



**Universidad
Andrés Bello**

UNIVERSIDAD ANDRES BELLO

FACULTAD DE INGENIERIA

MAGISTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA MENCION

LOGISTICA Y GESTION DE OPERACIONES

**UN MODELO BI-OBJETIVO DE LOCALIZACIÓN DE HUBS
CONSIDERANDO COSTOS Y COBERTURA**

FERNANDO VALENZUELA RAMÍREZ

**Tesis para optar al grado de Magíster en
Ciencias de la Ingeniería mención Logística y
Gestión de Operaciones**

Profesor Supervisor: Armin Lüer-Villagra

SANTIAGO – CHILE

Agosto 2018



**Universidad
Andrés Bello**

**UNIVERSIDAD ANDRES BELLO
FACULTAD DE INGENIERIA
MAGISTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA MENCION
LOGISTICA Y GESTION DE OPERACIONES**

**UN MODELO BI-OBJETIVO DE LOCALIZACIÓN DE HUBS
CONSIDERANDO COSTOS Y COBERTURA**

FERNANDO VALENZUELA RAMÍREZ

Tesis presentada a la Comisión Integrada por los profesores:

Prof. Supervisor : Armin Lüer-Villagra

Prof. Corrector : Germán Paredes-Belmar

Prof. Invitado : Mauricio Varas

SANTIAGO – CHILE

Agosto 2018

AGRADECIMIENTOS

Quisiera agradecer a mi madre y a mi padre, Juana Ramírez Gauna y Luis Valenzuela Albornoz, por todos los valores que me han enseñado y su apoyo incondicional, porque gracias a ellos he logrado desarrollarme como persona y obtener todos los logros que tengo actualmente. También quiero agradecer a mi pareja, Camila Barra Pérez, por su infinita paciencia y por sacar siempre lo mejor de mí, lo que me ayudo a sobrellevar este gran proceso.

También quiero agradecer a mis amigos, los cuales estuvieron siempre presentes para ayudarme, escucharme, o simplemente darme una palabra de aliento cuando más lo necesitaba.

Por otra parte quiero agradecer a mi profesor guía, Armin Lüer-Villagra, quien depositó su confianza en mí para acompañarme en esta gran etapa. También por su dedicación, preocupación y constante apoyo durante este proceso, lo que me ayudo a mantenerme siempre motivado. Además agradecer la oportunidad de haber trabajado con un gran profesional, y por sobretodo una gran persona.

Finalmente quiero agradecer al programa Fondecyt de CONICYT, por financiar la realización de este trabajo, a través del proyecto 11160345.

ÍNDICE GENERAL

I.	INTRODUCCIÓN	1
1.1	Objetivo General	3
1.1.1	Objetivos Específicos	4
1.2	Metodología	4
II.	REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	5
2.1	Hub Covering Problems	6
2.2	Multi Objective Hub Location Problems	7
2.3	Multi Objective Maximal Hub Covering Problems	8
III.	PROBLEMA A RESOLVER	10
3.1	Definición del Problema	10
3.2	Formulación del Modelo	10
3.3	Método de Resolución	12
IV.	EXPERIMENTOS	14
4.1	Datos Utilizados	14
4.2	Generación de Instancia de Prueba	14
4.3	Parámetros Considerados	15
V.	RESULTADOS	16
5.1	Características de la Computadora	16
5.2	Análisis de los Resultados del Caso Base	16
5.3	Sensibilización del Nivel de Servicio (T)	18
5.4	Sensibilización del N° Máximo de Hubs a los que puede estar asignado un nodo (M)	21
VI.	CONCLUSIONES Y DISCUSIONES	24
VII.	BIBLIOGRAFÍA	25

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 : Resumen comparativo de literatura semejante.	9
Tabla 2: Ciudades consideradas para el modelo propuesto.	15
Tabla 3: Resultados del Caso Base, $T=300$, $M=3$ y $\alpha= 0.5$.	16
Tabla 4: Distribución de Costos para Caso Base, $T= 300$, $M= 3$ y $\alpha= 0.5$.	17
Tabla 5. Sensibilización del parámetro T con $\alpha=0.5$ y $M=3$.	19
Tabla 6: Tiempos Computacionales para $T=400$ y $T= 500$, $M=3$ y $\alpha=0.5$.	20
Tabla 7: Tiempos medios de ruta, para la variación de T , $M=3$ y $\alpha=0.5$	22
Tabla 8: Sensibilización del parámetro M , $\alpha = 0.5$ y $T = 300$	23

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Red hub-and-spoke tipo, donde los círculos son nodos regulares, y los triángulos son nodos donde se han localizado hubs.	1
Figura 2 : Diferencia entre asignación única y múltiple en problemas de localización de hubs.	2
Figura 3: Frontera de Pareto utilizando el método NISE.	13
Figura 4: Red de Turquía. Fuente: (Tan & Kara, 2007)	14
Figura 5: Frontera de Pareto del Caso Base con $T=300$, $M=3$ y $\alpha=0.5$.	17
Figura 6: Distribución de Costos para el caso base, $T=300$, $M=3$ y $\alpha=0.5$.	18
Figura 7: Porcentaje de cobertura para los diferentes valores de T , $M=3$ y $\alpha=0.5$.	18
Figura 8: Variación de Porcentajes de Cobertura y Flujo Cubierto para $T=200$, $M=3$ y $\alpha=0.5$.	20
Figura 9: Fronteras de Pareto para los diferentes valores de T , $M=3$ y $\alpha=0.5$.	21
Figura 10: Curvas de Pareto para sensibilización del parámetro M , $T=300$ y $\alpha=0.5$	23

RESUMEN

La localización de hubs busca determinar las mejores ubicaciones para este tipo de instalación. La red resultante es llamada hub-and-spoke, y permite conectar a múltiples pares origen-destino. Esta investigación se enfoca en definir y formular un nuevo modelo de localización hub para un problema de maximización de cobertura, definida por un tiempo límite de cobertura; y a su vez minimizar los costos totales.

El modelo fue resuelto de forma exacta a través del software AMPL, utilizando el método NISE (Non-Inferior Set Estimation) para ver las curvas trade-off entre ambos objetivos. Para esto se definieron diferentes escenarios para analizar la incidencia de diferentes parámetros en las curvas de trade-off obtenidas, utilizando los primeros 40 nodos de la red de Turquía. Se obtuvo que el nivel de servicio es el parámetro determinante del modelo. Además como investigaciones futuras se podría determinar exógenamente la cantidad de hubs a localizar o disminuir los tiempos computacionales para instancias de tamaño considerables.

Keywords: Cobertura máxima, Nivel de servicio, diseño de redes, localización de hubs.

I. INTRODUCCIÓN

La Investigación de Operaciones comenzó a adquirir relevancia durante la Segunda Guerra Mundial, por la necesidad de mejorar el armamento bélico y el aprovisionamiento de tropas. Tras el término del conflicto, comienza a tomar fuerza como área de investigación. Corresponde a la utilización de teoría y conceptos matemáticos con el fin de formular modelos que permiten determinar la manera óptima de utilizar diferentes recursos limitados, que favorecen la toma de decisiones. Dentro de la Investigación de Operaciones existe una rama denominada Localización de Instalaciones, que busca determinar la mejor ubicación o localización de una o más instalaciones, tal que se cumpla con los criterios y restricciones definidas en el problema. Dentro de esta área, uno de sus campos de estudio son los problemas de localización de hubs.

Los hubs son un tipo especial de instalación usada para clasificar, consolidar, enrutar o transferir flujos dentro de una red de transporte o comunicaciones. La red formada por este tipo de instalaciones es denominada hub-and-spoke, ver Figura 1, ya que permite conectar múltiples pares de origen-destino con mayor eficiencia y a menor costo que una red punto a punto, gracias al aprovechamiento de eventuales economías de escala.

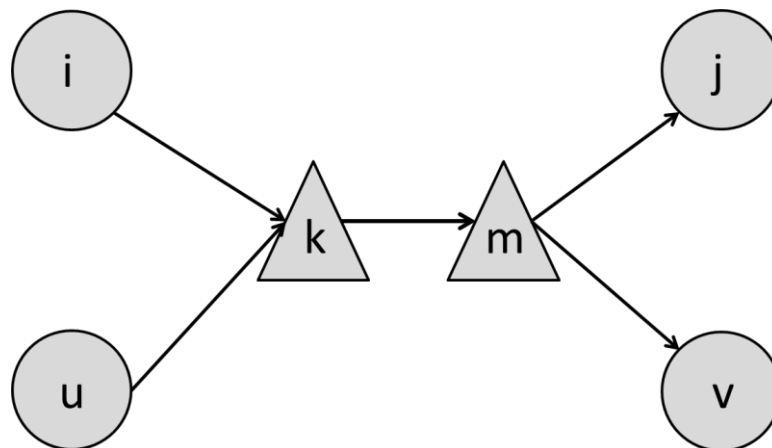


Figura 1: Red hub-and-spoke tipo, donde los círculos son nodos regulares, y los triángulos son nodos donde se han localizado hubs.

Los problemas de localización hub pueden ser clasificados, por ejemplo, por la cantidad de hubs a localizar, que puede ser definido con anterioridad (p) o puede ser calculado por el modelo. Otro tipo de clasificación importante es el tipo de asignación respecto a las instalaciones hubs, que puede ser único o múltiple, es decir, que se asigne uno y sólo un nodo no-hub a un hub, o que sea asignado al menos un a hub. (Ver Figura 2)

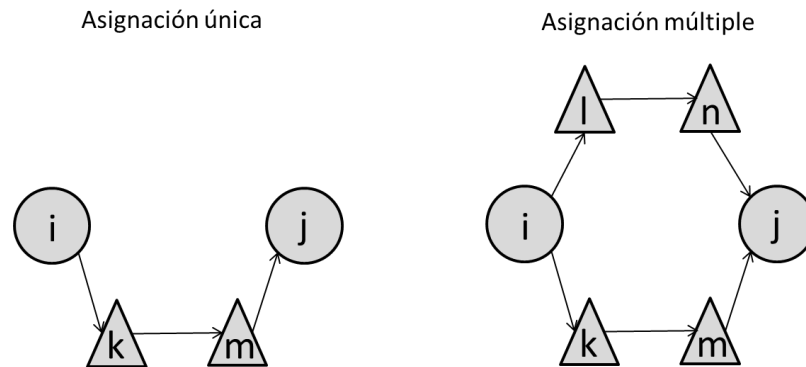


Figura 2 : Diferencia entre asignación única y múltiple en problemas de localización de hubs.

También existen otros tipos de clasificación, como las características de los costos de la conexión entre los nodos no-hub y los nodos hub, ya sean sin costos, costos fijos o variables; y la capacidad de las instalaciones hubs, sin capacidad o limitadas.

Los tipos de problemas pueden ser clasificados dependiendo de los objetivos que se quieren lograr y las restricciones que limitan a los modelos. Dentro de estos podemos destacar los siguientes:

- *p*-Hub Location Problem: Se basa en que la localización de p -hubs que minimicen los costos totales de la red, tal que cada nodo sea asignado a un (o más) nodo hub, y a su vez uno o a lo más dos hubs son usados para la transferencia entre un par origen-destino. El flujo interhub es descontado por un factor (α), lo que representa la existencia de economías de escala, favoreciendo el uso de estas instalaciones y los arcos que las conectan.
- *p*-Hub Median Location Problem: Busca localizar p hubs que minimicen los costos de variables de la red. Este tipo de problemas puede ser tratado bajo el criterio de asignación única o múltiple.

- *p*-Hub Center Location Problem: Este tipo de problema es similar al *p*-Hub Median Location Problem, solo que su función objetivo de Mini-Max, donde el máximo costo o tiempo de los pares origen-destino es minimizado.
- Hub Covering Location Problem: Este tipo de problema busca instalar hubs, tal que todas las demandas sean cubiertas al minimizando el costo fijo de instalación hub. La noción de cobertura es definida respecto a una distancia límite de cobertura al localizar un hub.
- *p*-Hub Maximal Covering Location Problem: Esta es una variación del *p*-Hub Covering Location Problem donde se busca maximizar la cantidad transportada entre los pares origen-destino cubiertos por *p* hubs, que deben ser localizados.

El problema a abordar es un Hub Maximal Covering Location Problem bi-objetivo, que busca tanto maximizar la cobertura de los pares origen-destino, respecto a los tiempos de proceso entre los pares origen-destino, como minimizar los costos totales asociados a la utilización de la red, considerando un factor de descuento (α) por la utilización de arcos entre las instalaciones hub, favoreciendo la consolidación de carga en estos.

La contribución de esta investigación es la definición y formulación de un nuevo modelo bi-objetivo que permite calcular de forma exacta o aproximada, el *trade-off* entre el nivel de servicio de la red y el costo asociado a ésta, lo que permite definir un nivel de servicio pertinente para los objetivos del tomador de decisiones. Esta combinación de objetivos no ha sido estudiada en la literatura sobre Hub Maximal Covering Location Problem. Para obtener el conjunto de soluciones se utiliza el método NISE (Non-inferior Set Estimation), para que el tomador de decisiones tenga diferentes alternativas a analizar.

1.1 Objetivo General

Definir y formular un modelo bi-objetivo que considere costos y cobertura, para un Hub Maximal Covering Location Problem

1.1.1 Objetivos Específicos

1. Resolver eficientemente el modelo resultante, de forma exacta o aproximada.
2. Entender el impacto del nivel de servicio en el modelo resultante.
3. Entender el impacto del tipo de asignación en el modelo resultante.
4. Estudiar los trade-offs existentes entre los parámetros de interés del modelo y diversos indicadores.

1.2 Metodología

Se utilizará la metodología estándar para investigación de operaciones basada en modelos matemáticos, con los siguientes pasos:

1. **Estudio del Problema:** Consiste en un Hub Maximal Covering Location Problem, que considera la cobertura respecto al tiempo total de procesamiento; además minimiza los costos totales asociados a la red. Esta combinación de objetivos, junto con la definición de cobertura, no ha sido tratada en la literatura correspondiente.
2. **Formulación de un modelo apropiado al problema:** Incorporación de las variables influyentes y análisis de las diferentes mejoras en la formulación del modelo.
3. **Generación de instancias:** Definición del caso base respecto al tiempo límite de procesamiento y la cantidad de hubs a las que puede estar asignado un nodo. Definir la cantidad de nodos a considerar y estimar los costos variables para cada arco.
4. **Realización de pruebas computacionales:** Desarrollo de las pruebas de las diferentes instancias definidas a través del software AMPL junto al solver CPLEX.
5. **Análisis de resultados:** Discusión de los resultados obtenidos por medio de los diferentes experimentos realizados, para comprobar la eficiencia del modelo y los posibles trabajos futuros.

II. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

La Investigación de Operaciones es utilizada para apoyar la toma de decisiones en problemas relacionados a la gestión de actividades dentro de una organización. Ésta se respalda en el método científico para intentar encontrar una mejor solución al problema presentado, además de entregar un plan de acción posible para que sea entendido por la administración (Hillier & Lieberman, 2013).

Una de las ramas de la Investigación de Operaciones es la Localización de Instalaciones, área que está en continuo desarrollo por su variada aplicabilidad. Su principal objetivo es “*determinar la mejor localización de una o más instalaciones o equipos con el fin de cubrir un conjunto de puntos de demandas*”(Laporte, Nickel, & Saldanha da Gama, 2015). Dentro de los problemas clásicos de Localización de Instalaciones se encuentran: Maximal Covering Location Problem, Set Covering Location Problem, p -Median Location Problems y Center Location Problem; siendo los dos últimos los más investigados. Generalmente estos problemas son establecidos y formulados bajo tres espacios o dominios: continuo, discreto y redes (Hale & Moberg, 2003).

Con el continuo desarrollo en esta área de investigación se inicia un nueva sub área de investigación, llamada localización de hubs; centrado en un tipo de instalación denominada hub, la cual cumple un rol de clasificación, consolidación o transbordo, que facilitan el cumplimiento de demanda para múltiples pares Origen-Destino (Alumur & Kara, 2008). Tanto los problemas de localización de hubs como los de localización de instalaciones, tienen las mismas clasificaciones o tipos de problemas (Campbell & O’Kelly, 2012), siendo una de estas el tipo de asignación, el cual puede ser única, donde cada nodo no-hub puede ser asignado a una sola instalación hub; o múltiple, lo que permite que cada nodo no-hub pueda ser asignado a más de una instalación hub con el fin de cumplir la demanda entre los pares Origen-Destino (ver Figura 2). Se diferencian en el tipo de demanda que cubren, siendo puntos de demanda en la localización de instalaciones y pares de Origen-Destino en localización de hubs (Contreras, 2015).

El primero en utilizar conceptos similares a los de un hub, como instalaciones de transferencia, fue Hakimi (1964). Luego, utilizando estos conceptos Goldman (1969) introduce el concepto de hub en la localización de instalaciones en redes. Sin embargo, el primer problema definido formalmente se encuentra en (O’Kelly, 1986)

como un modelo cuadrático binario, para posteriormente ser formulado en O’Kelly (1987). Este modelo considera la instalación de hubs para el servicio aéreo de pasajeros para veinticinco ciudades de Estados Unidos con asignación única. Posteriormente Campbell (1992) presenta un modelo matemático para p -Hub Median Problem con asignación múltiple, diferenciándose de todos los estudios anteriores. Luego Campbell extiende el modelo para otros tipos de problemas de localización (Campbell, 1994). También cabe destacar el trabajo de Ernst & Krishnamoorthy (1996) y (1998), que proponen nuevas formulaciones que reducen el número de variables asociadas a los modelos para asignación única y múltiple, respectivamente.

Así es como fue tomando fuerza el desarrollo de esta área de investigación por lo que se hizo importante la revisión de literatura correspondiente a ésta. Es por esto que Alumur & Kara (2008), revisaron y ordenaron las publicaciones según sus características hasta el año 2007. Posteriormente Campbell & O’Kelly (2012) realizaron un resumen correspondiente a la localización de hubs, que revisa las características principales de esta área de investigación, además del estado actual del campo en ese entonces; junto con los próximos desafíos. Luego Farahani, Hekmatfa, Arbano & Nikbakhsh (2013) se encargan revisar y clasificar las publicaciones posteriores a las abarcadas en (Alumur & Kara, 2008). Cada una de las publicaciones fue clasificada según los criterios que se basan los modelos, como tipo de asignación, dominio, función objetivo, capacidad del hub; entre otros. De estos tipos de problemas son de gran relevancia, para esta investigación, dos de éstos: Hub Covering Problems y Multi-Objective Hub Location Problems, debido a que el modelo propuesto tiene características de ambos.

2.1 Hub Covering Problems

Los Hub Covering Problems (HCP) buscan cubrir múltiples pares Origen-Destino de nodos a través de nodos hub localizados, respecto a una cobertura predefinida (Farahani et al., 2013). Campbell (1994) fue el primero en definir un problema de cobertura de localización de hubs, que posteriormente se han desarrollado nuevas formulaciones como (Kara & Tansel, 2003), que proponen una nueva formulación y mejora considerablemente los tiempos computacionales respecto a Campbell (1994);

Wagner (2008), que propone una nueva formulación como mejora del modelo realizado por Kara & Tansel (2003), que supera ampliamente las investigaciones anteriores. Y Ernst, Jiang, Krishnamoorthy & Baatar (2018), que proponen una nueva formulación que permite encontrar soluciones exactas para instancias de gran tamaño, basado en el concepto de radio. El continuo desarrollo de este tipo de problemas ha permitido generar variaciones como los Hub Set Covering Problems, Maximal Hub Covering Problems, Hub Partial Covering Problems, entre otros. Los tipos de problemas que más contribuciones han aportado a esta área de investigación son los Hub Set Covering Problems y Maximal Hub Covering Problems.

Los Maximal Hub Covering Problems (MHCP), son similares a los Maximal Covering Problems en su estructura, pero considerando hubs. Buscan maximizar la cobertura de los pares Origen-Destino a través de una cantidad definida de hubs (Alumur & Kara, 2008). Campbell (1994) fue el primero en formular un modelo de este tipo como extensión de un modelo de localización de hubs de asignación múltiple. Weng, Yang & Ma (2006) formularon un modelo de asignación múltiple, donde la cobertura de los pares Origen-Destino es definida respecto a un costo de transporte límite. Posteriormente Qu & Weng (2009) propusieron una heurística para resolver el problema de asignación múltiple MHCP de Weng *et al* (2006), basada en *path relinking*. Karimi & Bashiri (2011) incorporaron el tiempo de servicio como parámetro de cobertura en los problemas de HCP y MHCP, tanto para asignación única como múltiple. Hwang & Lee (2012) formularon una heurística que disminuye los tiempos de resolución para instancias pequeñas, pero que no se acerca a la optimalidad para casos con muchos nodos. Peker & Kara (2015) proponen una nueva formulación para MHCP considerando cobertura parcial. Basados en esta última formulación, Silva & Cunha (2017) proponen una heurística de búsqueda tabú que funciona de buena forma para instancias grandes.

2.2 Multi Objective Hub Location Problems

Los problemas con objetivos múltiples facilitan la toma de decisiones, ya que permiten entregar un conjunto de soluciones y además permiten acercarse más a la

realidad (Cohon, 1978), es por esto que se han implementado en diferentes áreas como la Localización de Instalaciones.

Los problemas de objetivos múltiples tienen características distintas: tiene un conjunto de objetivos cuantificables, un conjunto de restricciones bien definidas y además un proceso para obtener las curvas de *trade-off* entre los objetivos establecidos (Farahani, SteadieSeifi, & Asgari, 2010).

Los problemas de localización de hubs con objetivos múltiples, en la literatura se conocen como Multi Objective Hub Location Problems (MOHLP). La primera investigación multi-objetivo orientada a la localización de hub fue realizada por Costa, Captivo & Clímaco (2008), donde proponen un modelo bi-objetivo de asignación única, que busca minimizar los costos totales y a su vez minimizar el máximo tiempo de proceso de los flujos, determinando un nivel de servicio de los hubs. Luego, Köksalan & Soylu (2010) formulan dos nuevos modelos bi-objetivo con asignación múltiple, el primer modelo tiene como objetivos minimizar los costos de transporte y minimizar los costos de recolección y distribución; mientras que el segundo modelo busca minimizar los costos de transporte y minimizar el máximo ratio “demanda/capacidad” de cada hub. Mohammadi, Tavakkoli-Moghaddam & Rostami (2011) presentan un nuevo modelo multi-objetivo de asignación única con cobertura definida por la capacidad de los hubs, donde sus objetivos son minimizar los costos totales y minimizar el tiempo total de procesamiento en los hubs. Los últimos estudios de MOHLP han sido orientados al cuidado del medio ambiente; Tavakoli, Manavizadeh & Rabbani (2014) proponen un MOHLP que tiene por objetivos minimizar los costos totales de los procesos de movimiento de los flujos y minimizar el impacto medio ambiental de la red hub. Por otra parte Ghodrathma, Tavakkoli-Moghaddam & Azaron (2015) proponen un modelo que tiene por objetivos minimizar los costos de transporte e instalación, minimizar los tiempos ponderados de espera en cada una de las operaciones y por último minimizar los gases de efecto invernadero.

2.3 Multi Objective Maximal Hub Covering Problems

Podemos encontrar la realizada por Ebrahimi, Sadegheih & Lotfi (2014), donde la maximización de cobertura es el objetivo secundario y el objetivo principal es

maximizar la utilización de los caminos más débiles, respecto a la incertidumbre definida para el transporte de carga desde un origen a destino determinado. Pansandideh, Niaki & Sheikhi (2016) formulan un modelo bi-objetivo donde su primero objetivo es maximizar la confiabilidad de la red y el segundo objetivo es maximizar la cobertura de los flujos de demanda. Por último, el modelo que comparte más características al modelo propuesto en esta investigación, es el de (Alizadeh, Tavakkoli-Moghaddam, & Ebrahimnejad, 2016). Proponen un modelo cuyos objetivos son maximizar la cobertura de los hubs, minimizar los costos totales de transporte y minimizar la máxima capacidad de los hubs. La cantidad de hubs a localizar son definidas de manera exógena al modelo y la cobertura es definida respecto a la capacidad de los hubs instalados. Además este modelo es resuelto heurísticamente.

En esta investigación proponemos un modelo bi-objetivo que considera maximizar la cobertura y minimizar los costos totales. La cobertura es definida respecto a un tiempo límite, correspondiente al nivel de servicio. Además, el modelo es resuelto de forma exacta.

Tabla 1 : Resumen comparativo de literatura semejante.

Autor	Tipo de problema	Objetivo Principal	Objetivo Secundarios	Objetivo Terciario	Tipo de Cobertura	Determinación de N° de Hubs	Capacidad del Hub	Tipo de Solución
Ebrahimi, Sadegheih & Lotfi (2014)	Maximal Covering Location Problem	Maximizar la utilización de los caminos más débiles	Maximizar Cobertura		Costo Límite	Exógena	Sin Capacidad	Heurística
Pansandideh, Niaki & Sheikhi (2016)	Maximal Covering Location Problem	Maximizar la confiabilidad de la red	Maximizar Cobertura		Tiempo Límite	Exógena	Sin Capacidad	Heurística
Alizadeh, Tavakkoli-Moghaddam & Ebrahimnejad (2016)	Maximal Covering Location Problem	Maximizar Cobertura	Minimizar los costos totales de transporte	Minimizar la máxima capacidad de los hubs	Capacidad de hubs	Exógena	Con Capacidad	Heurística
Propuesto	Maximal Covering Location Problem	Maximizar Cobertura	Minimizar los costos totales		Tiempo Límite	Endógena	Sin Capacidad	Optimalidad

III. PROBLEMA A RESOLVER

3.1 Definición del Problema

En el día de hoy el tiempo de atención o nivel de servicio de las compañías está siendo un indicador bastante importante para el cliente, por lo que las empresas se han enfocado en mejorar sus niveles de servicio, sin que los costos se vean significativamente involucrados. Es por esto la utilización de hubs puede ser una solución para que los costos no se vean considerablemente afectados, con la posibilidad de que el servicio de la compañía pueda llegar a la mayor cantidad de personas posibles.

Por lo tanto se busca diseñar una red hub-and-spoke de M-asignación para un problema que maximice la cobertura, con la cobertura definida respecto al tiempo de procesamiento de la red; y a su vez minimizar los costos totales de la red. Con el fin de estudiar las curvas de trade-off entre ambos objetivos, para determinar un nivel de servicio adecuado para los propósitos de una compañía. Para esto es bueno utilizar datos asociados al transporte de paquetería o delivery.

3.2 Formulación del Modelo

CONJUNTOS

- N : Cantidad de nodos de la red.
- B_{ij} : Conjunto de pares de hubs que pueden usarse en una ruta desde i a j , que cubra ese par OD dentro del umbral de tiempo dado.

PARÁMETROS

- M : Número máximo de hubs a los que puede estar asignado un nodo.
- Q : Número máximo de arcos que se pueden habilitar.
- T : Tiempo límite para la cobertura del par (i, j) .
- α : Factor de descuento por la utilización de arcos inter-hubs.
- W_{ij} : Flujo enviado desde el nodo i al nodo j .

- v_{ij}^{km} : Costo de envío entre el par (i, j) , pasando por los hubs localizados en k y m .
- C_{ij} : Costo fijo de apertura del arco (i, j) .
- f_k : Costo fijo de instalación del hub k .
- t_{ij}^{km} : Tiempo de ir desde el nodo i al nodo j , pasando por los hubs localizados en k y m .

VARIABLES

- X_{ij}^{km} : 1, Si el flujo es enviado desde i a j pasando por los hubs localizados en k y m ; 0, en otro caso.
- Y_{ik} : 1, Si el nodo i está conectado al hub k ; 0, en otro caso.
- U_{km} : 1, Si el hub k está conectado al hub m ; 0, en otro caso.
- H_k : 1, Si el hub k es abierto; 0, en otro caso.
- V_{ij} : 1, Si el par (i, j) está siendo cubierto; 0, en otro caso.

MODELO

$$f_1 : \text{Max} \sum_i \sum_j W_{ij} V_{ij} \quad (1)$$

$$f_2 : \text{Min} \sum_i \sum_j \sum_{(k,m) \in B_{ij}} v_{ij}^{km} X_{ij}^{km} + \sum_k H_k f_k + \sum_i \sum_k Y_{ik} C_{ik} + \sum_k \sum_m U_{km} C_{km} \quad (2)$$

$$\sum_{(k,m) \in B_{ij}} X_{ij}^{km} \leq 1 \quad , \forall i, j \in N \quad (3)$$

$$\sum_{m: (k,m) \in B_{ij}} X_{ij}^{km} \leq Y_{ik} \quad , \forall i, j \in N \quad \forall k : (k,m) \in B_{ij} \quad (4)$$

$$\sum_{k: (k,m) \in B_{ij}} X_{ij}^{km} \leq Y_{jm} \quad , \forall i, j \in N \quad \forall m : (k,m) \in B_{ij} \quad (5)$$

$$\sum_k Y_{ik} \leq M \quad , \forall i \in N \quad (6)$$

$$V_{ij} \leq \sum_{(k,m) \in B_{ij}} X_{ij}^{km} \quad , \forall i, j \in N \quad (7)$$

$$Y_{ik} \leq H_k \quad , \forall i, k \in N \quad (8)$$

$$\sum_{i: (k,m) \in B_{ij}} \sum_{j: (k,m) \in B_{ij}} X_{ij}^{km} \leq Q U_{km} \quad , \forall k, m \in N \quad (9)$$

$$Y_{ij} + U_{ij} \leq 1 \quad , \forall i, j \in N : i \neq j \quad (10)$$

$$X_{ij}^{km} \in \{0,1\} \quad , \forall i, j \in N \quad \forall k, m : (k, m) \in B_{ij} \quad (11)$$

$$Y_{ik} \in \{0,1\} \quad , \forall i, k \in N \quad (12)$$

$$U_{km} \in \{0,1\} \quad , \forall k, m \in N \quad (13)$$

$$H_k \in \{0,1\} \quad , \forall k \in N \quad (14)$$

$$V_{ij} \in \{0,1\} \quad , \forall i, j \in N : B_{ij} \neq \emptyset \quad (15)$$

Las expresiones (1) y (2) son las funciones objetivo del modelo, donde (1) maximiza la cantidad de flujo cubierto y (2) minimiza los costos totales correspondientes a la localización de los hubs y la utilización de los arcos de la red. Las restricciones (3) responden a que se envíe a lo más la totalidad del flujo entre los pares (i, j) . Respecto a (4) y (5), aseguran que la ruta entre el par (i, j) se pueda utilizar solo si el par (k, m) son hubs. La restricción (6) limita la cantidad de hubs a los que pueden estar asignados los nodos no-hub. (7) asegura que se puede cubrir el par (i, j) solo si están dentro del límite de tiempo establecido. Respecto a (8) asegura que el nodo i sea asignado al nodo hub k solo si está localizado. La restricción (9) es para identificar la apertura de los arcos interhubs. (10) asegura que los arcos pertenecen a un solo tipo de arco. Por último (11), (12), (13), (14) y (15) corresponden al dominio de las variables.

3.3 Método de Resolución

Para la resolución del modelo se utiliza el método NISE (Non-Inferior Set Estimation), que fue desarrollado por J. L. Cohon, Church, & Sheer (1979). Este método consiste en encontrar un conjunto de soluciones que reflejen la curva de *trade-off* entre ambos objetivos mediante sucesivas bisecciones del espacio de los objetivos.

Para encontrar este conjunto de soluciones es necesario seguir los siguientes pasos:

- 1) Encontrar la solución óptima de cada objetivo por separado y guardar los valores de los objetivos como pares ordenados (Z_1, Z_2) .
- 2) Ordenar de mayor a menor los pares (Z_1, Z_2) de cada solución, respecto a la solución Z_2 , en un conjunto (S_i) .

S_i : Conjunto de puntos con el i -ésimo mayor valor de Z_2

- 3) Encontrar la pendiente de la recta formada por ambas soluciones encontradas, para luego calcular los pesos w_1 y w_2 a ser usado en el modelo ponderando por los pesos (w_i) , para posteriormente ir encontrando las soluciones intermedias.

$$w_1 = [Z_2(S_1) - Z_2(S_{i+1})] \quad (16)$$

$$w_2 = [Z_1(S_{i+1}) - Z_1(S_1)] \quad (17)$$

- 4) Calcular una nueva solución utilizando los valores pertenecientes a S_i con (15), correspondiente a S_3 de la Figura 3.

$$\begin{aligned} \text{Max } Z(x_1, \dots, x_n; i+1) = & [Z_2(S_1) - Z_2(S_{i+1})]Z_1(x_1, \dots, x_n) \\ & + [Z_1(S_{i+1}) - Z_1(S_1)]Z_2(x_1, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (18)$$

- 5) Con la nueva solución (S_3) , se puede calcular el máximo error posible (σ) a través de cálculos trigonométricos, ver Figura 3.
- 6) Volver al paso 3) pero esta vez comparar el error encontrado (δ) con el error máximo permitido. El algoritmo continuará mientras el error sea mayor al error máximo designado o permitido, ver Figura 3.

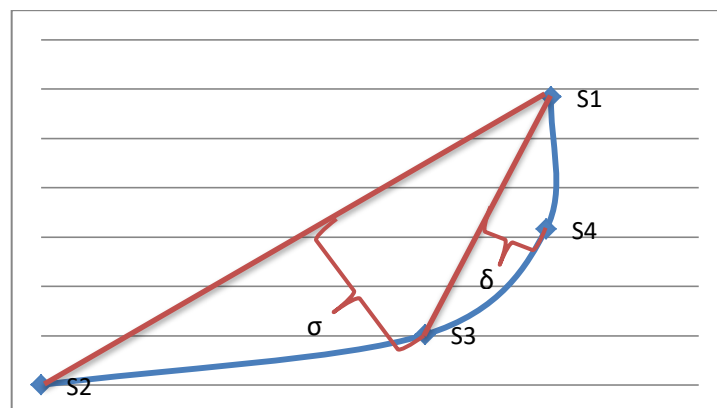


Figura 3: Frontera de Pareto utilizando el método NISE.

IV. EXPERIMENTOS

4.1 Datos Utilizados

Para la realización de los experimentos se utilizaron los datos de la red cargo delivery de Turquía, presentada por (Tan & Kara, 2007), la cual corresponde una red de transporte de las 81 ciudades principales de Turquía (Bahar Y. Kara, 2010). De éstos se consideraron los primeros 40 nodos, correspondientes a 40 ciudades de Turquía, de las cuales se utilizaron sus datos asociados en el modelo propuesto.



Figura 4: Red de Turquía. Fuente: (Tan & Kara, 2007)

4.2 Generación de Instancia de Prueba

En primera instancia se utilizó la red de Turquía en su totalidad (81 nodos) para la resolución del problema, sin embargo, los tiempos computacionales eran considerables, rondando entre 14 y 16 horas; lo que se veía potenciado por el método de utilizados para las el estudio de las curvas de trade-off de los objetivos, ya que se necesitaba resolver el problema en varias oportunidades para lograr obtener la frontera eficiente que se estaba buscando. Cabe recalcar que esto no es un inconveniente en otros métodos de resolución para modelos multi-objetivos.

Es por esto que se decidió acotar la instancia, a los primeros 40 nodos, considerando que se realizarían experimentos para ver el comportamiento de diferentes parámetros.

Tabla 2: Ciudades consideradas para el modelo propuesto.

N°	Ciudad	N°	Ciudad	N°	Ciudad	N°	Ciudad
1	Adana	11	Bilecik	21	Diyarbakir	31	Hatay
2	Adiyaman	12	Bingöl	22	Edirne	32	Isparta
3	Afyon	13	Bitlis	23	Elazığ	33	İçel
4	Ağrı	14	Bolu	24	Erzincan	34	İstanbul
5	Amasya	15	Burdur	25	Erzurum	35	İzmir
6	Ankara	16	Bursa	26	Eskişehir	36	Kars
7	Antalya	17	Çanakkale	27	Gaziantep	37	Kastamonu
8	Artvin	18	Çankiri	28	Giresun	38	Kayseri
9	Aydın	19	Çorum	29	Gümüşhane	39	Kirklareli
10	Balikesir	20	Denizli	30	Hakkari	40	Kirşehir

4.3 Parámetros Considerados

Para ver el funcionamiento y comportamiento del modelo hay que realizar diferentes experimentos, los cuales están basados en un escenario base, que considera siguientes valores:

- Tiempo límite o Nivel de servicio, $T = 300$ min.
- Número de máximo de hubs a los que puede estar asignado un nodo, $M = 3$.
- Factor de descuento por utilización de arcos inter-hub, $\alpha = 0.5$.
- Costos y tiempos correspondientes a los datos de la red de Turquía (Bahar Y. Kara, 2010).
- El costo fijo de arcos inter-hub fueron considerados el doble de los costos fijo de arcos spoke.

Los parámetros escogidos para ser sensibilizados son: Tiempo límite para la cobertura de un par origen-destino (T) y el número máximo de asignaciones por hub (M).

En el primer experimento se sensibiliza el tiempo límite para la cobertura de un par origen-destino, donde T toma los siguientes valores: $T = \{100, 200, 300, 400, 500\}$. Mientras el segundo experimento sensibiliza el número máximo de hubs a los que puede estar asignado un nodo, donde M toma los siguientes valores: $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Cabe destacar que toda variación de los valores es respecto al escenario base.

V. RESULTADOS

Este capítulo se centra en el análisis de los diferentes resultados obtenidos con los datos determinados para el caso base y para la sensibilización de los diferentes parámetros considerados. Debido al método de resolución, se entregarán conjunto de soluciones en vez de soluciones únicas.

5.1 Características de la Computadora

Todas las instancias fueron ejecutadas en un Servidor HPE Proliant DL360 G9 con 2 procesadores Intel(R) Xeon ® CPU E5-2630 v4 @ 2.20 GHz, 160 GB de RAM y sistema operativo Debian 9.

5.2 Análisis de los Resultados del Caso Base

En primera instancia se obtuvieron los resultados del caso base definido para el problema.

Tabla 3: Resultados del Caso Base, $T=300$, $M=3$ y $\alpha=0.5$.

N° Hubs Abiertos	Cobertura	Costos	Variación % de Costos	Tiempo Medio Ruta	% Cobertura	Variación % de Cobertura	% Flujo Cubierto	CPLEX Time
0	0	0	-	-	0%	-	0%	0.04
2	1331163	786378	-	208	1%	1%	5%	0.38
6	3334143	2793023	255%	228	5%	5%	12%	3.20
11	4635078	5095052	82%	219	9%	4%	17%	4.08
16	5469449	7871262	54%	214	13%	4%	20%	3.70
27	6140415	16847264	114%	216	21%	8%	23%	33.17
40	6206671	35478555	111%	218	23%	2%	23%	0.49

El conjunto de soluciones mostradas en la Tabla 3, corresponden a la frontera eficiente mostrada en la Figura 5, del trade-off entre ambos objetivos del problema, donde la primera solución es respecto a dar prioridad a la minimización de los costos totales. Mientras que la última solución corresponde a la priorización de maximizar la cobertura de los pares OD. Como se esperaba, al ir aumentando la prioridad de la cobertura, el porcentaje de flujo cubierto va aumentando, sin embargo, llega a un punto que comienza a estancarse. También se puede apreciar que el tiempo medio de ruta tiende a ser bastante similar para casi todas las soluciones encontradas. Además se puede apreciar que pasar desde 11 a 16 hubs hay un aumento de los costos en un

54% lo que permite aumentar la cobertura en 4%, siendo un buen cambio a considerar respecto a las variaciones porcentuales de pasar de 6 a 11 hubs.

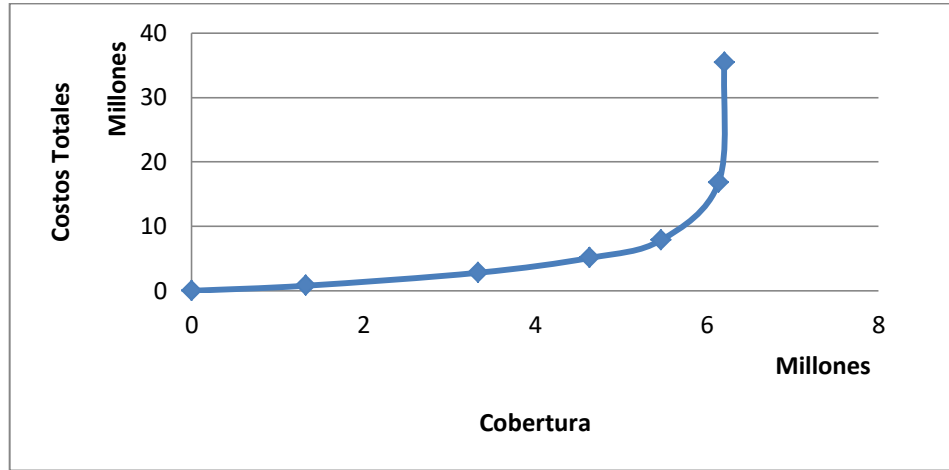


Figura 5: Frontera de Pareto del Caso Base con $T=300$, $M=3$ y $\alpha=0.5$.

Respecto a los costos (Figura 6) se puede apreciar que para todas las soluciones encontradas los costos totales son explicados en gran porcentaje por los costos de instalación de hubs, seguido por los costos variables y en menores porcentajes los costos fijos de ambos tipos de arcos.

Tabla 4: Distribución de Costos para Caso Base, $T= 300$, $M= 3$ y $\alpha= 0.5$.

N° Hubs Abiertos	Cobertura	Costos	Costo Variables	Costos Fijos Arcos	Costos Fijos Arcos Interhubs	Costos Instalación Hubs
0	0	0	0	0	0	0
2	1331163	786378	254200	5490	581	526108
6	3334143	2793023	773499	96804	27758	1894962
11	4635078	5095052	939596	148653	168980	3837823
16	5469449	7871262	1009578	154901	383311	6323472
27	6140415	16847264	1159063	437091	2213821	13037290
40	6206671	35478555	1207631	628577	12622503	21019844

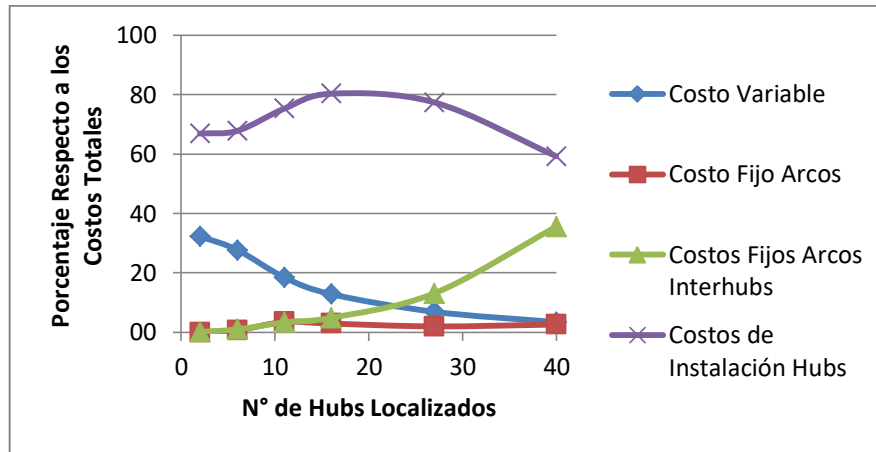


Figura 6: Distribución de Costos para el caso base, $T=300$, $M=3$ y $\alpha=0.5$.

5.3 Sensibilización del Nivel de Servicio (T)

En este caso el modelo se sensibilizó el parámetro correspondiente al tiempo límite de cobertura o nivel de servicio asociado al modelo, por lo que se obtuvo resultados para los siguientes valores de $T = \{100, 200, 300, 400, 500\}$, los cuales se encuentran en la Tabla 5.

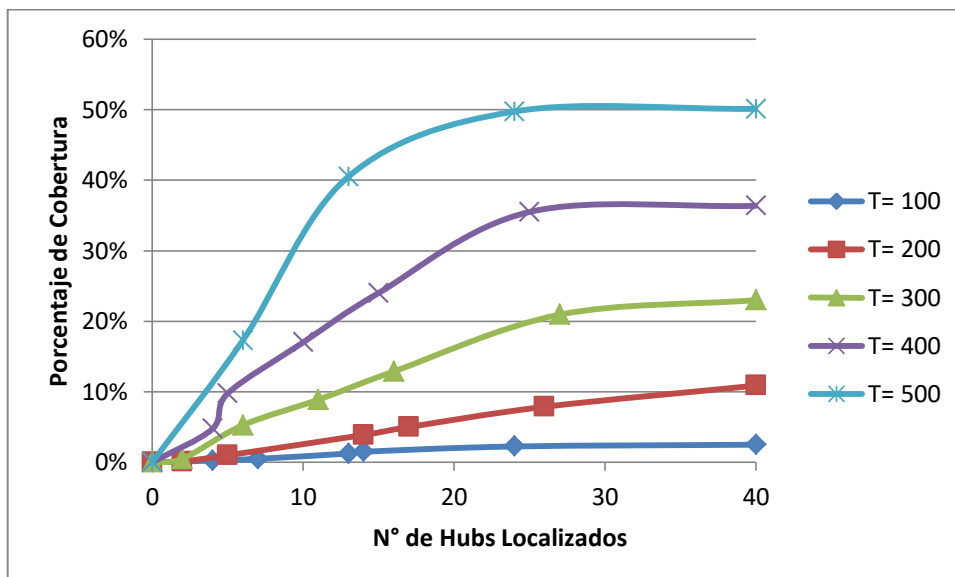


Figura 7: Porcentaje de cobertura para los diferentes valores de T , $M=3$ y $\alpha=0.5$.

Tabla 5. Sensibilización del parámetro T con $\alpha=0.5$ y $M=3$.

T	N° Hubs Abiertos	Cobertura	Costos	Variación % de Costos	Tiempo Medio Ruta	% Cobertura	Variación % de Cobertura	% Flujo Cubierto	CPLX Time
100	0	0	0	-	-	0%	-	0%	0.02
	4	190156	1658684	-	66	0%	0%	1%	0.03
	7	259521	2699437	63%	73	1%	0%	1%	0.03
	13	359783	5875095	118%	77	1%	1%	1%	0.03
	14	376253	6561875	12%	76	2%	0%	1%	0.03
	24	432339	12411333	89%	78	2%	1%	2%	0.03
	40	438015	21563759	74%	78	3%	0%	2%	0.02
200	0	0	0	-	-	0%	-	0%	0.02
	2	692627	610843	-	162	0%	0%	3%	0.06
	5	1167368	1697527	178%	156	1%	1%	4%	0.08
	14	2210250	5791844	241%	150	4%	3%	8%	0.12
	17	2604452	7925447	37%	149	5%	1%	10%	0.08
	26	2931742	13377477	69%	148	8%	3%	11%	0.11
	40	3057445	25085854	88%	146	11%	3%	11%	0.05
300	0	0	0	-	-	0%	-	0%	0.04
	2	1331163	786378	-	208	1%	1%	5%	0.38
	6	3334143	2793023	255%	228	5%	5%	12%	3.20
	11	4635078	5095052	82%	219	9%	4%	17%	4.08
	16	5469449	7871262	54%	214	13%	4%	20%	3.70
	27	6140415	16847264	114%	216	21%	8%	23%	33.17
	40	6206671	35478555	111%	218	23%	2%	23%	0.49
400	0	0	0	-	-	0%	-	0%	0.08
	4	6268130	2784935	-	308	5%	5%	23%	0.65
	5	7464114	3651240	31%	305	10%	5%	28%	7.26
	10	10064093	6497568	78%	296	17%	7%	37%	35.02
	15	11445556	9997932	54%	300	24%	7%	42%	239.69
	25	12187073	17799649	78%	294	36%	12%	45%	3866.51
	40	12215798	51549896	190%	311	36%	1%	45%	2.63
500	0	0	0	-	-	0%	-	0%	0.14
	6	11519311	5762585	-	364	17%	17%	43%	14.51
	13	15270979	10847707	88%	346	41%	23%	57%	480.52
	24	15771996	19347160	78%	338	50%	9%	59%	20162.03
	40	15779756	68965107	256%	370	50%	0%	59%	43.02

Para $T=100$ existe una mínima cobertura tanto de ciudades como la demanda total, debido a que este nivel de servicio acota mucho las posibilidades reales de cumplir con el tiempo límite de cobertura. Respecto a $T=200$, los porcentajes de cobertura comienzan a aumentar, pero hay que apreciar que el porcentaje del flujo total cubierto aumenta más, porcentualmente, que el porcentaje de cobertura (ver Figura 8). Ya para $T=300$, correspondiente al caso base, se comienza a lograr una mejor cobertura debido a que ya existen más posibilidades de cobertura con este nuevo nivel de servicio. Con $T=400$ como es de esperarse, continúa aumentando los porcentajes de cobertura, siendo el porcentaje de flujo total el más beneficiado, lo que muestra que se está considerando cubrir los flujos OD de mayor magnitud. Finalmente, para $T=500$ se aprecian coberturas considerables, logrando un 50 % de la cobertura y del flujo total cubierto para algunas soluciones.

También es importante mencionar que la variación de los costos entre las diferentes soluciones de este último tiempo límite es menor porcentualmente, en comparación a

los valores anteriores, no así en el porcentaje de variación de cobertura que es mayor respecto a los valores anteriores. Por lo tanto, se puede decir que para $T = 500$ existe un mayor beneficio en la curva de trade-off de ambos objetivos.

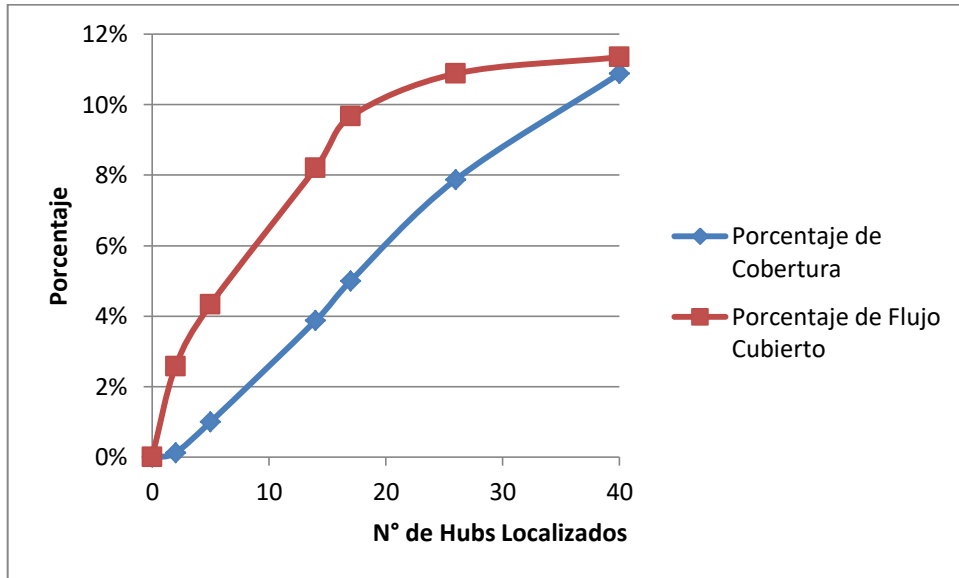


Figura 8: Variación de Porcentajes de Cobertura y Flujo Cubierto para $T=200, M=3$ y $\alpha=0.5$.

Por otra parte se puede apreciar que a medida que aumenta el tiempo límite de cobertura el tiempo computacional comienza a aumentar; y sobre todo cuando se sobrepasa $T = 300$, particularmente en algunas soluciones de $T=400$ y $T=500$ que aumentan considerablemente, lo que nos estaría indicando que los tiempos de resolución se dispararían al seguir aumentando T . (ver Tabla 6)

Tabla 6: Tiempos Computacionales para $T=400$ y $T=500, M=3$ y $\alpha=0.5$.

T	N° Hubs Abiertos	CPLEX Time
400	0	0.08
	4	0.65
	5	7.26
	10	35.02
	15	239.69
	25	3866.51
	40	2.63
500	0	0.14
	6	14.51
	13	480.52
	24	20162.03
	40	43.02

Respecto a las curvas de trade-off de ambos objetivos (ver Figura 9) se puede apreciar que a medida que va aumentando el valor de T , las soluciones van siendo contenidas por las curvas que le sucesores, dando la posibilidad de definir diferentes segmentos de clientes con diferentes niveles de servicios para cada tipo de segmento definido.

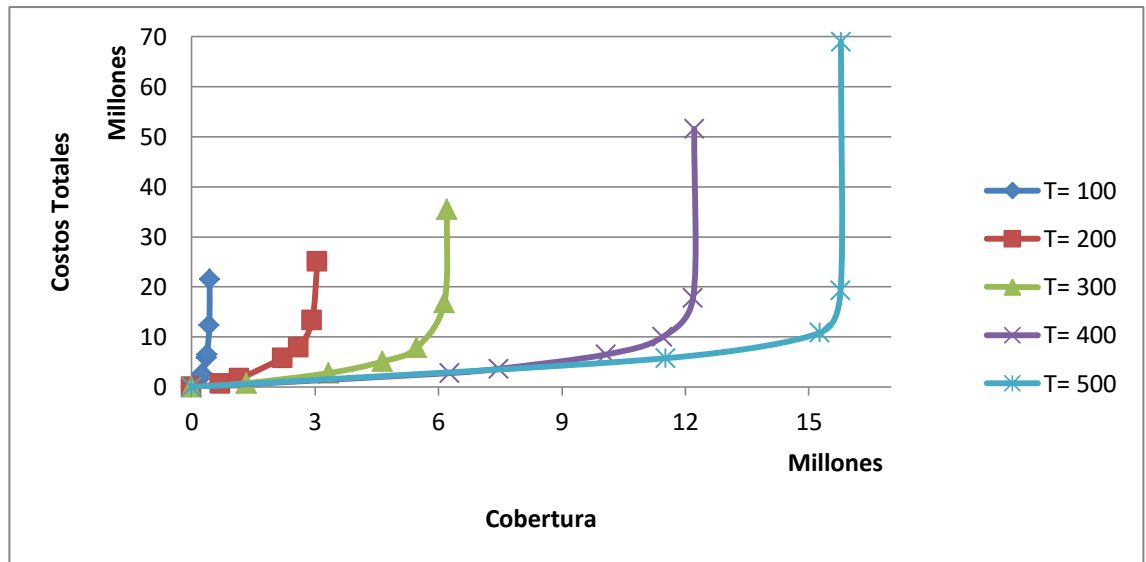


Figura 9: Fronteras de Pareto para los diferentes valores de T , $M=3$ y $\alpha=0.5$.

Además, se puede ver que los tiempos medios de rutas son bastante similares entre las soluciones correspondientes para cada valor de T , ver Tabla 7.

5.4 Sensibilización del N° Máximo de Hubs a los que puede estar asignado un nodo (M)

Para este experimento se sensibilizó el número máximo de hubs a los que puede estar asignado un nodo, donde M toma los siguientes valores: $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Los resultados se presentan en la Tabla 8.

Se puede apreciar que para los diferentes valores de M existen pequeñas variaciones en las soluciones con cantidades similares de hubs localizados, donde estas variaciones son apreciables en los porcentajes de cambio en los costos y en el porcentaje de cobertura. Además, es importante mencionar que prácticamente no existe variación en cuanto al porcentaje de flujo cubierto, a pesar de tener diferentes

rutas, lo que se es reflejado en los diferentes tiempos medios de ruta para las mismas soluciones.

Tabla 7: Tiempos medios de ruta, para la variación de T , $M=3$ y $\alpha=0.5$

T	N° Hubs Abiertos	Cobertura	Costos	Tiempo Medio Ruta
100	0	0	0	-
	4	190156	1658684	66
	7	259521	2699437	73
	13	359783	5875095	77
	14	376253	6561875	76
	24	432339	12411333	78
	40	438015	21563759	78
200	0	0	0	-
	2	692627	610843	162
	5	1167368	1697527	156
	14	2210250	5791844	150
	17	2604452	7925447	149
	26	2931742	13377477	148
	40	3057445	25085854	146
300	0	0	0	-
	2	1331163	786378	208
	6	3334143	2793023	228
	11	4635078	5095052	219
	16	5469449	7871262	214
	27	6140415	16847264	216
	40	6206671	35478555	218
400	0	0	0	-
	4	6268130	2784935	308
	5	7464114	3651240	305
	10	10064093	6497568	296
	15	11445556	9997932	300
	25	12187073	17799649	294
	40	12215798	51549896	311
500	0	0	0	-
	6	11519311	5762585	364
	13	15270979	10847707	346
	24	15771996	19347160	338
	40	15779756	68965107	370

Estos cambios se pueden ver reflejados de mejor manera en la Figura 10, donde el cambio más notorio se aprecia al pasar de asignación única ($M = 1$) a asignación múltiple ($M > 1$). Desde $M = 2$ en adelante las soluciones encontradas son prácticamente iguales, lo que nos indica que, al seguir aumentando el valor de M , las soluciones a encontrar serán bastante similares a las anteriores, debido a que el diseño de red no sufrirá mayor modificación al tener la posibilidad de conectar más nodos a diferentes hubs.

Tabla 8: Sensibilización del parámetro M, $\alpha=0.5$ y T=300.

M	N° Hubs Abiertos	Cobertura	Costos	Variación % de Costos	Tiempo Medio Ruta	% Cobertura	Variación % de Cobertura	% Flujo Cubierto	CPLEX Time
1	0	0	0	-	-	0%	-	0%	0.04
	2	1331163	786378	-	208	1%	1%	5%	0.68
	7	3274335	3071482	291%	218	5%	4%	12%	1.98
	11	4157089	4980869	62%	213	8%	3%	15%	2.39
	18	5153941	8499034	71%	203	10%	2%	19%	0.48
	30	6030390	18809404	121%	200	18%	8%	22%	0.72
	40	6206671	35811445	90%	196	23%	5%	23%	0.15
2	0	0	0	-	-	0%	-	0%	0.04
	2	1331163	786378	-	208	1%	1%	5%	0.70
	7	3566790	3178521	304%	221	6%	5%	13%	4.24
	11	4614029	5081609	60%	219	9%	3%	17%	4.12
	16	5430473	7842950	54%	214	13%	4%	20%	4.16
	28	6137025	17513394	123%	213	21%	8%	23%	36.55
	40	6206671	35664720	104%	204	23%	2%	23%	0.64
3	0	0	0	-	-	0%	-	0%	0.04
	2	1331163	786378	-	208	1%	1%	5%	0.38
	6	3334143	2793023	255%	228	5%	5%	12%	3.20
	11	4635078	5095052	82%	219	9%	4%	17%	4.08
	16	5469449	7871262	54%	214	13%	4%	20%	3.70
	27	6140415	16847264	114%	216	21%	8%	23%	33.17
	40	6206671	35478555	111%	218	23%	2%	23%	0.49
4	0	0	0	-	-	0%	-	0%	0.04
	2	1331163	786378	-	208	1%	1%	5%	0.37
	6	3334143	2793023	255%	228	5%	5%	12%	3.09
	11	4635078	5095052	82%	219	9%	4%	17%	3.68
	16	5469449	7871262	54%	214	13%	4%	20%	3.34
	27	6144946	16863361	114%	216	21%	8%	23%	19.80
	40	6206671	35515947	111%	224	23%	2%	23%	0.51

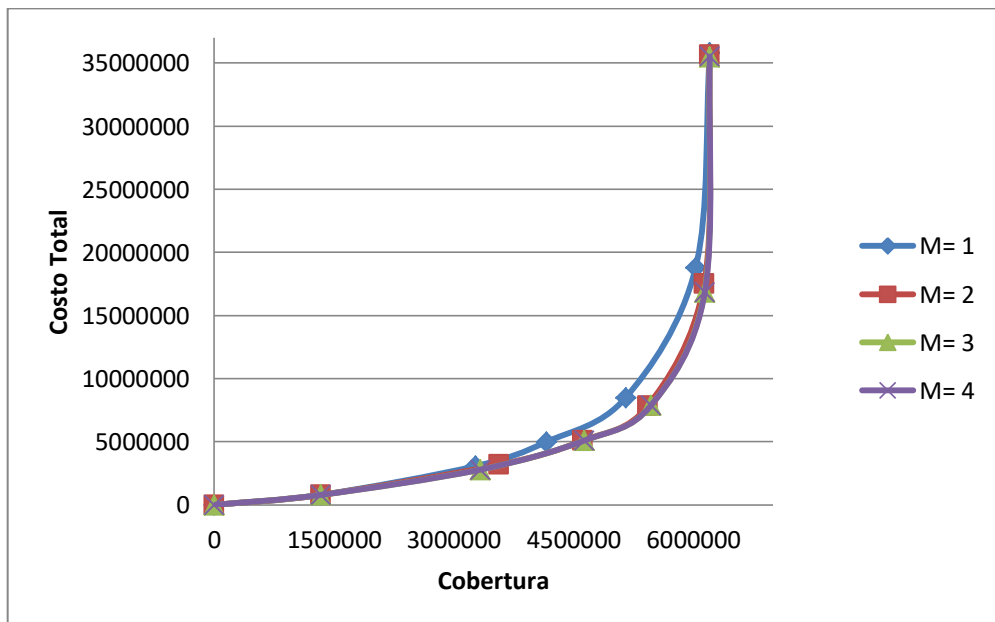


Figura 10: Curvas de Pareto para sensibilización del parámetro M, T= 300 y $\alpha=0.5$

VI. CONCLUSIONES Y DISCUSIONES

El modelo propuesto para un problema multi-objetivo, que maximiza la cobertura de los flujos OD y minimiza los costos totales relacionados, logra entregar un conjunto de soluciones que representan la frontera eficiente, acorde a los datos entregados.

Respecto a la sensibilización de los parámetros escogidos se puede decir que el variar el tiempo límite influye directamente en la cobertura. Sin embargo, el dar un nivel de servicio muy bajo (T alto) el tiempo de resolución del modelo se dispara. Es por esto que este modelo puede ser utilizado para nivel de servicios especiales o premium de “delivery express” que permitan un beneficio correspondiente al nivel de servicio escogido. En relación a variar el parámetro M solo hay un cambio a considerar cuando el modelo pasa desde asignación única a asignación múltiple, donde el cambio se ve reflejado en los costos totales. Por lo tanto confirma que el tiempo límite es el parámetro de mayor influencia en el modelo.

En cuanto a las investigaciones futuras de este modelo sería importante considerar la determinación exógena de la cantidad de hubs a localizar, ya sea con un número fijo o un respecto a un presupuesto determinado. Otra línea de investigación podría ser la incorporación de envíos directos al modelo. También sería interesante darle capacidad al modelo para ver su comportamiento y disminuir el tiempo computacional para instancias de tamaño considerable.

VII. BIBLIOGRAFÍA

- Alizadeh, Y., Tavakkoli-Moghaddam, R., & Ebrahimnejad, S. (2016). A new multi-objective model for a capacitated hub covering problem solving by two multi-objective evolutionary algorithms. *International Journal of Mathematics in Operational Research*, 9(1), 99–124.
<https://doi.org/10.1504/IJMOR.2016.077559>
- Alumur, S., & Kara, B. Y. (2008). Network hub location problems: The state of the art. *European Journal of Operational Research*, 190(1), 1–21.
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.06.008>
- Campbell, J. F. (1992). Location and allocation for distribution systems with transshipments and transportation economies of scale. *Annals of Operations Research*, 40(1), 77–99. <https://doi.org/10.1007/BF02060471>
- Campbell, J. F. (1994). Theory and Methodology Integer programming formulations of discrete hub location problems. *European Journal of Operational Research*, 72, 387–405. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(94\)90318-2](https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)90318-2)
- Campbell, J. F., & O’Kelly, M. E. (2012). Twenty-Five Years of Hub Location Research. *Transportation Science*, 46(2), 153–169.
<https://doi.org/10.1287/trsc.1120.0410>
- Cohon, J. (1978). Introduction. In *Multiobjective programming and planning* (pp. 1–12). Academic Press, Inc.
- Cohon, J. L., Church, R. L., & Sheer, D. P. (1979). Generating multiobjective trade-offs: An algorithm for bicriterion problems. *Water Resources Research*, 15(5), 1001–1010. <https://doi.org/10.1029/WR015i005p01001>
- Contreras, I. (2015). Hub Location Problems. In G. Laporte, S. Nickel, & F.

Saldanha da Gama (Eds.), *Location Science* (pp. 311–344). Springer International Publishing.

da Graça Costa, M., Captivo, M. E., & Clímaco, J. (2008). Capacitated single allocation hub location problem-A bi-criteria approach. *Computers and Operations Research*, 35(11), 3671–3695.
<https://doi.org/10.1016/j.cor.2007.04.005>

Ebrahimi Zade, A., Sadegheih, A., & Lotfi, M. M. (2014). A modified NSGA-II solution for a new multi-objective hub maximal covering problem under uncertain shipments. *Journal of Industrial Engineering International*, 10(4), 185–197. <https://doi.org/10.1007/s40092-014-0076-4>

Ernst, A. T., Jiang, H., Krishnamoorthy, M., & Baatar, D. (2018). Reformulations and Computational Results for the Uncapacitated Single Allocation Hub Covering Problem. *Data and Decision Sciences in Action*, 133–148.
<https://doi.org/10.1007/978-3-319-55914-8>

Ernst, A. T., & Krishnamoorthy, M. (1996). Efficient Algorithm for the Uncapacitated Single Allocation p-Hub Median Problem. *Location Science*, 4(3), 139–154.

Ernst, A. T., & Krishnamoorthy, M. (1998). Exact and heuristic algorithms for the uncapacitated multiple allocation p-hub median problem. *European Journal of Operational Research*, 104(1), 100–112. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(96\)00340-2](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(96)00340-2)

Farahani, R. Z., Hekmatfar, M., Arabani, A. B., & Nikbakhsh, E. (2013). Hub location problems: A review of models, classification, solution techniques, and applications. *Computers and Industrial Engineering*, 64(4), 1096–1109.
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2013.01.012>

- Farahani, R. Z., SteadieSeifi, M., & Asgari, N. (2010). Multiple criteria facility location problems: A survey. *Applied Mathematical Modelling*, *34*(7), 1689–1709. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2009.10.005>
- Ghodratnama, A., Tavakkoli-Moghaddam, R., & Azaron, A. (2015). Robust and fuzzy goal programming optimization approaches for a novel multi-objective hub location-allocation problem: A supply chain overview. *Applied Soft Computing Journal*, *37*, 255–276. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2015.07.038>
- Goldman, A. J. (1969). Optimal location for centers in a network. *Transportation Science*, *3*(4), 352–360.
- Hakimi, S. L. (1964). Optimum Locations of Switching Centers and the Absolute Centers and Medians of a Graph. *Operations Research*, *12*(3), 450–459. <https://doi.org/10.1287/opre.12.3.450>
- Hale, T. S., & Moberg, C. (2003). Location Science Research : A Review. *Annals of Operations Research*, *123*, 21–35.
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2013). Introducción. In *Introducción a la investigación de operaciones* (9th ed., pp. 1–6).
- Hwang, Y. H., & Lee, Y. H. (2012). Uncapacitated single allocation p-hub maximal covering problem. *Computers and Industrial Engineering*, *63*(2), 382–389. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2012.03.014>
- Kara, B. Y. (2010). Bahar Yetis Kara. Retrieved August 7, 2018, from <https://www.ie.bilkent.edu.tr/~bkara/dataset.php>
- Kara, B. Y., & Tansel, B. C. (2003). The single-assignment hub covering problem: Models and linearizations. *Journal of the Operational Research Society*, *54*(1), 59–64. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601473>
- Karimi, H., & Bashiri, M. (2011). Hub covering location problems with different

coverage types. *Scientia Iranica*, 18(6), 1571–1578.

<https://doi.org/10.1016/j.scient.2011.09.018>

Köksalan, M., & Soylu, B. (2010). Bicriteria p-hub location problems and evolutionary algorithms. *INFORMS Journal on Computing*, 22(4), 528–542.

<https://doi.org/10.1287/ijoc.1090.0370>

Laporte, G., Nickel, S., & Saldanha da Gama, F. (2015). Introduction to Location Science. In G. Laporte, S. Nickel, & F. Saldanha da Gama (Eds.), *Location Science* (pp. 1–20). Springer International Publishing.

Mohammadi, M., Tavakkoli-Moghaddam, R., & Rostami, H. (2011). A multi-objective imperialist competitive algorithm for a capacitated hub covering location problem. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 2(3), 671–688.

<https://doi.org/10.5267/j.ijiec.2010.08.003>

O'Kelly, M. E. (1987). A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities. *European Journal of Operational Research*, 32(3), 393–404.

[https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(87\)80007-3](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(87)80007-3)

O'Kelly, M. E. (1986). The Location of Interacting Hub Facilities. *Transportation Science*, 20(2), 92–106.

<https://doi.org/10.1287/trsc.20.2.92>

Pansandideh, S., Niaki, S., & Sheikhi, M. (2016). A bi-objective hub maximal covering location problem considering time-dependent reliability and the second type of coverage. *International Journal of Management Science and Engineering Management*, 9653, 1–8.

<https://doi.org/10.1080/17509653.2015.1056265>

Peker, M., & Kara, B. Y. (2015). The P-Hub maximal covering problem and extensions for gradual decay functions. *Omega (United Kingdom)*, 54, 158–172.

<https://doi.org/10.1016/j.omega.2015.01.009>

- Qu, B., & Weng, K. (2009). Path relinking approach for multiple allocation hub maximal covering problem. *Computers and Mathematics with Applications*, 57(11–12), 1890–1894. <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2008.10.004>
- Silva, M. R., & Cunha, C. B. (2017). A tabu search heuristic for the uncapacitated single allocation p-hub maximal covering problem. *European Journal of Operational Research*, 262(3), 954–965. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.03.066>
- Tan, P., & Kara, B. (2007). A Hub Covering Model for Cargo Delivery Systems. *Wiley Periodicals, Inc.*, 49, 28–39.
- Tavakoli, L., Manavizadeh, N., & Rabbani, M. (2014). Multi-objective multiple allocation hub location problem with multiple capacity levels considering sustainable development paradigm. *International Journal of Applied Decision Sciences*, 7(3), 295–326. <https://doi.org/10.1504/IJADS.2014.063237>
- Wagner, B. (2008). Model formulations for hub covering problems. *Journal of the Operational Research Society*, 59(7), 932–938. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2602424>
- Weng, K., Yang, C., & Ma, Y. (2006). Two artificial intelligence heuristics in solving multiple allocation hub maximal covering problem. *Intelligent Computing*, 737–744. https://doi.org/10.1007/11816157_90