

UNIVERSIDAD NACIONAL
ANDRÉS BELLO

35613000090050



UNIVERSIDAD
ANDRÉS BELLO

370.15
M828
2008
C.1

UNIVERSIDAD ANDRÉS BELLO

Facultad de Humanidades y Educación

**SUGERENCIAS METODOLÓGICAS PARA MEJORAR
EL APRENDIZAJE DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
MATEMÁTICOS EN PRIMER CICLO BÁSICO**

Seminario para optar al Título de Psicopedagogo y al
Grado Académico de Licenciado en Educación

Profesor Guía:

Martina González Palma

Nombre alumnas:

Natalia Morales Infante

Gabriela Opazo Quiroz

Viña del Mar – Chile
Enero de 2008

Agradecemos sinceramente el apoyo incondicional, ayuda y confianza de nuestras respectivas familias durante todo nuestro proceso de aprendizaje y formación profesional.

Agradecemos a nuestra profesora Martina González Palma por guiarnos en nuestra investigación y hacer posible el término de esta etapa académica.

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS	i
ÍNDICE	ii
INTRODUCCIÓN	v
PROBLEMÁTICA DETECTADA	vii
OBJETIVOS	xi
DISEÑO DE INVESTIGACIÓN	xii
CAPÍTULO 1: MARCO TEÓRICO	15
1. SOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL PRIMER CICLO DE ENSEÑANZA GENERAL BÁSICA	16
2. FACTORES INTERACTUANTES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	17
2.1 Requisitos del sujeto para resolver un problema con eficacia	17
2.2 Propiedades de la tarea o problema planteado verbalmente	19
2.2.1 ¿Qué es un problema?	20
2.2.2 Diferencia entre ejercicio y problema	21
2.2.3 ¿Qué implica resolver un problema?	21
2.2.4 Componentes de un problema	22
2.3 La influencia del contexto en el aprendizaje del proceso resolutivo	24
2.3.1 Características del proceso educativo	24
2.3.2 Metodología de enseñanza	26

3.	¿CÓMO SE RESUELVE UN PROBLEMA?	30
3.1	Procesos implicados en la resolución de problemas	30
3.2	Fases del proceso resolutivo	32
3.3	Conocimientos implicados en la solución de problemas	37
4.	DIFICULTADES Y ERRORES FRECUENTES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	38
4.1	Dificultades que afectan el proceso resolutivo	38
4.2	Errores que afectan el proceso resolutivo	39
4.3	Consideraciones para la prevención y/o corrección de dificultades en la enseñanza	41
5.	PROBLEMAS DE ENUNCIADO VERBAL	42
5.1	Características del enunciado que plantea el problema	42
5.2	Tipologías de problemas según categoría semántica	45
5.2.1	Problemas basados en suma y resta	45
5.2.2	Problemas basados en multiplicación y división	46
5.3	Tipología de problemas según estructura del enunciado	47
	CAPÍTULO 2: INSTRUCTIVO PARA EL PROFESOR	49
1.	INTRODUCCIÓN	50
2.	DESCRIPCIÓN GENERAL	51
3.	SUGERENCIAS PARA TRABAJAR LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	52

4. CRITERIOS PARA LA FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	54
5. CARACTERÍSTICAS DEL ENUNCIADO DEL PROBLEMA	58
6. ENSEÑANZA DE LOS TIPOS DE PROBLEMAS MÁS FRECUENTES	57
6.1 Problemas que se resuelven mediante suma y resta	59
6.2 Problemas que se resuelven mediante multiplicación y división	60
7. SUGERENCIAS PARA ANALIZAR PROBLEMAS SEGÚN CARACTERÍSTICAS DEL ENUNCIADO	61
8. OBJETIVOS DE LA ENSEÑANZA EN LAS FASES DEL PROCESO RESOLUTIVO	64
9. METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA	66
CAPÍTULO 3: CONCLUSIONES	100
BIBLIOGRAFÍA	103
OTRAS REFERENCIAS	105
ANEXOS	107

INTRODUCCIÓN

Nuestra propuesta metodológica consiste en un programa de enseñanza de estrategias para la resolución de problemas, complementario al trabajo que realiza el profesor con los alumnos del primer ciclo básico. El propósito de este programa sería el mejoramiento del proceso de aprendizaje en el área instrumental de matemáticas, centrándose en la competencia de resolución de problemas. Para cumplir este objetivo se diseñará un material, el que consiste en un conjunto de sugerencias metodológicas que se han sistematizado de acuerdo a las características que presenta la tarea, el alumno y la metodología empleada por el profesor, incluyendo situaciones problemáticas, las que irán en progresión creciente, en donde serán trabajadas las cuatro operaciones matemáticas básicas y sus respectivas combinaciones con el fin de desarrollar la comprensión verbal y la aplicación eficiente de estrategias resolutivas.

Esta propuesta al estar directamente ligada al currículum de la enseñanza tradicional contempla los objetivos y contenidos de los planes y programas formulados por el Ministerio de Educación. Estos nos proporcionan la información necesaria para comprender la relevancia que tiene el aprendizaje de la resolución de problemas en el currículum y cómo estos aprendizajes se están llevando a cabo en la actualidad.

El siguiente trabajo se basa en los postulados de autores como Polya, Mayer (Luceño, 1999) y Pozo (1994) los que especifican principalmente las fases que se deben seguir al momento de resolver problemas y los conocimientos implicados en el proceso resolutivo.

En relación a las fases descritas en la propuesta se trabajarán principalmente las tres primeras etapas del proceso resolutivo, comprensión, integración y planificación, en donde se observarían las mayores dificultades debido a que generalmente los alumnos presentarían deficiencias en la comprensión de la información verbal y un escaso manejo de estrategias. Esto

se estaría reflejando en las dificultades que podrían explicar el bajo rendimiento obtenido tanto en lenguaje como en matemáticas en las mediciones nacionales e internacionales como SIMCE, PISA y TIMSS cuyos resultados dejan en evidencia el desarrollo insuficiente del razonamiento lógico y verbal indispensable para resolver problemas.

PROBLEMÁTICA DETECTADA

Para resolver problemas matemáticos se requiere de una gran variedad de conocimientos conceptuales y procedimentales, estos últimos incluyen algoritmos que son los pasos a seguir en el desarrollo de una operación y heurísticos o estrategias que permiten tomar decisiones respecto a los conocimientos pertinentes para llevar a cabo una tarea, por lo que resulta indispensable que un estudiante maneje estos recursos, los cuales se deben comenzar a desarrollar desde el inicio de la escolaridad.

Desde NB1 en adelante el programa de educación matemática contextualiza la enseñanza de contenidos declarativos y procedimentales a través de situaciones problemáticas que debieran ser resueltas mediante la aplicación estratégica de estos conocimientos. Es por esto que el aprendizaje matemático integra conceptos básicos, numeración, sistema decimal y operatoria, los que se deben encontrar previamente consolidados para que el alumno logre resolver problemas ya que esta tarea implica que maneje lenguaje cuantitativo, planifique la acción a seguir, traduzca e integre la información y aplique los conocimientos algorítmicos necesarios. Por lo tanto, cuando hablamos de resolver problemas matemáticos, nos referimos de manera directa a que debe existir una comprensión acerca de lo que se va a llevar a cabo, puesto que al mismo tiempo estamos analizando, sintetizando y comparando la información que entrega el enunciado o texto.

Para delimitar la problemática de interés se consideró necesario recopilar los diferentes resultados que entregan las mediciones estandarizadas a nivel nacional e internacional como las pruebas SIMCE, PSU, PISA y TIMSS. Los resultados de estas pruebas muestran una gran falencia en el área de matemáticas, pudiéndose deber a múltiples factores tanto a nivel exógeno (instruccional, programático) como endógeno (motivación, autoestima, autonomía) los que podrían estar interviniendo en el bajo desempeño general.

La revisión de los informes que sintetizan los resultados obtenidos en estas pruebas dejan en evidencia los siguientes antecedentes.

En la aplicación realizada el año 2001 del Programa Internacional de Evaluación de Estudiante (PISA) en 28 países a alumnos entre 14 y 15 años de edad, con el objetivo de medir la capacidad para aplicar y relacionar tanto conocimientos como habilidades de lectura, matemáticas y ciencias, para resolver tareas que son y serán relevantes para su vida futura, específicamente en matemáticas, Chile se ubicó por sobre Brasil y Perú y obtuvo resultados semejantes a México y Argentina, sin embargo, se encuentra muy por debajo de los países desarrollados.

Cabe destacar que la prueba PISA, mide la capacidad para identificar, comprender y practicar las matemáticas, más allá de realizar las operaciones de manera mecánica. Nuestro país obtuvo 384 puntos en tanto Japón obtuvo el primer lugar con 557 puntos.

Otra medición efectuada el 2002, fue el Tercer Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS), cuyo objetivo fue medir las habilidades y conocimientos en matemáticas y ciencias de los estudiantes de 46 países. En Chile se aplicó a 6.377 alumnos, obteniendo un puntaje de 387 puntos, ubicándose en el lugar 41, mientras que el primer lugar lo obtuvo Singapur, país que obtuvo 605 puntos. Cabe señalar que en la aplicación anterior del TIMSS en Chile en el año 1999, Chile obtuvo el mismo puntaje, es decir, el rendimiento escolar se ha mantenido estable pese a las innovaciones realizadas en el currículum a raíz de la reforma actualmente en curso en nuestro país. Por consiguiente, Chile se encuentra por debajo del promedio internacional, con un nivel de desempeño inferior, que evidencia que los estudiantes manejan sólo conocimientos matemáticos básicos, especialmente relacionados con numeración.

Los resultados de las pruebas mencionadas anteriormente proporcionan un diagnóstico con respecto al desarrollo de las competencias generales y específicas que debieran promoverse en la escuela.

Especialistas plantean⁶ “que en nuestro contexto muchos de los maestros sienten y transmiten a su vez esa aversión generalizada frente a las matemáticas, dedicando menos tiempo a la enseñanza de esta materia que a la de lectura, debido a que no se han especializado en la disciplina y tan sólo una proporción menor logra explicar a los niños de forma apropiada” (Miranda et al., 2000). Por esta razón podría ser que al no tener un grado mayor de especialidad en lo que se refiere al área de matemáticas, como lo es un profesor general, se originarían dificultades para enseñar un conocimiento con mayor profundidad que el resto. Diversas opiniones han concordado que los resultados de las pruebas PISA y TIMSS, en relación a los bajos puntajes obtenidos,⁶ “se deben en cierta medida a los profesores debido a que éstos no son especialistas en su disciplina, la mayoría tiene un grado universitario o similar que los habilita a la pedagogía general, pero no presentan estudios de postgrado en la especialidad, manejando sólo contenidos elementales y no específicos, algo que es totalmente contrario a lo que ocurre en países desarrollados que alcanzan altos rendimientos” (MINEDUC).

Asimismo, un factor que influye en los resultados y que interactúa de manera directa con el rendimiento de los alumnos es el género de los estudiantes, debido a que los⁷ “niños y las niñas presentan una diferente actitud hacia las matemáticas, lo que desemboca generalmente en una mejor realización de problemas por parte de los niños. Éstos confían en hacer bien los problemas y ven la tarea como relevante para el futuro, por el contrario, las niñas esperan recibir sugerencias y ayudas en mayor medida, no percibiendo las matemáticas como importante en su futuro” (Gómez, 1991). Otros factores influyentes son los recursos educativos disponibles en el hogar y el tipo de establecimiento (municipal, subvencionado, particular), con respecto a este

último, los resultados corroboran una brecha importante y persistente en la calidad de la enseñanza.

Cabe destacar que las pruebas mencionadas son de aplicación masiva y no discriminan a los sujetos que las rinden, aplicándose a estratos socio-económicos bajos, medios, y altos, por lo que las muestras evaluadas son representativas de la población escolar del país.

Según González (2007), a diferencia de los profesores chilenos, los profesores orientales son especialistas en matemáticas y obtienen excelentes resultados en sus estudiantes. Esto evidencia que los profesores orientales presentan una comprensión profunda de la matemática elemental, preocupándose de que los alumnos aprendan comprensivamente, que entiendan lo que están haciendo y luego mecanicen los procedimientos, es decir, que sean conscientes de lo que están realizando.

Por otra parte, “para los orientales, la clave del éxito no es el talento, es el trabajo, no importa que la materia sea difícil, hay que estudiar y superar los desafíos, por esta razón se centran en el desarrollo de estrategias para ejercitar la capacidad de razonamiento de los alumnos” (González, 2007).

A través de nuestras experiencias prácticas hemos observado con frecuencia que en el aula básica los estudiantes aprenden matemáticas desarrollando guías de ejercicios en forma individual, en tanto el profesor enseña el procedimiento que se debe aplicar mediante ejemplos escritos en la pizarra. En este contexto, el trabajo del alumno consiste en aprender la fórmula como una prescripción que se asimila mediante la ejercitación reiterada.

En base a los antecedentes se concluye que existirían deficiencias en la enseñanza de matemáticas en el aula, por lo que nos parece pertinente aportar herramientas para el enriquecimiento del proceso educativo en el aula.

OBJETIVOS

Objetivo General

- Elaborar una propuesta metodológica para la enseñanza de estrategias de solución de problemas en primer ciclo básico.

Objetivos Específicos

- Fundamentar teóricamente la pertinencia de la propuesta metodológica.
- Focalizar la propuesta en la enseñanza de estrategias resolutivas metacognitivas.
- Describir la secuencia didáctica recomendada para la autorregulación del proceso resolutivo.
- Diseñar un instructivo de aplicación para apoyar la enseñanza en el aula.

DISEÑO DE INVESTIGACIÓN.

La propuesta metodológica descrita en el Capítulo 2 se basa en una extensa investigación bibliográfica que provee el sustento teórico y los criterios técnicos para su elaboración. En consecuencia, la presente investigación es de carácter exploratoria-bibliográfica, la cual se dividió en tres etapas:

Identificación de la Problemática

La delimitación del problema se basó en los deficientes resultados que se han obtenido en el área de matemáticas en las pruebas SIMCE, PISA y TIMMS, aplicados en Chile estos últimos años. Se revisaron los informes del SIMCE de los últimos 3 años, así como también los resultados de las pruebas internacionales PISA y TIMMS, enfocándonos en las conclusiones sobre el desempeño nacional en matemáticas. La información fue extraída desde publicaciones en Internet y artículos de prensa escrita.

Por otra parte, nuestras experiencias prácticas confirmaron que al resolver problemas los alumnos presentan deficiencias en la comprensión de la información verbal y un deficiente manejo de estrategias resolutivas evidenciándose menores dificultades en la ejecución del procedimiento algorítmico, tendiendo a la resolución mecanizada del problema.

Se concluyó que es necesario realizar un apoyo al profesor del primer ciclo básico, debido a que se evidencia una deficiencia a nivel de comprensión de textos, lo cual repercute en la comprensión verbal de enunciados matemáticos, dificultando el proceso resolutivo. Es por esto que se diseñaron sugerencias metodológicas para el profesor, utilizando como apoyo las diferentes estrategias seleccionadas, los textos matemáticos de enseñanza básica que trabajan los alumnos en el aula, las sugerencias de la profesora guía y la bibliografía revisada.

Revisión Bibliográfica

A partir de los antecedentes recopilados se procedió en primera instancia a la revisión de los planes y programas propuestos por el Ministerio de Educación para matemáticas en NB1 y NB2, con el propósito de identificar objetivos fundamentales y los contenidos mínimos que se estaban abordando, la habilidades que se desarrollan y los aprendizajes que se esperan conseguir, lo cual nos entregó una base sobre los conocimientos que los alumnos manejan en este ciclo de la enseñanza básica, proveyéndonos una perspectiva global de los contenidos abarcados por los profesores.

Asimismo, se revisaron los mapas de progreso, ya que éstos nos entregan una secuencia de cómo el aprendizaje avanza en matemáticas. Además, los mapas de progreso son complementarios a los planes y programas que entrega el Ministerio de Educación.

Posteriormente, se revisaron libros, tesis y otros documentos relativos a solución de problemas, a partir de los cuales se realizaron resúmenes, fichas de lectura, donde se seleccionó la información pertinente y se comparó los postulados de diferentes autores, tales como Polya, Mayer, Careaga, Luceño, Defior, Martínez, Miranda y Pozo. Estos autores mencionan en sus publicaciones temas relacionados al proceso resolutivo, coincidiendo en los pasos del proceso resolutivo y cómo se deben desarrollar, así como también los conocimientos implicados y estrategias para la ejecución del problema. Estos autores fueron consultados porque trabajan en extenso el tema de resolución de problemas y complementan la información que nosotras poseemos.

Elaboración de la Propuesta

A partir de la investigación bibliográfica, la confección de fichas y un portafolio, y con toda la información recopilada en torno al problema detectado, se procedió a la sistematización que dio origen a nuestra propuesta. Para esta elaboración se seleccionaron las metodologías, estrategias y técnicas más adecuadas para abordar la resolución de problemas en el aula común, escogiendo las tres primeras fases resolutivas, traducción, integración y planificación. Estas fases se centran en decodificar la información verbal que se entrega en el enunciado y elaborar un plan de acción, dirigiendo la atención al proceso y no sólo al producto, enfatizando la ejecución consciente y reflexiva de la tarea.

Además, se seleccionaron tipos de problemas aplicando criterios referidos a las operaciones implicadas y a las características del enunciado.

Finalmente, la propuesta se encuentra en una fase preliminar por lo que además de acoger las sugerencias de la comisión evaluadora en su mejoramiento, sería recomendable ponerla en práctica para determinar sus fortalezas y debilidades con objetividad.

CAPÍTULO 1

MARCO TEÓRICO

1. SOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL PRIMER CICLO DE ENSEÑANZA GENERAL BÁSICA

Actualmente, los planes y programas del primer ciclo básico tienen como objetivo fundamental que los alumnos y alumnas desarrollen conjuntamente el pensamiento lógico, la capacidad de deducción, y la precisión al formular y resolver problemas. En este contexto, el aprendizaje matemático enriquece la comprensión de la realidad, facilita la selección de estrategias para solucionar problemas y contribuye al desarrollo de un pensamiento propio y autónomo.

Asimismo, a través de la resolución de problemas se estimulan habilidades como la representación mental, comprensión verbal, identificación de claves, anticipación de resultados, y toma de decisiones. Se espera que al finalizar el ciclo estas habilidades se transformen en los aprendizajes esperados, permitiendo que cada alumno evalúe sus propios procedimientos y las posibles vías de solución en función del contexto del problema.

Es importante considerar los conocimientos esenciales que debe manejar el alumno para lograr un adecuado desempeño al enfrentarse a distintos tipos de tareas. En primera instancia, el alumno requiere de conocimiento declarativo, el que se refiere a conceptos matemáticos específicos, tales como: procesos básicos, concepto de número, sistema de número y sistema decimal. Posteriormente para ejecutar un problema matemático, el alumno deberá aplicar conocimiento procedimental que alude a los pasos a seguir al realizar una operación aritmética (algoritmos) y a las estrategias utilizadas por el sujeto para resolver un problema, las que son diferentes en cada alumno ya que equivalen a una representación mental de los propios conocimientos y son aplicadas de acuerdo al contexto.

2. FACTORES INTERACTUANTES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El éxito o fracaso al resolver problemas depende de factores relativos a los recursos del alumno (sujeto), las características del enunciado (tarea), y a las condiciones que determinan la actividad (contexto), los factores van a depender y variar según la complejidad y exigencia de la situación problemática.

A continuación se analizará cada uno de estos factores, para comprender su relevancia al momento de enfrentarse y llevar a cabo un problema aritmético.

2.1 Requisitos del sujeto para resolver un problema con eficiencia.

Los conocimientos y habilidades personales que posee un sujeto son recursos indispensables para la resolución de un problema. Éstos van a permitir al estudiante un razonamiento más abstracto que se ve reflejado en la representación mental que el sujeto hace del enunciado, para lo cual el alumno necesita activar y recuperar el conocimiento conceptual o declarativo, permitiéndole al sujeto distinguir entre las operaciones aritméticas, identificar los conceptos matemáticos y ejecutar los pasos de un algoritmo para obtener un resultado cuantitativo. Asimismo, el alumno tiene que escoger una estrategia adecuada que le permite enfrentarse de manera óptima al problema, logrando así la autonomía en su trabajo, siendo capaz de tomar decisiones dependiendo de las vías de solución disponibles, y obteniendo buenos resultados.

De igual forma, se deben contemplar los principales procesos cognitivos que el sujeto activa para procesar la información expresada en el enunciado, como son la memoria a largo plazo y corto plazo (operativa o de trabajo) ya que “al momento de leer se extraen las relaciones semánticas y sintácticas entre las palabras sucesivas y se debe recordar el sentido de las frases que ya se han leído para llegar a captar el significado global del texto” (Defior, 1996). Esto

permite al alumno, al momento de enfrentarse a un problema, distinguir entre los datos relevantes e irrelevantes, construir mentalmente el enunciado y recordar la información comprendida, reelaborando su propia representación. Otro proceso cognitivo de gran importancia es la percepción viso-espacial, que permite la discriminación de la posición, dirección y ordenamiento de los datos y una adecuada organización temporo-espacial de la información. .

La habilidad lectora es esencial para resolver un problema debido que el resolutor necesita de “un amplio conocimiento léxico, ya que debe poseer un vocabulario extenso y cohesionado, lo que le permite al lector captar las relaciones entre las palabras y entre las proposiciones existentes” (Defior, 1996). Esto facilita al alumno discriminar la información relevante para llegar a una adecuada comprensión del enunciado.

Además, al momento de ejecutar una tarea, influyen el interés, la confianza, la perseverancia y motivación de logro. La motivación es fundamental porque “se cree que un alumno motivado en su estudio debe aprender mejor que otro sin motivación” (Gómez, 1991). Se ha concluido que alumnos motivados y desmotivados enfrentan el problema de manera totalmente distinta. Por un lado, el alumno motivado muestra mayor interés en resolver el problema, logrando una mayor reflexión, lo cual puede incidir favorablemente en resolver el problema con éxito. Por el contrario, un alumno desmotivado abandona la tarea de manera temprana si es que no existe motivación extrínseca.

También, al enfrentar resolver un problema matemático tarea que implica un nivel de incertidumbre se generan ciertos grados de ansiedad y frustración en el sujeto. Es por ello que para el buen desempeño en la resolución de problemas es necesario poseer estabilidad emocional, autoconcepto positivo e interés por aprender, factores que van a influir significativamente en los logros del alumno.

2.2 Propiedades de la tarea o problema planteado verbalmente.

Las características que determinan cualquier tarea en este caso a una situación problemática, son el contenido, la modalidad, la complejidad y el nivel de abstracción, aspectos que definirán las demandas que el sujeto deberá satisfacer para obtener la respuesta adecuada.

El *Contenido* representa la materia o tema que tratará el problema en cuestión. El contenido matemático varía según el nivel del currículum oficial que se debe cumplir, el conocimiento previo que maneje el sujeto y el grado de familiaridad que posee con dicha situación, por ende el contenido matemático debe ser acorde a la edad y nivel escolar del alumno.

La *Modalidad* se refiere al tipo de lenguaje en que se presenta el contenido o información, ya sea concreto, gráfico (figurativo, pictórico, esquemático) o simbólico, (numérico o verbal). La comprensión del enunciado dependerá de la familiaridad del lenguaje y que éste sea acorde al nivel de desarrollo cognitivo del alumno, porque cuando se traduce el lenguaje verbal se construye el significado y se accede a su representación en abstracto elaborando un modelo matemático. Así el alumno realiza la traducción del texto a lenguaje matemático logrando interpretar la información sin cambiar el significado, y representando los datos del problema mediante números y signos.

La *Complejidad* dependerá de la cantidad y calidad de información que se plantee en el enunciado, existiendo problemas con muchos o pocos datos, con y sin datos numéricos, con preguntas explícitas o implícitas. En consecuencia, es imprescindible considerar las características del enunciado y la capacidad de comprensión del alumno al seleccionar el tipo de problema para permitirle una adecuada representación y traducción de los datos.

Finalmente, el *Nivel de Abstracción* dependerá del nivel de representación que implique la tarea, esto puede ser menor o mayor de acuerdo al

conocimiento, la familiaridad y razonamiento lógico que posea el sujeto, y de las operatorias que necesite evocar para resolver el problema.

Se concluye que los elementos anteriormente mencionados intervienen significativamente cuando se realiza un problema; su consideración permitirá al profesor ir adaptando las características de la tarea a los recursos del grupo curso, ya sea activando conocimientos previos, estructurando los contenidos conceptuales, haciendo los contenidos más familiares, segmentando las tareas, enseñando planes y estrategias, y ampliando la modalidad de presentación.

2.2.1 ¿Qué es un problema?

Dependiendo del autor o autores consultados existen diversas definiciones acerca de lo que es un problema, revisaremos algunas de ellas a continuación.

Luceño (1999) se refiere a problema "como toda situación en la que haya un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo".

Jesús García Vidal (2003) indica que un problema puede considerarse, en general, como una situación en la que a partir de un cierto estado de cosas inicial se trata de alcanzar una meta identificando y aplicando el único procedimiento adecuado o seleccionando uno entre varios posibles.

Pozo (1994) señala que un problema se identifica como una situación que un individuo o grupo quiere o necesita resolver y para lo cual no dispone de un camino rápido o directo que lo lleve a la solución.

Para Newell y Simon (citado en Poggioli, 2007) "un problema es una situación en la cual un individuo desea hacer algo pero desconoce el curso de la acción necesaria para lograr lo que quiere, o una situación en la cual un individuo actúa con el propósito de alcanzar una meta utilizando para ello alguna estrategia".

Al comparar las diferentes concepciones, se concluye que un problema se plantea en un enunciado verbal, que se define como un bloque o conjunto de proposiciones que describen una situación problemática. Asimismo, es una situación inicial que presenta diversas características, tales como datos y preguntas, que sufre cambios explícitos o implícitos que se necesita identificar para resolverlos; como tarea exige buscar una respuesta en relación a la incógnita planteada, utilizar mecanismos que llevan a la solución del problema, y que implica el uso de conocimientos declarativos, procedimentales, estrategias de planificación y toma de decisiones consciente.

Con frecuencia se advierte que los alumnos tienden a responder de forma mecanizada y poco reflexiva frente a los problemas, tendencia que podría deberse a una enseñanza basada en la ejercitación en desmedro de la aplicación consciente del conocimiento matemático.

2.2.2 Diferencia entre ejercicio y problema

Un ejercicio consiste en la aplicación de destrezas automatizadas y técnicas aprendidas que resultan como consecuencia de la práctica continua o uso habitual de ésta, utilizándose mecanismos que llevan de forma inmediata a la solución. El ejercicio no necesita de una planificación previa y el sujeto debe recuperar la información para resolverlo rápidamente, activando y aplicando conocimiento procedimental preferentemente.

Por el contrario, un problema requiere de reflexión o toma de decisiones conscientes sobre la secuencia de los pasos a seguir, lo cual implica el uso de conocimiento declarativo, procedimental, estratégico y proceso de planificación, donde la respuesta es inmediata ya que depende la solución.

2.2.3 ¿Qué implica resolver un problema?

©Dijkstra (citado en Poggioli, 2007) indica que para resolver un problema se requiere construir un modelo inicial de las cosas, luego integrar dicho estado en una síntesis coherente (esquemas), establecer un plan, ejecutarlo, monitorear

la ejecución y llegar finalmente al objetivo o respuesta. A estos pasos subyacen numerosos procesos como manejo sintáctico, semántico, elaboración de esquemas, y estimación.

Resolver un problema consiste en la “actividad de llegar a un resultado, es decir, es la búsqueda de las vías para provocar la transformación deseada y no sólo la solución del problema en sí mismo. Esa actividad de búsqueda es lo que realmente provoca y estimula el desarrollo de los alumnos” (Poggioli, 2007).

Al considerar las definiciones anteriormente planteadas se concluye que resolución de problemas es un conjunto de actividades mentales y conductuales, que implica procesos cognoscitivos, afectivos y motivacionales, así como también competencias (numeración, sistema decimal, operatoria) en donde el sujeto debe representar la problemática identificando datos relevantes e irrelevantes, operatoria e incógnita, lo cual se debe ejecutar integrando toda la información resolviendo el problema de manera concreta, gráfica o simbólica, lo que varía de acuerdo al grado de complejidad que presenta la tarea.

2.2.4 Componentes de un problema

Según Mocees y Mayer (Luceño, 1999), un problema presenta los siguientes componentes:

- *Los Datos:* Constituidos por una determinada información que está presente en el problema y que puede ser conocida y accesible de utilizar.
- *Los Objetivos:* Constituyen el estado final o deseado del problema. El pensamiento se encargará de transformar el problema desde el estado inicial hasta el estado final, determinando lo que queremos encontrar.

- *Los Obstáculos:* Son las dificultades propias de las diferentes operaciones que deben realizar para llegar a la respuesta correcta o solución, existiendo factores que nos delimitan el campo de acción.

Si analizamos el siguiente enunciado se identifican claramente qué componentes forman el problema, permitiendo reconocer la estructura que presenta un enunciado.

Enunciado:

Mi padre me da \$700, mi tía me da \$500 y la entrada al cine cuesta \$800 ¿Cuánto dinero me sobra?

Datos:

- Recibo \$700
- Recibo \$500
- Cine \$800
- Pregunta ¿Cuánto dinero me sobra?

Objetivos:

- Identificar la operatoria.
- ¿Cuánto sobró después de comprar la entrada?
- ¿Cómo puedo calcularlo?
- ¿Cuántas operaciones debo realizar?
- ¿Qué debo calcular?

Obstáculos.

- No comprender el enunciado.
- No identificar la información implícita.
- Utilizar todos los datos numéricos en la misma operación.
- No identificar las operaciones a realizar.
- Carecer de conocimiento procedimental.

2.3 La influencia del contexto en el aprendizaje del proceso resolutivo

El factor contextual, se refiere a todas las condiciones o recursos materiales y humanos que rodean al niño y que pueden estimular o perturbar su aprendizaje y desempeño escolar. Entre los factores más influyentes están los problemas socio-ambientales, específicamente nos referimos a las condiciones físicas del ambiente donde se desarrolla el estudio y al tipo de apoyo que la familia brinde al alumno, ambos son relevantes para un buen rendimiento académico. Muchos estudiantes que fallan en matemáticas carecen de ambientes propicios para el aprendizaje, ya que no cuentan con un espacio destinado al estudio, que les permita concentrarse, no disponen del material de apoyo necesario e incluso deben prescindir de ayuda de sus padres, que en algunos casos no han logrado terminar sus estudios y por ende carecen de los conocimientos para cumplir dicha función.

2.3.1 Características del proceso educativo

Otro factor influyente es la enseñanza de las matemáticas cuyo análisis contempla tres elementos fundamentales como lo son el contenido, la metodología y el profesor.

Los contenidos se estructuran en torno a objetivos generales y específicos que hay que lograr según los niveles escolares. Este elemento se entiende como la programación o planificación en cuanto a la secuencia y articulación de los contenidos, los que debieran desarrollarse de acuerdo a la lógica o razonamiento del alumnado y a sus conocimientos previos y experiencia. Se concluye para resolver problemas el alumno debe contar con una base de conocimientos adquiridos formalmente relativos a numeración y operatoria que debieran ser enseñados previamente.

En lo que se refiere a metodología, cuando esta es verbalista y poco activa, genera que los alumnos encuentren las matemáticas poco atractivas y carentes de sentido. Desde este punto de vista, la importancia de la asignatura

se desdibuja cuando no se estimula el desarrollo cognitivo ni está integrada en la vida personal-social del alumno. Por ejemplo, la enseñanza tradicional se basa en metodologías expositivas y poco interactivas centradas en el contenido presentado por el profesor y ejercitado por los alumnos, condiciones que inciden en la forma de responder a las tareas.

Por otra parte, está el profesor, quien debe desarrollar los objetivos y contenidos del programa de la asignatura, y de la misma manera debe motivar y ser capaz de adaptar los procesos matemáticos a cada uno de sus alumnos. Por esta razón es importante considerar el enfoque empleado en la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos matemáticos, en este caso cómo se aborde la resolución de problemas, la que puede llevarse a cabo en forma indirecta a través de la enseñanza para la resolución de problemas, en forma directa mediante la enseñanza sobre la resolución de problemas, y la contextualizada como la enseñanza a través de la resolución de problemas (Luceño, 1999). La enseñanza para la resolución de problemas se desarrolla a través del ejercicio y la práctica o aplicación del conocimiento previamente adquirido por el sujeto, donde se enseñan conceptos y procedimientos, para luego ser aplicados a diversos problemas ya sea de situaciones reales o de otras áreas del conocimiento. La enseñanza sobre la resolución de problemas permite al profesor entregar diversas técnicas resolutivas al alumno para su uso estratégico, las cuales facilitan su razonamiento al momento de ejecutar y elegir el procedimiento más adecuado y significativo, relacionando así conocimiento con técnica, y llevando a cabo una buena comprensión y resolución. Finalmente, en la enseñanza a través de la resolución del problema, éste se utiliza como medio para la enseñanza de contenidos, donde a través de situaciones problemáticas se van desarrollando conceptos y procedimientos del programa.

2.3.2 Metodologías de enseñanza

Como se señaló anteriormente, la metodología que emplea el profesor en la enseñanza de contenidos matemáticos en el aula es fundamental porque puede favorecer o desfavorecer el aprendizaje de los alumnos.

Al respecto, resulta importante identificar las metodologías de enseñanza que los docentes emplean, porque muchas veces éstas pueden ser inapropiadas para abordar los objetivos y contenidos que los alumnos debieran lograr. Por ejemplo, cuando los profesores entregan información conceptual de manera expositiva el alumno recepcionará de manera pasiva los contenidos sin realizar un razonamiento previo, convirtiéndose en un mero receptor, en la medida que dichos conceptos sean relevantes intentará asimilarlos de modo memorístico para poder recuperarlos más adelante. Cabe señalar que no es recomendable asimilar contenidos procedimentales de esta forma.

A continuación se revisarán dos metodologías en las que se basa nuestra propuesta, se trata de la enseñanza directa y modelado metacognitivo.

a. *Modelo de enseñanza directa*

Según Eggen y Kauchak (2000), el modelo de enseñanza directa es una metodología de enseñanza centrada en el docente. Utiliza la explicación y la modelización, y enseña conceptos y habilidades combinando la práctica y la retroalimentación. En esta metodología, el docente asume la responsabilidad de identificar las metas de la clase y luego desempeña un rol activo en explicar los contenidos a los alumnos. De tal manera que el profesor ofrece numerosas oportunidades para practicar el contenido (declarativo, procedimental) que se está enseñando, proveyendo a su vez retroalimentación. En este caso el proceso de enseñanza tiene lugar en el marco de una actividad de aprendizaje altamente estructurada. A medida que los alumnos avanzan en su comprensión del contenido, asumen mayor responsabilidad en la ejecución de la tarea y la toma de decisiones.

La instrucción directa se desarrolla en las siguientes cuatro etapas:

- Introducción: El pedagogo provee una visión general del contenido nuevo, explora las conexiones con los conocimientos previos del alumno y los ayuda a comprender el valor del nuevo contenido, permitiendo que los alumnos observen como se relaciona aquel contenido con lo aprendido anteriormente. También permite al docente motivar a los alumnos y explicarle como el nuevo contenido los beneficiará en su aprendizaje. el profesor cumple el rol de atraer al alumno y focalizar su atención a la tarea que debe aprender.
- Presentación: Un nuevo contenido debe ser explicado y modelado por el docente en forma interactiva, en donde usa demostraciones y modelos para ayudar a que el tema se vuelva significativo para los alumnos. Una de las dificultades que el profesor puede presentar es que no sea capaz de ponerse en el lugar de los estudiantes y conceptualizar el nuevo contenido de una manera tal que tenga sentido para ellos, debido a que los conceptos y habilidades que han sido enseñándolos se vuelven automáticos y poco conscientes. Es por esto, que es necesario ejemplificar en resolución de problemas cada fase para lograr una adecuada comprensión en los estudiantes.
- Práctica guiada: Se proporciona a los alumnos oportunidades para aplicar el nuevo contenido. Los estudiantes practican el nuevo contenido mientras el docente monitorea cuidadosamente su progreso y retroalimentar el proceso que sus alumnos realizan. Ambos intercambian su rol ya que de proveedor pasa a ser un modelo de apoyo (profesor) mientras que los alumnos cambia de receptores a examinadores de su propia comprensión con los ejemplos y problemas provistos por el

docente. Se pretende que en esta etapa el docente entregue pista y consignas de apoyo que permita elevar el nivel de reflexión y la aplicación de lo aprendido por parte del alumno, siendo importante la interacción que se da entre ambos ya que permite que el docente acceda al pensamiento de los alumnos y comprenda los errores que ellos puedan cometer.

- Práctica independiente: Los alumnos practican la nueva habilidad o aplican el concepto por si mismo y desarrollan tanto la automatización como la transferencia. El estudiante desarrolla de manera autónoma su trabajo. El rol que cumple el maestro es de monitorear el progreso de aprendizaje y si es necesario presta su ayuda a las necesidades del grupo ya que si este es pequeño se realizará de manera independiente, en caso contrario si es toda la clase se volverá a enseñar los temas que los alumnos no comprendan.

b. Modelado metacognitivo

Según Luceño (1999) se refiere a una estrategia de enseñanza que consiste en modelar procesos cognitivos activados conscientemente para el logro de objetivos particulares, las que el alumno debe observar para luego ejecutarlas de manera consciente, verbalizando cada paso.

El modelado metacognitivo se lleva a cabo de acuerdo al siguiente esquema:

- El aprendiz: Observa (e imita) el modelo que el docente describe en la medida que actúa.
- El docente: Va expresando verbalmente las diferentes acciones cognitivas que despliega en la tarea o en la resolución de problemas.
- El aprendiz: Deberá aplicar posteriormente este modo de proceder al enfrentarse a una tarea similar.

Cuando nos referimos a modelado estamos señalando que es representar concretamente aquellas conductas que constituyen la meta del aprendizaje, en resolución de problemas el profesor es el encargado de ejemplificar mediante la verbalización consciente cómo se debe desarrollar un problema.

En la propuesta se modelarán las “herramientas” básicas para comprender el enunciado, integrar información y planificar el proceso resolutivo a través de preguntas intencionadas que darán cabida al análisis, la reflexión y al dialogo entre el profesor y alumnos.

3. ¿CÓMO SE RESUELVE UN PROBLEMA?

Polya y Mayer (Luceño, 1999) describieron fases y conocimientos para facilitar la comprensión del proceso de la resolución de problemas. Algunas de estas fases son abordadas en nuestra propuesta al igual que los tipos de problemas según la operatoria y tipos de enunciados. Con el propósito que el sujeto logre comprender el problema y llegar a la posible solución, debe realizar una representación mental del problema utilizando conceptos previamente aprendidos, procedimientos y estrategias. Esto le permitirá al alumno comprender el problema y familiarizarse con este, identificar, analizar e interpretar los datos.

A continuación se describen las fases del proceso resolutivo y los propósitos a cumplirse en su desarrollo.

3.1 Procesos implicados en la resolución de problemas

Mayer (Pozo, 1994) señala que los pasos para resolver un problema se pueden resumir en dos grandes procesos, traducción y solución, que se ponen en marcha en el proceso resolutivo general. Es por esto que para Mayer, el proceso de solución de problemas exige previamente que una persona comprenda y traduzca el enunciado en una serie de expresiones y símbolos matemáticos. Estos dos procesos se relacionan con los objetivos formulados en el programa que enfatizan la utilización de distintos lenguajes, algoritmos y destrezas.

Aunque los distintos pasos del proceso de solución de problemas se pongan en marcha de forma automática, su eficacia dependerá de los conocimientos que tengan almacenados los alumnos y de la forma en que los activen.

Volviendo a los sub-procesos, específicamente el de traducción, que consiste en convertir la información verbal expresada en el enunciado a términos matemáticos, es preciso que el sujeto asimile el problema mediante los conocimientos previos que ya posee, es decir, debe relacionar el problema actual con los conceptos e ideas que tiene organizados en su memoria. Esta integración permite que se transforme la información inicial en una representación que sintetice los datos y relaciones para luego ejecutar las acciones pertinentes.

La comprensión del problema requiere de conocimientos lingüísticos, en donde términos y expresiones del enunciado (texto que describe el problema) son traducidos de un lenguaje verbal a uno matemático. Aquí, el procesamiento semántico que conduce al significado del enunciado, puede generar ciertas ambigüedades y diferentes formas de comprender un mismo problema en función de las relaciones que se establezcan entre los datos identificados y la interpretación global de la situación problemática. La falta de conocimiento lingüístico es la que provoca mayores dificultades puesto que se requiere de un vocabulario específico para decodificar e interpretar el enunciado. Por esta razón la presencia de ambigüedades o imprecisiones en el planteamiento, como lo son la información explícita (datos numéricos) e implícita (relaciones) utilizadas en el enunciado, ocasiona numerosas dificultades ya que se utilizan algoritmos y estrategias diferentes, lo cual genera que se obtenga un resultado erróneo en función de la interpretación lograda por el alumno. Es decir, la comprensión del enunciado determina los procedimientos para solucionar el problema. Es por esto, que el conocimiento lingüístico se construye en la medida que se trabajen distintos tipos de enunciados y se analice su estructura. En esta etapa del proceso, gran cantidad de alumnos suelen descifrar los problemas de manera literal o frase por frase, además de traducir de forma inmediata a símbolos matemáticos sin integrar la información ni realizar una planificación previa.

Otro requisito fundamental para la traducción es el conocimiento esquemático, que implica identificar el tipo de problema que se plantea, es decir, reconocer la transformación descrita en el enunciado. Los enunciados que se proponen inicialmente deben tener una estructura clara para los alumnos, permitiéndoles construir los esquemas que serán activados cada vez que deban solucionar problemas similares a futuro. Por consiguiente, el conocimiento esquemático permite inferir qué tipo de información es relevante e irrelevante, y en base a esto buscar la solución.

El segundo sub-proceso se denomina de solución, durante esta fase se ejecutan las acciones que guiarán al resultado. Éste, exige conocimiento heurístico o estratégico para establecer las metas y los medios necesarios para alcanzarlas, así como un conocimiento operativo o algorítmico que permita llevar a cabo estrategias y planes de acción.

Las estrategias resolutivas constituyen un plan para encontrar la solución, mientras que el conocimiento operativo corresponde a ejecutar el plan diseñado estratégicamente. En consecuencia, las estrategias de solución de problema serían formas conscientes de ordenar, planificar, organizar y determinar los recursos disponibles al enfrentar un determinado problema y buscar su solución.

3.2 Fases del proceso resolutivo

Polya sugiere cuatro fases en la resolución de problemas (Luceño, 1999): (1) comprender el problema, (2) concebir el plan, (3) ejecutar el plan, y (4) examinar la solución del problema, los cuales explicaran a continuación.

Fase 1: Comprender el problema

En esta fase se debe comprender el problema analizándolo detalladamente con el propósito de identificar la incógnita o pregunta a través de las siguientes interrogantes:

- ¿Cuál o cuáles son las incógnitas?
- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Distingues cuáles son los datos?
- ¿Sabes a qué quieres llegar?
- ¿Hay suficiente información?
- ¿Hay información extraña?
- ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?
- ¿Cuál o cuáles son los datos?
- ¿Cuál o cuáles son las condicionantes?
- ¿Existen datos irrelevantes?

Estas interrogantes sirven al alumno para que guíe su proceso resolutivo y vaya verificando cada paso que realiza, corroborando si es correcto. También permite activar conocimientos previos e identificar de manera global las ideas.

Fase 2: Concebir el plan

El objetivo de esta fase, considerada como la primera parte del proceso heurístico, es que se establezca un plan de respuesta al problema convirtiendo al niño en un investigador, debiendo desarrollar su originalidad y creatividad, utilizando toda su intuición, imaginación junto con poner a prueba su sagacidad y habilidad en encontrar la idea que ilumine el camino para resolver el problema. Las preguntas que se plantean estarán dirigidas a que se encuentren analogías, se pueda generalizar, descomponer, recomponer e introducir elementos auxiliares, y se formulan interrogantes tales como:

- ¿Conoces algún problema relacionado con éste?
- ¿Has solucionado un problema similar o parecido?
- ¿Puedes recordar un problema parecido?
- ¿Puedes resolver una parte del problema?

La finalidad de estas preguntas es que el alumno sea capaz de transferir la información y controlar su proceso resolutor.

Fase 3: Ejecutar el plan

Una vez descubierto el plan o camino que se debe recorrer, es necesario llevarlo a cabo efectuando las operaciones que permitirán encontrar la solución. Se le debe recomendar al niño que siga un plan, controlando cada uno de los pasos.

Se debe implementar la o las estrategias escogidas para solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción sugiera tomar un nuevo curso.

Concederse un tiempo razonable para resolver el problema. Si no se tiene éxito solicitar una sugerencia o hacer una breve pausa antes de continuar con el problema. En caso de no tener éxito, no se debe tener miedo de volver a empezar. Suele suceder que un comienzo distinto o una nueva estrategia conduzcan al éxito.

Fase 4: Examinar la solución obtenida

El alumno deberá efectuar una revisión crítica del trabajo realizado, debe convencerse de que la solución es correcta, efectuando una labor autocrítica, tratando de generalizar a través de la situación y encontrando otras aplicaciones.

Para la verificación las interrogantes pueden ser:

- ¿Puedes comprobar tu resultado?
- ¿Está bien el resultado obtenido?
- ¿Podrías haber seguido otro camino para encontrar la solución?

- ¿Puedes utilizar otra estrategia para resolver el problema en otra situación?
- ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?

Estas preguntas sirven para comprobar si los pasos, las estrategias y razonamientos utilizados fueron los correctos.

Por otra parte, Mayer (Luceño, 1999) sintetiza los procesos a seguir en la resolución de problema, de la siguiente forma:

Representación del problema: Supone la conversión de un problema verbal en una representación mental interna. Comprende estos dos pasos:

- Traducción: Implica la capacidad de traducir cada proposición del problema en una representación mental, expresada en una fórmula matemática.
- Integración de los datos: Supone un conocimiento específico de los diversos tipos de problemas, a partir de un esquema adecuado a dicho problema.

Solución del problema: Se trata de diseñar un plan de solución, el que implica los siguientes pasos.

- Planificación: Búsqueda de estrategias para la resolución de problemas.
- Ejecución: Supone realizar las operaciones/acciones diseñadas.

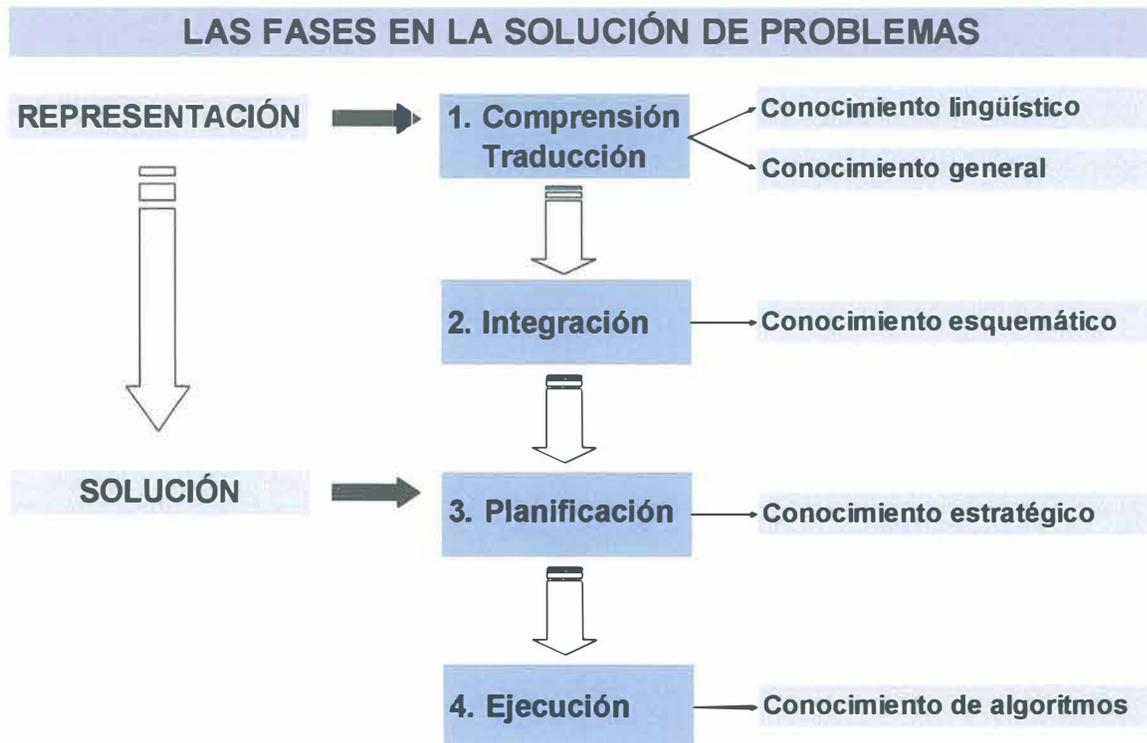


Figura 1: Esquema mostrando las fases de la solución de problemas (González y Vásquez, 2007).

Como se observa, Polya y Mayer proponen fases y pasos coincidentes en la resolución de problema. Para que cada fase se desarrolle con éxito es necesaria la utilización de diversos conocimientos, los que el sujeto debe haber adquirido con anterioridad para enfrentarse a un enunciado con suficientes recursos.

3.3 Conocimientos implicados en la solución de problemas

Existen cuatro conocimientos implicados en la solución de problemas, los cuales se describen a continuación:

El conocimiento lingüístico: Implica la comprensión de los enunciados verbales, conocimiento de palabras, frases, oraciones simples y complejas. El resolutor debe conocer y manejar este tipo de conocimiento para poder enfrentarse al problema cuando deba interpretar el significado del enunciado que se le presente

El conocimiento esquemático: Constituye la representación mental de la estructura semántica que subyace al problema, se basa en el conocimiento de los tipos de problemas. El resolutor debe ser capaz de construir su propio significado de acuerdo al problema que esté desarrollando, y comprender lo que debe hacer para poder resolverlo.

El conocimiento estratégico: Activación consciente de los procedimientos, organizados hacia un objetivo. Se refiere a la elaboración y seguimiento de los planes de solución. El sujeto debe recuperar los procedimientos estratégicos que se requieren para la ejecución de problema por lo que es muy importante manejar estrategias que le faciliten la tarea.

El conocimiento algorítmico: Procedimiento exacto necesario para resolver problemas. El sujeto no sólo debe manejar conocimiento declarativo referido al significado de las operaciones que se deben realizar, sino que también debe saber ejecutar los pasos implicados en cada operación aritmética.

4. DIFICULTADES Y ERRORES FRECUENTES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Se ha investigado sobre los errores más frecuentes que cometen los alumnos al enfrentarse a un problema matemático, llegando a la conclusión de que estos se deberían a que los sujetos no aplicarían estrategias efectivas y a la falta de conocimientos declarativos y procedimentales necesarios.

En relación a las etapas de resolución de problemas propuestas por Polya, se han identificado las dificultades, que sumadas a los factores emocionales como la escasa motivación tanto intrínseca como extrínseca, la ansiedad, la inseguridad, el autoconcepto académico negativo y la baja autoestima propician a que el estudiante cometa múltiples errores durante la ejecución.

4.1 Dificultades que afectan el proceso resolutivo

En la comprensión del enunciado :

- Escaso conocimiento lingüístico, lo que influye en la traducción del texto debido a que se le dan significados incorrectos a una palabra, lo que a su vez conlleva a la representación parcial y la ejecución deficiente del proceso.
- Deficiente comprensión lectora, que se evidencia como problemas para identificar datos y dificultades para discriminar entre información relevante e irrelevante. Esto se debe generalmente a que los alumnos no analizan el texto, ni reflexionan sobre lo que se les está preguntando.

- Inexactitud de la lectura debido a que el estudiante lee sin concentrarse lo suficiente en el significado, sin preocuparse si lo entiende o no, lo que conduce a una representación tan global que al momento de resolver el problema no recuerde los detalles más importantes, esto causa que no sea capaz de integrar la información proporcionada en el enunciado con sus esquemas previos.
- Dificultad en comprender el problema debido a que el alumno pasa por alto una o más palabras.
- Dificultad para traducir a un lenguaje matemático y simbólico.

4.2 Errores que afectan el proceso resolutivo

Por otro lado, los errores frecuentes que ocurren en cada fase son útiles para anticipar dificultades cuando el resolutor se enfrenta al enunciado y a partir de ello se pueden definir criterios para la selección de problemas:

- Al concebir el plan:
 - Tendencia a adivinar, los alumnos que no están bien preparados para solucionar problemas tienden a concluir y o adivinar respuestas sin ejecutar los pasos necesarios para asegurarse de que la respuesta es exacta.
 - El estudiante no divide un problema complejo en partes. No identifica las partes del problema, sino que lo ve como un todo.
 - El alumno razona una parte del problema, después se cansa y se salta a una conclusión.
 - No aplica estrategias de planificación.

- En la ejecución del plan:
 - Falta de automatización de las operaciones.
 - Errores procedimentales debido a que escoge una operación incorrecta, aplica algoritmos incompletos.
 - El estudiante no ejecuta con suficiente cuidado las operaciones.

- En la comprobación:
 - Ausencia de mecanismos autorregulatorios.
 - No reconocen sus errores.
 - No identifican dónde se encuentra el error.
 - Toman decisiones intuitivas en la mitad del proceso sin comprobar si la decisión es la correcta.

- Factores emocionales que afectan el proceso resolutivo:
 - Los grados de ansiedad que experimentan los alumnos al enfrentarse a un problema provocan que dediquen menos tiempo al razonamiento o que pasen directo a la fase final.
 - Las creencias que existen acerca de la resolución de problema, por ejemplo, que lo que interesa es el producto por lo cual la resolución del problema debe enfocarse en eso.
 - Falta de perseverancia, baja tolerancia a la frustración.
 - Desinterés
 - Actitud negativa al enfrentarse a los aprendizajes matemáticos.

4.3 Consideraciones para la prevención y/o corrección de dificultades en la enseñanza

El profesor debe procurar:

- Que el aprendizaje de la numeración y de las operaciones se de en contextos significativos, referenciados y comprensibles para el alumno.
- Que se enseñe distintos tipos de problemas, es decir, que se ofrezca una variada gama de problemas, lo cual significa que abarquen todas las situaciones que modelizan éstos y se presenten en el momento que los alumnos sean capaces de contextualizarlos.
- Que se evalúen o formen parte de estructuras más complejas aquellos tipos de problemas en los que se hayan entrenado previamente al alumno.
- Que se entrene al alumno en situaciones concretas en las que no tenga ninguna experiencia ni posibilidad de tenerla, sobretodo en alumnos más grandes ya que éstos se van a ubicar en un nivel de pensamiento más abstracto, pudiendo responder a mayores grados de complejidad y exigencia.

5. PROBLEMAS DE ENUNCIADO VERBAL

5.1 Características del enunciado que plantea el problema

Según Martínez (2002), el profesor debe considerar las siguientes características al diseñar un problema, ya que éstas son fundamentales para que los alumnos logren una buena comprensión verbal del enunciado y una adecuada ejecución del problema.

- El texto: El problema tiene que ser planteado verbalmente y por escrito, las palabras que se utilizan se deben conocer y comprender por los alumnos. Por consiguiente, es fundamental que los tipos de frases que componen el enunciado y las relaciones que se establecen entre ellas sean claras y presentadas con una adecuada organización.
- Tamaño del problema y su complejidad sintáctica y gramatical: El texto que se utiliza debe ser corto, bien expresado, ocupando un lenguaje usual y familiar; comprensible y factible de reformular. Sus componentes, orden y relación, deben ser explícitos.
- Orden de aparición de la pregunta en el texto: Se recomienda que la pregunta vaya al final del texto ya que así la información previa genera expectativas sobre la incógnita a resolver (hipótesis, inferencias).
- Secuencia de presentación de los datos: Según el tipo de problema, los datos debieran presentarse en el orden que se debe seguir para su resolución.

- El tamaño de los números empleados: Debe respetar la experiencia numérica del alumno, graduar el tamaño de los números, y aumentar las cantidades de acuerdo a los órdenes de unidades (unidad, decena, centena, unidad de mil, etc.). Asimismo, los números pequeños facilitan el descubrimiento de la operación que resuelve el problema (esquema o modelo matemático).

Además, Martínez (2002) indica que la información del problema puede aparecer en cuatro contextos: (1) Manipulativo, donde la información se recrea, representa y resuelve concretamente, (2) Pictórico, donde la información se representa figurativamente o gráficamente, (3) Simbólico, donde la información se representa de modo indirecto mediante símbolos, y (4) Verbal, donde la información se expresa mediante el lenguaje (oral/escrito).

El profesor debe considerar los cuatro contextos nombrados anteriormente ya que éstos suponen un continuo de simbolización y abstracción por el que el niño debe ir progresivamente avanzando. Por consiguiente, en la selección de problemas, el maestro se debe guiar por el nivel de razonamiento que presentan los alumnos que puede ir desde lo más concreto a lo más abstracto, contemplando las cuatro modalidades de presentación en el trabajo de aula.

- El contenido semántico:

Se refiere al sentido y a la relación de significado entre las oraciones del texto y las proposiciones expresadas en el problema, las que pueden ser expresadas en una u otra frase, y se encargan de integrar la información nueva con la que ya posee el sujeto, lo cual facilita la comprensión de palabras, frases y del texto.

El contenido semántico puede ser establecido por:

- Sujetos de la frase: Tres chicos y dos chicas fueron al cine. ¿Cuántos niños fueron al cine?
- Adjetivos calificativos o determinativos: Estos niños necesitan 4 entradas y aquéllos necesitan 3. ¿Cuántas entradas se necesitan en total?
- Relación espacial entre objetos: Hay 4 naranjas en la frutera y 7 en el refrigerador. ¿Cuántas naranjas hay en total?
- Relación temporal expresada en el texto: El año pasado llegaron 40 estudiantes extranjeros a la ciudad, mientras que este año han llegado 78 estudiantes extranjeros. ¿Cuántos estudiantes más han llegado este año?
- Verbos que aparecen en el texto: Carlos tenía \$1.500 y perdió \$750. ¿Cuánto dinero le queda?
- Términos relacionales que afectan a partes del texto: Mi papá tiene 38 años y mi mamá tiene 9 años menos que él. ¿Cuántos años tiene mi mamá?

- Sentido global del problema (categoría semántica):

La situación descrita en el texto corresponde a un problema de añadir, de quitar, de repartir, de componer, estas palabras entregan claves al alumno. La tipología de problemas se revisará detalladamente en la sección 5.2.

5.2 Tipología de problemas según categoría semántica

5.2.1 Problemas basados en suma y resta

Martínez (2002) propone las siguientes categorías para las operaciones de suma y resta:

a. Cambio

Engloba los problemas en que una cantidad dada sufre una transformación que la convierte en otra distinta, en donde sólo se da una cantidad, que aumenta o disminuye.

En los problemas de cambio se puede preguntar por la cantidad resultante de la transformación o cambio, por el cambio en cuestión, por último, por la cantidad inicial. Cada una de estas posibilidades se puede enfocar desde dos puntos de vista: la cantidad crece o decrece.

b. Comparación

Reúne los problemas en los que se comparan dos cantidades. Los datos del problema son precisamente esas cantidades y la diferencia que existe entre ellas. De las dos cantidades una es la comparada y la otra la que sirve de referente, la diferencia es la distancia que se establece entre ambas.

En los problemas de comparación se puede preguntar por la diferencia si se conocen las dos cantidades, por la cantidad comparada conociendo el referente y la diferencia, y por último, por la cantidad referente conociendo la cantidad comparada y la diferencia.

c. Combinación

Reúne problemas que contemplan las combinaciones que se dan entre dos partes y el todo que forman al reunirse. Las alternativas pueden referirse a obtener el todo conociendo las partes o la parte desconocida a partir del todo y una parte conocida.

- *Combinación 1:* problemas en las que las dos partes se reúnen para formar un todo. Este corresponde a un problema de suma.
- *Combinación 2:* problema inverso al anterior, puesto que se conoce el todo y una de las partes y se pregunta por la otra. Este corresponde a un problema de resta.

d. Igualación

Reúne los problemas que contienen dos cantidades diferentes y se actúa en una de ellas aumentándola o disminuyéndola hasta conseguir hacerla igual a la otra. De las dos cantidades, una es la cantidad a igualar y la otra es la cantidad referente. La transformación que se produce en una de las cantidades es la de igualación.

5.2.2 Problemas basados en multiplicación y división

A continuación se presentan las definiciones de las operatorias de multiplicación y división y sus respectivas categorías.

a. **Definiciones**

- Multiplicación: Es una suma abreviada de sumandos iguales, que pueden repetirse muchas veces. La multiplicación tiene propiedades muy parecidas a las de la adición.
- División: La división es distribuir o repartir un número en un número determinado de conjuntos formando nuevos agrupamientos. Los términos de la división se llaman dividendo (el número de cosas), divisor (el número de personas), cociente (el número que le corresponde a cada persona) y resto (lo que sobra). Si el resto es cero la división se llama

exacta y en caso contrario inexacta. La división no tiene propiedad conmutativa, no es lo mismo a/b que b/a .

b. Categorías semánticas:

- Isomorfismo: Problemas referidos a repartos equitativos de elementos y conjuntos, varían según el factor que deba obtenerse o calcularse.
- Escalares: Problemas que implican establecer una comparación entre dos conjuntos cuya diferencia es proporcional (el doble, tres veces, mas que, entre otras).
- Producto Cartesiano: Problemas que consisten combinar los elementos de dos conjuntos para obtener todas las alternativas posibles sin repetir las combinaciones.

5.3 Tipología de problemas según estructura del enunciado

Fijándose en la estructura del planteamiento y en las preguntas que se formulan, los enunciados pueden identificarse según:

- Presentación y pregunta: el enunciado se compone de la descripción de la situación problemática y la pregunta formulada al final.
- Pregunta y explicación juntas: el problema comienza por la pregunta que engloba la explicación de la situación problemática planteada.

- Pregunta indirecta: la pregunta no se formula de forma directa en el enunciado.
- Explicación y varias preguntas: el problema narra una situación de la cual se desprenden varias interrogantes.
- Preguntas implícitas: problemas donde, además de las preguntas explícitas que se formulan en el enunciado, aparecen otras preguntas que están directamente en el enunciado. Esto implica que el resolutor posee datos no explícitos en el enunciado del problema.
- Problemas en que los alumnos tienen que formular la pregunta(s).
- Problemas en los que dada la incógnita, el alumno debe completar los datos.

CAPÍTULO 2
INSTRUCTIVO PARA
EL PROFESOR

1. INTRODUCCIÓN

Esta propuesta esta dirigida a profesores que enseñan matemáticas en primer ciclo básico quienes podrán adaptarse a los contenidos correspondientes al nivel escolar de los alumnos, variando la complejidad y el nivel de exigencia de los problemas que se planteen.

Se trabajarán las tres primeras fases del proceso resolutivo, comprensión, integración y planificación, debido a que los alumnos presentarían dificultades frecuentes en su desarrollo no logrando comprender el enunciado verbal, y de manera simultánea no integrando la información que se les proporciona en el texto. Se producirá una solución errónea cuando los pasos previos se han llevado a cabo incorrectamente, por consiguiente, se proporcionaran sugerencias metodológicas con el fin de mejorar el aprendizaje de procedimientos estratégicos para la solución de problemas.

A continuación, se presenta un programa que describe diferentes secuencias de enseñanza para resolver problemas, incluyendo estrategias que le permitirán al maestro hacer explícito el trabajo que realiza, mostrándoles a los alumnos los pasos que debe seguir en cada fase del proceso resolutivo. Esto se lleva a cabo mediante preguntas metacognitivas que favorecerán la comprensión del enunciado y la posterior ejecución del problema. También, se describirán las características de los enunciados y la tipología de problemas considerados para ejemplificar la intervención en cada fase.

2. DESCRIPCIÓN GENERAL

Esta propuesta surge a raíz de las dificultades que presentan los estudiantes en el eje de resolución de problemas, las cuales son consecuencia de una mala comprensión y análisis parcial de los datos que aparecen en el enunciado, evidenciando posibles deficiencias en el procesamiento de la información verbal. En ella se describen ejemplos que orienten al profesor hacia una enseñanza diferente para trabajar el proceso resolutivo. Esto se llevará a cabo mediante el desarrollo de las tres primeras fases de la resolución de problemas matemáticos incluyendo los conocimientos lingüísticos, esquemáticos y estratégicos propuestos por Polya y Mayer, los que se abordarán a través de la enseñanza directa y las estrategias metacognitivas basadas en la pregunta. Además, se integrarán técnicas de representación gráfica de tipo lineal y ramificada.

Las estrategias y técnicas nombradas anteriormente se seleccionaron con el fin de que los alumnos logren identificar datos y preguntas, utilicen sus procedimientos para resolver un problema, interpreten, evalúen y comprueben la acción realizada en función del contexto de la tarea. Además, esta propuesta va a contribuir a la activación y aplicación consciente de los conocimientos declarativos, procedimentales y estratégicos de los alumnos.

En primer lugar, se ejemplificarán secuencias didácticas que el profesor puede aplicar para la enseñanza de cada fase resolutiva mediante modelado metacognitivo y enseñanza directa.

En segundo lugar, incluirá tipos de problemas que ocupen las cuatro operaciones matemáticas y que se basen en las características que presenta el enunciado. Los problemas planteados serán trabajados de manera independiente en cada fase de su resolución, comenzando por la fase de comprensión, pasando por la integración y finalizando en la planificación.

Finalmente, la secuencia de trabajo para el alumno.

3. SUGERENCIAS PARA TRABAJAR LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

- Para planificar el proceso educativo debe utilizar la enseñanza directa ya que ésta presenta manera explícita los contenidos, los que se van traspasando progresivamente a los alumnos hasta que logren la autonomía de los aprendizajes.
- La metodología indicada se basa en la enseñanza explícita de conceptos, procedimientos y/o estrategias, desarrollándose en cuatro etapas que son introducción, presentación (modelado), práctica guiada, y práctica independiente, las que deberán ser consideradas en la práctica.
- Durante el modelado el maestro debe ir verbalizando cada etapa del proceso resolutivo realizándose preguntas en cada una, para guiar la reflexión y establecer un diálogo en torno a la fase en desarrollo.
- Se sugiere utilizar las estrategias metacognitivas basadas en la pregunta, basándose en la instrucción, el cuestionamiento y la verificación realizada por el sujeto a medida que va ejecutando el proceso resolutivo.
- También, es necesario utilizar las técnicas de representación que consisten en reproducir las relaciones que se establecen entre los datos proporcionados en el enunciado de un problema mediante esquemas gráficos que permitan al alumno visualizar los elementos que componen el enunciado y las relaciones cuantitativas que se establecen entre ellos.
- Dentro de las técnicas de representación gráfica encontramos los esquemas lineales que se utilizan cuando en el problema existe

información explícita sobre los conjuntos que se transforman, que se emplea para las operatorias de suma y resta. También encontramos los esquemas ramificados que son aconsejable en problemas de división y multiplicación donde las transformaciones implican distribuir un todo en partes o viceversa.

4. CRITERIOS PARA LA FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Antes de plantear un problema, el profesor debe considerar las siguientes características para que los alumnos logren una buena comprensión verbal del enunciado y su adecuada ejecución.

- El problema tiene que ser planteado verbalmente y por escrito.
- Las palabras que se utilizan deben ser conocidas por los alumnos.
- El enunciado y las relaciones que se establecen entre las palabras, frases y oraciones deben ser claras y presentar una adecuada organización.

Ejemplo:

El papá le da a Pablo \$500 cada semana. ¿Cuánto dinero le da en un mes?

- El texto que se va utilizar debe ser corto, bien expresado, ocupando un lenguaje usual y familiar; comprensible y factible de reformular. Sus componentes, orden y relación deben ser explícitos.

Ejemplo:

Al camarín del gimnasio entran 12 niños. Allí hay 9 camisetas. ¿Cuántos niños se van a quedar sin camiseta?

- Es recomendable que la pregunta vaya al final del texto ya que así la información previa genera expectativas sobre la incógnita a resolver.

Ejemplo:

Rosa compró una acuarela a \$1.550, un reloj a \$5.000 y una pelota. En total pagó \$9.050 ¿Cuánto le costó la pelota?

- Se sugiere que los datos se presenten en el orden que se ha de seguir para la resolución del problema; la secuencia variará según el tipo de problema y enunciado.

Ejemplo:

Un pasajero paga con \$500 un boleto de micro. El boleto cuesta \$360. ¿Cuánto dinero le sobra al pasajero?

- El tamaño de los números empleados debe respetar la experiencia numérica del alumno, graduar el tamaño de los números, y aumentar las cantidades de acuerdo a los órdenes de unidades (unidad, decena, centena, unidad de mil, etc.) En general, los números pequeños facilitan el descubrimiento de la operación que resuelve el problema (esquema o modelo matemático).

Ejemplo:

Yo tenía 6 caramelos. Después de jugar me quedan 4 caramelos ¿cuántos caramelos perdí? ($6 - 4 = 2$)

Ejemplo:

Tenía 60 cartas repetidas. Ahora tengo 40 cartas. ¿Cuántas cartas cambié? ($60 - 40 = 20$)

Ejemplo:

Ayer tenía \$600. Hoy tengo \$400 ¿Cuánto dinero gasté? ($600 - 400 = 200$)

5. CARACTERÍSTICAS DEL ENUNCIADO DEL PROBLEMA

- El profesor debe considerar el lenguaje que utiliza para presentar el problema ya que éste supone un continuo de simbolización y abstracción por el que el niño debe ir progresivamente avanzando, tal que los datos que se identifican bien se representan pictóricamente mediante una representación gráfica. Comprendida esta modalidad se pasa al nivel de representación verbal que es el más abstracto. Es por esto que el maestro se debe guiar por el nivel de razonamiento que presentan los alumnos que puede ir desde manipulativo a verbal.

Tipos de lenguaje o modalidades de presentación de la información:

- *Manipulativo*, se recrea, representa y resuelve concretamente.
- *Pictórico*, se representa figurativa o gráficamente.
- *Simbólico*, se expresa de modo indirecto mediante símbolos.
- *Verbal*, se expresa mediante el lenguaje (oral/escrito)

- También se debe controlar el sentido y las relaciones de significado que se establecen entre las oraciones del texto las proposiciones que describen el problema. Esto es importante porque favorece la integración de la información nueva con la que ya posee el sujeto, logrando la comprensión de palabras, frases y del texto en general.
- Proporcionar claves léxicas en el texto las cuales no solo sirven para darle sentido y significado al enunciado que se plantea, sino que señalizan la información relevante.

Ejemplos de claves léxicas en el enunciado:

Sujetos de la frase:

Tres niños y dos niñas fueron al cine. ¿Cuántos fueron al cine?

Adjetivos calificativos o determinativos:

Estos niños necesitan 4 entradas y aquéllos necesitan 3. ¿Cuántas entradas se necesitan en total?

Relación espacial entre objetos:

Hay 4 naranjas en la frutera y 7 en el refrigerador. ¿Cuántas naranjas hay en total?

Relación temporal expresada en el texto:

El año pasado llegaron 40 estudiantes extranjeros a la ciudad, mientras que este año han llegado 78 estudiantes extranjeros. ¿Cuántos estudiantes más han llegado este año?

Verbos que aparecen en el texto:

Carlos tenía \$1.500 y perdió \$750. ¿Cuánto dinero le queda a Carlos?

Términos relacionales que afectan a partes del texto:

Mi papá tiene 38 años y mi mamá tiene 9 años menos que él. ¿Cuántos años tiene mi mamá?

6. ENSEÑANZA DE LOS TIPOS DE PROBLEMAS MÁS FRECUENTES

6.1 Problemas que se resuelven mediante suma y resta

Para resolver problemas es necesario activar el conocimiento esquemático que permite reconocer la estructura u organización interna del enunciado permitiéndole al resolutor construir su propio significado de acuerdo al problema que esta desarrollando.

En la tabla se clasifican los tipos de problemas que debieran enseñarse explícitamente en el aula.

Cambio	Combinación	Comparación	Igualación
Problemas en que una cantidad inicial dada sufre una transformación que la convierte en otra distinta. Esta cantidad sólo aumenta o disminuye.	Problemas que contemplan las combinaciones que se dan entre dos partes y el todo que forman al reunirse. Se trata de problemas que se dan en dos cantidades.	Problemas en los que se comparan dos cantidades. De las dos cantidades una es la comparada y la otra la que sirve de referente. La diferencia es la distancia que se establece entre ambas.	Problemas que contienen dos cantidades diferentes, y se actúa en una de ellas aumentándola o disminuyéndola, hasta conseguir hacerla igual a la otra
Ejemplo: Antonio tiene \$5.000 en su billetera. Después guarda \$3000 que le regaló su tío ¿Cuánto dinero tiene ahora Antonio en su billetera?	Ejemplo: Luisa tiene 5 bombones rellenos y 3 normales ¿Cuántos bombones tiene Luisa en total?	Ejemplo: Ester tiene \$8.000. Irene tiene \$3.000 más que ella ¿Cuánto dinero tiene Irene?	Ejemplo: Marcos tiene \$6.000 y si le dieran \$3.000 más, tendría lo mismo que Rafael ¿Cuánto dinero tiene Rafael?

6.2 Problemas que se resuelven mediante multiplicación y división

Para trabajar con estas operatorias se sugieren las siguientes alternativas:

Isomorfismo	Escalares	Producto Cartesiano
Problemas referidos a repartos equitativos de elementos y conjuntos, varían según el factor que debe obtenerse o calcular	Problemas que implican establecer una comparación entre dos conjuntos cuya diferencia es proporcional(el doble, tres veces, mas que, entre otros)	Problemas que se consisten en combinar los elementos de dos conjuntos para obtener todas las alternativas
Ejemplo: Julia compró 3 helados, si cada uno vale \$250 ¿Cuánto gastó en total?	Ejemplo: Martín recibe \$5000 al mes. Soledad recibe 3 veces más ¿Cuánto recibe Soledad?	Ejemplo: En un baile hay 3 niños y 2 niñas ¿Cuántas parejas distintas se pueden formar?

7. SUGERENCIAS PARA ANALIZAR PROBLEMAS SEGÚN CARACTERÍSTICAS DEL ENUNCIADO

Es necesario tomar en cuenta las características que se mencionan a continuación para elaborar un enunciado ya que esto permitirá que el profesor varíe la estructura y la presentación del enunciado logrando que el sujeto reconozca diversas formas para trabajar un problema.

- El vocabulario utilizado.
- La presentación los datos.
- Números o palabras.
- La estructura del planteamiento.
- Las preguntas que se formulan.

El alumno debe aprender a identificar diversas estructuras tales como:

Presentación y pregunta: cuando en el problema se coloca primero la narración/descripción de la situación problemática y la pregunta al final.

Ejemplo:

Luis tiene 16 pulseras y María tiene 24 pulseras ¿cuántas pulseras tienen entre los dos?

Pregunta y explicación juntas cuando el problema empieza por la pregunta que engloba a la explicación de la situación problemática que se plantea.

Ejemplo:

¿Cuántos juguetes se han fabricado si se necesitan hacer 9.184 y aun faltan 1.352?

Pregunta indirecta: cuando la pregunta no se formula de forma directa.

Ejemplo:

Luis tiene 6 bolitas y María tiene 20 bolitas. Ambos deben reunir 50 bolitas en total.

Explicación y varias preguntas: cuando el problema narra una situación y pide varias preguntas.

Ejemplo:

**Luis tiene \$16 y María \$24 ¿Cuántos pesos tiene María más que Luis?
¿Cuántos pesos tienen entre los dos?**

Preguntas internas (no explícitas): se trata de problemas donde, además de las preguntas explícitas que se formulan, aparecen otras preguntas que no se dicen directamente en el enunciado. Estas preguntas implican que el resolutor posee datos no explícitos en el enunciado del problema.

Ejemplo:

Luis tiene \$1.600 y su mamá le regala \$2.400 ¿tiene Luis dinero suficiente para comprar un cuento que vale \$5.000?

Problemas que requieren formular la pregunta(s).

Ejemplo:

Si Andrea tiene una muñeca y Camila tiene 3 peluches ¿Cuál podrá ser la pregunta? ¿Qué otras preguntas podrías hacer?

Problemas en los que dada la incógnita, el alumno debe completar los datos.

Ejemplo:

¿Cuántos pájaros había en total?

¿Cuántos canarios eran?

8. OBJETIVOS DE LA ENSEÑANZA EN LAS FASES DEL PROCESO RESOLUTIVO

Para trabajar los problemas matemáticos es necesario comprender los propósitos de la actuación del profesor en las siguientes fases, los que focalizarán la enseñanza de estrategias.

FASE 1: Comprender el problema	
<p>En esta fase el profesor deberá verbalizar en voz alta las preguntas, que ayudarán a comprender el enunciado, identificando datos relevantes.</p> <p>A medida que el maestro va leyendo el texto debe hacer énfasis en palabras claves (juntar- quitar-agregar-segmentar), proposiciones y adjetivos y guiar la reflexión través de las siguientes preguntas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Cuál o cuáles son las incógnitas? • ¿Entiendes todo lo que dice? • ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras? • ¿Distingues cuáles son los datos? • ¿Sabes a qué quieres llegar? • ¿Hay suficiente información? • ¿Hay información extraña? • ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes? • ¿Cuál o cuáles son los datos? • ¿Cuál o cuáles son las condicionantes? • ¿Existen datos irrelevantes?
FASE 2: Integración de la información.	
<p>En esta fase el profesor deberá relacionar conocimientos previos experiencias, conceptos, procedimientos con la información del enunciado. Esto implica analizar la estructura semántica del texto, identificar el tipo de problema, y reconocer la transformación cuantitativa que se describe en el enunciado.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Puedo reformular el problema con mis palabras? • ¿Cuál es el problema? ¿Qué debo investigar? • ¿Qué palabras me señalan lo que debo hacer para resolver el problema? • ¿Qué palabras claves me indican qué operatoria es? • ¿Identifiqué la operatoria? • ¿Qué me indica que es la pregunta? • ¿Subrayo la información relevante? • ¿La información corresponde al problema? • ¿Qué pasos voy a realizar para resolver el problema?

FASE 3: Planificación.

Una vez identificado el tipo de problema el plan o camino que se debe recorrer, es necesario llevarlo a cabo efectuando las operaciones que permitirán encontrar la solución. Se le debe recomendar al niño que siga un plan, controlando cada uno de los pasos.

Se debe implementar la o las estrategias escogidas logrando identificar la operatoria a realizar para la posterior ejecución.

- ¿Tengo claro cuales son los datos?
- ¿Los identifique bien?
- ¿Faltan datos?
- ¿Identifique los datos relevantes que me sirven para realizar la operación?
- ¿Cuales son los datos irrelevantes?
- ¿identifique la operación?
- ¿Qué operación es?
- ¿Como voy a encontrar la respuesta?
- ¿Cuántos pasos debo realizar?
- ¿Cuáles?

9. METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA.

La metodología de trabajo que se describe a continuación pretende que los estudiantes participen como sujetos activos y reflexivos en su aprendizaje. Inicialmente se modelan preguntas, estrategias y técnicas en cada fase del proceso resolutivo, cuya aplicación debiera ser transferida con autonomía por el alumno, en la etapa mas avanzada de la enseñanza directa.

PROPUESTA METODOLÓGICA PARA LA ENSEÑANZA DE ESTRATEGIAS DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

La metodología de trabajo que se describe a continuación abarca las siguientes fases, cada una con propositos particulares:

- *En la fase de comprensión y traducción del problema* se pretende que a través de las preguntas que se formulen frente al enunciado se activen conocimientos previos y que el sujeto utilice sus habilidades de razonamiento para comprender el problema, pensar cómo resolverlo y anticipar los pasos que debe seguir, esto implica decodificar el texto, traducir el código o lenguaje, y representar mentalmente cada componente del enunciado ya que muchas veces el alumno automáticamente resuelve el problema sin comprende lo que debe realizar lo cual posteriormente lo llevará al error.

- *En la fase de integración*, mediante las preguntas que se realicen se deben relacionar conocimientos previos (experiencias, conceptos, procedimientos) con la información del enunciado. Para esto se debe analizar la estructura semántica del texto, identificar el tipo de problema y realizar una representación mental, lo cual va a permitir discriminar el tipo de información que es relevante de la irrelevante y así buscar una posible solución, consiguiendo que el alumno sea capaz de resolver problemas similares a futuro.

- *En la fase de planificación*, se pretende que las preguntas ayuden al alumno a diseñar un plan para solucionar el problema y responder las interrogante planteadas , lo que implica utilizar estrategias para seleccionar, sintetizar, representar, y esquematizar la información

relevante, organizar los datos, seleccionar uno o más procedimientos, identificar los pasos a seguir, y/o evocar procedimientos empleados previamente.

Las preguntas que se realizan tiene como finalidad activar los procesos cognitivos como memoria (a largo y corto plazo), percepción (viso-espacial y temporo-espacial) y atención, así como también habilidades de análisis, síntesis, deducción, inducción, comparación y recursos lingüísticos / verbales del alumno para procesar el enunciado logrando la reflexión consciente de los pasos que debe seguir para desarrollar un problema.

A continuación se presentarán diversos problemas los que serán modelados comenzando por la etapa de introducción donde se debe explicar a los alumnos el procedimiento para activar conocimientos previos ayudándolos a comprender el valor del nuevo contenido posteriormente se procedera a la etapa de presentación que consiste en modelar el procedimiento en forma interactiva a través de preguntas formuladas para cada fase del proceso resolutivo.

**INTRODUCCIÓN Y PRESENTACION DEL PROCEDIMIENTO RESOLUTIVO
SECUENCIA DIDÁCTICA**

I. FASE DE COMPRENSIÓN Y TRADUCCIÓN DEL PROBLEMA

Objetivos : Comprender el problema, reformular el enunciado, decodificar el texto, traducir los términos y expresiones y representar mentalmente cada componente del enunciado.

Conocimientos implicados: Lingüístico y general

PROBLEMA DE SUMA

Problema : Cambio

Enunciado : Presentación y pregunta

❖ **Para comenzar: activar los conocimientos previos formulándose preguntas en voz alta:**

- ◆ ¿He resuelto problemas anteriormente?
- ◆ ¿Me resultó fácil o difícil? ¿Por qué?
- ◆ ¿Qué pasos realice para resolverlo?
- ◆ Cuándo he resuelto problemas, ¿he llegado al resultado?

Si Camilo tiene \$1.200 ahorrados en su alcancía y en su cumpleaños le regalaron \$10.500 ¿Cuánto dinero junto en total en su alcancía?

❖ **En la fase de comprensión del problema los objetivos son:**

- ◆ Traducir el enunciado, interpretar el texto.
- ◆ Reconocer los datos
- ◆ Identificar la relación entre los datos

❖ **A continuación, se lee en voz alta el problema y si no se entiende se vuelve a leer, buscando la información importante en el enunciado para luego explicarlo con las propias palabras. Formulo las siguientes preguntas:**

- ◆ ¿Cuánto dinero tiene al comienzo Camilo en su alcancía?
- ◆ ¿Cuánto dinero le regalaron?

- ◆ ¿Cuánto dinero tiene al final?
- ◆ ¿Para qué necesita el dinero?

Durante la lectura en voz alta es importante destacar los componentes del enunciado y los aspectos lingüísticos relevantes, tales como los verbos de acción (juntar, agregar, aumentar, disminuir, ahorrar, reunir) ya que pueden servir de claves para identificar la operatoria que se debe realizar.

Posteriormente se realizan las siguientes preguntas que apuntan a la identificación de los datos relevantes y la incógnita. Esto implica dirigir la atención hacia la estructura y organización del texto.

Mientras va leyendo se debe ir formulando las siguientes preguntas:

- ◆ ¿Cuáles son las palabras claves que identifiqué?
- ◆ ¿Me permiten reconocer lo que debo hacer?
- ◆ ¿Identifiqué las palabras que aparecen en el problema?
- ◆ ¿Entendí el significado de las palabras?
- ◆ ¿Distingo cuáles son los datos?
- ◆ ¿Subrayo los datos que aparecen en el texto?
- ◆ ¿Distingo cuales son las incógnitas?
- ◆ ¿Como los distingo?
- ◆ ¿Identifico las incógnitas?
- ◆ ¿Este problema se parece a alguno que he realizado anteriormente? ¿En qué se parece?

PROBLEMA DE RESTA

Tipo de problema : Igualación

Enunciado : Pregunta indirecta

Carlos tiene 150 bolitas y María tiene 75. Ella quiere tener la misma cantidad que Carlos.

- ❖ **En la fase de comprensión los objetivos son:**
 - ◆ Traducir el enunciado, interpretar el texto
 - ◆ Reconocer los datos relevantes
 - ◆ Identificar la relación entre los datos
- ❖ **Activar los conocimientos previos formulándose preguntas en voz alta, tales como:**
 - ◆ ¿Qué debo saber para resolver el problema?
 - ◆ ¿He resuelto problemas parecidos anteriormente?
 - ◆ ¿Me resulta fácil o difícil? ¿Por qué?
 - ◆ ¿Qué pasos debo cumplir para resolver un problema?
 - ◆ Cuando resuelvo problemas, ¿logro llegar al resultado?
 - ◆ ¿Qué dice el problema?
 - ◆ ¿Lo he comprendido?
 - ◆ ¿Entiendo el significado de las palabras de este problema?
- ❖ **Leo el problema: si no lo entiendo, lo leo otra vez; comienzo a buscar información importante en el enunciado para luego explicarlo con mis propias palabras. Para esto me hago preguntas como las siguientes:**
 - ◆ ¿Quién tiene más bolitas? ¿Cuántas bolitas tiene al comienzo cada uno?
 - ◆ ¿Quién tiene menos bolitas? ¿Cuántas bolitas tiene cada niño?
 - ◆ ¿Cuántas bolitas le falta a María para tener las mismas que Carlos?
- ❖ **A continuación se realizan preguntas que apuntan a la identificación de los datos y del tipo de problema.**

Al leer el enunciado en voz alta debe ir destacando las claves temporales y lingüísticas que sirven para inferir la operación implícita en el texto. En este caso la acción de prestar marca el antes y el después en la cantidad de elementos. Además de reconocer las operaciones implícitas en los verbos de acción (quitar, disminuir, sacar, prestar, perder, dar, etc.) se debe discriminar el orden o secuencia del cambio.

 - ◆ ¿Cuáles son las claves que aparecen en el problema?
 - ◆ ¿Me permiten reconocer lo que debo hacer?
 - ◆ ¿Distinguí cuáles son los datos?

- ◆ ¿Subrayé los datos importantes?
- ◆ ¿Qué información falta? ¿Qué debo calcular?
- ◆ ¿Cómo la obtendré o calcularé?
- ◆ ¿Puedo explicar en qué consiste el problema?
- ◆ ¿He resuelto otro problema parecido a éste antes? ¿Cómo lo hice?
- ◆ ¿Cómo puedo resolver este problema? ¿Qué debo hacer en este caso? ¿Por qué?

PROBLEMA DE MULTIPLICACIÓN

Problema : Isomorfismo

Enunciado : Presentación y pregunta

Camilo tiene 5 amigos y a cada uno le regaló 22 láminas del álbum de animales de la selva ¿Cuántas láminas regaló a sus amigos en total?

❖ **Los objetivos de la fase son:**

- ◆ Traducir el enunciado, interpretar el texto
- ◆ Reconocer los datos.
- ◆ Discriminar la información relevante

❖ **Leo el problema: si no lo entiendo, lo leo otra vez; comienzo a buscar información importante en el enunciado para luego explicarlo con mis propias palabras para esto me autoformulé las siguientes preguntas:**

- ◆ ¿Cuántos amigos tengo?
- ◆ ¿Para que sirven las láminas?
- ◆ ¿De qué es el álbum?
- ◆ ¿Para qué sirve el álbum?
- ◆ ¿Cuántas láminas le regalé a cada uno de mis amigos?
- ◆ ¿Cuántas láminas tiene Camilo al comienzo?
- ◆ ¿Cuántas láminas tiene al comienzo cada uno?

❖ **Posteriormente se realizan las siguientes preguntas que apuntan a la identificación de los datos:**

Para comenzar el profesor deberá leer en voz alta, destacando los aspectos lingüísticos como los verbos de acción: el doble, el producto, entre otros.

Mientras va leyendo debe ir realizándose las siguientes preguntas:

- ◆ ¿Cuáles son las palabras claves que identifique?
- ◆ ¿Me permiten reconocer lo que debo hacer?
- ◆ ¿Identifique las palabras que aparecen en el problema?
- ◆ ¿Entendí el significado de las palabras?
- ◆ ¿Distingo cuales son los datos?
- ◆ ¿Subrayo los datos que aparecen?
- ◆ ¿Distingo cuales son las incógnitas?
- ◆ ¿Como los distingo?
- ◆ ¿Identifico las incógnitas?
- ◆ ¿Este problema se parece a alguno que he realizado anteriormente? ¿En qué se parece?

PROBLEMA DE DIVISI3N

Problemas : Isomorfismo

Enunciado : Explicaci3n y varias preguntas

Martín debe repartir las manzanas en 6 cajas y en total hay 6.542 manzanas

¿Cuántas cajas necesitará Martín? ¿Sobran manzanas?

❖ **Los objetivos de la fase son:**

- ◆ Traducir el enunciado, interpretar el texto
- ◆ Reconocer los datos.
- ◆ Discriminar la informaci3n relevante

❖ **Activar los conocimientos previos mediante preguntas dirigidas en voz alta, tales como:**

- ◆ ¿He resuelto anteriormente problemas matemáticos?
- ◆ ¿Me han resultado fáciles o complejos?
- ◆ ¿Qué es lo que más se me ha dificultado?
- ◆ ¿Me parece familiar el formato del problema?
- ◆ ¿Qué pasos realice cuando he ejecutado el problema?
- ◆ ¿He trazado un plan anteriormente para resolver?

❖ **A continuaci3n leo el problema: si no lo entiendo lo releo y comienzo haciéndome las siguientes preguntas**

- ◆ ¿Quién debe repartir las manzanas?
- ◆ ¿Por qué debe repartir las manzanas?
- ◆ ¿En dónde guardará las manzanas?
- ◆ ¿Cuántas cajas tiene para guardar las manzanas?
- ◆ ¿Cuántas manzanas hay en total?

❖ **Posteriormente se realizan las siguientes preguntas que apuntan a la identificaci3n de los datos relevantes:**

Para comenzar el profesor deberá leer en voz alta, destacando los aspectos lingüísticos relevantes del enunciado como son los verbos de acci3n (separar, repartir, segregar, segmentar).

Mientras va leyendo debe ir realizándose las siguientes preguntas:

- ◆ ¿Cuáles son las palabras claves que aparecen en el problema?
- ◆ ¿Cómo las puedo identificar?
- ◆ ¿Qué significa cada palabra clave?
- ◆ ¿Distingo cuáles son los datos?
- ◆ ¿Subrayo los datos que aparecen?

- ◆ ¿Distingo cuáles son las incógnitas?
- ◆ ¿Cómo los distingo?
- ◆ ¿Identificó las incógnitas?
- ◆ ¿Este problema se parece a alguno que he realizado anteriormente? ¿En qué se parece?

II. FASE DE INTEGRACIÓN DE LA INFORMACIÓN

Objetivo de la fase : Identificar el tipo de problema, elaborar un modelo matemático que representa la situación descrita en el enunciado y reformular el problema..

Conocimiento implicado : Esquemático

PROBLEMA DE SUMA

Problema : Igualación

Enunciado : Presentación y pregunta

María tiene 16 globos, si le dieran 6 globos más tendría los mismos que Andrea ¿Cuántos globos tiene Andrea?

❖ **Los objetivos de la fase son:**

- ◆ Traducir el enunciado, interpretar el texto
- ◆ Reconocer los datos.
- ◆ Discriminar la información relevante

❖ **Reformular el problema con sus propias palabras e identificar lo datos e integrar la información para posteriormente llegar a la solución.**

- ◆ ¿Puedo reformular el problema con mis palabras?
- ◆ ¿Cuál es el problema? ¿Qué debo investigar?
- ◆ ¿Qué palabras me señalan lo que debo hacer para resolver el problema?
- ◆ ¿Qué palabras claves me indican qué operatoria es?
- ◆ ¿Identifiqué la operatoria?
- ◆ ¿Qué me indica que es la pregunta?
- ◆ ¿Subrayo la información relevante?
- ◆ ¿La información corresponde al problema?
- ◆ ¿Qué pasos voy a realizar para resolver el problema?

PROBLEMA DE RESTA

Problema : Igualación

Enunciado : Explicación y varias preguntas

Juan tiene \$8.000. Si Juan perdiera \$5.000 tendría lo mismo que Pedro.

¿Cuánto dinero tiene Pedro?

¿Cuánto dinero tiene Juan antes de perder \$5.000?

¿Quién tiene más y menos dinero al comienzo?

¿Con cuánto dinero quedarían igualados los dos?

¿Cuánto le falta a Pedro para tener lo mismo que Juan?

❖ **Los objetivos de la fase son:**

- ◆ Traducir el enunciado, interpretar el texto
- ◆ Reconocer los datos.
- ◆ Discriminar la información relevante

❖ **Para reformular el problema con sus propias palabras se recomienda modelar el enunciado mediante las siguientes preguntas como:**

- ◆ ¿Puedo explicar el problema con mis palabras?
- ◆ ¿Cuáles son las claves? ¿Qué palabras me indican los datos importantes?
- ◆ ¿Qué palabras me señalan lo que debo hacer para resolver el problema?
- ◆ ¿Se pueden responder las preguntas con la información conocida?
- ◆ ¿Qué información se desconoce? ¿Cómo puedo obtenerla?
- ◆ ¿Subrayé toda la información relevante? ¿Corresponde a las preguntas formuladas?
- ◆ ¿Qué pasos voy a realizar para resolver el problema?
- ◆ ¿Tengo todos los datos necesarios para resolver el problema?
- ◆ ¿Qué información necesito?
- ◆ ¿Qué hago primero y cómo debo calcular la información?
- ◆ ¿Con qué operaciones tengo dificultades?

PROBLEMA DE MULTIPLICACIÓN

Problema : Escalar

Enunciado : Explicación y varias preguntas

Cristina recibe \$2500 de mesada. Paula recibe tres veces más que Cristina al mes.

¿Cuánto dinero recibe Paula?

¿Cuánto dinero reciben en total?

❖ **Los objetivos de la fase son:**

- ◆ Traducir el enunciado, interpretar el texto
- ◆ Reconocer los datos.
- ◆ Discriminar la información relevante

❖ **Debe reformular el problema con sus propias palabras.**

- ◆ ¿Puedo reformular el problema con mis palabras?
- ◆ ¿Cuál es el problema? ¿Qué debo investigar?
- ◆ ¿Qué palabras me señalan lo que debo hacer para resolver el problema?
- ◆ ¿Qué palabras claves me indican que operatoria es?
- ◆ ¿Identifiqué la operatoria?
- ◆ ¿Qué me indica que es la pregunta?
- ◆ ¿Subrayé la información relevante?
- ◆ ¿La información corresponde al problema?
- ◆ ¿Qué pasos voy a realizar para resolver el problema?

PROBLEMA DE DIVISIÓN

Problema : Isomorfismo

Enunciado : Descripción y pregunta

Alejandra invita a 6 amigas a su casa para ir de compras, si en total juntan \$65.000 ¿Cuánto dinero se debe repartir cada una?

❖ **Los objetivos de la fase son:**

- ◆ Traducir el enunciado, interpretar el texto
- ◆ Reconocer los datos.
- ◆ Discriminar la información relevante

❖ **Reformular el problema con sus propias palabras_**

- ◆ ¿Puedo reformular el problema con mis palabras?
- ◆ ¿Cuál es el problema? ¿Qué debo investigar?
- ◆ ¿Qué palabras me señalan lo que debo hacer para resolver el problema?
- ◆ ¿Qué palabras claves me indican qué operatoria es?
- ◆ ¿Identifiqué la operatoria?
- ◆ ¿Qué me indica que es la pregunta?
- ◆ ¿Subrayé la información relevante?
- ◆ ¿La información corresponde al problema?
- ◆ ¿Qué pasos voy a realizar para resolver el problema?

III. FASE DE PLANIFICACIÓN

Objetivos de la fase : Activar estrategias y evocar procedimientos empleados previamente, realizar una representación grafica o esquema del problema, plantear el razonamiento que conducirá a la respuesta (pasos y operaciones que se deben realizar)

Conocimiento implicado : Estratégico

PROBLEMA DE SUMA

Problema : Combinacion.

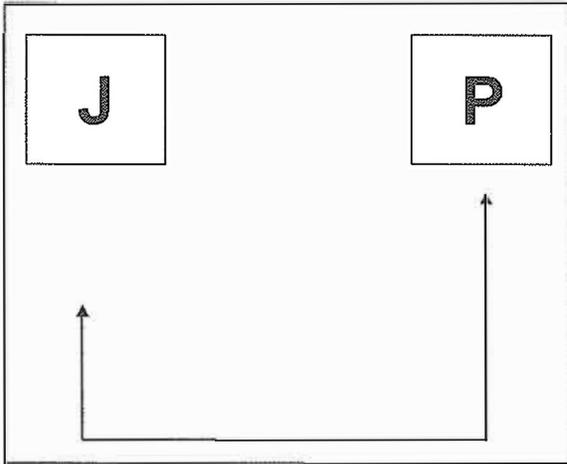
Enunciado : Presentación y pregunta.

Juan tiene \$2.500 ahorrados para comprar las entradas y sus papas le dan \$5.000 más ¿Cuánto dinero tiene en total?

- ❖ **Objetivos que se deben lograr:**
 - ◆ Organizar la información
 - ◆ Esquematizar la información relevante
 - ◆ Elaborar un plan resolutivo
- ❖ **Se deben realizar las siguientes preguntas para analizar la información para luego poder representarla mediante un dibujo:**
 - ◆ ¿Tengo claro cuales son los datos?
 - ◆ ¿Los identifique bien?
 - ◆ ¿Faltan datos?
 - ◆ ¿Identifique los datos relevantes que me sirven para realizar la operación?
 - ◆ ¿Cuales son los datos irrelevantes?
 - ◆ ¿identifique la operación?
 - ◆ ¿Qué operación es?
 - ◆ ¿Lo puedo escribir?
- ❖ **Posteriormente deberá disponer gráficamente la información que utilizará. Luego de haber comprendido, planificado e integrado los datos del enunciado, tendrá que transformar la información verbal a una representación gráfica, la cual clarifique la información.**

❖ Para esto el profesor en este caso deberá

Para esto es necesario manejar técnicas que faciliten la representación del problema, tales como lineales, las cuales consisten en graficar la información figurativa de los objetos referidos a las cantidades que se mencionan en el enunciado.



- ❖ ¿El dibujo que realicé representa el problema?
- ❖ ¿Integré los datos necesarios en el dibujo?
- ❖ Comparo el esquema con el enunciado ¿Tienen relación?
- ❖ ¿Cómo se relacionan?

PROBLEMA DE RESTA

Problema : Comparación

Enunciado : Los alumnos tienen que formular la pregunta(s)

Andrea tiene \$5.800, Juan tiene \$2.500 menos para ir de compras al supermercado.

¿Cuál puede ser la pregunta?

¿Qué otras preguntas podrías realizar?

¿A qué debe ir dirigida la pregunta?

¿Cuántas preguntas puedo realizar?

❖ **Objetivos que se deben lograr:**

- ◆ Organizar la información
- ◆ Esquematizar la información relevante
- ◆ Elaborar un plan resolutivo

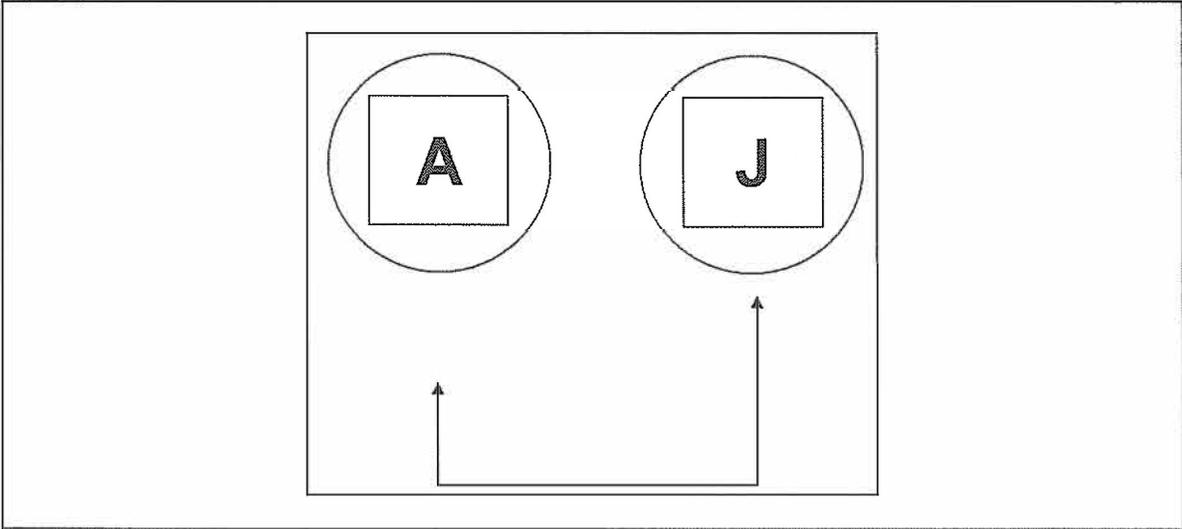
❖ **Se deben realizar las siguientes preguntas para analizar la información para luego poder representarla mediante un dibujo:**

- ◆ ¿Tengo claro cuáles son los datos?
- ◆ ¿Los identifiqué bien?
- ◆ ¿Faltan datos?
- ◆ ¿Identifiqué los datos relevantes que me sirven para realizar la operación?
- ◆ ¿Cuáles son los datos irrelevantes?
- ◆ ¿Identifiqué la operación?
- ◆ ¿Qué operación es?
- ◆ ¿Lo puedo escribir?

❖ **Deberá disponer gráficamente la información que utilizará. Luego de haber comprendido, planificado e integrado los datos del enunciado, tendrá que transformar la información verbal a una representación gráfica, la cual clarifique la información.**

Para esto es necesario manejar técnicas que faciliten la representación del problema, tales como lineales, las cuales consisten en graficar la información figurativa de los objetos referidos a las cantidades que se mencionan en el enunciado.

- ◆ ¿El dibujo que realicé representa el problema?
- ◆ ¿Integré los datos necesarios en el dibujo?
- ◆ Comparo el esquema con el enunciado ¿Tienen relación?
- ◆ ¿Cómo se relacionan?



PROBLEMA DE MULTIPLICACIÓN

Problema : Isomorfismo

Enunciado : Pregunta directa

Valentina colecciona estampillas de todo el mundo. Se compró un álbum de 50 páginas. Si en cada página sólo puede pegar 30 estampillas ¿cuántas estampillas deberá pegar en total?

❖ **Objetivos que se deben lograr:**

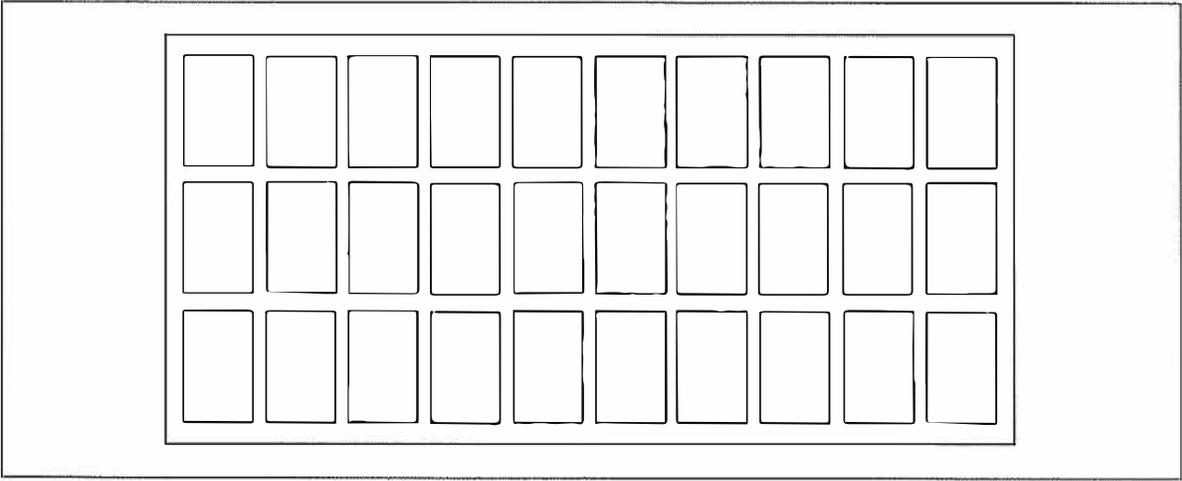
- ◆ Organizar la información
- ◆ Esquematizar la información relevante
- ◆ Elaborar un plan resolutivo

❖ **Se deben realizar las siguientes preguntas para analizar la información para luego poder representarla mediante un dibujo:**

- ◆ ¿Tengo claro cuáles son los datos?
- ◆ ¿Los identifiqué bien?
- ◆ ¿Faltan datos?
- ◆ ¿Identifiqué los datos relevantes que me sirven para realizar la operación?
- ◆ ¿Cuáles son los datos irrelevantes?
- ◆ ¿Identifiqué la operación?
- ◆ ¿Qué operación es?
- ◆ ¿Lo puedo escribir?

❖ **Deberá disponer gráficamente la información que utilizará. Luego de haber comprendido, planificado e integrado los datos del enunciado, tendrá que transformar la información verbal a una representación gráfica, la cual clarifique la información.**

Para esto es necesario manejar técnicas que faciliten la representación del problema, tales como los modelos ramificados, que son aconsejables para los problemas de multiplicación y división en donde se da la cantidad de partes y el contenido de cada parte para hallar el todo.



PROBLEMA DE DIVISIÓN

Problema : Escalares

Enunciado : Presentación y pregunta

Hay 200 globos a la entrada del circo, los cuáles se repartirán a 20 niños

¿cuántos globos recibirá cada niño?

❖ **Objetivos que se deben lograr:**

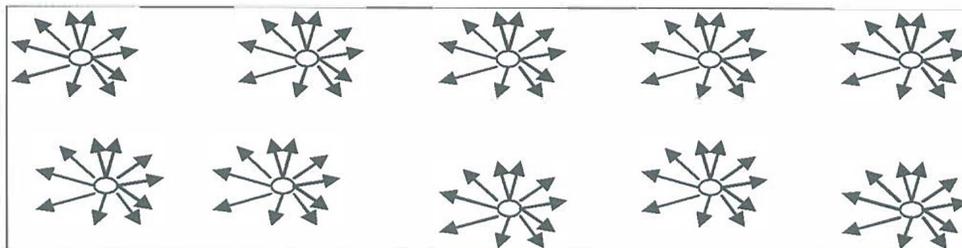
- ◆ Organizar la información
- ◆ Esquematizar la información relevante
- ◆ Elaborar un plan resolutivo

❖ **Se deben realizar las siguientes preguntas para analizar la información para luego poder representarla mediante un dibujo:**

- ◆ ¿Tengo claro cuáles son los datos?
- ◆ ¿Los identifiqué bien?
- ◆ ¿Faltan datos?
- ◆ ¿Identifiqué los datos relevantes que me sirven para realizar la operación?
- ◆ ¿Cuáles son los datos irrelevantes?
- ◆ ¿Identifiqué la operación?
- ◆ ¿Qué operación es?
- ◆ ¿Lo puedo escribir?

❖ **Deberá disponer gráficamente la información que utilizará. Luego de haber comprendido, planificado e integrado los datos del enunciado, tendrá que transformar la información verbal a una representación gráfica, la cual clarifique la información.**

Para esto es necesario manejar técnicas que faciliten la representación del problema, tales como los modelos ramificados, que son aconsejables para los problemas de multiplicación y división en donde se da la cantidad de partes y el contenido de cada parte para hallar el todo.



EJERCICIOS PARA TRABAJAR LA PRÁCTICA GUIADA

El listado de problemas que se entrega a continuación es para desarrollar la etapa de *práctica guiada* en donde se les proporciona a los alumnos oportunidades para aplicar el nuevo contenido. Del mismo modo se trabajarán las tres fases del proceso resolutivo como lo son comprensión, integración y planificación.

I. FASE DE COMPRENSIÓN Y TRADUCCIÓN DEL PROBLEMA

- ❖ Los problemas que se enuncian a continuación sirven para trabajar la primera fase del proceso resolutivo, con el fin de que el sujeto comprenda el enunciado y reconozca el tipo de problema.

1. Isabel tiene \$2.000 para comprar una muñeca y \$5.000 para ropa .Si Daniela tiene \$45.000 para comprar lo mismo.

- ¿Cuánto dinero tiene Isabel?
- ¿Cuánto dinero tiene Daniela?
- ¿Tienen la misma cantidad?
- ¿Quién tiene más dinero?
- ¿Cuánto dinero tiene en total?

2. Andrea tiene en su billetera \$2.580 y le ha prestado \$720 a su hermana ¿Cuánto dinero tiene ahora en su billetera?

3. Matilde tiene 20 pares de aros, si cada uno le costó el doble de \$1.500 ¿Cuánto dinero le costaron en total los aros?

4. A Emilia y a su hermana los papás les regalaron \$48.000 para navidad ¿Cuánto dinero le corresponde a cada una?

II. FASE DE INTEGRACIÓN

- ❖ Los problemas que se presentan a continuación se pueden trabajar en la segunda fase de resolución de problemas con el fin de que el sujeto logre reformular con sus propias palabras e identifique el problema enunciado.

1. Ignacio tiene \$5.500 para ir a la piscina y José tiene \$3.000 más que Ignacio ¿Cuánto dinero tiene José?

2. Beatriz fue a almorzar y compra 2 pizzas y 2 bebidas. Cada pizza vale \$250 mientras que cada bebida vale \$320 ¿Cuánto dinero gastó en total?

3 Marcos compró una televisión en \$420.000 si debe pagarla en 7 cuotas ¿Cuánto dinero debe tener para pagar cada una

III. FASE DE PLANIFICACIÓN

- ❖ Los problemas que se presentan a continuación van dirigidos a trabajar la tercera fase del proceso resolutivo, con el fin de que el sujeto logre identificar la operatoria y representar gráficamente el problema.

1. **Juan Pablo tiene el doble de edad que José, si Juan Pablo tiene 23 años ¿cuántos años tiene José?**

2. **Isabel tiene \$12.000 para comprarse un polerón que cuesta \$8.000, y Cristina tiene \$6.500 ¿cuánto dinero le falta a Cristina para tener el mismo dinero que Isabel?**

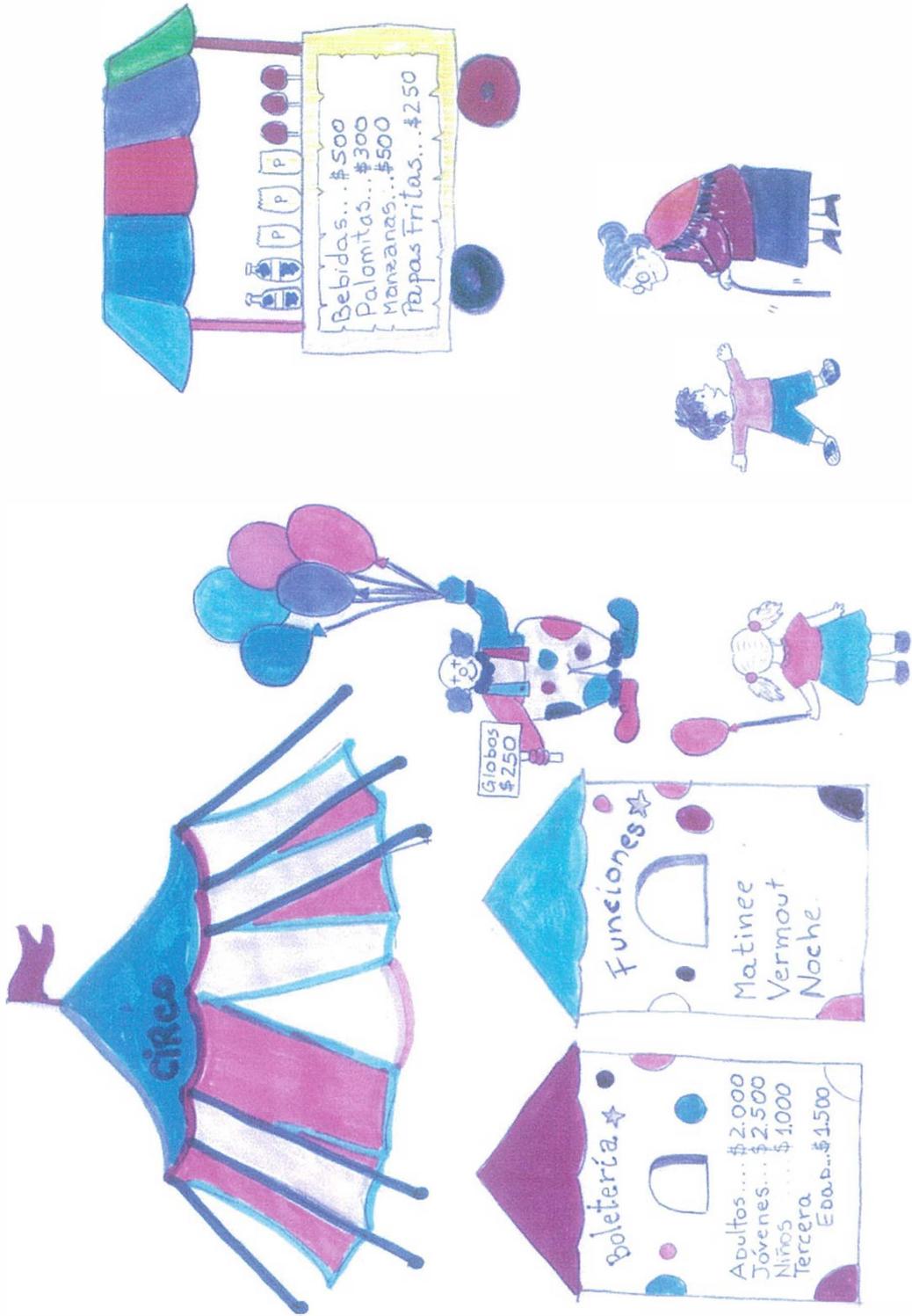
3. **La Sra. Berta compró un paquete con 500 cuchufliés. Tiene 7 bolsas y quiere poner la misma cantidad de cuchufliés en cada uno. ¿Cuántos cuchufliés deben repartir en cada bolsa?**

4. **Andrea fue a comprar 3 pares de zapatos y cada uno cuesta \$25.000. ¿Cuánto dinero gasta en total en los 3 pares de zapatos?**

SECUENCIA DE TRABAJO PARA EL ALUMNO

Las siguientes actividades pueden utilizarse en las etapas de practica guiada para reforzar el aprendizaje o corregir dificultades, como en la independiente para ejercitar la transferencia de lo aprendido a nuevas situaciones; en ambos casos el profesor puede proporcionar el apoyo en función de las necesidades manifestadas por el alumno.

A continuación se presenta una lámina con diferentes datos los que servirán para obtener información y resolver los problemas relativos al tema.



Resuélvelos tú mismo.

Actividad 1:

- ❖ A continuación, encontrarás una serie de problemas los que debes ir resolviendo mediante preguntas que te ayudarán a encontrar las soluciones de cada uno.
- ❖ Para resolver los siguientes problemas debes utilizar la información que aparece en la lámina de la página anterior (circo). Allí encontrarás los datos necesarios para desarrollar los ejercicios.

**1. Camilo tiene 10 años, va con sus papás y sus 2 abuelos al circo.
¿Cuánto dinero necesitan para pagar las entradas?**

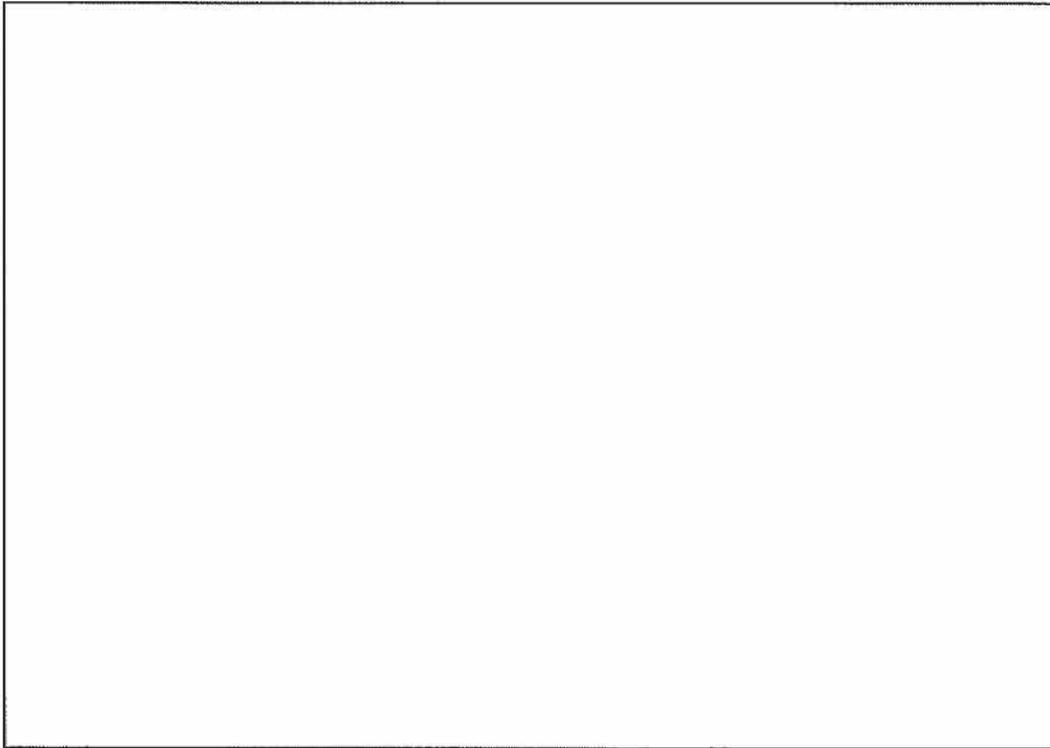
- ❖ Realiza los siguientes pasos:
 - 1°. Lee el problema con atención y contesta las siguientes preguntas:**
 - ¿Qué dice el problema?
 - ¿Lo has comprendido?
 - Explícalo con tus palabras
 - ¿Reconoces los datos relevantes?
 - ¿Cuál es la incógnita?
 - 2°. Piensa de qué se trata el problema (datos):**
 - ¿Cuántas personas van al circo?
 - ¿Cuántos niños van al circo?
 - ¿Cuántos adultos van al circo?
 - ¿Cuántos abuelos (tercera edad) van al circo?
 - ¿Cuánto valen las entradas?
 - ¿Cuántas entradas deben comprar?

3°. Identifica los datos utilizando las preguntas anteriores y subráyalos en el enunciado

4°. Identifica y planifica cómo debes solucionar el problema

- ¿Puedo reformular el problema con mis palabras?
- ¿Qué pasos debo realizar?
- ¿Cómo debo buscar la solución?
- ¿Qué palabras claves me indican que operatoria es? Escríbelas.
- ¿Qué hiciste para descubrir la operación que debías realizar?)
- Identifica la pregunta. Escríbela.
- ¿Qué me indica la operación que debo realizar?
- ¿Identifico el signo de la operatoria?

5°. Ahora debes representar gráficamente el problema.



2. Antonio tiene \$500 y su mamá le da \$1.000. Ahora tiene la misma cantidad de dinero que Luís.

Responde las siguientes preguntas:

- ¿Cuánto dinero tiene Antonio al comienzo?
- ¿Cuánto dinero tiene Luís?
- ¿Cuánto dinero le falta a Antonio para igualar a Luís?
- ¿Cuánto dinero reúne Antonio al final?
- ¿Cuánto dinero reúnen los dos en total?

3. Raimundo tenía \$10.000 y gastó \$3.000 en bebidas para llevar al circo. Si quiere comprar la entrada de la función de la noche. ¿Cuánto dinero le sobrar?

Responde las siguientes preguntas:

- ¿Qué dice el problema? Explícalo con tus palabras.
 - ¿Cuáles son los datos necesarios para resolver el problema?
 - ¿Está toda la información en el enunciado?
 - ¿Falta algún dato?
 - Identifica los datos según el esquema: al comienzo/se hizo u ocurrió/al final.
 - ¿Cuánto gastó antes de comprar la entrada?
 - ¿Cuánto dinero tiene antes de comprar la entrada?
 - ¿Cuál es la pregunta?
 - ¿Qué pasos debes realizar para resolver el problema?
 - ¿Qué operaciones debes realizar?
- ❖ Ahora continúa desarrollando los siguientes problemas de acuerdo a las fases resolutivas y agregando los datos que se te mencionan.
 - ❖ Formula más preguntas utilizando los datos que aparecen en el dibujo.

Ejemplo:

Una bebida vale \$500, un paquete de cabritas vale \$ 350 y la entrada para niños...

- 1. Lucía compró 5 entradas para niños. Luís compró 3 entradas para niños ¿Cuántas entradas más que Luís compró Lucía? ¿Cuánto dinero necesita cada uno?**

- IDENTIFICA LOS DATOS.

2. Cristian recibió de regalo para su cumpleaños 5 entradas para asistir al circo y \$5.500 para gastar ¿Qué puede comprar con el dinero que recibió?

- GRAFICA LOS DATOS.

3. Laura tiene \$6.500 y Antonia tiene \$3.500 ¿Cuánto dinero tiene que darle Laura a Antonia para que tengan la misma cantidad?

- GENERA MÁS PREGUNTAS.

4. María lleva al circo \$10.000 y compra la entrada para ella y para su abuela, dos bebidas y dos papas fritas ¿Cuánto dinero gastó en total? ¿Cuánto dinero le sobró?

- IDENTIFICA LOS DATOS
- IDENTIFICA LA INCÓGNITA.
- REFORMULA EL PROBLEMA CON TUS PROPIAS PALABRAS

Actividad 2

- ❖ A continuación debes leer un breve texto y posteriormente encontrarás preguntas que debes responder de acuerdo a la información identificada en la lectura.

EL CIRCO

El circo es un centro de reunión familiar mezclando diversión, espectáculo y alegría, en donde participan gran cantidad de artistas, animales, malabaristas y payasos.

Esta semana llegó el circo a la ciudad donde viven Camila, Leonor, María, Juan Pablo, Pedro y Cristian. Ellos están ansiosos por asistir a la función junto a sus familias y amigos.

El día lunes, Pedro y Juan Pablo preguntan en la boletería del circo cuánto valen las entradas, allí les dicen que los niños pagan \$1.000, los adultos \$2.000; los jóvenes \$2.500 y la tercera edad \$1.500. Con esta información Juan Pablo comienza a calcular cuánto dinero se necesitará para poder asistir con sus padres y sus dos hermanos menores.

Al salir del recinto se dan cuenta que junto a la carpa central hay un kiosco donde se venden diferentes confites. En el letrero leen lo siguiente: palomitas \$300, manzanas confitadas \$ 500, bebidas \$500, globos \$250, entre otros.

En la tarde Pedro y Juan Pablo se juntaron con el resto de sus amigos y les comentaron lo que vieron en el circo, destacando lo grande que es ya que tiene una capacidad para 1.500 personas. Luego los amigos se ponen de acuerdo para ir todos juntos el día miércoles.

PREGUNTAS:

1. ¿Haz ido al circo alguna vez?
2. ¿Qué es lo que mas te atrae?
3. ¿Quiénes participan en el circo?
4. ¿Cuándo llegó el circo a la ciudad?

5. ¿Cuántos niños irán al circo? ¿Cuántos adultos?
6. ¿Cuánto dinero necesitan los amigos para ir al circo?
7. ¿Cuánto dinero necesitan si cada amigo va con su papá?
8. Si Juan Pablo tiene \$5.500 para ir al circo y compra dos entradas para adultos ¿Cuánto dinero le sobra?
9. Si Camila compra dos manzanas, tres globos y dos entradas para la tercera edad ¿Cuánto dinero gastará?
10. Si Juan Pablo, María, Leonor y Cristian compran cuatro bebidas y cuatro globos ¿Cuánto dinero necesitan en total?

Actividad 3

- ❖ Luego de haber leído las preguntas que anteriormente se mencionan, comienza a desarrollar los siguientes problemas buscando: los datos, las preguntas, reformulando el problema y graficándolo.

1. Samuel fue a comprar dos entradas para adulto y niño. Pagó con \$5.000 y recibió de vuelto dos billetes de \$1.000 y cinco monedas de \$100 ¿cuánto le costaron ambas entradas?

2. Isidora tiene ahorrado tres billetes de \$5.000 y 7 monedas de \$500 ¿Cuánto dinero ha ahorrado?

3. Pedro compró 3 globos, 2 bebidas y una manzana confitada ¿Cuánto dinero gastó en total?

4. Un traje de payaso cuesta \$10.500, si hay 4 payasos en el circo. ¿Cuánto dinero se necesita para comprar todos los trajes?

5. Leonor pagó \$2.700 por 8 globos ¿Cuánto costó cada globo?

6. Josefa repartió 15 entradas a 5 vecinos ¿Cuántas entradas recibió cada uno?

7. Guillermo gastó \$3.000 en 6 manzanas confitadas para comer durante la función ¿Cuánto le costó cada manzana?

CAPÍTULO 3

CONCLUSIONES

Esta propuesta consistió en plantear una metodología de trabajo seleccionando las estrategias necesarias que van a permitir al profesor transferir de manera progresiva el control del proceso resolutivo a los alumnos, logrando un entendimiento global del problema. Asimismo, se utilizó el modelado metacognitivo mediante preguntas dirigidas para cada fase del proceso. Es por esto que nos enfocamos en las tres primeras fases del proceso resolutivo (comprensión y traducción, integración y planificación), trabajándose de manera independiente cada una. Esto permitirá que los alumnos visualicen claramente los pasos a seguir en cada fase y logren una comprensión global del enunciado, y posteriormente lleguen a una adecuada ejecución del problema. Se excluyó la fase de ejecución porque al leer un problema los alumnos tienden a desarrollar el algoritmo que los conducirá al resultado, el que muchas veces es erróneo debido a que no realizan una reflexión previa y no planifican el proceso resolutivo saltándose las tres primeras etapas que son fundamentales para la comprensión del enunciado y la representación global del problema.

De la misma manera, se entregaron pautas y ejemplos a los profesores para la confección de problemas aritméticos, los que pueden utilizarse para que los estudiantes logren una mejor comprensión del enunciado.

Adicionalmente, se entregó problemas al profesor con el fin de que la aplique a sus alumnos ejercitando así cada fase. Esta pauta entrega diversas alternativas de problemas que permitirían al alumno comprender, integrar y planificar la información presente en el enunciado.

Al finalizar la elaboración del trabajo se concluye que sus principales fortalezas son que la metodología escogida, la enseñanza directa ya que es la más utilizada en el aula y a través de ella se pretende enseñar diversos contenidos curriculares, en este caso se propone para desarrollar estrategias enfatizando el modelado.

En lo que se refiere a los tipos de enunciado que se utilizaron, éstos son adecuados para el primer ciclo básico. Las actividades que se proponen

persiguen mejorar el aprendizaje de la resolución de problemas a través de la reflexión, planificación y autonomía en su trabajo, tal que la secuencia metodológica presentada favorece la interacción profesor alumno.

Debemos precisar que la propuesta planteada no fue puesta en práctica, por lo cual no nos va a permitir ver si se cumplen nuestros objetivos planteados, pero puede ser implementada en cualquier establecimiento de enseñanza básica, ya que es complementaria a los planes y programas del sub-sector de aprendizaje de educación matemática y el profesor deberá adaptarla a las características del grupo y a las demandas del contenido del nivel para lo cual se pueda observar en terreno su aplicabilidad, hacer modificaciones y evaluar el mejoramiento de los estudiantes.

BIBLIOGRAFÍA

- Beltrán, G. Ana, Conejeros, V. Sofía, Godoy, V. Katia y Jadue Ch. Karen Seminario: Análisis de procedimiento en resolución de problemas lógico-matemáticos. Universidad Andrés Bello, Psicopedagogía, Enero de 2004.
- Botta, Mirta. Tesis, monografías e informes. Nuevas normas y técnicas de investigación y redacción. Buenos Aires, Editorial Biblos, 2002.
- Careaga Medina, Roberto. Una sugerencia metodológica para la resolución de problemas matemáticos de enunciado verbal. Santiago, Ediciones Educares, 1997.
- Defior Citoler, Sylvia. Las dificultades de aprendizaje: un enfoque cognitivo. Málaga, Ediciones Aljibe, 1996.
- Eggen D., Paul y Kaunchak P., Donald. Estrategias docentes. Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades de pensamiento. Buenos Aires, Fondo de Cultura Económica, 2000.
- Fernández F., Llopis A. y Pablo C. Matemáticas básicas: dificultades de aprendizaje y recuperación. Madrid, Aula XXI/Santillana, 1991.
- Fernández Bravo, José Antonio. Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos. Barcelona, CISSPRAXIS S.A., 2000.
- Gómez Chacón, Inés María. Matemática emocional. Los efectos en el aprendizaje matemático. Madrid, Narcea Ediciones, 2000.

- Gómez Maza, Carlos. Multiplicar a dividir a través de la resolución de problemas. España, Ediciones Aprendizaje Visor. 1991.
- González, Enrique. Profesores Japoneses entrenan a docentes Chilenos en la enseñanza de las matemáticas. Diario La Tercera, artículo del Lunes 15 de Octubre de 2007.
- González, Martina y Vázquez, Lorena. Estrategias para la resolución de problemas en alumnos del primer ciclo de educación básica. Apuntes cursos Universidad Andrés Bello 2007.
- Luceño Campos, José Luis. La resolución de problemas aritméticos en el aula. Málaga, Ediciones Aljibe, 1999.
- Luceño Campos, José Luis. El número y las operaciones básicas: su psicodidáctica. Alcoy, Editorial Marfil S.A., 1993.
- Ministerio de Educación. Programas de Estudio Cuarto Básico. Ministerio de Educación, Republica de Chile, Junio de 2003. Santiago.
- Miranda A., Fortes C. y Gil D. Dificultades del aprendizaje de las matemáticas. Un enfoque evolutivo. Málaga, Ediciones Aljibe, 2000.
- Martínez Montero, Jaime. Enseñar matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales. Barcelona, CISSPRAXIS, S.A. 2002.
- Pozo Municio, Juan Ignacio (Coordinador). La solución de problemas. Madrid, Aula XXI /Santillana, 1994.

- Sampieri Hernández, Roberto, Collado Fernández Carlos, y Lucio Baptista Pilar. Metodología de la investigación, McGraw Hill Interamericana, tercera edición 2003. México.
- Vidal García, Jesús. Apunte Curso Dificultades Matemáticas: concepto, evaluación y tratamiento. Santiago, Instituto de Evaluación Psicopedagógica EOS, 2003.

OTRAS REFERENCIAS

- MINEDUC. Mapas de Progreso del Aprendizaje. Sitio web consultado el 22 de agosto del 2007: <http://www.curriculum-mineduc.cl/curriculum/mapas-de-progreso/>
- MINEDUC. Resumen ejecutivo. Chile y el aprendizaje de matemáticas y ciencias según TIMSS - Resultados de los estudiantes chilenos de 8° básico en el Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias. Unidad de Currículum y Evaluación, Ministerio de Educación. Sitio web consultado el 17 de Octubre de 2007: http://www.cep.cl/Cenda/Proyectos/Colegio_Profesores/Otros_Documentos/TIMMS_2004.pdf.
- MINEDUC. SIMCE. Sitio web consultado el 18 de Octubre de 2007: <http://www.simce.cl/>
- Poggioli, Lisette. Estrategias de resolución de problemas. Serie Enseñando a Aprender. Sitio web consultado el 10 de Octubre de 2007: www.fpolar.org.ve/poggioli/poggio51.htm .

- UCE-MINEDUC. Habilidades para la lectura en el mundo de mañana informe nacional de Chile resumen ejecutivo. Estudios Internacionales UCE-MINEDUC. Sitio web consultado el 17 de Octubre de 2007: http://www.sectormatematica.cl/pisa/resumen_ejecutivo.pdf.

ANEXOS

NÚMERO 1.

FICHA DE AUTOINSTRUCCIÓN

A partir de las preguntas que se plantean a continuación se pueden diseñar pautas de autoinstrucción y autoevaluación que van dirigidas a cada fase del proceso resolutivo, estas preguntas pueden ser entregadas cuando el alumno desarrolla un problema ya que le facilitará los pasos que debe seguir,

FASE DE COMPRENSIÓN Y TRADUCCIÓN

- ¿He resuelto problemas ya sea de suma resta, multiplicación y división anteriormente?
- ¿Me resultó fácil o difícil? ¿Por qué?
- ¿Qué pasos realicé cuando los he ejecutado?
- ¿Cuándo he resuelto problemas he llegado al resultado?
- ¿Cuáles son las palabras claves que identifiqué?
- ¿Me permiten reconocer lo que debo hacer?
- ¿Identifiqué las palabras que aparecen en el problema?
- ¿Entendí el significado de las palabras?
- ¿Distingo cuáles son los datos?
- ¿Subrayo los datos que aparecen?
- ¿Distingo cuáles son las incógnitas?
- ¿Cómo los distingo?
- ¿Identifico las incógnitas?
- ¿Este problema se parece a alguno que he realizado anteriormente?
- ¿En qué se parece?

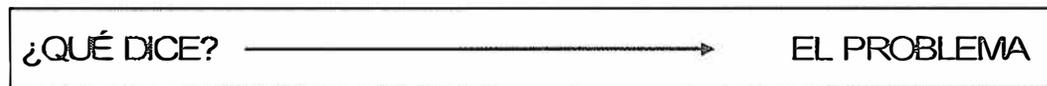
FASE DE INTEGRACIÓN

- ¿Puedo reformular el problema con mis palabras?
- ¿Cuál es el problema? ¿Qué debo investigar?
- ¿Qué palabras me señalan lo que debo hacer para resolver el problema?
- ¿Qué palabras claves me indican qué operatoria es?
- ¿Identifique la operatoria?
- ¿Qué me indica qué es la pregunta?
- ¿Subrayé la información relevante?
- ¿La información corresponde al problema?
- ¿Qué pasos voy a realizar para resolver el problema?
- ¿Puedo explicar el problema con mis palabras?
- ¿Cuáles son las claves? ¿Qué palabras me indican los datos importantes?
- ¿Qué palabras me señalan lo que debo hacer para resolver el problema?
- ¿Se pueden responder las preguntas con la información conocida?
- ¿Qué información se desconoce? ¿Cómo puedo obtenerla?
- ¿Subrayé toda la información relevante? ¿Corresponde a las preguntas formuladas?
- ¿Qué pasos voy a realizar para resolver el problema?
- ¿Tengo todos los datos necesarios para resolver el problema?
- ¿Qué información necesito?
- ¿Qué hago primero?
- ¿Con qué operaciones tengo dificultades?

FASE DE PLANIFICACIÓN

- ¿Tengo claro cuales son los datos?
- ¿Los identifique bien?
- ¿Faltan datos?
- ¿Identifique los datos relevantes que me sirven para realizar la operación?
- ¿Cuales son los datos irrelevantes?
- ¿Cómo voy a organizar los datos y qué operaciones tengo que realizar?

NÚMERO 2 Este esquema explica cómo se debe desarrollar un problema y cómo hay que analizar el enunciado, lo que se lleva a cabo mediante preguntas, las cuales te ayudaran a concebir una idea previa sobre los pasos a seguir para posteriormente ejecutarlo de manera correcta.



LEO EL PROBLEMA

RELEO EL PROBLEMA

- Realizó las siguientes preguntas:**
- ¿Qué dice el problema?
 - ¿Lo he comprendido?
 - ¿Entiendo el significado de las palabras de este problema?
 - ¿Cuál es la pregunta?

PUEDO DECIRLO DE OTRA MANERA

- Preguntas que ayudan a la comprensión del enunciado.**
- ¿Cómo lo puedo resolver?
 - ¿Tengo todos los datos necesarios para resolver este problema?
 - ¿Qué información necesito?
 - ¿Qué pasos debo realizar?
 - ¿Qué hago primero?
 - ¿Cómo debo encontrar la solución?
 - ¿Con qué operación?
 - ¿Con qué operación tengo dificultades?

NÚMERO 3

AUTOEVALUACIÓN PARA EL ALUMNO

La siguiente pauta se la entregará a los alumnos con el fin de que verifiquen su actuar frente al proceso resolutivo.

INDICADORES	SI	NO	A VECES
Lograste identificar las palabras claves			
Reconociste el significado de las palabras			
Distinguiste los datos			
Subrayaste los datos			
Identificaste la información que falta			
Identificaste la incógnita			
Formulaste el problema con tus palabras			
Identificaste el tipo de problema			
Identificaste la operatoria			
Identificaste los pasos que realizaste.			
Reconociste todo los datos			
Identificaste los datos que te sirven para resolver la operación			
Organizaste los datos			
Representaste gráficamente la información			