_c Z_0}, \quad L_k = \frac{Z_0 g_k}{\omega_c}$$

donde $Z_0=50\Omega$ es la impedancia característica dada en las especificaciones. La **Fig. A-13** muestra el prototipo del filtro pasa bajas seleccionado sustituyendo los parámetros g_i por los componentes concentrados correspondientes.

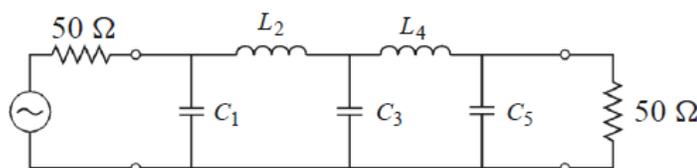


Figura A-13. Prototipo de filtro seleccionado para $n=5$ con capacitores e inductores.

Los valores transformados C_k y L_k se calculan como sigue:

$$C_1 = \frac{g_1}{\omega_c Z_0} = \frac{1.7058}{(31.4159 \times 10^9)(50)} = 1.08595 \times 10^{-12}$$

$$L_2 = \frac{g_2 Z_0}{\omega_c} = \frac{(1.2296)(50)}{(31.4159 \times 10^9)} = 1.95697 \times 10^{-9}$$

$$C_3 = \frac{g_3}{\omega_c Z_0} = \frac{2.5408}{(31.4159 \times 10^9)(50)} = 1.61752 \times 10^{-12}$$

$$L_4 = \frac{g_4 Z_0}{\omega_c} = \frac{(1.2296)(50)}{(31.4159 \times 10^9)} = 1.95697 \times 10^{-9}$$

$$C_5 = \frac{g_5}{\omega_c Z_0} = \frac{1.7058}{(31.4159 \times 10^9)(50)} = 1.08595 \times 10^{-12}$$

SIMULACIÓN EN APLAC

La **Fig. A-14** muestra la simulación en APLAC utilizando los elementos concentrados calculados anteriormente.

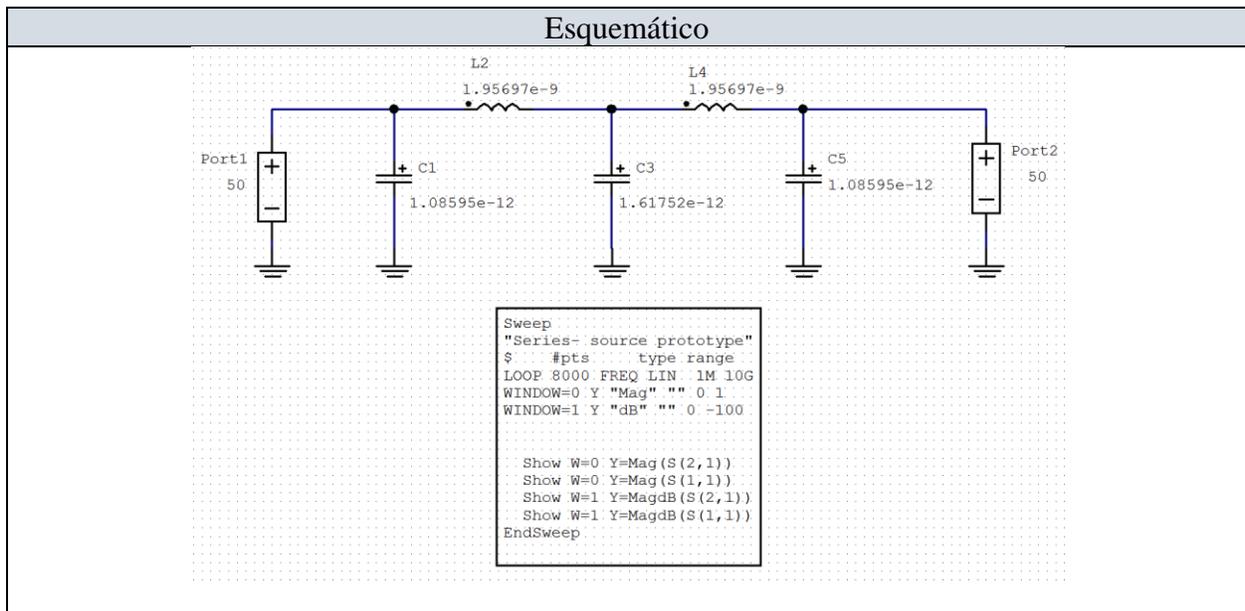


Figura A-14. Simulación en APLAC del filtro pasa bajas con componentes concentradas.

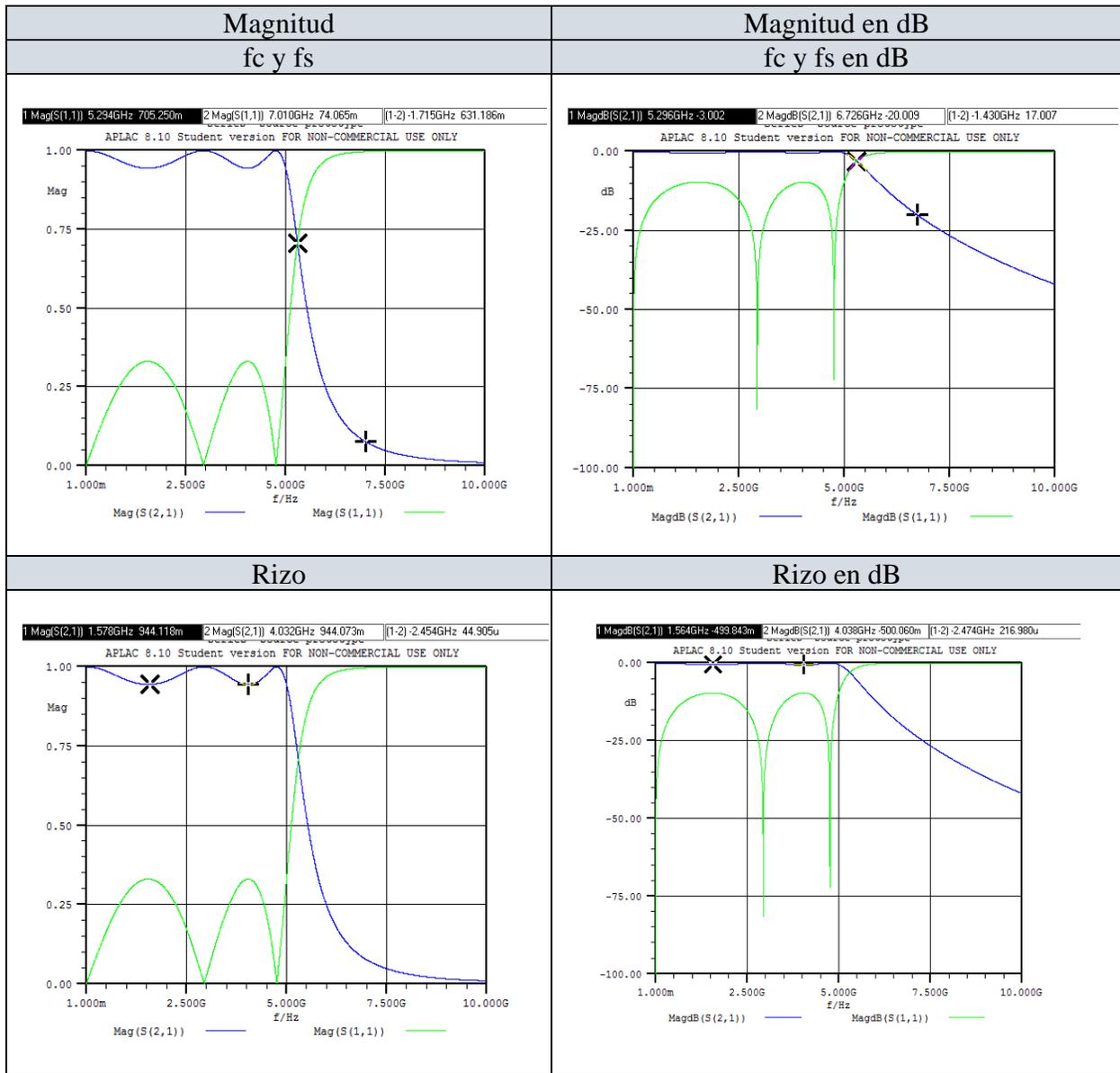


Figura A-14. Simulación en APLAC del filtro pasa bajas con componentes concentradas (Continuación).

Como se puede observar en la simulación, las frecuencias de corte y de atenuación son $f_c=5.29\text{GHz}$ a 3dB y $f_s=6.72\text{GHz}$ a 20dB con un rizo máximo de 0.5 dB. Si bien el rizo es preciso, las frecuencias de corte y atenuación son aproximadas con un error de $\sim 0.25\text{Hz}$.

TRANSFORMACIÓN DE RICHARD

Se rempazan los elementos concentrados del filtro pasa bajas diseñado por líneas de transmisión como se muestra en la **Fig. A-15** utilizando las transformaciones de Richard de la **Fig. A-8**.

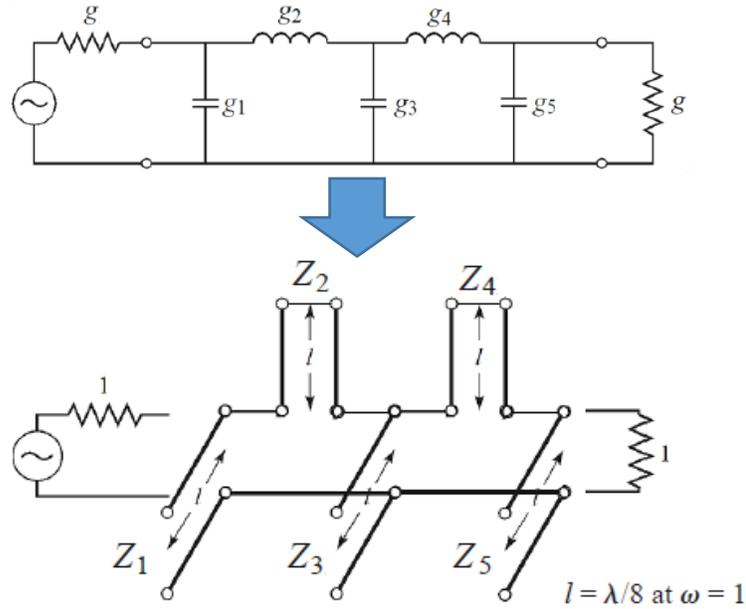


Figura A-15. Transformación de Richard del filtro pasa bajas.

Los valores de Z_i de la transformación de Richard de la **Fig. A-8** se obtienen como sigue:

$$\begin{aligned}
 Z_1 &= \frac{1}{g_1} = \frac{1}{1.7058} = 0.586235 \\
 Z_2 &= g_2 = 1.2296 \\
 Z_3 &= \frac{1}{g_3} = \frac{1}{2.5408} = 0.393577 \\
 Z_4 &= g_4 = 1.2296 \\
 Z_5 &= \frac{1}{g_5} = \frac{1}{1.7058} = 0.586235
 \end{aligned}$$

IDENTIDADES DE KURODA

Primero se le agrega al filtro pasa bajas un elemento unitario de línea de transmisión al final como se muestra en la **Fig. A-16**.

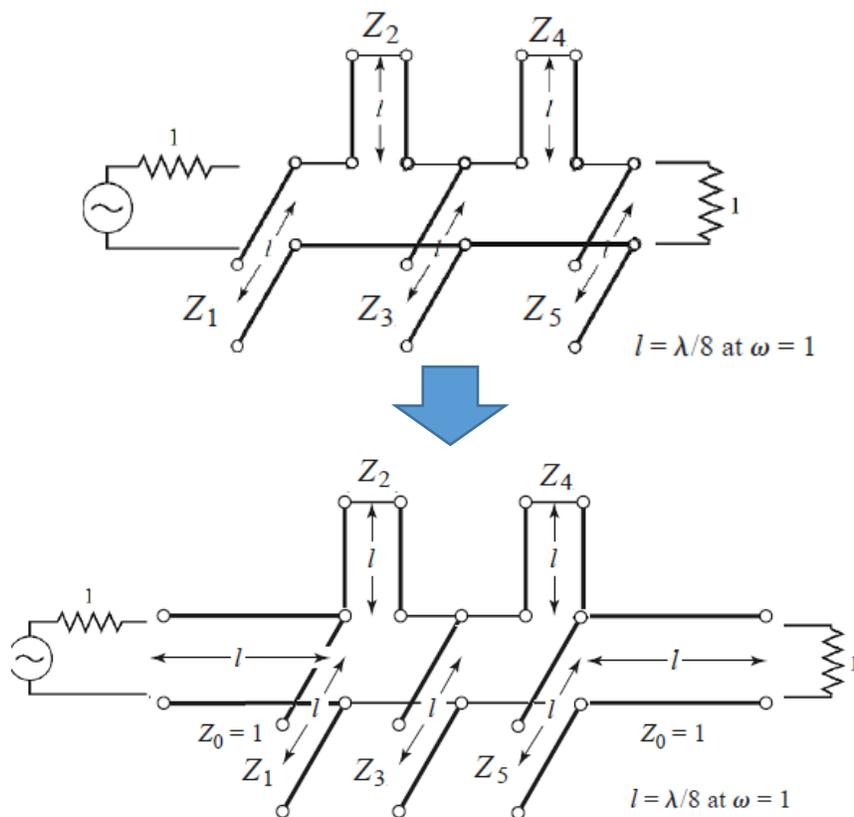


Figura A-16. Adición de elemento unitario al final del filtro.

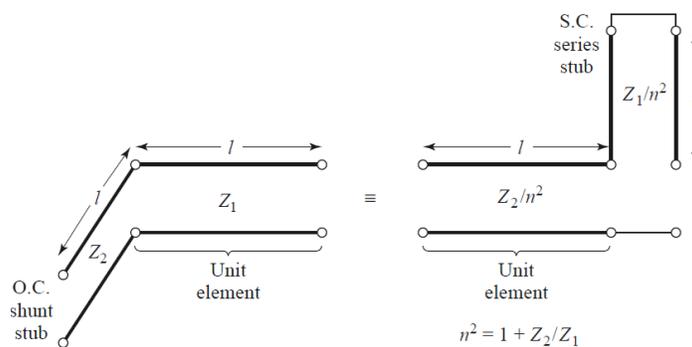


Figura A-17. Identidad de Kuroda.

Con la identidad de la **Fig. A-17** se pueden agregar líneas de transmisión entre Z_1 - Z_2 , y Z_4 - Z_5 y luego agregar elementos unitarios en los extremos como se muestra en la **Fig. A-18**.

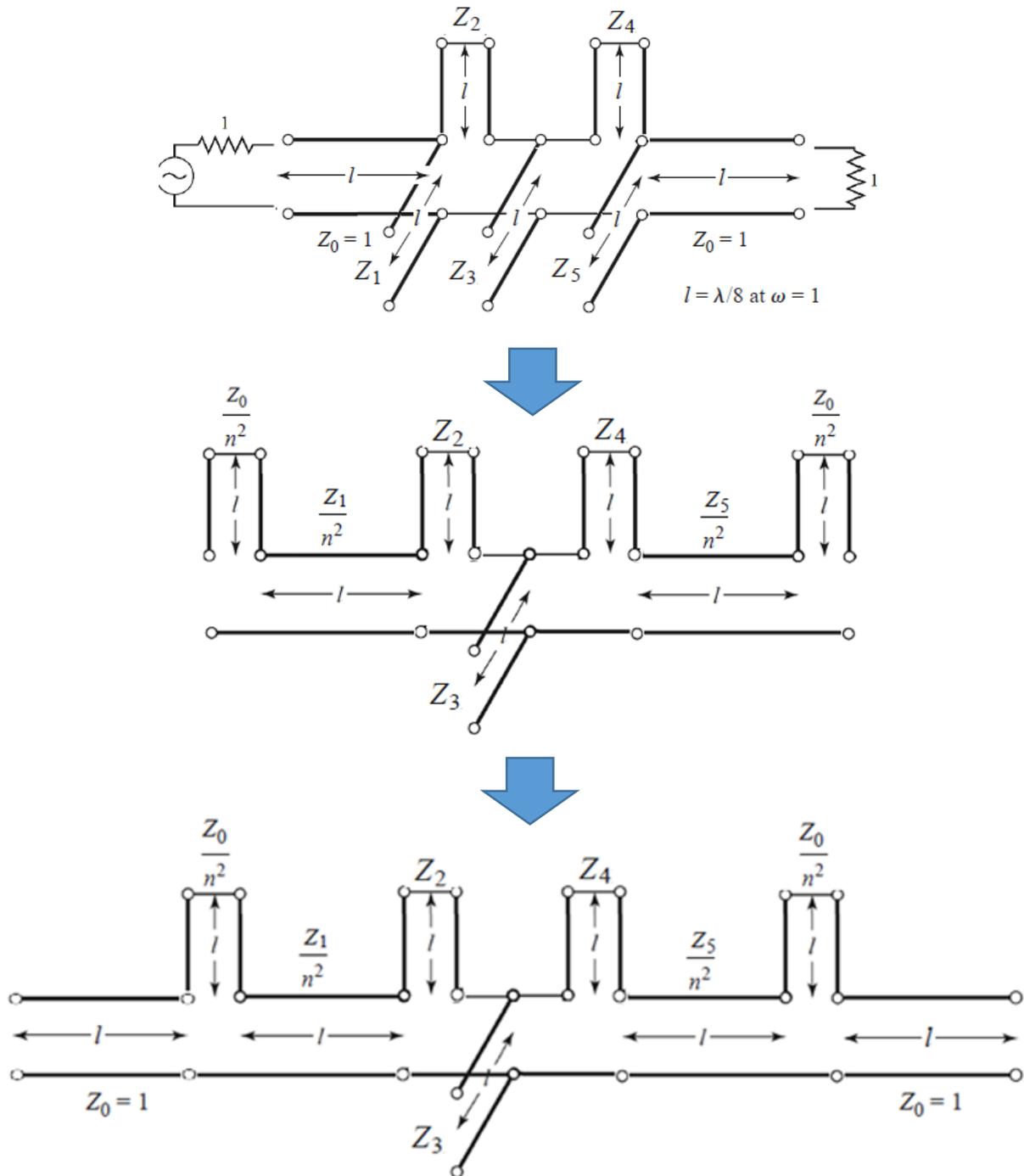


Figura A-18. Uso de la Identidad de Kuroda y adición de un elemento unitario a cada extremo del filtro.

Con la identidad de la **Fig. A-19** se puede cambiar todos los Stubs en serie terminados en corto y terminados en abierto como se muestra en la **Fig. A-20**.

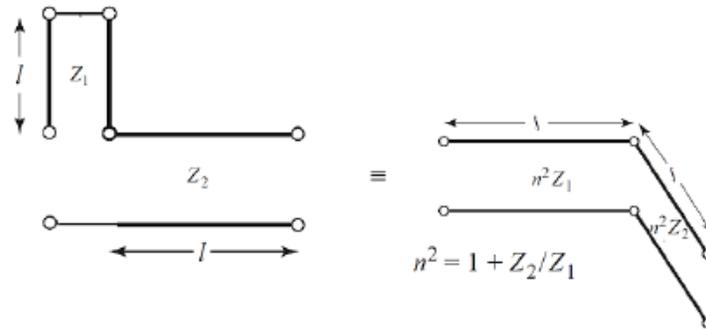


Figura A-19. Identidad de Kuroda.

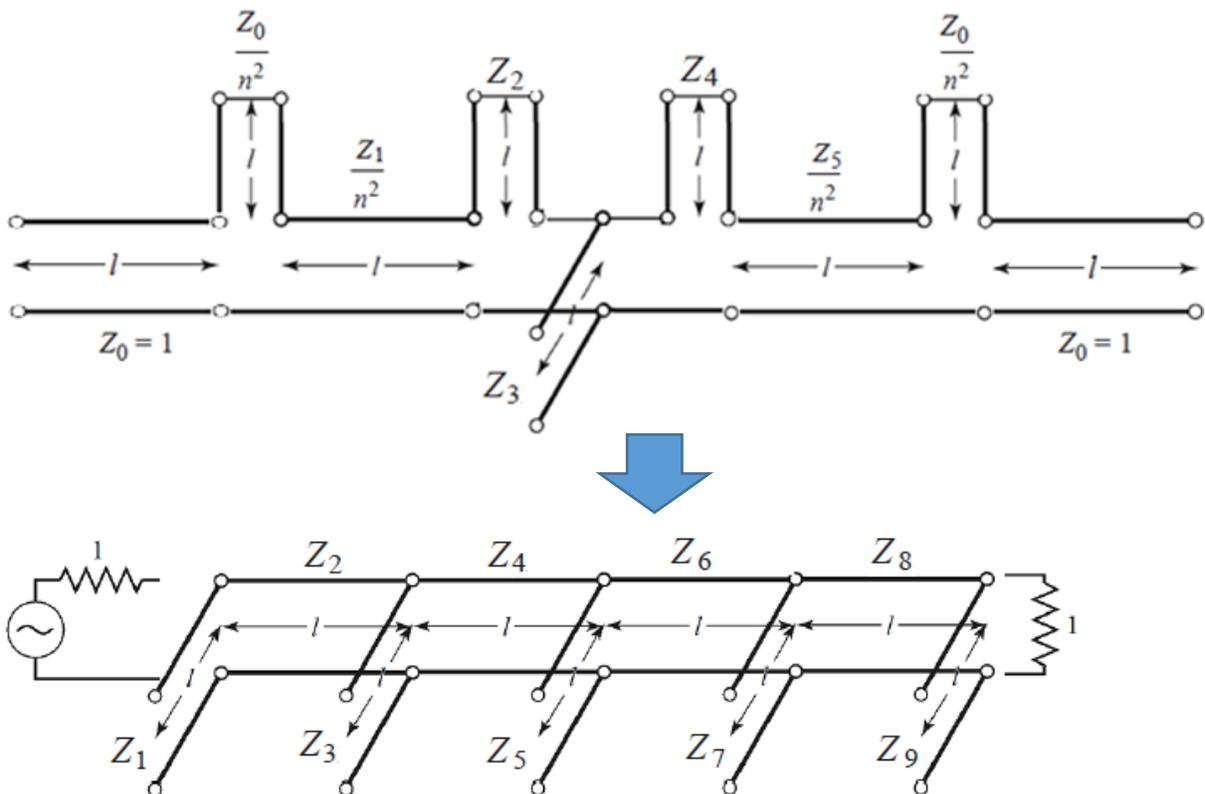


Figura A-20. Uso de la Identidad de Kuroda para eliminación de stubs en serie terminados en corto o en abierto.

Finalmente escalamos las impedancias y la frecuencia del circuito. Las impedancias Z_i se multiplican por la impedancia característica normalizada $Z_o = 50\Omega$ dando:

$$\begin{aligned} Z_1 &= Z_o(2.5862) = 129.31 \\ Z_2 &= Z_o(1.6304) = 81.52 \\ Z_3 &= Z_o(0.48066) = 24.033 \\ Z_4 &= Z_o(1.5992) = 79.96 \\ Z_5 &= Z_o(0.39358) = 19.679 \\ Z_6 &= Z_o(1.5992) = 79.96 \\ Z_7 &= Z_o(0.48066) = 24.033 \\ Z_8 &= Z_o(1.6304) = 81.52 \\ Z_9 &= Z_o(2.5862) = 129.31 \end{aligned}$$

Ahora para calcular la longitud l se supone que no hay pérdidas en las líneas de transmisión y, por lo tanto, $E_r=1$, $E_e=E_r$ y de aquí se tiene que:

$$l = \frac{\lambda}{8} = \frac{c}{8f} = 7.5\text{mm}$$

SIMULACIÓN EN APLAC

La **Fig. A-21** muestra la simulación con líneas de transmisión ideales sin pérdidas.

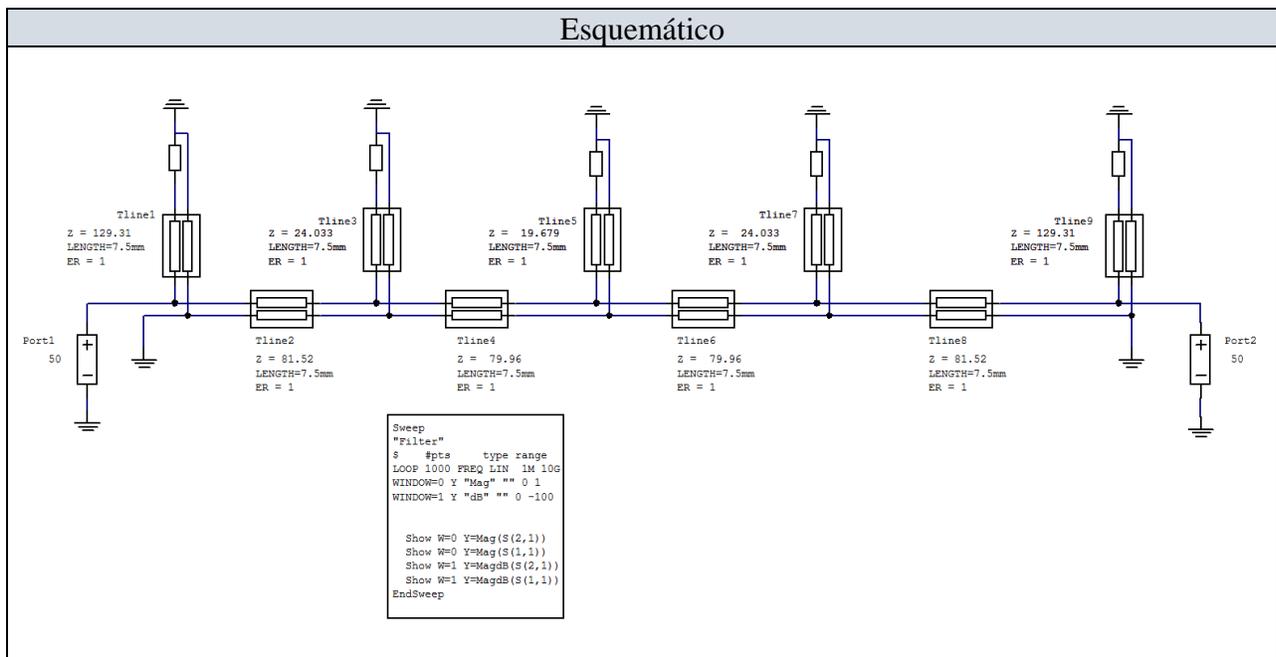


Figura A-21. Simulación en APLAC del filtro pasa bajas con líneas de transmisión ideales.

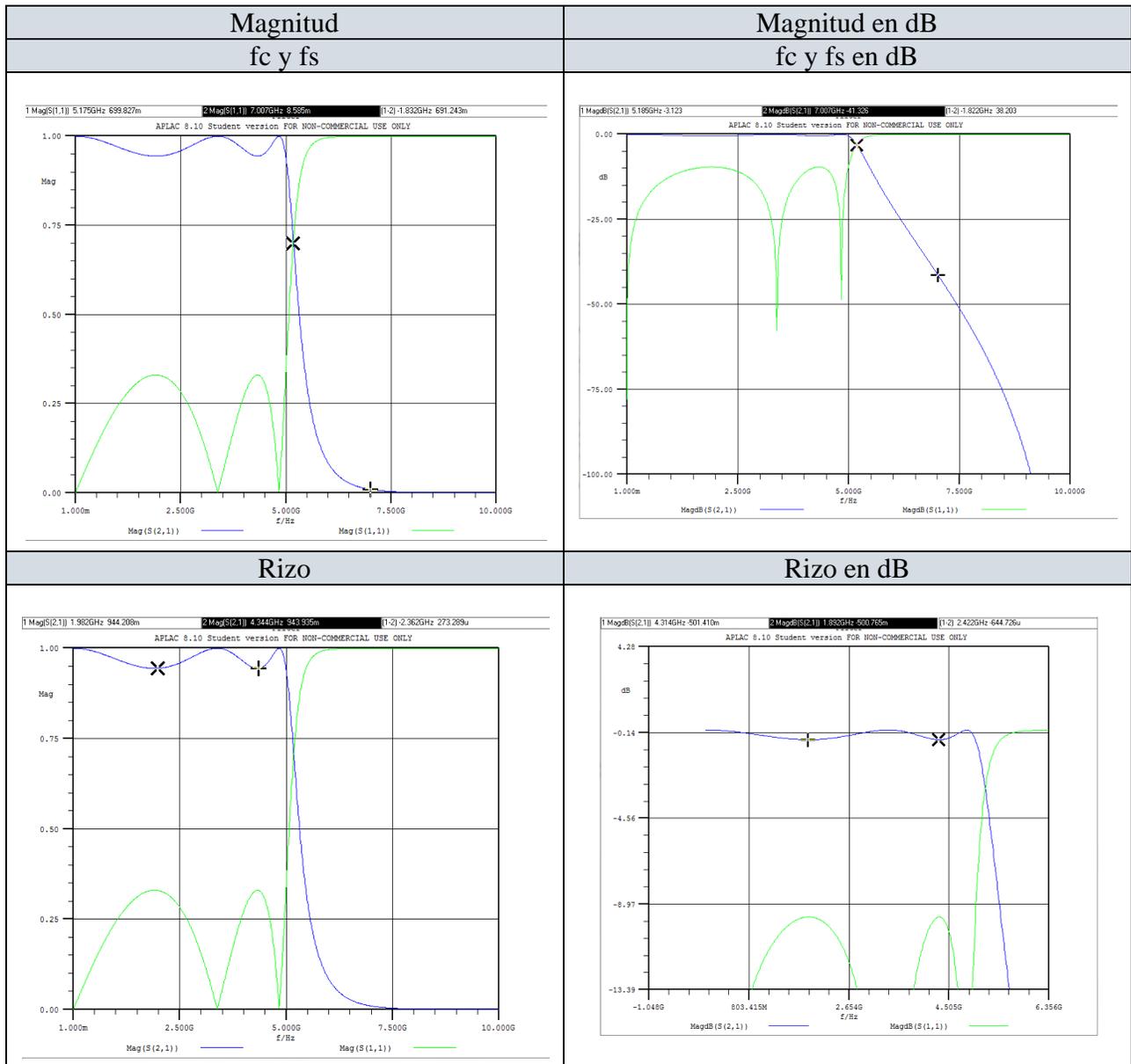


Figura A-21. Simulación en APLAC del filtro pasa bajas con líneas de transmisión ideales (Continuación).

Como se puede observar de la simulación, la frecuencia de corte es de $f_c=5.17\text{GHz}$ a -3.1dB que pierde un poco de precisión con respecto a la respuesta con componentes concentradas, la frecuencia de atenuación es de $f_s=7\text{GHz}$ a -41.326 que incrementa su atenuación aún más allá de la especificada lo cual no es malo, y con un rizo máximo de 0.5 dB que es el esperado.

Para pasar de líneas de transmisión ideales a un modelo de microcinta se implementaron las siguientes ecuaciones en Excel:

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= 4.12 \\ A &= \frac{Z_0}{60} \sqrt{\frac{\epsilon_r+1}{2}} + \frac{\epsilon_r-1}{\epsilon_r+1} \left[0.23 + \frac{0.11}{\epsilon_r} \right] \\ B &= \frac{377\pi}{2Z_0\sqrt{\epsilon_r}} \\ \left[\frac{W}{H} \right] &= \begin{cases} \left[\frac{8e^A}{e^{2A}-2} \right], & \left[\frac{W}{H} \right] \leq 2 \\ \frac{2}{\pi} \left[B - 1 - \ln[2B - 1] + \frac{\epsilon_r-1}{2\epsilon_r} \left[\ln[B - 1] + 0.39 - \frac{0.61}{\epsilon_r} \right] \right], & \left[\frac{W}{H} \right] > 2 \end{cases} \\ H &= 0.00025 \\ W &= \left[\frac{W}{H} \right] H \\ f &= 5 \times 10^9 \text{ Hz} \\ \left[\frac{H}{W} \right] &= \frac{1}{\left[\frac{W}{H} \right]} \\ \epsilon_e &= \frac{\epsilon_r+1}{2} + \frac{\epsilon_r-1}{2\sqrt{1+10\left[\frac{H}{W} \right]}} \\ v_P &= \frac{c}{\sqrt{\epsilon_e}} \\ \lambda &= \frac{v_P}{f} \\ L &= \frac{\lambda}{8} \end{aligned}$$

cuyos valores se muestran en la **Tabla A-3**. Y, por lo tanto, las dimensiones correspondientes de las microcintas son las que se muestran en la **Tabla A-4**.

Tabla A-3. VALORES DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO DE MICROCINTA

	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9
Zi=	129.31	81.52	24.033	79.96	19.679	79.96	24.033	81.52	129.31
ϵ_r =	4.12	4.12	4.12	4.12	4.12	4.12	4.12	4.12	4.12
A=	3.604692638	2.330293	0.797306	2.288693	0.681199	2.288693	0.797306	2.330293	3.604693
B=	2.25614859	3.578785	12.13925	3.648606	14.82507	3.648606	12.13925	3.578785	2.256149
W/H=	0.217888726	0.793146	6.067634	0.828223	8.296802	0.828223	6.067634	0.793146	0.217889
W/H=	0.113217557	0.771227	5.727221	0.807842	7.357005	0.807842	5.727221	0.771227	0.113218
H=	0.00025	0.00025	0.00025	0.00025	0.00025	0.00025	0.00025	0.00025	0.00025
W=	5.44722E-05	0.000198	0.001432	0.000207	0.001839	0.000207	0.001432	0.000198	5.45E-05
f=	5000000000	5E+09							
H/W=	4.589498585	1.260802	0.174605	1.207405	0.135925	1.207405	0.174605	1.260802	4.589499
ϵ_e =	2.787804025	2.98289	3.501392	2.991439	3.575635	2.991439	3.501392	2.98289	2.787804
ν_p =	179676026.3	1.74E+08	1.6E+08	1.73E+08	1.59E+08	1.73E+08	1.6E+08	1.74E+08	1.8E+08
λ =	0.035935205	0.03474	0.032065	0.034691	0.03173	0.034691	0.032065	0.03474	0.035935
L=	0.004491901	0.004343	0.004008	0.004336	0.003966	0.004336	0.004008	0.004343	0.004492

Tabla A-4. DIMENSIONES DE LAS MICROCINTAS

	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9
H=	0.00025	0.00025	0.00025	0.00025	0.00025	0.00025	0.00025	0.00025	0.00025
W=	5.44722E-05	0.000198	0.001432	0.000207	0.001839	0.000207	0.001432	0.000198	5.45E-05
L=	0.004491901	0.004343	0.004008	0.004336	0.003966	0.004336	0.004008	0.004343	0.004492

SIMULACIÓN EN APLAC DEL FILTRO CON MICROCINTAS

La **Fig. A-22** muestra la simulación del filtro con líneas microcinta ideales sin pérdidas en APLAC.

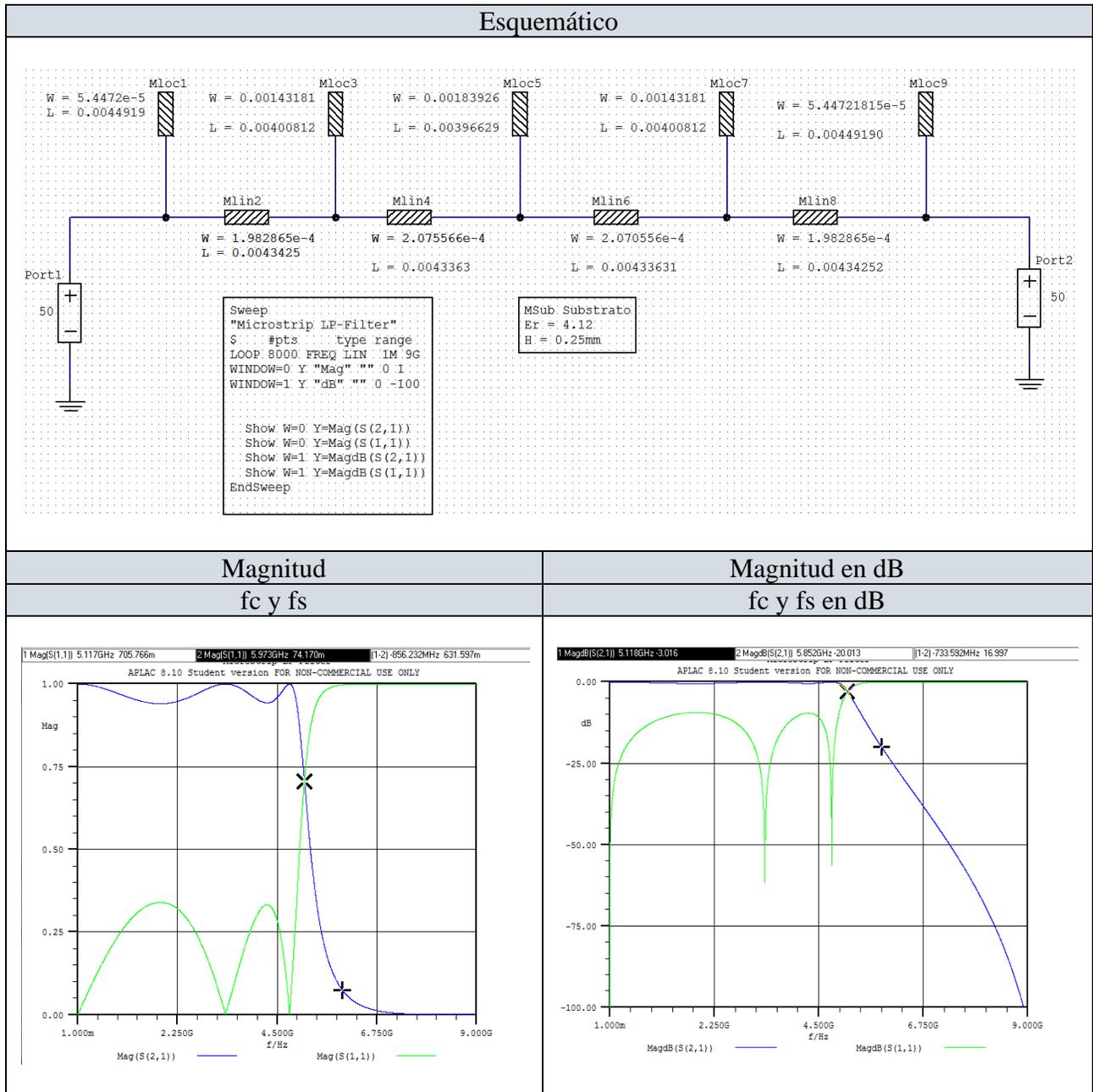


Figura A-22. Simulación en APLAC del filtro pasa bajas con microcintas.

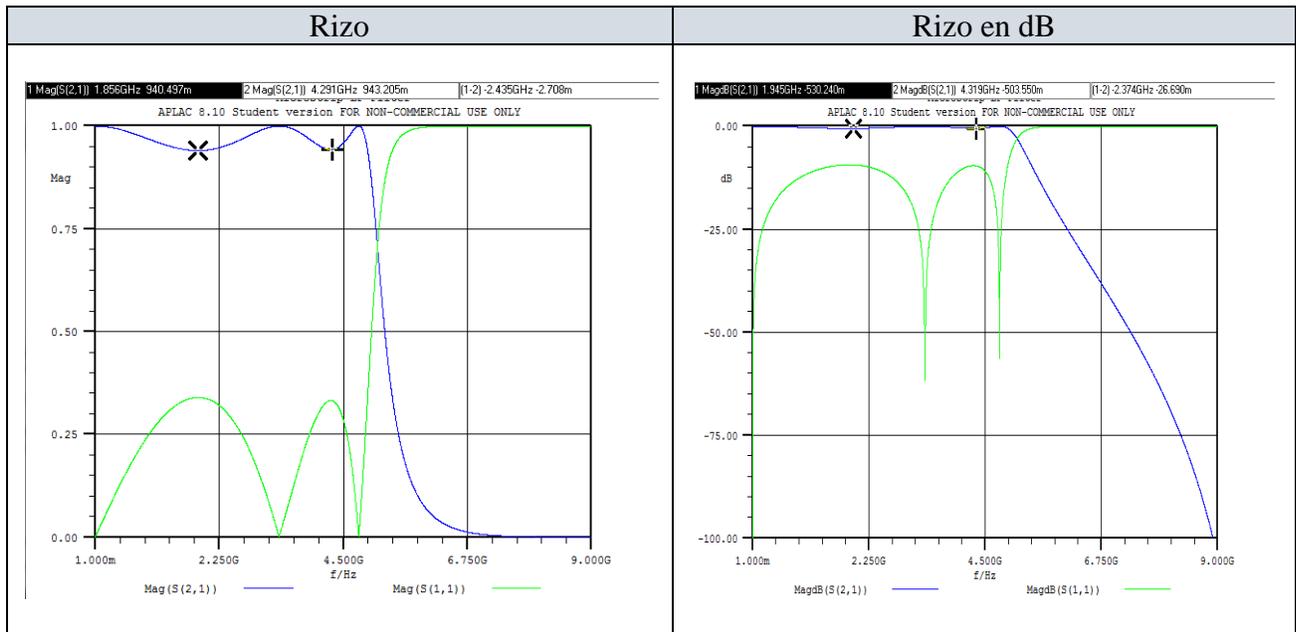


Figura A-22. Simulación en APLAC del filtro pasa bajas con microcintas (Continuación).

Como se puede observar de la simulación, la frecuencia de corte es $f_c=5.11\text{GHz}$ a 3dB que muestra más o menos la misma pérdida que en la simulación anterior utilizando líneas de transmisión ideales, la frecuencia de atenuación es $f_s=5.82\text{GHz}$ a 20dB donde se observa que se mantiene la atenuación mayor con respecto a las líneas ideales, y con un rizo máximo de 0.53dB que ya pierde un poco de precisión contra el especificado. Esta respuesta, como se puede apreciar es muy similar a la simulación anterior con líneas de transmisión ideales.

SIMULACIÓN DEL FILTRO EN SONNET

Como una primera aproximación se hace una simulación burda del filtro sin pérdidas utilizando un número pequeño de celdas de simulación y una caja grande con SONNET. La **Fig. A-23** muestra la geometría del filtro utilizada y **Fig. A-24** muestra la simulación en SONNET de tal geometría. Se tiene una frecuencia de corte $f_c=5.3\text{GHz}$ a -3.49dB, una frecuencia de atenuación de $f_s=7.05\text{GHz}$ a -43dB que representa una mayor atenuación a la especificada, y con un rizo de 1.23dB que es mayor al especificado. Como se puede observar, la respuesta del filtro es bastante buena y no se observan resonancias debido a la caja a pesar de las dimensiones excesivas de esta.

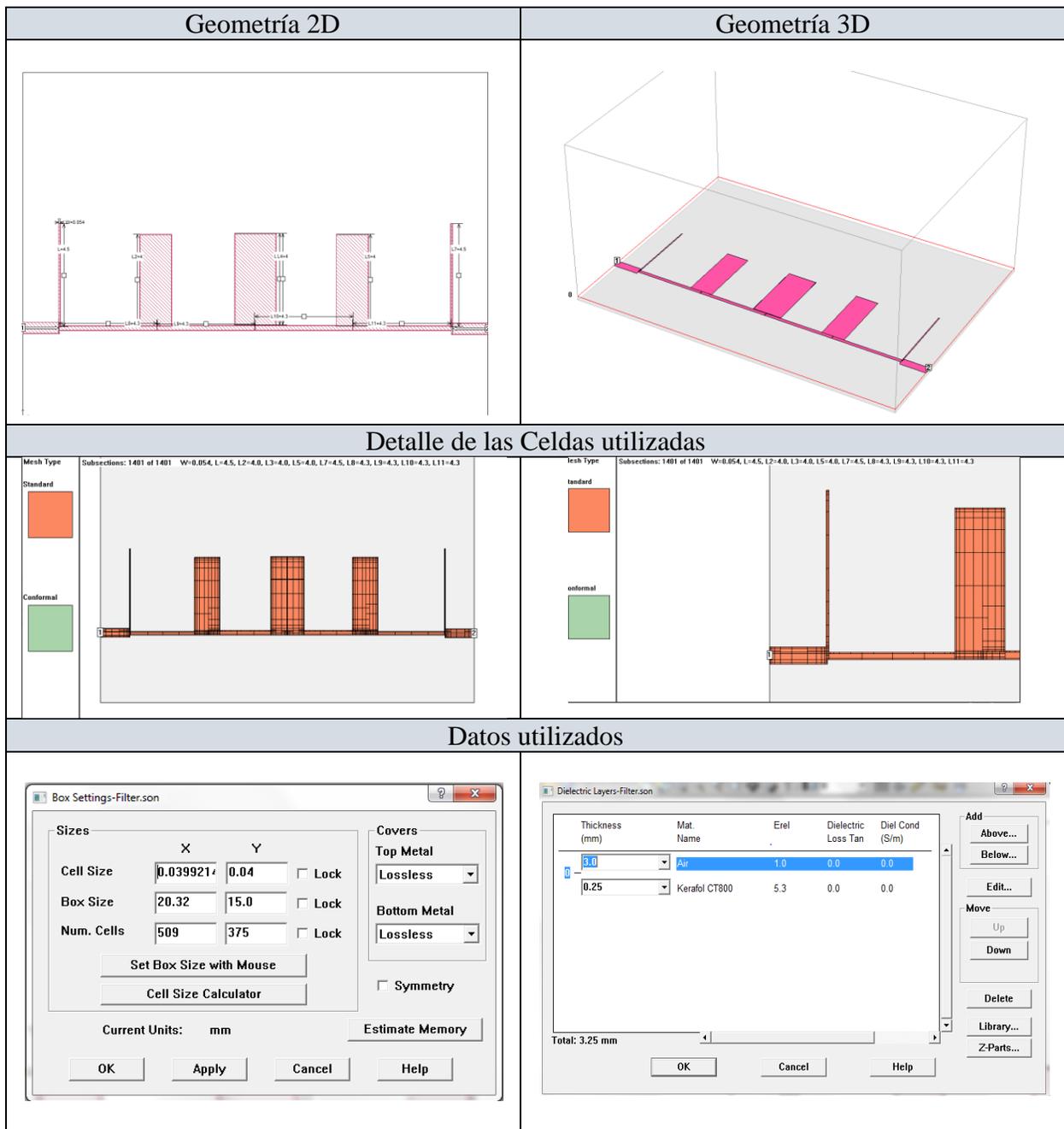


Figura A-23. Geometría de microcinta del filtro pasa bajas en SONNET.

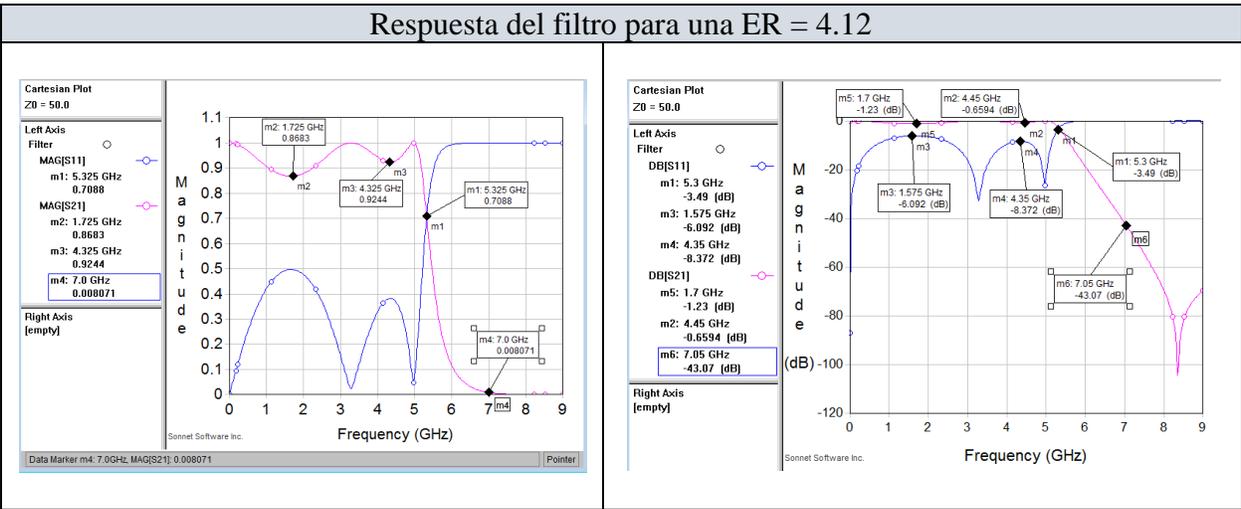


Figura A-24. Simulación de la geometría de microcinta del filtro pasa bajas en SONNET.

La **Fig. A-25** muestra una simulación más precisa y realista que utiliza un número mucho más grande de celdas de simulación.

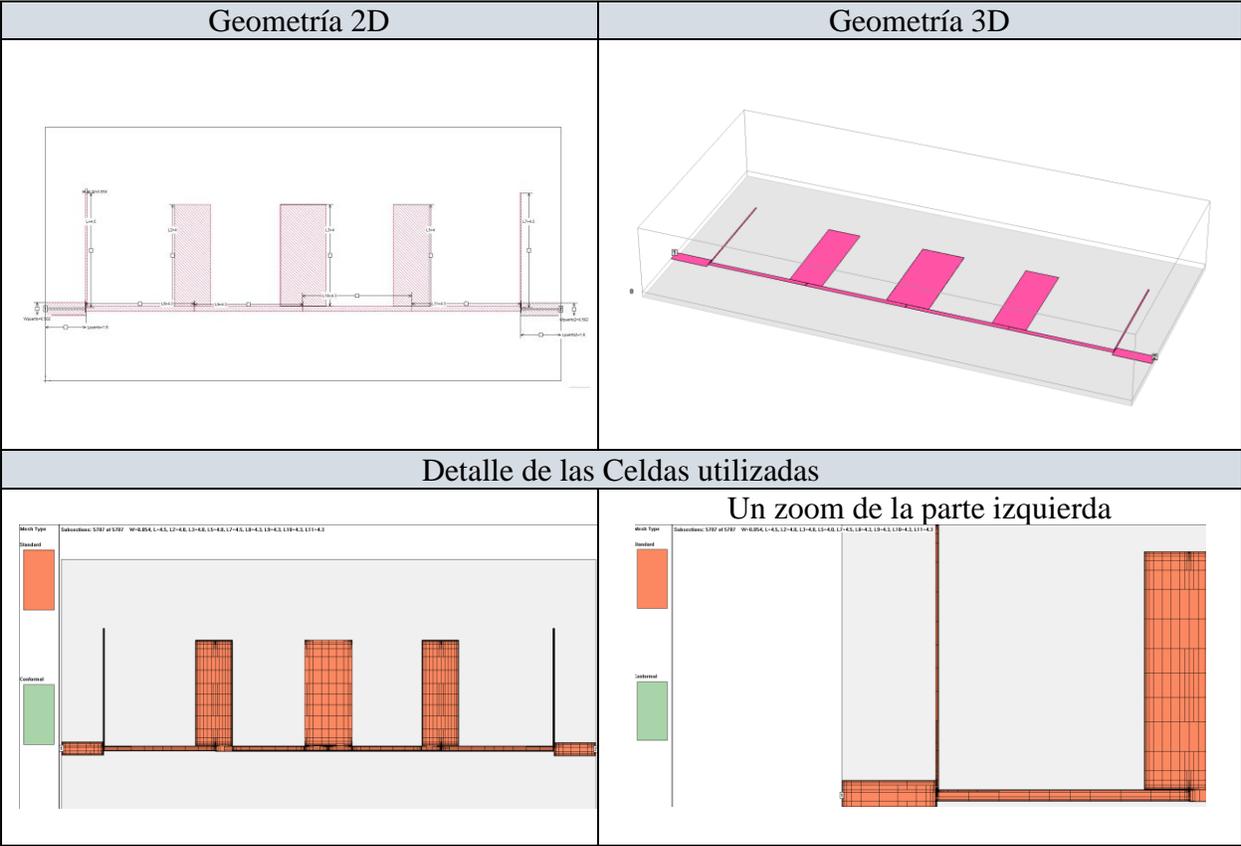
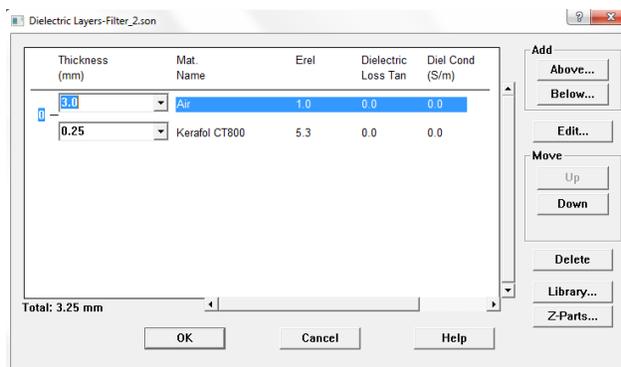
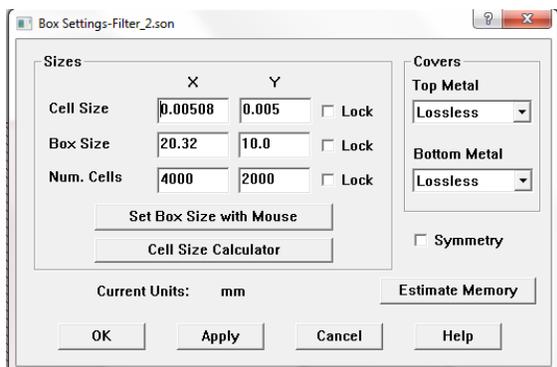
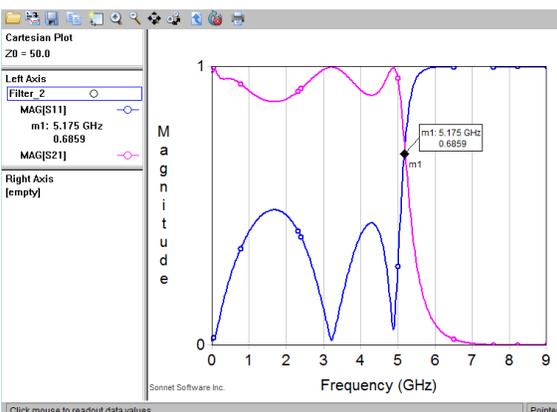


Figura A-25. Geometría de microcinta del filtro pasa bajas en SONNET.

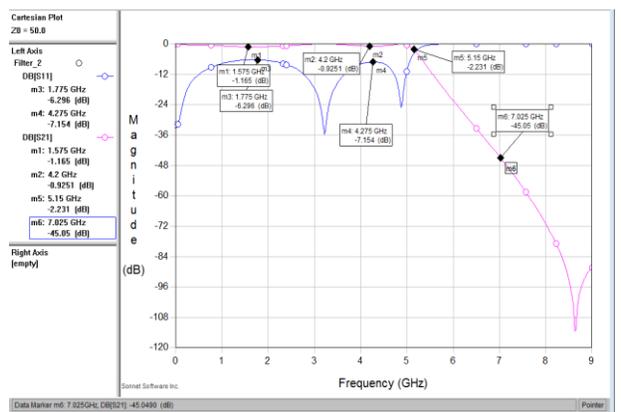
Datos utilizados



Magnitud



Magnitud en dB



Tiempo de simulación

Memory: 329 MB | Project: Filter_2.son | Time/Freq: 3 min. 29 sec.
 Subs: 5797 | Frequencies: 10 Discrete (361 Adaptive)
 CM Cells: N/A | 100% : Analysis Finished
 Threads: 908

Analysis completed Thu Dec 05 21:41:14 2013 | Status Only <<

View: Detailed Timing Information Parameters

Response Data

Total: 2 seconds.
 Total time per frequency: 3 minutes 29 seconds.

Frequency: 9 GHz
 Total time per frequency: 3 minutes 12 seconds.

Frequency: 2.325 GHz
 Total time per frequency: 3 minutes 24 seconds.

Frequency: 0.05 GHz
 Total time per frequency: 3 minutes 27 seconds.

Frequency: 2.4 GHz
 Total time per frequency: 3 minutes 28 seconds.

Frequency: 6 GHz
 Total time per frequency: 3 minutes 1 second.

Frequency: 0.775 GHz
 Total time per frequency: 3 minutes 27 seconds.

Frequency: 4.5 GHz
 Total time per frequency: 3 minutes 3 seconds.

Frequency: 7.575 GHz
 Total time per frequency: 3 minutes 4 seconds.

Frequency: 8.225 GHz
 Total time per frequency: 3 minutes 9 seconds.

Post-Analysis:
 Total time for 10 frequencies: 33 minutes 4 seconds.
 Analysis completed Thu Dec 05 21:41:14 2013.

Figura A-25. Geometría y simulación de microcinta del filtro pasa bajas en SONNET (Continuación).

Como se puede apreciar, se disminuyó el tamaño de la caja a una más realista. La razón de esto es porque con cajas grandes aparecen resonancias. Sin embargo, en la caja grande utilizada aquí no apareció ninguna. Se tuvo cuidado de no estar tan cerca de las paredes de la caja para evitar efectos de borde y se amplió el número de celdas de simulación lo que implicó un tiempo muchísimo más grande de simulación, unos segundos a poco más de media hora con un consumo de memoria de 329MB. Así, se observa en las gráficas que la frecuencia de corte es de $f_c=5.15\text{GHz}$ a -2.23dB lo que implica una mayor imprecisión con respecto a las simulaciones con líneas de transmisión en APLAC. La frecuencia de atenuación es de $f_s=7.05\text{GHz}$ a -45.05dB que representa una mayor atenuación a la especificada lo cual está bien y que se parece mucho a la respuesta obtenida en APLAC, y con un rizo máximo de 1.165dB que es poco más del doble del especificado. La respuesta del rizo mejoró un poquito con esta simulación más precisa y la imprecisión en f_c aumentó un poco.

CONCLUSIONES

Como se puede observar, el procedimiento de diseño nos permite construir un filtro a alta frecuencia con un procedimiento de diseño bastante estándar y con bastante precisión, lo cual, es muy importante porque como se mostró anteriormente, los filtros con componentes concentradas fallan a altas frecuencias debido a los componentes parásitos. Las líneas de transmisión por el contrario nos permiten una alternativa a este problema. A lo largo del diseño del filtro se pudo observar cómo los resultados ideales obtenidos con APLAC eran bastante precisos como los obtenidos por los filtros de componentes concentradas evitando así los efectos parásitos. También se pudo observar que la simulación hecha en SONNET a pesar de que introduce efectos debido a la geometría que no están presentes en el modelado ideal de APLAC, la respuesta del filtro es bastante buena a pesar de que es aún más imprecisa que las simulaciones en APLAC.

BIBLIOGRAFIA

- [1] APLAC. EM and high-frequency circuit simulator.
- [2] Pozar, D. M. (1998). *Microwave Engineering*. Wiley.
- [3] Sonnet. EM simulator.

B. MÉTODOS DE SIMULACIÓN: BALANCE DE ARMÓNICOS DE TONO SIMPLE

AUTOR: José Abdón Ramírez Ruiz

INTRODUCCIÓN

Este reporte presenta teoría y resultados de una implementación en Matlab del método de Balance de Armónicos de Tono Simple para el análisis de un circuito simple que consiste de una fuente, una resistencia y un diodo en serie. Este método es muy útil para el análisis de circuitos que contengan componentes no lineales, y aplicable a gran señal. Para verificar los resultados se hizo un análisis transitorio del circuito utilizando el método de Newton para resolver punto a punto en el tiempo los valores de voltaje y corriente adecuados que satisficieran las leyes de Kirchhoff.

NO LINEALIDAD

La no linealidad de un elemento puede ser dividida en dos tipos: no linealidad débil y no linealidad fuerte. La no linealidad débil es aquella cuya función $i = f(v)$ puede ser expandida en una serie de Taylor. La no linealidad fuerte por el contrario es la que no puede ser expandida en una serie de Taylor. El hecho de que sea posible la expansión en serie de Taylor significa que la función de la no linealidad es un polinomio finito o infinito y por lo tanto contiene solo potencias del voltaje $v(t)$ de excitación del dispositivo. Esto tiene una propiedad importante. Cuando se le aplica al elemento un voltaje $v(t)$:

$$v(t) = \sin(\omega_p t) = \left[\frac{e^{j\omega_p t} + e^{-j\omega_p t}}{2} \right] \quad \text{ó} \quad v(t) = \cos(\omega_p t) = \left[\frac{e^{j\omega_p t} - e^{-j\omega_p t}}{2j} \right]$$

Las potencias de estos voltajes contienen solo funciones $e^{jk\omega_p t}$ con frecuencias que son múltiplos de ω_p dando como resultado los términos de una serie compleja de Fourier. En general, cuando $v(t)$ es periódico descrito por su serie compleja de Fourier con frecuencia ω_p , la respuesta en corriente $i(t)$ del dispositivo es otra serie de Fourier, dado que las potencias de la serie de Fourier dan una serie de Fourier. Un dispositivo no lineal fuerte no tiene esta propiedad y por lo tanto su contenido espectral para $i(t)$ no es uniforme como para el caso no lineal débil. La **Fig. B-1** muestra las características descritas aquí.

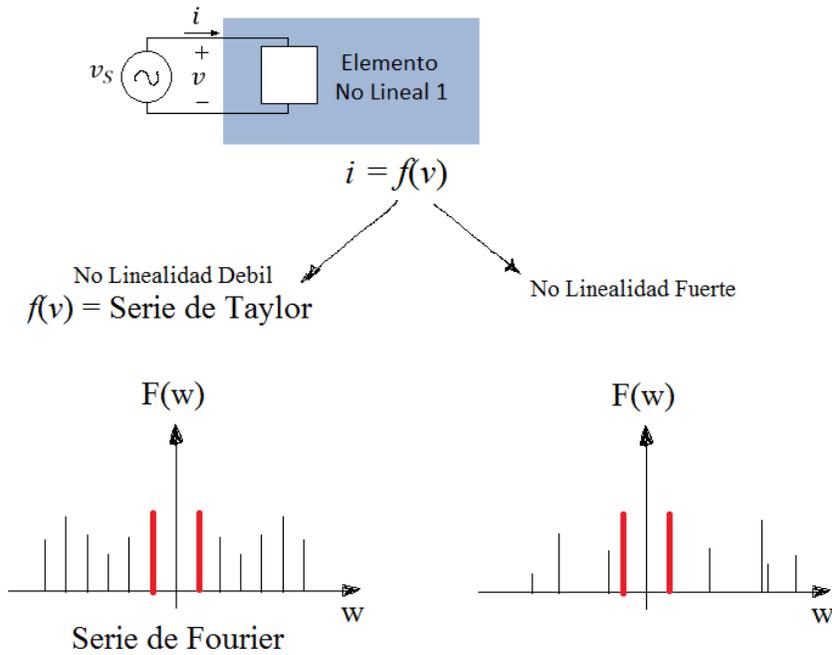


Figura B-1. Tipos de no linealidad

BALANCE DE ARMÓNICOS DE TONO SIMPLE

Considerando un circuito que contenga M componentes lineales y N componentes no lineales, el método primero lo particiona en dos partes: una parte lineal que contiene solo componentes lineales descrito por sus parámetros $Y_{[N+2] \times [N+2]}$ como una red de N+2 puertos, y otra parte no lineal que contiene solo a las componentes no lineales como se muestra en la **Fig. B-2**.

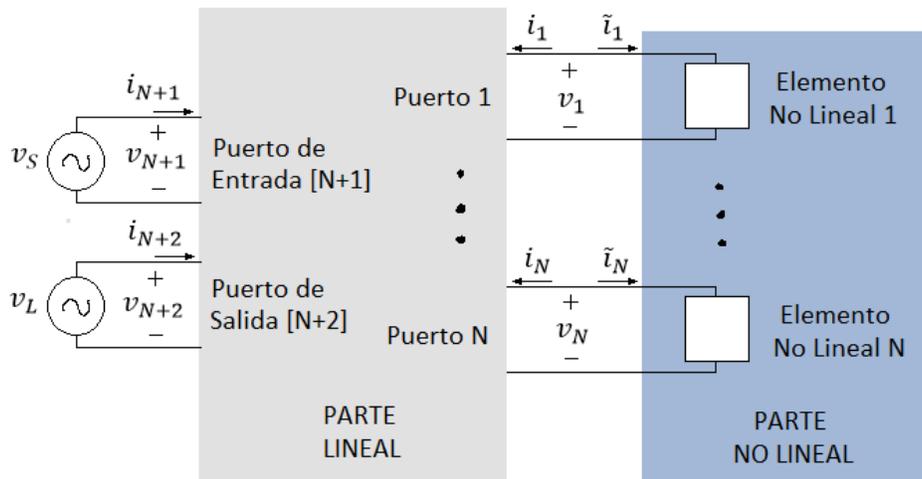


Figura B-2. Partición del Circuito en una Parte Lineal y otra No Lineal

La corriente en los puertos de la parte lineal se representa como sigue:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{I}_{[N+2]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{11} & \cdots & \mathbf{Y}_{1[N+2]} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{Y}_{[N+2]1} & \cdots & \mathbf{Y}_{[N+2][N+2]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{V}_{[N+2]} \end{bmatrix}$$

con

$$\mathbf{I}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n^0(0w_p) \\ \vdots \\ \mathbf{I}_n^K(Kw_p) \end{bmatrix} \quad \mathbf{V}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_n^0(0w_p) \\ \vdots \\ \mathbf{V}_n^K(Kw_p) \end{bmatrix} \quad \mathbf{Y}_{nm} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{nm}(0w_p) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{Y}_{nm}(Kw_p) \end{bmatrix}$$

donde $\mathbf{I}_n^k(kw_p)$ y $\mathbf{V}_n^k(kw_p)$ son los fasores de corriente y voltaje del n -ésimo puerto a la frecuencia kw_p respectivamente, y $\mathbf{Y}_{nm}(kw_p)$ es el correspondiente elemento de la matriz fasorial de parámetros \mathbf{Y} a la frecuencia kw_p . Los vectores \mathbf{I}_n y \mathbf{V}_n representan los coeficientes de la serie compleja de Fourier truncada para las frecuencias de 0, w_p, \dots, Kw_p . Dado que, para funciones reales, los coeficientes de las frecuencias negativas de la serie compleja de Fourier son los complejos conjugados de los coeficientes de las frecuencias positivas, estos vectores representan las expansiones en serie de Fourier de los $v_n(t)$ y $i_n(t)$ en el n -ésimo puerto. El vector de corrientes en los puertos de interés 1 a N , entonces queda como:

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_S + \mathbf{Y}_{N \times N} \mathbf{V}$$

con

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \quad \mathbf{I}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{1[N+1]} & \cdots & \mathbf{Y}_{1[N+2]} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{Y}_{N[N+1]} & \cdots & \mathbf{Y}_{N[N+2]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{N+1} \\ \mathbf{V}_{N+2} \end{bmatrix} \quad \mathbf{Y}_{N \times N} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{11} & \cdots & \mathbf{Y}_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{Y}_{N1} & \cdots & \mathbf{Y}_{NN} \end{bmatrix} \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{V}_N \end{bmatrix}$$

En la parte no lineal solo se consideran capacitancias y conductancias no lineales. Debido a que los voltajes en los puertos $v_n(t)$ determinan sin ambigüedad todos los voltajes en el circuito, la forma de onda de carga de un capacitor no lineal en el n -ésimo puerto que puede ser expresada como una función de dichos voltajes:

$$\tilde{q}_n(t) = \tilde{q}_n(v_1(t), \dots, v_N(t))$$

Calculando los coeficientes de la serie compleja de Fourier obtenemos:

$$\tilde{\mathbf{Q}}_n = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Q}}_n^0(0w_p) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{Q}}_n^K(Kw_p) \end{bmatrix}$$

que como antes $\tilde{\mathbf{Q}}_n$ representa los coeficientes de la serie compleja de Fourier truncada para las frecuencias de $0, w_p, \dots, Kw_p$. Construyendo esta serie da:

$$\tilde{q}_n(t) \sim \sum_{k=-K}^K \tilde{Q}_n^k e^{jk w_p t}$$

con $\tilde{Q}_n^{-k} = \overline{\tilde{Q}_n^k}$. La corriente en el n -ésimo capacitor $\tilde{i}_n(t)$ se obtiene derivando $\tilde{q}_n(t)$, por lo tanto:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{q}_n(t)}{dt} &\sim \frac{d}{dt} \sum_{k=-K}^K \tilde{Q}_n^k e^{jk w_p t} \\ \tilde{i}_{Cn}(t) &\sim \sum_{k=-K}^K jk w_p \tilde{Q}_n^k e^{jk w_p t} \\ &\sim \sum_{k=-K}^K \tilde{I}_{Cn}^k e^{jk w_p t} \end{aligned}$$

Así, $\tilde{I}_{Cn}^k = jk w_p \tilde{Q}_n^k$, que da la corriente en los capacitores como:

$$\tilde{\mathbf{I}}_C = j\Omega \tilde{\mathbf{Q}}$$

con:

$$\tilde{\mathbf{I}}_C = \begin{bmatrix} \tilde{I}_{C1} \\ \vdots \\ \tilde{I}_{CN} \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{I}}_n = \begin{bmatrix} \tilde{I}_{Cn}^0(0w_p) \\ \vdots \\ \tilde{I}_{Cn}^K(Kw_p) \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \tilde{Q}_1 \\ \vdots \\ \tilde{Q}_N \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{Q}}_n = \begin{bmatrix} \tilde{Q}_n^0(0w_p) \\ \vdots \\ \tilde{Q}_n^K(Kw_p) \end{bmatrix}$$

$$\Omega_{N[K+1] \times N[K+1]} = \begin{bmatrix} 0w_p & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Kw_p & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0w_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & Kw_p \end{bmatrix}$$

Similarmente para una conductancia no lineal en el n -ésimo puerto se puede expresar como una función de los voltajes de los puertos $v_n(t)$ como:

$$\tilde{i}_{Gn}(t) = \tilde{i}_{Gn}(v_1(t), \dots, v_N(t))$$

Calculando los coeficientes de la serie compleja de Fourier obtenemos:

$$\tilde{\mathbf{I}}_G = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{I}}_{G1} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{I}}_{GN} \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{I}}_{Gn} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{I}}_{Gn}^0(0w_p) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{I}}_{Gn}^K(Kw_p) \end{bmatrix}$$

que como antes $\tilde{\mathbf{I}}_n$ representa los coeficientes de la serie compleja de Fourier truncada para las frecuencias de $0, w_p, \dots, Kw_p$. Finalmente, las corrientes en los puertos deben de satisfacer:

$$\begin{aligned} \mathbf{I} + \tilde{\mathbf{I}} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_S + \mathbf{Y}_{N \times N} \mathbf{V} + \tilde{\mathbf{I}}_C + \tilde{\mathbf{I}}_G &= \mathbf{0} \\ \mathbf{F}(\mathbf{V}) = \mathbf{I}_S + \mathbf{Y}_{N \times N} \mathbf{V} + j\Omega \tilde{\mathbf{Q}} + \tilde{\mathbf{I}}_G &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (\mathbf{B-1})$$

que es la ecuación que se debe de resolver para \mathbf{V} .

MÉTODO DE NEWTON

El método preferido para resolver la **Ec. (B-1)** es el método de Newton. Primero se expande la función en serie de Taylor reteniendo los términos lineales, se iguala a 0 y se despeja para obtener el valor de \mathbf{V} en la siguiente iteración como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\mathbf{V}) &= \mathbf{F}(\mathbf{V}_0) + \frac{d\mathbf{F}(\mathbf{V}_0)}{d\mathbf{V}} [\mathbf{V} - \mathbf{V}_0] = \mathbf{0} \\ \frac{d\mathbf{F}(\mathbf{V}_0)}{d\mathbf{V}} [\mathbf{V} - \mathbf{V}_0] &= -\mathbf{F}(\mathbf{V}_0) \\ [\mathbf{V} - \mathbf{V}_0] &= -\left[\frac{d\mathbf{F}(\mathbf{V}_0)}{d\mathbf{V}}\right]^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{V}_0) \\ \mathbf{V} &= \mathbf{V}_0 - \left[\frac{d\mathbf{F}(\mathbf{V}_0)}{d\mathbf{V}}\right]^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{V}_0) \end{aligned}$$

Para aplicar el método se necesita conocer el Jacobiano que nos da:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{F}(\mathbf{V}_0)}{d\mathbf{V}} &= \frac{d}{d\mathbf{V}} [\mathbf{I}_S + \mathbf{Y}_{N \times N} \mathbf{V} + j\Omega \tilde{\mathbf{Q}} + \tilde{\mathbf{I}}_G] \\ &= \mathbf{Y}_{N \times N} + j\Omega \frac{\partial \tilde{\mathbf{Q}}}{\partial \mathbf{V}} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{I}}_G}{\partial \mathbf{V}} \end{aligned}$$

Solo se va a mostrar cómo se calcula la segunda parcial $\frac{\partial \tilde{\mathbf{I}}_G}{\partial \mathbf{V}}$. La otra parcial se calcula de forma similar. Primero se escribe la serie compleja de Fourier de $i_n(t)$ y $v_n(t)$ como:

$$\tilde{i}_{Gn}(t) \sim \sum_{k=-K}^K \tilde{i}_n^k e^{jkw_p t}; \quad v_m(t) \sim \sum_{k=-K}^K V_m^l e^{jkw_p t}$$

Con los coeficientes de la primera serie dados por:

$$\tilde{I}_n^k = \frac{1}{T} \int_0^T \tilde{i}_{Gn}(t) e^{-jk\omega_p t} dt$$

Ahora se desea obtener la variación de \tilde{I}_n^k con respecto a V_m^l y V_m^{-l} . Por lo tanto:

$$d\tilde{I}_n^k = \frac{\partial \tilde{I}_n^k}{\partial V_m^l} dV_m^l + \frac{\partial \tilde{I}_n^k}{\partial V_m^{-l}} dV_m^{-l}$$

con $V_m^{-l} = \bar{V}_m^l$. Así, la parcial en la diferencial sería:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{I}_n^k}{\partial V_m^l} &= \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\partial \tilde{i}_{Gn}(t)}{\partial v_m(t)} \frac{\partial v_m(t)}{\partial V_m^l} e^{-jk\omega_p t} dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\partial \tilde{i}_{Gn}(t)}{\partial v_m(t)} e^{jl\omega_p t} e^{-jk\omega_p t} dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\partial \tilde{i}_{Gn}(t)}{\partial v_m(t)} e^{-j(k-l)\omega_p t} dt \\ &= G_{k-l} \end{aligned}$$

para $l=-K, \dots, K$. Dado que $dV_m^{-l} = d\bar{V}_m^l$ es imposible obtener la parcial deseada $\frac{\partial \tilde{I}_n^k}{\partial V_m^{-l}}$ con respecto a la variable compleja V_m^l . Por lo tanto, la solución es considerar la variación de las partes $\text{Re}[\tilde{I}_n^k]$ e $\text{Im}[\tilde{I}_n^k]$ con respecto a las variables $\text{Re}[V_m^l]$ e $\text{Im}[V_m^l]$. Dicha descomposición permite escribir las parciales como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{Re}[\tilde{I}_n^k]}{\partial \text{Re}[V_m^l]} &= \text{Re}[G_{k-l}] + \text{Re}[G_{k+l}] & \frac{\partial \text{Re}[\tilde{I}_n^k]}{\partial \text{Im}[V_m^l]} &= -\text{Im}[G_{k-l}] + \text{Im}[G_{k+l}] \\ \frac{\partial \text{Im}[\tilde{I}_n^k]}{\partial \text{Re}[V_m^l]} &= \text{Im}[G_{k-l}] + \text{Im}[G_{k+l}] & \frac{\partial \text{Im}[\tilde{I}_n^k]}{\partial \text{Im}[V_m^l]} &= \text{Re}[G_{k-l}] - \text{Re}[G_{k+l}] \end{aligned}$$

Lo cual implica poner todo el formalismo en términos de las componentes real e imaginaria de los coeficientes de Fourier. Misma operación que se identifica en el código de Matlab como Expansión. La operación inversa de juntar las partes real e imaginaria para formar una sola variable compleja se identifica como Contracción. Es decir:

$$\begin{aligned} \text{Expansión: } z &\rightarrow \text{Re}[z] \text{ y } \text{Im}[z] \\ \text{Contracción: } z &\leftarrow \text{Re}[z] \text{ y } \text{Im}[z] \end{aligned}$$

IMPLEMENTACIÓN

Se implementó el método de Balance de Armónicos en Matlab utilizando el circuito que se muestra en la **Fig. B-3**

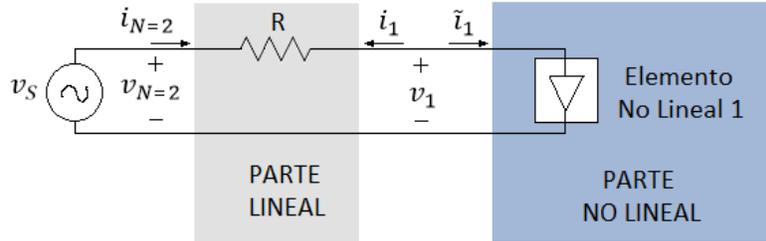


Figura B-3. Circuito de Prueba para el método de Balance de Armónicos

con parámetros Y para la red lineal:

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{R} & -\frac{1}{R} \\ -\frac{1}{R} & \frac{1}{R} \end{bmatrix}$$

Para este circuito $N=1$. La resistencia es de $R=0.5\Omega$. La ecuación del Diodo es:

$$\tilde{i}_1(t) = I_{sat} [e^{\delta v_1(t)} - 1]$$

con parámetros $I_{sat}=0.001$ y $\delta=1$. Dado que tal ecuación contiene una exponencial y esta puede ser expandida en serie de Taylor, el diodo presenta una no linealidad débil. Esto es importante porque significa que cualquier función senoidal o cosenoidal aplicada a una frecuencia w_p al diodo solo producirá frecuencias que son múltiplos de w_p . Además, dado que una expansión en serie compleja de Fourier para una señal periódica de frecuencia w_p solo contiene frecuencias que son múltiplos de w_p , dicha señal puede ser usada como excitación también debido a que cada frecuencia producirá armónicos que coinciden con los armónicos de otras, es decir, múltiplos de w_p . No existen capacitores así que $\tilde{Q} = \mathbf{0}$. Se excita el circuito con una fuente cuya función está dada por:

$$v_s(t) = V_{DC} + A \sin(w_p t)$$

con $V_{DC}=8$, $A=3$ y $f=2\text{Hz}$ que da un $w_p=2\pi f=4\pi$. Suponiendo $K=2$, $\mathbf{F}(\mathbf{V})$ queda como:

$$\mathbf{F}(\mathbf{V}) = \mathbf{I}_S + \mathbf{Y}_{1 \times 1} \mathbf{V} + \tilde{\mathbf{I}}_G = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{DC} \\ \frac{A}{2i} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^0 \\ V_1^1 \\ V_1^{k=2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{I}_{G1}^0 \\ \tilde{I}_{G1}^1 \\ \tilde{I}_{G1}^{k=2} \end{bmatrix}$$

El Jacobiano queda como:

$$\frac{dF(V_0)}{dV} = Y_{1 \times 1} + \frac{\partial \tilde{I}_G}{\partial V} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{I}_{G1}^0}{\partial V_1^0} & \frac{\partial \tilde{I}_{G1}^1}{\partial V_1^0} & \frac{\partial \tilde{I}_{G1}^{k=2}}{\partial V_1^0} \\ \frac{\partial \tilde{I}_{G1}^0}{\partial V_1^1} & \frac{\partial \tilde{I}_{G1}^1}{\partial V_1^1} & \frac{\partial \tilde{I}_{G1}^{k=2}}{\partial V_1^1} \\ \frac{\partial \tilde{I}_{G1}^0}{\partial V_1^{k=2}} & \frac{\partial \tilde{I}_{G1}^1}{\partial V_1^{k=2}} & \frac{\partial \tilde{I}_{G1}^{k=2}}{\partial V_1^{k=2}} \end{bmatrix}$$

La **Fig. B-4** muestra el flujo de cálculo seguido en la implementación en Matlab por las variables que cambian.

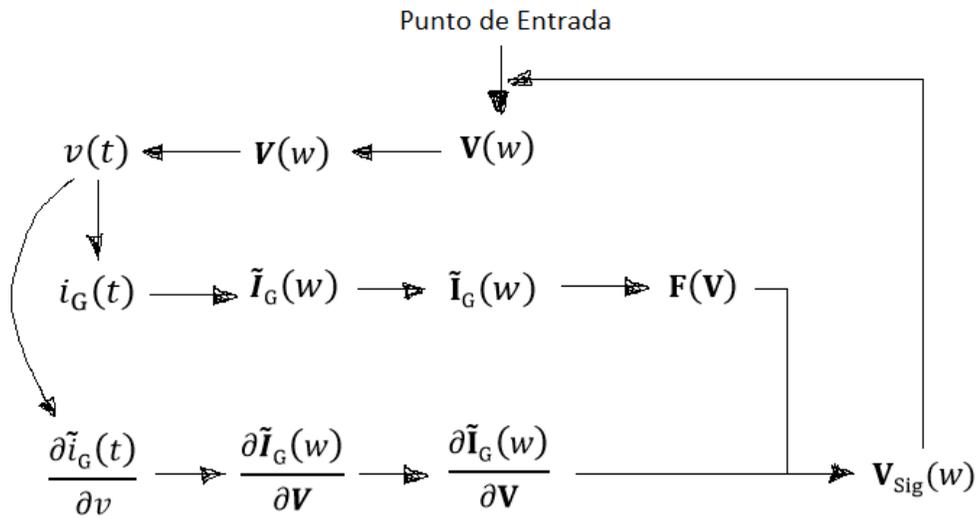
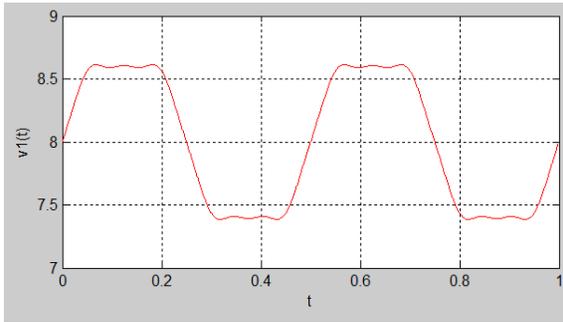


Figura B-4. Flujo de cálculo

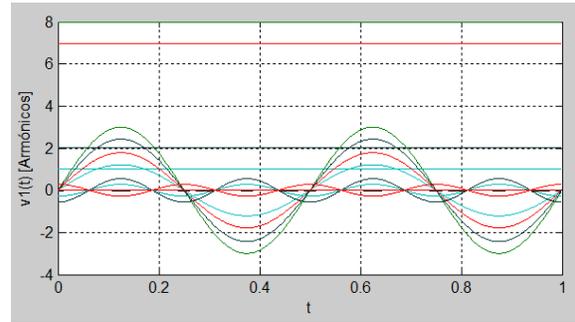
Para la convergencia del método de Newton se consideró que el error no fuera mayor a 0.001 para poder tener una solución al problema. La discretización en el tiempo se hizo a intervalos de $\Delta t=0.001$ con 1000 puntos que cubren 2 periodos de la señal de excitación. Se aplicó como $v_1(t)$ inicial una onda senoidal recortada con la siguiente función:

$$v_1(t) = V_{DC} + 0.6\text{sen}(w_p t)$$

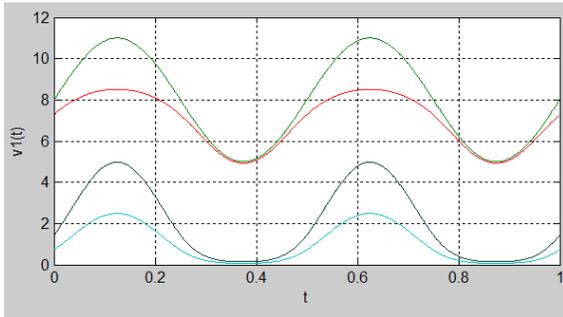
La **Fig. B-5** muestra los resultados obtenidos. La **Fig. B-5a** muestra la serie compleja de Fourier calculada a partir de la forma analítica y utilizada como estimación inicial del voltaje $v_1(t)$.



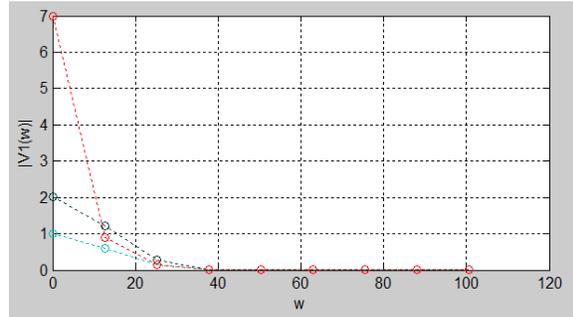
a. Estimación inicial de $v_1(t)$



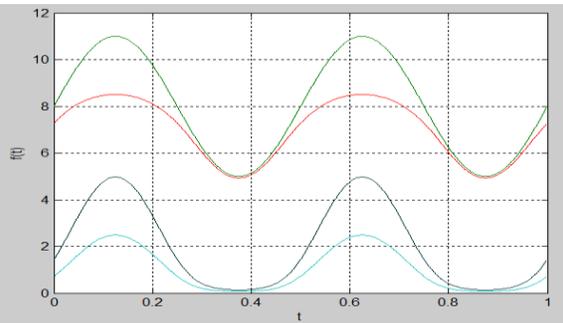
b. Armónicos de la Solución



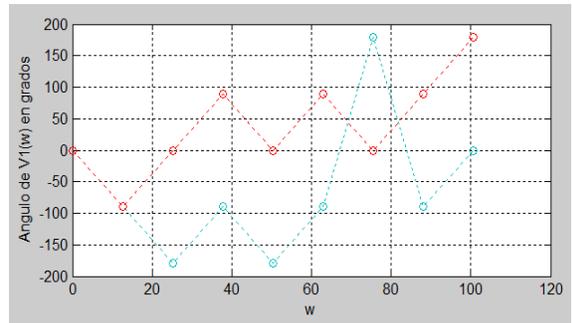
c. Solución por Balance de Armónicos



d. Espectro en frecuencia de la Solución



e. Solución Transitoria (verificación)



f. Espectro en Frecuencia de la Solución

Figura B-5. Respuesta obtenida para el Circuito de Prueba

Cian = Voltaje en la Resistencia

Rojo = Voltaje en el Diodo

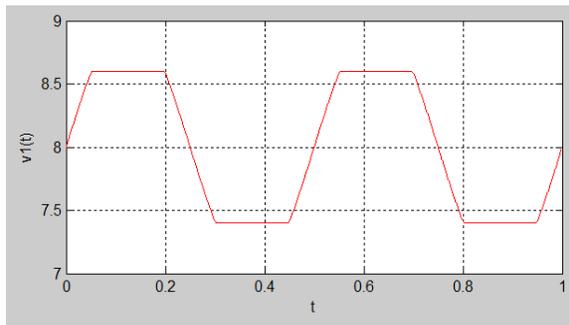
Verde = Voltaje de la Fuente de Excitación

(Se empalma con la curva del Voltaje Total)

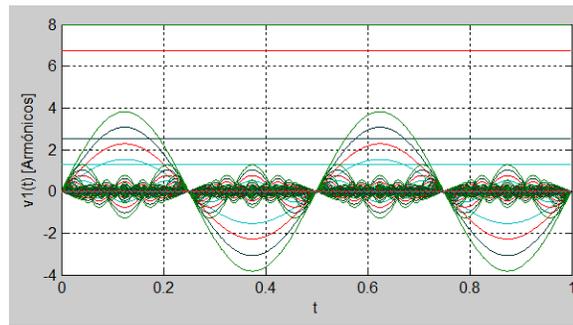
Azul = Suma de Voltajes de la Resistencia y el Diodo

Negro = Corriente en el Diodo

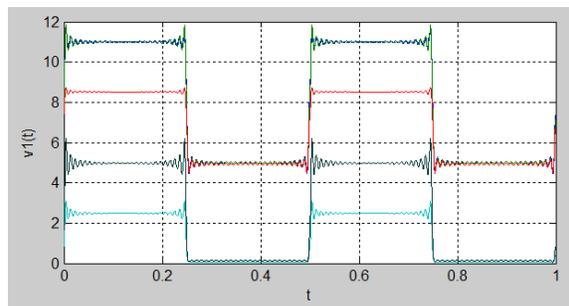
El método converge en la 10a iteración. Se puede observar en la **Fig. B-5c** como los voltajes y corrientes no son senoidales sino que están deformados. Sin embargo, como se aprecia en el espectro de frecuencia (**Figs. B-5d** y **B-5f**), los armónicos mayores a ω_p del voltaje de la Resistencia y del Diodo se cancelan por pares debido a que tienen magnitudes aproximadamente iguales y dirección contraria, lo cual se puede ver porque las fases están separadas por 180° .



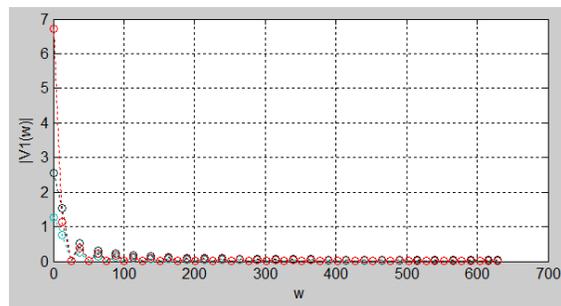
a. Estimación inicial de $v_1(t)$



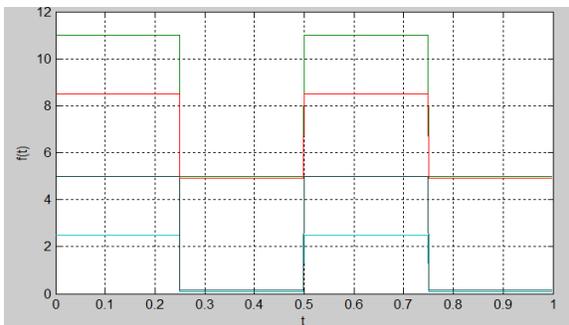
b. Armónicos de la Solución



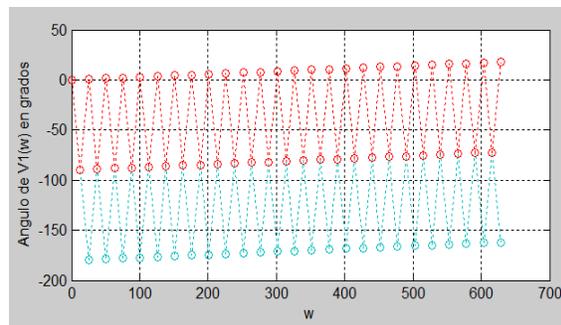
c. Solución por Balance de Armónicos



d. Espectro en frecuencia de la Solución



e. Solución Transitoria (verificación)



f. Espectro en Frecuencia de la Solución

Figura B-6. Respuesta obtenida para el Circuito de Prueba

Cian = Voltaje en la Resistencia

Rojo = Voltaje en el Diodo

Verde = Voltaje de la Fuente de Excitación

(Se empalma con la curva del Voltaje Total)

Azul = Suma de Voltajes de la Resistencia y el Diodo

Negro = Corriente en el Diodo

También se puede apreciar que las frecuencias más altas cada vez más van siendo menos importantes. La **Fig. B-5e** muestra los resultados que se deben obtener basados en un análisis transitorio utilizando el método de Newton punto a punto en el tiempo. Como se puede apreciar los resultados obtenidos son los mismos que los obtenidos por el método de Balance de Armónicos.

La **Fig. B-6** muestra los resultados obtenidos utilizando $K=50$ y como función de excitación una onda cuadrada con función:

$$v_S(t) = \begin{cases} V_{DC} + A, & 0 \leq t < \frac{T}{2} \\ V_{DC} - A, & \frac{T}{2} \leq t < T \end{cases}$$

La **Fig. B-6a** muestra la estimación inicial del voltaje $v_1(t)$ utilizada. Se puede observar como las frecuencias (**Figs. B-6d y B-6f**) más altas van siendo cada vez más menos importantes. También se observa que solo las frecuencias múltiplos impares de w_p se refuerzan mientras que los múltiplos pares se cancelan teniendo su magnitud aproximadamente igual y con ángulos de separación de 180° , lo cual era de esperarse debido a que la serie compleja de Fourier para la onda cuadrada solo contiene las frecuencias impares. El método converge en la 11a iteración. La **Fig. B-6e** muestra los resultados que se deben obtener basados en un análisis transitorio utilizando el método de Newton punto a punto en el tiempo. Como se puede apreciar los resultados obtenidos son aproximadamente los mismos que los obtenidos por el método de Balance de Armónicos. La discrepancia radica principalmente en el truncamiento de la serie compleja de Fourier dado que en realidad es una serie infinita. Esto provoca que la solución aproximada tenga pequeñas oscilaciones en los bordes de las transiciones. La **Fig. B-7** muestra el mismo experimento de la **Fig. B-6** pero con $K=500$.

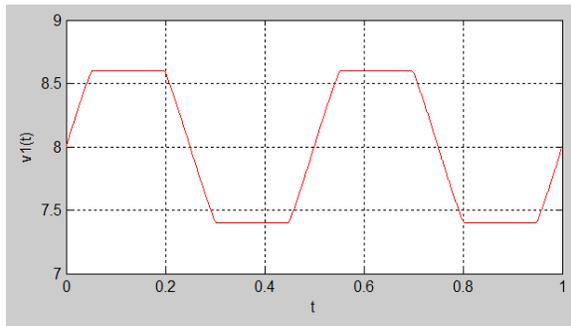
Como se puede observar la aproximación mejora. Las pequeñas oscilaciones causadas por la utilización de pocos armónicos en la serie compleja de Fourier ya no aparecen. Sin embargo, se observa que, la solución no es la correcta.

Esto se debe a la frecuencia de muestreo que se utilizó para discretizar el tiempo:

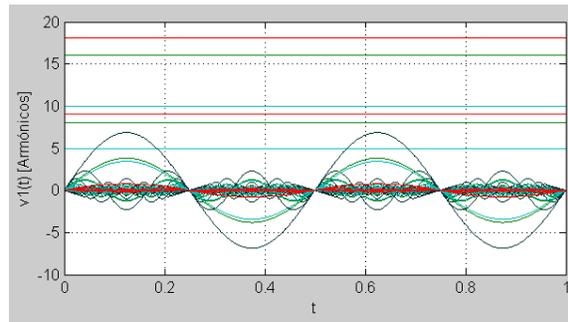
$$f_M = \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{0.001} = 1000$$

$$w_M = 2\pi f = 2\pi(1000) = 6283.2$$

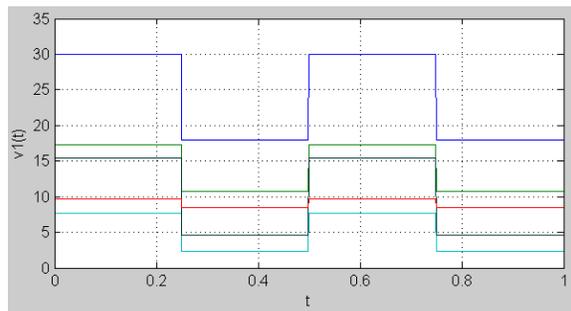
En la **Fig. B-7d** se observa que la máxima frecuencia utilizada es $w_p \sim 6200$ que corresponde a $K=500$. Así, se puede observar que $w_M \neq 2w_p$, de hecho, $w_M \sim w_p$, y por ende, no se satisface el Teorema del Muestreo. Por lo tanto, el método falla. Entonces el método funciona muy bien hasta $K=250$. Esto muestra la importancia de la selección del intervalo de discretización Δt . Dicho intervalo tiene que ser dimensionado tomando en consideración que no viole el Teorema del Muestreo.



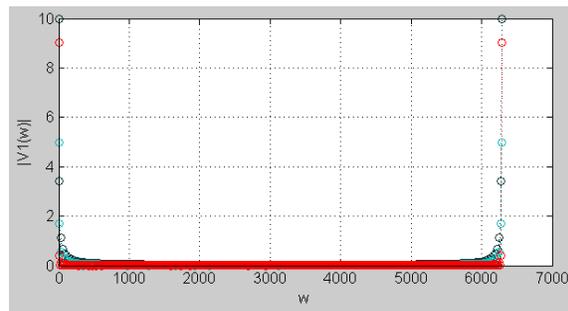
a. Estimación inicial de $v_1(t)$



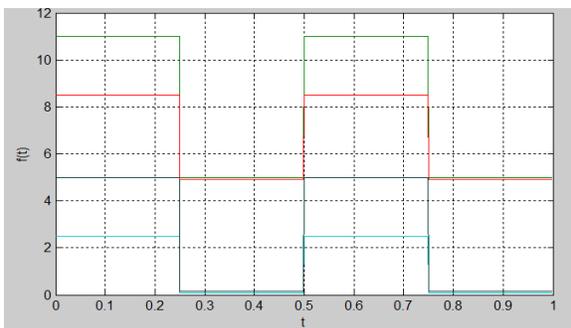
b. Armónicos de la Solución



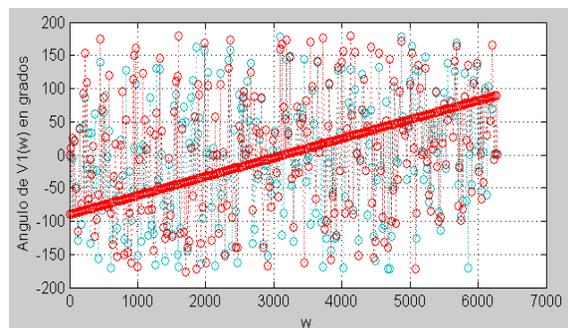
c. Solución por Balance de Armónicos



d. Espectro en frecuencia de la Solución



e. Solución Transitoria (verificación)



f. Espectro en Frecuencia de la Solución

Figura B-7. Respuesta obtenida para el Circuito de Prueba

Cian = Voltaje en la Resistencia

Rojo = Voltaje en el Diodo

Verde = Voltaje de la Fuente de Excitación

(Se empalma con la curva del Voltaje Total)

Azul = Suma de Voltajes de la Resistencia y el Diodo

Negro = Corriente en el Diodo

CONCLUSIONES

La idea del método de Balance de Armónicos es muy simple en principio. Sin embargo, su implementación requiere la construcción de un conjunto de matrices que terminan creciendo con el número de armónicos K utilizados, lo que impacta en la memoria como K^2 y en la velocidad. Las operaciones de expansión y contracción hacen un poco más complicada la implementación del método porque se tiene que construir el formalismo dos veces y operar en una mezcla de ellos, es decir, tanto en variable compleja como en las partes real e imaginaria de la variable compleja. Esto se debe a que no es posible obtener el Jacobiano en términos cerrados en variable compleja dado que, para funciones reales, los coeficientes de Fourier de las frecuencias negativas son los complejos conjugados de los coeficientes de las frecuencias positivas. Esta condición hace que exista dependencia entre las frecuencias negativas y positivas disminuyendo el número de variables a aproximadamente la mitad, lo que podría simplificar la convergencia. Los resultados fueron muy satisfactorios a pesar de la complejidad en la implementación. Sin embargo, dependen del número de armónicos utilizados. Entre más grande sea este número, mejor aproximación se obtendrá. Sin embargo, también se vio que no se puede hacer arbitrariamente grande K sin a la vez disminuir Δt de tal forma que se siga cumpliendo el Teorema del Muestreo. En la implementación se mostró que el método puede lidiar tanto con un solo tono como con una función periódica debido a que dicha función posee una expansión en serie compleja de Fourier. Por lo tanto, al decir tono simple queremos decir, en general, que es aplicable a cualquier función que posea una expansión en serie compleja de Fourier. También es importante notar que debido a que el diodo presenta una no linealidad que puede ser expresada por una serie de Taylor, su corriente y voltaje pueden ser expresados por una serie compleja de Fourier. Para dispositivos cuyas linealidades no puedan ser expresadas por series de Taylor el método tiene que extenderse para considerar frecuencias que no son múltiplos de la frecuencia de excitación. Parte de estos cambios tienen que ver con utilizar la transformada de Fourier en lugar de la serie compleja.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Stephen A. Maas, *Nonlinear Microwave and RF Circuits*, 2a. Edition, Artech House Inc., 2003.
- [2] Stephen A. Maas, *Nonlinear Microwave Circuits*, IEEE Press, 1997.
(Este libro es la 1a. Edición de [1])
- [3] Rayas Sánchez, J. E., *Apuntes de Métodos de Simulación de Circuitos Electrónicos*
(<http://www.desi.iteso.mx/erayas/cad.htm>), ITESO, Guadalajara, México, 2014.
- [4] MathWorks, Documentation Center
(<http://www.mathworks.com/help/matlab>)

Funciones

```

1 %FUNCIÓN: Regresa F(w) = [Re(AD),Im(AD),...,Re(ANp),Im(ANp)]
2 % a partir de F(w) = [AB,Ang,ANp,...,ANp] Coef. de Fourier
3 %
4 function [ V ] = ExpandirFw( Fw )
5 %
6 [L,K] = size(Fw);
7 for k=1:K
8     V(:,k,1) = real(Fw(L,K));
9     V(:,k,2) = imag(Fw(L,K));
10 end
11 end

1 %FUNCIÓN: Construcción de YMK
2 function [ YMK ] = ObtenerYMK( X, K )
3 %
4 n = 2*(K+1);
5 YMK = zeros(n,K);
6 for k=1:K
7     YMK(k,k) = X;
8 end
9 end

1 %FUNCIÓN: Construcción del Jacobiano expandido
2 function [ DDD ] = ObtenerDDD( DDDw, X, M, K )
3 %
4 % Calculando Dd
5 n = 2*(K+1);
6 D = zeros(n,2*(K+1));
7 for p=1:K
8     if (p%2)
9         D(p,p+1) = cos(DDDw(1,abs(p)+1));
10     else
11         D(p,p+1) = DDDw(1,p+1);
12     end
13
14 % Calculando la matriz DDD
15 n = 2*(K+1);
16 DDD = zeros(n,K);
17 k = 0;
18 for p=1:(K+1)
19     l = 0;
20     for q=1:(K+1)
21         DDD(2*p-1,2*q-1) = real(D(1,(q-1)*2+1))+real(D(1,(k+1)*2+1));
22         DDD(2*p-1,2*q) = imag(D(1,(q-1)*2+1))+imag(D(1,(k+1)*2+1));
23         DDD(2*p,2*q-1) = imag(D(1,(q-1)*2+1))+imag(D(1,(k+1)*2+1));
24         DDD(2*p,2*q) = real(D(1,(q-1)*2+1))-real(D(1,(k+1)*2+1));
25         l = l + 1;
26     end
27     k = k + 1;
28 end
29 end
    
```

Código Para Verificación

```

1 %-----
2 % TAREA: Trabajo Final
3 % EJERCICIO: Balance de Harmónicos de Tono Simple (Verificación)
4 % AUTOR: José Abdón Ramírez Ruiz
5 %-----
6
7 clear all
8 clc
9
10 %PARAMETROS
11 R = 0.5; %Resistencia de 1 Ohm
12 Isat = 0.001; %Corriente de saturación del diodo
13 d = 1; %Constante del diodo
14 M = 1000; %No. de puntos en t
15 dt = 0.001; %Intervalo de discretización de t
16 Vdc = (1/d)*log(5/Isat+1); %Voltaje de polarización en DC
17 Vm = 8; %Voltaje de polarización en DC
18 A = 3; %Amplitud de v(t)= Vdc+A*cos(wt)
19 f = 2; %Frecuencia del tono simple
20 wp = 2*pi*f; %Frecuencia angular
21 T = 1/f; %Periodo del voltaje de Polarización sen(wt)
22 t = ObtenerT(dt,M); %t = [ 0.05:0.05:...,M*dt]
23 fat = ObtenerF_Condensador(t,Vdc,A,wp); %f(t) = Vdc+A*cos(wt) analítico
24 fat = ObtenerF_OndaCuadrada(t,Vdc,A,T); %f(t) = Onda Cuadrada analítico
25 V = zeros(1,M);
26
27 for p=1:M
28     v = 0;
29     No = 0; %Contador de No. de Iteración
30     e = 1;
31     while ( e>0.001 && No<100 )
32         Fv = Isat*(exp(d*v)-1)*R + v - fat(1,p);
33         DFv = Isat*d*exp(d*v)*R + 1;
34         V_n = V - Fv/DFv;
35
36 %Checar si el error es suficientemente pequeño
37 if (No>1)
38     e = ObtenerError(Fv,Fvant); %Obtención de la maxima variación en las componentes de V1
39 end
40
41 %ajustar variables
42 Fvant = Fv;
43 Vant = v;
44 v = V_n;
45 No = No+1;
46 end
47 V(1,p) = v;
48 end
49
50 %Solución
51 igt = ObtenerF_Diodo(V,Isat,d); %ig,1(t) = Corriente en el Diodo
52 VR = R*igt;
53 Vv = VR + V;
54
55 plot(t,fat,'color',[0,0,1]); hold on;
56 plot(t,Vv,'color',[0,0,0]); hold on;
57 plot(t,VR,'color',[0,0.74,0.74]); hold on;
58 plot(t,igt,'color',[0,0.2,0.2]); hold on;
59 plot(t,V,'color',[1,0,0]); hold off;
60 xlabel('t');
61 ylabel('V(t)');
62 grid on;
    
```

C. OPTIMIZACIÓN: REGIONES DE CONFIANZA

AUTOR: José Abdón Ramírez Ruiz

INTRODUCCIÓN

Este reporte presenta teoría y resultados de la implementación en Matlab de un método de optimización basado en Regiones de Confianza, que utiliza un algoritmo para minimizar dentro de dicha región conocido como DogLeg. El método se empleó para encontrar los mínimos de 4 funciones analíticas, de entre las cuales 2 fueron funciones cuadráticas y 2 fueron las funciones de Bowl y Rosenbrock, mostrando una alta robustez comparado con los métodos de Stepest Descent, Gradientes Conjugados, Quasi-Newton y Nelder-Meade. Además, se utilizó este método para optimizar un filtro pasabajas construido con microcinta obteniendo resultados comparables a los obtenidos por otros métodos de optimización como Gradientes Conjugados y Quasi-Newton.

REGIONES DE CONFIANZA

El método de Regiones de Confianza se basa en la construcción de una región del espacio en cada iteración k , dentro de la cual, se utiliza una aproximación de la función a minimizar, conocida como modelo. El modelo es utilizado en lugar de la función para obtener el mínimo dentro de dicha región. La región se va haciendo más pequeña o más grande en cada iteración dependiendo de la precisión con la que el modelo represente a la función en dicha región. A dicha precisión se le conoce como confiabilidad de la región. El punto mínimo dentro de la región determina un paso en dirección hacia el mínimo de la función si el modelo aproxima con suficiente precisión a tal función en dicha región, lo cual, define a la región como una región suficientemente confiable. Una forma simple de construir el modelo es a través de una serie de Taylor truncada hasta el término de orden cuadrático:

$$m_k(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) = f(\mathbf{x}_k) + \nabla^T f(\mathbf{x}_k)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) + \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)^T \mathbf{H}(\mathbf{x}_k)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)$$

donde la matriz $\mathbf{H}(\mathbf{x}_k)$ es el Hessiano de la función a minimizar $f(\mathbf{x})$ en el punto de interés \mathbf{x}_k . El término de orden lineal contiene al gradiente que es el que define la dirección de búsqueda, y el término de orden cuadrático contiene información de la concavidad de la función en dicho punto. La región puede ser construida de muy diversas formas, sin embargo, la más simple, es la región circular definida como $|\mathbf{x} - \mathbf{x}_k| \leq r_k$. Así, se tiene que, en cada iteración k , se debe de resolver el siguiente subproblema de minimización dentro de la región correspondiente:

$$\mathbf{p}_k = \underset{|\mathbf{p}| < r_k}{\operatorname{argmin}} m_k(\mathbf{p}) \text{ con } \mathbf{p} = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) \quad (\text{C-1})$$

donde \mathbf{p}_k determina el paso a dar en dicha iteración. En cada paso se decide si una región es lo suficientemente confiable calculando el siguiente factor de confiabilidad:

$$\rho_k = \frac{f(\mathbf{x}_k) - f(\mathbf{x}_k + \mathbf{p}_k)}{m_k(\mathbf{0}) - m_k(\mathbf{p}_k)}$$

Si $\rho_k \rightarrow \infty$ entonces $f(\mathbf{x})$ disminuyo más que la disminución predicha por $m_k(\mathbf{x})$ y por lo tanto la región es muy confiable y se decide incrementarla. Si $\rho_k \rightarrow 1$ entonces $f(\mathbf{x})$ disminuyo lo mismo que la disminución predicha por $m_k(\mathbf{x})$ y por lo tanto la región es muy confiable y se decide incrementarla. Si $\rho_k \rightarrow 0$ entonces $f(\mathbf{x})$ disminuyo muchísimo menos que $m_k(\mathbf{x})$ y por lo tanto la región es poco confiable y se decide decrementarla.

El algoritmo que implementa tal esquema de regiones de confianza es el siguiente:

$r_0 \in [0, r_{\text{Max}}]$ con $r_{\text{Max}} > 0$
 $\eta \in [0, 1/4]$
 para $k=0, 1, 2, 3, \dots$
 $\mathbf{p}_k = \underset{|\mathbf{p}| < r}{\text{argmin}} m(\mathbf{p})$ con $\mathbf{p} = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)$
 $\rho_k = \frac{f(\mathbf{x}_k) - f(\mathbf{x}_k + \mathbf{p}_k)}{m_k(\mathbf{0}) - m_k(\mathbf{p}_k)}$
 si $\rho_k < \frac{1}{4}$ entonces
 $r_{k+1} = \frac{1}{4} r_k$
 de lo contrario
 si $\rho_k > \frac{3}{4}$ entonces
 $r_{k+1} = \min(2r_k, r_{\text{Max}})$
 de lo contrario
 $r_{k+1} = r_k$
 si $\rho_k > \eta$
 $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \mathbf{p}_k$
 de lo contrario
 $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k$
 fin del ciclo

donde η es una constante que define el grado de confiabilidad requerido para aceptar o no el paso siguiente.

DOGLEG

El subproblema de minimización **(C-1)** puede ser resuelto implementando cualquier tipo de método numérico de optimización restringido a la región correspondiente. Sin embargo, el método DogLeg resuelve el problema de forma exacta basándose en la idea de que no es necesario resolver con exactitud el problema **(C-1)** sino más bien de forma aproximada. Así, el resultado de la minimización se calcula de la siguiente forma:

$$\mathbf{p}_k = \begin{cases} \mathbf{p}_k^S = -r_k \frac{\mathbf{g}_k}{|\mathbf{g}_k|}; & \mathbf{H} \text{ NO es Positiva Definida} \\ \mathbf{p}_k^B = -\mathbf{B}_k^{-1} \mathbf{g}_k; & \mathbf{H} \text{ es Positiva Definida } \wedge |\mathbf{p}_k^B| \leq r_k \\ \mathbf{p}_k^S = -r_k \frac{\mathbf{g}_k}{|\mathbf{g}_k|}; & \mathbf{H} \text{ es Positiva Definida } \wedge |\mathbf{p}_k^B| > r_k \wedge \frac{|\mathbf{g}_k|^3}{r_k \mathbf{g}_k^T \mathbf{B}_k \mathbf{g}_k} > 1 \\ \mathbf{p}_k^A + K[\mathbf{p}_k^B - \mathbf{p}_k^A]; & \mathbf{H} \text{ es Positiva Definida } \wedge |\mathbf{p}_k^B| > r_k \wedge \frac{|\mathbf{g}_k|^3}{r_k \mathbf{g}_k^T \mathbf{B}_k \mathbf{g}_k} \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{con } \mathbf{p}_k^A = - \left[\frac{|\mathbf{g}_k|^3}{r_k \mathbf{g}_k^T \mathbf{B}_k \mathbf{g}_k} \right] \left[r_k \frac{\mathbf{g}_k}{|\mathbf{g}_k|} \right]$$

$$K = \frac{-2[\mathbf{p}_k^A]^T [\mathbf{p}_k^B - \mathbf{p}_k^A] \pm \sqrt{(2[\mathbf{p}_k^A]^T [\mathbf{p}_k^B - \mathbf{p}_k^A])^2 - 4|\mathbf{p}_k^B - \mathbf{p}_k^A|^2 [|\mathbf{p}_k^A|^2 - r_k^2]}}{2|\mathbf{p}_k^B - \mathbf{p}_k^A|^2}$$

donde \mathbf{p}_k^S es el punto en el borde de la región en la dirección contraria del gradiente, \mathbf{p}_k^B es el mínimo de $m_k(\mathbf{x})$, \mathbf{p}_k^A y K determinan un punto en el borde de la región como se observa en la **Fig. C-1**.

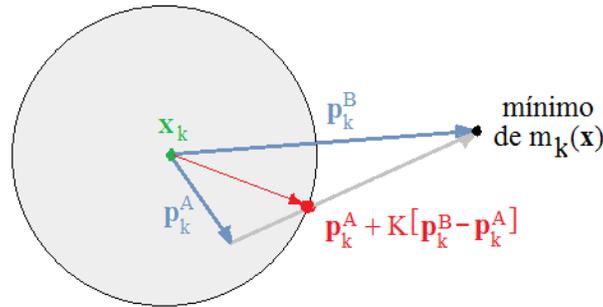


Figura C-1. Geometría del cuarto caso de $\mathbf{p}_k = \mathbf{p}_k^A + K[\mathbf{p}_k^B - \mathbf{p}_k^A]$.

APROXIMACION AL HESSIANO DE BROYDEN-FLETCHER-GOLDFARB-SHANNO

La matriz hessiana $\mathbf{H}(\mathbf{x}_k)$ puede ser implementada utilizando un método numérico. Sin embargo, el cálculo de Hessianos es muy costoso computacionalmente hablando, por lo cual, se prefiere adoptar una aproximación. Dicha aproximación es la de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno:

$$\mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{B}_k - \frac{\mathbf{B}_k \mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^T \mathbf{B}_k}{\mathbf{s}_k^T \mathbf{B}_k \mathbf{s}_k} + \frac{\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^T}{\mathbf{y}_k^T \mathbf{s}_k}$$

$$\text{donde } \mathbf{s}_k = [\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k]$$

$$\mathbf{y}_k = [\nabla f(\mathbf{x}_{k+1}) - \nabla f(\mathbf{x}_k)]$$

IMPLEMENTACIÓN

El método de Regiones Confiables fue implementado en Matlab utilizando la aproximación a la matriz Hessiana de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno y minimizando dentro de la región con el método DogLeg. Los parámetros utilizados fueron $r_{\text{Max}}=10$ y $\eta=0$. Los criterios de terminación fueron que el algoritmo debería de terminar cuando el cambio relativo en las variables de optimización fuera suficientemente pequeño, cuando el gradiente fuera suficientemente pequeño o cuando un número máximo de iteraciones fuera alcanzado, es decir:

$$[\|\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k\|_2 < \varepsilon_x [\|\mathbf{x}_k\|_2 + \varepsilon_x]] \vee [\|\nabla f(\mathbf{x}_k)\|_2 < \varepsilon_g] \vee [i > i_{\text{max}}]$$

donde $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$ es el vector que contiene las n variables de optimización en la k -th iteración, y $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es la función objetivo y ε_x , ε_g y i_{max} los límites escalares.

El algoritmo fue probado con las 4 funciones analíticas con sus respectivos puntos iniciales que se muestran en la **Tabla C-1**.

Los parámetros de terminación fueron puestos a $\varepsilon_x=10^{-6}$, $\varepsilon_g=10^{-5}$ y $i_{\text{max}}=1000$. La siguiente **Tabla C-2** muestra los resultados obtenidos:

Tabla C-1. FUNCIONES ANALÍTICAS DE PRUEBA CON PUNTOS INICIALES

Name	$u(\mathbf{x}) =$	\mathbf{x}^*	\mathbf{x}_0^T
Quadratic 1	$\frac{5}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 + 2x_1x_2 - 3x_1 - x_2$	$[1 \ -1]^T$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 10 & -10 \\ -25 & 49 \\ -500 & 1000 \end{bmatrix}$
Quadratic 2	$\frac{1}{2}\mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{b}^T\mathbf{x} + c$, where $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 550 & -37 & -34 & -30 & 35 \\ -37 & 310 & 22 & 18 & -17 \\ -34 & 22 & 310 & 15 & -20 \\ -30 & 18 & 15 & 310 & -24 \\ 35 & -17 & -20 & -24 & 550 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = [100 \ -200 \ 300 \ -400 \ 500]^T$, $c = 10$	$\begin{bmatrix} -0.0891 \\ 0.5956 \\ -1.1358 \\ 1.2345 \\ -0.8724 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -3 & 4 & -5 \\ 2 & -2 & -2 & 2 & -2 \end{bmatrix}$
Bowl	$(x_1 - 6)^2 + \frac{1}{25}(x_2 - 4.5)^4$	$[6 \ 4.5]^T$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 20 & 10 \\ -40 & -5 \\ 60 & 20 \end{bmatrix}$
Rosenbrock	$100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$	$[1 \ 1]^T$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -1 \\ 0 & 10 \\ 25 & 100 \end{bmatrix}$

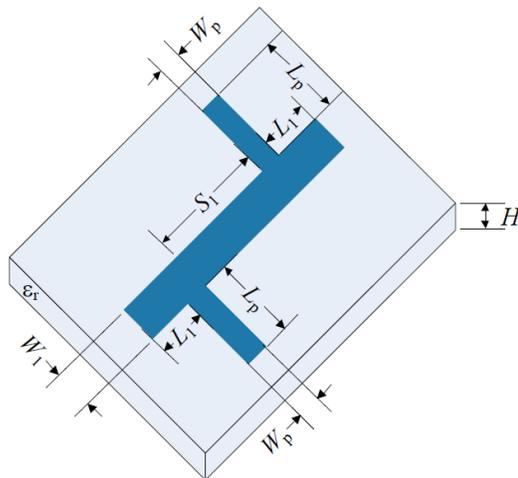
Tabla C-2. RESULTADOS

Algoritmo de Regiones Confiables						
f(x)	x ₀	x	Iter	FunEval	EF	x*-x
Quadratic1	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.000000 \\ -1.000000 \end{bmatrix}$	12	228	1	2.488x10 ⁻⁷
	$\begin{bmatrix} 10 \\ -10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.000000 \\ -1.000000 \end{bmatrix}$	14	266	1	2.2864x10 ⁻⁸
	$\begin{bmatrix} -25 \\ 49 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.000000 \\ -1.000000 \end{bmatrix}$	17	323	2	7.9737x10 ⁻¹⁰
	$\begin{bmatrix} -500 \\ 1000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.000000 \\ -1.000000 \end{bmatrix}$	129	2451	1	2.13x10 ⁻⁹
Quadratic2	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.089107 \\ 0.595605 \\ -1.135806 \\ 1.234531 \\ -0.872443 \end{bmatrix}$	36	1128	2	5.3138x10 ⁻⁵
	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.089107 \\ 0.595605 \\ -1.135806 \\ 1.234530 \\ -0.872443 \end{bmatrix}$	37	1171	2	5.3345x10 ⁻⁵
	$\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \\ 4 \\ -5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.089106 \\ 0.595605 \\ -1.135805 \\ 1.234530 \\ -0.872442 \end{bmatrix}$	38	1214	2	5.2864x10 ⁻⁵
	$\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ -2 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.089106 \\ 0.595605 \\ -1.135806 \\ 1.234530 \\ -0.872442 \end{bmatrix}$	44	1442	2	5.2765x10 ⁻⁵
Bowl	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6.000000 \\ 4.470840 \end{bmatrix}$	23	437	1	0.029160
	$\begin{bmatrix} 20 \\ 10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6.000000 \\ 4.525682 \end{bmatrix}$	26	494	1	0.025682
	$\begin{bmatrix} -40 \\ -5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6.000000 \\ 4.477059 \end{bmatrix}$	29	551	1	0.022941
	$\begin{bmatrix} 60 \\ 20 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5.999998 \\ 4.522582 \end{bmatrix}$	31	589	1	0.022582
Rosenbrock	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.000000 \\ 1.000000 \end{bmatrix}$	28	496	2	1.0177x10 ⁻⁸
	$\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.000000 \\ 1.000000 \end{bmatrix}$	52	868	2	2.8190x10 ⁻⁹
	$\begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.000000 \\ 1.000000 \end{bmatrix}$	36	624	2	8.5898x10 ⁻¹⁰
	$\begin{bmatrix} 25 \\ 100 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.000000 \\ 1.000000 \end{bmatrix}$	126	2082	1	1.8830x10 ⁻⁸

Como se puede apreciar el método resuelve todos los problemas con bastante precisión mostrando robustez. El método muestra ser casi tan bueno como el Quasi-Newton [9] en cuestión de error y convergencia a la solución excepto que toma más iteraciones y un poco más de evaluaciones de la función objetivo. El método muestra ser superior en cuanto a convergencia que los métodos de Stepest Descent y Gradientes Conjugados [9] los cuales fallan en algunas semillas. El método es mejor en cuestión de error al método Nelder-Mead [9] aunque lleva a cabo muchas más evaluaciones de la función objetivo e iteraciones.

El método de regiones confiables también fue utilizado para optimizar un filtro pasabajas [1][2] construido con microcintas. La configuración del filtro se muestra en la **Fig. C-2**.

Las líneas microcinta de entrada y salida de 50Ω tienen un ancho $W_p=2.45\text{mm}$, con una longitud $L_p=5W_p=12.25\text{mm}$. Estas líneas están simétricamente separadas a una distancia S_1 con una línea de microcinta cuyo ancho es W_1 . La línea de separación microcinta está abierta en ambos lados por cuya longitud es L_1 .



La estructura de la microcinta esta sobre un sustrato con espesor $H=0.794\text{mm}$, permitividad de dieléctrico relativa $\epsilon_r=2.2$, y tangente de pérdida $\tan(\delta)=0.01$. Todos los metales usan media onza de cobre con conductividad eléctrica $\sigma=5.8 \times 10^7 \text{ S/m}$ y espesor $t=0.6\text{mil}=15.24\mu\text{m}$.

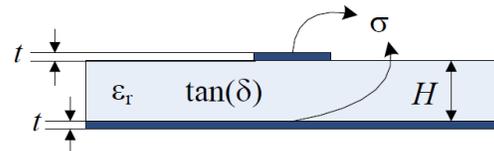


Figura C-2. Filtro pasa bajas construido con microcintas.

Las especificaciones de diseño para este filtro son:

$$|S_{21}| > 0.9 \text{ for } 0.2 \text{ GHz} \leq f \leq 6 \text{ GHz}$$

$$|S_{21}| < 0.1 \text{ for } 8 \text{ GHz} \leq f \leq 10 \text{ GHz}$$

Las variables de optimización fueron los siguientes parámetros $\mathbf{x}=[W_1, L_1, S_1]^T$, manteniendo fijos los siguientes parámetros preasignados $\mathbf{z}=[H, \epsilon_r, W_p, L_p, \tan(\delta), \sigma, t]^T$.

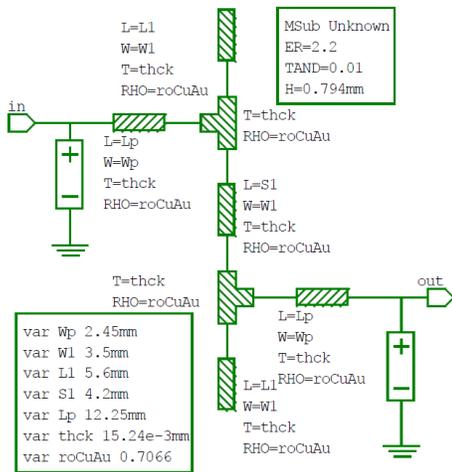
Como puntos de partida para la optimización se consideraron los siguientes diseños iniciales:

$$W_1 = 3.5 \text{ mm}, L_1 = 5.6 \text{ mm}, S_1 = 4.2 \text{ mm}$$

$$W_1 = 6.7 \text{ mm}, L_1 = 5.2 \text{ mm}, S_1 = 5.8 \text{ mm}$$

$$W_1 = 1.9 \text{ mm}, L_1 = 4.1 \text{ mm}, S_1 = 3.3 \text{ mm}$$

El filtro fue implementado en un simulador de circuitos de alta frecuencia APLAC, como se ilustra en la **Fig. C-3**.



APLAC file:

```

$-----
var Wp 2.45mm
var W1 3.5mm
var L1 5.6mm
var S1 4.2mm
var Lp 12.25mm
var thck 15.24e-3mm
var roCuAu 0.7066
MSub Unknown
+ ER=2.2 TAND=0.01 H=0.794mm
Mlin Mlin2 node1 node2
+ L=S1 W=W1 T=thck RHO=roCuAu
Mloc Mloc1 node3
+ L=L1 W=W1 T=thck RHO=roCuAu
Mloc Mloc2 node4
+ L=L1 W=W1 T=thck RHO=roCuAu
Mlin Mlin3 node6 out
+ L=Lp W=Wp T=thck RHO=roCuAu
Mlin Mlin1 in node5
+ L=Lp W=Wp T=thck RHO=roCuAu
Mtee Mtee1 node3 node1 node5
+ T=thck RHO=roCuAu
Mtee Mtee2 node4 node2 node6
+ T=thck RHO=roCuAu
DefnPort nport 2 in GND 50 out GND 50
Sweep "mcsLPF - Circuit Simulation"
+ LOOP 300 FREQ LIN 1KHz 10GHz
+ WINDOW=0 grid Y "S11" "" 0 1
+ WINDOW=1 grid Y "S21" "" 0 1
Show W=0 Y=Mag(S(1,1))
Show W=1 Y=Mag(S(2,1))
EndSweep

```

APLAC usa parámetros RHO para definir la resistividad normalizada del metal (en este caso $\rho_{Cu}=1/\sigma_{Cu}=17.2414n\Omega m$) con respecto a la resistividad del oro ($\rho_{Au}=24.4n\Omega m$). Entonces $RHO=17.2414/24.4=0.7066$ para este problema en particular.

Figura C-3. Implementación APLAC del Filtro pasa bajas.

Las respuestas de APLAC a los diseños iniciales se muestran en la **Fig. C-4**.

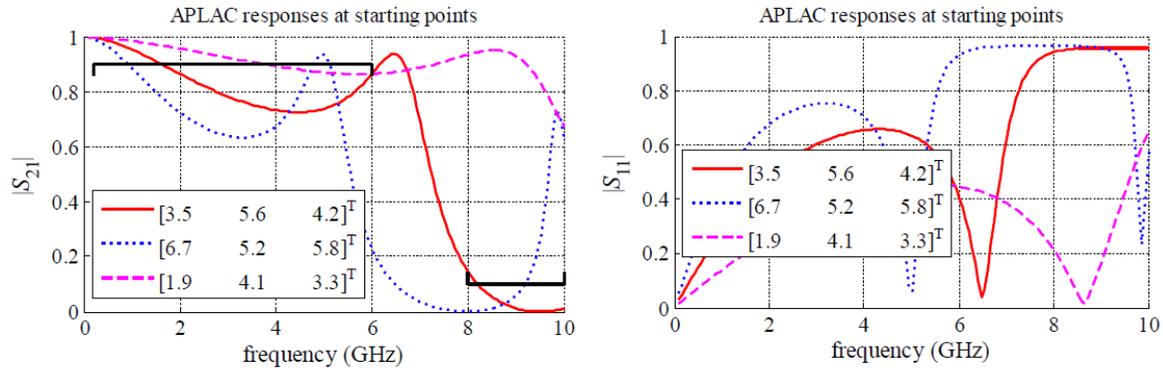


Figura C-4. Respuestas de APLAC a los diseños del Filtro iniciales.

La función de error utilizada fue la siguiente:

$$\max(e(\mathbf{x})) = \max \begin{cases} LI - s_{21}(\mathbf{x}); & 0.2\text{GHz} \leq f \leq 6\text{GHz} \\ s_{21}(\mathbf{x}) - LS; & 8\text{GHz} \leq f \leq 10\text{GHz} \\ -\infty; & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

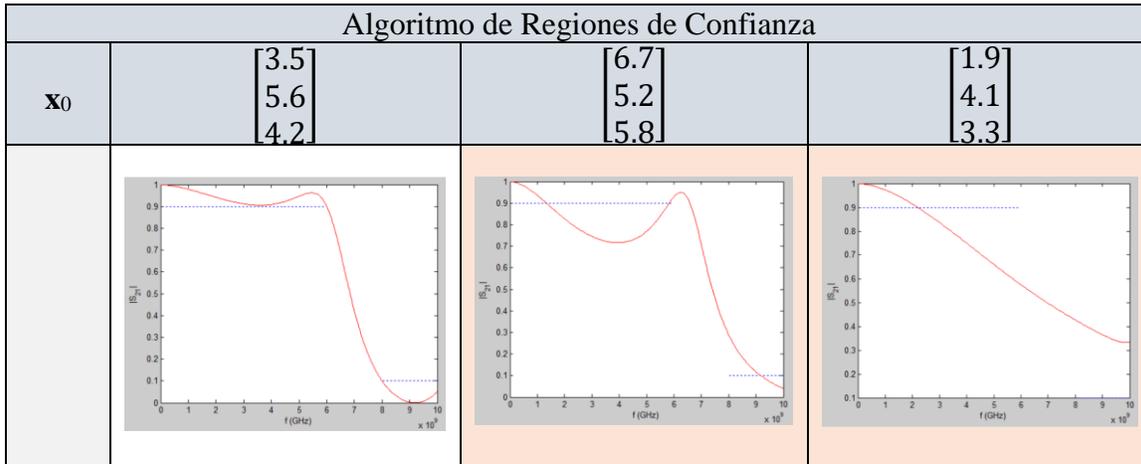
Los parámetros de terminación fueron puestos a $\epsilon_x=10^{-30}$, $\epsilon_g=10^{-5}$ y $i_{\max}=1000$. La **Tabla C-3** muestra los resultados obtenidos.

Tabla C-3. RESULTADOS

Algoritmo	\mathbf{X}_0	\mathbf{X}	Iter	FunEval	EF	$e(\mathbf{x})$
Regiones Confiables	$\begin{bmatrix} 3.5 \\ 5.6 \\ 4.2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.892418 \\ 6.139128 \\ 5.397145 \end{bmatrix}$	77	1194	1	-0.004656
	$\begin{bmatrix} 6.7 \\ 5.2 \\ 5.8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5.449031 \\ 3.862279 \\ 5.822015 \end{bmatrix}$	47	729	1	0.183519
	$\begin{bmatrix} 1.9 \\ 4.1 \\ 3.3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2.830304 \\ 4.764434 \\ 0.827806 \end{bmatrix}$	39	569	1	0.324815

La **Tabla C-4** muestra una comparación de las respuestas $|A_v|$ obtenidas contra la respuesta deseada.

Tabla C-4. COMPARACIÓN DE $|A_v|$ OBTENIDA CONTRA LA $|A_v|$ DESEADA.



Como se puede apreciar el algoritmo funciona similar a los métodos de Gradientes Conjugados y Quasi-Newton [10] resolviendo solo la primera semilla. Los resultados son comparables con Quasi-Newton y Nelder-Mead aunque con mucho más iteraciones y evaluaciones de la función objetivo.

CONCLUSIONES

El método de optimización utilizando Regiones de Confianza que usa DogLeg como método de minimización en la región de confianza y la aproximación al Hessiano de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno es en sí un método muy robusto en el sentido de que converge en un conjunto de puntos iniciales mayor que los métodos de steepest descent, y Gradientes Conjugados como se mostró al aplicarlo a las 4 funciones analíticas dentro de las cuales estaban incluidas las funciones de Bowl y Rosenbrock que son funciones difíciles. Si bien, esta técnica es comparable, en cuanto a convergencia, a métodos como Quasi-Newton y Nelder-Mead, esta lleva a cabo más evaluaciones de la función objetivo, lo cual no es bueno porque, eso es lo que tiene mayor costo computacional. Dicha eficacia del algoritmo de Regiones de Confianza fue verificada también en un problema de optimización de un filtro pasa bajas con microcintas que es en sí un problema muy difícil, mostrando los mismos resultados que Gradientes Conjugados y Quasi-Newton. También cabe comentar que tal algoritmo fue aplicado a un Filtro rechaza banda de estado variable, sin embargo, a pesar de que el algoritmo convergía en algunas semillas, este lo hacía encontrando un punto donde un parámetro que representaba una capacitancia se hacía negativo y en otros puntos o no obtenía una solución o la obtenía, pero con demasiado error. También es importante hacer notar que durante la implementación se tuvo un problema que causaba que el algoritmo en ciertos puntos empezara a maximizar en lugar de minimizar por lo cual perdía la dirección correcta de búsqueda y no convergía. Situación que no se manifestaba durante la aplicación de este a las funciones analíticas sino más bien hasta llevarlo a cabo con el filtro microcinta. Esta situación se presentaba porque la $m_k(\mathbf{x})$ terminaba incrementando (decrementando) cuando $f(\mathbf{x})$ decrementaba

(incrementaba) arrojando así un valor de ρ_k negativo. Este punto de inestabilidad se resolvió agregando una regla que actuara en esta condición provocando que se avanzara en la dirección opuesta al gradiente.

BIBLIOGRAFIA

- [1] D.M. Sheen, S.M. Ali, M.D. Abouzahra and J.A. Kong, Application of the three-dimensional finite-difference time-domain method to the analysis of planar microstrip circuits, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol 38, pp. 849-857, July 1990.
- [2] G.D'Inzeo, F. Giannini, and R. Sorrentino, Novel Microwave Integrated Low-Pass Filters, Electron. Lett., vol. 15, no. 9, pp. 258-260, Apr. 26, 1979.
- [3] W.D. Stanley, Operational Amplifiers with Linear Integrated Circuits. Columbus, OH: Merrill, 1989, pp. 373-381.
- [4] Tao Pang, An Introduction to Computational Physics, Cambridge University Press, 2ed., 2006.
- [5] Jorge Nocedal, Stephen J. Wright, Numerical Optimization, Springer, 2ed, 2006.
- [6] Steven C. Chapra, Raymond P. Canale, Métodos Numéricos para Ingenieros, 5ed, McGraw Hill, 2006.
- [7] Documentación de Matlab, <http://www.mathworks.com/help/>.
- [8] E. Rayas, Notas de la Clase de Modelado y Diseño de Circuitos basados en Optimización, ITESO, 2015.
- [9] J. A. Ramirez, Tarea 2, Clase de Modelado y Diseño de Circuitos basados en Optimización, ITESO, 2015.
- [10] J. A. Ramirez, Tarea 4, Clase de Modelado y Diseño de Circuitos basados en Optimización, ITESO, 2015.