



**Rafaela Luísa Parreira Mateus**

Licenciada em Ciências da Engenharia Mecânica

## **Estudo Numérico da Interação entre Turbinas Eólicas Modeladas por Discos Atuantes**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Mecânica

Orientador: Professor Doutor Daniel Cardoso Vaz,  
Professor Auxiliar, DEMI/FCT-UNL

Co-orientador: Professor Doutor Tiago Alexandre Narciso da Silva,  
Professor Auxiliar Convidado, DEMI/FCT-UNL

Júri

Presidente: Doutor José Fernando de Almeida Dias, Prof. Associado da FCT-UNL  
Arguentes: Doutora Cláudia Sofia Séneca da Luz Casaca, Prof.<sup>a</sup> Adjunta do ISEL-IPL  
Doutor Francisco Miguel Ribeiro Proença Brójo, Prof. Auxiliar da UBI  
Vogal: Doutor Daniel Cardoso Vaz, Prof. Auxiliar da FCT-UNL



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Setembro, 2018**



## **Estudo Numérico da Interação entre Turbinas Eólicas Modeladas por Discos Atuantes**

Copyright © Rafaela Luísa Parreira Mateus, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade NOVA de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, quero agradecer ao Professor Daniel Vaz por me ter orientado e acompanhado na elaboração desta dissertação, pelo esclarecimento de dúvidas, sugestões e correções que guiaram este trabalho no caminho do sucesso, e pela disponibilidade que sempre teve para comigo.

Ao meu co-orientador, o Professor Tiago Silva, queria expressar o meu agradecimento por ter promovido o desenvolvimento da dissertação na área da energia eólica.

Ao Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial, por facultar os meios computacionais, a licença do *software* e o espaço de trabalho.

Aos meus amigos um profundo agradecimento por me terem acompanhado nesta etapa importante da vida, com um agradecimento muito especial à Mariana por juntas termos partilharmos todas as conquistas e ultrapassarmos as derrotas, ao Diogo Martins, ao Fábio Albuquerque, ao Henrique Serra e ao Miguel Ferreira por toda a amizade.

Ao Pedro Ferreira, por todo o seu apoio, paciência e por ver sempre o lado positivo das circunstâncias.

Aos meus familiares e avós queria agradecer por todo o carinho, pela preocupação e por todas as palavras de incentivo.

Por fim quero agradecer e dedicar esta dissertação aos meus pais e à minha irmã, agradecer o amor incondicional, o orgulho demonstrado, a motivação ao longo destes anos, por investirem na minha formação e acreditarem na minha persistência.



## RESUMO

---

O estudo do *layout* das turbinas num parque eólico permite determinar qual a melhor disposição das mesmas para conseqüentemente melhorar o desempenho global do parque. Dada a complexidade, este importante estudo é muitas vezes realizado com recurso a ferramentas numéricas, que envolvem um elevado esforço computacional e elevado tempo de execução.

O objetivo do presente estudo é implementar um modelo de baixa exigência computacional que seja adequado para prever de forma preliminar o *layout* de um parque eólico, no qual podem ser identificadas interferências entre as esteiras das turbinas. Um modelo de esteira simples é acoplado à ferramenta *ANSYS FLUENT*<sup>®</sup> CFD através de *User Defined Functions* (UDF). Este modelo é baseado nas modificações propostas por El Kasmi e Masson, 2008, para o modelo de turbulência  $k-\epsilon$ . A utilização das UDF confere uma versatilidade na disposição das turbinas no domínio, sem exigir alterações na geometria do domínio e na geração da malha.

O presente estudo divide-se em duas partes, na primeira parte implementa-se o modelo via UDF e valida-se o modelo de previsão da esteira por comparação dos resultados numéricos obtidos com os dados experimentais do estudo de Pederson e Nielson, em 1980. O método proposto inclui o efeito de rotação do rotor pelo que se estuda a influência da sua modelação no desenvolvimento da esteira e ilustra-se a metodologia proposta para determinar as condições iniciais do escoamento de turbinas em *tandem*. Na segunda parte demonstram-se as potencialidades da modelação das turbinas por UDF no estudo da interação entre turbinas.

Os resultados do caso de uma turbina isolada permitem concluir que o método proposto prevê eficientemente a esteira na região distante, onde se encontram as turbinas em *tandem*. Através dos resultados da interação entre turbinas demonstra-se o potencial do método na definição do *layout* de um parque eólico.

**Palavras-chave:** CFD, disco atuante, esteira, UDF, modelo de turbulência  $k-\epsilon$

---



## ABSTRACT

---

The study of wind-turbine layout in a wind farm aims at determining the disposition of these that improve the overall farm performance. Due to its complexity, this important study is often done resorting to numerical tools, which encompass a high computational effort and running time.

The goal of the present study is to implement a model involving low computational power and suitable for preliminary assessments of a wind farm layout, in which possible interferences between the wakes of the turbines can be identified. A simple wake model is coupled to the ANSYS FLuent CFD tool via user defined functions (UDF). It is based on modifications by El Kasmi and Masson, 2008 to the  $k-\varepsilon$  turbulence model. The use of UDF gives versatility to the wake model when the matter is the turbine's disposition along the domain, without demanding changes in the domain and meshes geometry.

The present study is divided in two parts, in the first part the numerical wake model is validated by doing a comparison with the numerical results obtained by Pederson and Nielson's experimental data, obtained in 1980. The proposed model incorporate the rotor's rotation effect, so its influence on the wake development is studied and the proposed methodology to determine the flow's initial conditions in tandem turbines is illustrated. In the second part it is shown the capability of wind turbine modelling and implementation of turbines using UDF in the study of turbine interaction.

The results for an isolated turbine allow to determine that the proposed method predicts the wake efficiently at a long distance from the turbine when placed in tandem configuration. Throughout this results of the wind turbine interaction it is shown the potential of this method on the wind farm layout's definition.

**Keywords:** CFD, actuator disk, wake, UDF, turbulence model  $k-\varepsilon$

---



# ÍNDICE

<b>Índice de Figuras</b>	<b>xv</b>
<b>Índice de Tabelas</b>	<b>xxi</b>
<b>Nomenclatura</b>	<b>xxiii</b>
<b>Siglas e Abreviaturas</b>	<b>xxv</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação . . . . .	1
1.2 Objetivos . . . . .	3
1.3 Organização da Dissertação . . . . .	5
<b>2 Revisão Bibliográfica</b>	<b>7</b>
2.1 Estudos Presentes na Literatura . . . . .	7
2.2 Conceito de Esteira . . . . .	12
2.2.1 Esteira Próxima . . . . .	14
2.2.2 Esteira Distante . . . . .	15
2.2.3 Visualização Experimental . . . . .	15
<b>3 Modelos Físicos</b>	<b>19</b>
3.1 Modelos Analíticos de Esteira . . . . .	19
3.1.1 PARK . . . . .	20
3.1.2 Viscosidade Turbulenta . . . . .	21
3.1.3 Werle . . . . .	25
3.2 Teoria Uni-dimensional do Momento e o Limite de Betz . . . . .	27
3.3 Teoria do Momento com Rotação da Esteira . . . . .	33
<b>4 Modelos Numéricos</b>	<b>39</b>
4.1 Equações RANS . . . . .	39
4.2 Modelos de Turbulência . . . . .	41
4.2.1 $k-\varepsilon$ Padrão . . . . .	42
4.2.2 $k-\varepsilon$ : Perspetiva de Kasmi e Masson . . . . .	44
4.2.3 $k-\varepsilon$ RNG . . . . .	46

4.2.4	$k-\omega$ Padrão . . . . .	47
4.2.5	$k-\omega$ SST . . . . .	47
4.2.6	RSM . . . . .	48
4.2.7	LES . . . . .	49
4.3	Discretização do Domínio . . . . .	50
4.3.1	Critérios de Qualidade da Malha . . . . .	50
4.3.2	Funções de Parede . . . . .	51
4.3.3	Condições de Fronteira . . . . .	52
4.4	Esquemas Numéricos . . . . .	55
4.5	User Defined Functions . . . . .	56
4.5.1	Caracterização das Macros . . . . .	57
4.5.2	Interpretação vs. Compilação de UDF . . . . .	59
4.6	Definição do Domínio Computacional . . . . .	60
4.6.1	Domínio para Validação do Modelo . . . . .	61
4.6.2	Domínio para Estudo da Interação entre Turbinas . . . . .	62
4.7	Definição de Malhas . . . . .	62
4.7.1	Malha para Validação do Modelo . . . . .	62
4.7.2	Malha para Estudo da Interação entre Turbinas . . . . .	66
4.7.3	Seleção das Condições de Fronteira . . . . .	68
<b>5</b>	<b>Resultados e Discussão</b>	<b>71</b>
5.1	Estudo da Independência da Malha . . . . .	71
5.1.1	Domínio Cilíndrico . . . . .	72
5.1.2	Efeito da Geometria do Domínio (Paralelepípedo vs. Cilíndrico)	73
5.1.3	Domínio Paralelepípedo . . . . .	74
5.1.4	Análise dos Resíduos das Simulações com as Diferentes Malhas . .	79
5.2	Modelação das Variáveis por UDF - Turbina Isolada . . . . .	80
5.2.1	Queda de Pressão Através do Rotor . . . . .	80
5.2.2	Velocidade Tangencial no Plano do Rotor . . . . .	81
5.2.3	Termos Fonte do Modelo de Turbulência . . . . .	82
5.3	Modelação das Variáveis por UDF - Turbinas em <i>Tandem</i> . . . . .	83
5.4	Dependência do Modelo de Turbulência . . . . .	85
5.4.1	Alterações no Modelo $k - \epsilon$ . . . . .	85
5.4.2	Constantes do Modelo $k - \epsilon$ . . . . .	87
5.5	Influência da Modelação da Velocidade Tangencial . . . . .	89
5.6	Validação do Modelo Numérico da Esteira . . . . .	92
5.7	Análise para Ajuste do Modelo da Esteira . . . . .	101
5.7.1	Determinação Analítica do Desfasamento dos Perfis de Velocidades	101
5.7.2	Estudo do Termo $\phi_\epsilon$ . . . . .	103
5.8	Estudo da Interação entre Turbinas . . . . .	122
5.8.1	Turbinas <i>Nibe-B 630-kW</i> . . . . .	122

5.8.2	Turbinas <i>N90/2300</i> da <i>Nordex</i> . . . . .	129
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>135</b>
6.1	Conclusões . . . . .	135
6.2	Propostas para Trabalho Futuro . . . . .	138
	<b>Bibliografia</b>	<b>139</b>
<b>A</b>	<b>Expressão da potência</b>	<b>141</b>
<b>B</b>	<b>Demonstração da determinação do fator de indução axial a partir de <math>C_T</math></b>	<b>143</b>
<b>C</b>	<b>Curve fitting dos dados para o estudo da independência da malha do domínio paralelepípedo</b>	<b>145</b>
C.1	Direção transversal . . . . .	145
C.2	Direção axial . . . . .	147
<b>D</b>	<b>User Defined Functions</b>	<b>149</b>
D.1	Queda de pressão . . . . .	149
D.2	Velocidade tangencial . . . . .	150
D.3	Termos fonte das equações $k$ e $\varepsilon$ . . . . .	155
D.4	Termo adicional $\varphi_\varepsilon$ . . . . .	157
D.5	Turbinas em <i>tandem</i> . . . . .	159
D.5.1	Queda de pressão . . . . .	159
D.5.2	Velocidade tangencial . . . . .	161
D.5.3	Termos fonte das equações $k$ e $\varepsilon$ . . . . .	165
D.5.4	Termo adicional $\varphi_\varepsilon$ . . . . .	167
<b>E</b>	<b>Resultados detalhados da modelação da velocidade tangencial</b>	<b>169</b>
<b>F</b>	<b>Resultados detalhados da validação do modelo de esteira</b>	<b>175</b>
<b>G</b>	<b>Resultados detalhados do estudo do termo <math>\varphi_\varepsilon</math></b>	<b>183</b>



## ÍNDICE DE FIGURAS

1.1	Evolução da potência. Fonte: Ewea, 2015 e GWEC, 2016 . . . . .	2
1.2	Evolução do diâmetro dos rotores das turbinas eólicas. Adaptado: Manell, McGowan e Rogers, 2009 . . . . .	2
2.1	Espaçamento recomendado entre turbinas num parque eólico. Adaptado: Manell, McGowan e Rogers, 2009 . . . . .	13
2.2	Classificação das regiões da esteira . . . . .	13
2.3	Visualização do escoamento com injeção de fumo, no FFA. Fonte: Vermeer, Sørensen e Crespo, 2003 . . . . .	16
2.4	Visualização do escoamento com injeção de fumo, na Delft/WEL, evidenciando duas rotações completas do rotor. Fonte: Vermeer, Sørensen e Crespo, 2003 . . . . .	16
2.5	Visualização da espiral de vórtices de ponta, com injeção de fumo nas pás do modelo para a turbina de NREL. Fonte: Vermeer, Sørensen e Crespo, 2003 . . . . .	17
3.1	Perfil da esteira segundo o modelo de PARK. Adaptado: Jensen, 1983 . . . . .	20
3.2	Perfil da esteira segundo o modelo da Viscosidade Turbulenta. Adaptado: Ainslie, 1988 . . . . .	21
3.3	Perfil da esteira segundo o modelo de Werle. Adaptado: Werle, 2008 . . . . .	25
3.4	Esquema da distribuição do escoamento com fluxo de recirculação helicoidal correspondente à interpretação de Prandtl e Betz. Fonte: Sørensen, 2011 . . . . .	27
3.5	Representação simplificada do vento através da área varrida pelo rotor. Adaptado: Burton, Sharpe, Jenkins e Bossanyi, 2011 . . . . .	28
3.6	Expansão do tubo de corrente, variação da velocidade e da pressão do vento ao transpor o modelo de disco atuante. Adaptado: Sørensen, 2011 . . . . .	29
3.7	Representação esquemática das secções em análise no modelo de disco atuante. Adaptado: Manell, McGowan e Rogers, 2009 . . . . .	29
3.8	Parâmetros operacionais para uma turbina segundo a teoria de Betz. Coeficientes de potência e impulso, $C_p$ e $C_T$ , em função do fator de indução axial. Adaptado: Manell, McGowan e Rogers, 2009 . . . . .	32
3.9	Representação esquemática das secções em análise no modelo do disco atuante com rotação. Adaptado: Manell, McGowan e Rogers, 2009 . . . . .	33
3.10	Comportamento da função do fator de indução angular em função de $r$ , o raio do anel adimensionalizado pelo raio do rotor . . . . .	35

3.11	Representação vetorial da velocidade tangencial em secções do tubo de corrente	36
3.12	Representação vetorial da velocidade no perfil de seção transversal de uma pá	37
4.1	Volume para a integração do termo $\phi_\varepsilon$ . Adaptado de: El Kasmi e Masson, 2008	46
4.2	Perfil de velocidade de uma camada limite turbulenta. Adaptado de: Versteeg e Malalasekera, 2007	52
4.3	Perfil logarítmico da velocidade de entrada. Adaptado: Manell, McGowan e Rogers, 2009	53
4.4	Processo de solução para o <i>Segregated Solver</i> . Fonte: Fluent, 2006	57
4.5	Geometrias do domínio	61
4.6	Discretização do domínio cilíndrico para validação do modelo - vista global e do plano meridional	65
4.7	Discretização do domínio cilíndrico para validação do modelo - secção transversal	65
4.8	Malha para o estudo da interação entre turbinas - domínio paralelepipedico	67
4.9	Identificação das fronteiras do domínio cilíndrico e paralelepipedico	68
5.1	Perfis da velocidade e erro relativo das malhas do domínio cilíndrico e paralelepipedico	74
5.2	Perfis da velocidade na direção transversal e respetivo erro relativo das malhas do domínio paralelepipedico	76
5.3	Perfis da velocidade na direção axial e respetivo erro relativo das malhas do domínio paralelepipedico	77
5.4	Função de mérito da dimensão das células do domínio paralelepipedico	79
5.5	Perfis da velocidade, do erro relativo e da queda de pressão do modelo de turbulência $k - \varepsilon$ modificado e padrão	86
5.6	Isolinhas da magnitude da velocidade no plano $xy$ do modelo de turbulência $k - \varepsilon$ modificado e padrão	86
5.7	Isolinhas da magnitude da velocidade no plano $xy$ para diferentes constantes do modelo $k - \varepsilon$ modificado	87
5.8	Perfis da velocidade e do erro relativo para diferentes constantes do modelo de turbulência $k - \varepsilon$ modificado	88
5.9	Isolinhas da magnitude da velocidade tangencial no plano do rotor	90
5.10	Isolinhas da magnitude da velocidade tangencial no plano meridional	91
5.11	Perfis da velocidade axial na direção $y$ dos casos com modelo de turbulência $k - \varepsilon$ com e sem inclusão da modelação da $v_t$	92
5.12	Perfis da velocidade axial na direção $y$ , para as diferentes distâncias a jusante do rotor - <i>Caso Exp. 1</i>	95
5.13	Evolução longitudinal do diâmetro da esteira e do perfil de velocidades na linha central - <i>Caso Exp. 1</i>	95

5.14	Perfis da velocidade axial na direção $y$ , para as diferentes distâncias a jusante do rotor - <i>Caso Exp. 2</i> . . . . .	97
5.15	Evolução longitudinal do diâmetro da esteira e do perfil de velocidades na linha central - <i>Caso Exp. 2</i> . . . . .	97
5.16	Perfis da velocidade axial na direção $y$ , para as diferentes distâncias a jusante do rotor - <i>Caso Exp. 3</i> . . . . .	99
5.17	Evolução longitudinal do diâmetro da esteira e do perfil de velocidades na linha central - <i>Caso Exp. 3</i> . . . . .	99
5.18	Perfis da velocidade axial na direção $y$ para os diferentes modelos de determinação de resultados - <i>Caso Exp. 1</i> . . . . .	100
5.19	Perfis da velocidade axial na direção $y$ para os diferentes modelos de determinação de resultados - <i>Caso Exp. 2</i> . . . . .	100
5.20	Perfis da velocidade axial na direção $y$ para os diferentes modelos de determinação de resultados - <i>Caso Exp. 3</i> . . . . .	101
5.21	Perfis da velocidade na linha central após retificada a dimensão do volume para aplicação do termo $\varphi_\varepsilon$ . . . . .	104
5.22	Perfis da velocidade na linha central para diferentes dimensões do volume para aplicação do termo $\varphi_\varepsilon$ . . . . .	107
5.23	Perfis do termo $P_t$ na linha central para diferentes dimensões do volume para aplicação do termo $\varphi_\varepsilon$ . . . . .	107
5.24	Perfis do termo $\varphi_\varepsilon$ na linha central para diferentes dimensões do volume para aplicação do respetivo termo . . . . .	108
5.25	Isolinhas da magnitude da velocidade nos planos $xy$ e $xz$ do domínio numérico para a cota $z=0$ e $y=0$ , respetivamente . . . . .	109
5.26	Componentes e diferença entre componentes do termo $S_{ij}S_{ij}$ , ao longo da direção longitudinal para a cota central do disco atuante - Casos de volume $0D - 0D$ e $0,25D - 0,25D$ . . . . .	111
5.27	Componentes e diferença entre componentes do termo $S_{ij}S_{ij}$ , ao longo da direção longitudinal para a cota central do disco atuante - Casos de volume $0,25D - 0,25D$ e $0,8D - 0,8D$ . . . . .	112
5.28	Perfis do termo $S_{ij}S_{ij}$ para o casos de volume $0D - 0D$ e $0,25D - 0,25D$ . . . . .	113
5.29	Perfis do termo $S_{ij}S_{ij}$ para o casos de volume $0,25D - 0,25D$ e $0,8D - 0,8D$ . . . . .	113
5.30	Termos $S_{ij}S_{ij}$ dos casos de volume $0,25D - 0,25D$ que implementam o termo $\varphi_\varepsilon$ e em que varia a implementação da componente da velocidade tangencial, $v_t$ . . . . .	114
5.31	Termos $S_{ij}S_{ij}$ dos casos em que não se implementa o termo $\varphi_\varepsilon$ e em que varia a implementação da componente da velocidade tangencial, $v_t$ . . . . .	115
5.32	Termos $S_{ij}S_{ij}$ para os casos de volume $0,25D - 0,25D$ e $0,25D - 0D$ . . . . .	116
5.33	Termos $S_{ij}S_{ij}$ para os casos de volume $0,25D - 0D$ e $0,80D - 0D$ . . . . .	117
5.34	Perfis da velocidade axial, na direção $y$ , para as diferentes distâncias a jusante do rotor, após a correção da dimensão do volume de aplicação de termo $\varphi_\varepsilon$ - <i>Caso Exp. 1</i> . . . . .	119

5.35	Perfis da velocidade e dimensão da esteira na direção axial, após a correção da dimensão do volume de aplicação de termo $\varphi_\varepsilon$ - <i>Caso Exp. 1</i> . . . . .	120
5.36	Perfis da velocidade axial, na direção $y$ , para as diferentes distâncias a jusante do rotor, após a correção da dimensão do volume de aplicação de termo $\varphi_\varepsilon$ - <i>Caso Exp. 2</i> . . . . .	120
5.37	Perfis da velocidade e dimensão da esteira na direção axial, após a correção da dimensão do volume de aplicação de termo $\varphi_\varepsilon$ - <i>Caso Exp. 2</i> . . . . .	121
5.38	Perfis da velocidade axial, na direção $y$ , para as diferentes distâncias a jusante do rotor, após a correção da dimensão do volume de aplicação de termo $\varphi_\varepsilon$ - <i>Caso Exp. 3</i> . . . . .	121
5.39	Perfis da velocidade e dimensão da esteira na direção axial, após a correção da dimensão do volume de aplicação de termo $\varphi_\varepsilon$ - <i>Caso Exp. 3</i> . . . . .	122
5.40	Designação das interações das turbinas <i>Nibe-B 630-kW</i> . . . . .	123
5.41	Isolinhas da magnitude da velocidade no plano $xz$ para a cota da altura do cubo das turbinas <i>Nibe-B 630-kW</i> - Interação transversal . . . . .	124
5.42	Isolinhas da magnitude da velocidade no plano $xz$ para a cota da altura do cubo das turbinas <i>Nibe-B 630-kW</i> - Interação axial . . . . .	125
5.43	Perfis da pressão estática para a cota da linha central das turbinas <i>Nibe-B 630-kW</i> - Interação transversal . . . . .	126
5.44	Perfis da velocidade para a cota da linha central das turbinas <i>Nibe-B 630-kW</i> - Interação transversal . . . . .	126
5.45	Perfis da velocidade na distância a jusante, $x/D$ , de 2,5, para as turbinas <i>Nibe-B 630-kW</i> - Interação transversal . . . . .	127
5.46	Perfis da pressão estática na cota da linha central das turbinas <i>Nibe-B 630-kW</i> - Interação axial . . . . .	128
5.47	Perfis da velocidade na cota da linha central das turbinas <i>Nibe-B 630-kW</i> - Interação axial . . . . .	128
5.48	Perfis da velocidade na distância a jusante, $x/D$ , de 2,5 das turbinas <i>Nibe-B 630-kW</i> - Interação axial . . . . .	129
5.49	Discretização do domínio para o estudo da interação entre turbinas <i>N90/2300</i> da <i>Nordex</i> . . . . .	130
5.50	Disposição das turbinas <i>N90/2300</i> da <i>Nordex</i> no parque eólico . . . . .	131
5.51	Isolinhas da magnitude da velocidade das turbinas <i>N90/2300</i> da <i>Nordex</i> . . . . .	132
5.52	Perfis da pressão e da velocidade na direção axial e transversal da interação das turbinas <i>N90/2300</i> da <i>Nordex</i> . . . . .	133
C.1	Funções de aproximação dos dados da simulação numérica para uma distância a jusante do rotor, $x/D$ de 1 - Direção transversal . . . . .	146
C.2	Funções de aproximação dos dados da simulação numérica - Direção axial . . . . .	148
D.1	UDF que modela a queda de pressão no caso de turbinas isoladas . . . . .	150

D.2	Representação esquemática da decomposição do vetor da velocidade tangencial	151
D.3	UDF que modela a componente $y$ da velocidade tangencial no caso de turbinas isoladas	153
D.4	UDF que modela a componente $z$ da velocidade tangencial no caso de turbinas isoladas	154
D.5	UDF que modela o termo fonte da equação $k$ no caso de turbinas isoladas	156
D.6	UDF que modela o termo fonte da equação $\varepsilon$ no caso de turbinas isoladas	157
D.7	UDF que modela o termo extra, $\varphi_\varepsilon$ , da equação $\varepsilon$ no caso de turbinas isoladas	159
D.8	UDF que modela a queda de pressão no caso de turbinas em <i>tandem</i>	160
D.9	UDF que modela a componente $y$ da velocidade tangencial no caso de turbinas em <i>tandem</i>	162
D.10	UDF que modela a componente $z$ da velocidade tangencial no caso de turbinas em <i>tandem</i>	164
D.11	UDF que modela o termo fonte da equação $k$ no caso de turbinas em <i>tandem</i>	165
D.12	UDF que modela o termo fonte da equação $\varepsilon$ no caso de turbinas em <i>tandem</i>	166
D.13	UDF que modela o termo extra, $\varphi_\varepsilon$ , da equação $\varepsilon$ no caso de turbinas em <i>tandem</i>	167
E.1	Isolinhas da magnitude da componente $y$ da velocidade tangencial no plano do rotor	170
E.2	Isolinhas da magnitude da componente $z$ da velocidade tangencial no plano do rotor	171
E.3	Isolinhas da magnitude da velocidade tangencial no plano $xy$	172
E.4	Isolinhas da magnitude da velocidade tangencial no plano à distância $x/D=0,5$ a jusante do rotor	173
F.1	Perfis experimentais e de aproximação da velocidade axial, na direção $y$ , para as diferentes distâncias a jusante do rotor - <i>Caso Exp. 1</i>	176
F.2	Perfis experimentais e de aproximação da velocidade na linha central para a cota $y=0$ - <i>Caso Exp. 1</i>	176
F.3	Perfis experimentais e de aproximação da velocidade na linha central e do diâmetro da esteira com os respectivos erros relativos - <i>Caso Exp. 1</i>	177
F.4	Perfis experimentais e de aproximação da velocidade axial, na direção $y$ , para as diferentes distâncias a jusante do rotor - <i>Caso Exp. 2</i>	178
F.5	Perfis experimentais e de aproximação da velocidade na linha central para a cota $y=0$ - <i>Caso Exp. 2</i>	178
F.6	Perfis experimentais e de aproximação da velocidade na linha central e do diâmetro da esteira com os respectivos erros relativos - <i>Caso Exp. 2</i>	179
F.7	Perfis experimentais e de aproximação da velocidade axial, na direção $y$ , para as diferentes distâncias a jusante do rotor - <i>Caso Exp. 3</i>	180
F.8	Perfis experimentais e de aproximação da velocidade na linha central para a cota $y=0$ - <i>Caso Exp. 3</i>	180

F.9	Perfis experimentais e de aproximação da velocidade na linha central e do diâmetro da esteira com os respectivos erros relativos - <i>Caso Exp. 3</i> . . . . .	181
G.1	UDF retificada que modela o termo extra, $\varphi_\varepsilon$ , da equação $\varepsilon$ no caso de turbinas isoladas . . . . .	184
G.2	Perfis dos termos $k$ e $\varepsilon$ ao longo da direção longitudinal para a cota central do disco atuante . . . . .	185
G.3	Perfis dos respectivos termos de $S_{ij}S_{ij}$ associados a cada componente da velocidade - Casos de volume $0D - 0D$ e $0,25D - 0,25D$ . . . . .	186
G.4	Perfis dos respectivos termos de $S_{ij}S_{ij}$ associados a cada componente da velocidade - Casos de volume $0,25D - 0,25D$ e $0,8D - 0,8D$ . . . . .	187
G.5	Perfis dos respectivos termos de $S_{ij}S_{ij}$ associados a cada componente da velocidade - Casos de volume $0,25D - 0,25D$ com e sem a modelação da rotação, $v_t$ . . . . .	188
G.6	Perfis dos respectivos termos de $S_{ij}S_{ij}$ associados a cada componente da velocidade - Casos sem inclusão do termo $\varphi_\varepsilon$ , com e sem a modelação da rotação, $v_t$ . . . . .	189
G.7	Perfis dos respectivos termos de $S_{ij}S_{ij}$ associados a cada componente da velocidade - Casos de volume $0,25D - 0,25D$ e $0,25D - 0D$ . . . . .	190
G.8	Perfis dos respectivos termos de $S_{ij}S_{ij}$ associados a cada componente da velocidade - Casos de volume $0,25D - 0D$ e $0,8D - 0D$ . . . . .	191

## ÍNDICE DE TABELAS

2.1	Sintetização das características das simulações numéricas . . . . .	12
4.1	Constantes do modelo de turbulência $k-\varepsilon$ . . . . .	43
4.2	Constantes do modelo de turbulência $k-\varepsilon$ RNG . . . . .	47
4.3	Constantes do modelo de turbulência $k-\omega$ padrão . . . . .	47
4.4	Constantes do modelo de turbulência $k-\omega$ SST . . . . .	48
4.5	Tipologia das condições de fronteira para ambos os domínios . . . . .	68
4.6	Condições dos casos de estudo experimental - turbina <i>Nibe-B 630-kW</i> . . . . .	69
4.7	Características dos casos de estudo experimental para implementação por <i>User Defined Functions</i> (UDF) - turbina <i>Nibe-B 630-kW</i> . . . . .	69
5.1	Descrição da malha do domínio cilíndrico . . . . .	72
5.2	Crítérios de qualidade da malha do domínio cilíndrico . . . . .	73
5.3	Descrição das malhas do domínio paralelepípedo . . . . .	75
5.4	Crítérios de qualidade das diferentes malhas do domínio paralelepípedo . . . . .	78
5.5	Resíduos das simulações numéricas das malhas utilizadas no estudo da independência . . . . .	80
5.6	Quantificação do desfasamento do perfil de velocidades para o <i>Caso Exp. 1</i> . . . . .	103
5.7	Localização das Turbinas <i>Nibe-B 630-kW</i> . . . . .	123
5.8	Condições iniciais das Turbinas <i>Nibe-B 630-kW</i> em <i>tandem</i> . . . . .	123
5.9	Discretização do domínio para a interação de turbinas <i>N90/2300</i> da <i>Nordex</i> . . . . .	130
C.1	Coeficientes da função de aproximação dos dados de simulação numérica - Direção transversal . . . . .	145
C.2	Coeficientes da função de aproximação dos dados de simulação numérica - Direção axial . . . . .	147



## NOMENCLATURA

### Símbolos Latinos

$a$	Fator de indução axial
$a'$	Fator de indução angular
$C_P$	Coefficiente de potência
$C_T$	Coefficiente de impulso
$d$	Défice da velocidade
$D$	Diâmetro do rotor ( $m$ )
$D_m$	Decréscimo da velocidade na linha central (%)
$D_w$	Diâmetro da esteira ( $m$ )
$F$	Função filtro
$h$	Altura do cubo ( $m$ )
$I$	Intensidade de turbulência (%)
$I_0$	Intensidade de turbulência do escoamento incidente (%)
$k$	Constante de decaimento da esteira (Modelo de PARK - cap. 3)
	Energia cinética turbulenta ( $m^2/s^2$ )
$K_1$	Constante do modelo da viscosidade turbulenta
$L_m$	Escala de comprimento ( $m$ )
$P$	Potência ao eixo ( $W$ )
$p_0$	Pressão do escoamento não perturbado ( $Pa$ )
$P_t$	Taxa de produção de energia cinética turbulenta ( $W/m^3$ )
$r$	Distância na direção radial ( $m$ )
$R_{ij}$	Tensor de Reynolds ( $Pa$ )
$r_w$	Raio da esteira ( $m$ )
$T$	Força de impulso - força axial ( $N$ )
$u$	Velocidade do vento a montante do disco atuante ( $m/s$ )
$U$	Velocidade na direção axial ( $m/s$ )
$U_0$	Velocidade não perturbado do vento ( $m/s$ )
$u_1$	Velocidade do vento a jusante do disco atuante ( $m/s$ )
$U_c$	Velocidade na linha central da esteira ( $m/s$ )
$u_*$	Velocidade turbulenta de fricção ( $m/s$ )

$U_m$	Escala de velocidade ( $m/s$ )
$\overline{uv}$	Tensão de corte ( $m^2/s^2$ )
$U_w$	Velocidade a jusante do rotor ( $m/s$ ) (Modelo de PARK - cap. 3)
$V$	Velocidade na direção radial a partir da linha central ( $m/s$ )
$x$	Distância na direção axial ( $m$ )
$x_{just}$	Distância a jusante do rotor na direção axial ( $m$ )
$z_0$	Rugosidade média da superfície ( $m$ )

**Símbolos Gregos**

$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker
$\varepsilon$	Viscosidade turbulenta ( $Pa.s$ ) (Modelo de PARK - cap. 3)
$\overline{\varepsilon}$	Taxa de dissipação de energia cinética turbulenta ( $kg/(m.s)$ )
$\kappa$	Constante de von Kármán
$\lambda$	Rácio das velocidades tangencial na ponta da pá e do vento ( <i>tip speed ratio</i> )
$\lambda_r$	Rácio de velocidade local
$\omega$	Velocidade angular transmitida para o escoamento ( $rad/s$ )
$\overline{\omega}$	Taxa de dissipação por unidade de energia cinética turbulenta (Cap. 4)
$\Omega$	Velocidade angular do rotor ( $rad/s$ )
$\mu_t$	Viscosidade turbulenta ( $Pa.s$ )

## SIGLAS E ABREVIATURAS

<b>ABL</b>	<i>Atmospheric Boundary Layer</i>
<b>BEM</b>	<i>Blade Element Momentum Theory</i>
<b>CFD</b>	<i>Computer Fluid Dynamics</i>
<b>Delft/WEI</b>	<i>Delft University of Technology/Wind Energy Institute</i>
<b>DNS</b>	<i>Direct Numerical Simulation</i>
<b>ER</b>	<i>Erro Relativo</i>
<b>FFA</b>	<i>Flygtekniska Försöksansta</i>
<b>LES</b>	<i>Large Eddy Simulation</i>
<b>MDA</b>	<i>Modelo de Disco Atuante</i>
<b>NASA</b>	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
<b>NREL</b>	<i>National Renewable Energy Laboratory</i>
<b>RANS</b>	<i>Reynolds Averaged Navier Stokes</i>
<b>RSM</b>	<i>Reynold Stress Model</i>
<b>SST</b>	<i>Shear Stress Transport Model</i>
<b>TVR</b>	<i>Turbulent Viscosity Ratio</i>
<b>UDF</b>	<i>User Defined Functions</i>
<b>UE</b>	<i>União Europeia</i>
<b>VBM</b>	<i>Virtual Blade Model</i>
<b>VC</b>	<i>Volume de Controlo</i>
<b>WAsP</b>	<i>Wind Atlas Analysis and Application Program</i>



## INTRODUÇÃO

*O setor eólico pauta-se por um contínuo desenvolvimento, dadas as suas potencialidades e ao surgimento de um novo paradigma energético, que se centra essencialmente nos recursos renováveis.*

### 1.1 Motivação

A crescente procura energética a nível global levou ao estabelecimento de uma consciencialização para a rentabilidade das soluções alternativas de baixo impacto ambiental. Para sustentar a preocupação com as políticas ambientais e repercussões no planeamento energético das diversas economias, a União Europeia (UE) estabeleceu o objetivo de alcançar uma quota de 27% de produção de energia por fonte renovável até 2030, DGEG, 2018.

De entre as fontes de energia renovável destaca-se a energia eólica, marcada por um aumento acentuado da potência instalada quer a nível mundial quer europeu, a partir de 2005. Quanto ao panorama nacional, a potência acumulada instalada encontra-se em concordância com os dados globais, mas em menor escala dada a proporção do país, como é visível pela figura 1.1.

No entanto para a implementação de turbinas eólicas é necessário ter em conta as suas limitações, estas incidem nas características de predominância do vento, não obstante a que este seja inconstante quer a nível topológico como temporal, bem como na disposição das turbinas num parque eólico.

O estudo da disposição das turbinas num parque eólico tem apresentado uma maior relevância nas últimas duas décadas, uma vez que está relacionado com a necessidade de maximizar e/ou minimizar uma função objetivo, como o caso de maximizar a produção de energia e simultaneamente minimizar o custo associado. Neste sentido diversos avanços

## CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

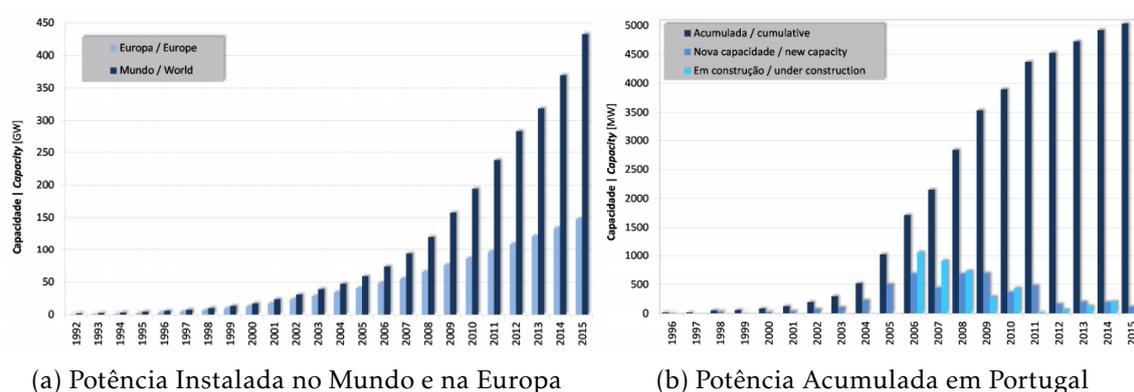


Figura 1.1: Evolução da potência. Fonte: Ewea, 2015 e GWEC, 2016

foram realizados, uma vez que no estudo de otimização do *layout*, como é designado na literatura, as limitações a ter em consideração são diversas, nomeadamente as dimensões do parque, a proximidade entre turbinas e os níveis de emissão de ruído. Contudo é necessário ter em conta também as variáveis referentes ao número de turbinas instaladas, às diferentes tipologias e à altura do cubo a que são implementadas, convergindo assim para um problema de extrema complexidade.

Para o solucionar ao longo das décadas foram desenvolvidos diferentes algoritmos de otimização, no entanto estes baseavam-se em pressupostos simplificativos. A solução do caso de teste característico da temática, amplamente estudado, foi resolvido pela primeira vez em 1994 por Mossetti et al. com recurso a um Algoritmo Genético (GA), (Feng e Shen, 2013), infere-se assim que o início desta investigação coincide com o incremento na dimensão do diâmetro do rotor, que tem como objetivo ampliar o desempenho da turbina, como é sustentado pela figura 1.2.

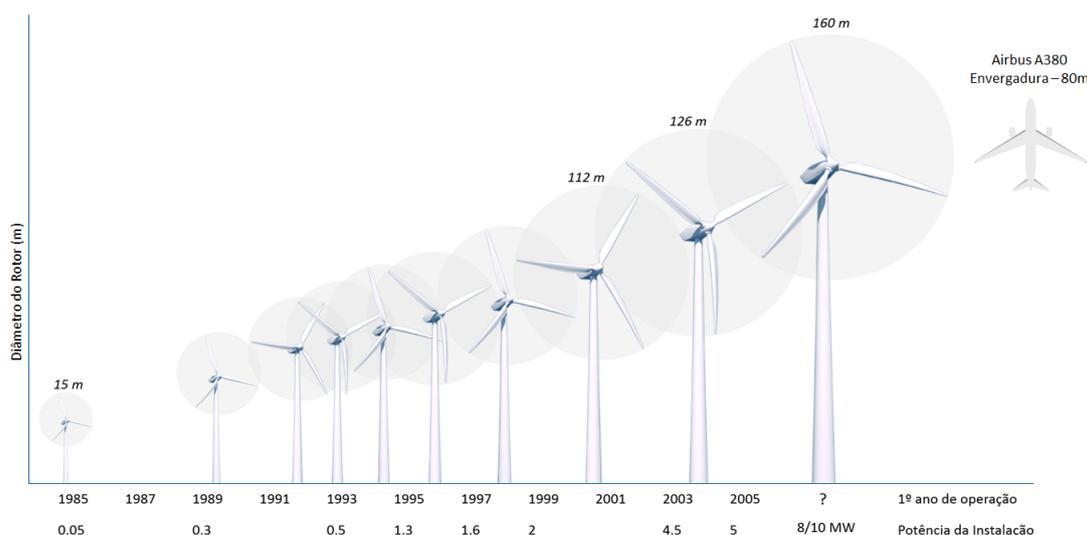


Figura 1.2: Evolução do diâmetro dos rotores das turbinas eólicas. Adaptado: Manell, McGowan e Rogers, 2009

Atualmente foram desenvolvidos algoritmos que possibilitam ter em consideração mais graus de liberdade, como é o caso da metodologia proposta por Feng e Shen, 2013 e através da utilização de *softwares* disponíveis, nomeadamente o *Wind Atlas Analysis and Application Program* (WASP). Este *software* permite realizar a avaliação de recursos eólicos, a localização e o cálculo do rendimento de turbinas isoladas e em parques eólicos.

Porém as potencialidades do *Computer Fluid Dynamics* (CFD) proporcionaram uma constante investigação na área da interação entre turbinas, uma vez que utiliza metodologias e modelos complexos. Contudo exige esforços computacionais, temporais e de memória consideráveis de acordo com o modelo de turbulência aplicado, como por exemplo, o caso da implementação do modelo de turbulência *Large Eddy Simulation* (LES). Este modelo possui uma abordagem diferente para o cálculo de escoamentos turbulentos, em virtude de considerar a influência de vórtices de maior diâmetro.

Para contornar a complexidade das investigações existem estudos que promovem o ajuste de modelos de turbulência simples de modo a descreverem corretamente o desenvolvimento da esteira, como é o exemplo do modelo de turbulência  $k-\varepsilon$ . Para o ajuste do modelo referido realça-se a investigação *An extended  $k - \varepsilon$  model for turbulent flow through horizontal-axis wind turbines* desenvolvida por El Kasmi e Masson, 2008.

A metodologia utilizada pelos autores consiste na implementação de termos fonte adicionais nas equações de transporte da energia cinética turbulenta e da dissipação turbulenta, figurando ainda um termo que representa a taxa de transferência de energia cinética turbulenta em larga escala para uma turbulência de pequena escala. Este último termo possibilita a inclusão de duas escalas de tempo e conseqüentemente assegura que a taxa de dissipação responde de forma eficaz face ao modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  padrão com as constantes propostas por Crespo et al., 1985.

Porém pretende-se ajustar o modelo de esteira formulado na literatura, para que além de simples, considere o efeito da rotação do rotor, e possua a particularidade de implementar facilmente as características de diferentes tipos de turbinas e localizações destas no domínio, com recurso a funções definidas pelo utilizador e sem ser necessário efetuar alterações na malha do domínio computacional.

## 1.2 Objetivos

Para a dissertação define-se como objetivo global a implementação de um modelo de esteira simples recorrendo à ferramenta CFD. Neste modelo implementa-se um modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  modificado, que permita prever corretamente o desenvolvimento da esteira com um esforço e tempo computacional relativamente reduzido, de forma a possibilitar o estudo da interação de turbinas através desta ferramenta. Assim, pretende-se através de funções definidas pelo utilizador, designadas por *User Defined Functions* (UDF) características do *ANSYS FLUENT*<sup>®</sup>, implementar de modo simples a modelação dos fenómenos associados à presença das turbinas. Esta particularidade permite que o modelo

adquira uma versatilidade na disposição das turbinas no domínio computacional, sem exigência de alterações ao nível deste e/ou da sua malha.

Para o domínio da simulação numérica será adotada a geometria, e respetivas dimensões, mais consensuais na literatura. Na secção 2.1 segue-se uma breve apresentação de casos de estudo presentes na literatura.

Com intuito de demonstrar a capacidade do modelo serão comparados os resultados numéricos aos resultados presentes na investigação de El Kasmi e Masson, 2008. Para efetuar a comparação pretende-se recriar o domínio e as condições de simulação idênticas na publicação referida, de modo a averiguar em que medida os resultados obtidos pela via numérica se aproximam dos experimentais.

No caso de serem detetadas discrepâncias analisar-se-á as variáveis admissíveis a retificar nas UDF, o que é expectável, uma vez que se pretende retratar o efeito provocado pela turbina no escoamento através do Modelo de Disco Atuante (MDA), que não tem em consideração a aerodinâmica do perfil das pás do rotor e a influência do cubo. Nesta sequência, no modelo de propagação da esteira, que se propõe, a presença do rotor será instaurada na simulação numérica, não com recurso à condição de fronteira *fan model* como na publicação referida, mas através de UDF específicas para modelar a perda de carga através de uma queda de pressão e para a inclusão da velocidade tangencial.

Após verificada a conformidade do modelo que se propõe, ambiciona-se expandir o domínio de simulação para a geometria do domínio paralelepípedo amplamente aplicada na literatura, este procedimento será efetuado com a finalidade de extrapolar o caso de uma turbina isolada para a situação de interação entre turbinas. No estudo de interação pretende-se demonstrar as potencialidades do modelo, evidenciado a facilidade com que as turbinas serão distribuídas no domínio e como as suas especificações serão facilmente alteráveis. A versatilidade inerente às UDF responderá à peculiaridade de num parque eólico estarem implementadas turbinas de tipologias distintas, a alturas do rotor ao solo dispares e dispersões territoriais diferentes.

A instância final coincide com a simulação da interação entre turbinas para o caso em que as turbinas são modeladas à escala real.

Assim para ser possível alcançar o objetivo global definido é necessário estabelecer os seguintes subobjetivos:

- Analisar a Teoria do Disco Atuante e a Teoria do Momento com Rotação da Esteira, e demonstrar a expressão para o coeficiente de potência em condições diferentes das do rotor ideal, ou seja, para as quais o coeficiente não é máximo. Consequentemente determinar a correlação do  $C_p$  com o  $a$  e com o  $a'$ ;
- Adquirir conhecimento sobre o funcionamento das UDF, quer ao nível da sua estruturação, uma vez que se tratam de rotinas programáveis em linguagem  $C^{++}$ , quer ao nível da sua interpretação ou compilação na interface do *software ANSYS FLUENT®*;

- Investigar o funcionamento da nova ferramenta de *design*, o *New Spaceclaim Geometry* do ANSYS®, uma vez que as dimensões do domínio computacional são da ordem dos 2 km e verifica-se uma incompatibilidade com a utilização do *Design Modeler Geometry*. Esta restrição dimensional exigiu uma adaptação a esta nova interface de modelação;
- Implementação das UDF referentes à reprodução da queda de pressão e da velocidade tangencial num domínio computacional genérico, de forma a analisar a seleção da *macro* para o efeito que se pretende modelar. Estas *macros* são fornecidas pelo *software* e a sua aplicabilidade permite definir as rotinas programáveis através da articulação necessária com a linguagem de programação em C++;
- Modelar as UDF que estabelecem a introdução dos termos fonte nas equações de transporte da energia cinética turbulenta e da dissipação turbulenta, implementadas na publicação de El Kasmi e Masson, 2008. Assim como a introdução do termo que representa a taxa de transferência de energia cinética turbulenta,  $\phi_\epsilon$ , proposta na mesma investigação, que figurará também na equação da dissipação turbulenta;
- Verificar se os resultados obtidos por via numérica corroboram os resultados experimentais provenientes do trabalho desenvolvido por Pederson e Nielson, em 1980;
- Realização de diferentes casos de simulação para demonstrar a capacidade de dispersar geograficamente as turbinas no domínio computacional. Assim como revelar a facilidade de alteração das especificidades das turbinas, a sua altura face ao solo, o que permitirá simular distintos *layouts* de um parque eólico efetuando apenas alterações ao nível das UDF;
- Criar um domínio computacional para modelar as turbinas eólicas à escala real, bem como a interação entre turbinas de acordo com a configuração de um parque eólico.

### 1.3 Organização da Dissertação

A dissertação encontra-se estruturada em 6 capítulos. No Capítulo 1 é apresentada uma breve introdução da temática, assim como a motivação para o desenvolvimento deste estudo e seus objetivos.

No capítulo 2 concretiza-se uma revisão bibliográfica, expondo os diferentes tipos de investigações publicadas na literatura ao longo dos tempos. E define-se o conceito de esteira, no qual se procede à caracterização das suas regiões e à apresentação desta de acordo com estudos experimentais desenvolvidos.

No capítulo 3 apresentam-se os modelos físicos, e este encontra-se subdividido em três secções. Na secção 3.1 descreve-se brevemente três modelos analíticos de esteira,

nomeadamente o Modelo de Viscosidade Turbulenta, por desempenhar um papel fundamental na aproximação dos perfis de velocidade por uma função Gaussiana. A secção 3.2 possui a análise detalhada da Teoria Uni-dimensional do Momento e o Limite de Betz. Já na secção 3.3 analisa-se criteriosamente a Teoria do Momento com Rotação da Esteira.

No capítulo 4 abordam-se as ferramentas numéricas a que se recorrem para executar a simulação numérica. Esta abordagem engloba desde as equações de RANS aos modelos de turbulência, bem com às ferramentas de discretização do domínio e aos esquemas numéricos, e ainda na secção 4.5 a descrição do funcionamento das UDF. Por fim na secção 4.6 realiza-se a definição do domínio computacional e da respetiva discretização.

No capítulo 5 apresentam-se e discutem-se os resultados obtidos por meio das simulações numéricas realizadas no decorrer da investigação. De forma sequencial, primeiramente concretiza-se o estudo de independência da malha de acordo com a tipo de geometria do domínio e de acordo com a dimensão dos elementos da malha. Seguidamente demonstra-se a modelação das variáveis que se pretende implementar por UDF, quer para o caso de uma turbina isolada quer em *tandem*. Dadas as características do escoamento procede-se, também neste capítulo, ao estudo da dependência do caso em relação ao modelo de turbulência  $k-\epsilon$ , bem como à análise da influência da modelação da velocidade tangencial que recria o efeito de rotação do rotor. Engloba-se ainda o processo de validação do modelo da esteira, o que resulta numa análise analítica para determinar o desfasamento verificados entre os perfis numéricos e experimentais da velocidade na linha central do rotor. Por último apresentam-se as potencialidades da metodologia proposta para o estudo da interação entra turbinas, para dois tipos de turbina.

Finalmente, no capítulo 6 sintetizam-se as conclusões que resultam da análise dos dados numéricos, tratados no capítulo anterior, bem como são descritas sugestões para trabalho futuro.

## REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

*Seguidamente apresenta-se uma revisão de diversas investigações, incluindo duas perspetivas, uma relacionada com o progresso ao longo dos tempos e a outra com a compilação de informação referente às metodologias, aos modelos de turbulência, aos esquemas numéricos utilizados, e às especificações da formulação CFD dos respetivos problemas. Por último define-se o conceito de esteira através da caracterização das suas diferentes regiões e apresenta-se a sua visualização determinada em estudos experimentais.*

### 2.1 Estudos Presentes na Literatura

Para analisar o progresso realizado ao longo dos anos foram sintetizados trabalhos científicos que se revelaram um alicerce para o desenvolvimento da presente dissertação e que são fundamentais na área de estudo da aerodinâmica da esteira de turbinas eólicas.

Crespo e Hernández, 1996, publicaram um estudo computacional que se baseia nos resultados experimentais e numéricos obtidos no projeto europeu CEC JOULE. Este estudo tinha como objetivo desenvolver expressões que permitissem o cálculo das características da turbulência nas esteiras, para o caso de uma turbina isolada. Através deste estudo, propuseram correlações para os valores máximos de energia cinética turbulenta e da taxa de dissipação turbulenta em diferentes secções transversais na direção longitudinal da esteira. Estas correlações foram deduzidas tendo por base correlações analíticas e resultados do código UPMWAKE.

Magnusson e Smedman, 1999, utilizaram no seu estudo sobre esteiras os dados provenientes de um parque eólico constituído por quarto turbinas de porte médio em operação numa zona costeira na Suécia. Estes autores afirmam que o coeficiente de impulso,  $C_T$ ,

mostra ser a variável mais relevante para caracterizar a esteira, sobrepondo-se à velocidade do vento. A afirmação dos autores está de acordo com a teoria de modelos de esteira, uma vez que os modelos foram desenvolvidos tendo em consideração dados relativos ao impulso, ou seja, à força de impulso,  $T$ .

Vermeer, Sørensen e Crespo, 2003, realizam uma revisão dos estudos desenvolvidos até à data da sua publicação, tendo em vista a perspetiva da especificação da esteira de turbinas eólicas. Esta revisão engloba não só trabalhos experimentais como também estudos de simulação numérica, tanto para esteira próxima como distante. Os autores enumeram diversos fatores que não são tidos em consideração nos estudos, o que demonstra as limitações de cada estudo e argumentam que não existe um modelo numérico perfeito, cada método detém as suas vantagens e respetivas desvantagens.

Segundo estes autores a implementação de métodos baseados nas Equações de Navier-Stokes permitem alcançar uma visão mais específica do comportamento da esteira, face aos modelos baseados no desenvolvimento dos vórtices da esteira. Estes métodos, apesar de permitirem um tempo de simulação numérica menor, desprezam vários fatores físicos importantes devido às suas hipóteses simplificativas. Os autores referem ainda que os modelos de esteira distante demonstram uma boa concordância quando os resultados obtidos numericamente são comparados com os dados experimentais, porém a validade global do modelo não é verificada para casos de estudo mais gerais, dada a sua dependência a hipóteses e coeficientes adotados. Consequentemente os modelos que apresentarem menor dependência dos fatores mencionados revelam-se mais promissores para aplicação a diferentes problemáticas e para a reprodução correta do desenvolvimento da esteira. Quanto aos resultados experimentais, os mais promissores serão abordados na secção de caracterização da esteira, 2.2.3.

El Kasmi e Masson, 2008, propuseram um novo modelo para simular o escoamento através de uma turbina eólica de eixo horizontal, da investigação destaca-se a introdução de um termo adicional na equação de transporte para a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta. Para figurar a queda de pressão, o rotor foi simulado por aplicação da condição de fronteira *fan*, disponível nas múltiplas condições do *FLUENT*<sup>®</sup>, e implementaram o modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  com constantes modificadas. A utilização do modelo de turbulência modificado deve-se ao facto do modelo padrão subvalorizar o défice de velocidade, dada a elevada difusão turbulenta na proximidade da turbina, referente à existência de uma região onde não é verificado o equilíbrio da turbulência. Este modelo foi posteriormente validado por Prospathopoulos et al., 2011, para diversos outros casos. Contudo o modelo apresenta a desvantagem de ser necessário para cada caso adaptar a constante do modelo  $C_{\varepsilon 4}$  e o volume de controlo de aplicação do termo da taxa de energia transferida.

Prospathopoulos, Politis e Chaviaropoulos, 2008, abordaram o tópico da simulação de parque eólicos sobre topografia complexa. Realizaram também a simulação referente à mesma situação mas para o caso de uma superfície lisa, ambas com recurso à metodologia do disco atuante. Os autores compararam os resultados dos dois casos na perspetiva

das perdas na esteira provenientes do efeito da topografia, sendo que posteriormente estes resultados foram ainda comparados a dados experimentais. Nesta abordagem os autores recorreram ao modelo de turbulência  $k-\omega$  e ao código *Cres-FlowNS*, que lhes permitiu perceber que este modelo de turbulência se revela apropriado para a modelação de casos de parques sobre superfícies lisas, contudo demonstra alguma incongruência na abordagem a topografia complexa.

Rados, Prospathopoulos, Politis, Chaviaropoulos e Zervos, 2009, efetuaram a comparação entre resultados numéricos obtidos através da utilização de dois códigos que aplicam o modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  e  $k-\omega$ , e os dados experimentais do estudo de uma placa perfurada de 8 mm de espessura, com um coeficiente de impulso de 0,8 aplicado. Este estudo surge na sequência de terem sido detetadas as desvantagens de ambos os modelos de turbulência no que diz respeito ao défice de velocidade. Para contornar as desvantagens dos modelos os autores recorreram a três mecanismos: à implementação do termo adicional de produção da taxa de dissipação da turbulência, de acordo com Chen e Kim (1987); à modificação das constantes relevantes; e à variação do comprimento de escala. Com o desenvolvimento do estudo os autores concluíram que de entre os três mecanismos, o comprimento de escala influencia drasticamente os resultados.

Yang, Gu, Chen e Jin, 2009, propuseram um novo conjunto de condições de contorno para o caso de escoamentos turbulentos, com o objetivo de obter a solução aproximada das equações de transporte através do modelo de turbulência  $k-\varepsilon$ . Com as simulações numéricas demonstraram a capacidade destas condições produzirem o equilíbrio da *Atmospheric Boundary Layer* (ABL).

Cabezón, Sanz, Marti e Crespo, 2009, recorreram à simplificação do rotor através do modelo de disco atuante para simular a interação do escoamento entre a esteira do rotor implementada numa superfície lisa e a camada limite atmosférica. Uma das variantes da simulação foi o modelo de turbulência, pelo que os autores implementaram os seguintes modelos: o modelo  $k-\varepsilon$  com adição do termo proposto em 1987 por Chen e Kim; o modelo  $k-\varepsilon$  *Realizable*; e o modelo anisotrópico *Reynold Stress Model* (RSM). Como já verificado em alguns estudos, estes modelos apresentam a desvantagem de subestimarem o défice de velocidade na proximidade da turbina. Porém apresentam, principalmente o modelo  $k-\varepsilon$  modificado pelo termo fonte proposto e o RSM, uma boa concordância com os resultados experimentais à medida que a distância a jusante do rotor aumenta. Consequência do incremento da taxa de dissipação na periferia do rotor que origina uma menor difusão. Ainda que os modelos utilizados também subestimem a intensidade de turbulência, verificaram a sua concordância com os valores desta obtidos experimentalmente.

Makridis e Chick, 2009, abordaram a temática da simulação numérica para o desenvolvimento da esteira de turbinas eólicas em topografia complexa, especificamente sobre uma colina com curvatura de Gauss. Neste estudo a simulação foi concretizada com recurso ao software *FLUENT*® 6.3 e foi aplicada a metodologia do *Virtual Blade Model* (VBM), opção que à data do estudo estava recentemente disponível no programa para modelar a presença do rotor. Nesta abordagem testaram três modelos de turbulência,

nomeadamente, o  $k-\varepsilon$ ,  $k-\varepsilon$  *Realizable*, e o RSM. De entre estes o modelo RSM revelou ser aquele que possibilita uma aplicação mais correta das condições iniciais de turbulência, o que por consequência conduz a uma maior precisão nos resultados afetados pela elevada intensidade de turbulência e pelo défice de velocidade na esteira da turbina.

Diversos autores (Gómez-Elvira et al., 2005, Jimenez et al., 2007, Troldborg et al., 2007, Ivanell, 2009, Troldborg et al., 2009, Calaf et al., 2010, Norris et al., 2010 e Wu e Porté-Agel, 2011) desenvolveram os seus estudos em torno de modelos simplificativos do rotor e da aerodinâmica das suas pás, por aplicação do conceito de disco ou linha atuante. Este conceito representa o elemento principal da Teoria Uni dimensional da Quantidade de Movimento, formulada por R. E. Froude, em 1889, e da *Blade Element Momentum Theory* (BEM) proposta por H. Glauret em 1935.

Mo e Lee, 2011 basearam-se nos dados experimentais produzidos no laboratório NREL e utilizaram o *software ANSYS FLUENT*<sup>®</sup>, onde aplicaram o modelo de turbulência LES para estudar o ruído produzido pelas pás da turbina. Como os resultados experimentais não detêm características referente ao ruído, a comparação para validação ocorreu através da potência elétrica produzida pela turbina.

Joon, Hyun, Hyun e Chun, 2013, publicaram os resultados do estudo CFD de um parque eólico constituído por dois grupos de turbina. O objetivo dos autores prende-se com a caracterização do fornecimento de energia de um parque de acordo com o distanciamento entre turbinas. A sua análise foi realizada com recurso ao *ANSYS CFX* e utilizaram a *Blade Element Momentum Theory* (BEM) e o modelo de turbulência SST. Nesta análise consideraram a sincronização da rotação dos dois rotores, e a distância entre as duas turbinas eólicas foi o fator de variação na investigação. Esta distância foi variada de três para sete vezes o diâmetro do rotor, com um incremento de um diâmetro. Para a simulação numérica utilizaram um domínio com as características de secção transversal quadrada de dimensão 6D e um comprimento de 7D e de 18D, a montante da primeira turbina e a jusante da segunda turbina, respetivamente. Quanto à malha esta estava dividida em duas partes, um sistema de malha estática e outro de malha rotacional aplicado no campo de escoamento e no rotor, respetivamente. Este modelo numérico demonstra a sua vantagem na previsão da frequência turbulenta na camada limite por utilizar o modelo de turbulência SST. Os autores verificaram que nos casos simulados a segunda turbina se encontrava numa região onde o efeito da turbulência provocado pela turbina a montante ainda era forte. Apesar dessa verificação determinaram a partir dos resultados da potência disponível e do rácio desta, as curvas polinomiais mais adequadas para descrever a potência e o respetivo rácio. De acordo com a mudança significativa da inclinação das curvas determinadas para a distância de separação entre turbinas de 5D, os autores inferiram que esta distância pode ser selecionada como um critério para dividir a região de esteira próxima da distante.

Makridis e Chick, 2013, promoveram a validação de um modelo CFD para a esteira de uma turbina eólica sobre terrenos complexos, com recurso ao *FLUENT*<sup>®</sup>. Para modelar

o efeito do rotor aplicaram o MDA baseado na BEM, disponível no modelo de lâmina virtual do programa. Nesta abordagem os resultados referentes a topografia do terreno para um parque eólico foram comparados com os resultados que provém de simulações realizadas com o *software* WAsP.

As simulações da geometria 3D concretizaram-se para escoamento estacionário, através da resolução das equações de RANS, paralelamente às equações do modelo de turbulência RSM modificado, a seleção deste modelo baseou-se na necessidade de prever com precisão escoamentos turbulentos anisotrópicos. Porém o RSM requer significativamente mais tempo de computação e uma maior memória CPU em comparação com modelos mais simples. Sumariamente aplicaram a metodologia a um domínio de dimensões 105D, 50D e 26,25D, respetivamente corresponde ao comprimento (na direção  $x$ ), à largura e à altura (na direção  $r$ ), relativamente à distância da condição de fronteira de entrada ao rotor esta é de 20D. Os autores concluíram que o modelo estava em concordância com os resultados experimentais, sendo verificadas diferenças mais significativas para o perfil de velocidades à altura do cubo para a distância a jusante do rotor de 4D, onde o máximo de déficit foi de 15%. Para o perfil de velocidades ao longo da direção radial verificaram um déficit máximo de 17,5%, e perto do solo observaram um máximo de 32%.

Abdelsalam, 2014 simulou a esteira de turbinas eólicas recorrendo às equações RANS, ao modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  modificado para responder eficientemente a escoamentos atmosféricos, e à aplicação de uma condição fronteira de entrada adaptada. O domínio utilizado pelo autor foi caracterizado por uma secção transversal quadrada de dimensão 8D, uma distância entre a superfície de entrada e o rotor de 2D e a jusante deste de 25D. Pelo estudo concluiu que o modelo possui uma boa capacidade para prever a esteira através da comparação dos dados numéricos com os dados experimentais provenientes do estudo elaborado por Pederson e Nielson, 1980, e Taylor et al., 1985 entre outros dados experimentais. Para a comparação mencionada o autor detetou que existem diferenças essencialmente no perfil que dista 2,5D do rotor, e para além disso para a distância de 6D a jusante do rotor previu uma camada de corte relativamente fina. Constatou-se ainda que devido à difusão turbulenta a espessura da camada de corte aumenta com a distância a jusante da turbina, o que possibilita a recuperação da esteira.

Shives e Crawford, 2016, promoveram o estudo da esteira de turbinas eólicas, no sentido de facilitar a análise de maximização do rendimento energético e de minimização dos custos. Neste estudo recorreram à ferramenta de CFD para modelar a esteira e como resultado apresentam duas contribuições para melhorar a previsão desta. O artigo reforça a necessidade de ajustar o valor do coeficiente  $C_{\varepsilon 4}$  do modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  modificado de acordo com o caso em análise, e que a inclusão do termo extra da equação de transporte  $\varepsilon$ , proposto por El Kasmi e Masson, 2008, na periferia do rotor se trata de um fenómeno sem significado físico. Tal afirmação foi abordada na investigação de P.E. Réthoré, 2009 e A. M. Abdelsalon, V. Ramalingam, 2014.

Hennen e Kenjereš, 2017 concentraram-se na validação e a avaliação comparativa de diferentes estratégias para a simulação numérica das interações da esteira sob condições

atmosféricas neutras. O objetivo do trabalho foi propor uma metodologia numericamente robusta e relativamente simples, mas capaz de prever o comportamento correto da interações da esteira de turbinas eólicas em terrenos complexos ou dentro de áreas urbanas. A novidade do estudo incide na aplicação do  $k-\varepsilon$  modificado, em que são propostas alterações dos seus coeficientes. Neste trabalho os autores adotaram o MDA e a particularidade de implementarem o modelo não rotativo ou rotacional através de um código in-house próprio. O domínio utilizado é de secção transversal quadrada,  $16D \times 16D$ , com uma distância de  $5D$  e  $20D$ , a montante e a jusante do rotor, respetivamente. Os autores recomendam o estudo para o uso futuro em distribuição de turbinas em zonas urbanas, e, eventualmente, para melhorar os *layouts* de parques eólicos.

Tabela 2.1: Sintetização das características das simulações numéricas

Estudo	Dimensões do Domínio			Modelo de Turbulência
	Secção Transversal	$x$ a Montante da Turbina	$x$ a Jusante da Turbina	
Joon et al., 2013	$6D \times 6D$	$7D$	$18D$	SST
Makridis et al., 2013	$50D \times 26,25D$	$20D$	$85D$	RSM
Abdelsalam, 2014	$8D \times 8D$	$2D$	$25D$	$k-\varepsilon$
Hennen et al., 2017	$16D \times 16D$	$5D$	$20D$	$k-\varepsilon$

## 2.2 Conceito de Esteira

Na secção anterior foi possível identificar a diversidade de estudos realizados no âmbito do desenvolvimento da esteira de turbinas eólicas, tanta diversidade deve-se ao facto deste tema se ter revelado bastante promissor nas últimas décadas. Destaca-se entre os estudos o trabalho desenvolvido por Vermeer et al., 2003, em que os autores se dedicaram a realizar uma ampla revisão de trabalhos de modo a fortalecer a compreensão do conceito de esteira.

A esteira desenvolve-se a jusante do rotor durante o processo de extração de energia, a região da esteira é também designada por zona de sombra. É caracterizada por velocidades de escoamento relativamente reduzidas e, por oposição, elevados níveis de turbulência com presença de vórtices. Este fenómeno leva a que numa situação em que existe uma turbina a operar totalmente ou parcialmente imersa na esteira de outra, a extração de energia por parte da turbina seja menor e se verifique uma carga estrutural maior, que a verificada para uma turbina que opera em escoamento não perturbado. Ambas as consequências devem-se ao escoamento a jusante da primeira turbina ser turbulento e não uniforme, verifica-se geralmente que a velocidade média do vento é inferior à do escoamento não perturbado.

As características turbulentas da esteira acima mencionadas conduzem à aplicação de esforços mecânicos no interior das pás da turbina, o que tem como efeito a redução da

vida útil do equipamento. De modo a evitar a redução do desempenho das turbinas que se encontram em *tandem*, foi proposto um distanciamento de 8 a 10 diâmetros do rotor ( $D$ ) entre turbinas na direção de vento dominante, e um espaçamento de 5 ou mais diâmetros para o caso da direção perpendicular, como ilustrado na figura 2.1. O cumprimento destas distâncias de referência leva a que as perdas sejam tipicamente inferiores a 10% (Manell, McGowan e Rogers, 2009).

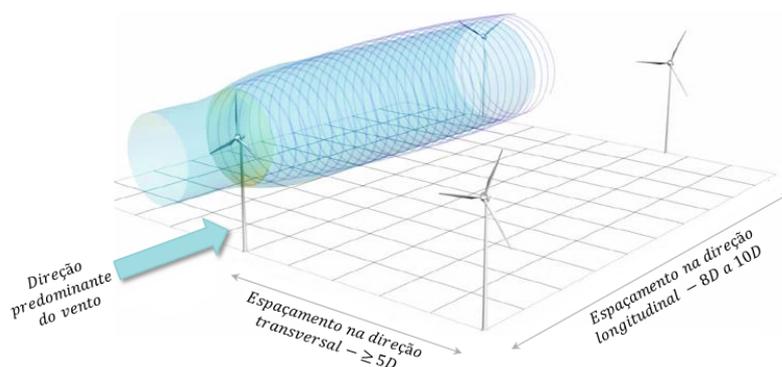


Figura 2.1: Espaçamento recomendado entre turbinas num parque eólico. Adaptado: Manell, McGowan e Rogers, 2009

A esteira pode ser segmentada em duas regiões distintas, classificando-se de esteira próxima a que se encontra imediatamente a jusante do rotor e a restante, de esteira distante, figura 2.2. A previsão do desenvolvimento da esteira próxima revela-se um processo complexo dada a dificuldade de tornar independente o estudo das diferentes regiões de esteira. Esta dificuldade é consequência das condições iniciais para o escoamento da esteira distante corresponderem às características do escoamento da esteira próxima.

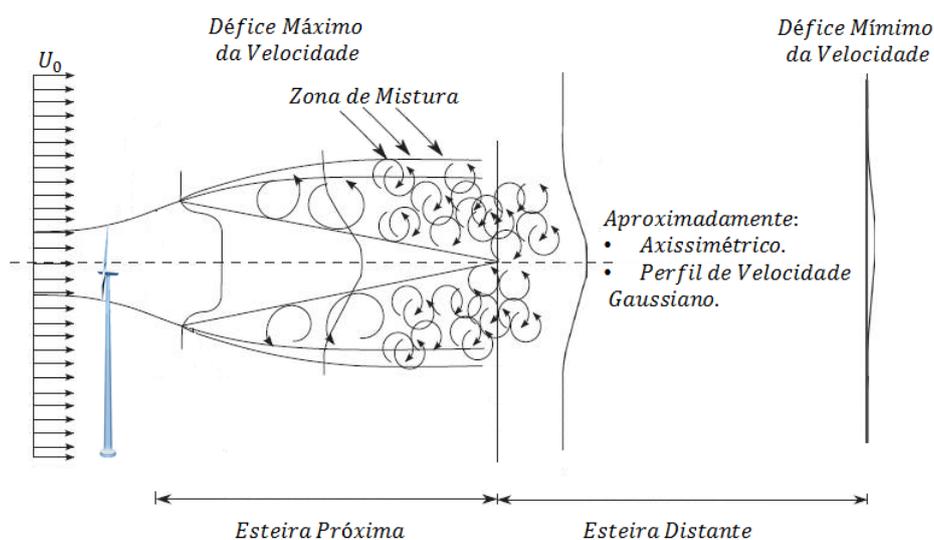


Figura 2.2: Classificação das regiões da esteira

### 2.2.1 Esteira Próxima

A região da esteira designada por esteira próxima estende-se tipicamente ao longo de 2-3 diâmetros a jusante do rotor, independentemente do tipo de pá. Caracteriza-se como uma zona de relaxamento quer do gradiente de pressão axial e radial, quer da velocidade tangencial imposta pelas pás. A extração de energia causa a diminuição da velocidade na linha central da esteira e o aumento da sua largura à medida que a distância a jusante do plano do rotor aumenta.

A velocidade mínima alcançada na linha central da esteira ocorre entre 1-2 diâmetros a jusante do rotor, já os vórtices de ponta decaem devido à ação da turbulência somente entre os 2-3 diâmetros. No entanto a turbulência gerada na camada de corte anelar da esteira, em grande escala difunde-se no núcleo da esteira e alcança a sua linha central entre os 3-5 diâmetros (Ainslie, 1988).

Segundo Vermeer et al., 2003, os estudos relativos à região de esteira próxima estão focados no desempenho do rotor, ou seja, na sua eficiência, e também nos processos físicos de extração de energia por parte deste. Porém existem objetos que possuem influência no comportamento da esteira que não abordados, apesar da sua contribuição para o aumento da complexidade dos estudos, nomeadamente, o gradiente de vento, o *Windshear*, a interação da torre e das pás com o fluído e os desvios da direção predominante do vento.

Do trabalho de revisão de Vermeer et al., 2003 salienta-se que para os estudos numéricos desta região da esteira é necessário que as medições sejam concretizadas em condições controladas, de forma a que seja possível reproduzi-la corretamente. Já nos trabalhos experimentais, realizados em túnel aerodinâmico, será necessário ter em consideração a relação de áreas entre a secção do mesmo e o modelo da turbina, uma vez que esta relação afetará a propagação da esteira, isto é, a sua expansão livre.

A possibilidade de comparar os resultado numéricos e experimentais deriva das condições de fronteira implementadas ao domínio de simulação numérica reproduzirem as condições de um túnel, especificamente as condições de simetria que forçam as linhas de corrente a não ultrapassarem os limites definidos.

Os estudos experimentais realizados em túneis em que o rotor se encontra à escala real revelam-se mais promissores, porém estes casos refletem um elevado custo proveniente do investimento em infraestruturas e no modelo da turbina. Dadas as evidências são raras as experiências nestas condições, ainda assim existe uma fonte de resultados desta natureza, o trabalho experimental é designado por *Undteady Aerodynamics Experiment*, e foi realizado pelo *National Renewable Energy Laboratory* (NREL), no túnel aerodinâmico *Ames*, que pertence à NASA.

### 2.2.2 Esteira Distante

A região de esteira distante localiza-se imediatamente a seguir à região de esteira próxima, e o seu estudo apresenta uma elevada importância para a otimização do *layout* de um parque eólico. Tipicamente esta região estende-se entre 5-7 diâmetros a jusante da esteira próxima.

No estudo da esteira distante é convencional considerar a modelação do rotor um fator de menor importância, uma vez que o pretendido é simular corretamente o efeito da esteira a uma distância considerável deste, pelo que geralmente se utiliza um modelo representativo do rotor. No presente caso será implementado o Modelo de Disco Atuante (MDA), descrito na secção 3.2, com a sua utilização reduz-se a complexidade proveniente da modelação geométrica das pás do rotor.

Para modelar a esteira distante por meio analítico existem uma vasta gama de modelos, estes podem ser cinemáticos, de campo ou ainda modelos da camada de fronteira da esteira (Vermeer et al., 2003).

A disposição das turbinas em *tandem* leva a que o foco se centre na previsão correta da esteira distante, uma vez que é nesta região que as turbinas são instaladas.

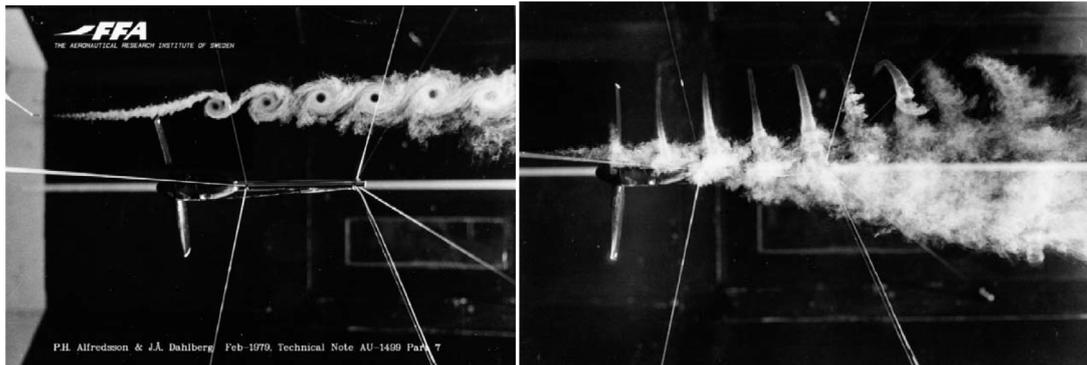
### 2.2.3 Visualização Experimental

A previsão da esteira a nível analítico e numérico revela-se um processo complexo, o que realça a importância da visualização do escoamento por meio experimental. Apenas por este meio é exequível a geração de informação qualitativa, através da qual se pode inferir dados relativos às zonas de interesse e ao desenvolvimento do escoamento a jusante do rotor.

Para obter experimentalmente a visualização da esteira recorre-se à instalação de injetores de fumo, contudo a sua instalação pode tomar diferentes configurações. Apresenta-se a configuração corresponde à investigação desenvolvida no Instituto de Pesquisa de Aeronáutica da Suécia, *Flygtekniska Försöksanstalt* (FFA) por Alfredsson, em 1979 e a configuração para a investigação realizada no NREL, especificamente no túnel aerodinâmico *Ames* por Hand et al. em 2001. Para a primeira investigação, os injetores de fumo encontram-se instalados a montante do rotor, sendo o fumo transportado no escoamento à velocidade não perturbada a partir da secção de entrada, já para a segunda, o fumo é ejetado a partir do modelo, concretamente a partir das pontas das pás.

Na abordagem de Alfredsson é visível em corte transversal os vórtices de ponta, que resultam da interação do fluido com as pás da turbina. Esta turbina é caracterizada por um rotor de duas pás, e como é visível na figura 2.3a, formaram-se seis núcleos de vórtices de ponta, o que traduz três rotações completas do rotor. Para além disso é visível a sua dissipação à medida que a distância ao rotor aumenta. Em oposição a esta representação, com uma qualidade considerada elevada, observa-se a experiência desenvolvida no *Delft University of Technology/Wind Energy Institute* (Delft/WEI) que possui uma qualidade reduzida, no entanto são também visíveis os vórtices de ponta, figura 2.4.

Na figura 2.3b verifica-se o efeito sentido pelo escoamento ao passar pelas pás, mostrando a formação de uma hélice que representa a trajetória percorrida pelos vórtices de ponta. Por fim, pela investigação realizada no NREL, figura 2.5, é também perceptível a espiral de vórtices de ponta, sendo nesta situação o fumo transportado com uma velocidade local, o que leva a que não seja claro se esta visualização corresponde à trajetória dos vórtices ou à dependência da aerodinâmica da pá na região da ponta (Vermeer et al., 2003).



(a) Vórtices de ponta

(b) Segmentos de fumo a serem sugados para a espiral de vórtices

Figura 2.3: Visualização do escoamento com injeção de fumo, no FFA. Fonte: Vermeer, Sørensen e Crespo, 2003

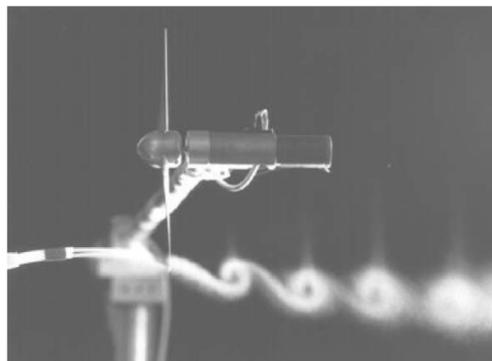


Figura 2.4: Visualização do escoamento com injeção de fumo, na Delft/WEI, evidenciando duas rotações completas do rotor. Fonte: Vermeer, Sørensen e Crespo, 2003



Figura 2.5: Visualização da espiral de vórtices de ponta, com injeção de fumo nas pás do modelo para a turbina de NREL. Fonte: Vermeer, Sørensen e Crespo, 2003



## MODELOS FÍSICOS

*Na primeira parte apresentam-se três modelos analíticos de esteira, nomeadamente o Modelo de Viscosidade Turbulenta que aproxima os perfis de velocidades a jusante do rotor por um perfil com a forma Gaussiana. Na segunda parte é descrita a Teoria Uni-dimensional do Momento e o Limite de Betz. Por fim, na última parte é apresentada e analisada criteriosamente a Teoria do Momento com Rotação da Esteira.*

### 3.1 Modelos Analíticos de Esteira

A necessidade de quantificar especificamente as propriedades da esteira seja por método analítico, experimental ou numérico deve-se ao impacto que a esteira tem no estudo de interação entre turbinas. O facto de uma turbina eólica se encontrar, totalmente ou parcialmente imersa numa esteira, terá como consequência uma menor extração de energia, uma vez que nela incidirá um escoamento com um défice de velocidade.

Para otimizar o layout de um parque eólico foram desenvolvidos modelos matemáticos que permitissem representar o processo físico referente à esteira e a consequente interferência de uma turbina sobre outra turbina. A aplicação destes modelos prende-se com a destreza que estes possuem para calcular as perdas resultantes da esteira e consequente o impacto global ao nível da energia total retirada de um parque eólico.

Dos modelos que se apresentam de seguida, o modelo de PARK é de cálculo direto, já o modelo de Viscosidade Turbulenta, é de segunda ordem, e por fim o modelo proposto por Werle, subdivide a esteira em três regimes distintos, denominados por esteira próxima, intermédia e distante.

### 3.1.1 PARK

O modelo de PARK é um modelo de representação simples da esteira e de cálculo direto. Este foi originalmente desenvolvido por Jensen, 1983, e ajustado posteriormente por Katic et al., em 1986.

De modo a estabelecer uma representação apropriada do comportamento da esteira, este modelo verifica a equação da quantidade de movimento e baseia-se na expansão linear da esteira.

Pela figura 3.1 ilustra-se a expansão linear da esteira e verifica-se que para calcular a velocidade a jusante, denominada por  $U_w$ , é necessário conhecer a definição do conceito de constante de decréscimo da esteira,  $k$ . Esta constante depende inversamente do rácio entre a altura do cubo da turbina,  $h$ , e a rugosidade da superfície,  $z_0$ . Deste modo  $k$ , pode ser traduzido pela expressão:

$$k = \frac{0,5}{\ln\left(\frac{h}{z_0}\right)} \quad (3.1)$$

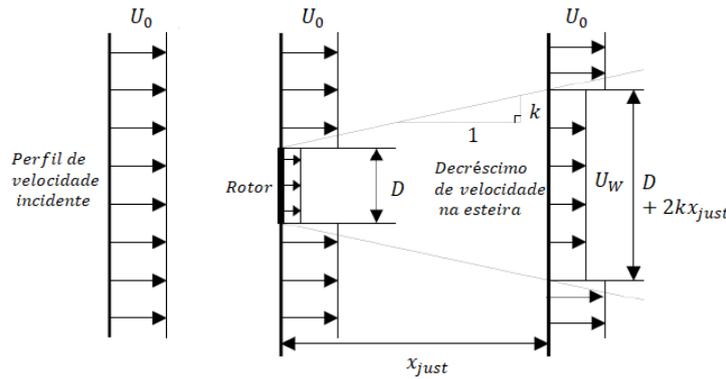


Figura 3.1: Perfil da esteira segundo o modelo de PARK. Adaptado: Jensen, 1983

Após a definição da constante  $k$  deduz-se que a velocidade de propagação da esteira depende apenas da distância a jusante do rotor,  $x_{just}$ :

$$U_w = U_0 \left[ 1 - \left( 1 - \sqrt{1 - C_T} \right) \left( \frac{D}{D + 2kx_{just}} \right)^2 \right] \quad (3.2)$$

Onde o coeficiente de impulso da turbina para a condição de velocidade  $U_0$  é dado por:

$$C_T = \left( \frac{T}{\frac{1}{2}\rho A U_0^2} \right) \quad (3.3)$$

Assim a esteira propaga-se em forma de cone com um diâmetro definido por:

$$D_w = D + 2kx_{just} \quad (3.4)$$

Conclui-se que este modelo, como referido inicialmente, é de simples aplicação contudo apresenta resultados que se afastam da realidade, quando se efetua a comparação com dados obtidos experimentalmente.

### 3.1.2 Viscosidade Turbulenta

O modelo de viscosidade turbulenta apresenta-se como adequado para realizar a análise de desenvolvimento da esteira distante, tendo este sido proposto originalmente em 1988 por Ainslie. Tal afirmação deriva de que para além dos 5 diâmetros a jusante do rotor, o perfil de velocidade é aproximadamente gaussiano e o déficit de velocidade na linha central diminui com a taxa de decréscimo dependente da intensidade da turbulência, figura 3.2.

Para a resolução deste modelo recorre-se a uma solução de diferenças finitas da equação das tensões de corte de Navier-Stokes. Esta solução permite conhecer a evolução do decréscimo da velocidade, e respeita quer a equação da conservação da massa, quer a equação da quantidade de movimento na esteira.

Neste modelo o perfil de velocidades médio é determinado pela aplicação do método da sobreposição linear entre o perfil de velocidades incidente e o perfil gaussiano do decréscimo da velocidade, (Ainslie, 1988).

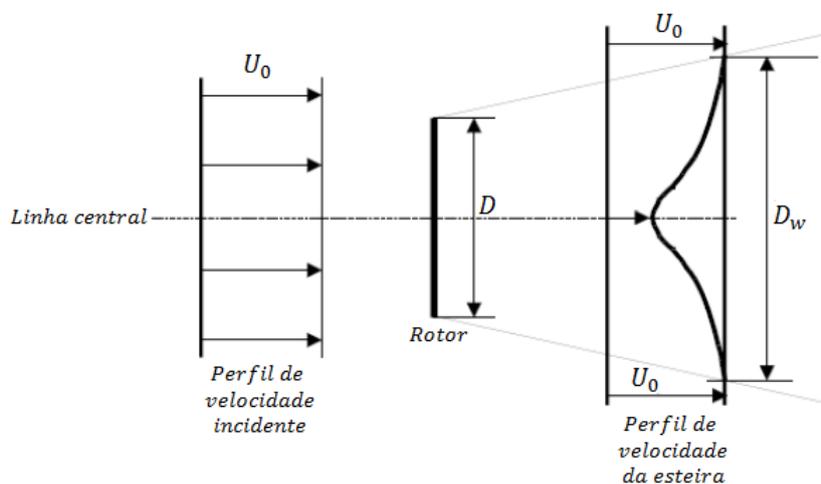


Figura 3.2: Perfil da esteira segundo o modelo da Viscosidade Turbulenta. Adaptado: Ainslie, 1988

A apresentação da estrutura do modelo inicia-se pela definição das equações de Navier-Stokes com a inclusão das tensões de Reynolds e com a exclusão dos termos viscosos, como é expresso na equação seguinte.

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{r} \frac{\partial(r\bar{u}v)}{\partial r} \quad (3.5)$$

Onde  $U$  e  $V$  corresponde à velocidade na direção  $x$  e  $r$ , respetivamente.

Para descrever a tensão de corte como uma viscosidade turbulenta recorrer-se ao conceito base de viscosidade turbulenta. Sendo definida por:

$$\varepsilon(x) = L_m(x) + U_m(x) \quad (3.6)$$

Após manipulação é possível chegar à seguinte expressão que correlaciona a tensão de corte com a viscosidade turbulenta,  $\varepsilon$ .

$$-\overline{uv} = \varepsilon \frac{\partial U}{\partial r} \quad (3.7)$$

Onde  $\varepsilon$  representa a viscosidade turbulenta;  $L_m$  e  $U_m$  são as escalas de comprimento e velocidade de turbulenta, respetivamente, mas ambas as escalas são dependentes da distância  $x$  e independentes de  $r$ . Para além disso a escala de comprimento é proporcional à largura da esteira,  $D_w$ , e a escala de velocidade é proporcional à diferença entre a velocidade incidente e a velocidade na linha central da esteira, ou seja, proporcional a  $U_0 - U_c$ .

A equação governante por substituição do termo da viscosidade turbulenta adquire a forma da equação 3.8. Consta-se que esta equação corresponde à resolução da equação do momento conjuntamente com a equação da velocidade radial, com recurso ao cálculo dos termos viscosos.

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\varepsilon}{r} \frac{\partial(r(\partial U/\partial r))}{\partial r} \quad (3.8)$$

Como o escoamento incidente no rotor é considerado turbulento tem-se como contributo para a viscosidade turbulenta na esteira não só a parcela inerente à camada de corte como também a inclusão de um termo designado por ambiental, que engloba as características do escoamento incidente. Deste modo a viscosidade turbulenta na esteira é traduzida por:

$$\varepsilon = FK_1 D_w (U_0 - U_c) + \varepsilon_0 \quad (3.9)$$

com:

$$\varepsilon_0 = F\kappa^2 \frac{I_0}{100} \quad (3.10)$$

Onde  $I$  corresponde à intensidade de turbulência, e o índice 0 indica o valor é referente ao escoamento incidente não perturbado. A função  $F$ , denominada função filtro, é aplicável a condições de esteira próxima, de forma a representar consistentemente a concentração da turbulência verificada na camada de corte. Esta função varia de acordo com a equação 3.11 (Ainslie, 1988). O  $\kappa$  corresponde à constante de von Kármán de valor igual a 0,4 e  $K_1$  representa uma constante adimensional de valor igual a 0,015. A utilização deste valor para a constante resulta da concordância verificada a nível experimental para casos de comparação do decréscimo da esteira para coeficientes de impulso de 0,79, 0,62 e 0,31, de acordo com a análise de Ainslie, 1988.

$$F = 0,65 + [(x - 4,5)/23,32]^{1/3} \quad \text{para } x < 5,5$$

$$F = 1 \quad \text{para } x \geq 5,5 \quad (3.11)$$

Com base na verificação experimental anterior, Ainslie verificou que o perfil de velocidades na esteira é Gaussiano, da forma:

$$1 - \frac{U(r)}{U_0} = D_m e^{-3,56\left(\frac{r}{r_w}\right)^2} \quad (3.12)$$

Para iniciar o processo numérico de resolução é necessário definir os parâmetros de entrada  $D_m$ , e  $r_w$  para a situação a dois diâmetros a jusante do rotor. Define-se este valor como a distância de referência uma vez que a determinação do perfil de velocidades nesta é mais fácil por a distância ser exterior à região de maior turbulência.

Tal ponto de referência deve-se a numa distância inferior à referida, se localizar uma zona de elevada complexidade quanto à determinação do perfil de velocidades.

Aplica-se seguidamente a conservação do momento para correlacionar o decréscimo da velocidade no centro da esteira,  $D_m$ , com o coeficiente de impulso do rotor,  $C_T$ . Pelo que se obteve a seguinte expressão para o decréscimo da velocidade, com origem a dois diâmetros do rotor:

$$D_{mi} = 1 - \frac{U_c}{U_0} = C_T - 0,05 - \left[ (16C_T - 0,5) \frac{I_0}{1000} \right] \quad (3.13)$$

Em relação ao raio da esteira, este pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$r_w = D \sqrt{\frac{3,56C_T}{8D_m(1 - 0,5D_m)}} \quad (3.14)$$

Através das equações acima é possível efetuar o cálculo da viscosidade turbulenta média para a distância de dois diâmetros a jusante do rotor, reunindo assim as condições para iniciar a resolução do modelo por aplicação de um esquema de integração, como o método de Crank-Nicolson.

Em relação ao método de Crank-Nicolson em si, é um método estável que tem como base as diferenças centrais e uma regra trapezoidal ao nível do espaço e do tempo, respetivamente, o que resulta numa convergência temporal de segunda ordem.

Geralmente pretende-se efetuar a comparação do perfil de velocidades do modelo numérico com o perfil gaussiano, para tal é necessário armazenar a informação do decréscimo da velocidade na linha central da esteira e a sua largura. Porém dado o tempo computacional ser elevado para a aplicação do método de Crank-Nicolson, Anderson apresentou uma nova abordagem propondo assim um modelo simplificado.

Ao analisar a solução das equações apresentadas concluiu que o perfil da esteira é similar para todas as distâncias, isto é, a forma Gaussiana inicial é mantida verificando-se apenas a alteração na sua profundidade e largura. Como a largura da esteira se encontra relacionada com o decréscimo da velocidade na esteira é apenas necessário calcular a velocidade na linha central. Reorganizando a equação 3.12 em ordem a  $U(r)$ , tem -se:

$$U(r) = U_0 \left( 1 - D_m e^{-3,65 \left( \frac{r}{r_w} \right)^2} \right) \quad (3.15)$$

Por sua vez a equação da continuidade é traduzida por:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{1}{r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} + V \right) \quad (3.16)$$

Efetuando a substituição da equação 3.15 e 3.16 na equação governante 3.8 e considerando apenas a necessidade de calcular a velocidade na linha central, ou seja, correspondente a  $r=0$ , determina-se a seguinte forma para a equação governante:

$$\frac{d}{dx} = \frac{16\varepsilon(U_c^3 - U_c^2 - U_c + 1)}{U_c C_T} \quad (3.17)$$

Com:

$$U_c = U_0(1 - D_m) \quad (3.18)$$

Para solucionar a equação 3.17 e a equação 3.18 de forma expedita aplica-se a seguinte metodologia, (Rockel et al., 2014). Primeiramente, assume-se um perfil gaussiano para a posição  $x=2D$ :

$$U(2D, r) = U_0 - (U_0 - U_c) e^{-3,56 \left( \frac{r}{r_w} \right)^2} \quad (3.19)$$

Já para  $x > 2D$  a velocidade inicial é estimada por:

$$U^{inicial}(x, r) = U(2D, r) + [U_0 - u(2D, r)] \frac{x - 2D}{x_{max} - 2D} \quad (3.20)$$

Correspondendo  $x_{max}$  à extensão máxima da esteira, sendo este um valor que apesar de ser atribuído arbitrariamente não tem posterior influência no tamanho da esteira final após verificada convergência. Deste modo a solução é obtida recorrendo à resolução de uma equação diferencial de primeira ordem, o que permite que o desenvolvimento da esteira seja calculado através de um método simples de diferenças finitas. Uma vez que o decréscimo da velocidade na linha central e radial são equacionadas através da equação da continuidade e a solução é iterada até ser atingida a convergência do modelo.

Por fim retoma-se a afirmação de que este modelo possui características para descrever o estudo do desenvolvimento da esteira distante, considerando que o perfil de velocidade a partir da distância de dois diâmetros a jusante do rotor assume a forma gaussiana.

### 3.1.3 Werle

O modelo analítico para esteiras de turbinas eólicas desenvolvido por Werle em 2008 apresenta a caracterização da esteira aerodinâmica de turbinas eólicas de eixo horizontal em três regimes distintos, denominados por esteira próxima, esteira intermédia e esteira distante, de acordo com a aumento da distância a jusante do rotor.

Esta abordagem compreende a aplicação de três métodos, um modelo exato para a zona essencialmente invíscida na esteira próxima; uma metodologia para na região intermédia estimar o seu comprimento e um modelo baseado nas análises clássicas para a esteira distante. A metodologia revela-se assim vantajosa quando se pretende representar corretamente a esteira próxima, como não é o desejável para o presente trabalho apresenta-se apenas a caracterização dos três regimes de esteira.

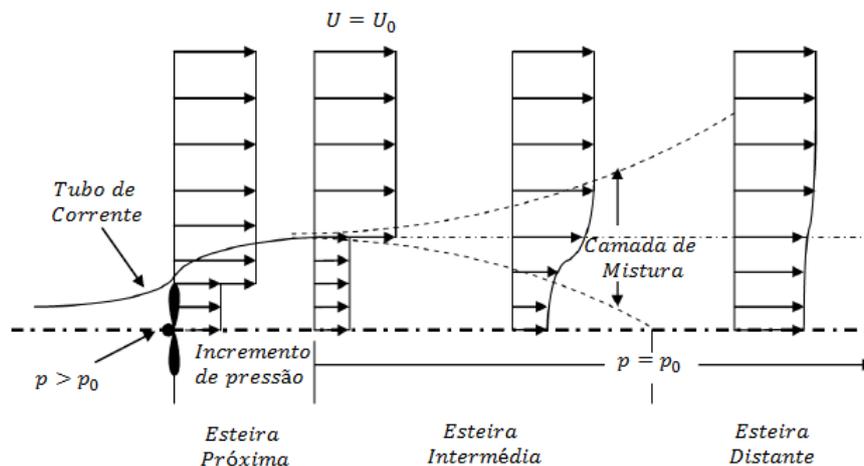


Figura 3.3: Perfil da esteira segundo o modelo de Werle. Adaptado: Werle, 2008

Assim, as distintas regiões da esteira são caracterizadas por (Werle, 2008):

#### **Esteira Próxima:**

- A pressão sofre um incremento a montante da turbina à medida que o tubo de corrente se expande até atingir o diâmetro do rotor, de seguida esta decresce abruptamente ao passar pelo rotor e a partir daí sofre um incremento até atingir a pressão do escoamento não perturbado,  $p_0$ ;
- A velocidade, dentro do tubo de corrente, decresce com a proximidade ao rotor, permanecendo constante através do rotor e a jusante diminui consideravelmente enquanto a pressão não recupera o valor  $p_0$ ;
- O diâmetro da esteira próxima aumenta para um diâmetro fixo quando a pressão alcança o valor de  $p_0$ , e conseqüentemente a velocidade diminui para garantir a conservação da massa e satisfazer a quantidade de movimento;
- Esta região é dominada por um processo invíscido, e possui um comprimento característico da ordem de um diâmetro a jusante do rotor.

***Esteira Intermédia:***

- A pressão permanece constante e igual a  $p_0$ ;
- Na linha central da esteira a velocidade permanece constante à medida que a mistura turbulenta aumenta na camada externa da esteira, dado o elevado gradiente de velocidade axial na direção radial;
- A propagação da camada de mistura pode ser aproximada através da solução proposta por Prandtl;
- Esta região poderá possuir um comprimento de diversos diâmetros a jusante do rotor, e o termino desta verifica-se quando a camada de mistura atinge a linha central e inicia uma alteração na velocidade ao longo desta linha.

***Esteira Distante:***

- A pressão permanece constante e igual a  $p_0$ ;
- A velocidade na linha central adquire um incremento permanente de modo a recuperar o valor da velocidade do escoamento não perturbado, devendo-se o incremento à mistura turbulenta;
- A propagação radial da esteira na região de mistura foi estimada por Prantl e Swain. Segundo estes a propagação é governada por potências fracionadas da distância axial e do coeficiente de impulso da turbina;
- A solução proposta por Prantl e Swain possui duas constantes empíricas, uma constante absoluta, ou seja, aplicável a todas as esteiras assimétricas, que deverá ser obtida através de dados experimentais; e a outra constante trata-se de uma constante arbitrária que representa a origem da esteira distante, que deve ser extrapolada pelos comportamentos obtidos pelas metodologias aplicadas para caracterização do desenvolvimento da esteira nas regiões próxima e intermédia.

Este modelo possui um grau de aplicação de maior complexidade, contudo é uma ferramenta chave para os estudo em que o foco são o desenvolvimento da esteira próxima e/ou a identificação das diferentes zonas.

### 3.2 Teoria Uni-dimensional do Momento e o Limite de Betz

A Teoria Uni-dimensional do Momento aplica a Teoria do Disco Atuante, que foi baseada na teoria de momentos introduzida por William Rankine e Robert Edmund Froude entre 1865-1889. Porém as lacunas detetadas nesta teoria foram alvo de melhoramentos e levaram à elaboração de uma vertente direcionada para os elementos de lâminas, isto é, para as pás, por meio da intervenção de N.E. Joukowski, A. Betz, L. Prandtl e G.I. Taylor (Cover, 1984).

Na sua génese o Modelo de Disco Atuante consiste num modelo ideal de rotor, isto é, em que o número de pás do rotor é considerado infinito, desprezando assim as perdas rotacionais na periferia das pás. Na realidade estas perdas levam a que o desempenho aerodinâmico seja menor.

De acordo com a interpretação concretizada por Prandtl e Betz, em 1919, quando a distribuição do escoamento ao longo das pás produz uma região de fluxo de recirculação helicoidal – zona da esteira, imediatamente a jusante do rotor, que se desloca na direção do seu eixo de rotação com velocidade constante alcança-se a eficiência ótima, figura 3.4. (Sørensen, 2011).

De forma sintetizada, esta análise adota os seguintes pressupostos:

- Escoamento homogéneo, incompressível e em estado estacionário;
- Número infinito de lâminas;
- Força de impulso uniforme sobre a área do disco ou rotor;
- Esteira não rotativa;
- A pressão estática a elevada distância a montante e a jusante do rotor é igual à pressão ambiente em zona não perturbada.

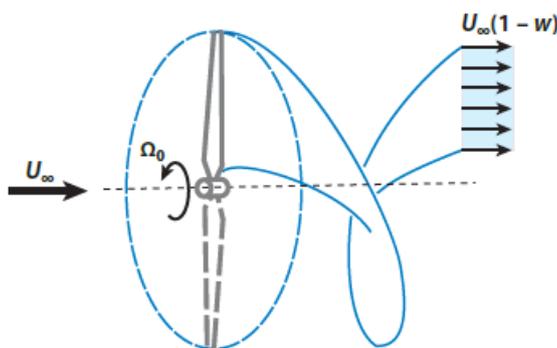


Figura 3.4: Esquema da distribuição do escoamento com fluxo de recirculação helicoidal correspondente à interpretação de Prandtl e Betz. Fonte: Sørensen, 2011

No seguimento da definição do Modelo de Disco Atuante surgiu o conceito de eficiência máxima teórica de uma turbina eólica ideal. Primeiramente foi abordada em 1915 por Lanchester e, posteriormente, em 1920 por Betz.

Segundo o limite de Lanchester-Betz não mais de 16/27 da energia disponível pode ser

capturada a partir de uma turbina eólica, isto é, não mais de 59,26% da energia cinética do vento pode ser convertida em energia mecânica (Manell et al., 2009).

Como apresentado na figura 3.5, o fluxo representativo ilustra que à medida que a turbina eólica extrai energia do fluxo de vento axial, o escoamento dentro do tubo de corrente contrai, porém de forma a satisfazer a conservação da massa o tubo de corrente tem de expandir imediatamente após a extração de energia.

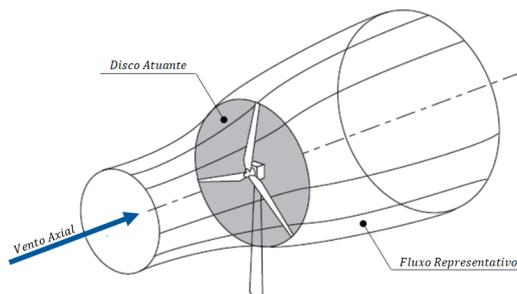


Figura 3.5: Representação simplificada do vento através da área varrida pelo rotor. Adaptado: Burton, Sharpe, Jenkins e Bossanyi, 2011

De seguida, concretiza-se a análise do caso simples em que o rotor é simplificado através do modelo de disco atuante, disco este que é tido como ideal e permeável. Ideal na perspectiva de que a fricção é inexistente e que não existe componente da velocidade rotacional na zona de vigília, isto é, não se considera os vórtices gerados após a extração da energia pelo rotor.

O disco é visto como um dispositivo de arrasto, que leva à redução da velocidade do vento que atinge o disco a montante deste, denominada  $u$ , velocidade em perfil uniforme, para uma velocidade  $u_1$  na zona de vigília, a jusante deste. A diminuição da velocidade ocorre continuamente ao longo do tubo de corrente à medida que se extrai a energia cinética e impulso do perfil de velocidades uniforme que atinge o disco. Contudo a velocidade do vento,  $U_0$ , fora do tubo de corrente manter-se inalterada. Estas designações encontram-se representadas na vista em corte ao longo do tubo de corrente da figura 3.6.

Como foi mencionado anteriormente o disco é tido como um dispositivo de arrasto, sendo que esse arrasto é obtido pela queda de pressão que ocorre sobre a superfície do rotor. A pressão inicialmente atmosférica,  $p_0$ , sofre a montante do rotor um ligeiro incremento passando de  $p_0$  a  $p$  para seguidamente, ao atravessar o rotor sofrer uma queda de pressão abrupta, recriando uma descontinuidade  $\Delta p$  sobre o rotor. Já a jusante deste, verifica-se o restabelecimento progressivo da pressão para o nível atmosférico, porém ocorre para uma distância superior aquela que contempla a região de esteira próxima e distante. Então, pode concluir-se, que a descontinuidade de pressão atua como uma força externa que permite concretizar a extração da energia cinética do fluxo de vento.

Dado que se partiu do caso da velocidade axial reduzir gradualmente de  $U_0$  para  $u$ , advém-se que o número de Mach é baixo e a densidade do ar é constante. A relação

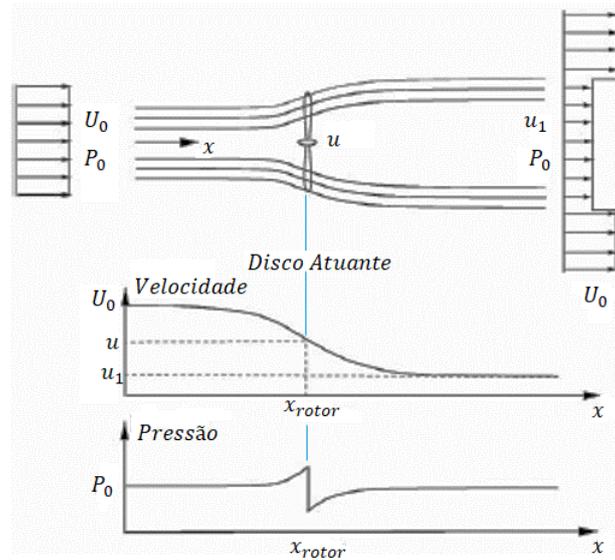


Figura 3.6: Expansão do tubo de corrente, variação da velocidade e da pressão do vento ao transpor o modelo de disco atuante. Adaptado: Sørensen, 2011

entre a velocidade e a pressão evolui de acordo com a equação de Bernoulli que será abordada mais adiante. Uma vez que se analisa o caso de um rotor ideal é possível derivar as relações que se estabelecem entre velocidades,  $U_0$  e  $u_1$ , bem como tirar ilações quanto à força de impulso,  $T$  – o impulso é a força resultante da queda de pressão sobre o rotor na direção do fluxo - e à potência ao eixo,  $P$ .

Para proceder à análise utiliza-se a nomenclatura presente na figura 3.7.

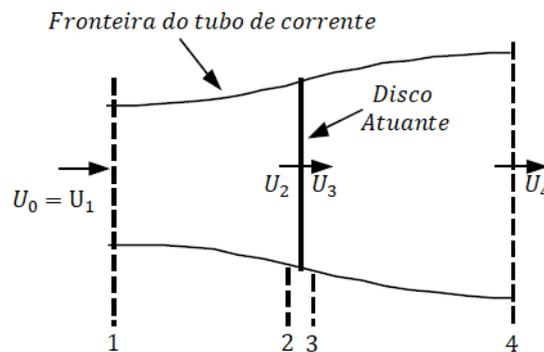


Figura 3.7: Representação esquemática das seções em análise no modelo de disco atuante. Adaptado: Manell, MCGowan e Rogers, 2009

Para iniciar a análise do caso simples do disco atuante define-se algumas relações básicas:

- Área do disco do rotor em função do diâmetro  $D$  do rotor:

$$A = \frac{\pi}{4} D^2 \quad (3.21)$$

- Caudal mássico no disco atuante, sendo  $\rho$ , a massa volúmica do ar e  $U_0$ , a velocidade do vento:

$$\dot{m} = \rho A U_0 \quad (3.22)$$

- Verifique-se que a conservação do caudal permite relacionar a área  $A$  e  $A_1$ , através:

$$\dot{m} = \rho u A = \rho u_1 A_1 \quad (3.23)$$

- Em relação à potência eólica ao eixo e à potência mecânica extraída pelo rotor, tem-se:

$$P_{eólica} = \frac{1}{2} \dot{m} U_0^2 = \frac{1}{2} \rho A U_0^3 \quad (3.24)$$

$$P_m = \frac{1}{2} \dot{m} (U_0^2 - u_1^2) \quad (3.25)$$

Conclui-se pela substituição da equação 3.22 na equação 3.24 que a potência da energia eólica é proporcional ao cubo da velocidade do vento.

- A força resultante aplicada ao volume de controlo definido, figura 3.7, é igual e oposta ao impulso,  $T$ , que iguala a força do vento sobre a turbina. Por isso a força de impulso por conservação do momento linear é igual a:

$$T = \dot{m}(U_0 - U_4) \quad (3.26)$$

Por aplicação da equação de Bernoulli ao volume de controlo a montante e a jusante do rotor, respetivamente, determina-se:

$$\begin{cases} p_1 + \frac{1}{2} \rho U_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho U_2^2 \\ p_3 + \frac{1}{2} \rho U_3^2 = p_4 + \frac{1}{2} \rho U_4^2 \end{cases} \quad (3.27)$$

Considera-se que a pressão nas secções distantes do rotor são igual ( $p_1 = p_4$ ) e a velocidade imediatamente a montante e a jusante do rotor, uma vez que este é considerado sem espessura, é igual ( $U_2 = U_3$ ).

Retomando a determinação da força de impulso, esta pode ainda ser expressa como a soma líquida das forças em cada lado do disco do atuante, como expresso na equação seguinte:

$$T = A(p_2 - p_3) \quad (3.28)$$

Pelas equações 3.27 e procedendo à substituição na equação 3.28, determina-se a seguinte relação para o impulso.

$$T = \frac{1}{2} \rho A (U_1^2 - U_4^2) \quad (3.29)$$

Reunindo a informação das equações 3.26 e 3.29, define-se a relação para a velocidade a montante do rotor,  $U_2$ :

$$U_2 = \frac{U_1 + U_4}{2} \quad (3.30)$$

Dado o resultado obtido na equação 3.28 é claramente relevante constatar que a velocidade  $U_2$  no disco atuante corresponde à média aritmética das velocidades de entrada e saída do tubo de corrente. Em engenharia por vezes recorre-se a coeficientes adimensionais quando se pretende generalizar um problema no que diz respeito a considerações simplificativas. Pelo que se recorre a um fator de indução axial,  $a$ , que é introduzido na velocidade  $U_2$ , no disco atuante.

Este fator define-se como a diminuição fracionaria na velocidade do vento entre a corrente livre e o plano do rotor, equação 3.31.

$$a = \frac{U_1 - U_2}{U_1} \quad (3.31)$$

Desta forma é possível descrever a velocidade em planos diferentes do volume de controlo como uma fração da velocidade do fluxo do vento, a velocidade  $U_2$  e  $U_4$ , através do fator de indução:

$$U_2 = U_1(1 - a) \quad (3.32)$$

$$U_4 = U_1(1 - 2a)$$

Conclui-se assim que para o caso do fator de indução  $a$  ser igual a 0, estamos perante um caso singular em que as velocidades desconhecidas,  $U_2$  e  $U_4$ , são iguais à velocidade do vento,  $U_1$  e tanto a força de impulso como a potência são nulas.

Por consequência a força de impulso e a potência adquirem a seguinte forma, respetivamente:

$$T = 2\rho U_1^2 a(1 - a)A \quad (3.33)$$

$$P = 2\rho A U_1^3 a(1 - a^2) \quad (3.34)$$

Na forma adimensional, no que diz respeito às quantidades físicas, apresentam-se as equações da força de impulso e de potência, para posteriormente determinar os coeficientes adimensionais:

$$T = \frac{1}{2}\rho A U_1^2 \quad (3.35)$$

$$P = \frac{1}{2}\rho A U_1^3 \quad (3.36)$$

Interligando as equações de 3.33 a 3.36 infere-se os designados coeficientes de impulso,  $C_T$ , e potência,  $C_P$ , que são adimensionais.

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho AU_1^2} = 4a(1-a) \quad (3.37)$$

$$C_P = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho AU_1^3} = 4a(1-a)^2 \quad (3.38)$$

Pela equação acima conclui-se que o coeficiente de impulso e o coeficiente de potência são uma função quadrática e cúbica em  $a$ , respetivamente, apresentadas na figura 3.8.

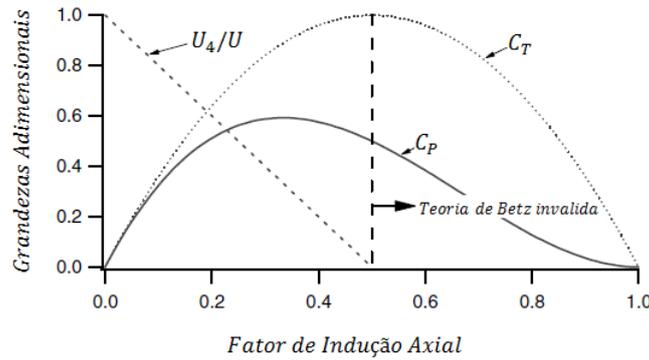


Figura 3.8: Parâmetros operacionais para uma turbina segundo a teoria de Betz. Coeficientes de potência e impulso,  $C_P$  e  $C_T$ , em função do fator de indução axial. Adaptado: Manell, McGowan e Rogers, 2009

Pela análise das funções podemos retirar as seguintes ilações, que representarão algumas limitações para a força de impulso e para a potência do rotor. Primeiramente evidencia-se que apenas são validos os pressupostos para o caso do fator de indução ser sensivelmente inferior a 0,4. Para valores altos de  $a$  a velocidade na zona de vigília tornar-se negativa, comprovado através da equação 3.32.

Quanto ao coeficiente de impulso o valor máximo verifica-se para o valor do fator  $a$  de 0,5, para o qual corresponde um  $C_T$  de 1, o que se traduz numa força de impulso igual à força de pressão dinâmica.

Já para o coeficiente de potência mostrou-se que o seu valor máximo ocorre para o valor de  $a = 1/3$ , ao qual corresponde a um  $C_P$  de aproximadamente 0,59. Esta afirmação transporta-se para o limite de Lanchester-Betz, mencionado anteriormente, e também designado por coeficiente de potência teórico. Sabendo que para o limite de Lanchester-Betz  $a = 1/3$ , deduz-se:

$$U_2 = \frac{2}{3}U_1; \quad U_4 = \frac{1}{3}U_1; \quad \frac{U_4}{U_1} = \frac{1}{3} \quad (3.39)$$

Sumariamente pode deduzir-se que o coeficiente de potência é o que impõe mais limitações, e representa a eficiência mecânica, como apresentado na equação seguinte.

$$P_m = P_{eólica} C_P = \frac{1}{2}\rho AU_1^3 [4a(1-a)^2] \quad (3.40)$$

### 3.3 Teoria do Momento com Rotação da Esteira

A teoria do momento com rotação da esteira tem em consideração o caso do rotor em rotação, que gera momento angular, sendo que este pode ser correlacionado com o binário do rotor.

A inclusão do parâmetro de rotação tem como consequência a geração de energia cinética de rotação a jusante da esteira, que provoca a redução da extração da energia pelo rotor, face ao teoria que não tem em consideração a rotação deste. Consequentemente quanto maior for o binário maior é o contributo desta energia cinética.

O escoamento a jusante que sofre este incremento na energia cinética turbulenta gira no sentido oposto ao do rotor em reação ao binário exercido pelo escoamento no rotor.

Assumindo que a velocidade angular transmitida ao escoamento,  $\omega$ , é reduzida comparativamente à velocidade angular do rotor,  $\Omega$ , pode-se inferir que a pressão na esteira é igual à pressão no escoamento livre. E o tubo de corrente com raio  $r$  e espessura  $dr$  resulta numa área de seção transversal igual a  $2\pi r dr$ .

A análise desta metodologia aplica-se a um volume de controlo que se move com a velocidade angular do rotor, figura 3.9, e ao qual se aplica a equação de Bernoulli nas secções a montante e jusante do rotor, com o objetivo de obter a expressão para a diferença de pressão no rotor. Esta diferença de pressão é traduzida por:

$$p_2 - p_3 = \rho \left( \Omega + \frac{1}{2} \omega \right) \omega r^2 \quad (3.41)$$

A velocidade angular sofre um incremento ao contactar com o rotor de  $\Omega$  para  $\Omega + \omega$ , enquanto que a componente axial da velocidade permanece constante. Como esta componente da velocidade permanecer constante a diferença de pressão não depende da velocidade axial não perturbada,  $U_0$ , mas depende apenas da velocidade angular do rotor e do respetivo incremento.

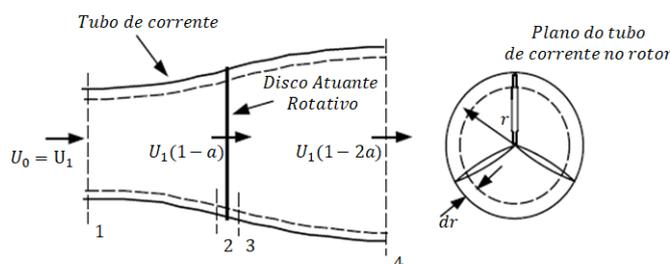


Figura 3.9: Representação esquemática das secções em análise no modelo do disco atuante com rotação. Adaptado: Manell, McGowan e Rogers, 2009

Na forma diferencial, o impulso é dado por:

$$dT = (p_2 - p_3)dA = \left[ \rho \left( \Omega + \frac{1}{2} \omega \right) \omega r^2 \right] 2\pi r dr \quad (3.42)$$

Define-se para a metodologia o fator de indução angular que permite correlacionar a velocidade angular do rotor com a transmitida ao escoamento.

$$a' = \frac{\omega}{2\Omega} \quad (3.43)$$

Considerando a rotação na esteira, a velocidade induzida no rotor possui uma componente axial,  $U_1 a$  e uma componente no plano do rotor,  $r\omega a'$ . Ao efetuar as devidas substituições na equação 3.42 o impulso é dado por:

$$dT = 4a'(1+a')\frac{1}{2}\rho\Omega^2 r^2 2\pi r dr \quad (3.44)$$

Pela análise da teoria uni-dimensional do momento, o impulso  $T$ , sobre uma secção transversal anelar pode ser determinada utilizando o fator de indução axial,  $a$ .

$$dT = 4a(1-a)\frac{1}{2}\rho U_1^2 2\pi r dr \quad (3.45)$$

Procede-se à igualdade entre as equações 3.44 e 3.45 uma vez que se considera que em ambas as teorias a queda de pressão no rotor é a mesma. Apurando assim uma relação entre o fator  $a'$  e o fator  $a$ .

$$\frac{a(1-a)}{a'(1+a')} = \frac{\Omega^2 r^2}{U_1^2} = \lambda_r^2 \quad (3.46)$$

Define-se o conceito de rácio de velocidade na extremidade,  $\lambda$ , como o rácio entre a velocidade na extremidade da pá e a velocidade do vento não perturbado:

$$\lambda = \frac{\Omega R}{U_1} \quad (3.47)$$

Estabelece-se também a definição do rácio da velocidade local,  $\lambda_r$ , entre a velocidade num rácio específico e a velocidade do vento não perturbado.

$$\lambda_r = \frac{\Omega r}{U_1} = \frac{r}{R} \lambda \quad (3.48)$$

De acordo com a conservação do momento angular, o binário exercido no anel do disco, na forma diferencial é dado por:

$$dQ = d\dot{m}(\omega r)r = (\rho U_2 2\pi r dr)(\omega r)r \quad (3.49)$$

Como a velocidade na secção 2 do volume de controlo é dada por  $U_2 = U_1(1-a)$  e a velocidade angular transmitida ao escoamento expressa em função do fator  $a'$  é dada por  $\omega = a'(2\Omega)$  obtém-se o binário em função de  $a'$ ,  $a$  e  $\Omega$ , equação 3.50.

$$dQ = 4a'(1-a)\frac{1}{2}U_1\Omega r^2 2\pi r dr \quad (3.50)$$

A potência traduz-se pela multiplicação da velocidade angular do rotor com o respetivo binário.

$$dP = \Omega dQ \quad (3.51)$$

Substituindo a equação 3.49 na equação 3.51 e por integração no anel do tubo de corrente determina-se a expressão para a potência, dependendo esta de  $r$ .

$$P = \Omega^2 (4\rho U_1 (1-a)\pi) \int_r^R a' r^3 dr \quad (3.52)$$

Retomando a equação 3.46 estabelece-se a expressão para o fator de indução angular em função de  $a$  e  $\lambda_r$ .

$$a' = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{4a(1-a)}{\lambda_r^2}} \quad (3.53)$$

Após alguma manipulação algébrica e recorrendo à equação 3.32 obtém-se a expressão de  $a'$  em função de  $r$ , figura 3.10:

$$a' = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{a(1-a)}{\left(\frac{\lambda}{R}\right)^2} \frac{1}{r^2}} \quad (3.54)$$

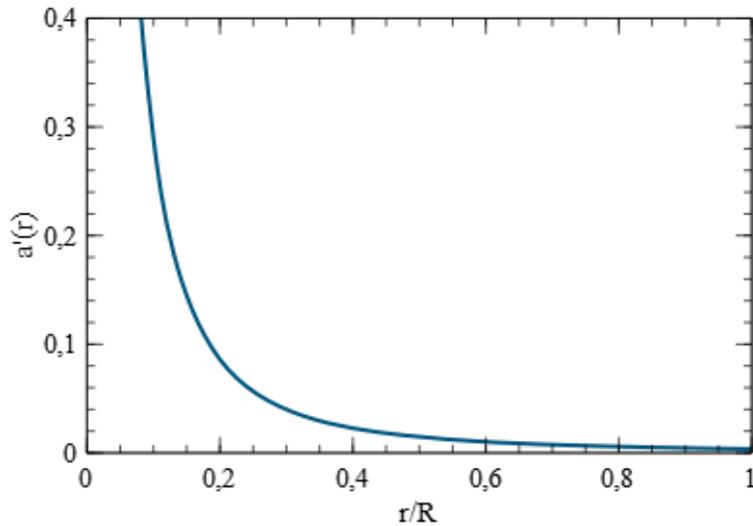


Figura 3.10: Comportamento da função do fator de indução angular em função de  $r$ , o raio do anel adimensionalizado pelo raio do rotor

A produção máxima de potência ocorre quando o termo  $a'(1-a)$  assume o valor máximo na expressão do coeficiente de potência, equação 3.55.

$$C_P = \frac{8}{\lambda^2} \int_0^\lambda a'(1-a) \lambda_r^3 d\lambda_r \quad (3.55)$$

Assim para as condições de rendimento máximo é determinado o fator de indução angular e o coeficiente de potência pelas seguintes expressões:

$$a' = \frac{1-3a}{4a-1} \quad (3.56)$$

$$C_{P,max} = \frac{24}{\lambda^2} \int_{a_2}^{a_1} \left[ \frac{(1-a)(a-2a)(1-4a)}{(1-3a)} \right]^2 da$$

Porém na presente dissertação pretende-se que o modelo seja genérico e não apenas aplicável para condições de rendimento máximo, pelo que se determina a expressão para o cálculo da potência em função de  $r$ , o raio do anel definido. Proceda-se assim à substituição da equação 3.54 na equação 3.12.

$$P = \Omega^2 (4\rho U_1 (1-a)\pi) \int_r^R \left[ -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{a(1-a)}{\left(\frac{\lambda}{R}\right)^2} \frac{1}{r^2}} \right] r^3 dr \quad (3.57)$$

O desenvolvimento da equação 3.37 encontra-se no apêndice A. Esta equação da potência permite que através das características de uma turbina determinar o fator de indução axial e conseqüentemente o angular para cada posição  $r$ . A sua variação têm influência direta na velocidade tangencial imposta, uma vez que esta é traduzida por:

$$V_t = 2\Omega a'(r)r \quad (3.58)$$

Quanto à velocidade tangencial a montante do disco atuante esta é nula e imediatamente a jusante do disco é considerada como  $2\Omega a'(r)r$  e oposta à direção de rotação do mesmo. De acordo com Glauert, 1935, a velocidade tangencial no rotor é de  $\Omega a'(r)r$ , uma vez que no modelo é considerado um disco sem espessura, corresponde à secção expressa por  $D$  na figura 3.11.

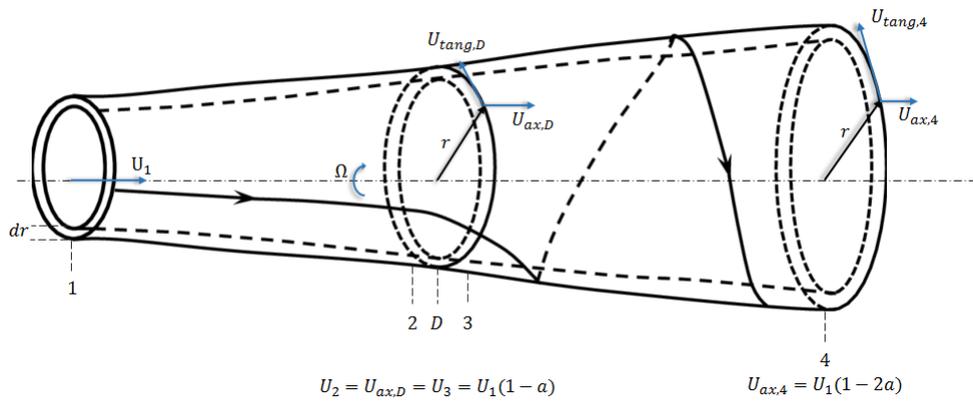


Figura 3.11: Representação vetorial da velocidade tangencial em seções do tubo de corrente

A afirmação realizada por Glauert pode ser demonstrada por análise da *Blade Element Momentum Theory* (BEM), pelo que se concretizou o estudo vetorial na secção transversal de uma pá presente na figura 3.12. A necessidade de comprovar a veracidade da afirmação

provém da incongruência na definição da expressão da velocidade tangencial do rotor existente na literatura.

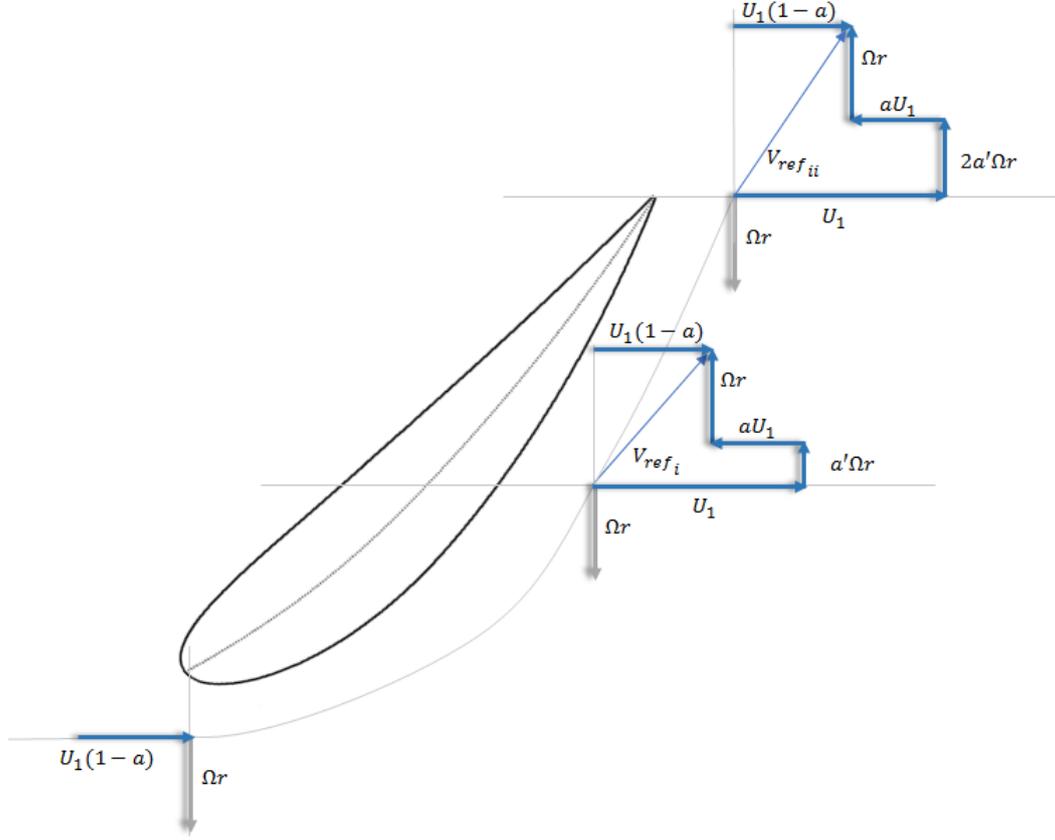


Figura 3.12: Representação vetorial da velocidade no perfil de seção transversal de uma pá

Por aplicação da equação de Bernoulli ao volume de controle a montante e a jusante do rotor, e efetuando a igualdade entre as equações que descrevem o impulso em ambas as teorias, estabeleceu-se a seguinte correlação:

$$U_{tang,4}^2 = U_{tang,3}^2 - U_{tang,2}^2 \quad (3.59)$$

E sabendo que:

$$U_{ax,2} = U_{ax,3} = U_{ax,D} = U_1(1-a) \quad (3.60)$$

$$U_{ax,4} = U_1(1-2a) \quad (3.61)$$

$$U_{tang,2} = \Omega r \quad (3.62)$$

$$U_{tang,3} = (\Omega + \omega)r \quad (3.63)$$

Por fim é possível determinar as expressões que caracterizam a velocidade tangencial na secção 3, imediatamente a jusante do rotor, e na secção 4, onde se considera que o escoamento se encontra a recuperar as condições do escoamento não perturbado.

As expressões da velocidade tangencial na secção 3 e 4 encontram-se em função de  $a'$ ,  $\omega$  e  $r$ , na equação 3.64 e 3.65, respetivamente.

$$U_{tang,3} = (\Omega + \omega)r = (2a' + 1)\Omega r \quad (3.64)$$

$$U_{tang,4} = \sqrt{r^2\omega(\omega + 2\Omega)} = 2\Omega\sqrt{a'(a' + 1)}r \quad (3.65)$$

## MODELOS NUMÉRICOS

*Expressam-se as equações Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS), que permitem a descrição do escoamento de um fluido viscoso. Seguidamente apresentam-se de modo genérico os diferentes modelos de turbulência e de forma particularizada o modelo  $k-\varepsilon$  padrão, e as modificações que se adequam ao presente estudo. Também se destacam as principais características do código comercial FLUENT<sup>®</sup>, que viabiliza a resolução das equações RANS, e apresentam-se as funcionalidades das User Defined Functions (UDF), incorporadas neste código. Por fim define-se o domínio computacional e o seu processo de discretização.*

### 4.1 Equações RANS

As equações de Navier-Stokes são equações diferenciais que traduzem a conservação da massa e o balanço da quantidade de movimento, uma vez que descrevem temporal e espacialmente o campo de velocidades e de pressão do escoamento, bem como as tensões e a massa volumétrica, características de um fluido newtoniano. Estas equações na literatura são também designadas por equações governantes do escoamento.

Na simulação numérica relacionada com o estudo do vento, ou seja, estudo aerodinâmico, os casos apresentam um escoamento de carácter tridimensional e turbulento, o que condiciona a utilização de métodos dispendiosos, como por exemplo a *Direct Numerical Simulation* (DNS) que exige um elevado refinamento da malha, e a metodologia *Large Eddy Simulation* (LES). De forma a evitar as exigências dos métodos intensivos prosperam os modelos que possuem na sua base as *Reynolds Averaged Navier Stokes* (RANS), e os quais representam uma aproximação que se revela menos exigente a nível computacional.

Conceptualmente as equações RANS são escritas tendo em consideração a velocidade como a soma do seu valor médio com a respetiva flutuação desta, e são variável no espaço

e no tempo. Estas equações possuem um termo adicional que corresponde às tensões de Reynolds, portanto foi necessário implementar um modelo de turbulência que assegure a descrição correta deste termo.

As equações de Reynolds, ou seja as equações RANS, também denominadas por equações para o escoamento médio, são obtidas por aplicação do conceito de média temporal às equações da continuidade e da quantidade de movimento. Estas equações são descritas seguidamente em coordenadas cartesianas e com recurso a notação indicial.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \bar{u}_i) = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_j u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j}(-\rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (4.2)$$

No estudo de turbinas eólicas estas equações aplicam-se a um sistema fechado, tridimensional, nas quais corresponde,  $u_i$  e  $u_j$  ao campo de velocidades nas direções principais;  $p$  ao campo de pressão;  $t$  ao tempo;  $\nu$  à viscosidade cinemática;  $\rho$  à massa específica; e  $i, j$  aos índices 1, 2, 3 diretrizes de  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

Por análise ao número de Mach ( $Ma$ ) e através da referência White, 1999, deduz-se que para escoamentos em que o número  $Ma$  seja inferior a 0,3 é válida a hipótese de escoamento incompressível. Para o valor de  $Ma$  mencionado e em condições de referência (gás ideal,  $T = 20^\circ\text{C}$ ) corresponde uma velocidade de 100 m/s, aproximadamente. Dadas as características dos escoamentos referentes à simulação de turbinas eólicas, conclui-se que o número de Mach será inferior a 0,3 e conseqüentemente a massa volúmica é constante, por serem desprezáveis as variações devidas ao efeito da velocidade. Dada a validade da hipótese de escoamento incompressível e para regime permanente as equações da continuidade e da quantidade de movimento são reduzidas a:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{u}_i) = 0 \quad (4.3)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{u}_j \bar{u}_i) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \rho g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j}(-\rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (4.4)$$

De modo a resolver as equações RANS recorre-se à ferramenta computacional *FLUENT*<sup>®</sup>. Esta ferramenta implementa o método dos volumes finitos para discretizar o domínio numérico, contudo é fundamental a aplicação de um modelo de turbulência para proporcionar a resolução destas. Para concretizar a discretização do domínio utiliza-se a ferramenta disponível no *ANSYS Workbench* para geração da malha, designada por *ANSYS Meshing*.

## 4.2 Modelos de Turbulência

A necessidade de implementar um modelo de turbulência resulta da aplicação do conceito de média temporal introduzido na dedução das equações RANS, uma vez que desta deriva um termo que representa o efeito da turbulência. Desta forma está expressa a co-variância estabelecida entre as flutuações da velocidade, e o problema é caracterizado como possível mas indeterminado. Assim para torná-lo possível e determinado recorreu-se a modelos de turbulência, que introduzem as equações necessárias para a descrição das tensões turbulentas.

O tensor de Reynolds também designado por tensões turbulentas é descrito da seguinte forma:

$$R_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j} \quad (4.5)$$

Com a utilização dos modelos de turbulência pretende-se traduzir as tensões de Reynolds,  $R_{ij}$ , em função das propriedades do escoamento, de forma a representar as flutuações da velocidade. Esta abordagem foi enunciada na hipótese proposta por Boussinesq, e é a base de todas as variantes dos modelos de turbulência de ampla aplicabilidade e simultaneamente de maior simplicidade, nomeadamente do modelo  $k - \varepsilon$  e do modelo  $k - \omega$ .

A hipótese de Boussinesq estabelece a proporcionalidade das tensões de Reynolds em função das variações médias de deformação provocadas pelos gradientes de velocidade do escoamento médio, tendo por base o conceito de viscosidade turbulenta, da seguinte forma (Versteeg e Malalasekera, 2007):

$$R_{ij} = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (4.6)$$

Onde  $k$  traduz a energia cinética turbulenta expressa em função das flutuações das componentes da velocidade, da seguinte forma:

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} = \frac{1}{2} \left( \overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2} \right) \quad (4.7)$$

Já  $\mu_t$ , é uma constante de proporcionalidade denominada por viscosidade turbulenta; e  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker definido por:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (4.8)$$

Mediante a aproximação da energia cinética turbulenta expressa na equação 4.7 denota-se que esta é aplicada nos modelos de turbulência de duas equações, que serão sintetizados seguidamente.

Indubitavelmente os modelos de turbulência são uma ferramenta chave para a modelação da turbulência do escoamento, que conseqüentemente é fundamental para uma resolução sólida das equações governantes do escoamento.

Existe uma ampla diversidade de modelos de turbulência para possibilitar a melhor resposta ao estudo de escoamentos com diferentes características. Estes modelos, maioritariamente, são aplicáveis a uma grande gama de escoamentos, assegurando fiabilidade na resolução em virtude da sua robustez, precisão, simplicidade e adaptabilidade. No entanto a complexidade dos modelos de turbulência eleva-se de acordo com as necessidades demonstradas, o que têm como efeito o aumento do esforço computacional.

A nível dos estudos na área da engenharia as exigências computacionais são um parâmetro de extrema relevância, associado principalmente ao tempo computacional necessário para a resolução das problemáticas em análise. Existindo assim a preocupação de utilizar o processo de análise mais económico, ou seja, de implementar os modelos de turbulência mais simples. Para que os resultados obtidos através dos modelos simples alcancem os resultados determinados através modelos mais exigentes, os estudos convergem no sentido de realizar modificações nos modelos mais simples.

Para o estudo da evolução da esteira de uma turbina eólica destaca-se, de acordo com a compilação de informação realizada no capítulo 2, os modelos  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$  e respetivas variantes, assim como o modelo *RSM* e *LES*.

A seleção do modelo de turbulência é um critério amplamente condicionante dos resultados, pelo que serão especificados de forma sintética os modelos que se destacam pela sua abrangência e simplicidade nesta área de estudo. Através destes modelos é expectante obter uma boa convergência dos resíduos, o que pode não ocorrer através dos modelos padrão, mas por introdução de modificações nos termos das suas equações.

Na sua descrição dos modelos teve-se por base a informação presente no manual *ANSYS Fluent Theory Guide*, 2013, disponibilizado pelo programa *ANSYS*, bem como no livro de Versteeg e Malalasekera, 2007.

#### 4.2.1 $k-\varepsilon$ Padrão

O modelo  $k-\varepsilon$  é um modelo de duas equações, constituído pelas equações de transporte da energia cinética turbulenta,  $k$ , e da sua taxa de dissipação,  $\varepsilon$ . Este é um modelo de ampla aplicabilidade e que revela robustez na obtenção de soluções com razoável precisão. Na estrutura do modelo, o escoamento é considerado completamente turbulento e face ao efeito da difusão turbulenta os efeitos da viscosidade molecular são desprezáveis.

A viscosidade turbulenta, neste modelo é proporcional ao quadrado de  $k$  e inversamente proporcional a  $\varepsilon$  da seguinte forma:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4.9)$$

sendo  $C_\mu$  uma constante adimensional.

As equações da energia cinética turbulenta e da sua dissipação são dadas, respetivamente, por:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(\rho k \vec{U}) = \text{div} \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_k} \text{grad } k \right] + 2\mu_t S_{ij} S_{ij} - \rho \varepsilon + S_k \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \text{div}(\rho \varepsilon \vec{U}) = \text{div} \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \text{grad } \varepsilon \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_t S_{ij} S_{ij} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (4.11)$$

Para o modelo é preciso, para além de satisfazer as equações acima, verificar a seguinte equação, apresentada por Richards e Hoxey, 1993:

$$C_{2\varepsilon} - C_{1\varepsilon} = \frac{\kappa^2}{\sqrt{C_\mu \sigma_\varepsilon}} \quad (4.12)$$

Através das equações verifica-se que neste modelo existem cinco constantes, indicadas na tabela 4.1, que primeiramente foram calibradas de acordo com a perspectiva de Launder e Spalding de forma a serem abrangentes para uma grande diversidade de escoamentos, os valores destas constantes integram o modelo designado por modelo padrão e encontram-se definidas por defeito no *FLUENT*<sup>®</sup>.

Continuamente estas constantes sofrem variações no sentido de obter as soluções mais concordantes de acordo com o tipo de escoamento, uma vez que na generalidade as constantes do modelo padrão tem levado a soluções que apresentam limitações no estudo de elevados gradientes de pressão, condições de escoamento atmosférico, componentes de elevada vorticidade, ou seja, zonas de recirculação, zonas de forte separação e uma curvatura considerável das linhas de corrente.

Para além das limitações apresentadas o modelo padrão não descreve corretamente o escoamento na proximidade de paredes, onde se verifica que os termos viscosos não são nulos. De entre as soluções existentes para colmatar esta limitação específica destaca-se as leis de parede, que são definidas de acordo com a situação de sub camada viscosa, de camada intermédia ou da região da fórmula logarítmica, para o perfil de velocidades.

Tabela 4.1: Constantes do modelo de turbulência  $k-\varepsilon$

Estudo	Constantes do Modelo				
	$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	$C_\mu$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$
Padrão (Launder e Spalding,1972)	1,44	1,92	0,09	1	1,3
Crespo et al., (1985)	1,176	1,92	0,033	1	1,3
Mandas el al., (2004)	1,44	2,223	0,033	1	1,3

O modelo padrão é adequado para casos em que o escoamento é estacionário e sem recirculação. As equações que o descrevem aplicam-se para escoamentos em que não há tensões de corte, contudo existem termos fonte que são adicionados às equações de forma a contempla-las. De referir que o modelo subestima ainda os níveis de turbulência, para casos em que o escoamento é perpendicular a uma parede.

De entre as alterações realizadas às constantes do modelo destaca-se a perspectiva de:

- Crespo et al., 1985 - proposta para a descrição de escoamentos de camada limite atmosférica com estratificação neutra. Posteriormente esta perspectiva foi utilizada

por Kasmi e Masson, 2008, e Cabezón et al., 2009, para o estudo da aplicação da teoria do disco atuante;

- Mandas et al., 2004 - proposta para a análise de escoamentos sobre topologia complexa, que se destina a reproduzir um nível de turbulência realista na proximidade desta. Para os valores das constantes apresentadas na tabela 4.1 os resultados numéricos apresentaram uma boa concordância quando comparados com os dados experimentais.

Ao analisar de forma detalhada os estudos presentes na literatura, o valor da constante  $C_{1\varepsilon}$  associada à proposta de Crespo et al. assume dois valores, o de 1,176 e o de 1,21, de acordo com o valor da constante de von Kármán,  $\kappa$ , ser 0,41 ou 0,4187, respetivamente, na verificação da equação 4.12.

Para reduzir o nível de exigências computacionais associadas à simulação de interação entre turbinas eólicas recorre-se frequentemente a este modelo, mas contemplando algumas alterações. Uma vez que é verificada a sua simplicidade e robustez para o caso das características deste escoamento.

Nesta dissertação serão implementadas as modificações propostas no estudo realizado por El Kasmi e Masson, 2008. Seguidamente procede-se a uma descrição pormenorizada dos termos extra adicionados, bem como do seu significado físico e respetivos parâmetros suscetíveis de adaptação, de acordo com o caso de estudo. Esta análise é fundamental uma vez que em diferentes abordagens são referidas as suas lacunas, como no caso da investigação de Shives e Crawford, 2016, porém não existe uma abordagem crítica aos termos deste modelo, nem os indicadores para uma possível correção destas.

#### 4.2.2 $k$ - $\varepsilon$ : Perspetiva de Kasmi e Masson

A preservativa dos investigadores Kasmi e Masson baseia-se no modelo de turbulência  $k$ - $\varepsilon$  padrão e adota as constantes proposta por Crespo et al., tabela 4.1. Neste perspetiva o escoamento é descrito pela velocidade turbulenta de fricção,  $u_*$ :

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad (4.13)$$

onde  $\tau_0$  é a tensão de corte superficial.

A tensão de corte ao longo da parte inferior da camada limite atmosférica é considerada constante, e o perfil de velocidade logarítmico é dado por:

$$u_0(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad (4.14)$$

onde  $z_0$  corresponde ao comprimento de rugosidade local e a cota  $z > z_0$ .

Para os casos de turbinas eólicas é geralmente conhecida a velocidade do escoamento à altura do cubo da turbina pelo que é possível determinar o valor da velocidade turbulenta de fricção por manipulação algébrica da equação 4.14.

Na situação em que verifica o equilíbrio entre a produção e dissipação de energia cinética turbulenta tem-se:

$$\varepsilon_0(z) = \frac{u_*^2}{\kappa z} \quad (4.15)$$

E a relação entre  $k$  e  $\varepsilon$  por aplicação do modelo de turbulência  $k$ - $\varepsilon$  padrão é traduzida por:

$$k_0(z) = \sqrt{\frac{\nu_{t0}\varepsilon_0}{C_\mu}} = 5,48u_*^2 \quad (4.16)$$

O valor da constante de proporcionalidade da equação anterior deriva de dados experimentais, concretamente do valor da constante  $C_\mu$ , que neste modelo de turbulência vale 0,033. Pela substituição dos parâmetros que constituem a equação 4.16 obtém-se:

$$k_0(z) = \sqrt{\frac{(\kappa u_* H)}{C_\mu} \frac{u_*^3}{\kappa H}} = \frac{1}{\sqrt{C_\mu}} u_*^2 \quad (4.17)$$

Para apresentar os termos implementados no modelo  $k$  -  $\varepsilon$  modificado integram-se as equações diferenciais 4.10 e 4.11 no volume do domínio definido, alcançando-se a seguinte forma para a equação de transporte da energia cinética turbulenta:

$$\int_A \rho k u_i n_i dA = \int_V [P_t - \rho \varepsilon + S_k^{axi}] dV + \int_A \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} n_i dA \quad (4.18)$$

Onde o termo  $P_t$  e  $\varepsilon$  representam a taxa de produção e de dissipação de energia cinética turbulenta, respetivamente. Em relação à taxa de produção, esta correlaciona-se com a tensão média do campo de velocidades através do pressuposto de Boussinesq. Já o termo fonte,  $S_k^{axi}$ , apenas é diferente de zero para o caso de uma aproximação axissimétrica, que é a circunstância deste modelo.

A novidade da investigação de Kasmi e Masson é a introdução do termo  $\varphi_\varepsilon$  na equação de  $\varepsilon$ , e a sua integração num volume de controlo específico a jusante e a montante do rotor. Este termo inclui duas escalas de tempo que permitem que a taxa de dissipação responda eficazmente às condições de simulação quando comparados os resultados obtidos pelo modelo modificado, com os determinados pelo modelo padrão que inclui as constantes propostas por Crespo et al., 1985. Sucede-se que as escalas de tempo que são consideradas neste modelo são: a escala de tempo de produção,  $k/P_t$ , e a escala de tempo da taxa de dissipação,  $k/\varepsilon$ . Com a introdução do termo extra a equação de transporte da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta introduzindo é dada por:

$$\int_A \rho \varepsilon u_i n_i dA = \int_V \left[ C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P_t - \rho C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon^{axi} \right] dV + \int_{V \cap V_{NE}} \varphi_\varepsilon dV + \int_A \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} n_i dA \quad (4.19)$$

Novamente o termo fonte,  $S_\varepsilon^{axi}$ , apenas é diferente de zero para o caso de uma aproximação axissimétrica, que é a circunstância deste modelo.

De acordo com a especificação produzida pelos autores, o termo  $\varphi_\varepsilon$  representa a taxa de transferência de energia cinética turbulenta em larga escala para a turbulência de

pequena escala, e é controlado pelas duas escalas de tempo referidas. O termo extra é traduzido pela seguinte expressão:

$$\varphi_\varepsilon = C_{4\varepsilon} \frac{P_t^2}{\rho k} \quad (4.20)$$

com a constante  $C_{4\varepsilon}$  igual a 0,37.

O termo extra apresentado é integrado num volume de controlo específico, com o objetivo de prever a esteira com maior precisão. O volume de acordo com a perspectiva dos autores está localizado a uma distância de 0,25D a montante e a jusante do disco atuante, como ilustrado na figura 4.1. A dimensão deste volume é um fator crítico, por isso é abordada nesta dissertação com o objetivo de encontrar os indicadores para a seleção da dimensão mais adequada.

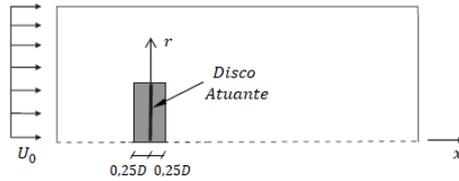


Figura 4.1: Volume para a integração do termo  $\varphi_\varepsilon$ . Adaptado de: El Kasmi e Masson, 2008

Por fim expressam-se os termos fonte adicionados às equações de transporte, equação 4.21 e 4.22, de acordo com a proposta de Leclerc et al., 1999. Termos estes que também estão incluídos na perspectiva de Kasmi e Masson.

$$S_k^{axi} = \rho \varepsilon_0(H) \quad (4.21)$$

$$S_\varepsilon^{axi} = \rho C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon_0^2(H)}{k_0(H)} \quad (4.22)$$

### 4.2.3 $k$ - $\varepsilon$ RNG

O modelo de turbulência  $k$ - $\varepsilon$  RNG, *Renormalization Group Theory*, tem por base o modelo  $k$ - $\varepsilon$ , no entanto às equações de transporte de  $k$  e  $\varepsilon$  são adicionados termos e suas constantes do modelo são diferentes, a diferença verifica-se na definição de oito parâmetros para o modelo  $k$ - $\varepsilon$  RNG. Este modelo permite obter soluções precisas para uma maior gama de escoamentos, incluindo escoamentos de maior complexidade que possuem tensões de corte, vorticidade, separação, recirculação e elevadas taxas de deformação.

Este modelo foi criado por Yakhot e Orsag em 1992, e posteriormente revelou-se adequado para a simulação de escoamentos no interior de condutas, bem como em casos para estimar a separação e recirculação de escoamentos atmosféricos sobre topografias complexas. Na seguinte tabela apresentam-se as constantes do modelo.

Tabela 4.2: Constantes do modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  RNG

Estudo	Constantes do Modelo				
	$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	$C_\mu$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$
Yakhot e Orsag (1992)	1,42	1,68	0,085	0,7179	0,7179

#### 4.2.4 $k-\omega$ Padrão

O Modelo  $k-\omega$  padrão encontra-se entre os modelos mais aplicados, no entanto inicialmente foi desenvolvido para aplicações da indústria aeroespacial, na qual a separação do escoamento possui uma elevada importância. Já no *FLUENT*, por defeito, é considerado o modelo de *Wilcox*.

Face aos modelos anteriores, este modelo efetua a formulação da energia cinética turbulenta, mas substitui a formulação da taxa de dissipação da cinética turbulenta por unidade de massa,  $\varepsilon$ , pela taxa de dissipação por unidade de energia cinética turbulenta, representada por  $\omega$ .

O modelo apresenta potencialidades na resolução de problemáticas em que o desenvolvimento da camada limite é fundamental. Este também conduz a uma solução robusta para casos em que o número de Reynolds na sub camada viscosa é baixo, não exigindo a implementação de funções auxiliares. Em relação às constantes do modelo, estas encontram-se descritas na tabela 4.3.

No presente trabalho o desenvolvimento da camada limite não é um ponto essencial, pelo que este não se revela o modelo mais adequado para implementar.

Tabela 4.3: Constantes do modelo de turbulência  $k-\omega$  padrão

Estudo	Constantes do Modelo				
	$\alpha_\infty$	$\beta_i$	$\beta_\infty^*$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$
Wilcox (1994)	0,52	0,072	0,09	2	2

#### 4.2.5 $k-\omega$ SST

O modelo *Shear Stress Transport Model* (SST) desenvolvido por Menter em 1995, resulta da combinação dos elementos relevantes dos dois modelos  $k-\varepsilon$  e  $k-\omega$ . Esta combinação resolve a deficiência do modelo  $k-\omega$  na modelação nas zonas longe da parede. Uma vez que a utilização alternada dos modelos é concretizada através da aplicação de coeficientes que estabelecem o peso de cada função, aplicando o modelo  $k-\varepsilon$  padrão na região próxima da camada limite e o modelo  $k-\omega$  padrão na periferia das paredes sólidas.

Para as circunstâncias em que é essencial a previsão precisa da separação do escoamento este modelo revela potencialidades de resolução, bem como para os casos de previsão da recirculação, ou com elevados gradientes de pressão, (Yang et al., 2009). Dadas estas particularidades de aplicação o modelo é adotado com alguma frequência para

a análise de escoamentos em geometrias com arestas vivas. Os coeficientes deste modelo encontram-se expressos na tabela 4.4.

Apesar deste modelo apresentar excelentes capacidades para a descrição do escoamento da esteira de turbinas eólicas sobre superfícies, existe a adversidade de no processo de previsão desta as adaptações não serem só ao nível das equações de cada modelo que o constituem, mas também ao nível dos coeficientes de ponderação.

Tabela 4.4: Constantes do modelo de turbulência  $k-\omega$  SST

Estudo	Constantes do Modelo						
	$\sigma_{k,1}$	$\sigma_{k,2}$	$\sigma_{\omega,1}$	$\sigma_{\omega,2}$	$a_1$	$\beta_{i,1}$	$\beta_{i,2}$
Menter (1995)	1,176	1,0	2,0	1,168	0,31	0,075	0,0828

#### 4.2.6 RSM

O modelo *Reynold Stress Model* (RSM) utiliza equações diretas para o transporte das tensões de Reynolds para fechar o sistema de equações. Como a sua aplicação é direta denomina-se por modelo de fecho direto ou de segunda ordem. Esta abordagem teve por base os estudos primordialmente desenvolvidos por Chou, 1945, e Rotta, 1951.

Este modelo trata-se do mais elaborado que está disponível no *FLUENT*. Uma vez que para além do cálculo das equações de transporte para as tensões de Reynolds concretiza o cálculo de uma equação para a taxa de dissipação. Em virtude deste cálculo para escoamentos 2D são precisas cinco equações de transporte adicionais e para escoamentos 3D são necessárias sete equações de transporte adicionais.

A complexidade do modelo para além de influenciar diretamente o tempo computacional, apresenta que a fidelidade das suas previsões por vezes é limitada pelas premissas implementadas para modelar alguns dos termos constituintes das equações de transporte. Refere-se que a modelação dos termos de pressão-deformação e da taxa de dissipação, dada a sua complexibilidade, leva por vezes a que seja considerada o ponto responsável por afetar a precisão das soluções.

Perante as características do modelo, verifica-se que os resultados que este produz nem sempre são melhores que os obtidos por meio de modelos com maior simplicidade de resolução para diversos tipos de escoamentos, quando comparada a exigência computacional adicional que é necessária. Contudo, o uso deste modelo é quase de carácter obrigatório quando o escoamento em análise leva a que resulte anisotropia ao nível das tensões de Reynolds.

Tendo em vista a sua despesa computacional considera-se que este modelo não é o mais adequado para o estudo na presente dissertação.

#### 4.2.7 LES

O modelo *Large Eddy Simulation* (LES), tem surgido nos estudos mais recentes associados à modelação da esteira, dadas as suas particularidades em prever os escoamentos turbulentos. Esse modelo possibilita a resolução explícita dos grandes vórtices por cálculo, e a simulação de forma implícita dos pequenos vórtices, por aplicação de modelo em escala de *sub-grid*.

A nível de fração das escalas de resolução o modelo LES situa-se entre o *Direct Numerical Simulation* (DNS) e as equações RANS. Uma vez que a exigência das malhas é de nível grosseiro para a resolução somente dos grandes vórtices, o tamanho das etapas é maior no LES face ao DNS. Mas comparativamente à metodologia das equações RANS requer malhas substancialmente mais refinadas. Para além dos requisitos da malha, o modelo LES deve ser executado por um tempo de simulação elevado de modo a ser verificada a estabilidade das estatísticas do escoamento em análise.

Decorrente das propriedades mencionadas o custo computacional, a nível de tempo de computação e de memória (RAM), do modelo LES geralmente apresenta ordens de grandeza elevadas quando comparadas com as da metodologia RANS em simulações estáveis.

Como o modelo LES requer uma computação de alto desempenho não é considerado o modelo apropriado para implementar no tipo de simulação que se pretende realizar.

Em suma, cada modelo detém as suas vantagens e respetivas desvantagens, não existe um modelo ideal para a descrição particularizada de um escoamento dado o carácter universal de aplicação dos modelos.

Mediante o exposto, procede-se à seleção do modelo mais adequado para a análise que se pretende desenvolver. Dentro da temática das eólicas, o modelo LES, de maior complexidade, revela-se uma ferramenta com excelente precisão nos resultados, mas é essencialmente aplicado a estudos da aerodinâmica das pás, ou da definição do escoamento de esteira próxima. Em relação ao estudo de interação de turbinas a elevada exigência computacional que lhe é associada demonstra que esta é uma ferramenta pouco expedita para este caso.

Tendo em conta os objetivos da dissertação considera-se adequada a seleção do modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  modificado, que apesar de prever com alguma discrepância os resultados experimentais na esteira próxima, releva uma boa previsão para a esteira distante, que corresponde à região interesse na área de estudo da interação entre turbinas.

### 4.3 Discretização do Domínio

O processo de discretização do domínio de cálculo é refletido na malha, uma vez que esta é uma forma representativa do domínio físico mas na forma discreta. Esta forma corresponde à divisão do volume total do domínio computacional num número finitos de volumes de menor dimensão, designados por volumes de controlo (VC). O processo de discretização leva a que para cada volume de controlo sejam resolvidas quer as equações de conservação, quer as dos modelos de turbulência, sendo que os valores das propriedades são calculados no centro de cada VC, e interpolados por meios de esquemas de interpolação para obter os valores das propriedades nas faces destes.

Em relação ao domínio para discretização, no presente caso, será analisado um modelo tridimensional. Para os casos de estudo na área da aerodinâmica, nomeadamente relacionados o estudo do desenvolvimento do escoamento para o caso de turbinas eólicas, verifica-se que podem ocorrer dois tipos de erros. Um deles deriva da modelação numérica resultante do modelo de turbulência e das condições de fronteira utilizadas. Já o segundo erro decorre da discretização do domínio, ou seja da definição da malha, uma vez que por interpolação das propriedades do escoamento são cometido erros. Indubitavelmente a geração da malha representa uma etapa relevante uma vez que interfere na qualidade dos resultados.

#### 4.3.1 Critérios de Qualidade da Malha

As malhas com elevada qualidade levam a que os resultados das simulações numéricas sejam mais precisos, uma vez que captam melhor os efeitos físicos não lineares, associada à captura incorreta destes efeitos geralmente surge o problema de difusão numérica. Uma metodologia para solucionar este problema de difusão é o refinamento das malhas.

Para contornar os erros que derivam da geração da malha existem diversos critérios para determinar a sua validade. Um dos critérios mais relevantes consiste em estabelecer uma relação adequada entre o comprimento e a largura dos elementos da malha. Esta relação é utilizada frequentemente quando são aplicadas funções de parede no modelo de turbulência.

Em relação ao critérios para verificar a qualidade da malha é indispensável analisar alguns parâmetros, nomeadamente, o ângulo de distorção e a razão de aspeto dos vários elementos da malha.

Como para a discretização do domínio se recorrer à ferramenta *ANSYS Meshing* por análise do seu guia descreve-se seguidamente os diferente critérios para verificar a qualidade da malha gerada:

- Critério *Aspect Ratio* - mede o alongamento das células, habitualmente o seu valor deve ser inferior à proporção 5:1;
- Critério *Skewness* - mede a diferença entre o formato da célula definida e o formato da célula equivalente em termos de volume mas considerando todos os seus lados

com o mesmo comprimento. Esta comparação é efetuada uma vez que as células deformadas levam a uma menor precisão nos resultados, o que afeta a convergência da solução. Relativamente ao definido no guia do ANSYS os valores aceitáveis para este critério são inferiores a 0,95;

- Fatores *Orthogonal Quality* e *Element Quality* apresentam o mesmo significado que os critérios *Aspect Ratio* e *Skewness*, respetivamente, porém são calculados de modo diferente.

A qualidade da malha desempenha um papel significativo na precisão dos resultados e na estabilidade do cálculo numérico, ou seja, na convergência dos resíduos. Independentemente da tipologia de malha adotada para o domínio é essencial concretizar a verificação da sua qualidade.

### 4.3.2 Funções de Parede

Na periferia de superfícies sólidas, designadas por parede, verifica-se que numa distância reduzida a velocidade do escoamento passa de zero até a 99% da velocidade do escoamento médio. Para que as simulações possam responder a estas circunstâncias eficientemente no processo de refinamento da malha deve ser satisfeita a distância entre a parede e o centróide do elemento imediatamente adjacente a esta, de forma à distância estar incluída na região logarítmica, figura 4.2, isto é, em  $30 < y^+ < 500$ , (Versteeg e Malalasekera, 2007). Desta forma é satisfeita a lei de *log-law*, em que as medidas de energia cinética turbulenta indicam que a taxa de produção desta é igual à taxa de dissipação.

A base das funções de parede é a teoria que descreve o perfil de velocidades na camada-limite. Pela observação da figura 4.2 pode distinguir-se três regiões distintas em escoamentos turbulentos próximos a paredes:

- Sub camada viscosa - região onde a tensão viscosa é dominante;
- Camada intermediária - região onde ambos os tipos de tensão são relevantes;
- Camada externa - região onde a tensão turbulenta é dominante;

Para enquadrar os elementos da malha na região da lei logarítmica procede-se ao refinamento desta na próxima da parede, o que leva a que os fenómenos que ocorrem na periferia da parede sejam captados com precisão, apesar do perfil de velocidades não variar linearmente. O refinamento da malha conduz também a uma melhor previsão das características da camada limite.

De modo geral o valor de  $y^+$  é dado pela expressão, (White, 1999):

$$y^+ = \frac{yu^*}{\nu} \quad (4.23)$$

Onde  $u^*$  corresponde à velocidade de atrito,  $y$  à distância vertical entre a parede e o centro do elemento adjacente; e  $\nu$  à viscosidade cinemática do fluido.

Pode concluir-se que as leis de parede são um complemento para as equações de Navier-Stokes, porém podem apresentar algumas lacunas quando se verifica separação na camada limite.

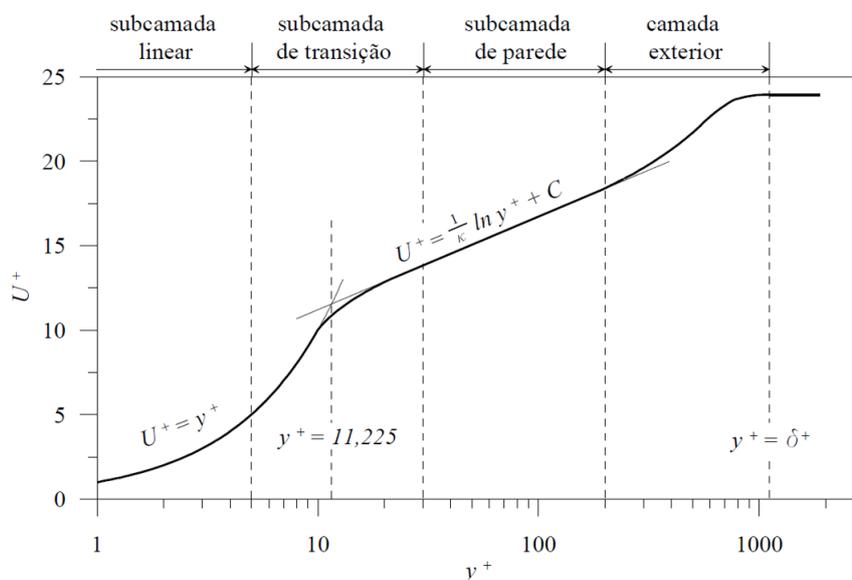


Figura 4.2: Perfil de velocidade de uma camada limite turbulenta. Adaptado de: Versteeg e Malalasekera, 2007

### 4.3.3 Condições de Fronteira

Em simulação numérica é imprescindível definir as condições de fronteira do domínio de cálculo, uma vez que estas representam a definição dos valores das propriedades do escoamento, determinados por conhecimento teórico e/ou experimental

No caso do domínio utilizado na simulação de turbinas eólicas, a definição das condições fronteira assenta na utilização de condições de: entrada, superfície sólida, simetria e saída.

Em relação à definição da queda de pressão decorrente da modelação do rotor da turbina, esta pode ser realizada através de uma condição de fronteira específica, designada por meio poroso no caso de ser utilizado o *ANSYS FLUENT*<sup>®</sup>

#### 4.3.3.1 Fronteira de Entrada

A condição de fronteira de entrada amplamente utilizada na literatura para o estudo na área das turbinas eólicas é designada no *FLUENT*<sup>®</sup> por *Velocity Inlet*.

Para esta condição é possível definir diversas informações de acordo com o escoamento e simulação a realizar, no âmbito das simulações deste trabalho define-se:

- Magnitude da velocidade;
- Parâmetros de turbulência - paa o caso do modelo  $k-\varepsilon$  especifica-se:
  - Energia cinética turbulenta;
  - Taxa de dissipação da energia cinética turbulenta.

Observa-se que os parâmetros de turbulência definidos na condição de fronteira estão diretamente relacionados com o modelo de turbulência implementado. Para o caso do

modelo  $k-\varepsilon$  existe a opção de definir a energia cinética turbulenta e respetiva taxa de dissipação para as condições do escoamento inicial.

Em relação à velocidade inicial esta pode não ser um perfil constante, admitindo frequentemente um perfil logarítmico (*log law*), figura 4.3, ou um perfil que respeita uma lei de potência.

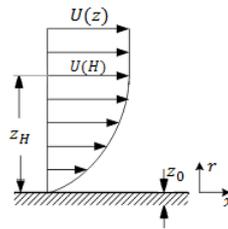


Figura 4.3: Perfil logarítmico da velocidade de entrada. Adaptado: Manell, McGowan e Rogers, 2009

As expressões que traduzem o perfil da velocidade de entrada logarítmico ou de acordo com uma lei de potência são dadas respetivamente por:

$$u(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln \left( \frac{z + z_0}{z_0} \right) \quad (4.24)$$

$$\frac{u(z)}{u(z_H)} = \left( \frac{z}{z_H} \right)^\alpha \quad (4.25)$$

Onde  $u_*$  corresponde à velocidade de fricção e  $z_0$  à rugosidade média da superfície (valores tabelados), para a equação 4.24. Já para a equação 4.25, o trabalho desenvolvido por von Kármán mostrou que sob determinadas condições o expoente  $\alpha = 1/7$  é o valor indicado para estabelecer a correspondência entre os perfis de vento e o escoamento de placas planas, contudo o valor deste expoente é um parâmetro variável, para a sua determinação existem três tipos de correção disponíveis para consulta no livro *Wind Energy Explained - Theory, Design and Application*, de Manell et al., 2009.

#### 4.3.3.2 Fronteira Sólida

A condição de fronteira sólida, designada no ANSYS FLUENT<sup>®</sup> por parede, define a superfície como sendo impermeável ao escoamento. Como mencionado na secção 4.3.2 as superfícies definidas com esta condição de fronteira condicionam a geração da camada limite, uma vez que o escoamento passa a depender dos efeitos viscosos e não apenas da sua inércia. Na secção referida são apresentadas soluções para minimizar esta condicionante.

O caso em análise na dissertação possui uma geometria em que a parede sólida é não deslizante. Para esta condição estão disponíveis especificações, como por exemplo, a velocidade tangencial em termos de movimento de translação ou de rotação no limite da parede.

#### 4.3.3.3 Fronteira de Simetria

A condição de simetria, tal como a definição da palavra indica, é aplicável quando se verifica uma distribuição simétrica do escoamento em relação a um plano, ou seja, em que a derivada em ordem à coordenada espacial, normal ao eixo, é nula.

Para as superfícies definidas com esta condição de fronteira é assegurado que o escoamento não as atravessa, ou seja, a velocidade normal ao respetivo plano é garantida como nula, e para além disso, os gradientes na direção normal são pequenos.

Como definido no guia do *ANSYS FLUENT*<sup>®</sup> esta condição baseia-se por sua vez nas seguintes três condições:

- O gradiente normal à fronteira de uma quantidade escalar é nulo;
- O gradiente normal à fronteira da velocidade tangencial é nulo;
- O gradiente da velocidade normal ao longo da fronteira é nulo.

#### 4.3.3.4 Fronteira de Saída

Para a condição de fronteira de saída não existe concordância na literatura quanto à condição a utilizar. Principalmente é aplicada uma de entre as seguintes condições, designada no *FLUENT*<sup>®</sup> por *Outflow* e *Pressure Outlet*.

A condição de *Outflow* garante que o caudal de entrada deve sair do volume de controlo apenas pela superfície definida por esta condição. Revela-se preferível em virtude da condição de *Pressure Outlet*, consequência da condição de pressão provocar um maior constrangimento ao escoamento, uma vez que obriga a que todas as linhas de corrente sejam forçosamente perpendiculares à secção onde está definida, isto é, alinhadas com o eixo da turbina, o que na realidade pode não ocorrer devido ao desenvolvimento da esteira.

Contudo é essencial ponderar qual a condição a utilizar uma vez que estas podem comprometer a resolução, por incompatibilidades de simultaneidade de utilização com algumas pré-definições.

#### 4.3.3.5 Meio Poroso

A condição de fronteira designada por *Porous Jump* é usada para modelar membranas finas às quais é associada uma queda de pressão. Desta forma revela ser uma condição importante para modelar a queda de pressão associada às turbinas eólicas.

Nas especificações desta condição os parâmetros necessários são os seguintes:

- Identificação da zona de *Porous Jump*;
- Definição da permeabilidade;
- Definição da espessura do meio poroso, no caso das turbinas eólicas corresponde à espessura de uma pá;
- Definição do coeficiente do salto de pressão;
- Definição da condição de limite de fase discreta para o *Porous Jump*.

Contudo o programa utilizado disponibiliza, para o mesmo efeito, a condição de *Pressure Jump* mas esta implementa a queda de pressão numa face do elemento ao passo que a condição de *Porous Jump* implementa num volume. Ambas as condições assumem que a velocidade e a pressão são constantes na face do meio poroso.

A condição do meio poroso possui a desvantagem da zona onde é aplicada precisar de ser definida como uma *cell zone*, isto é, como um corpo independente do domínio. Esta necessidade leva a que para cada alteração do posicionamento da turbina no domínio se proceda a alterações ao nível da definição da geometria e consequentemente da malha.

#### 4.3.3.6 Condição Fan

A condição designada por *Fan*, ou seja, modelo de ventilador, pode ser usada para determinar o impacto de um ventilador com características conhecidas num escoamento.

Este tipo de condição possibilita a especificação de componentes radiais e tangenciais da velocidade de rotação do ventilador. Contudo o modelo do ventilador não fornece uma descrição precisa do escoamento através das pás do ventilador, em vez disso, prevê a quantidade de escoamento através do ventilador.

Como na condição apresentada na secção anterior, esta também necessita da definição da superfície de implementação na fase conceptual da geometria do domínio. Para além disso nesta situação o ventilador é considerado infinitamente fino, logo este deve ser modelado como a interface entre células, em vez de ser implementado num volume.

Dadas as suas características, estas condições não são as mais adequadas para a funcionalidade que se pretende implementar neste trabalho. Uma vez que estas exigem alterações na fase conceptual, para simular diferentes disposições das turbinas eólicas num domínio de cálculo. Prospera assim a funcionalidade das UDF para modelar a queda de pressão no presente estudo de interação entre turbinas.

## 4.4 Esquemas Numéricos

Na estruturação de uma simulação numérica é ainda necessário definir o esquema numérico a implementar. Para a simulação de turbinas eólicas adotou-se uma resolução baseada na pressão, nomeada no *FLUENT*<sup>®</sup> por *Pressure-based*. Nesta resolução o campo de velocidades é determinado através das equações da quantidade de movimento.

Para a resolução aplicou-se o esquema SIMPLE (*semi-implicit method for pressure-linked equations*), que contempla um algoritmo de acoplamento de pressão e velocidade. Especificamente para a discretização espacial adotou-se algoritmos de segunda ordem para a pressão, o momento, a energia cinética turbulenta e respetiva taxa de dissipação.

De entre os fatores que influenciam a convergência dos resíduos, destaca-se os controlos de solução (*Solution Controls*), onde são definidos os valores dos fatores de relaxação, que podem ser ajustados no decorrer das iterações de modo a aumentar a rapidez de

convergência, nesse sentido os seus valores sofrem um incremento e no sentido inverso uma redução, caso se verifique que a solução possa divergir.

Por defeito os seus valores já estão predefinidos no *ANSYS FLUENT*<sup>®</sup> e visam assegurar o compromisso entre a velocidade de convergência e a estabilidade do cálculo, ao longo de uma iteração e para a iteração consecutiva em que ocorre a alteração dos valores das variáveis de transporte. Como se trata de um processo iterativo, para cada iteração são calculadas as equações do sistema que descrevem o caso. Simultaneamente processa-se a monitorização dos resíduos até que a convergência da solução seja verificada. Para ser verificada a convergência de uma solução existem limites estabelecidos para os valores dos resíduos de acordo com equações de transporte específicas que diferem de acordo com o caso em estudo.

## 4.5 User Defined Functions

Anteriormente foi referida a motivação de utilizar *User Defined Functions* (UDF) para modelar a presença das turbinas, por isso identifica-se seguidamente as suas potencialidades.

Como indica a sua designação, uma UDF é uma rotina programável por parte do utilizador que pode ser dinamicamente interligada ao pré-processador do *ANSYS FLUENT*<sup>®</sup>. A implementação destas funções permite aprimorar os recursos padrão do código. As UDF possuem a particularidade de as funções terem de ser escritas na linguagem de programação C++, e ainda de estarem dependentes da utilização de macros específicas de acordo com o que se pretende implementar. As macros encontram-se disponíveis no *ANSYS Fluent UDF Manual* e mais adiante analisa-se com detalhe as que são introduzidas neste trabalho. (I. Fluent, 2011)

Esta funcionalidade que o *ANSYS* oferece permite, de acordo com a macro *DEFINE* que é selecionada, afetar as propriedades do escoamento, por exemplo a densidade, a velocidade, a pressão, a temperatura, os gradientes associados a estas, entre outras. As *User Defined Functions* acedem aos dados do *solver* do *FLUENT*<sup>®</sup> e interagem pelas macros e funções pré-definidas, o respetivo processo para algumas das *DEFINES* encontra-se esquematizado na figura 4.4.

O código das UDF tem de ser iniciado pela diretriz de inclusão do *udf.h*, que possibilita que as macro de *DEFINE* utilizadas no código e as restantes macro presentes no *FLUENT* sejam abrangidas durante o processo de interpretação ou compilação das rotinas. Subsequentemente os valores provenientes destas são incluídos no *solver*.

No procedimento da figura 4.4, para o caso de se pretender implementar uma função de inicialização, *DEFINE INIT*, esta é executada antes que o ciclo de iteração seja iniciado, quando acionado pelo utilizador na interface gráfica. De seguida são executadas as funções de ajuste, *DEFINE ADJUST*, que como o nome indica permitem ajustar os valores das propriedades, sequencialmente a estas são resolvidas as equações de momento e seguidamente a equação de correção da pressão. Já as *DEFINE SOURCE* e *DEFINE PROFILE*

são invocadas por cada rotina após o *solver eddy dissipation*, procedendo à atualização das propriedades antes de verificar a convergência, (Fluent, 2006).

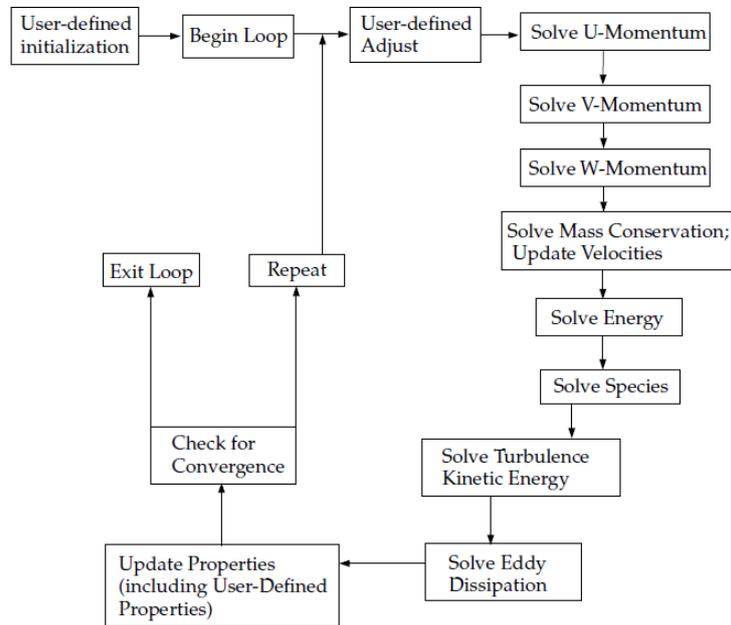


Figura 4.4: Processo de solução para o *Segregated Solver*. Fonte: Fluent, 2006

#### 4.5.1 Caracterização das Macros

Dadas as competências descritas, o objetivo é utilizar as UDF para modelar as turbinas no domínio numérico. Para este processo aplicaram-se as seguintes macros:

##### 1) *DEFINE ADJUST*:

A macro *DEFINE ADJUST* é de carácter geral e possibilita ajustar ou modificar os valores de variáveis definidas que não passam a argumentos. Pode ser utilizada para modificar variáveis do escoamento, nomeadamente, a velocidade e a pressão. Também podem ser aplicadas para integrar uma quantidade escalar, num domínio restrito, e consequentemente ajustar uma condição limite, tendo por base o resultado da integração.

As funções que são definidas com este tipo de macro são executadas para cada iteração, e são chamadas no início de cada iteração antes das equações de transporte serem resolvidas.

A macro é traduzida por *DEFINE\_ADJUST(name, d)*, onde é necessário definir os seguintes argumentos:

- *name* - nome atribuído ao termo fonte a introduzir;
- *d* - ponteiro do domínio sobre o qual a função deve ser aplicada. O argumento de domínio fornece o *ID*, ou seja, o identificador do domínio com a informação das células da malha, onde são aplicados os ajustes ou modificações.

Esta macro retorna uma função vazia, o que contribui para que haja algumas discrepâncias no valor especificado na UDF e o valor implementado. Para além disso as macros são aplicáveis em condições de fronteira e/ou associadas a zonas de células concretas que possuem um identificador (ID).

#### II) *DEFINE PROFILE*:

A macro *DEFINE PROFILE* aplica-se para definir um perfil singularizado que varia em função quer das coordenadas espaciais quer do tempo. De entre as variáveis que podem ser afetadas destaca-se a velocidade, a pressão, a temperatura, a energia cinética turbulenta, a taxa de dissipação da energia cinética turbulência, as condições térmicas da parede (temperatura, fluxo de calor, taxa de geração de calor, coeficientes de transferência de calor e emissividade externa, etc.), entre outras.

É traduzida por *DEFINE\_PROFILE(name, t, i)*, onde é necessário definir os seguintes argumentos:

- *name* - nome atribuído ao termo fonte a introduzir;
- *t - thread* - ponteiro para encadear qual a condição de fronteira que deverá ser aplicada;
- *i - int* - índice que identifica a variável a ser definida.

À semelhança da macro *DEFINE ADJUST* esta também retoma uma função vazia, e é aplicável em condições de fronteira e/ou associadas a zonas de células específicas que possuam um identificador (ID).

#### III) *DEFINE SOURCE*:

Este tipo de macro permite especificar os termos fonte para diferentes equações de transporte nomeadamente a equação da continuidade, dos momentos, de  $k$ , de  $\epsilon$ , da energia, entre outras.

É traduzida por *DEFINE\_SOURCE(name, c, t, dS, eqn)*, onde é necessário definir os seguintes argumentos:

- *name* - nome atribuído ao termo fonte a introduzir;
- *c - cell thread* - Células em que o termo fonte deverá ser aplicado;
- *t - thread* - Ponteiro para o segmento de células;
- *dS* - matriz que contém a derivada do termo fonte em função da variável dependente da equação de transporte;
- *eqn* - número da equação.

Dos argumentos apresentados apenas o nome atribuído à UDF é definido pelo utilizador, as restantes entradas são variáveis que são fornecidas pelo *solver* do *FLUENT*<sup>®</sup>.

Através do processo de derivação do termo fonte é possível linearizar este termo, e conseqüentemente melhorar a estabilidade da solução. Ilustra-se de seguida esta capacidade, uma vez que o termo fonte pode ser expresso em geral pela equação 4.26, onde  $\phi$  é a variável dependente,  $A$  representa a parte explícita do termo fonte e  $B_\phi$  é a parte implícita.

$$S_\phi = A + B\phi \quad (4.26)$$

Por especificação do valor de  $B$  é possível melhorar a estabilidade da solução e colaborar no ajuste das taxas de convergência, visto que com a sua definição ocorre um aumento dos termos diagonais na matriz de solução. Caso os termos não sejam definidos pelo usuário o *FLUENT*<sup>®</sup> procederá à sua determinação.

O usuário pode ainda definir o termo implícito  $dS[eqn]$  como  $dS/d\phi$ , ou forçar a solução explícita do termo de origem, configurando diretamente que o termo é igual a zero.

Como se trata de uma UDF de propriedade esta é chamada pelo *FLUENT*<sup>®</sup> no *loop* de encadeamento de células. O *solver* transfere para a UDF que implementa a macro *DEFINE\_SOURCE* todas as variáveis necessárias para definir um termo fonte específico, por serem resolvidas individualmente para cada célula.

Esta macro retorna uma função real, esta característica contribui para uma coerência entre o valor especificado na UDF e o valor implementado. Esta distingue-se das restantes macros por ser aplicável somente em volumes, e não está constrangida a zonas específicas do domínio, visto que é aplicável à *cell zone* que engloba todo o domínio numérico.

#### 4.5.2 Interpretação vs. Compilação de UDF

Para proceder à implementação das UDF existem dois processos, o de interpretação e o de compilação. A principal diferença entre eles é que as UDF interpretadas não podem aceder aos dados do *solver* do *FLUENT*<sup>®</sup>, por uso de referências de estrutura direta, pelo que só podem aceder indiretamente aos dados por utilização de macros fornecidas pelo programa.

- UDF Interpoladas:
  - São permutáveis para outras plataformas;
  - Não requerem um compilador de C;
  - São mais lentas que as UDF compiladas;
  - São restritas no uso da linguagem de programação C<sup>++</sup>;
  - Não podem ser vinculadas a bibliotecas do sistema;
  - Podem aceder a dados armazenados na estrutura do programa apenas através de macros predefinidas.
- UDF Compiladas:
  - São executadas mais rapidamente do que as interpretadas;
  - Não estão restritas ao uso da linguagem de programação C, mas estão dependentes da linguagem do compilador utilizado;
  - Não podem necessariamente ser executadas como UDF interpretadas se contiverem determinados elementos da linguagem C e macros específicas do manual do programa que o interpretador não tem alcance para as detetar.

Em circunstâncias de decisão caso as funções sejam pequenas e diretas recomenda-se a aplicação do processo de interpretação, quando se tratam de funções complexas, associadas a macros de propriedades, como o caso da *DEFINE SOURCE*, é recomendado o processo de compilação, este último processo é o utilizado na dissertação.

## 4.6 Definição do Domínio Computacional

Na formulação CFD de um problema, primeiramente, define-se o domínio de cálculo, para tal utilizou-se a ferramenta comercial *ANSYS FLUENT*<sup>®</sup> versão 16.2. Esta ferramenta permite a aplicação da metodologia de discretização por volumes finitos através de quatro etapas: a definição do domínio computacional, a geração da malha por processo de discretização, a resolução das equações RANS e por último o tratamento dos resultados no *post-processing*.

Para proceder à primeira etapa o *ANSYS Workbench* disponibiliza após a seleção do *FLUID FLOW* dois geradores de geometrias, designados por *Design Modeler Geometry* e por *New Spaceclaim Geometry*. Salienta-se as seguintes vantagens e desvantagens para cada gerador:

### *Design Modeler Geometry:*

- Vantagens:
  - (a) A estrutura em árvore das ações permite alterações de forma simples no modelo;
  - (b) Permite desagregar as partes multi-corpo sem necessitar de uma superfície de contacto;
  - (c) Possibilita múltiplos tipos de conexão entre superfícies.
- Desvantagens:
  - (a) Interface lenta e utilização do comando *Generate* a cada ação;
  - (b) Limitação ao nível da funcionalidade de *Extrude* a  $1 \text{ km}^3$ ;
  - (c) A estrutura em árvore pode ser inválida para alguns comandos.

### *New Spaceclaim Geometry:*

- Vantagens:
  - (a) Interface gráfica intuitiva, uma vez que são necessários apenas 3 comandos básicos para gerar 90% das geometrias;
  - (b) Editor direto, uma vez que não é preciso ter em consideração a inviabilidade das ações sequenciais, como no caso em árvore;
  - (c) Detém os comandos *Undo*, *Cut* e *Paste* na sua interface o que facilita a utilização por parte do usuário.
- Desvantagens:
  - (a) Não é possível definir dimensões que relacionem peças, ou seja, a ferramenta não é paramétrica;
  - (b) Ferramenta ainda em desenvolvimento pelo que pode apresentar alguns *bugs*.

Após analisar os prós e contras de cada gerador de geometria e visto que as dimensões do domínio computacional, do presente caso de estudo são da ordem dos  $0,1 - 1\text{km}$ , verifica-se que é excedido o limite disponível ao nível da funcionalidade de *Extrude*, sendo assim impossível utilizar o *Design Modeler Geometry*, pelo que se recorre ao *New Spaceclaim Geometry*.

#### 4.6.1 Domínio para Validação do Modelo

Para verificar a validade do modelo, que se pretende implementar para o estudo da interação de turbinas eólicas, é necessário primeiramente comparar os resultados do modelo proposto com os provenientes do estudo desenvolvido por El Kasmi e Masson, 2008. Para assegurar esta comparação numa primeira instância modela-se a geometria aplicada na investigação referida. A geometria correspondente possui secção transversal circular, com um raio de  $2,5D$  (sendo  $D$  o diâmetro do rotor),  $R$ , e um comprimento de  $25D$  na direção axial,  $L$ .

Na discretização do domínio cilíndrico para obter uma malha estruturada, isto é, com elementos de secção transversal igual, define-se um polígono de quatro lados centrado na secção transversal. Na sua concretização utiliza-se a ferramenta *Split* que possibilita a divisão de uma face do domínio em múltiplas, como expresso na figura 4.5a.

Para a validação da sua investigação, El Kasmi e Masson, 2008 utilizaram os resultados experimentais provenientes do trabalho desenvolvido por Pederson e Nielson, em 1980, que recorreu a um modelo de uma turbina de três pás, *Nibe-B 630-kW*, que operava a uma velocidade de rotação de 33 rpm, com um diâmetro de 40 m e uma altura do cubo de 45 m.

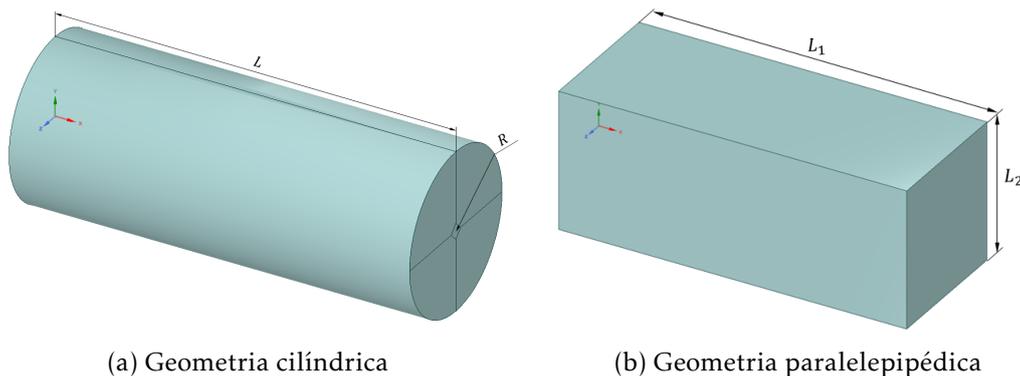


Figura 4.5: Geometrias do domínio

### 4.6.2 Domínio para Estudo da Interação entre Turbinas

Para o estudo da interação entre turbinas opta-se por um domínio paralelepipedico. Na definição das suas dimensões, teve-se em consideração as dimensões utilizadas nos estudos presentes na revisão bibliográfica, bem como o valor do rácio entre as dimensões do domínio e o respetivo número de divisões em que cada distância é dividida no processo de discretização. Estes dois fatores foram conjugados com a necessidade de assegurar uma dimensão da geometria que permita, na direção axial, o desenvolvimento do escoamento e que na direção radial as fronteiras não o perturbem.

Primeiramente de forma a estabelecer a validade de utilização desta geometria face à cilíndrica, gera-se um domínio com dimensões semelhantes ao domínio cilíndrico, na secção transversal quadrada a dimensão é de  $5D$ ,  $L_2$ , e na direção longitudinal é de  $25D$ ,  $L_1$ , figura 4.5b.

## 4.7 Definição de Malhas

Neste subcapítulo são apresentadas as metodologias utilizadas para a geração das malhas com a ferramenta designada por *ANSYS Meshing*, após a seleção do sistema de análise *FLUID FLOW*, e discutem-se as dificuldades encontradas durante a aprendizagem desta ferramenta. A definição de malhas é referente à implementação em domínios tridimensionais, contudo existem conteúdos comuns à definição de malhas bidimensionais.

Na definição de malhas é essencial ter em consideração não só as limitações de tempo computacional versus o número de elementos, mas também o limite de elementos disponíveis na licença, neste estudo o número de elementos é superior ao da versão de estudante, que suporta 512000 elementos. Para a realização da formulação CFD do problema utiliza-se um computador com as seguintes capacidades de processamento disponíveis: Intel (R) Core(TM) i7-5820K CPU – 3,30 GHz, RAM 32,0GB.

### 4.7.1 Malha para Validação do Modelo

Para comparar de forma correta os resultados obtido pelo modelo proposto face ao utilizado na investigação desenvolvida por El Kasmi e Masson, 2008, é necessário assegurar a semelhança entre as malhas para as quais se aplica os modelos. Contudo na investigação mencionada, a constituição da malha não é expressa de forma específica, o que pode comprometer em parte esta tarefa.

Na investigação de El Kasmi e Masson, 2008, foram produzidas quatro malhas de forma a processar o estudo de independência da malha, sendo que a mais grosseira possui de 1800 elementos, com 5 células na superfície do rotor; e a mais refinada possui 35 150 elementos com 120 na superfície do rotor. Os autores apuraram a independência para uma malha que possui  $130 \times 190$  pontos, deduz-se que corresponde à direção radial e à direção axial, respetivamente, perfazendo os 24700 elementos mencionados.

De forma a gerar uma malha regular em todo o domínio, com o objetivo de esta ser independente da localização da turbina, estrutura-se a malha com o mesmo espaçamento na direção axial, contudo na direção radial existem elementos com secção transversal variável, consequência do domínio possuir secção transversal circular. Para solucionar a discretização da secção transversal, é conhecido o método de criar um polígono centrado na secção transversal, de forma a regularizar a secção dos elementos da malha. O polígono, neste caso é de quatro lados, um losango, como apresentado na figura 4.5.

No processo de geração da malha são vários os momentos de tomada de decisão, sendo que o primeiro corresponde à seleção do tipo de elementos que será utilizada na discretização do domínio numérico. As opções *Map*, *Pave*, *Quad* e *Quad/Tri* permitem produzir diferentes malhas e adaptá-las de acordo com o estudo a concretizar. Na literatura é consensual a utilização da malha regular (*Map*), também designada por malha estruturada. A sua utilização é privilegiada por garantir qualidade de resultados e por conferir independência à implementação espacial das turbinas no domínio, sem exigir alterações da malha. Contudo em geometrias complexas, com arestas vivas e/ou curvas, podem ser gerados elementos com secções transversais distorcidas resultantes de uma dimensão relativamente alongada face à outra.

A temática analisada têm influência no presente caso, visto que a configuração do domínio é cilíndrica, o que converge na aplicação do método do polígono com a finalidade de assegurar uma malha estruturada, minimizar o alongamento e a distorção dos elementos.

O tipo de malha *Map* tem a implicação de em algumas regiões levar à sobre-utilização de elementos, podendo entrar em conflito com o número de células, e em simultâneo a um excessivo esforço computacional, consequência do fator da sobre-utilização, que não têm por benefício uma maior precisão nos resultados nas regiões de malha mais refinada.

Em relação aos métodos automáticos de geração da malha disponíveis no sistema de análise *FLUID FLOW*, destaca-se o método *Quadrilateral Dominant* e *Multizone Quad/Tri*, sendo consensual a utilização da método *Multizone Quad/Tri*, pela sua funcionalidade de aplicar o processo de discretização do domínio de forma autónoma nas diferentes faces que definem o domínio. Efetivamente caso sejam identificadas zonas do domínio numérico manifestamente adequadas para implementação de malha *Map*, o sistema procede de forma automática. Dada a configuração uniforme e estruturada desejada para a malha do caso em estudo, este método revela-se o mais promissor para aplicação, apesar de revelar insuficiências em zonas de geometria curva. Assim para o caso da geometria cilíndrica estão presentes estas zonas curvas, mas dada a solução da definição do polígono assegura-se uma malha estruturada, pelo que se torna uma mais valia a aplicação do método *Multizone Quad/Tri*.

A dimensão dos elementos da malha é uma fator também a ter em consideração, na direção transversal estes devem ter a mesma dimensão, para garantir a definição do rotor. Já na direção longitudinal os elementos também devem ter a mesma dimensão em toda a extensão para assegurar a implementação da turbina nas mesmas condições de malha

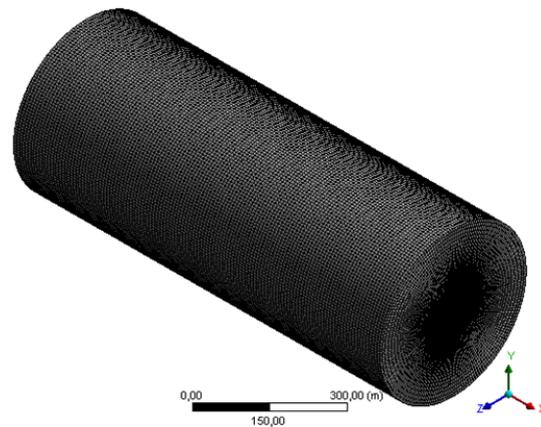
qualquer que seja a sua localização no domínio. Sendo assim, essencial estabelecer uma malha suficientemente refinada para que sejam captados os fenómenos, nomeadamente, as variações da velocidade e de pressão resultantes da extração de energia por parte do rotor ao escoamento incidente. Como se trata de um estudo tridimensional, a independência da malha têm de ser analisada tanto na direção transversal como na longitudinal, por forma a obter uma malha com qualidade que possua a capacidade de retratar de forma fiável os fenómenos.

O equilíbrio entre a refinação da malha e o tempo computacional associado ao aumento do número de elementos, leva a que se recorra a ferramentas de controlo de malha nomeadas no *ANSYS Meshing* por, *Sizing* e *Bias*, isto porque dispõem da capacidade de especificar o número de divisões, por exemplo, das arestas que delimitam o domínio, e incorporar taxas de crescimento, focando a sua variação em zonas específicas, respetivamente.

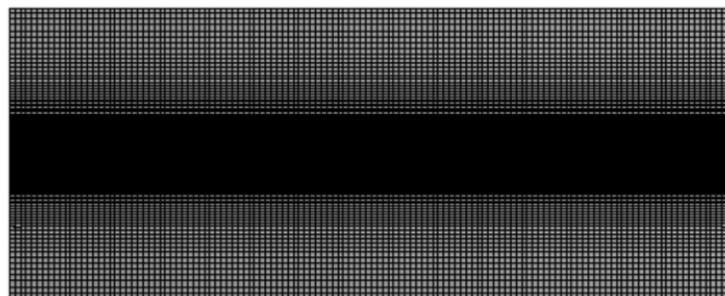
Pela teoria considera-se que o disco atuante não tem espessura, no entanto como o modelo proposto é aplicado a volumes de controlo e não a superfícies recorre-se geralmente à ferramenta *Bias* para na localização do rotor a célula imediatamente a jusante possuir o comprimento de aproximadamente  $0,025D$ , (Abdelsalam, 2014). Porém esta ferramenta revela-se pouco satisfatória, isto porque o refinamento excessivo numa determinada zona do domínio produz elementos demasiado alongados, reduzindo assim a qualidade das células, e leva a que a geração da malha seja dependente da localização da turbina, o que neste estudo não é pretendido.

Numa primeira instância serão utilizadas malhas totalmente uniformes ao longo da direção axial, figura 4.6, de forma a não existir uma preocupação com os problemas de alongamento dos elementos junto às fronteiras do domínio. E evita-se também a taxa de crescimento das células para que a geração da malha seja independente da localização da turbina no domínio e não constanja a implementação de turbinas em *tandem*.

Na secção transversal recorreu-se à ferramenta de controlo *Bias* de forma a minimizar o número de células na periferia do polígono, uma vez que este apresenta dimensões superiores à do diâmetro do rotor, de forma a que o rotor fique inserido no seu interior, figura 4.7. No caso do estudo de interação de turbinas, este deve ter dimensão proporcional à da zona de implementação destas. Dada esta particularidade, a geometria cilíndrica é inadequada para o estudo de interação de turbinas em que é tida em consideração a influência da camada limite, uma vez que a fronteira na direção axial, que representa a influência do solo, é uma superfície curva o que leva a que a influência da camada limite não seja a mesma em toda a extensão do diâmetro do rotor.

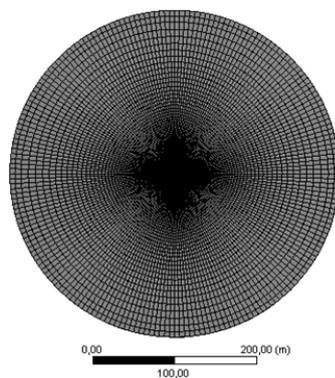


(a) Vista isométrica

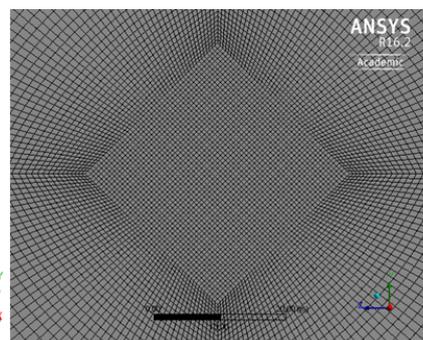


(b) Plano meridional

Figura 4.6: Discretização do domínio cilíndrico para validação do modelo - vista global e do plano meridional



(a) Secção transversal



(b) Pormenor do polígono na secção transversal

Figura 4.7: Discretização do domínio cilíndrico para validação do modelo - secção transversal

### 4.7.2 Malha para Estudo da Interação entre Turbinas

Para o estudo de interação de turbinas o domínio é paralelepipedico, de forma a colmar as limitações da geometria cilíndrica, uma vez que a implementação da influência da camada limite na fronteira, que representa o solo, é neste domínio uma superfície retangular. E esta configuração de domínio permite uma malha estruturada, com elementos de igual dimensão, em toda a secção transversal. O domínio cilíndrico anterior surge na sequência de recriar as mesmas condições de simulação que as presentes na investigação de El Kasmi e Masson, 2008, utilizada para validar o modelo.

Como na geometria cilíndrica é necessário incluir o polígono centrado no domínio para uma discretização estruturada, em elementos de igual dimensão, e a dimensão do polígono tem de ser proporcional à da zona de implementação de turbinas em *tandem* surge a dificuldade de implementar a interação de turbinas quando desfasadas do centro do domínio.

Na geração da malha, para o caso da geometria paralelepipedica do domínio na geração da malhas considera-se constante a taxa de crescimento de células, ou seja, as células possuem igual dimensão de acordo com a direção transversal e longitudinal, figura 4.8. Isto porque assim não existe qualquer constrangimento na disposição das turbinas, uma vez que o domínio é uniforme em toda a sua extensão. Assim no estudo de disposição das turbinas para cada configuração não é necessária a alteração da malha, consequência de não ser efetuada nenhuma refinação desta nas zonas de implementação das turbinas.

Geralmente nas investigações presentes na revisão bibliográfica as malhas são concebidas especificamente para cada configuração da disposição das turbinas, exigindo assim a modificação das malhas, em virtude de utilizarem metodologias de maior complexidade para a recriar o efeito do rotor, como por exemplo o caso da utilização de malha móvel no estudo de Joon et al., 2013.

Não obstante numa fase posterior à validação do modelo pode recorrer-se à ferramenta de controlo *Bias* de forma a adaptar o domínio para a análise do desenvolvimento do escoamento considerando a influência de uma condição de fronteira de parede, representativa do solo, mantendo a configuração de malha estruturada na região de implementação do modelo de disco atuante. Este processo segue na sequência para extrapolar o caso para a dimensão de real das turbinas de um parque eólico, uma vez que no processo de validação se utiliza um protótipo à escala das condições experimentais. Consolida-se assim a vantagem de utilizar o método *Multizone Quad/Tri*, dada a sua versatilidade em implementar de forma repartida, no domínio, a geração de malha uniforme e sempre que necessário a implementação de elementos que melhor descrevem as superfícies complexas, tendo em atenção o desenvolvimento de trabalho futuro na direção de refletir na geometria a topografia complexa.

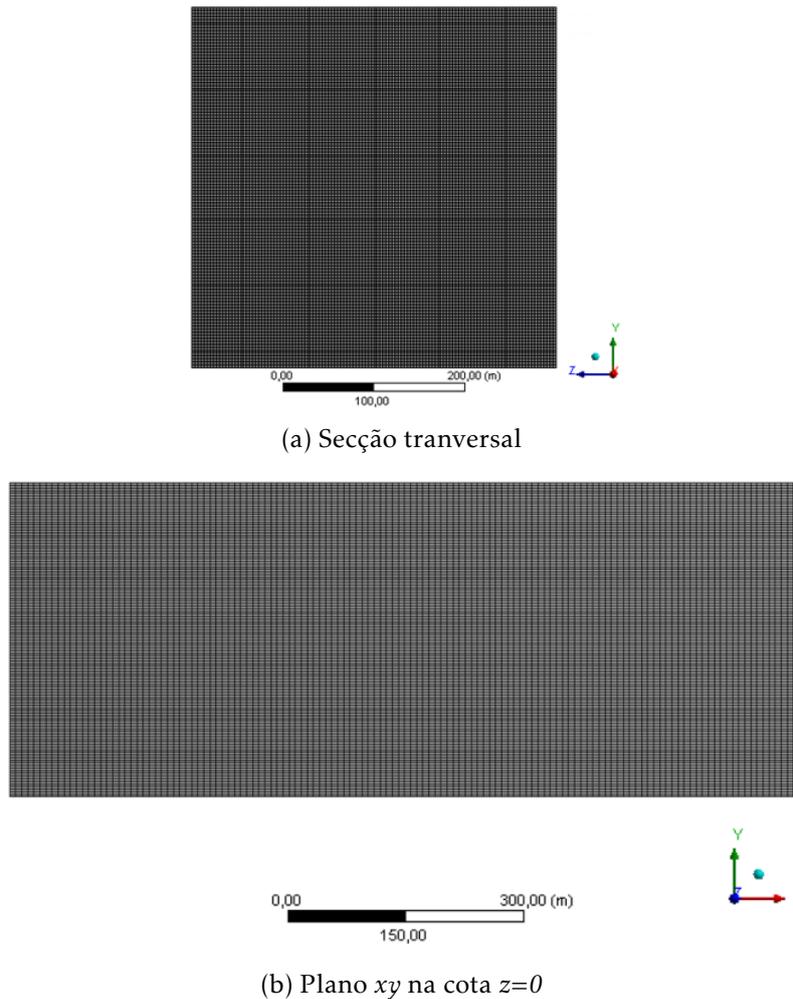


Figura 4.8: Malha para o estudo da interação entre turbinas - domínio paralelepípedo

Analisando a figura 4.8a, pode não se imediatamente perceber, mas existem células de dimensão variável de forma padronizada. Esta variação na dimensão das células corresponde a um indicador de que apesar de todos os esforços para criar malhas estruturadas e com elevada qualidade existem ajustes quando o valor do rácio entre a dimensão das arestas do domínio computacional e o correspondente número de divisões em que as arestas são divididas para a discretização destas não pertence ao conjunto dos números racionais positivos. Em virtude desta limitação, caso se deseje gerar uma malha integralmente estruturada com elementos de igual dimensão, acarreta-se por consequência um aumento do número de volumes finitos, no sentido de assegurar, no mínimo, a refinação da malha inicialmente definida, o que como é do conhecimento tem consequência direta nos gastos computacionais da simulação.

Deste modo considera-se desprezável a pequena variação da dimensão das células na secção transversal, caracterizada de forma qualitativa, que globalmente não produz discrepâncias nos resultados relativamente ao tempo adicional de computação.

### 4.7.3 Seleção das Condições de Fronteira

A definição das condições de fronteira corresponde à etapa seguinte após a geração da malha, e esta desempenha um papel essencial, uma vez que as equações RANS respeitam as condições impostas às fronteiras delimitadoras do domínio. No presente estudo existem duas geometrias de domínio distintas, sendo que a cilíndrica é constituída por 4 faces, uma vez que a superfície cilíndrica se encontra dividida em duas partes, e a paralelepipedica por 6 faces, figura 4.9.

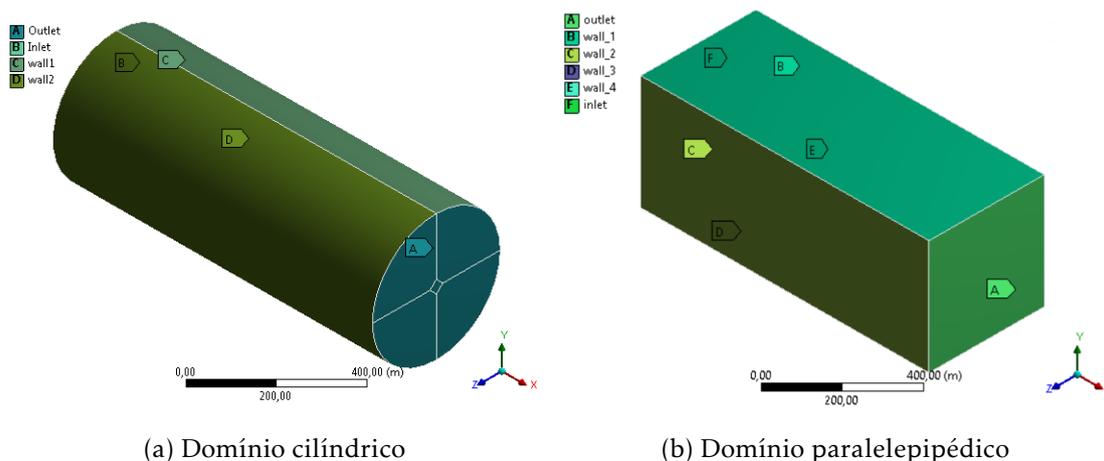


Figura 4.9: Identificação das fronteiras do domínio cilíndrico e paralelepipedico

Face às investigações presentes na literatura, o domínio proposto destaca-se por não ter na sua estrutura faces interiores, geralmente utilizadas como auxílio para recriar o modelo de disco atuante, às quais é atribuído um identificador (*ID*), para posterior utilização quer diretamente nas condições disponíveis pelo programa, quer por implementação de UDF.

A definição da tipologia das condições de fronteira para cada configuração estão presentes na tabela 4.5.

Tabela 4.5: Tipologia das condições de fronteira para ambos os domínios

	Nome da superfície fronteira	Ref.	Condição de fronteira implementada
Geometria cilíndrica	Outlet	A	Outflow
	Inlet	B	Velocity-inlet
	wall1	C	Symmetry
	wall2	D	Symmetry
Geometria paralelepipedica	outlet	A	Outflow
	wall_1	B	Symmetry
	wall_2	C	Symmetry
	wall_3	D	Symmetry
	wall_4	E	Symmetry
	inlet	F	Velocity-inlet

Na formulação do problema, no *ANSYS FLUENT* cada condição de fronteira é especificada, em particular a condição de *velocity-inlet* e de *outflow*.

Os valores específicos para a condição de entrada, nomeadamente para a velocidade, a energia cinética turbulenta e a sua taxa de dissipação são definidos com base nos dados experimentais, provenientes do trabalho de Pederson e Nielson. Para os casos de simulações das turbinas eólicas de dimensão real recorre-se à dedução dos parâmetros para definir a condição de *velocity-inlet* através dos dados base fornecidos.

Para a turbina *Nibe-B 630-kW*, utilizada no processo de validação do modelo, os dados fornecidos relativamente às condições para cada caso de estudo experimental são os seguintes, tabela 4.6:

Tabela 4.6: Condições dos casos de estudo experimental - turbina *Nibe-B 630-kW*

Designação do Caso	$C_T$	Velocidade de Referência do Vento (m/s)	Intensidade de Turbulência Ambiente (%)
Caso Exp. 1	0,67	11,52	10-15
Caso Exp. 2	0,77	9,56	10-15
Caso Exp. 3	0,82	8,54	10-15

O perfil de velocidade de entrada é considerado uniforme, tendo como referência a velocidade à altura do cubo da turbina, para além disso constata-se pela equação 5.6 que a queda de pressão é proporcional ao coeficiente de potência,  $C_p$ , pelo que para a modelação desta deriva-se o valor do coeficiente através dos dados disponíveis, para o feito é fundamental a determinação do coeficiente de indução,  $a$  (demonstração da metodologia presente no apêndice B). O valor da energia cinética turbulenta e da sua taxa de dissipação, para as mesmas condições da velocidade de referência disponível, são obtidos através das equação 4.14, 4.15 e 4.16, pelas quais se determina o valor da velocidade turbulenta de fricção,  $u_*$ , da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta,  $\varepsilon$ , e da energia cinética turbulenta,  $k$ , respetivamente, para uma altura do cubo de 45 m. Esta informação encontra-se sintetizada na tabela 4.7.

Tabela 4.7: Características dos casos de estudo experimental para implementação por UDF - turbina *Nibe-B 630-kW*

Designação do Caso	$a$	$C_p$	$u^*$ (m/s)	$\varepsilon_0$ ( $m^2/s^3$ )	$k_0$ ( $m^2/s^2$ )
Caso Exp. 1	0,21	0,51	0,68	0,017	2,53
Caso Exp. 2	0,26	0,56	0,56	0,0096	1,72
Caso Exp. 3	0,29	0,51	0,50	0,0069	1,37

Aborda-se seguidamente o conceito do *Turbulent Viscosity Ratio* (TVR) que depende dos valores definidos inicialmente para  $k$  e  $\varepsilon$ , em condições de escoamento não perturbado:  $k_0$  e  $\varepsilon_0$ . O rácio de viscosidade turbulenta encontra-se definido por norma no *ANSYS* com o valor de  $10^5$ , na secção designada por *Solution Controls*. Este é traduzido pelo rácio entre a viscosidade turbulenta e a viscosidade dinâmica molecular, e deve ser inferior ao valor

indicado uma vez que o rácio funciona como um limite artificial de forma a estabilizar a solução, equação 4.27.

$$TVR = \frac{\mu_t}{\mu} \quad (4.27)$$

Esta condição quando ultrapassada geralmente é um indicador, por exemplo, de malha com baixa qualidade, de escoamentos detentores de valores de turbulência elevados nas condições de fronteira de entrada, por vezes pode surgir nas primeiras iterações mas ser atenuada ao logo destas. Contudo no caso do estudo de turbinas eólicas verificou-se que o valor definido por norma no ANSYS foi excedido não ocasionalmente em alguma células, mas sim em todos os volumes de controlo, pelo que se constatou que este efeito resultou das alterações introduzidas no modelo de turbulência  $k-\varepsilon$ , secção 4.2.2.

O valor da viscosidade dinâmica molecular do ar, para a temperatura de  $0^\circ\text{C}$ , é de  $1,7894 \times 10^{-5} \text{Kg}/(\text{m}/\text{s})$  e encontra-se definido no ANSYS. De forma a satisfazer a equação 4.27 e sabendo que a viscosidade turbulenta é dada pela expressão da equação 4.9, estabelece-se a seguinte inequação:

$$\frac{\mu_t}{\mu} < 10^5 \Leftrightarrow \frac{k^2}{\varepsilon} < \frac{1,7894}{\rho C_\mu} \quad (4.28)$$

Por análise da tabela 4.7 seleccionam-se como caso mas crítico o *Caso Exp. 1*, isto é, para o qual a relação  $k^2/\varepsilon$  é maior. Considerando os valores  $\rho = 1,225 \text{Kg}/\text{m}^3$  e  $C_\mu = 0,033$ , observa-se que não é respeitada a relação da equação 4.28 de forma excessiva, pelo que é necessário alterar o valor limite do TVR. Com base no caso crítico o limite basta ser  $8,6 \times 10^5$  para se verificar a conformidade, contudo dado que se pretende realizar simulações com características distintas o valor limite do rácio da viscosidade turbulenta será modificado para o valor de  $1 \times 10^8$ . Reforça-se que estes limites definidos no programa apenas devem ser alterados quando devidamente justificados, como é o presente caso.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

*Neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos por meio das simulações numéricas realizadas no decorrer da investigação. Pela seguinte ordem: primeiramente concretiza-se o estudo de independência das malhas de acordo com a geometria do domínio e a dimensão dos elementos. De seguida modelam-se as variáveis que se pretende implementar por UDF, para o caso de uma turbina isolada e para o caso de turbinas em tandem. Depois analisa-se o comportamento da esteira ao ser modificado o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  padrão, e ao ser incluído o efeito de rotação da turbina.*

*Engloba-se ainda o processo de validação do modelo numérico da esteira por comparação com dados obtidos por via experimental. Esta comparação conduz a uma análise para ajustar a previsão das dimensões da esteira. Por fim demonstram-se as potencialidades do método que modela a turbina eólica por aplicação de UDF, para estudos da interação de turbinas em tandem.*

### 5.1 Estudo da Independência da Malha

O estudo da independência da malha é uma fase essencial em estudos de simulação numérica. Verifica-se a influência nos resultados da dimensão dos elementos resultantes da discretização do domínio nos resultados. É fundamental estabelecer o equilíbrio entre a precisão dos resultados e o esforço computacional para os alcançar.

Neste processo é comumente analisado o parâmetro adimensional  $y^+$  para o caso em que é considerado o desenvolvimento da camada limite. Contudo numa primeira instância o trabalho desenvolvido incide no modelo que permite implementar a presença da turbina eólica, e não concretamente na interação com o solo, sendo este um objetivo posterior.

Face ao foco da investigação da dissertação, e de acordo com o consensual na literatura, o estudo de independência da malha analisa o perfil de velocidades na linha central da esteira. Como se trata de um domínio tridimensional esta análise concretiza-se para o plano  $xy$  e  $yz$ .

Para este processo implementou-se o modelo utilizado no estudo numérico que se tem por base, em que o diâmetro do rotor é de 40 m e opera a uma velocidade de rotação de 33 rpm. As condições iniciais correspondem ao do *Caso Exp. 1* especificado na tabela 4.6.

Este subcapítulo encontra-se dividido em três partes, em que na primeira apresenta-se o estudo referente à malha do domínio cilíndrico, posteriormente concretiza-se a comparação entre as malhas para as diferentes geometrias, de forma a ser possível extrapolar a investigação para o domínio paralelepípedo que possibilita uma maior versatilidade e a inclusão da recriação do solo. Por fim para o domínio paralelepípedo concebe-se um estudo mais detalhado da independência da malha.

Tem-se ainda em atenção, de forma a validar a malha, os critérios de qualidade desta apresentados na secção 4.3.1.

### 5.1.1 Domínio Cilíndrico

Para a geometria cilíndrica gerou-se a malha de forma a esta ser semelhante à utilizada no artigo de El Kasmi e Masson, 2008, com o objetivo de assegurar as mesmas condições de discretização no processo de comparação e validação do modelo.

As características da malha encontram-se descritas de forma detalhada na tabela 5.1, e a malha perfaz um total de 1 807 000 elementos, em que 3724 elementos constituem a superfície do rotor, este número elevado, quando comparado com os valores das seguintes malhas, provém da discretização do domínio por meio do polígono.

Tabela 5.1: Descrição da malha do domínio cilíndrico

Identificador da Malha	Número de Divisões			Número de Elementos
	Dimensão do Polígono	Dimensão radial	Dimensão longitudinal	
Malha Cil. 1	50	50 - Fator Bias de 20	130	1 807 000

De acordo com a definição do ANSYS o fator *Bias* estabelece a taxa de crescimento das células através da seguinte expressão, onde  $n$  corresponde ao número de divisões das respetivas aresta do domínio no processo de discretização:

$$\text{Taxa de Crescimento} = \text{Fator Bias}^{1/(n-1)} \quad (5.1)$$

A avaliação da qualidade da malha procede-se pela análise dos parâmetros presentes na tabela 5.2. Pela sua análise conclui-se que a malha se enquadra nos padrões apresentados na secção 4.3.1.

Tabela 5.2: Critérios de qualidade da malha do domínio cilíndrico

Identificador	Aspect Ratio (máx)	Element Quality (mín)	Skewness (máx)	Orthogonal Quality(mín)
Malha Cil. 1	14,18	0,02	0,5	0,72

### 5.1.2 Efeito da Geometria do Domínio (Paralelepipedico vs. Cilíndrico)

Neste subcapítulo estuda-se a independência da malha em relação ao tipo de geometria do domínio. A malha do domínio paralelepipedico é definida de modo a que seja semelhante à malha definida para o domínio cilíndrico, pelo que o número de divisões ao longo da aresta do domínio na direção  $x$  é igual ao utilizado na discretização da geometria cilíndrica. Para a secção transversal estabeleceu-se um número de elementos de forma a perfazer no total o número de volumes finitos da malha do domínio cilíndrico.

A discretização do domínio paralelepipedico conduz a uma malha com 1 872 000 elementos, especificada na tabela 5.3, e é designada por *Malha Paral. 1*.

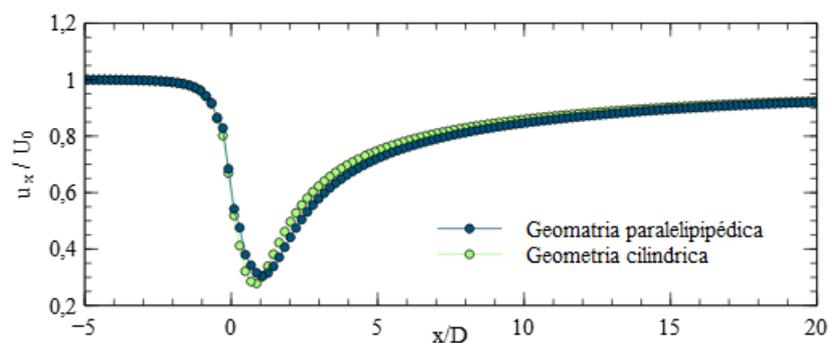
O estudo da independência da malha em relação ao tipo de geometria é baseado nos perfis de velocidade na linha central, ou seja, à altura do cubo da turbina. Pela figura 5.1 observa-se que o erro relativo máximo entre os dois tipos de geometrias é, em módulo, de 20% e ocorre aproximadamente para a distância a jusante do rotor,  $x/D$ , de 0,5. Pode ainda observar-se que o erro relativo é superior a 4% apenas no intervalo  $0 < x/D < 4$  a jusante do rotor, o que corresponde à região de esteira próxima.

Como o presente estudo se centra na previsão do desenvolvimento da esteira distante e dado que para esta região da esteira o erro relativo é inferior a 4% pode concluir-se que a malha é independente do tipo de geometria do domínio.

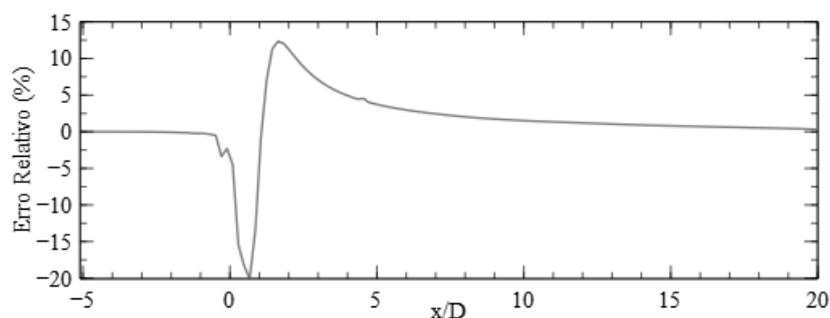
A análise da independência da malha realiza-se para a direção  $x$ , uma vez que nesta direção o número de elementos no processo de discretização é igual em ambas as geometrias. Já na secção transversal o mesmo não ocorre pelo que não é viável a análise quantitativa da independência da malha através do erro relativo na direção  $y$ . Por meio de uma análise qualitativa do perfil na direção  $y$  a uma distância a jusante do rotor de  $x/D = 1$ , verifica-se uma ligeira discrepância na velocidade na periferia do centro do disco atuante, abrangendo o intervalo de  $-0,25 < y/D < 0,25$ , como este intervalo é inferior ao diâmetro do disco conclui-se que o tipo de geometria, de acordo com a malha definida, não afeta a previsão do diâmetro da esteira.

Para o cálculo do erro relativo o valor de referência corresponde aos dados do domínio cilíndrico, uma vez que o estudo de independência da malha é realizado em relação a esta configuração de domínio. De modo genérico o erro relativo é traduzido por:

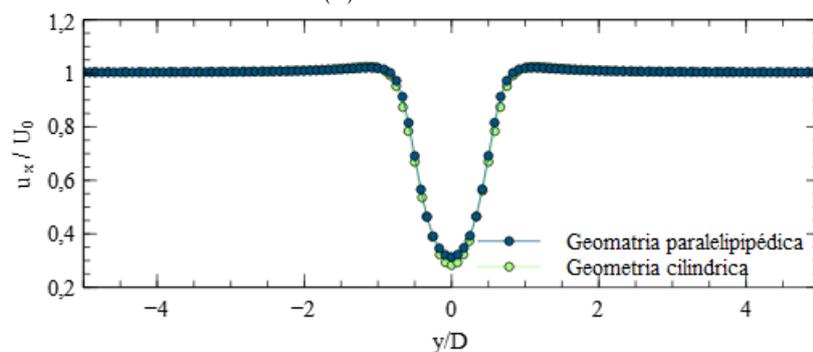
$$ER(\%) = \frac{V_{Real} - V_{Exato}}{V_{Exato}} \times 100 \quad (5.2)$$



(a) Perfil de velocidade na linha central na direção  $x$



(b) Erro relativo



(c) Perfil de velocidade a  $x/D=1$  na direção  $y$

Figura 5.1: Perfis da velocidade e erro relativo das malhas do domínio cilíndrico e paralelepípedico

### 5.1.3 Domínio Paralelepípedico

Para o domínio paralelepípedico, o estudo da independência da malha é realizado quer para a direção axial, quer para a direção transversal, em virtude domínio numérico ser tridimensional.

As características das diferentes malhas envolvidas neste estudo de independência encontram-se sintetizadas na tabela 5.3. A malha designada por *Malha Paral. 1* assume, para o cálculo do erro relativo, a posição do valor exato, de acordo com a equação 5.2, uma vez que a definição desta malha foi concretizada tendo por base a investigação de El Kasmí e Masson, 2008, e as restantes derivam da refinação desta.

Tabela 5.3: Descrição das malhas do domínio paralelepípedo

Identificador da Malha	Dimensão Transversal		Dimensão Longitudinal		Número de Elementos
	Número de Divisões	Dim. Célula	Número de Divisões	Dim. Célula	
Malha Paral. 1	120	S	130	P	1 872 000
Malha Paral. 2	60	2S	130	P	468 000
Malha Paral. 3	240	0,5S	130	P	7 488 000
Malha Paral. 4	360	0,3S	130	P	16 848 000
Malha Paral. 5	120	S	90	1,4P	1 296 000
Malha Paral. 6	120	S	195	0,7P	2 808 000

Para calcular o erro relativo é necessário primeiramente determinar uma função de aproximação que descreve os dados numéricos. Esta necessidade é consequência das malhas possuírem números de elementos diferentes.

Na direção transversal, a aproximação dos resultados numéricos dos perfis de velocidade assumem uma forma Gaussiana, apêndice C. A priori é conhecido que a aproximação dos perfis pela forma Gaussiana conduz a erros na previsão do diâmetro da esteira. Como os valores determinados pelas funções de aproximação são implementadas no cálculo do erro relativo do estudo de independência da malha ocorre uma propagação do erro, proveniente da aproximação dos resultados.

Para a definição da função de aproximação do perfil de velocidade na linha central para a direção axial procede-se de forma similar à realizada para a direção transversal, porém como o perfil de velocidades apresenta uma forma complexa, concretiza-se a aproximação dos resultados numéricos apenas no segmento do domínio a jusante do roto. Os resultados gráficos desta aproximação e respetivo erro relativo encontra-se no apêndice C.

Em ambos os casos para proceder à determinação das funções de aproximação utiliza-se a ferramenta de *Curve Fitting* disponível no programa de geração gráfica *Veusz*.

No estudo da independência da malha para a direção transversal, estabelece-se a comparação do perfil de velocidade transversal a uma distância ao rotor de  $x/D=1$  entre as diferentes malhas. De forma a simplificar a comparação entre as diferentes malhas, defini-se o parâmetro  $S$  que corresponde à dimensão das células na direção transversal para a *Malha Paral. 1* e vale  $10/3$ .

Com o processo de refinamento na secção transversal, as superfícies do disco atuante, para as primeiras quatro malhas da tabela 5.3, são constituídas por 112, 32, 448 e 1192 elementos, respetivamente.

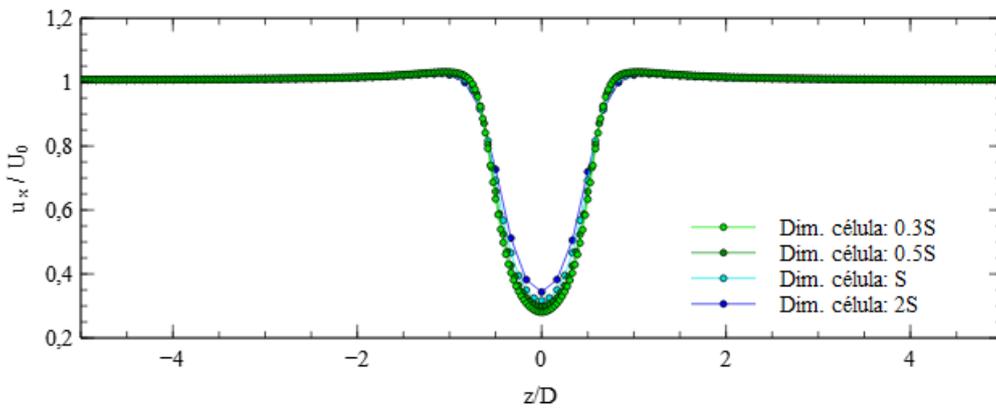
Na direção axial o estudo da independência da malha tem por base a análise da velocidade ao longo da linha central. Para esta direção defini-se o parâmetro  $P$  que corresponde à dimensão das células ao longo da direção axial para a *Malha Paral. 1* e vale  $100/13$ .

Pela figura 5.2b observa-se que exteriormente ao intervalo  $-1,25 < z/D < 1,25$  a dimensão dos elementos da malha não têm influência na previsão do perfil de velocidades, verificando-se o erro relativo máximo para a cota central do rotor. A malha grosseira, *Malha Paral. 2*, comparativamente à *Malha Paral. 1*, considerada como uma malha intermédia,

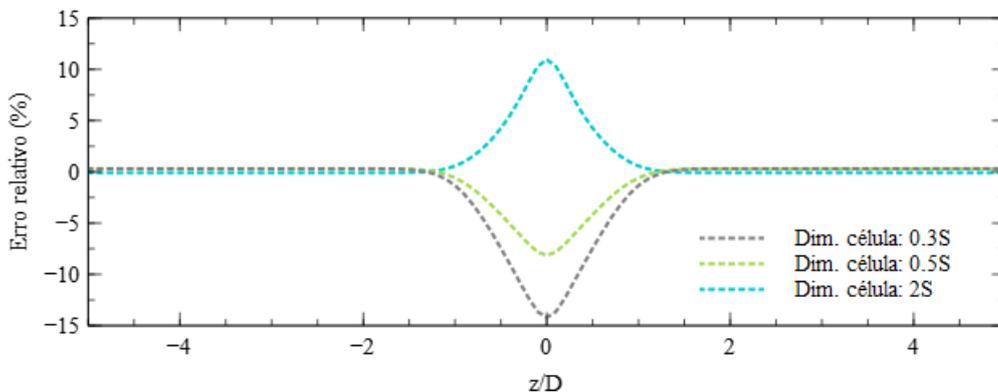
apresenta um erro relativo de aproximadamente 12%.

Com o processo de refinação, o erro relativo diminui em módulo para os 7% e seguidamente aumenta para os 15%. Este incremento no erro relativo para a *Malha Paral. 4* reflete o erro de aproximação dos resultados numéricos pelo perfil Gaussiano, como é expresso detalhadamente no apêndice C.

Pela figura 5.2a, verifica-se que exteriormente ao intervalo  $-0,5 < z/D < 0,5$  existe uma sobreposição entre os perfis de velocidades para as três malhas mais refinadas. Adverte-se que o intervalo mencionado corresponde ao diâmetro do rotor, e observa-se que a maior discrepância entre os perfis ocorre no intervalo  $-0,25 < z/D < 0,25$ .



(a) Perfil de velocidade a  $x/D=1$  na direção  $z$



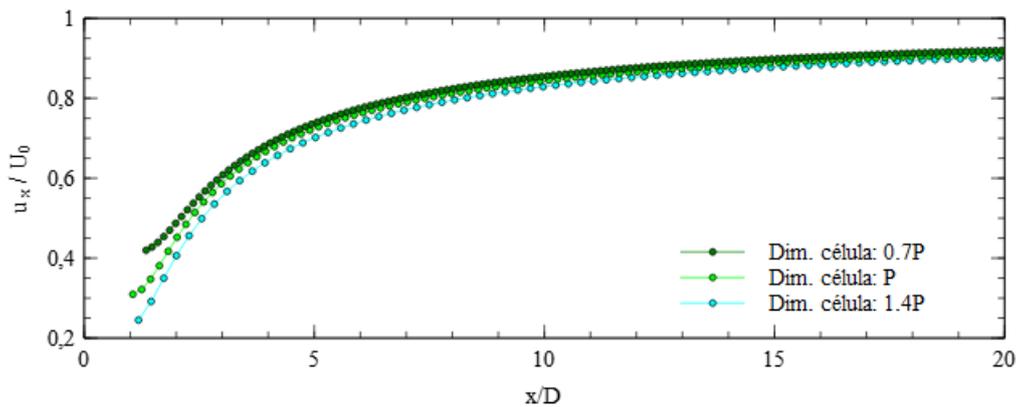
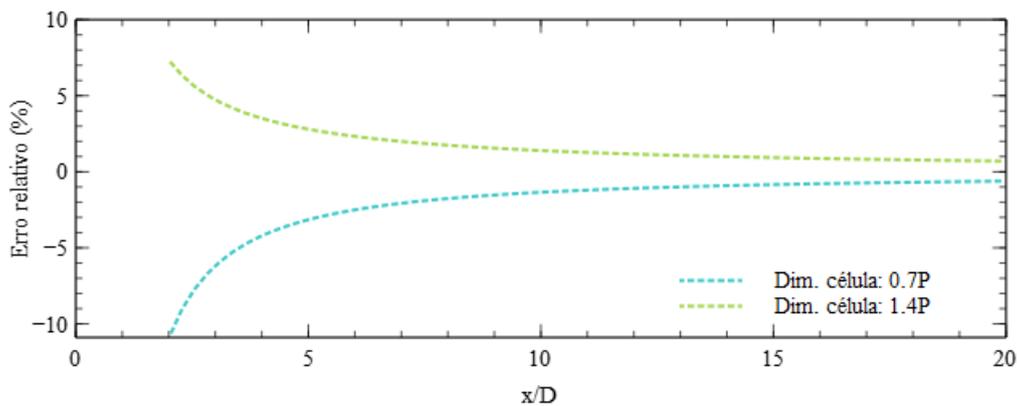
(b) Erro relativo

Figura 5.2: Perfis da velocidade na direção transversal e respetivo erro relativo das malhas do domínio paralelepípedo

A seleção da malha mais prudente para utilizar nas simulações numéricas recai sobre a *Malha Parl. 1*, uma vez que esta malha permite uma descrição fiável do diâmetro e comprimento da esteira, tendo sido verificado um erro relativo em módulo de 7% em relação à malha refinada designada por *Malha Parl. 3*. No processo de seleção teve-se em atenção que o tempo computação de 3h, para o caso da *Malha Parl. 1*, aumenta para aproximadamente 6h, para a *Malha Parl. 3*. Disponibiliza-se ainda a informação de que para o caso de malha mais refinada, *Malha Parl. 4*, o tempo de computação excede as 28h, e para a malha mais grosseira, *Malha Parl. 2*, é de apenas 1h.

Ao longo da direção axial, o erro proveniente da aproximação dos perfis de velocidades determinados por via numérica por funções é inferior a 3% pelo que não tem influência significativa no cálculo do erro relativo.

Na figura 5.3b observa-se que o erro relativo atinge o valor máximo na região de esteira próxima e converge para 0 à medida que a distância a jusante ao rotor aumenta. Para a região de esteira distante, compreendida tipicamente entre os  $5D$ - $7D$ , o erro relativo para a *Malha Parl. 5* pertence ao intervalo de 2%-3,5%, já para a *Malha Parl. 6* este diminui e encontra-se entre 1,5%-2,5%.

(a) Perfil de velocidade na linha central na direção  $x$ 

(b) Erro relativo

Figura 5.3: Perfis da velocidade na direção axial e respetivo erro relativo das malhas do domínio paralelepipedico

Pela análise do erro relativo do perfil de velocidades na linha central considera-se a *Malha Paral. 1* como a mais adequada para utilizar nos casos de simulação numérica, visto que a diminuição da amplitude dos erros relativos comparativamente ao incremento dos esforços computacionais não é significativa. Esta ilação é consequência da observação de um decréscimo do erro relativo de aproximadamente 1% para um incremento de 2h no tempo de computação.

Noutro prisma a avaliação da malha passa também pela análise dos parâmetros presentes na seguinte tabela e pela sua comparação em relação aos valores pré estabelecidos na secção 4.3.1:

Tabela 5.4: Critérios de qualidade das diferentes malhas do domínio paralelepédico

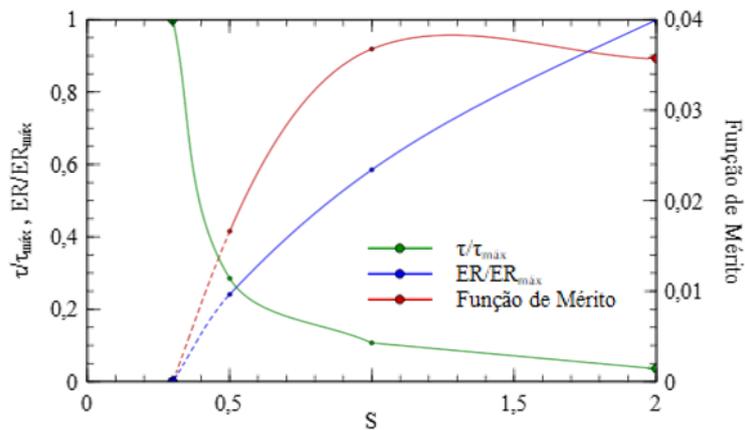
<b>Identificador</b>	<b>Aspect Ratio</b> (máx)	<b>Element</b> <b>Quality</b> (mín)	<b>Skewness</b> (máx)	<b>Orthogonal</b> <b>Quality</b> (mín)
Malha Paral. 1	2,31	0,60	$1,31 \times 10^{-10}$	1
Malha Paral. 2	1,15	0,99	$1,31 \times 10^{-10}$	1
Malha Paral. 3	4,62	0,21	$1,31 \times 10^{-10}$	1
Malha Paral. 4	6,92	0,11	$1,33 \times 10^{-10}$	1
Malha Paral. 5	3,30	0,37	$1,31 \times 10^{-10}$	1
Malha Paral. 6	1,54	0,88	$1,31 \times 10^{-10}$	1

De entre as malhas definidas, apenas a *Malha Paral. 4* viola o parâmetro *Aspect Ratio* enquanto as restantes se enquadram nos valores padrão.

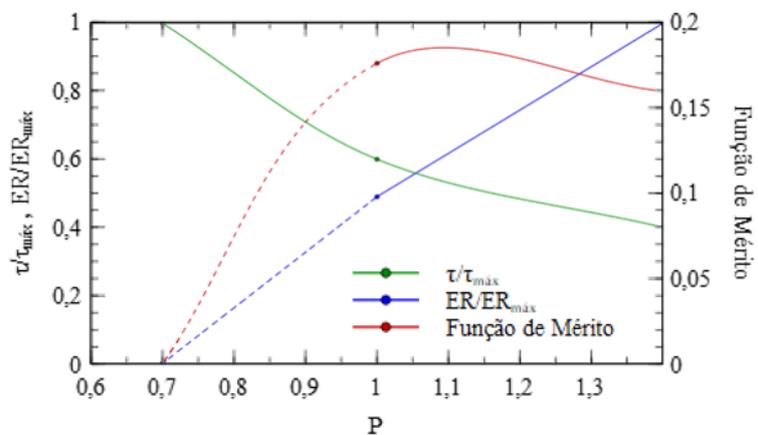
Visa-se ainda apresentar uma figura de mérito de forma a correlacionar o tempo de computação e o erro relativo em função da dimensão dos elementos, quer na direção transversal quer na direção axial. Atenção que no decorrer deste procedimento utilizou-se para o cálculo do erro relativo, o valor de referência, em ambos os casos, da malha mais refinada.

As figuras de mérito podem assumir diferentes configurações de acordo com a propriedade para a qual se quantifica, por exemplo, o desempenho, ou a relação as propriedades. Neste âmbito o objetivo é quantificar a dimensão da célula para a qual se estabelece o equilíbrio entre o tempo de computação e o erro relativo do perfil de velocidades na direção transversal, assim como na direção axial. As figuras de mérito são implementadas de acordo com a classe de funções que representam as variáveis, pelo que se obtém o resultado presente na figura 5.4.

Por análise da figura 5.4, infere-se que o equilíbrio entre as variáveis é estabelecido para a dimensão do elemento em que se verifica o máximo da função de mérito, o que ocorre a uma dimensão de 1,3S e 1,06P na direção transversal e axial, respetivamente. Desta forma comprova-se a seleção da *Malha Paral. 1* como a mais adequada para a concretização dos casos de simulação numérica.



(a) Direção transversal



(b) Direção axial

Figura 5.4: Função de mérito da dimensão das células do domínio paralelepípedo

#### 5.1.4 Análise dos Resíduos das Simulações com as Diferentes Malhas

Na resolução das equações utiliza-se um algoritmo iterativo, que estabelece o fecho do balanço das variáveis para cada volume de controlo, apesar de reduzido o balanço não é nulo, em condições regulares este tende a diminuir progressivamente ao longo do incremento das iterações. O valor do balanço é designado por resíduo, e a sua convergência para as diferentes variáveis é analisada para determinar as soluções por meio iterativo, (Fluent, 2006).

A avaliação da convergência de uma solução numérica não é padronizada, uma vez que existem diversos fatores condicionantes, contudo a diminuição progressiva dos resíduos e o alcance de um patamar é um bom indicador de convergência. Uma solução é validada como efetivamente convergente quando o valor do resíduo não oscila ao longo de sucessivas iterações.

No estudo da independência da malha para as diferentes discretizações do domínio foram registados os valores dos resíduos para cada variável na tabela 5.5.

Verifica-se que a ordem de grandeza dos resíduos da continuidade é de aproximadamente duas ordens acima dos valores das restantes variáveis. A diferença nos valores dos resíduos das malhas refinadas na direção transversal, é também de duas ordens de grandeza, e atinge as três no *Caso Paral. 4*, para a qual o refinamento é maior. Pode inferir-se que a diminuição da dimensão dos elementos globalmente não contribui significativamente para a variação dos níveis de resíduos.

No estudo da evolução dos resíduos constata-se que para ser verificado o patamar, que é um indicador de convergência, são necessárias cerca de cinco vezes mais iterações para o domínio cilíndrico em virtude do domínio paralelepipedico.

Tabela 5.5: Resíduos das simulações numéricas das malhas utilizadas no estudo da independência

Identificador	Resíduos					
	Continuidade( $m^3/s$ ) $10^{-4}$	$u(m/s)$ $10^{-5}$	$v(m/s)$ $10^{-6}$	$w(m/s)$ $10^{-6}$	$k(m^2/s^2)$ $10^{-7}$	$\varepsilon(m^2/s^3)$ $10^{-6}$
Malha Cil. 1	0,813	0,0277	0,515	0,540	0,818	0,108
Malha Paral. 1	7,19	2,06	0,490	0,626	3,89	2,32
Malha Paral. 2	4,64	1,62	2,90	2,64	3,39	2,95
Malha Paral. 3	18,7	5,87	1,86	1,01	5,88	3,38
Malha Paral. 4	295	41,4	11,5	2,27	391	46,6
Malha Paral. 5	5,97	1,65	0,593	0,472	844	29,6
Malha Paral. 6	39,8	6,90	7,43	3,65	4,10	2,68

## 5.2 Modelação das Variáveis por UDF - Turbina Isolada

Neste subcapítulo define-se as UDF que constituem a metodologia do modelo proposto nesta dissertação. Primeiramente modela-se a queda de pressão, resultante da extração de energia, seguidamente descreve-se o método de implementação da velocidade tangencial proveniente da rotação do rotor, sendo que a consideração desta velocidade é um elemento diferenciador face à investigação de Kasmi e Masson, e geralmente esta não é considerada em modelos simples de previsão da esteira, estando incluída em estudos complexos que recorrem a malha móvel, ou a representação efetiva das pás do rotor. Por fim apresentam-se os termos adicionados às equações do modelo de turbulência.

### 5.2.1 Queda de Pressão Através do Rotor

Para modelar a queda de pressão considera-se o somatório das forças de impulso igual a variação do caudal da quantidade de movimento angular, dado que as forças sobre a superfície do disco atuante são consideradas como igualmente distribuídas. Estabelecendo a igualdade referida, determina-se que a potência mecânica é traduzida pela expressão:

$$P_{mec} = FU^2 = \Delta pA \quad (5.3)$$

E por sua vez a potência disponível é dada por:

$$P_{eolica} = T\Omega = \frac{1}{2}\rho AU^3 \quad (5.4)$$

Correlacionando as duas expressões através do coeficiente de potência, determina-se:

$$P_{mec} = C_p P_{eolica} \quad (5.5)$$

Por manipulação encontra-se a seguinte expressão para retratar a queda de pressão:

$$\Delta p = C_p \frac{1}{2}\rho U^2 \quad (5.6)$$

Após determinada esta expressão seleciona-se a macro *DEFINE SOURCE* para introduzir a queda de pressão por UDF como um termo fonte na equação de transporte do momento em  $x$ , dado que é esta a direção do escoamento.

Sumariamente o termo *source* equivale à equação 5.6, e de forma a facilitar a convergência deriva-se esta expressão em ordem à velocidade para fornecer ao programa o valor do termo implícito. Porém salienta-se que a modelação da queda de pressão não contempla a presença do cubo, tal como na teoria do disco atuante.

A respetiva UDF encontra-se disponível e devidamente comentada no apêndice D.1.

### 5.2.2 Velocidade Tangencial no Plano do Rotor

Para modelar a velocidade tangencial, primeiramente, é necessária a sua decomposição de acordo com o sistema de coordenadas cartesianas, isto porque o *ANSYS FLUENT*<sup>®</sup> não tem disponível a opção para implementar a velocidade segundo um sistema de coordenadas polares.

Assume-se que a turbina eólica gira no sentido horário, pelo que a velocidade tangencial transmitida ao escoamento leva a que a esteira gire no sentido inverso. A decomposição da velocidade tangencial transmitida processa-se de acordo com a figura D.2, presente no apêndice D.2.

O cálculo da velocidade tangencial efetua-se pela expressão da equação 3.58, que deriva da multiplicação entre a velocidade angular transmitida para o escoamento e a posição radial na superfície do disco atuante.

Na elaboração da UDF procura-se responder eficientemente à necessidade de implementar as componentes da velocidade tangencial para qualquer que seja a localização do disco atuante no plano  $yz$ .

Destaca-se que esta UDF é a que apresenta maior complexidade em termos de estruturação, dada a particularidade da decomposição da velocidade e da dificuldade inerente ao seu cálculo, visto que a velocidade tangencial depende do fator de indução angular,  $a'$ , e este por sua vez é calculado para cada posição  $r$  ao longo do raio do disco atuante,  $R$ , de acordo com a posição angular no plano do disco. Nesta abordagem é incluído o efeito provocado pela presença do cubo da turbina.

Como resultado da decomposição da velocidade define-se duas UDF independentes para implementar a componente da velocidade tangencial em  $y$  e em  $z$  na equação de transporte do momento em  $y$  e  $z$ , respetivamente, por meio da macro *DEFINE SOURCE*.

Remete-se para a análise detalhada desta UDF no apêndice D.2.

### 5.2.3 Termos Fonte do Modelo de Turbulência

A modelação dos termos fonte do modelo de turbulência surge na sequência das modificações propostas por Kasmi e Masson ao modelo de turbulência  $k$ - $\varepsilon$ . Para além dos termos das equações de transporte de  $k$  e  $\varepsilon$  define-se o termo adicional  $\varphi_\varepsilon$ , que corresponde ao elemento diferenciador da investigação dos autores referidos.

#### 5.2.3.1 Termo Fonte das Equações de $k$ e $\varepsilon$

Na modelação dos termos fontes das equações de transporte de  $k$  e  $\varepsilon$  respeita-se as expressões das equações 4.21 e 4.22, respetivamente. No processo de definição das UDF efetua-se o cálculo da energia cinética turbulenta e da sua dissipação nas condições de escoamento não perturbado para a altura do cubo:  $k_0$  e  $\varepsilon_0$ . Para integrar os dois termos fonte nas respetivas equações de transporte utiliza-se a macro *DEFINE SOURCE*.

Por fim remete-se para a descrição pormenorizadas das UDF que consta no apêndice D.3.

#### 5.2.3.2 Termo Adicional $\varphi_\varepsilon$

A inclusão do termo  $\varphi_\varepsilon$  na equação do  $\varepsilon$  leva a que seja introduzido um termo adicional ao termo da dissipação da energia cinética turbulenta quando a taxa de produção da energia cinética turbulenta é elevada, sendo o termo adicional suprimido quando se verifica o oposto.

O rotor não têm capacidade para absorver a energia na totalidade, pelo que um segmento da energia vai ser animado, surgindo vórtices de grande escala e estes progressivamente respeitam o conceito da cascata da energia de Richardson-Kolmogorov. O termo  $\varphi_\varepsilon$  leva a que o processo de descida na cascata da energia seja mais célere, contudo existem estudos que são controversos a esta interpretação, exprimindo que o termo adicional não apresenta significado físico.

Porém dada a semelhança entre resultados experimentais e os obtidos por via numérica, quando o termo  $\varphi_\varepsilon$  é incluído nas equações do modelo de turbulência, constata-se o interesse no desenvolvimento do estudo deste termo adicional, consequência também do reduzido esforço computacional que deriva do termo ser incluído num modelo de turbulência composto por apenas duas equações.

Através da análise da equação 4.20 constata-se que o termo  $\varphi_\varepsilon$  depende do valor da taxa de produção de energia cinética turbulenta,  $P_t$ , equação 5.7. Para a definição da UDF é essencial decompor o termo  $P_t$ , uma vez que este se encontra expresso na notação de Einstein, o processo de decomposição encontra-se descrito no apêndice D.4.

$$P_t = \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (5.7)$$

Na programação da UDF do termo  $\varphi_\varepsilon$  destaca-se a exigência ao nível da definição das respetivas componentes do termo, uma vez que a expressão deste é complexa e exigir o conhecimento das macros que asseguram o cálculo das respetivas derivadas da velocidade em cada volume de controlo. Também neste caso a macro de definição selecionada para implementar este termo é a *DEFINE SOURCE*, e este é incluído nos termos fonte da equação de  $\varepsilon$ .

Por último remete-se para a descrição pormenorizadas da UDF que se encontra no apêndice referido.

### 5.3 Modelação das Variáveis por UDF - Turbinas em *Tandem*

A modelação das variáveis para o casos de turbinas eólicas em *tandem*, isto é, para o estudo da interação entre turbinas, têm por base as UDF definidas na secção anterior, com a diferença de que são especificadas as características de cada turbina e procede-se ao cálculo das variáveis em função de cada turbina. O método de modelação por UDF facilita a alteração da disposição das turbinas no domínio computacional.

No estudo de interação de turbinas existe a problemática da definição das condições iniciais para a turbina que se encontra imersa na esteira da turbina que a antecede. Uma vez que as condições iniciais destas correspondem às condições do escoamento em desenvolvimento afetado pela presença da primeira turbina.

Primeiramente considerou-se, como solução para determinar as condições iniciais da segunda turbina, a identificação das propriedades para a célula que se encontra à altura do cubo da segunda turbina e imediatamente a montante das células que constituem a superfície do rotor. Contudo identificaram-se duas lacunas nesta solução, a primeira deve a facto de somente serem consideradas as propriedades de uma célula quando o escoamento a montante da segunda turbina não tem perfil constante, o que conduz a uma aproximação irrealista. A segunda lacuna assenta na dificuldade de identificar a célula que se deseja aplicar na construção da UDF, dado que para as condições impostas se verificou a implementação parcial dos termos modelados na superfície do rotor, consequência da ordem pela qual são analisados os volumes de controlo no algoritmo de resolução. Evidentemente esta não é a solução mais expedita para o que se pretende obter.

Como segunda solução sugere-se que se a priori da implementação da segunda turbina for conhecido o desenvolvimento da esteira da primeira turbina é possível determinar os parâmetros necessários para obter as condições iniciais do escoamento de acordo com as diferentes localizações da segunda turbina. A metodologia para obter as condições leva a que numa primeira iteração se realize a simulação numérica para o caso de uma turbina isolada e se determine a velocidade do escoamento na esteira de acordo com a localização do rotor da segunda turbina que será incluída no caso de simulação, para posteriormente

determinar o valor do coeficiente de potência,  $C_p$ , característico da segunda turbina. Retomando a equação do coeficiente de potência e reescrevendo considerando a integração da velocidade obtém-se:

$$C_p = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho \int_A U^2(\vec{U} \cdot \vec{n})dA} \quad (5.8)$$

A integração que inclui a velocidade refere-se à superfície do disco atuante, e é concretizada diretamente no *FLUENT*. Apesar de se assumir um perfil de velocidade inicial uniforme para a primeira turbina, com apenas componente em  $x$ , averigua-se para as turbinas em *tandem* o vetor velocidade possui componente na direção  $y$ , resultante ser considerado o efeito de rotação da esteira. Extraíndo o integral da equação 5.8 e realizando a sua decomposição determina-se:

$$\int_A U^2(\vec{U} \cdot \vec{n})dA = \int_A (U_x^2 + U_y^2)U_x dA = \int_A U_x^3 dA + \int_A U_y^2 U_x dA \quad (5.9)$$

Pelo cálculo do integral total e dos integrais parciais é possível inferir qual a influência da componente da velocidade em  $y$ . Para o caso da geometria cilíndrica a componente da velocidade em  $y$  representa uma contribuição inferior a 1%, pelo que se considera apenas a componente axial no cálculo do coeficiente de potência,  $C_p$ .

O processo de cálculo do integral, implica que primeiro seja definido o plano  $yz$  na coordenada  $x$  onde será implementada a segunda turbina e seguidamente aplica-se a ferramenta *iso-clip* de forma a recortar o plano com a dimensão do disco atuante, sendo que anteriormente foi definida uma função que realiza o cálculo do raio do disco atuante de acordo com a posição da segunda turbina, por intermédio da ferramenta *Custom Field Functions*.

Por fim na secção de *postprocessing* concretiza-se o cálculo do integral da equação 5.9 por intermédio da funcionalidade *Surface Integrals*, no entanto previamente é definida a expressão que será integrada.

Sumariamente as características para a segunda turbina são determinadas através da seguinte sequência de ações: determinação da velocidade na direção axial para o segundo rotor, de acordo com a localização; de seguida efetua-se o cálculo do coeficiente de potência e do rácio de velocidade na extremidade. Já o cálculo do fator de indução axial depende do coeficiente de impulso,  $C_T$  pelo que é essencial a existência do gráfico do  $C_T(\lambda)$ , para a partir do qual de acordo com a velocidade se retira o valor do coeficiente.

Conclui-se que para determinar as condições para turbinas em *tandem* é necessário seguir um processo iterativo, de simulação numérica, para cada situação em que se adiciona uma turbina ao caso de simulação, de acordo com cada sequência de turbinas. As UDF para a interação entre duas turbinas encontram-se disponíveis no apêndice D.5.

## 5.4 Dependência do Modelo de Turbulência

A seleção do modelo de turbulência é essencial em casos de escoamento com carácter turbulento. Como é o caso neste estudo foi verificada a sensibilidade dos resultados numéricos às modificações introduzidas no modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  comparativamente ao modelo padrão, quer na perspectiva da inclusão dos termos fonte, quer na alterações das constantes do modelo.

Para esta análise utiliza-se as condições do *Caso Exp. 1* descrito na tabela 4.7.

### 5.4.1 Alterações no Modelo $k-\varepsilon$

Para comprovar o impacto na previsão da esteira provocado pela inclusão dos termos fonte no modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  proposto por El Kasmi e Masson, 2008 realiza-se a comparação entre os resultados das simulações numéricas que implementam o modelo de acordo com a perspectiva dos autores e o modelo padrão.

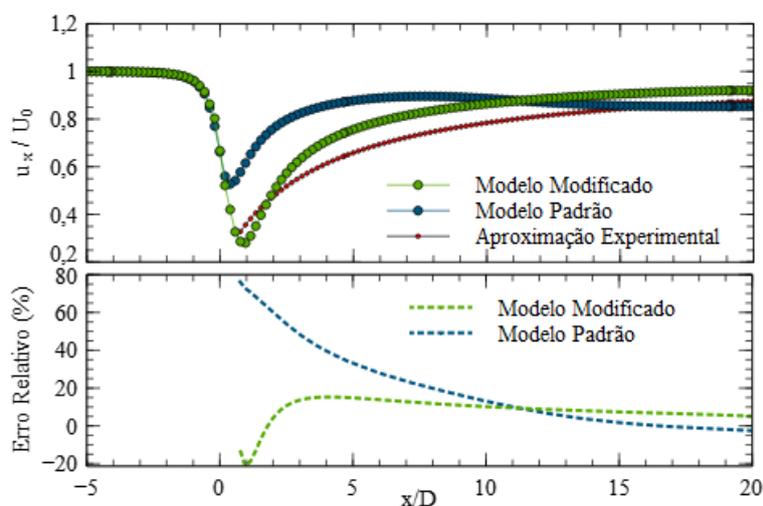
A análise do desenvolvimento da esteira concretiza-se através do perfil de velocidades na linha central, a partir do qual se pode inferir o comprimento da esteira. Também se realiza o cálculo do erro relativo do perfil de velocidades em relação à aproximação do perfil dos dados experimentais da velocidade na linha central.

Pela figura 5.5a, observa-se que o modelo padrão possui um erro relativo máximo de aproximadamente 80%, que ocorre na região de esteira próxima, e que o erro relativo permanece elevado até à distância a jusante do disco atuante,  $x/D$ , de 10, englobando assim a região de esteira distante. Os valores elevados do erro representam uma recuperação célere da esteira, por meio da aplicação do modelo de turbulência padrão.

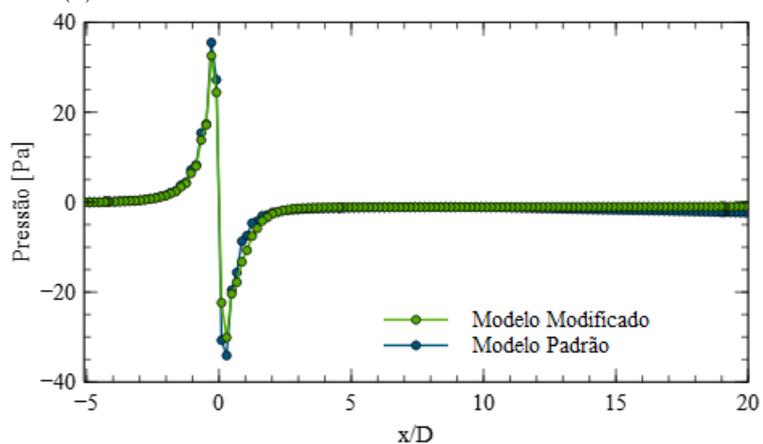
O modelo padrão comparativamente ao modelo de turbulência modificado apresenta uma reduzida capacidade para prever o desenvolvimento da esteira. O potencial do modelo modificado é comprovado pelo menor erro relativo, porém os resultados são mais promissores para a caracterização da região de esteira distante, para a qual o erro assume um valor máximo de 10% e decresce em direção a zero à medida que a distância a jusante do rotor aumenta.

Na modelação da queda de pressão, figura 5.5b, as alterações no modelo de turbulência levam a que o valor da pressão difira na região imediatamente a jusante do rotor e na proximidade da fronteira de saída do domínio numérico, sendo nesta última região a diferença de 2 Pa.

Pela análise qualitativa pode observar-se, na figura 5.6, as diferenças nas isolinhas da magnitude da velocidade para os dois modelos de turbulência, comprovando-se assim a afirmação sobre o comprimento da esteira. A esteira bastante mais curta para o modelo de turbulência padrão deve-se à sobre-aplicação do efeito da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta, com a introdução dos termos fonte no modelo padrão  $k-\varepsilon$  visa-se suprimir este efeito com o intuito de recriar com maior precisão o desenvolvimento da esteira.

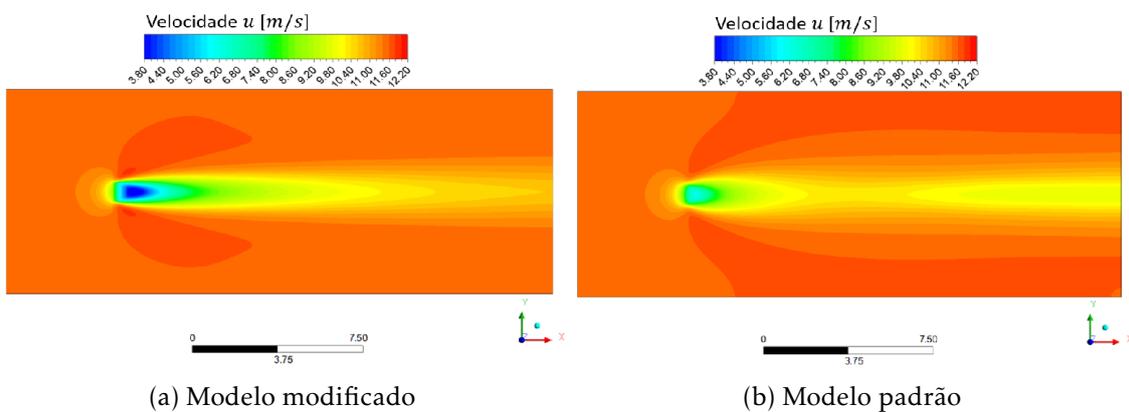


(a) Perfil de velocidades na linha central e erro relativo



(b) Queda de pressão

Figura 5.5: Perfis da velocidade, do erro relativo e da queda de pressão do modelo de turbulência  $k - \epsilon$  modificado e padrão



(a) Modelo modificado

(b) Modelo padrão

Figura 5.6: Isolinhas da magnitude da velocidade no plano  $xy$  do modelo de turbulência  $k - \epsilon$  modificado e padrão

### 5.4.2 Constantes do Modelo $k - \varepsilon$

No estudo da dependência da previsão da esteira em relação às constantes do modelo de turbulência  $k - \varepsilon$  modificado analisa-se os resultados numéricos que incluem a implementação das UDF que modelam a influência da velocidade tangencial. O modelo designado por modificado com constantes alteradas implementa as constantes propostas na investigação de Crespo et al., já o modelo modificado com constantes padrão possui as constantes do modelo  $k - \varepsilon$  padrão. Os valores das constantes estão presentes na tabela 4.1.

De forma análoga à secção anterior concretiza-se a comparação dos resultados para modelos com constantes diferentes através do perfil de velocidade na linha central e do erro relativo entre os resultados numéricos e o perfil de velocidade dos dados experimentais.

Pela figura 5.8a verifica-se, numa análise global, que o erro relativo em relação ao perfil de velocidade dos dados experimentais é inferior para o modelo de turbulência modificado com constantes alteradas, em comparação com o erro relativo verificado para o modelo modificado com constantes padrão. Quantitativamente, em módulo, a diferença entre os erros é de aproximadamente 10%. Os erro máximos são assim da ordem dos 20% e 30%, considerados elevados, mas como se localizam no intervalo de distância ao rotor de  $0 < x/D < 2,5$  não colocam em causa a utilidade dos resultados, uma vez que a este intervalo corresponde a região de esteira próxima e a região de interesse para o presente estudo é a de esteira distante.

Na região de esteira distante verifica-se uma maior similaridade entre o perfil de velocidades para o modelo com constantes modificadas e o perfil de velocidade experimental, estando o erro relativo situado entre os 9% e os 14%, já para o modelo com constantes padrão o erro situa-se entre os 15% e os 23%. Com o incremento da distância ao disco atuante, os ER de ambos os modelos tendem para 5% e 8%, respetivamente.

Para uma análise qualitativa observa-se, na figura 5.7, as diferenças nos isolinhas da magnitude da velocidade.

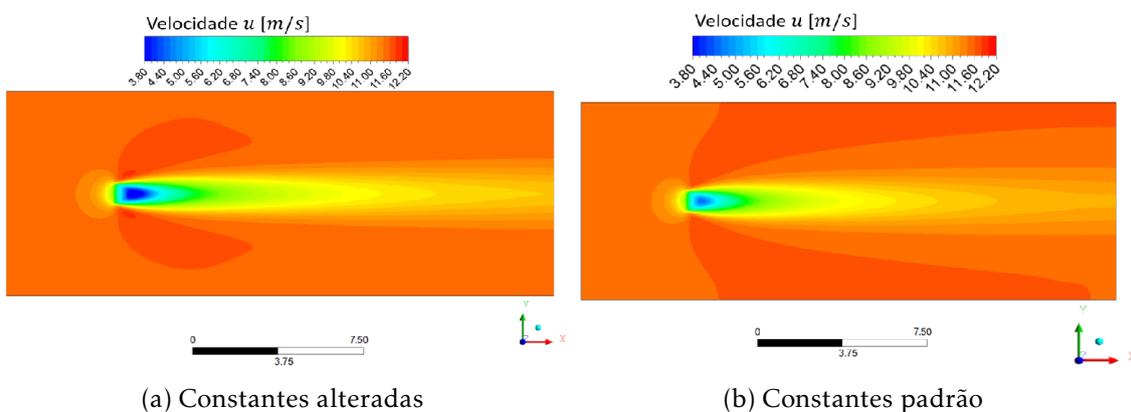
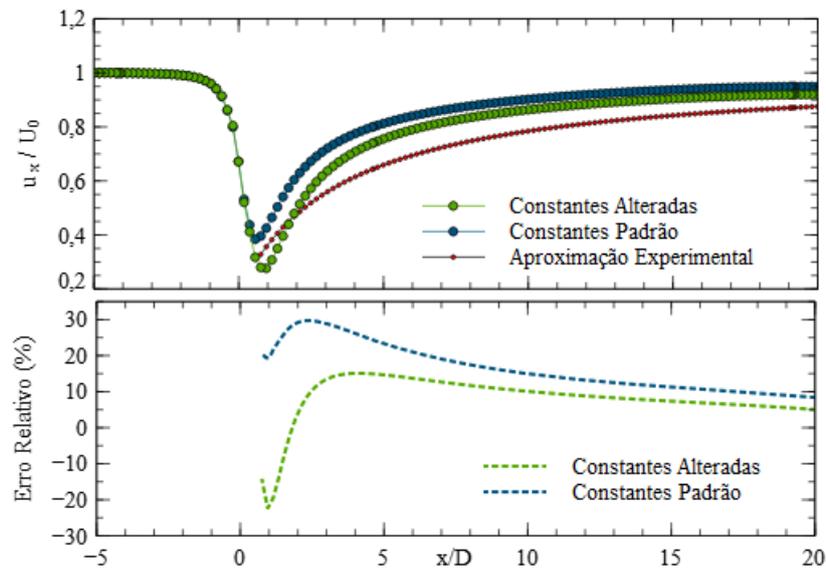


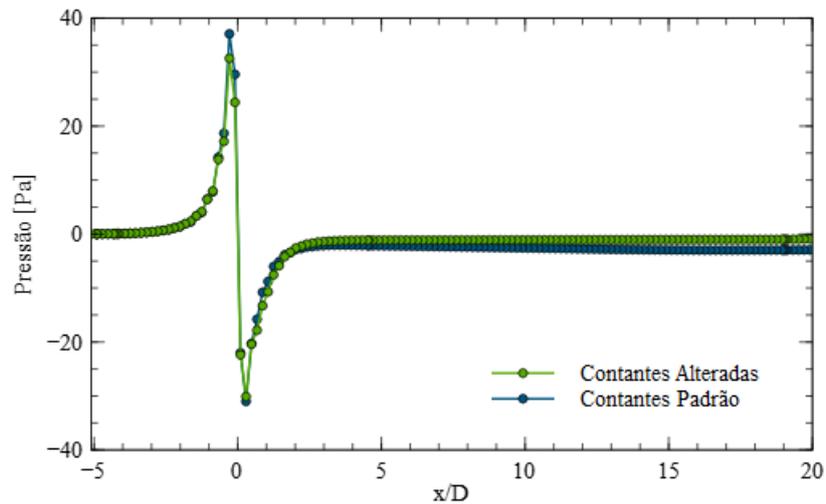
Figura 5.7: Isolinhas da magnitude da velocidade no plano  $xy$  para diferentes constantes do modelo  $k - \varepsilon$  modificado

Na modelação da queda de pressão, figura 5.8b, observa-se uma similaridade no perfil da pressão na região do disco atuante para os dois casos em que as constantes diferem, porém verifica-se uma recuperação da pressão, na direção do valor atmosférico, mais rápida para o caso em que o modelo detém as constantes modificadas.

Conclui-se que a modificação das constantes no modelo de turbulência constituem um benefício para uma representação mais viável do desenvolvimento da esteira distante. Não obstante que também apresenta uma maior conformidade com os dados experimentais na região de esteira próxima, apesar de ainda o erro relativo ser considerável.



(a) Perfil de velocidades na linha central e erro relativo



(b) Queda de pressão

Figura 5.8: Perfis da velocidade e do erro relativo para diferentes constantes do modelo de turbulência  $k - \epsilon$  modificado

## 5.5 Influência da Modelação da Velocidade Tangencial

A modelação da velocidade tangencial transmitida ao escoamento representa o fator diferenciador do presente modelo de esteira. Dada a importância do termo da velocidade tangencial é necessário verificar o seu contributo quando são implementadas as UDF referentes a este termo.

Para analisar a influência da modelação da velocidade tangencial foram comparados os resultados numéricos determinados pela realização de três casos. Nos dois primeiros casos utiliza-se o modelo de turbulência  $k - \varepsilon$  modificado e estes diferem apenas em que num são implementadas as UDF da modelação da velocidade tangencial e no outro não, no terceiro caso utiliza-se o modelo de turbulência  $k - \varepsilon$  padrão e despreza-se o efeito da velocidade tangencial.

A modelação da velocidade tangencial é implementada apenas nas células que constituem o disco atuante, pelo que a análise centra-se no plano em que este está inserido. Pela figura 5.9, verifica-se, numa análise qualitativa, que para o modelo modificado o facto de ser considerado o efeito da rotação da esteira leva a um incremento na velocidade tangencial mas apenas na região do rotor. A componente da velocidade para o caso em que não estão implementadas as UDF referentes à velocidade tangencial, figura 5.9b é elevada o que não era previsto, dado que o efeito da rotação do rotor não é contemplado. Porém, posteriormente, constatou-se que a componente da velocidade tangencial elevada está relacionada com os termos adicionais implementados no modelo de turbulência que dependem do termo de produção da energia cinética turbulenta, que por sua vez depende das múltiplas derivadas da velocidade, em todas as direções, apesar de com ponderações diferentes.

Pela comparação dos resultados provenientes dos dois casos em que o efeito da velocidade tangencial é desprezado verifica-se também para o caso em que implementa o modelo de turbulência padrão uma componente de velocidade tangencial no plano do rotor, o que não era esperado, visto que apenas foi implementada a modelação da queda de pressão, 5.9c. Para detetar o que pode estar na origem desta componente da velocidade procedeu-se à decomposição da velocidade tangencial de acordo com a direção  $y$  e  $z$ , a decomposição está presente no apêndice E.

Inicia-se a análise qualitativa da decomposição da velocidade tangencial,  $v_t$ , pela comparação dos resultados das simulações que aplicam o modelo de turbulência modificado, para estas verifica-se que com a introdução da modelação da velocidade tangencial a componente da velocidade na direção  $y$  adquire uma rotatividade e aproxima-se do centro do disco atuante, figura E.1a. Para a componente  $z$  da  $v_t$  verifica-se que esta é praticamente nula na região do rotor quando as UDF não são implementadas, figura E.2b, e em contrapartida quando as UDF são aplicadas observa-se a sua contribuição e a aquisição de rotatividade, figura E.2a. Infere-se que a componente da  $v_t$  externa à região do disco é proveniente da resolução do algoritmo do *ANSYS FLUENT*<sup>®</sup> quando modelada a queda de pressão, sendo intensificada pelos termos adicionados ao modelo.

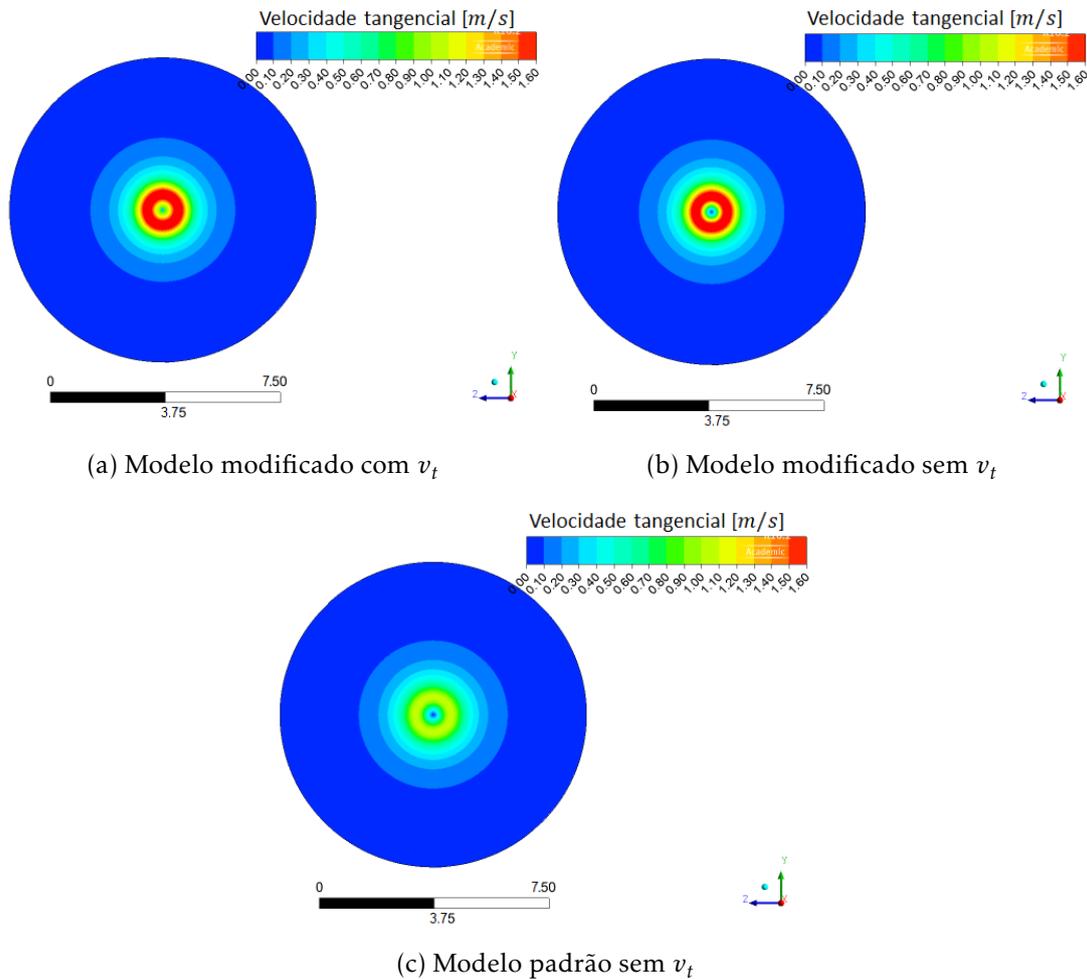


Figura 5.9: Isolinhas da magnitude da velocidade tangencial no plano do rotor

Comprova-se a ilação anterior pela observação dos resultados do caso que implementa o modelo de turbulência padrão e não considera o efeito da rotação, uma vez que é visível velocidade tangencial no plano do rotor quando apenas foi modelada a queda de pressão. Detalhadamente, pela figura E.2c, verifica-se que a componente da velocidade na direção  $z$ , para além de mais distante da periferia do rotor, na região deste as contribuições são opostas quando comparadas com as dos casos da figura E.2a e E.2b.

No apêndice E apresenta-se ainda a componente da velocidade tangencial num plano que dista  $x/D = 0,5$ , a jusante do rotor, para ilustrar a evolução da rotação da esteira para as diferentes simulações.

Pela análise da velocidade tangencial no plano meridional  $xy$ , figura E.3 do respetivo apêndice, para a cota  $z=0$ , observa-se que na direção longitudinal a velocidade decresce para os três casos. O que conduz a que se infira que o efeito da rotação da esteira apresenta uma maior contribuição para a definição da largura da esteira e do que na previsão comprimento desta na direção axial.

Nesta abordagem da  $v_t$  não será verificada a sensibilidade no perfil de velocidade

## 5.5. INFLUÊNCIA DA MODELAÇÃO DA VELOCIDADE TANGENCIAL

na linha central, uma vez que é considerado o efeito do cubo. As diferenças visíveis na direção axial entre as figuras 5.10a, 5.10b face à figura 5.10c deve-se apenas à disparidade de modelos de turbulência utilizados.

Conclui-se pela observação da figura 5.11 que o efeito de considerar a rotação da esteira é relevante, essencialmente para o estudo da esteira próxima, uma vez que a partir da distância a jusante do rotor de  $x/D=2,5$  se observa a sobreposição de perfis de velocidade na direção  $y$ , sendo o erro relativo máximo de 0,1%. No cálculo do erro relativo considera-se como valores exatos os resultados provenientes da simulação que considera o efeito da rotação da esteira.

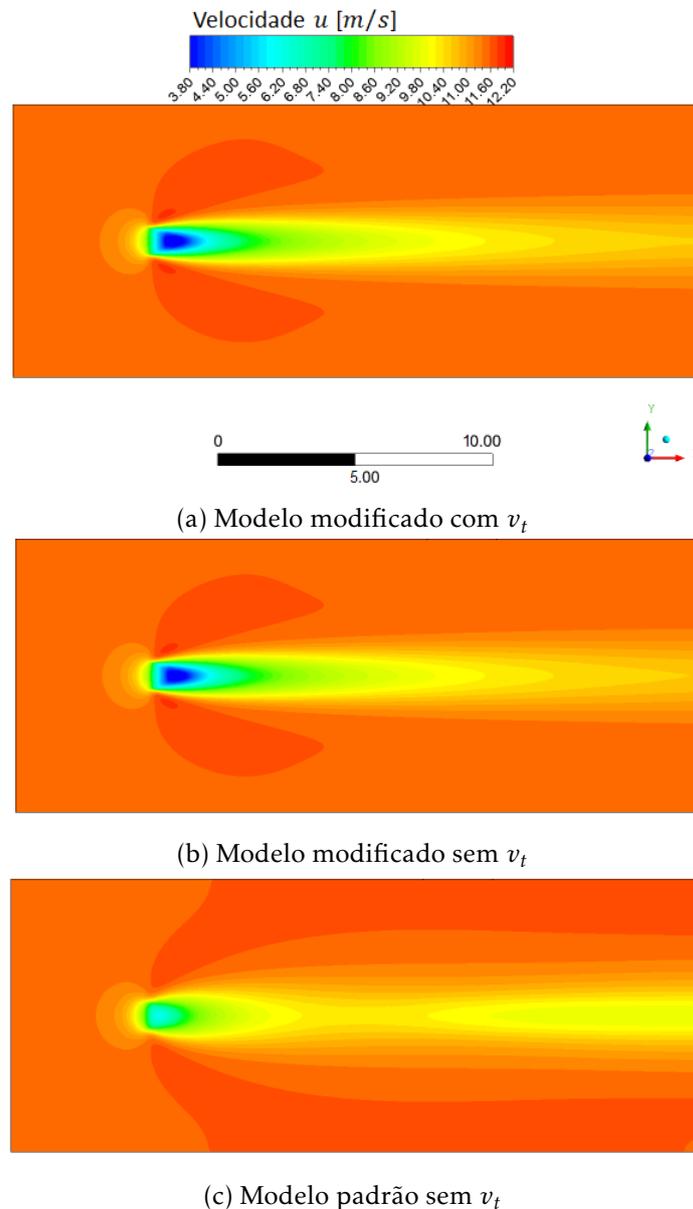


Figura 5.10: Isolinhas da magnitude da velocidade tangencial no plano meridional

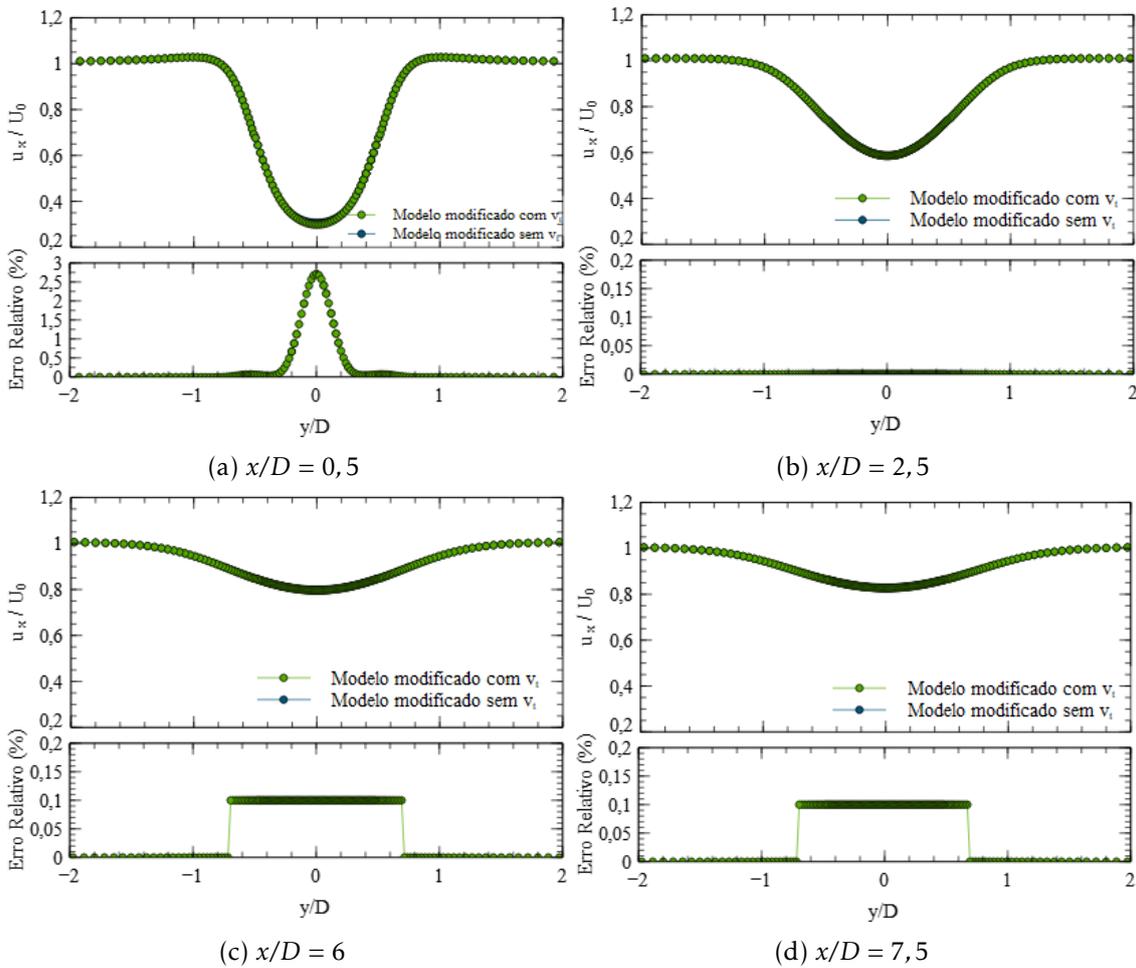


Figura 5.11: Perfis da velocidade axial na direção  $y$  dos casos com modelo de turbulência  $k - \varepsilon$  com e sem inclusão da modelação da  $v_t$

## 5.6 Validação do Modelo Numérico da Esteira

A validação do modelo de esteira da simulação numérica concretiza-se através da comparação dos resultados numéricos com os resultados provenientes do estudo experimental desenvolvido por Person e Nielson, em 1980 e por Taylor et al., em 1985. As características dos casos de estudo experimental encontram-se descritas no subcapítulo 4.7.3, concretamente na tabela 4.6.

Os dados experimentais fornecidos pelos autores apenas contemplam as distâncias a jusante do rotor,  $x/D$ , de 2,5, 6 e 7,5, o que a priori demonstra uma insuficiência de dados para o processo de comparação dos perfis de velocidade, visto que a dimensão do domínio é da ordem de  $x/D=20$ . Contudo a insuficiência de dados é panorama concordante ao nível de diversos estudos presentes na literatura.

O processo de validação concretiza-se para as condições dos três casos de estudo experimental, logo para a análise dos resultados aplica-se a seguinte metodologia.

Primeiramente determina-se a função de aproximação dos dados experimentais para

cada posição  $x/D$  do perfil de velocidades, uma vez que o número de dados coletados experimentalmente difere para cada posição a jusante do rotor e difere do número de dados obtidos por via numérica. Considera-se a forma Gaussiana a mais adequada para aproximar os perfis de velocidade, pelo que através de uma ferramenta de *Curve Fitting* se define os coeficientes da seguinte expressão:

$$u(y) = 1 - \frac{A}{x+B} e^{-(C\frac{y}{x})^2} \quad (5.10)$$

Estabelece-se também a função de aproximação para o perfil de velocidade na linha central, ou seja, para a cota  $y/D=0$ . Salienta-se que para esta aproximação estão disponíveis apenas três dados experimentais.

Seguidamente compara-se os resultados obtidos por via experimental e numérica para cada posição do perfil de velocidades a jusante do rotor. Na comparação o cálculo do erro relativo considera como valores exatos, os provenientes da investigação experimental, porém como são determinados através da função de aproximação há que ter em consideração a propagação do erro de aproximação. Já no cálculo do erro relativo associado às funções de aproximação os valores exatos são os coletados experimentalmente.

Para o caso da determinação das funções de aproximação é evidente que o valor tomado como real é o valor que está a ser aproximado.

A validação do modelo inicia-se pela análise dos resultados obtidos para as condições do *Caso Exp. 1*. Pela observação da figura F.1 presente no apêndice F, consta-se uma similaridade e simetria entre os perfis de aproximação e experimentais para as distâncias a jusante do rotor de 2,5 e 6 e uma assimetria entre os perfis para a distância de 7,5. A assimetria do perfil resulta de nas condições experimentais existir a influência da parede inferior do túnel e de no caso de simulação numérica esta influência não ser contemplada, para além disso para a distância de  $x/D=6$  corresponde a região de fecho da *shear layer*.

Para as posições  $y/D$  superiores em módulo ao raio do disco atuante existe um incremento da velocidade comparativamente ao valor não perturbado, consequência da formação da *shear layer*, o que conduz a um erro relativo máximo de aproximadamente 8% na identificação do diâmetro da esteira.

Para a aproximação da velocidade na linha central, figura F.2 incorre um erro relativo máximo de aproximação inferior a 1%.

Pela observação da figura 5.12 adverte-se que nos três perfis, o erro máximo entre os resultados numéricos e experimentais ocorre para a cota do centro do rotor, e atinge o valor de 15% para a posição  $x/D=6$ . Esta informação indica que numericamente a recuperação da esteira ocorre de forma mais rápida, ou seja, esta apresenta um menor comprimento.

Para a distância a jusante do rotor,  $x/D$ , de 2,5, verifica-se no intervalo  $-0,5 < y/D < 0,5$  uma elevada diferença entre os perfis de velocidade obtidos por via numérica e experimental, em que o intervalo de  $y/D$  coincide com a dimensão do diâmetro do rotor. A diferença entre os valores da velocidade demonstra que o perfil obtido por via numérica

apresenta uma configuração diferente do determinado experimentalmente, o que influencia a previsão do diâmetro da esteira. Contudo na estação  $x/D = 6$ , a jusante do rotor, verifica-se uma maior concordância na previsão do diâmetro da esteira, uma vez que o erro relativo entre perfis é inferior a 5% e tende para 0, tal como acontece para a distância ao rotor de  $7,5D$ , porém para esta distância, o erro sofre um incremento mas é inferior a 10%.

O modelo numérico demonstra uma maior capacidade de previsão do comprimento e diâmetro da esteira na região designada por esteira distante, à qual corresponde um erro relativo inferior a 10%. A variação da velocidade na cota da linha central,  $y/D=0$ , pode ser vista em detalhe na figura F.3a, do apêndice F.

Procedeu-se também à determinação da função de aproximação do diâmetro da esteira ao longo da direção longitudinal, quer para o caso experimental, quer para o numérico. Pela interpretação qualitativa da figura F.3b, observa-se uma maior concordância entre resultados a partir da região de esteira distante, ou seja, em  $x/D > 5$ , para a qual o erro relativo decresce progressivamente, apesar da componente ser relativamente elevada.

Por fim estabelece-se na figura 5.13 a correlação entre o perfil de velocidades na linha central e o diâmetro da esteira em função da distância a jusante do rotor.

Para o caso em que se utilizam as condições do *Caso Exp. 2* verificando-se na etapa de aproximação dos dados experimentais por uma função, figura F.4 do apêndice F, que o erro relativo máximo ocorre para as distâncias,  $y/D$ , mais longínquas do centro do disco atuante,  $y/D=0$ , e que se mantêm a simetria dos perfis de velocidades para as distâncias na direção axial de  $2,5D$  e  $6D$  e a assimetria do perfil para a distância de  $7,5D$ , admitindo no máximo um erro de 15%, em módulo.

Na análise entre os perfis da velocidade na linha central para os dados experimentais face à função de aproximação, constata-se pela figura F.5 que o erro relativo é inferior, em módulo, a 4%.

Em oposição à simulação nas condições do *Caso Exp. 1*, neste caso apenas para a distância de  $2,5D$  a jusante do disco atuante se verifica um erro relativo máximo elevado, da ordem dos 25%, entre os resultados numéricos e experimentais, que ocorre para a cota do centro do disco,  $y/D=0$ , figura 5.14a. Nas outras duas secções a jusante do disco atuante, o erro para  $y/D=0$  é de aproximadamente 5%, figura 5.14b e 5.14c. Observa-se para este caso uma melhor previsão da recuperação da esteira, ao longo da direção axial, como é visível pela figura F.6a, em que o erro máximo para o perfil de velocidades, em módulo, na região de esteira distante, é de 2,5% comparativamente ao do caso anterior que é de aproximadamente 10%.

O menor erro na previsão do desenvolvimento da esteira é um indicador de que existe uma dependência do modelo face às condições iniciais de simulação. Em relação ao *Caso Exp. 1*, no *Caso Exp. 2* a velocidade do vento é menor e o coeficiente de impulso é superior.

5.6. VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DA ESTEIRA

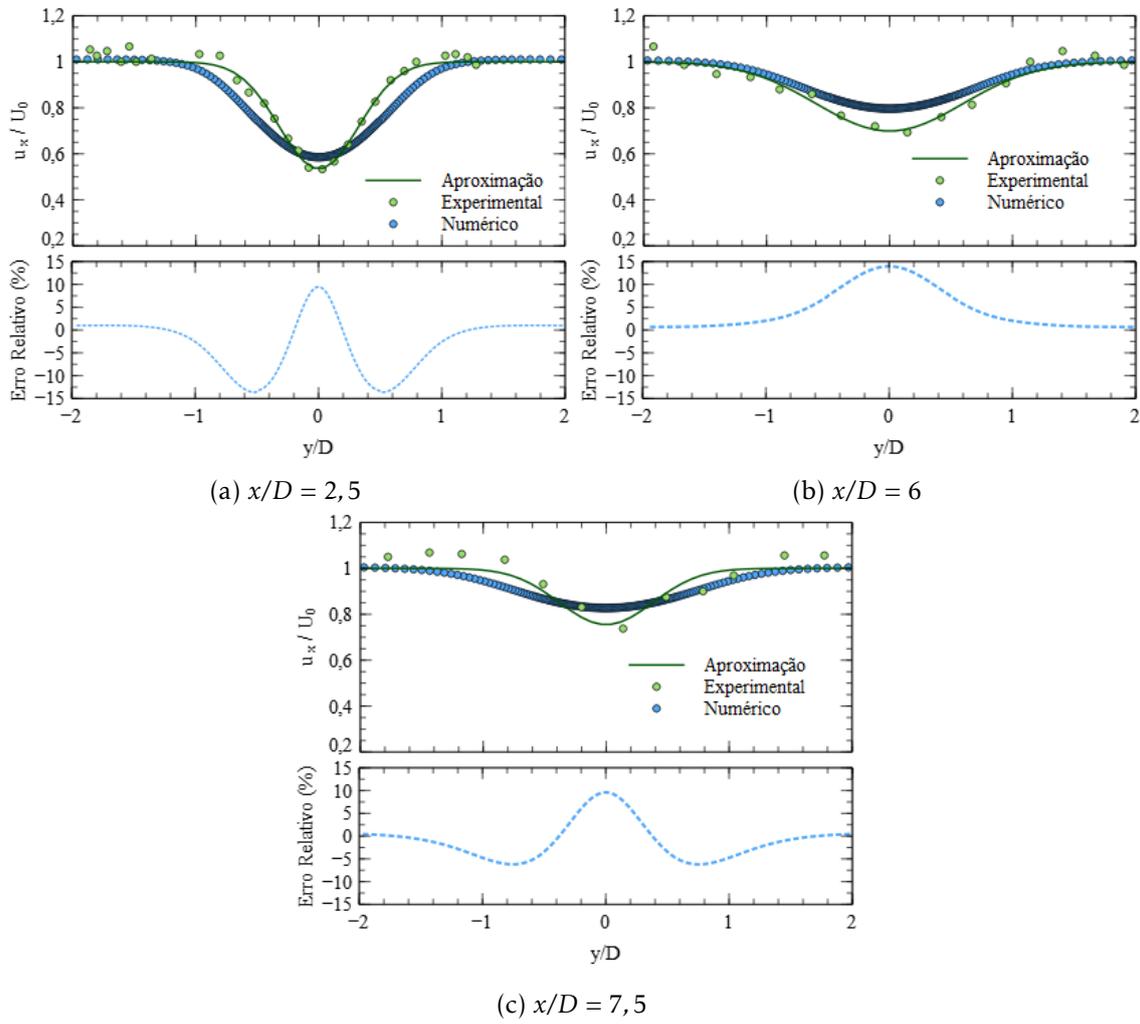


Figura 5.12: Perfis da velocidade axial na direção  $y$ , para as diferentes distâncias a jusante do rotor - *Caso Exp. 1*

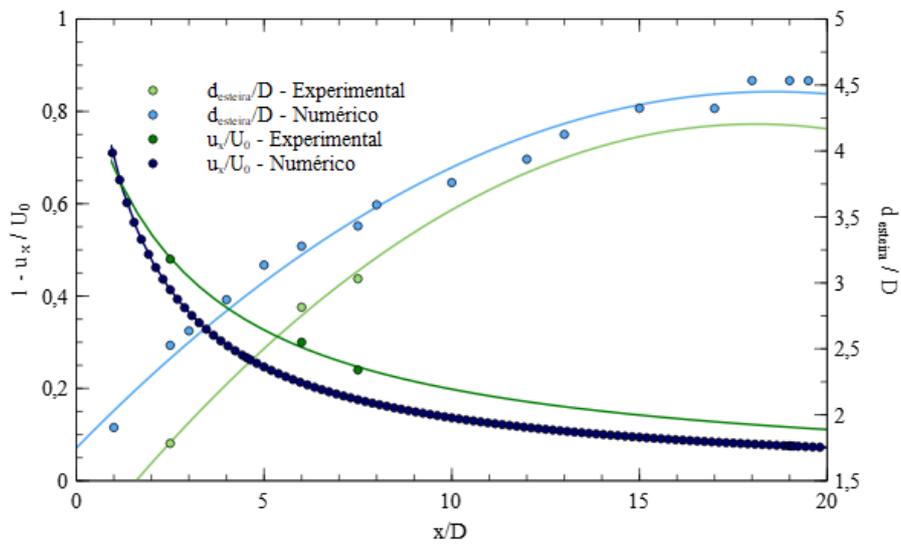


Figura 5.13: Evolução longitudinal do diâmetro da esteira e do perfil de velocidades na linha central - *Caso Exp. 1*

Para a distância a jusante do rotor de  $x/D=2,5$ , no intervalo  $-0,5 < y/D < 0,5$  na direção  $y$  do plano do rotor existe também uma diferença entre os perfis de velocidade, com um erro relativo associado de 25%, figura 5.14a. A diferença verificada para a secção  $x/D=2,5$  demonstra que a forma do perfil de velocidades obtido por via numérica diverge do determinado experimental, o que resulta na previsão imprecisa do diâmetro da esteira na região próxima. Porém para a distância a jusante do rotor de 6 e 7,5, onde o erro relativo é inferior a 5,3% e a 7,2%, respetivamente, verifica-se uma maior conformidade na previsão do diâmetro da esteira.

Pela análise qualitativa da figura F.6b, observa-se uma maior conformidade na previsão do diâmetro da esteira para os resultados do *Caso Exp.2* em virtude da comparação com os dados experimentais, para estas condições de simulação também se verificam resultados mais próximos dos obtidos por via experimental na região da esteira distante, para a qual o erro relativo decresce progressivamente, e a sua componente média, comparando os valores para o *Caso Exp.1* e para o *Caso Exp.2*, reduz de 9,5% para 8,2%, entre as posições  $5 < x/D < 20$ .

Para apresentar a relação entre o diâmetro da esteira e o perfil de velocidades na linha central, em função da distância a jusante da esteira, gerou-se a figura 5.15.

Sumariamente o modelo numérico revela dependência face às condições iniciais de simulação, proporcionando as condições de simulação do *Caso Exp.2* um melhor desempenho na previsão da propagação da esteira quer na sua região próxima, quer na distante.

Para a simulação das condições do *Caso Exp. 3* existem resultados que convergem com os da simulação das condições do *Caso Exp. 2*. Pela figura F.7 do apêndice F, verifica-se que o erro relativo de aproximação máximo ocorre na secção mais próxima do rotor,  $x/D=5$ , e que se mantêm a simetria dos perfis de velocidades para as distância na direção axial de 2,5 e 6 e a assimetria do perfil para a distância de 7,5.

Relativamente aos resultados desta simulação constata-se que existe, tal como no caso anterior, uma previsão da recuperação da esteira mais semelhante à determinada experimentalmente ao longo da direção  $x$ , como é ilustrado pela figura F.9a, em que o erro máximo, na região de esteira distante, é 1,8% similar ao do caso anterior que é de aproximadamente 2,5%. A semelhança na previsão da esteira para as simulações do *Caso Exp.2* e do *Caso Exp.3* confirma a afirmação de que efetivamente há uma dependência do modelo relativamente às condições iniciais de simulação.

Para a distância a jusante do disco atuante de  $x/D=2,5$ , no intervalo  $-0,5 < y/D < 0,5$  verifica-se também uma diferença entre os perfis de velocidade determinados por meio numérico e experimental, contudo a diferença é de menor amplitude, corresponde a um erro de aproximadamente 5%, figura 5.16a. Com a redução desta diferença há uma aproximação da forma do perfil de velocidades obtido por via numérica ao determinado experimentalmente, o que possibilita uma previsão mais correta do diâmetro da esteira para a região de esteira próxima, assim como para a distância a jusante do disco de 6 e 7, 5, para as quais o erro relativo entre os perfis é inferior a 7% e a 5,5%, respetivamente, figura 5.16b e 5.16c.

## 5.6. VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DA ESTEIRA

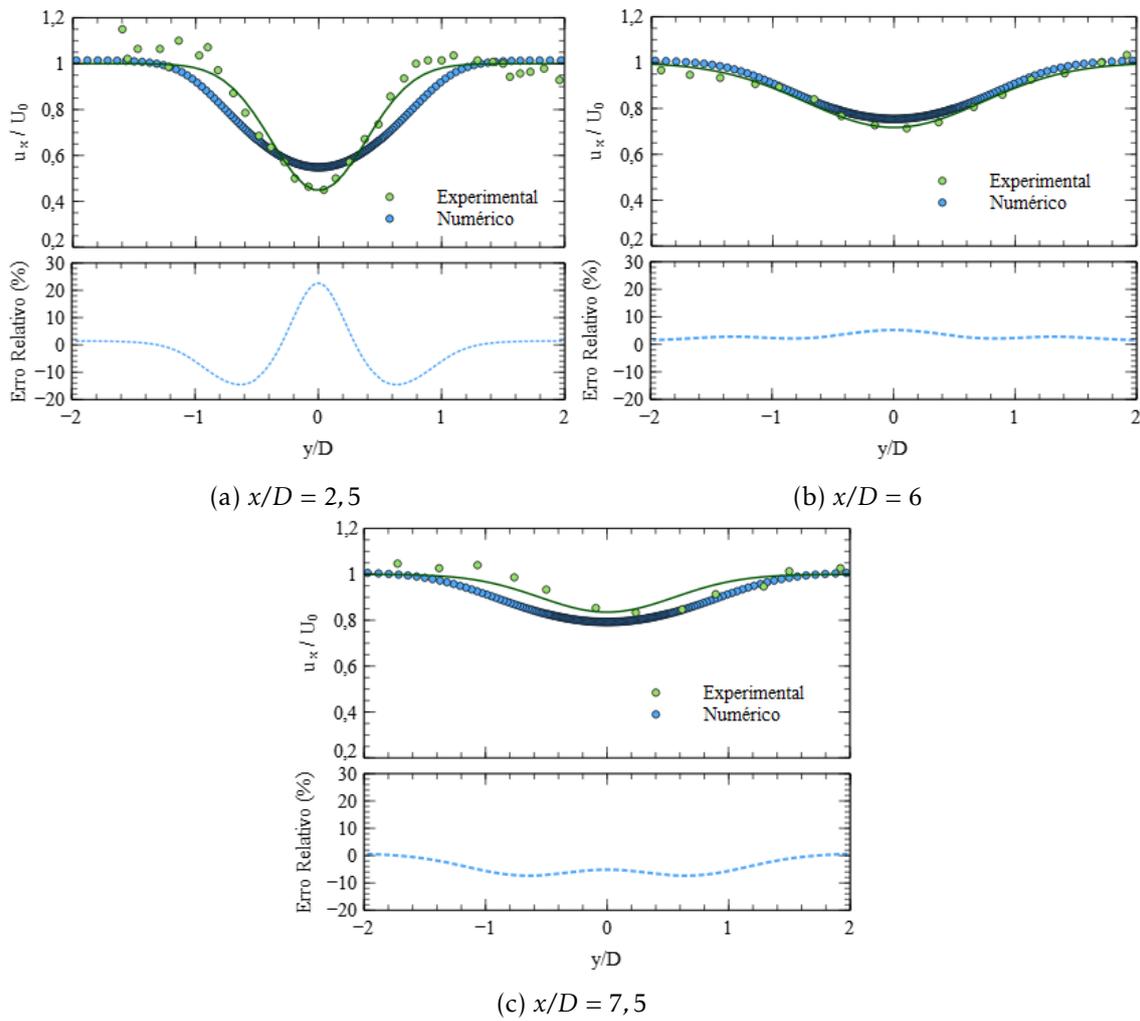


Figura 5.14: Perfis da velocidade axial na direção  $y$ , para as diferentes distâncias a jusante do rotor - *Caso Exp. 2*

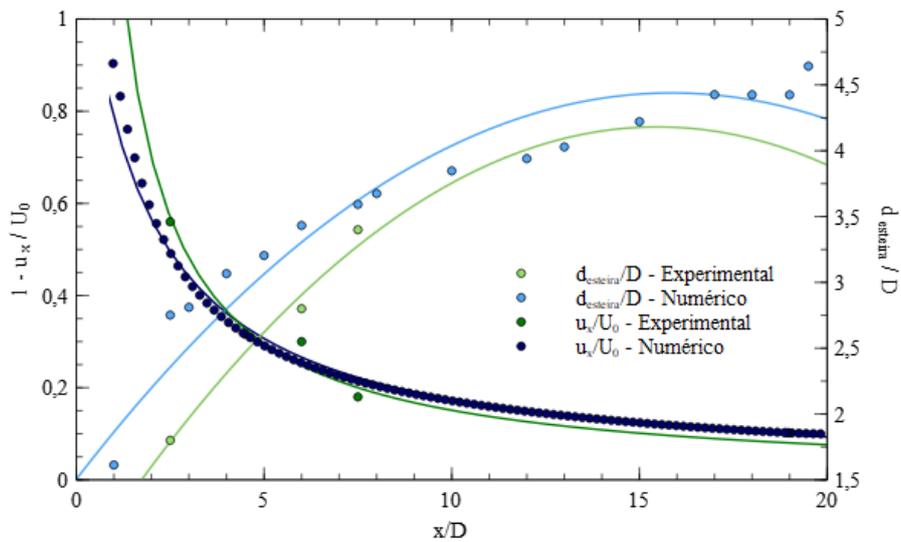


Figura 5.15: Evolução longitudinal do diâmetro da esteira e do perfil de velocidades na linha central - *Caso Exp. 2*

Por meio da análise qualitativa da figura F.6b, observa-se uma maior concordância na previsão do diâmetro da esteira e neste caso também se verificam uma maior similaridade entre resultados a partir da região da esteira distante, consequência da menor influência da simplificação por MDA, para esta região o erro relativo decresce progressivamente, e a sua componente média comparando os valores para o *Caso Exp.2* e para o *Caso Exp.3*. reduz de 9,5% para 1,7%, entre as posições  $5 < x/D < 20$ .

Ilustra-se na figura 5.17 a relação entre o diâmetro da esteira e o perfil de velocidades na linha central, em função da distância a jusante do disco atuante.

Resumidamente confirma-se que o desempenho do modelo numérico está condicionado pelas condições iniciais de simulação, aumentando o desempenho do modelo conforme a velocidade de referência do vento diminui e o coeficiente de potência aumenta. Pelo que se pode inferir que o modelo apresenta melhores resultados para as condições de funcionamento ótimo das turbinas.

Apesar das diferenças detetadas, pode considerar-se que o modelo é válido para a previsão do desenvolvimento da esteira quer na região próxima, quer na distante. Mas existe uma maior concordância entre os resultados numéricos e experimentais na região de esteira distante. Contudo infere-se que a esteira determinada numericamente apresenta um menor comprimento face ao obtido experimentalmente, o que influencia o estudo da interação de turbinas e consequentemente conduz a uma investigação sobre os termos adicionados ao modelo de turbulência, por forma a identificar qual a origem da discrepância, para uma possível correção da previsão da esteira.

Após verificada a validade do modelo face aos dados obtidos por via experimental realiza-se uma análise qualitativa entre os dados experimentais, os resultados do presente modelo numérico, que engloba o efeito da rotação da esteira, e os resultados obtidos pelo modelo desenvolvido por Kasmi e Masson.

Numa observação global, conclui-se que o modelo proposto, isto é, que inclui o efeito de rotação da esteira apresenta um melhor desempenho na previsão do diâmetro da esteira para a região de esteira distante, e que este permite uma concordância viável do comprimento da esteira também nesta região. A afirmação anterior revela que o modelo proposto é promissor para aplicação em estudo de interação de turbinas, contudo é menos preciso na previsão do desenvolvimento da esteira na região próxima.

Centrando a análise para cada caso simulado, pelas figuras 5.18, 5.19 e 5.20 pode observar-se para os três casos, a supremacia do modelo desenvolvido por Kasmi e Masson na previsão do perfil de velocidades, para a distância a jusante do rotor de  $x/D=2,5$ , e a preponderância do presente modelo para a previsão dos perfis para as distâncias a jusante do rotor de 6 e 7,5, existindo no entanto para a última distância referida uma translação ao nível do perfil de velocidades experimental.

A influência das condições de fronteira na previsão da esteira foi visível para os três casos de simulação, para os quais o modelo proposto revelou a sua potencialidade na previsão do comprimento e do diâmetro da esteira. O modelo conduz a resultados mais precisos para condições de velocidades mais baixas e coeficientes de potência maiores,



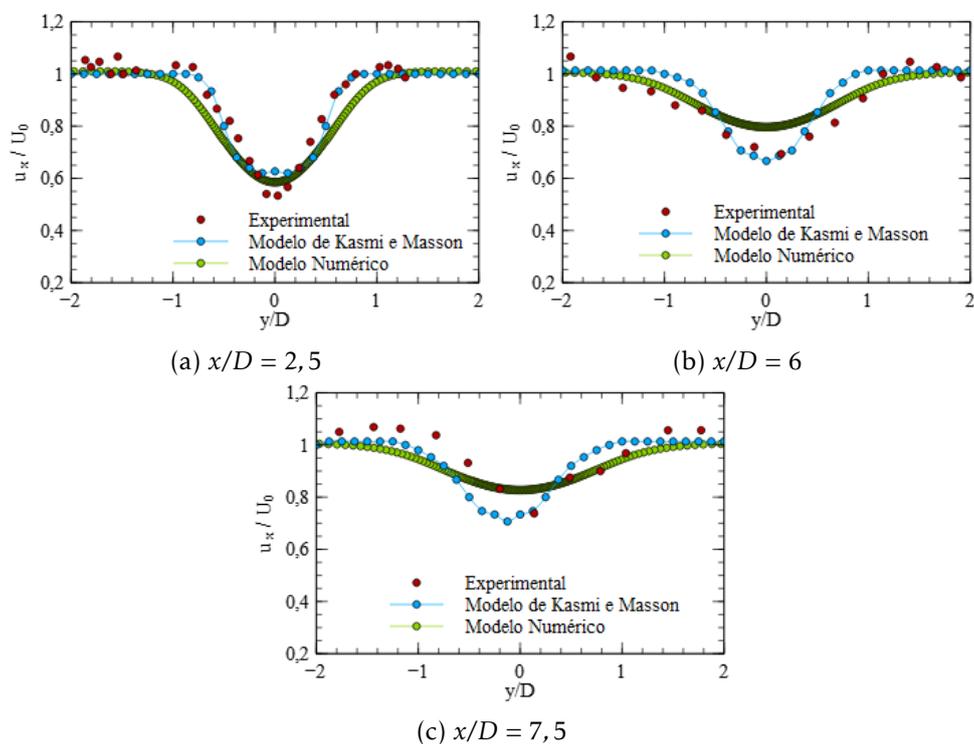


Figura 5.18: Perfis da velocidade axial na direção  $y$  para os diferentes modelos de determinação de resultados - *Caso Exp. 1*

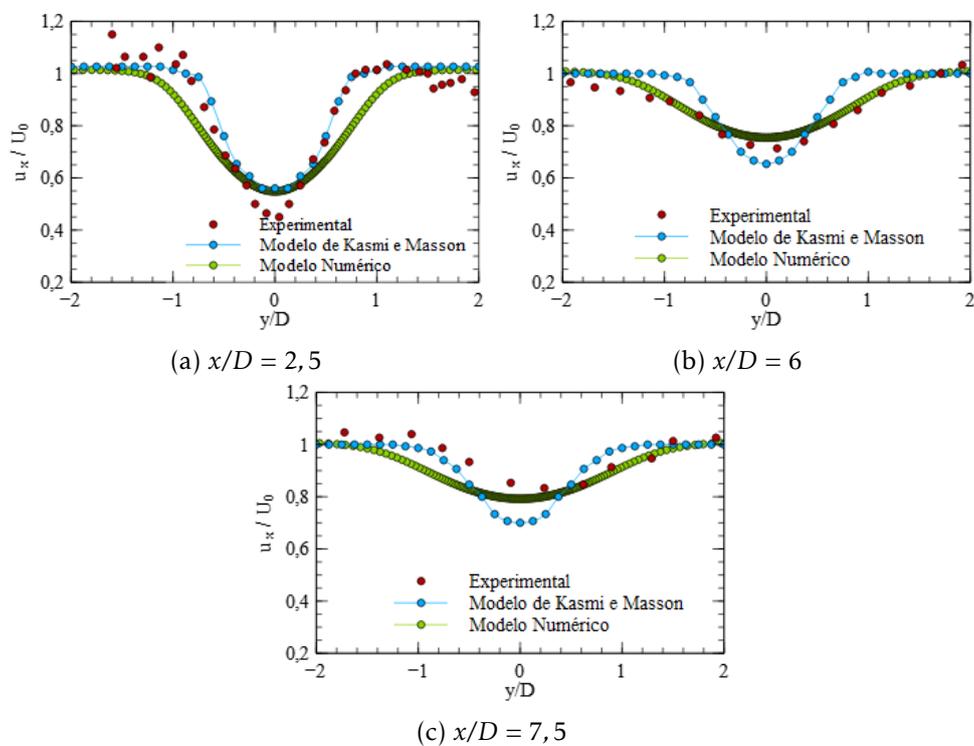


Figura 5.19: Perfis da velocidade axial na direção  $y$  para os diferentes modelos de determinação de resultados - *Caso Exp. 2*

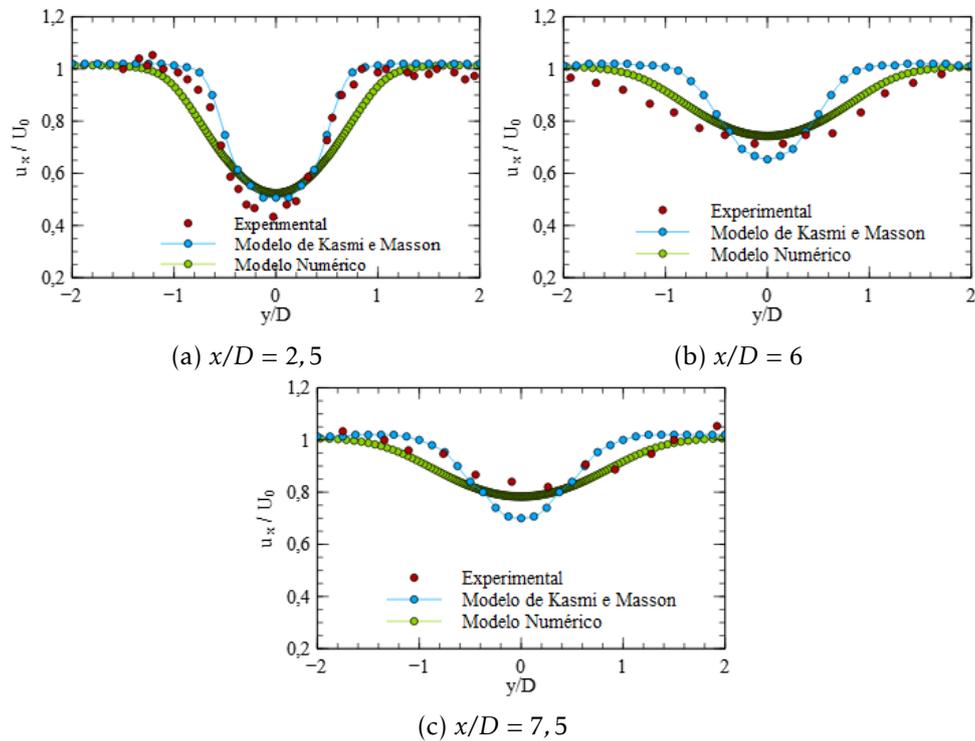


Figura 5.20: Perfis da velocidade axial na direção  $y$  para os diferentes modelos de determinação de resultados - *Caso Exp. 3*

## 5.7 Análise para Ajuste do Modelo da Esteira

Na secção anterior constatou-se que a esteira apresenta um menor comprimento para os resultados obtidos por meio numérico comparativamente ao comprimento verificado para os dados experimentais. A diferença no comprimento da esteira indica que existe um desfaseamento do perfil de velocidades na direção longitudinal, o que conseqüentemente leva a discrepâncias na previsão do diâmetro da esteira.

Para quantificar o desfaseamento entre os perfis de velocidade determinados numericamente e experimentalmente, procede-se a um estudo analítico em que se definem parâmetros adimensionais de forma a correlacionar as funções de aproximação para ambas as fontes de resultados.

### 5.7.1 Determinação Analítica do Desfaseamento dos Perfis de Velocidades

No processo analítico para determinar o valor do desfaseamento entre os perfis de velocidades, experimental e numérico, analisa-se os resultados da velocidade na linha central, ou seja, para a cota  $y=0$ .

Neste processo analítico primeiramente define-se as funções de aproximação que descrevem os perfis de velocidade, em que  $A_i$  e  $B_i$  são valores constantes e  $x_i$  corresponde à posição a jusante do rotor, na direção longitudinal.

$$\frac{U_{LC}}{U_0} \Big|_{Exp} = 1 - \frac{A_{Exp}}{x_{Exp} + B_{Exp}} \quad (5.11)$$

$$\frac{U_{LC}}{U_0} \Big|_{SN} = 1 - \frac{A_{SN}}{x_{SN} + B_{SN}} \quad (5.12)$$

Para determinar a igualdade entre as equações anteriores, com vista a quantificar o desfasamento do perfil de velocidade, define-se os fatores adimensionais  $\alpha$  e  $\beta$  por intermédio das seguintes expressões:

$$\alpha = \frac{A_{Exp}}{A_{SN}} \quad (5.13)$$

$$\beta = \frac{B_{Exp}}{B_{SN}} \quad (5.14)$$

Substituindo os fatores adimensionais na equação 5.11 obtêm-se:

$$\frac{U_{LC}}{U_0} \Big|_{Exp} = 1 - \frac{A_{SN}}{\frac{1}{\alpha}x_{Exp} + \frac{\beta}{\alpha}B_{SN}} \quad (5.15)$$

Igualando as equações 5.14 e a 5.15 determina-se a expressão 5.16, que permite através do conhecimento dos fatores adimensionais e da posição  $x$  do perfil para o caso experimental,  $x_{Exp}$ , determinar a respetiva posição  $x$  para os resultados da simulação numérica,  $x_{SN}$ .

$$x_{SN} = \frac{1}{\alpha}x_{Exp} + \left(\frac{\beta}{\alpha} - 1\right)B_{SN} \quad (5.16)$$

Concretizando o estudo analítico para a perspetiva do diâmetro da esteira na direção transversal, surge o caso da forma do perfil de velocidades ser diferente para cada secção a jusante do disco atuante, pelo que para a expressão que determina o desfasamento da esteira na direção  $y$  é imperativo o cálculo das constantes  $C_i$  para cada posição  $x_i$ , a jusante do disco atuante.

Assumindo a forma Gaussiana para o perfil de velocidades, determina-se as seguintes expressões para os perfis na direção transversal:

$$U(x_{Exp}, y) = 1 - \frac{A_{Exp}}{x_{Exp} + B_{Exp}} e^{-\left(C_{Exp} \frac{y_{Exp}}{x_{Exp}}\right)^2} \quad (5.17)$$

$$U(x_{SN}, y) = 1 - \frac{A_{SN}}{x_{SN} + B_{SN}} e^{-\left(C_{SN} \frac{y_{SN}}{x_{SN}}\right)^2} \quad (5.18)$$

Define-se o parâmetro adimensional  $\delta$  como o rácio entre os fatores de proporcionalidade  $C_{Exp}$  e  $C_{SN}$ , e concretiza-se a igualdade entre os perfis de velocidade, através da qual se retira a expressão que permite determinar o desfasamento da posição transversal,  $y$ , equação 5.19, que relaciona o raio da esteira numérico,  $y_{SN}$  com o raio experimental,  $y_{Exp}$ .

$$y_{SN} = \delta \frac{x_{SN}}{x_{Exp}} y_{Exp} \quad (5.19)$$

Sumariamente as equações 5.18 e 5.19 materializam quantitativamente o desfasamento verificado no perfil de velocidades na direção axial e a discrepância na dimensão do diâmetro da esteira na direção transversal.

Na tabela seguinte apresentam-se os resultados da resolução das equações 5.16 e 5.19 para as condições de simulação do *Caso Exp. 1*, uma vez que para estas, verificaram-se diferenças mais significativas nos perfis de velocidade.

Tabela 5.6: Quantificação do desfasamento do perfil de velocidades para o *Caso Exp. 1*

$(x/d)_{Exp}$	$(y/D)_{Exp}$	$\alpha$	$\beta$	$\delta$	$(x/d)_{SN}$	$(y/D)_{SN}$
2,5	0,89			3,83	1,91	1,33
6	1,40	1,92	2,85	2,23	3,73	1,30
7,5	1,52			7,17	4,51	2,45

Pela observação da tabela 5.6 confirma-se de modo quantitativo a análise qualitativa realizada anteriormente, evidenciado a diferença de comprimento da esteira, na direção longitudinal e na previsão do diâmetro da esteira.

Após quantificado o desfasamento do perfil de velocidades na direção longitudinal e transversal concretiza-se uma análise detalhada do termo que afeta diretamente a previsão da esteira, isto é, o termo  $\varphi_\varepsilon$ , introduzido na equação de transporte da dissipação de energia cinética turbulenta.

### 5.7.2 Estudo do Termo $\varphi_\varepsilon$

A implementação do termo  $\varphi_\varepsilon$ , proposto na investigação de Kasmi e Masson, não é consensual na literatura uma vez que é mencionado que o termo não possui significado físico, contudo é indiscutível a sua capacidade para obter resultados plausíveis.

Os autores Kasmi e Masson referem que a seleção da dimensão do volume de aplicação do termo  $\varphi_\varepsilon$  é um procedimento crítico, contudo não é feita referência ao modo como se procede à sua definição, afirmam apenas que o volume representa a região onde não há equilíbrio da turbulência (El Kasmi e Masson, 2008).

Iniciando o estudo do termo  $\varphi_\varepsilon$  pela análise do volume onde o termo é aplicado, deteta-se que na implementação da UDF que modela este termo extra, presente no apêndice D, figura D.7, não são consideradas as células, na direção longitudinal do domínio, onde é modelada a presença do rotor. Procedendo à inclusão destas células no volume, cria-se uma nova UDF que assume a forma da figura G.1, presente no apêndice G.

O impacto que a alteração da UDF produz no perfil de velocidade na linha central é expresso na figura 5.21. Nesta figura observa-se que na região imediatamente a jusante do rotor, nomeada por esteira próxima, há um incremento significativo do erro relativo

para o perfil em que o termo  $\varphi_\varepsilon$  foi incluído no volume do disco atuante (DA), contudo na zona de esteira distante, ou seja a partir de  $x/D=5$  é substancial a redução do erro relativo entre perfis, em aproximadamente 10%, situando-se o erro para o caso que incluí o termo no volume do DA num valor médio de 3,6%. Conclui-se que a alteração da UDF têm como efeito uma previsão mais viável do desenvolvimento da esteira distante na direção longitudinal, que é o pretendido para o estudo da interação de turbinas.

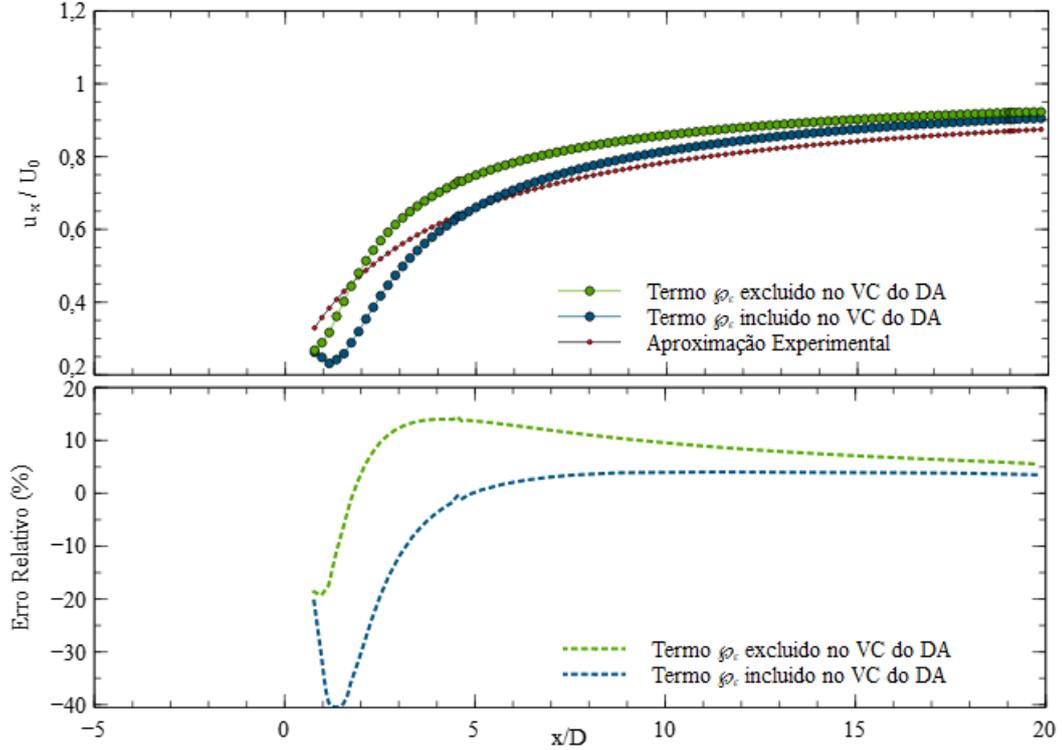


Figura 5.21: Perfis da velocidade na linha central após retificada a dimensão do volume para aplicação do termo  $\varphi_\varepsilon$

O estudo dimensional dos termos  $P_t$  e  $\varphi_\varepsilon$  é um bom ponto de partida para esclarecer o seus significados físicos, obtendo-se

- $P_t: \frac{K_g}{ms^3} = \frac{W}{m^3}$
- $\varphi_\varepsilon: \frac{K_g}{ms^4} = \frac{W}{m^3s}$

O termo  $P_t$  representa a taxa de produção de energia cinética turbulenta e esta taxa é determinada pelo escoamento das grandes escalas, uma vez que a quantidade de energia das grandes escalas é transferida para as pequenas, e por fim dissipada sob a forma de calor. A unidade do termo  $P_t$  é de potência por unidade de volume, pelo que respeita a seguinte proporcionalidade:

$$P_t \propto \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} \quad (5.20)$$

Por meio do termo  $P_t$ , a energia cinética turbulenta extrai energia do campo médio de velocidades, e o termo também engloba o tensor de deformações do campo médio,  $S_{ij}$ , que surge ao quadrado na sua expressão, equação 5.7.

Refere-se que a equação de transporte da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta,  $\varepsilon$ , é governada pelo movimento das grandes escalas,  $P_t$ , apesar de somente nas pequenas ocorrer a dissipação da energia. A transferência de energia entre as grandes e as pequenas escalas rege-se segundo o conceito de cascata da energia de Richardson-Kolmogorov.

O termo extra,  $\varphi_\varepsilon$ , segundo os investigadores que o propuseram, representa a taxa de energia transferida das grandes escalas turbulentas para as pequenas, e é controlado pela escala de tempo da taxa produção,  $P_t/\varepsilon$ , e pela escala de tempo da taxa de dissipação,  $k/\varepsilon$ .

A expressão do termo  $\varphi_\varepsilon$  é conhecida, porém não é explícita a forma como é determinada. No sentido de especificar de onde deriva a expressão desconstrói-se o termo  $\varphi_\varepsilon$  através da sua definição. A sua expressão engloba o termo de produção de  $\varepsilon$ , e é diretamente proporcional à escala de tempo da taxa de dissipação e inversamente proporcional à escala de tempo da taxa de produção, para a última escala a sua constante de proporcionalidade é o  $\rho$ , logo, o termo  $\varphi_\varepsilon$  deriva de:

$$\varphi_\varepsilon \propto \left(\frac{\varepsilon}{k} P_t\right) \left(\frac{k}{\varepsilon}\right) \left(\frac{P_t}{\rho k}\right) \quad (5.21)$$

Ou seja, o termo  $\varphi_\varepsilon$  representa uma taxa de produção de  $\varepsilon$  adicional, aplicada apenas num volume específico, no entanto o seu fator de ponderação em vez de ser o coeficiente  $C_{\varepsilon 1}$  é o resultado da multiplicação entre as escalas de tempo e o coeficiente  $C_{\varepsilon 4}$ .

Por sua vez o coeficiente  $C_{\varepsilon 4}$  deriva de acordo com a investigação promovida por Chen e Kim, 1987 da equação 5.22.

$$C_{\varepsilon 4} = \rho^2 C_3 \quad (5.22)$$

Com  $C_3 = 0,25$ , uma constante determinada experimentalmente.

Após a interpretação dos termos realiza-se o estudo para a definição da dimensão do volume onde é aplicado o termo  $\varphi_\varepsilon$ . Neste estudo analisam-se os resultados de simulações realizadas nas mesmas condições iniciais sendo dispares apenas na dimensão do volume de aplicação do termo  $\varphi_\varepsilon$ , as variações do volume englobam a dimensão a montante e a jusante do disco atuante de,  $0D-0D$ ,  $0,25D-0,25D$ ,  $0,8D-0,8D$ ,  $0-0,25D$ ,  $0,8D-0,25D$  e  $0,25D-0,8D$ . A assimetria das dimensões do volume permite concluir sobre a relevância da aplicação do termo na periferia do disco atuante.

O desenvolvimento deste estudo visa encontrar um indicador para a definição da dimensão do volume, de forma a descortinar a sua complexidade e evitar o processo iterativo na sua especificação.

Na figura 5.22, observa-se para o perfil de velocidades do caso de simulação em que o termo  $\varphi_\varepsilon$  não é incluído,  $0D - 0D$ , uma grande discrepância face aos dados experimentais, em que o erro relativo máximo é da ordem dos 65% na região da esteira próxima e

da ordem dos 10% na região da esteira distante, evidenciando a rápida recuperação da esteira. Com a introdução do termo  $\varphi_\varepsilon$  no volume proposto pelos autores,  $0,25D - 0,25D$ , obtém-se uma correção do perfil em ambas as regiões da esteira, verificando se um erro relativo máximo na região de esteira próxima de 20% e da ordem dos 3% na região distante, observa-se praticamente uma translação vertical do perfil de velocidades.

De forma a verificar a efeito da aplicação do termo  $\varphi_\varepsilon$  a montante e a jusante do disco atuante, compara-se os perfis de velocidade dos casos anteriores com o caso em que apenas se assume a introdução do termo  $\varphi_\varepsilon$  só no volume a jusante,  $0D - 0,25D$ . Esta comparação surge na sequência da interpretação da definição do termo, pela qual se supõe que a região de elevada turbulência ocorra a jusante do disco, de facto pela figura 5.22 verifica-se uma correção do perfil somente na região de esteira próxima, no entanto é mínima quando comparado o perfil com o do caso que não engloba este termo adicional. Para o caso em que o volume é de dimensão  $0,25D - 0,25D$ , a correção do perfil é substancial, como já foi observado, o que indica que para a uma previsão viável da esteira de o maior contributo para a correção do perfil de velocidades provém da introdução do termo  $\varphi_\varepsilon$  no volume a montante, e não a jusante como inicialmente esperado.

A indicação anterior é comprovada pela simulação realizada para o caso em que se introduz o termo apenas no volume a montante,  $0,25D - 0D$ , uma vez que se verifica um erro relativo entre os perfis de velocidades na região de esteira próxima da ordem dos 15,7-20%, sendo este erro menor que o verificado para o caso de  $0,25D - 0,25D$ , e é da ordem dos 4-10% na região distante, tendendo para zero já na fronteira do domínio. Com esta simulação observa-se ainda que o perfil de velocidades adquire uma forma diferente.

Progredindo na observação do gráfico agora na perspectiva em que o volume possui uma maior dimensão a jusante face ao proposto pelos autores,  $0,8D - 0,25D$ , verifica-se uma correção do perfil de velocidades favorável na região da esteira distante e desfavorável na região da esteira próxima, respetivamente o erro relativo máximo diminui para 3% e aumenta, em módulo, para 45%, face aos 10% e aos 20% do caso  $0,25D - 0,25D$ .

Para colmatar a contribuição do termo no volume a montante, para a simulação  $0,8D - 0,8D$ , constata-se que a diferença entre o perfil de velocidades para este volume face ao perfil obtido no caso  $0,8D - 0,25D$  é insignificante na região da esteira distante, e na região de esteira próxima ocorre uma alteração na ordem dos 5%. Esta ligeira alteração na zona da esteira próxima é fruto da contribuição verificada no caso  $0D - 0,25D$ .

Para o caso  $0,8D - 0D$  verifica-se uma boa correção do perfil de velocidades, reforçando a supremacia da aplicação do termo  $\varphi_\varepsilon$  a montante do rotor, uma vez que o perfil de velocidades é o mais semelhante ao perfil experimental, possuindo um erro relativo na região de esteira próxima e distante da ordem dos 4%, com o incremento da distância a jusante do rotor o erro tende para 1%.

Na sequência do estudo representa-se o termo  $\varphi_\varepsilon$  ao longo da linha central do disco atuante, figura 5.24, assim como o termo  $P_t$ , figura 5.23. Encontra-se ainda no apêndice G os gráfico referente ao termo  $k$  e  $\varepsilon$ , dado que estes dois termos também constituem o termo  $\varphi_\varepsilon$ .

5.7. ANÁLISE PARA AJUSTE DO MODELO DA ESTEIRA

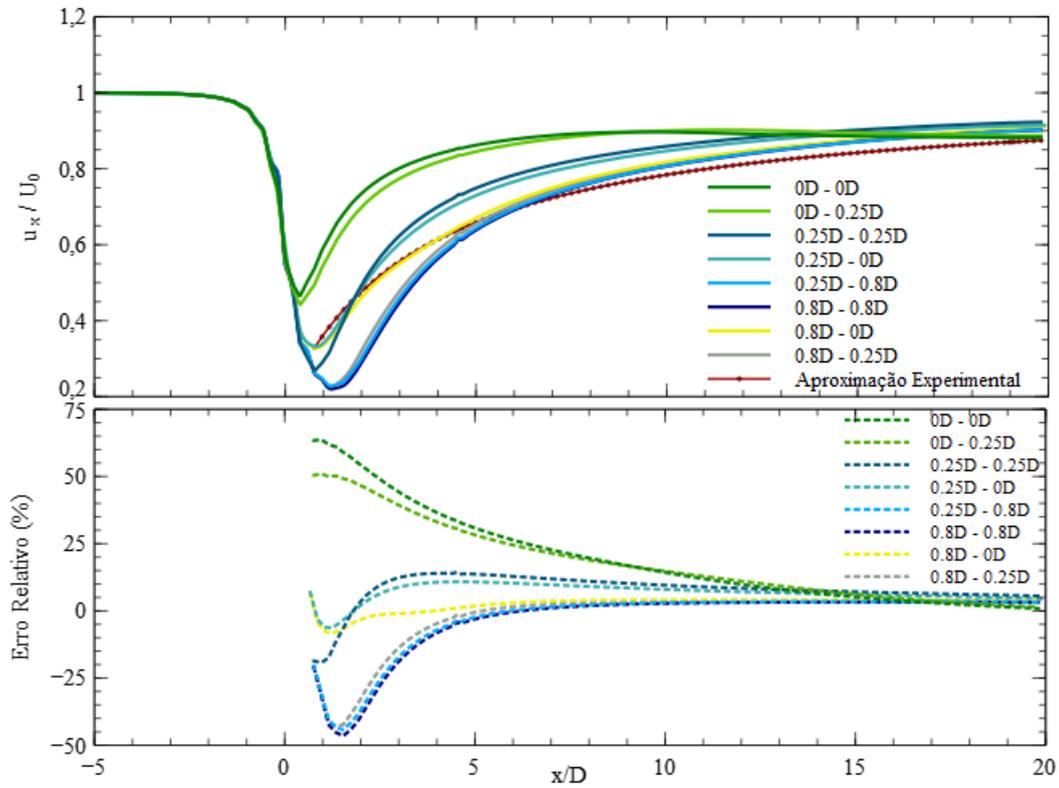


Figura 5.22: Perfis da velocidade na linha central para diferentes dimensões do volume para aplicação do termo  $\varphi_\varepsilon$

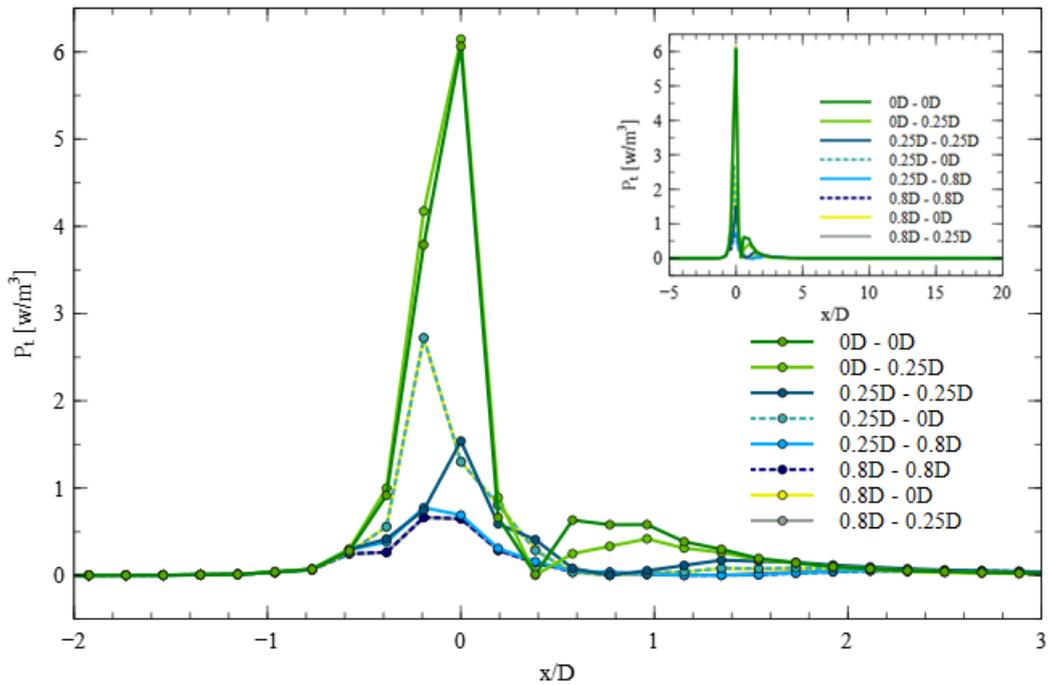


Figura 5.23: Perfis do termo  $P_t$  na linha central para diferentes dimensões do volume para aplicação do termo  $\varphi_\varepsilon$

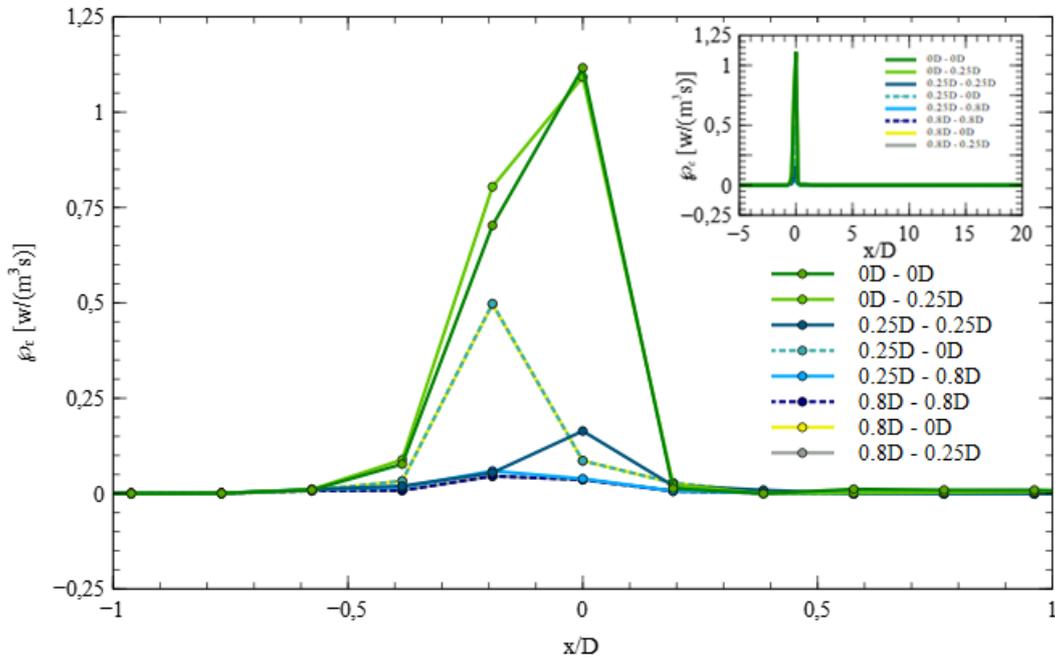


Figura 5.24: Perfis do termo  $\varphi_\varepsilon$  na linha central para diferentes dimensões do volume para aplicação do respectivo termo

De modo a aprofundar a influência do termo  $\varphi_\varepsilon$  na esfera tridimensional analisa-se qual das componentes do termo  $P_t$  apresenta uma maior contribuição na deformação dos elementos do fluido, visto que o termo  $\varphi_\varepsilon$  depende ao quadrado do termo  $P_t$ , que por sua vez depende do tensor das deformações do campo médio de velocidades, que se encontra na expressão também elevado ao quadrado. As componente do termo  $\varphi_\varepsilon$  encontram-se de forma detalhada na equação D.2 do apêndice D.4, e como o termo está correlacionado com a deformação dos elementos terá influência no comprimento e no diâmetro da esteira.

Para esta análise definiram-se treze volumes de controlo sucessivamente adicionados até perfazer a totalidade do volume do domínio numérico, para cada volume foram calculadas todas as componentes do termo  $S_{ij}S_{ij}$ . Como o termo possui nove componente procede-se à comparação dos resultados entre os pares de casos em que a variação de volume de aplicação do termo  $\varphi_\varepsilon$  é relevante.

Pela figura 5.26, verifica-se que as componentes do termo  $P_t$  com maior contributo são as  $\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\frac{\partial u}{\partial y}$  e  $\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)\frac{\partial u}{\partial z}$ . Com a implementação do termo  $\varphi_\varepsilon$ , num volume com o comprimento de 0.25D a montante e jusante do disco atuante, as componentes dominantes possuem uma discrepância face às restantes componentes da ordem dos  $2 \times 10^4$ , já no caso em que o termo  $\varphi_\varepsilon$  não é implementado o valor das componentes dominantes é da ordem dos 5000. O efeito da introdução do termo  $\varphi_\varepsilon$  é visível pelo aumento do termo total  $S_{ij}S_{ij}$  presente na figura 5.28.

A predominância das duas componentes leva a que se estabeleça a seguinte aproximação, para os casos que implementam o termo  $\varphi_\varepsilon$ :

$$S_{ij}S_{ij} \simeq \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \frac{\partial u}{\partial y} + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \frac{\partial u}{\partial z} \quad (5.23)$$

Na cinemática dos fluidos os fatores entre parêntesis da equação 5.23 representam a distorção dos elementos resultantes de dois movimentos, respetivamente no plano  $xy$  e no plano  $xz$ . Após manipulação, os fatores mencionados correspondem às tensões de corte associadas à deformação dos elementos nos planos que definem num domínio tri-dimensional a dimensão da esteira quer em termos de comprimento, quer em termos de largura.

A equação de transporte da dissipação da energia cinética turbulenta, de acordo com o conhecimento teórico, inclui os termos referentes à taxa de deformação das flutuações das componentes da velocidade, designada por  $s_{ij}$ , enquanto que a equação de transporte da energia cinética turbulenta contempla as taxas de deformação do escoamento médio, expressas no termo  $S_{ij}$ , pelo que ao incluir o termo  $\varphi_\varepsilon$  na equação  $\varepsilon$ , se esta a incluir o efeito das taxas de deformação médias apesar de numa proporção diferente. Esta inclusão provoca um incremento na contribuição das tensões e indiretamente uma maior taxa de dissipação, pelo que se atingem velocidades menores no perfil de velocidade a jusante do rotor, e conseqüentemente o comprimento da esteira aumenta, uma vez que os termos com maior contributo são os referentes aos planos  $xy$  e  $xz$ . A diferença no comprimentos da esteira, nos plano  $xz$  e  $xy$ , é visível na figura 5.25.

Pela figura 5.27 observa-se que o valor das componentes com maior contribuição para o termo  $P_t$  aumenta para o caso em que o termo  $\varphi_\varepsilon$  é implementado num volume a montante e a jusante do rotor de  $0,8D-0,8D$  em relação ao caso que possui a dimensão de  $0,25D-0,25D$ . O incremento das componentes provém das deformações médias que são incluídas num volume de maior dimensão, que conduzem a uma maior taxa de dissipação na região imediatamente a jusante do rotor e conseqüentemente permite uma previsão do perfil de velocidades na região de esteira distante mais próxima do perfil obtido experimentalmente. Verifica-se pela figura 5.28 que o termo  $S_{ij}S_{ij}$  adquire uma maior valor para o caso do volume de dimensão  $0,8D-0,8D$ .

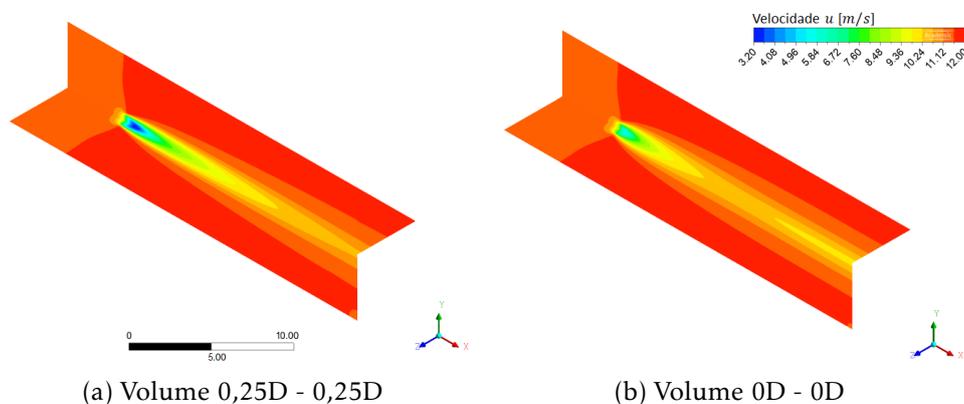


Figura 5.25: Isolinhas da magnitude da velocidade nos planos  $xy$  e  $xz$  do domínio numérico para a cota  $z=0$  e  $y=0$ , respetivamente

Para os casos em que se considera a componente da rotação da esteira verifica-se, figura 5.30, um ligeiro aumento das componentes do termo  $S_{ij}S_{ij}$  ao longo de todo o domínio comparativamente ao caso em que não considera o efeito da rotação, menciona-se que em ambos os casos o termo  $\varphi_\varepsilon$  é implementado. A figura G.5, apêndice G, ilustra que o efeito da inclusão da velocidade tangencial ocorre essencialmente ao nível das componentes dependentes da velocidade  $v$  e  $w$ , direções nas quais é decomposta a velocidade tangencial imposta.

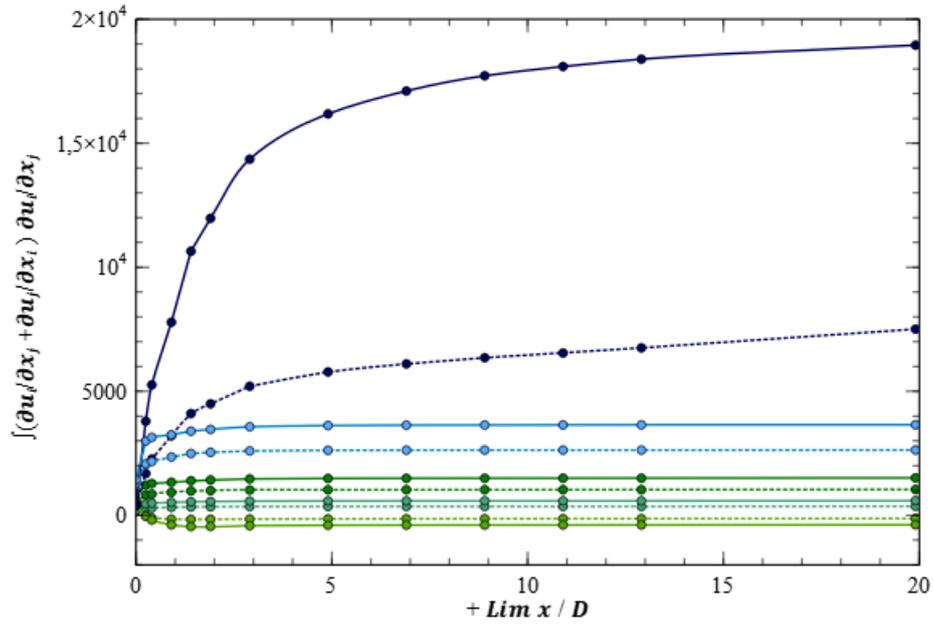
Averigua-se pela figura 5.31 o efeito de se considerar o rotação do rotor num caso em que o termo  $\varphi_\varepsilon$  não é implementado. Constata-se que para este caso existe uma sobreposição do termo  $S_{ij}S_{ij}$  até à distância a jusante do rotor de  $x/D=5$ , sofrendo o termo a partir desta distância um incremento. Este incremento, resulta da alteração considerável, na região de esteira distante, das componentes  $\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\frac{\partial u}{\partial y}$  e  $\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)\frac{\partial u}{\partial z}$ , consideradas as que detêm maior contribuição para o termo  $S_{ij}S_{ij}$  e conseqüentemente para o termo  $P_t$ . Nas restantes componentes as alterações verificam-se em toda a distância a jusante do disco atuante, mas a diferença é reduzida quando comparadas com as componentes do caso que não considera a  $v_t$ , figura G.6, apêndice G.

Por fim analisa-se para os casos designado por  $0,25D - 0D$  e  $0,80D - 0D$  o termo  $P_t$ , uma vez que se verificou para o caso em que o termo é implementado apenas num volume a montante uma maior concordância entre o perfil de velocidade numérico e experimental.

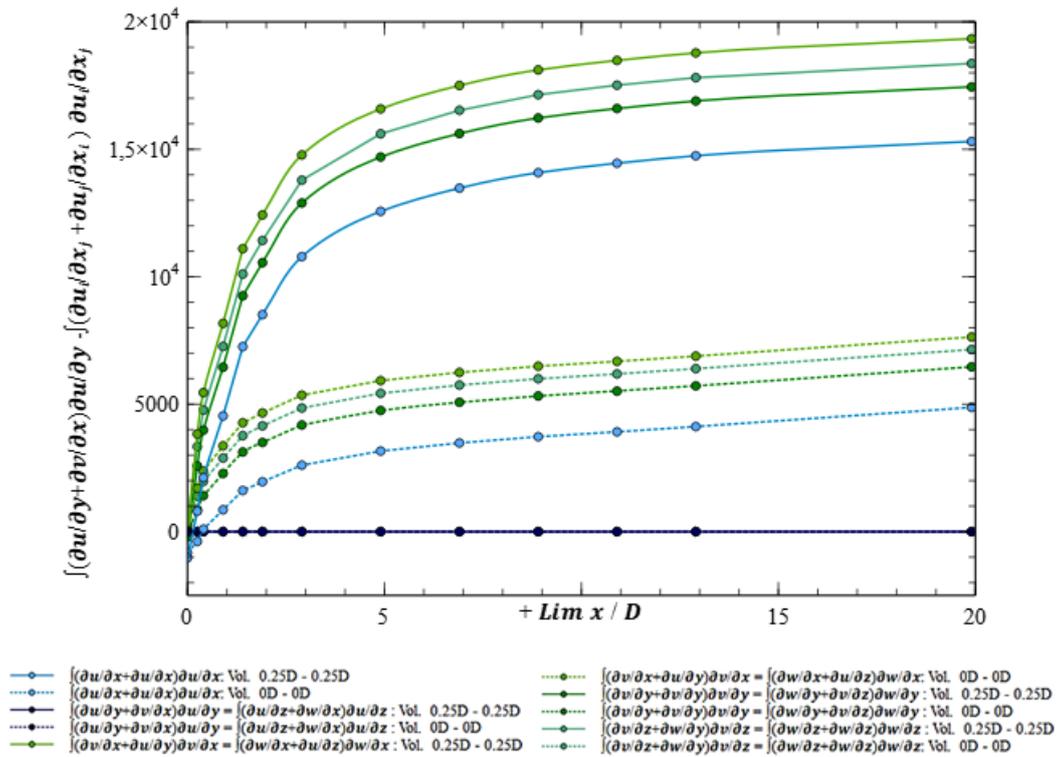
Observa-se pela figura 5.32, para o caso que implementa o termo  $\varphi_\varepsilon$  no volume de  $0,25D - 0D$ , um incremento nas duas componentes do termo  $S_{ij}S_{ij}$  com maior contributo, porém verifica-se que ao contrário do que ocorreu para os outros casos, as restantes componentes que apresentam menor contributo não sofrem um incremento mas sim um decréscimo. O que conduza a que as componentes  $\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\frac{\partial u}{\partial y}$  e  $\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)\frac{\partial u}{\partial z}$  sejam ainda mais predominantes.

A predominância das componentes referidas reflete-se numa recuperação da esteira menos célere e mais coincidente com a obtida por via experimental, porém face ao caso em que o volume a montante possui a dimensão  $0,8D$ , os resultados para o volume  $0,25D-0D$  são mais dispares do que os obtidos por meio da aplicação do termo  $\varphi_\varepsilon$  ao volume maior. Pela figura 5.33, para os dados obtidos para o volume  $0,8D - 0D$ , é visível um incremento substancial nas componentes de mais contributo face aos resultados para o volume de  $0,25D - 0D$ , e um défice reduzido em relação às restantes componentes. Confirmando assim a supremacia dos dois termos associados à componente da velocidade na direção axial, derivada em ordem à direção  $y$  e  $z$ .

Para ambos os casos encontra-se no apêndice G, figura G.7 e figura G.8, as componentes do termo  $S_{ij}S_{ij}$  de forma discriminadas.

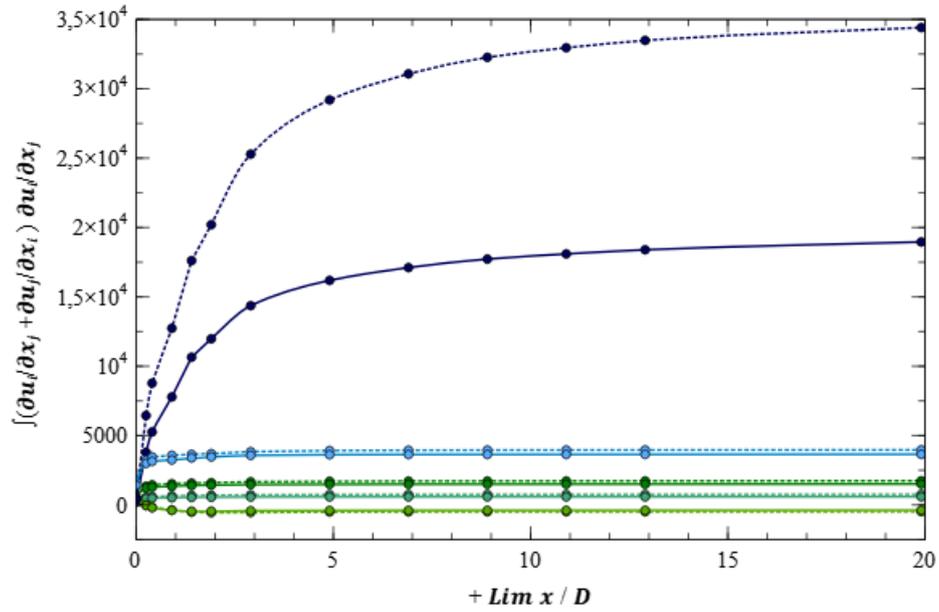


(a) Perfis das componentes do termo  $S_{ij}S_{ij}$

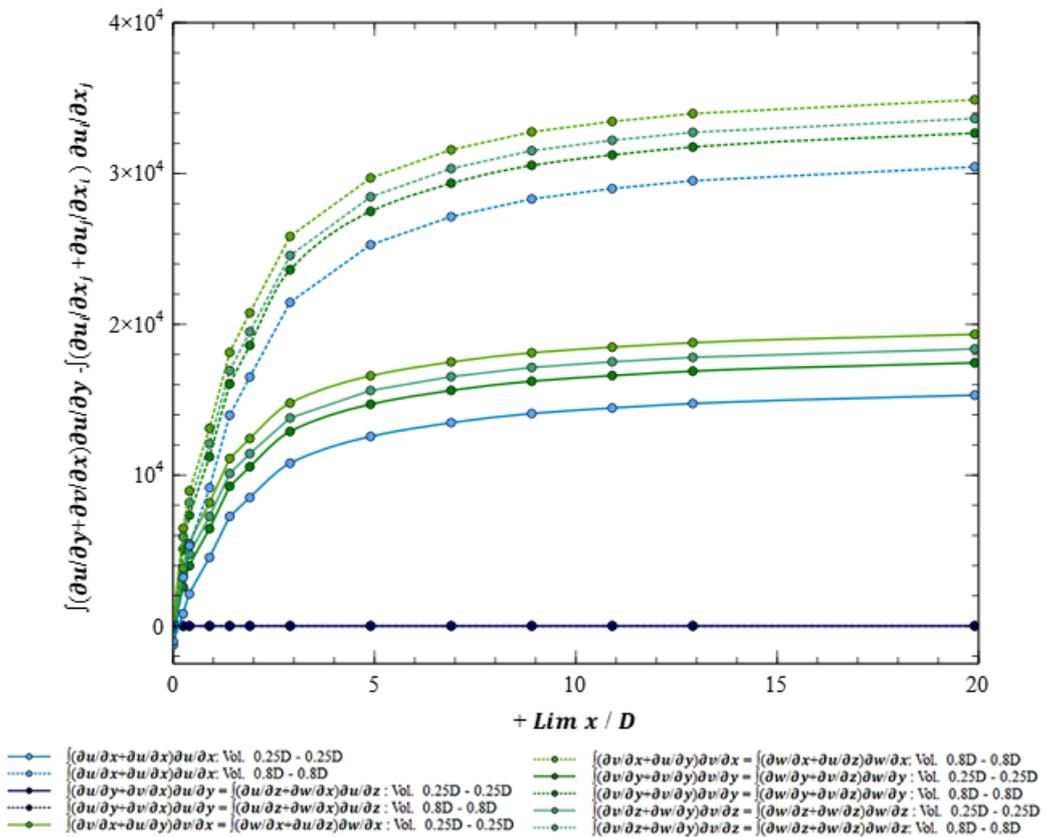


(b) Diferença entre a componente  $\int \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \frac{\partial u}{\partial y}$  e as restantes componentes

Figura 5.26: Componentes e diferença entre componentes do termo  $S_{ij}S_{ij}$ , ao longo da direção longitudinal para a cota central do disco atuante - Casos de volume  $0D - 0D$  e  $0,25D - 0,25D$



(a) Perfis das componentes do termo  $S_{ij}S_{ij}$



(b) Diferença entre a componente  $\int \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \frac{\partial u}{\partial y}$  e as restantes componentes

Figura 5.27: Componentes e diferença entre componentes do termo  $S_{ij}S_{ij}$ , ao longo da direção longitudinal para a cota central do disco atuante - Casos de volume  $0,25D - 0,25D$  e  $0,8D - 0,8D$

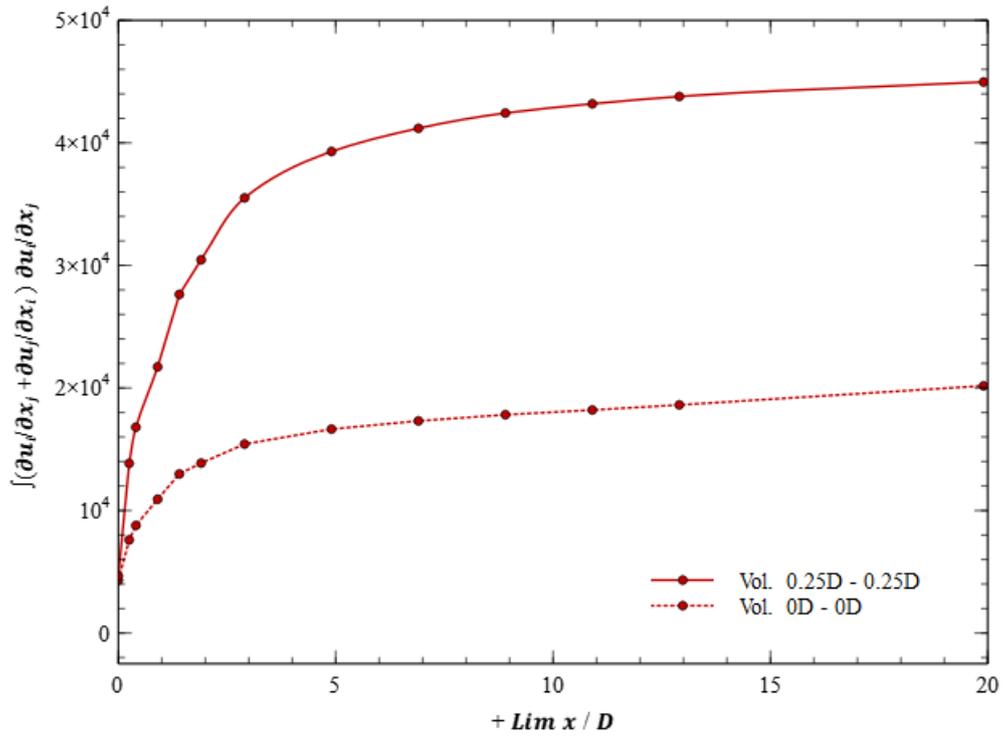


Figura 5.28: Perfis do termo  $S_{ij}S_{ij}$  para o casos de volume  $0D - 0D$  e  $0,25D - 0,25D$

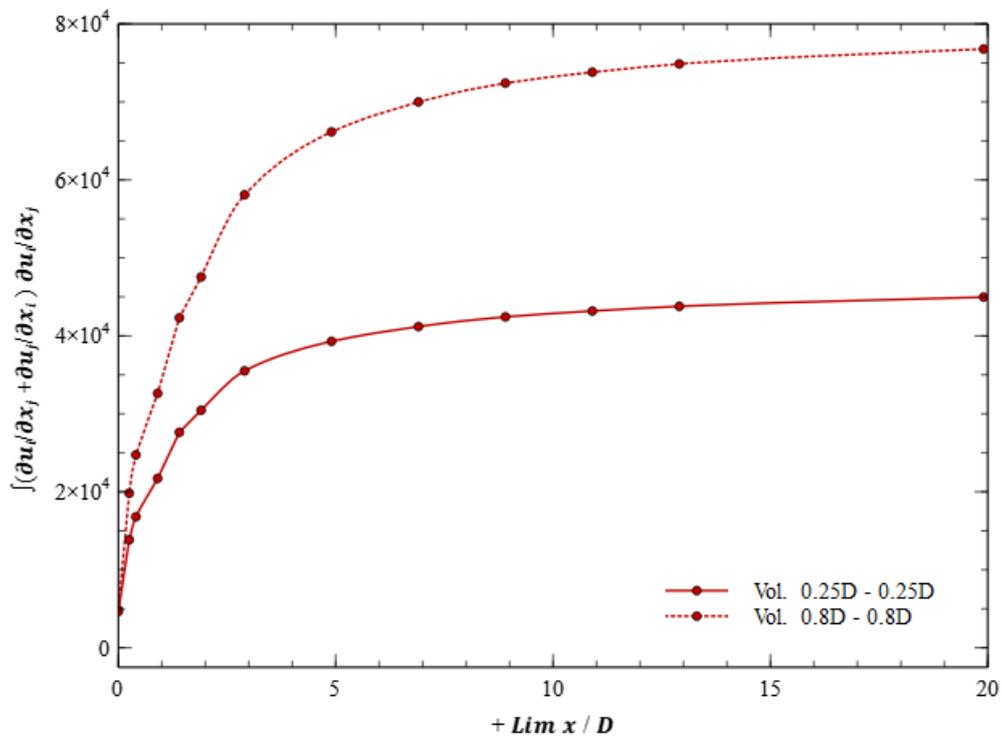
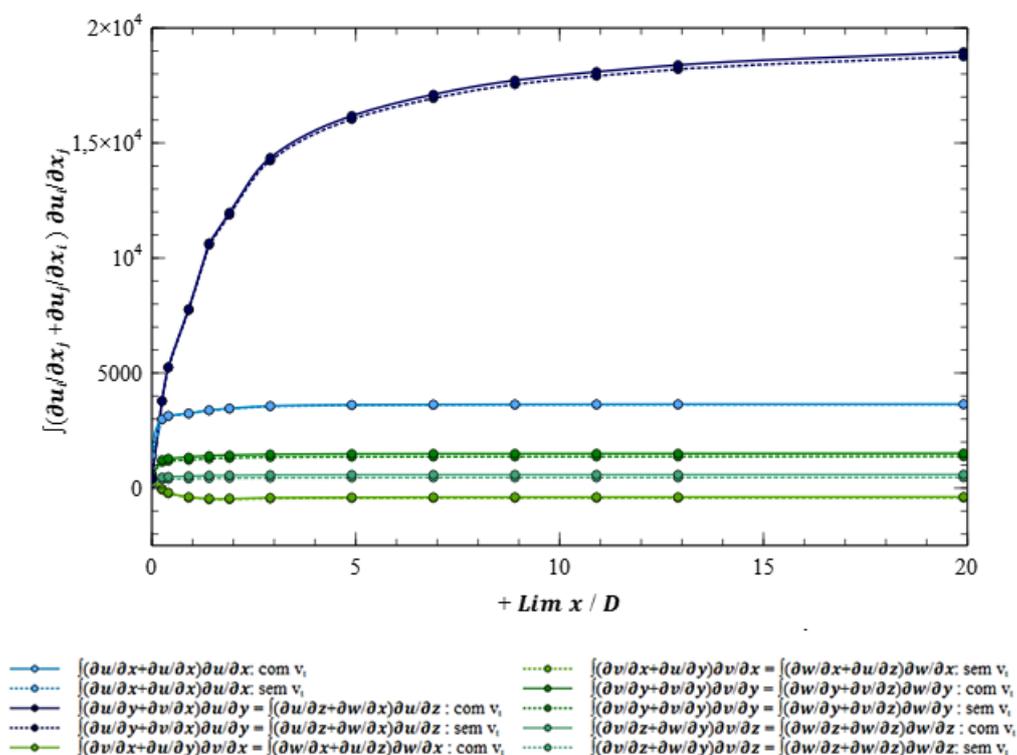
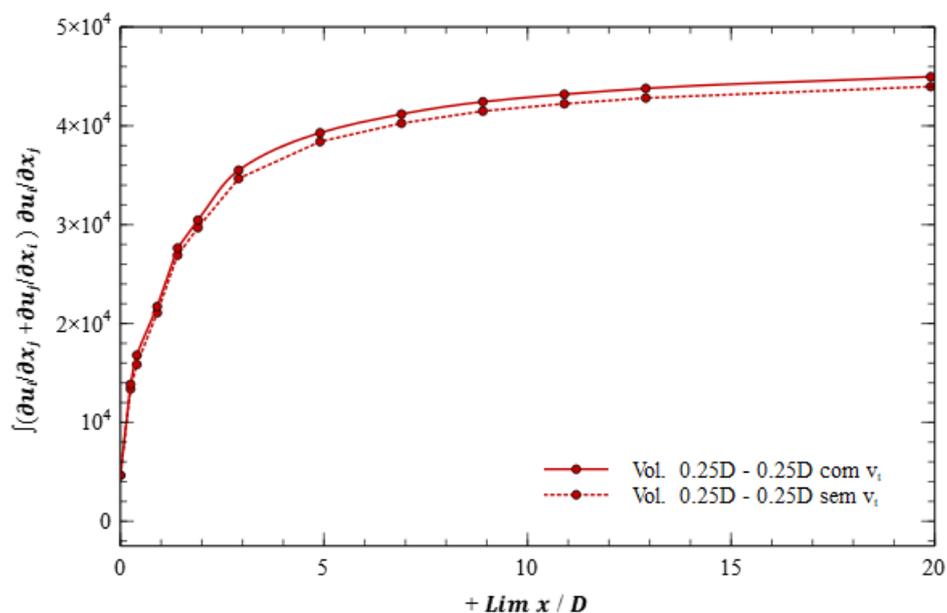


Figura 5.29: Perfis do termo  $S_{ij}S_{ij}$  para o casos de volume  $0,25D - 0,25D$  e  $0,8D - 0,8D$

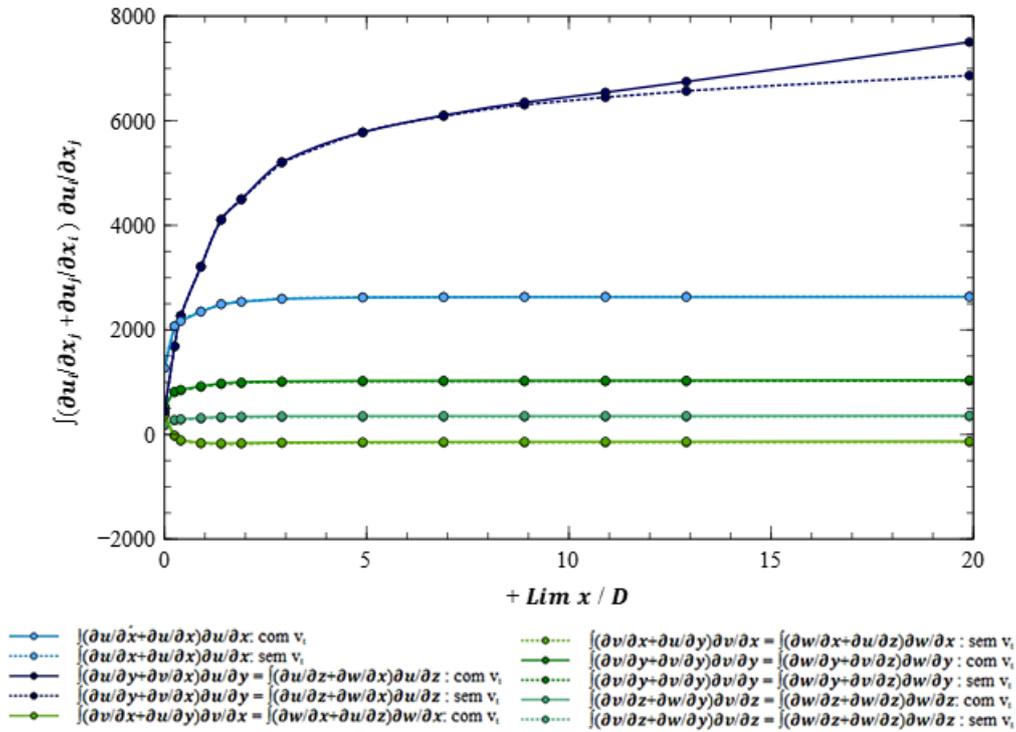


(a) Perfis das componentes do termo

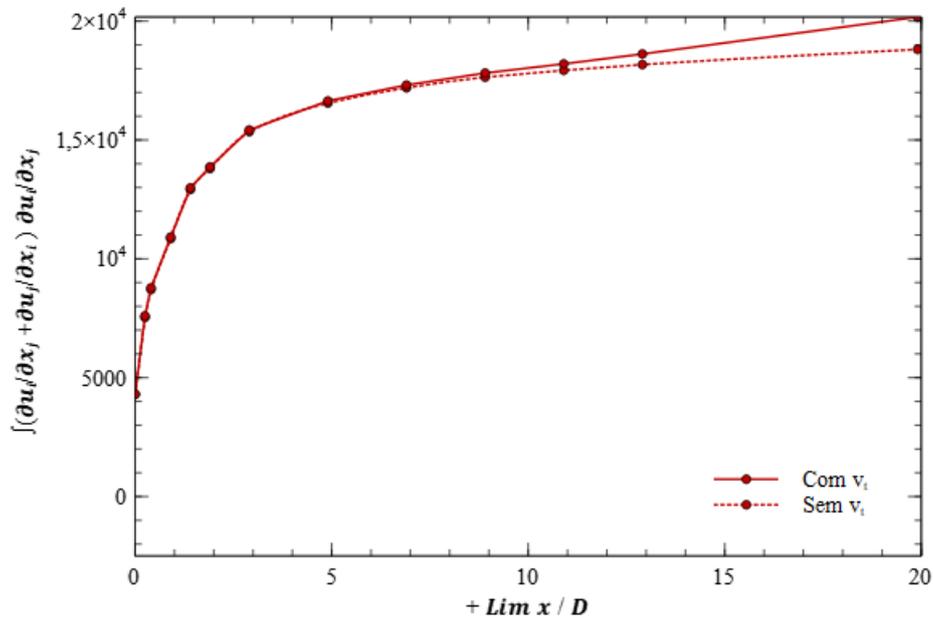


(b) Perfil do termo total

Figura 5.30: Termos  $S_{ij} S_{ij}$  dos casos de volume  $0,25D - 0,25D$  que implementam o termo  $\varphi_\varepsilon$  e em que varia a implementação da componente da velocidade tangencial,  $v_t$

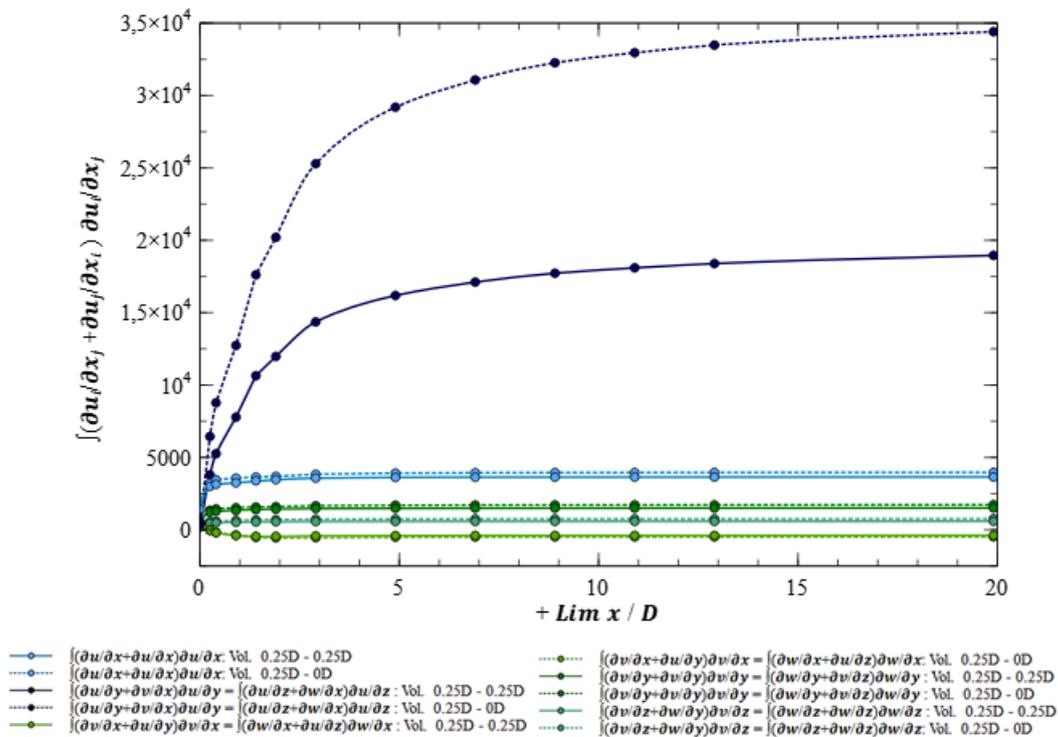


(a) Perfis das componentes do termo

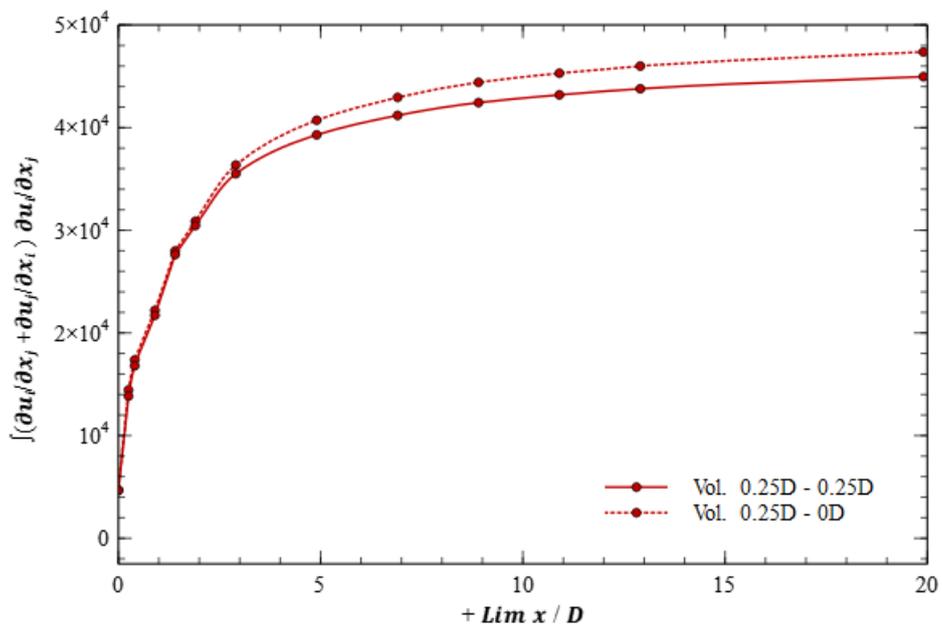


(b) Perfil do termo total

Figura 5.31: Termos  $S_{ij}S_{jj}$  dos casos em que não se implementa o termo  $\varphi_\epsilon$  e em que varia a implementação da componente da velocidade tangencial,  $v_t$

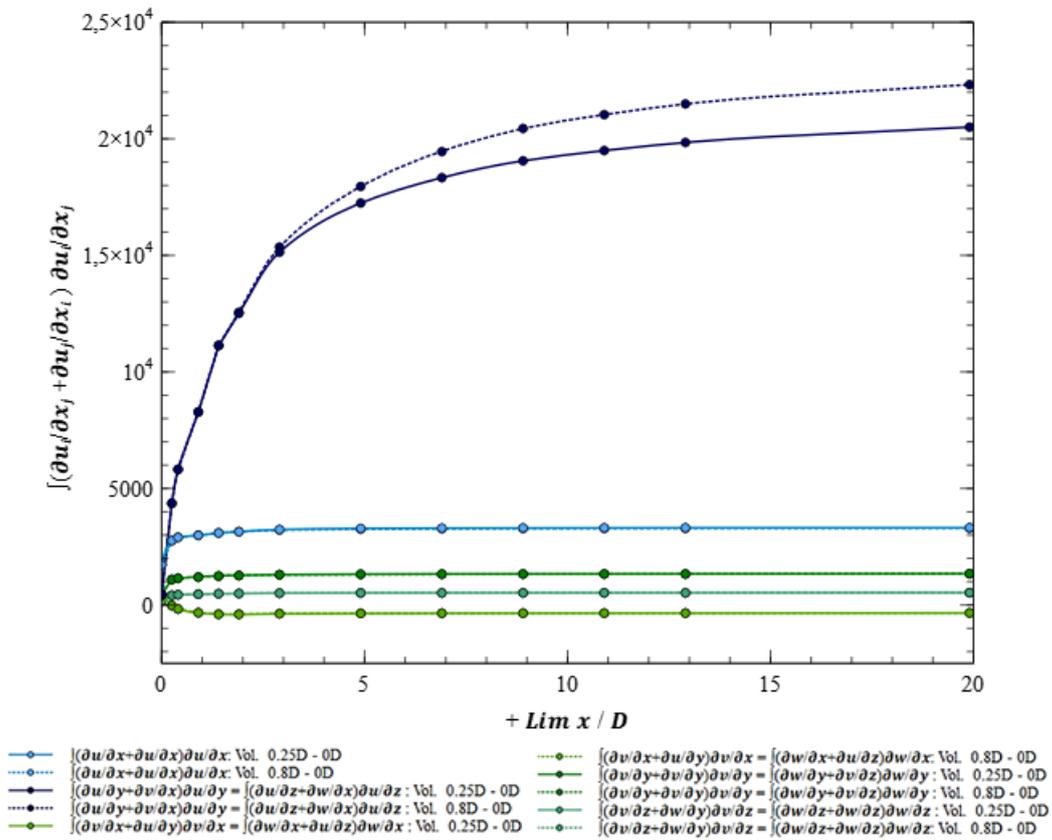


(a) Perfil das componentes

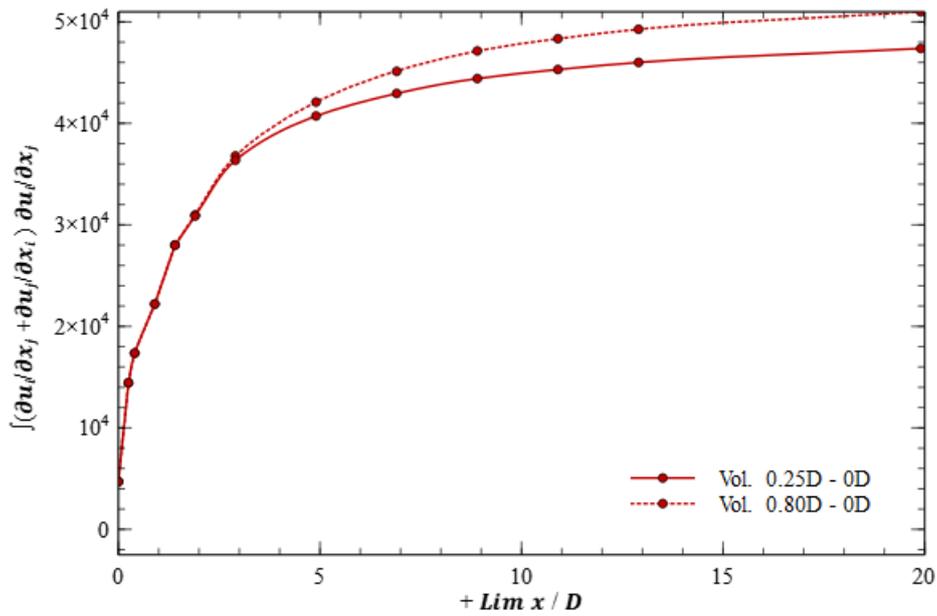


(b) Comparação do perfil

Figura 5.32: Termos  $S_{ij}S_{ij}$  para os casos de volume 0,25D - 0,25D e 0,25D - 0D



(a) Perfil das componentes



(b) Comparação do perfil

Figura 5.33: Termos  $S_{ij}S_{ij}$  para os casos de volume 0,25D - 0D e 0,80D - 0D

### 5.7.2.1 Revalidação do Modelo Numérico da Esteira

Para as condições do *Caso Exp. 1* verificou-se a correção do perfil de velocidade na linha central para o caso em que é implementado o termo  $\varphi_\varepsilon$  somente num volume a montante do rotor. Analisa-se seguidamente o impacto no perfil de velocidades na direção transversal,  $y$ , devido à contemplação do termo  $\varphi_\varepsilon$  num volume só a montante do disco atuante, pretende-se a averiguar o potencial deste caso na previsão do diâmetro da esteira, e não apenas na previsão do seu comprimento.

Assim para as condições do *Caso Exp. 1* obtém-se os perfis de velocidades para as secções a jusante do rotor que distam  $x/D$ , 2,5, 6 e 7,5, presentes na figura 5.34. Pela sua observação constata-se que existe uma semelhança na previsão do perfil de velocidade para a cota  $y/D$  igual a 0 em relação aos dados experimentais, assim como uma correção na previsão do diâmetro da esteira, sendo que para estas condições de simulação é evidente a correção da previsão do diâmetro da esteira para as distâncias de 2,5 e 6, verificado um erro relativo inferior a 2% para a distância a jusante do rotor de 7,5D. A previsão do diâmetro da esteira e do perfil de velocidades na linha central encontra-se na figura 5.35.

Para consolidar a implementação do termo extra, apenas no volume a montante, executam-se as simulações numéricas para as condições do *Caso Exp. 2* e do *Caso Exp. 3*, uma vez que anteriormente se constatou que os resultados numéricos eram dependentes das condições iniciais de simulações.

Para as condições do *Caso Exp. 2* tinham sido verificadas concordâncias plausíveis para o caso do volume de implementação do termo  $\varphi_\varepsilon$  ser o do volume designado por  $0,25D - 0,25D$ , principalmente ao nível da previsão do diâmetro da esteira. Contudo para o caso de implementação do termo no volume designado por  $0,8D - 0D$ , na distância a jusante do rotor de  $x/D=2,5$ , observa-se uma maior similaridade na dimensão do diâmetro da esteira dado se verificar um menor erro relativo, porém têm associado um défice da velocidade na linha central mais discrepante face ao experimental e ao do caso designado por  $0,25D - 0,25D$ , figura 5.36a, o que já não se verifica para a distância de 7,5, figura 5.36b. As diferenças ao nível do perfil de velocidades e ao nível do diâmetro da esteira encontram-se esboçadas na figura 5.37, verificando-se uma maior precisão na descrição do diâmetro da esteira.

Já nas condições do *Caso Exp. 3* ocorre um afastamento dos dados numéricos face aos experimentais na linha central para a aplicação do termo  $\varphi_\varepsilon$  no volume de  $0,8D - 0D$ . Comparado os resultados face ao caso em que o volume de aplicação é o designado por  $0,25D - 0,25D$  é evidente para os perfis de velocidade à distancia de  $2D$  e  $7,5D$  uma correção da dimensão do diâmetro da esteira, figura 5.38. Observando-se um erro inferior a 1% para o perfil incluso na região de esteira próxima, figura 5.39a. Esta disparidade entre um impacto positivo na previsão do diâmetro da esteira e um impacto negativo na previsão do comprimento da esteira encontra-se expresso na figura 5.39.

Sumariamente, conclui-se que para os casos em que as condições são próximas das ideias, ou seja, a velocidade é menor, a inclusão do termo  $\varphi_\varepsilon$  no volume a montante e a

justante produz resultados com maior precisão na região da esteira próxima.

Já para as condições de simulação em que a velocidade é mais elevada, a aplicação do termo extra apenas num volume a montante produz uma correção com precisão do perfil de velocidades na da linha central para a região de esteira próxima e um melhor desempenho que as restantes configurações de volumes na região de esteira distante. E possibilita também uma melhor previsão do diâmetro da esteira.

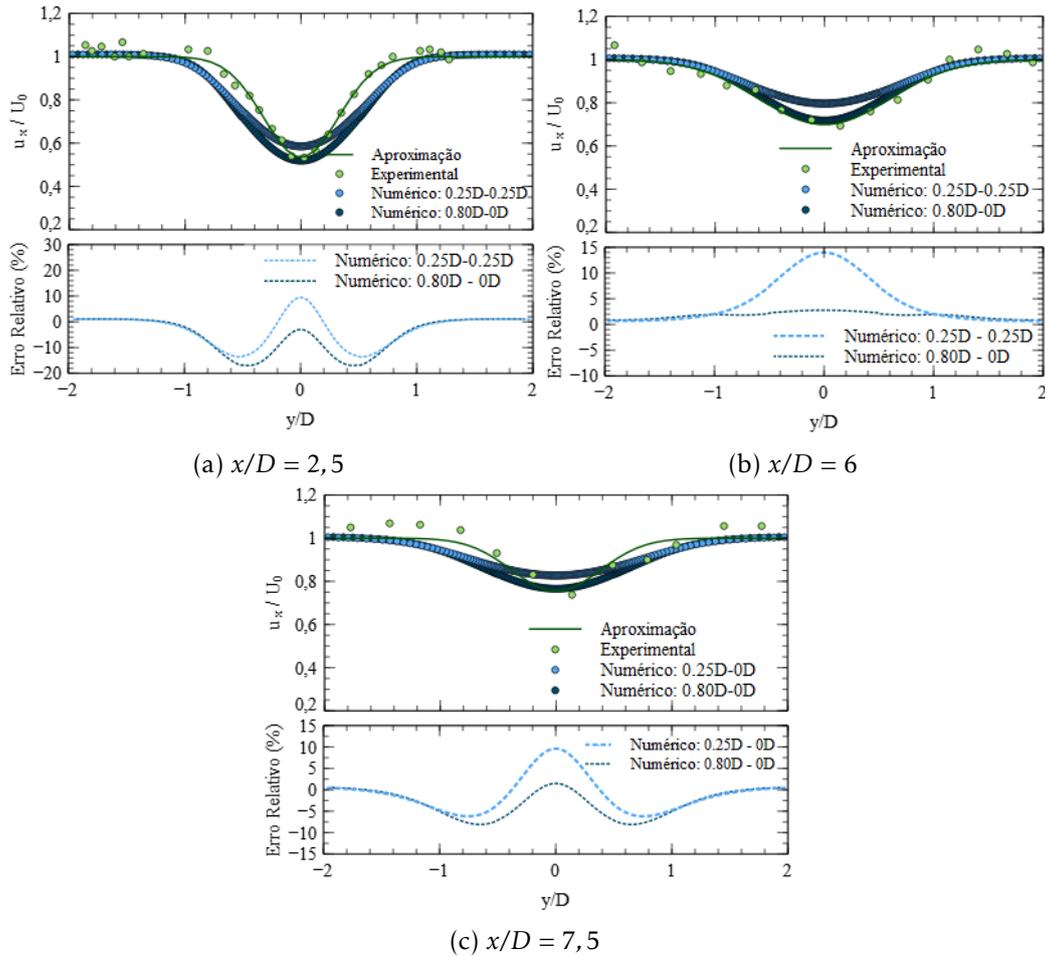


Figura 5.34: Perfis da velocidade axial, na direção  $y$ , para as diferentes distâncias a jusante do rotor, após a correção da dimensão do volume de aplicação de termo  $\varphi_\epsilon$  - *Caso Exp. 1*

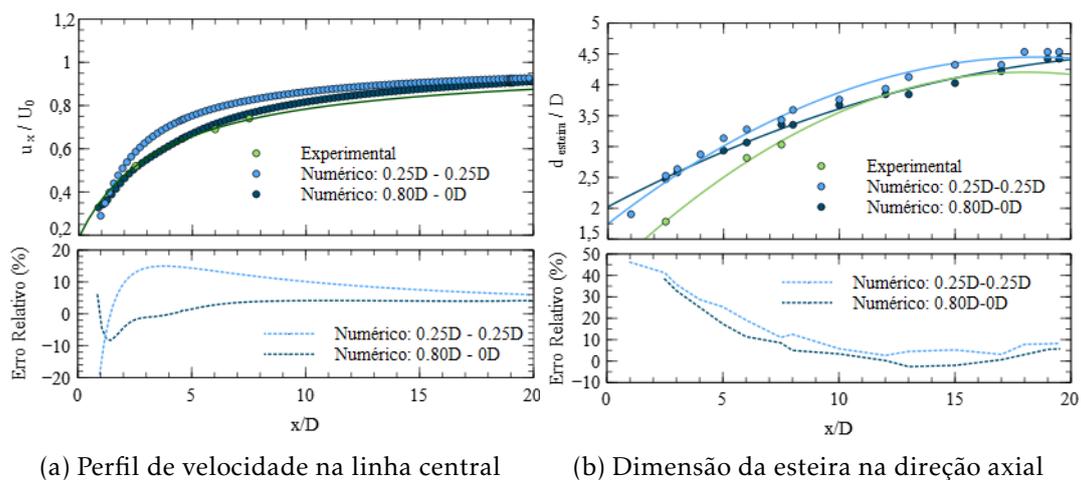


Figura 5.35: Perfis da velocidade e dimensão da esteira na direção axial, após a correção da dimensão do volume de aplicação de termo  $\varphi_\varepsilon$  - *Caso Exp. 1*

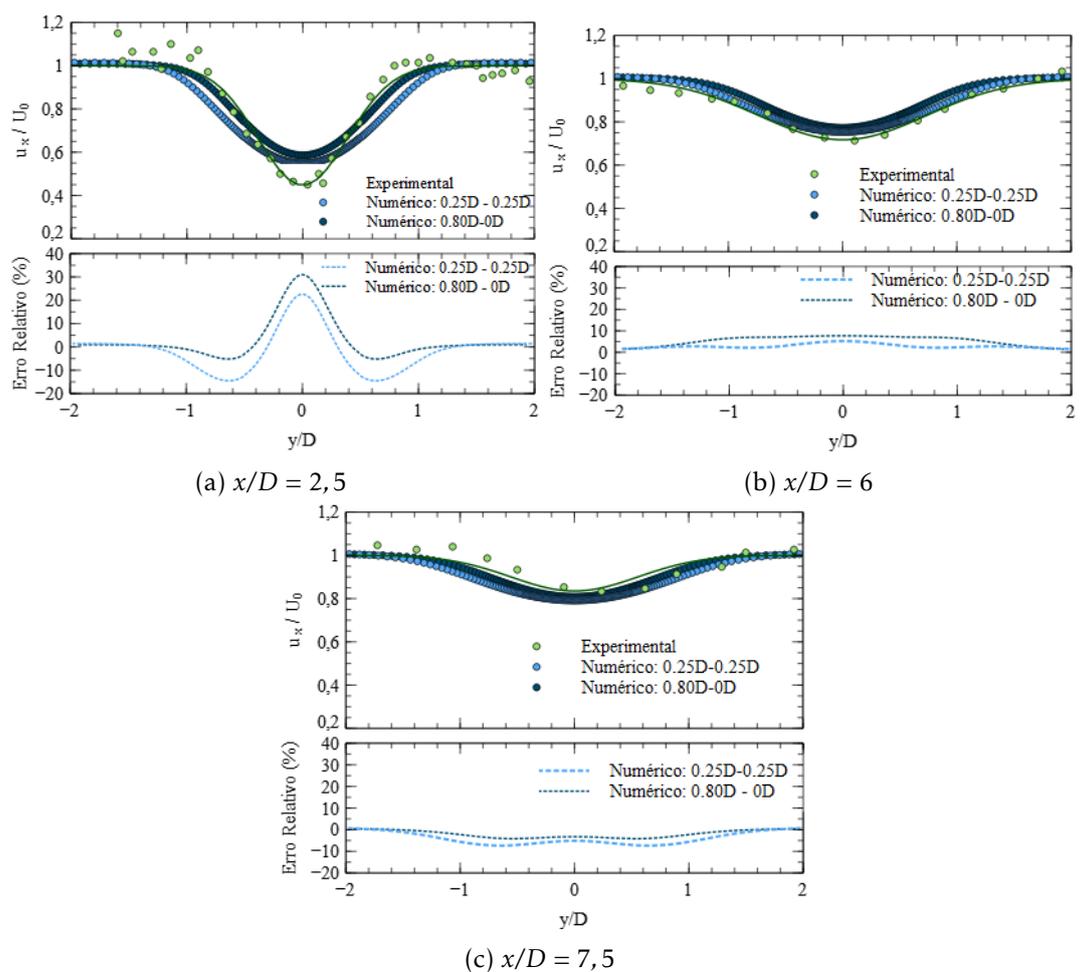


Figura 5.36: Perfis da velocidade axial, na direção  $y$ , para as diferentes distâncias a jusante do rotor, após a correção da dimensão do volume de aplicação de termo  $\varphi_\varepsilon$  - *Caso Exp. 2*

5.7. ANÁLISE PARA AJUSTE DO MODELO DA ESTEIRA

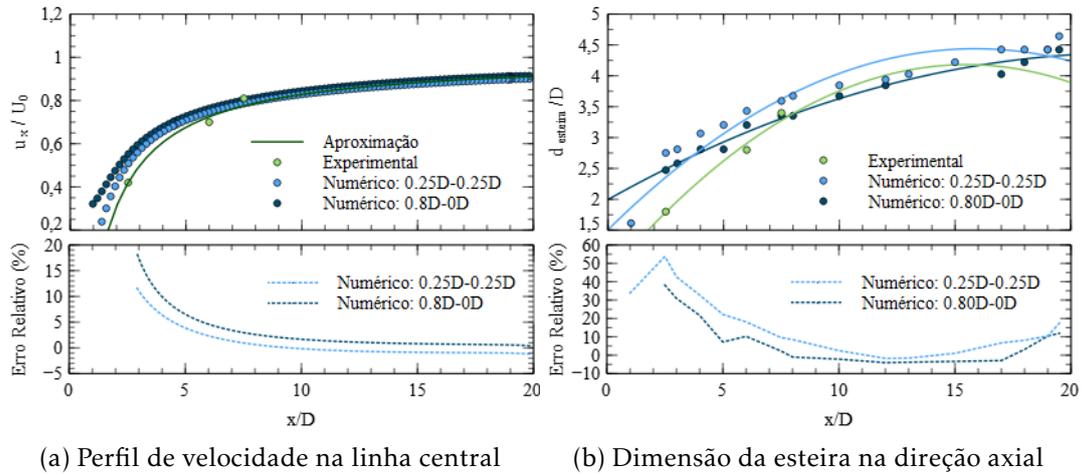


Figura 5.37: Perfis da velocidade e dimensão da esteira na direção axial, após a correção da dimensão do volume de aplicação de termo  $\varphi_\varepsilon$  - *Caso Exp. 2*

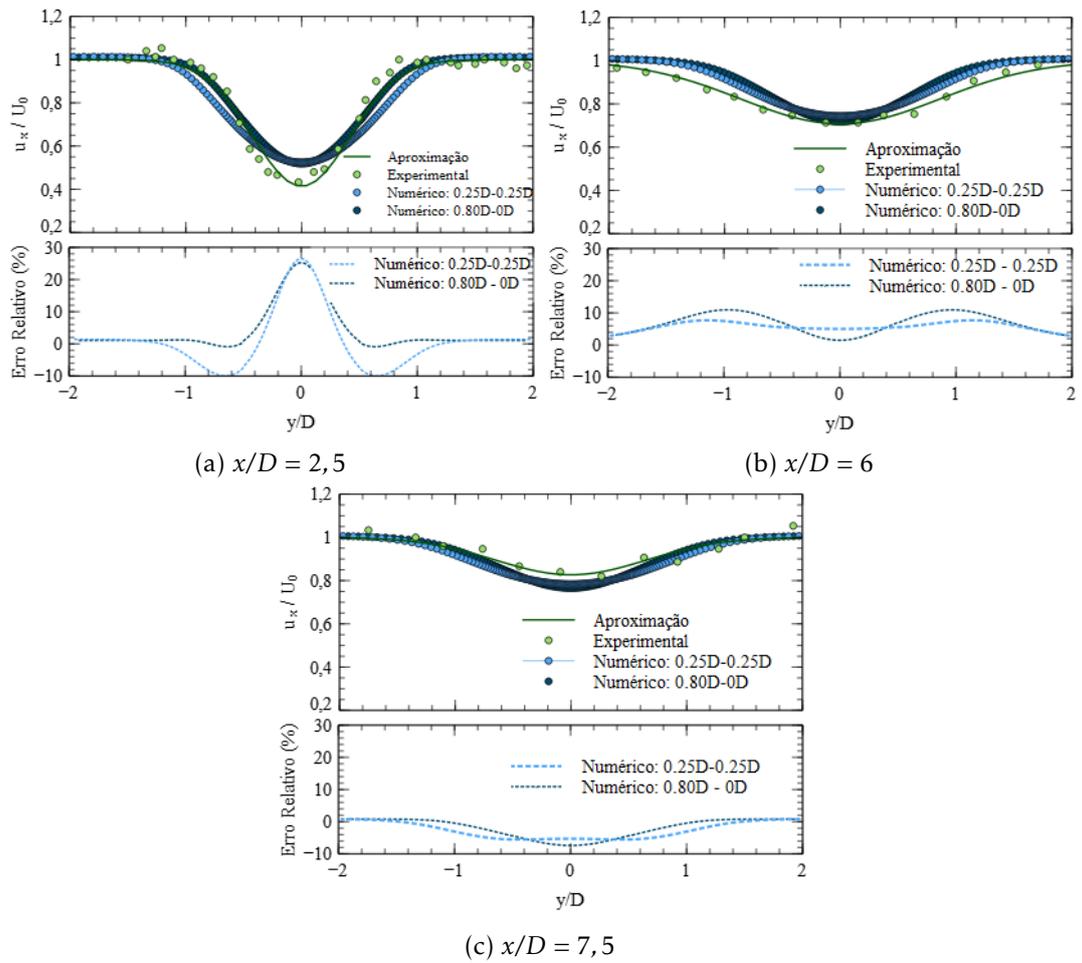


Figura 5.38: Perfis da velocidade axial, na direção  $y$ , para as diferentes distâncias a jusante do rotor, após a correção da dimensão do volume de aplicação de termo  $\varphi_\varepsilon$  - *Caso Exp. 3*

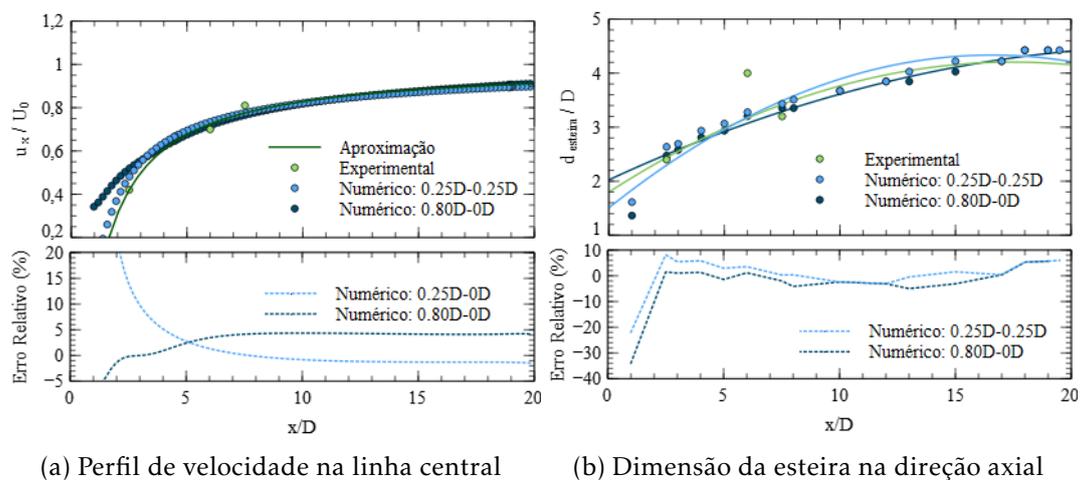


Figura 5.39: Perfis da velocidade e dimensão da esteira na direção axial, após a correção da dimensão do volume de aplicação de termo  $\varphi_\varepsilon$  - *Caso Exp. 3*

## 5.8 Estudo da Interação entre Turbinas

Após concretizado o estudo referente à correção do modelo da esteira estão reunidas as condições para se proceder à implementação das UDF referentes aos casos de interação de turbinas.

Numa primeira instância, de forma a validar as potencialidades da metodologia proposta concretiza-se o estudo de interação de turbinas para as condições do *Caso Exp. 1*.

Por fim realiza-se o estudo de interação de turbinas para o caso em que se utilizam dimensões do rotor reais, para a averiguar a viabilidade da simulação em termos de esforço e tempo de computacional.

### 5.8.1 Turbinas Nibe-B 630-kW

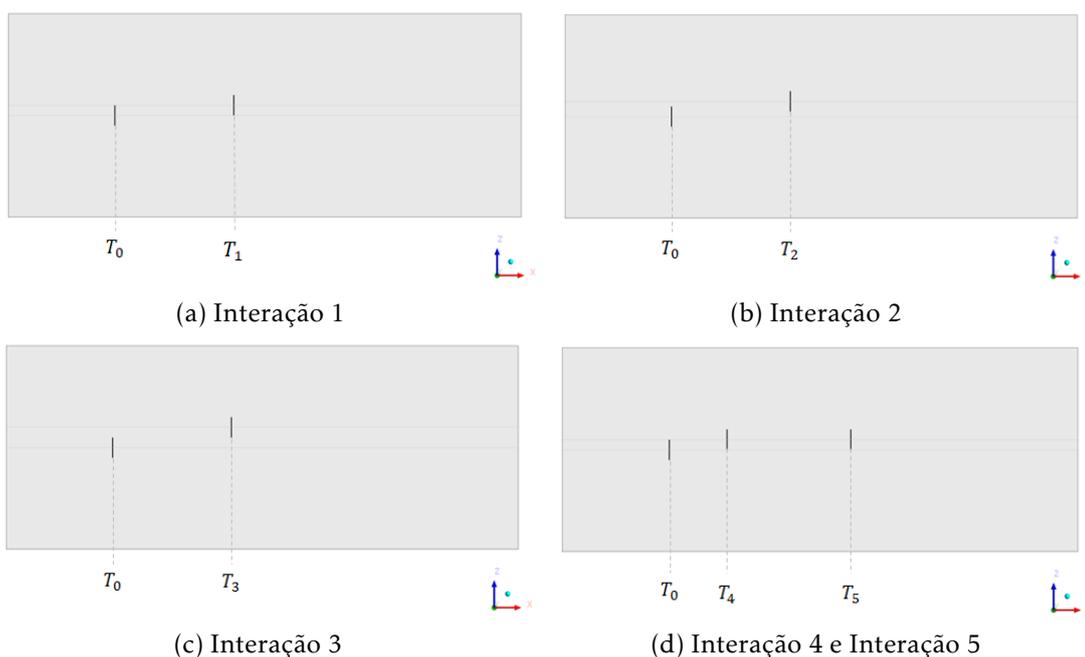
Primeiramente, de acordo com a metodologia proposta, realiza-se a simulação numérica para o caso da turbina isolada, sendo a sua localização correspondente à da primeira turbina numa situação em que estão turbinas em *tandem*.

Neste caso de simulação considera-se as características do *Caso Exp. 1*, indicadas na tabela 4.7, no entanto neste caso a turbina não se encontra centrada no domínio, mas sim à cota da altura da torre, o que neste caso corresponde a 45 m em relação à fronteira que representa o solo.

Para demonstrar a potencialidade da implementação de turbinas em *tandem* estabelecem-se cinco tipologias de interação. Primeiramente na tabela 5.7, apresenta-se a localização das diferentes turbinas envolvidas nas interações, em que as dimensões são estabelecidas em relação à localização da primeira turbina. Já na figura 5.40 estabelece-se a correspondência das turbinas envolvidas em cada estudo de interação.

Tabela 5.7: Localização das Turbinas *Nibe-B 630-kW*

Designação da Turbina	Distância Axial à Referência, $x$	Distancia Transversal à Referência, $z$
$T_0$	0D	0D
$T_1$	6D	0,50D
$T_2$	6D	0,75D
$T_3$	6D	1D
$T_4$	3D	0,50D
$T_5$	9D	0,50D

Figura 5.40: Designação das interações das turbinas *Nibe-B 630-kW*

Para prosseguir com a implementação dos casos de interação é necessário a priori determinar as condições de simulação para as turbinas em *tandem*, consoante a sua localização. Por meio dos cálculos expressos na secção anterior determina-se os valores das condições iniciais das interações, que estão expressos na tabela 5.8.

Tabela 5.8: Condições iniciais das Turbinas *Nibe-B 630-kW* em *tandem*

Designação da Turbina	$u$ (m/s)	$\lambda$	$C_T$	$a$
$T_1$	9,94	6,95	0,75	0,25
$T_2$	10,53	6,56	0,72	0,23
$T_3$	11,03	6,27	0,69	0,22
$T_4$	9,46	7,31	0,77	0,26
$T_5$	10,22	10,22	0,73	0,24

O interesse do estudo da interação de turbinas passa por verificar qual a configuração da localização destas que permite obter um melhor desempenho individual. Este

desempenho esta condicionado pela imersão da segunda turbina na esteira da primeira, para avaliar o seu impacto reproduz-se graficamente o perfil da queda de pressão, da velocidade na linha central e a uma distância a jusante do rotor,  $x/D$  de 2,5.

De acordo com as interações estabelecidas, a comparação estabelece-se entre a *Interação 1*, *Interação 2* e *Interação 3*, de forma a verificar o impacto da imersão da segunda turbina na esteira, na direção transversal,  $z$ . E entre a *Interação 1*, *Interação 4* e *Interação 5* para apurar a influência da imersão em termos da direção axial,  $x$ .

Graficamente pode visualizar-se na figura 5.41 e 5.42 as isolinhas da magnitude da velocidade no plano  $xz$  para a cota da altura do cubo para as interações na direção transversal e na direção longitudinal, respetivamente.

Para uma análise quantitativa das interações pode averiguar-se, pela figura 5.43 que a queda de pressão para a segunda turbina é mais elevada para o caso da *Interação 3*, o que quanto menos imersa está a segunda turbina na esteira da primeira, na direção transversal, maior será o seu desempenho, uma vez que se encontra menos afetada pela perturbação do escoamento. Ou seja, com o incremento da distância transversal face ao centro da primeira turbina, maior é a queda de pressão, o que conseqüentemente conduz uma melhoria no desempenho da turbina. Comprova-se pela observação da figura 5.44, que o perfil de velocidade na linha central para a segunda turbina no caso da *Interação 3* se aproxima da configuração do perfil verificado para a primeira turbina. Pela figura 5.45 verifica-se a diferença na dimensão do diâmetro da esteira, de acordo com o tipo de interação.

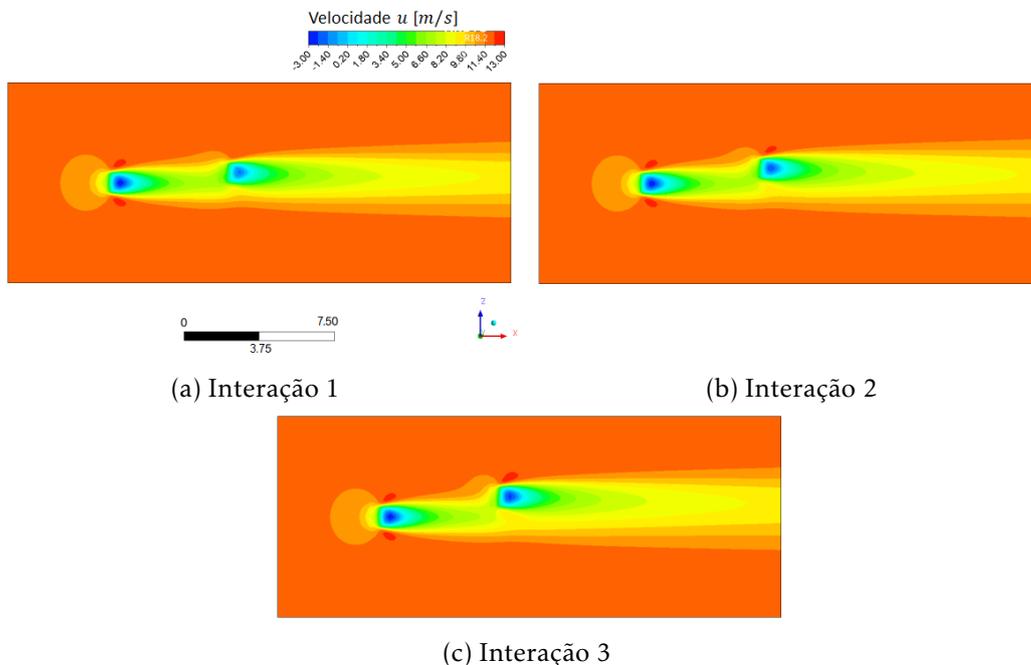


Figura 5.41: Isolinhas da magnitude da velocidade no plano  $xz$  para a cota da altura do cubo das turbinas *Nibe-B 630-kW* - Interação transversal

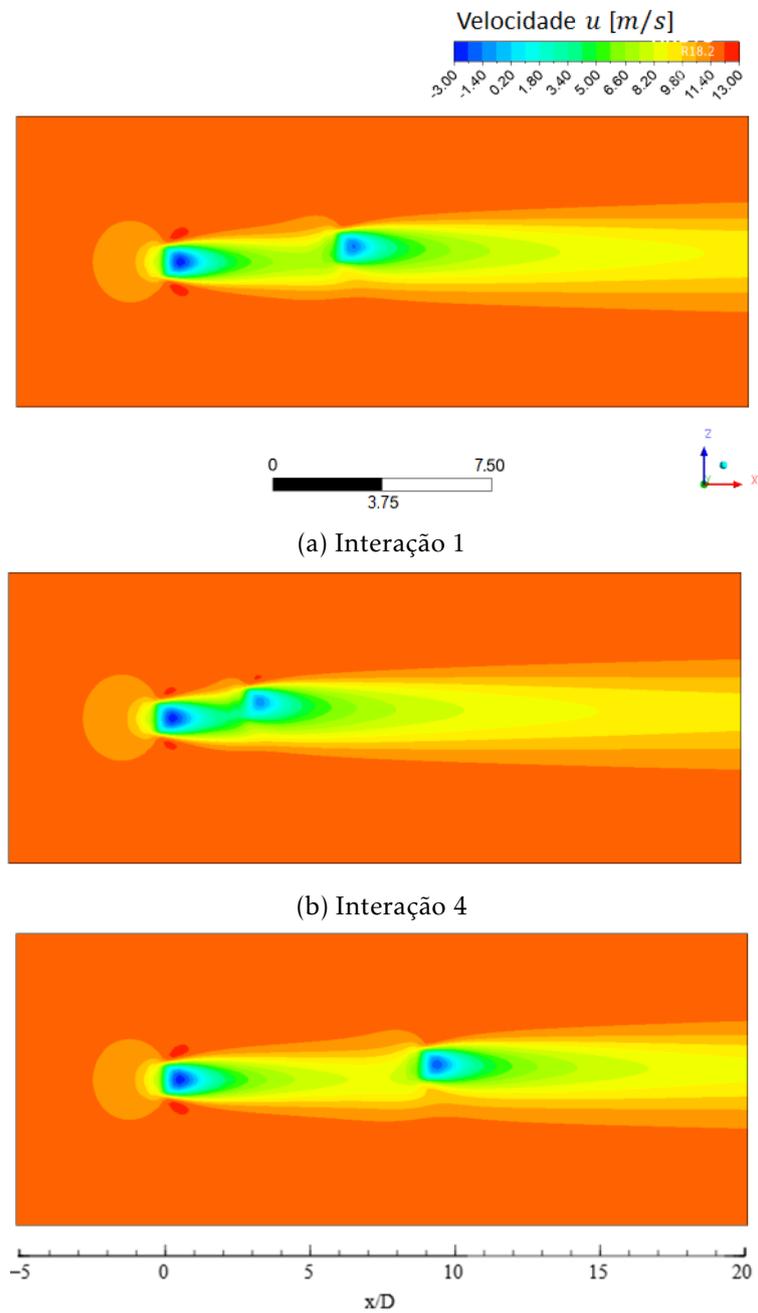
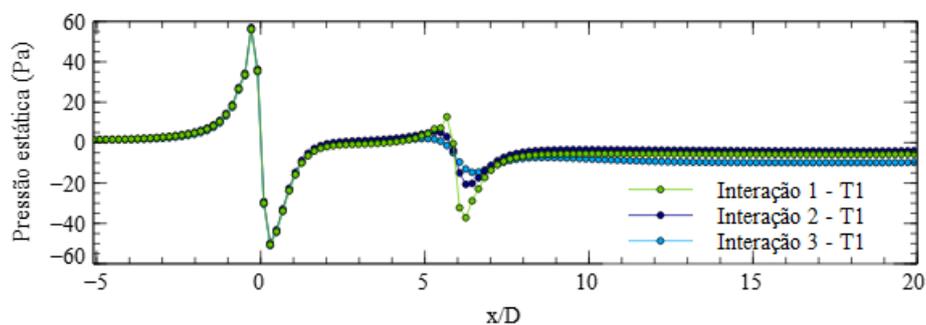
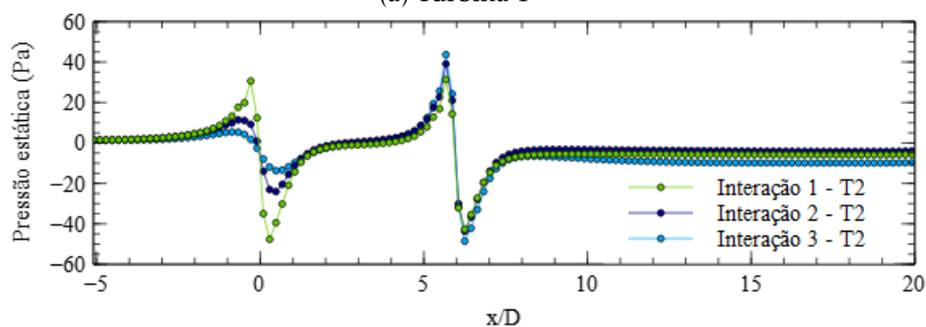


Figura 5.42: Isolinhas da magnitude da velocidade no plano  $xz$  para a cota da altura do cubo das turbinas *Nibe-B 630-kW* - Interação axial

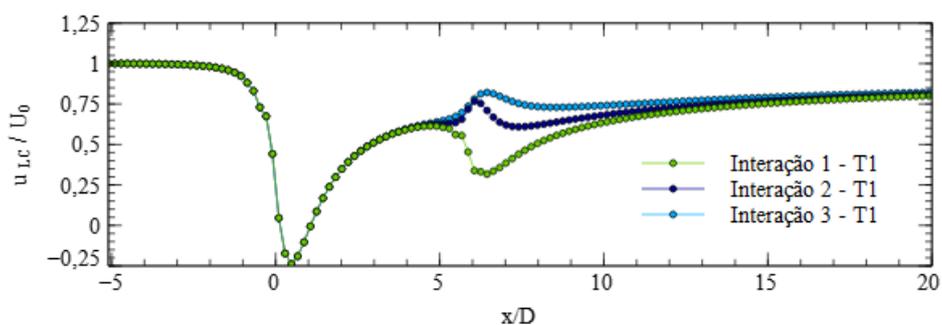


(a) Turbina 1

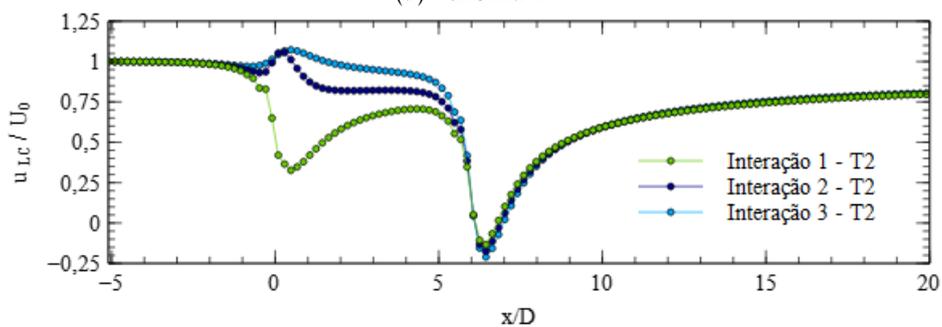


(b) Turbina 2

Figura 5.43: Perfis da pressão estática para a cota da linha central das turbinas *Nibe-B 630-kW* - Interação transversal



(a) Turbina 1



(b) Turbina 2

Figura 5.44: Perfis da velocidade para a cota da linha central das turbinas *Nibe-B 630-kW* - Interação transversal

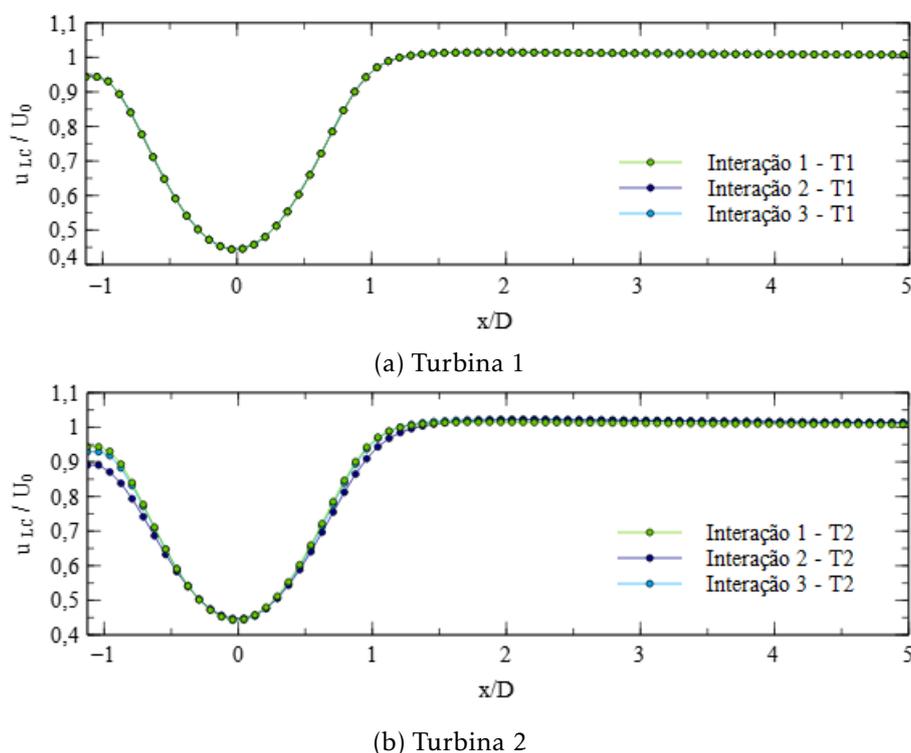
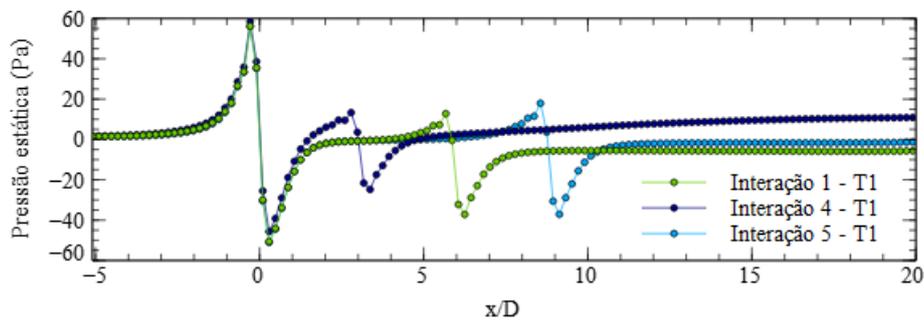


Figura 5.45: Perfis da velocidade na distância a jusante,  $x/D$ , de 2,5, para as turbinas *Nibe-B 630-kW* - Interação transversal

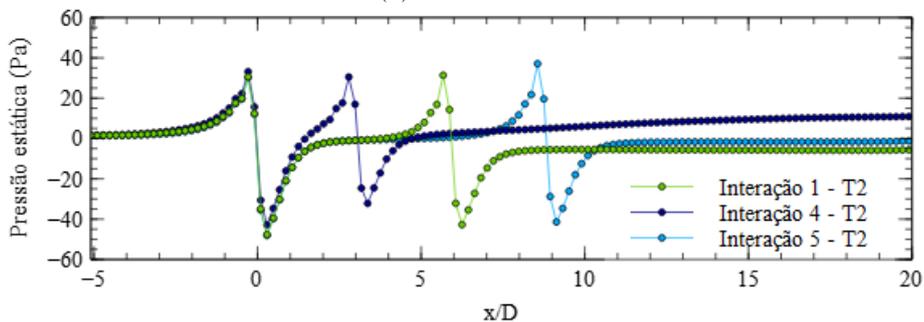
No estudo da influência da distância na direção axial entre turbinas em *tandem*, mantém-se constante o distanciamento entre turbinas na direção transversal. Pela figura 5.46 é visível que com o aumento da distância axial entre turbinas existe uma maior queda de pressão associada à segunda turbina. Observa-se, para o caso da *Interação 5* em que a turbina se encontra imersa na região de esteira distante, uma maior queda de pressão relativamente aos outros casos de interação em que as turbinas estão imersas na região de esteira próxima, contudo o seu valor difere em 40 Pa quando comparado com o valor para a primeira turbina.

Pela figura 5.47, verifica-se para a *Interação 5* que o valor mínimo do perfil de velocidades na linha central da segunda turbina é inferior, em módulo, ao valor para a primeira turbina, tal era expectável uma vez que a segunda turbina se encontra em condições de escoamento perturbado, contudo o seu valor é mais elevado que os verificados para as restantes configurações de interação, uma vez que a turbina se encontra imersa na região de esteira distante. Constata-se que esta é a melhor situação, de entre as apresentadas, para dispor as turbinas.

A *Interação 4* demonstra, que a imersão na região de esteira próxima leva a que o desempenho da segunda turbina seja reduzido, notório pela baixa queda de pressão, bem como a perturbação que provoca, no perfil de velocidades, uma distância a jusante da primeira turbina,  $x/D$ , de 2,5, figura 5.48.

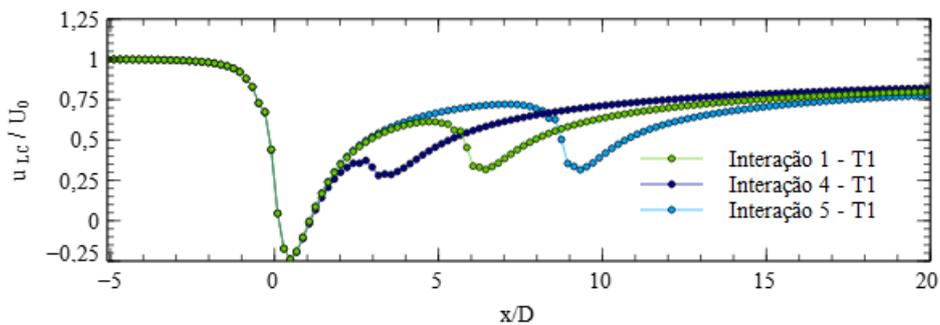


(a) Turbina 1

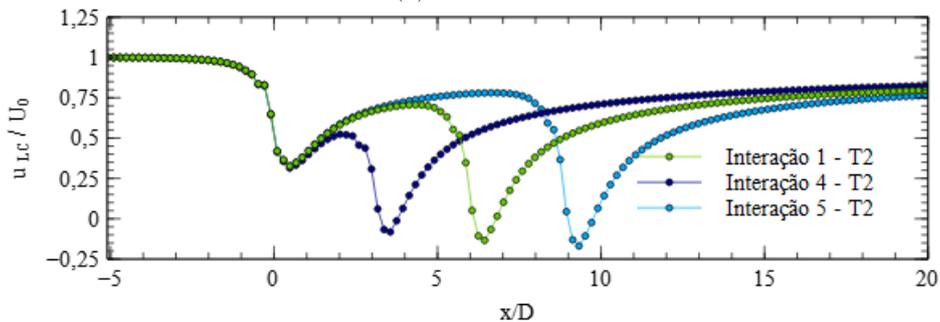


(b) Turbina 2

Figura 5.46: Perfis da pressão estática na cota da linha central das turbinas *Nibe-B 630-kW* - Interação axial



(a) Turbina 1



(b) Turbina 2

Figura 5.47: Perfis da velocidade na cota da linha central das turbinas *Nibe-B 630-kW* - Interação axial

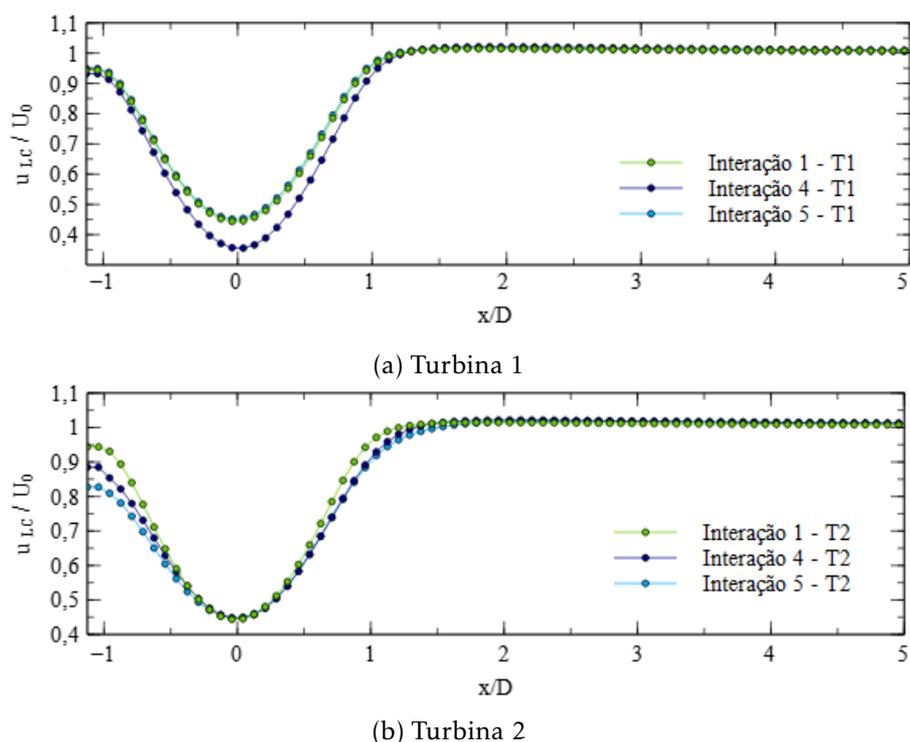


Figura 5.48: Perfis da velocidade na distância a jusante,  $x/D$ , de 2,5 das turbinas *Nibe-B 630-kW* - Interação axial

### 5.8.2 Turbinas *N90/2300* da *Nordex*

Para o estudo da interação de turbinas à escala real é necessário um domínio adaptado. Para este processo modelam-se turbinas *N90/2300* da *Nordex* caracterizadas por um diâmetro do rotor e do cubo, de 90 m e 2,4 m, respetivamente, que operam a uma velocidade de rotação de 10 rpm e a uma altura do cubo de 80 m, em relação ao solo.

Devido às dimensões elevadas do domínio, da ordem dos 2 km, e por se respeitar a dimensão das células estabelecida no estudo da independência da malha, gerou-se uma malha estruturada apenas para uma secção transversal de dimensão  $5D \times 5D$ , como visível pela figura 5.49, e aplicou-se a ferramenta *Bias*, disponível no *ANSYS FLUENT*<sup>®</sup>, na restante secção transversal, tabela 5.9. Esta discretização visa atenuar a exigência computacional proveniente de uma malha estrutura em todo o domínio computacional. A secção de malha estruturada encontra-se concordante com a fronteira inferior do domínio para ser considerado o efeito do solo no desenvolvimento da esteira das turbinas.

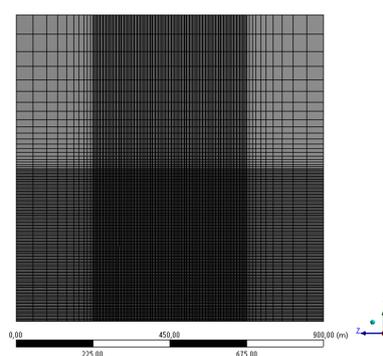
Para as condições de simulação assume-se um valor de  $\lambda$  que permite determinar o valor da velocidade do escoamento não perturbado e seguidamente através do gráfico de  $C_T(\lambda)$ , retira-se o valor do coeficiente de impulso, pelo qual se determina o valor fator de indução axial,  $a$ . Para um rácio de velocidade de ponta,  $\lambda=5$ , obtém-se uma velocidade não perturbada de 9,45 m/s e um coeficiente  $a$  de 0,13.

A localização das turbinas de acordo com a configuração do parque eólico segue a

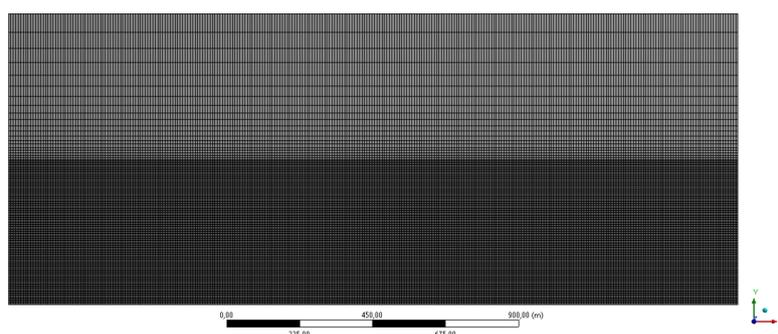
Tabela 5.9: Discretização do domínio para a interação de turbinas *N90/2300* da *Nordex*

<i>Zona de malha Regular</i>	Número de Divisões		Dimensão Longitudinal	Número de Elementos
	Dimensão Transversal			
	<i>Zona de malha em expansão</i> Vertical	Horizontal		
144	20 - Fator <i>Bias de 10</i>	10 - Fator <i>Bias de 7</i>	293	7 880 528

ordem representada na figura 5.50. Seguidamente analisa-se os resultados da simulação da interação entre as turbinas numeradas com *10* e *11*. Para as quais é conhecida a distância de 282 m entre si, e um ângulo na direção principal do vento de  $112^\circ$ , ao que corresponde uma distância na direção longitudinal de  $2,9D$  e na direção transversal de  $1,2D$ , o que demonstra que a segunda turbina está imersa na região de esteira próxima.



(a) Secção transversal



(b) Plano *xy*

Figura 5.49: Discretização do domínio para o estudo da interação entre turbinas *N90/2300* da *Nordex*

Primeiramente realiza-se a simulação numérica para o caso de uma turbina isolada, que neste caso corresponde à número *10*. Refere-se que para verificar a convergência desta simulação foi necessário reduzir os coeficientes de relaxação associados ao momento, à energia cinética turbulenta e à taxa de dissipação da energia cinética turbulenta. Porém

não foi necessário proceder a este ajuste para o caso da simulação de interação, verificando-se a convergência para aproximadamente 2000 iterações.

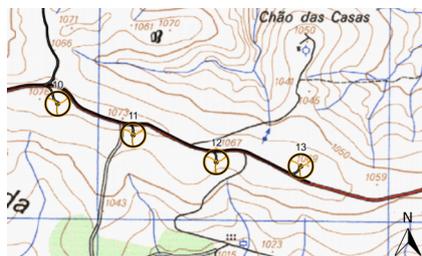


Figura 5.50: Disposição das turbinas *N90/2300* da *Nordex* no parque eólico

Seguidamente foram determinadas as condições iniciais da segunda turbina, por interpretação da simulação para o caso da turbina isolada, obtendo uma velocidade não perturbada de 9,51 m/s e um coeficiente de indução axial de 0,11.

Pela figura 5.51 averigua-se qualitativamente as isolinhas da magnitude da velocidade de cada turbina no plano  $xy$  correspondente à cota central do rotor e no plano  $xz$  que engloba a interação.

Na perspetiva quantitativa, pela observação da figura 5.52a verifica-se para a turbina em cadeia uma menor queda de pressão e conseqüentemente um perfil de velocidades, figura 5.52b, com um valor mínimo superior ao da primeira turbina, ambos indicados de um menor desempenho. Por fim pela figura 5.52c observa-se que o perfil de velocidades na direção transversal para a segunda turbina, para uma distância a jusante do rotor de  $2,5D$ , é perturbado pela presença da primeira turbina, conduzindo a um maior diâmetro da esteira associada à segunda turbina.

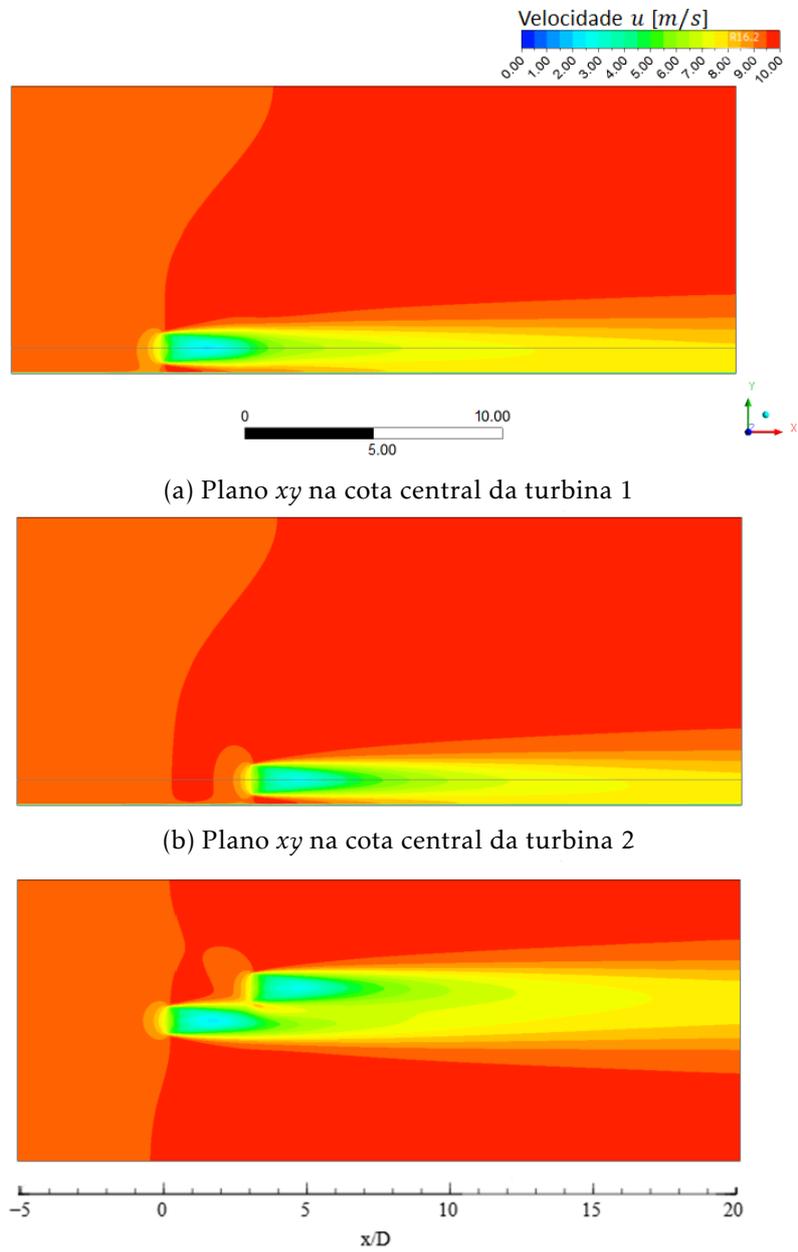
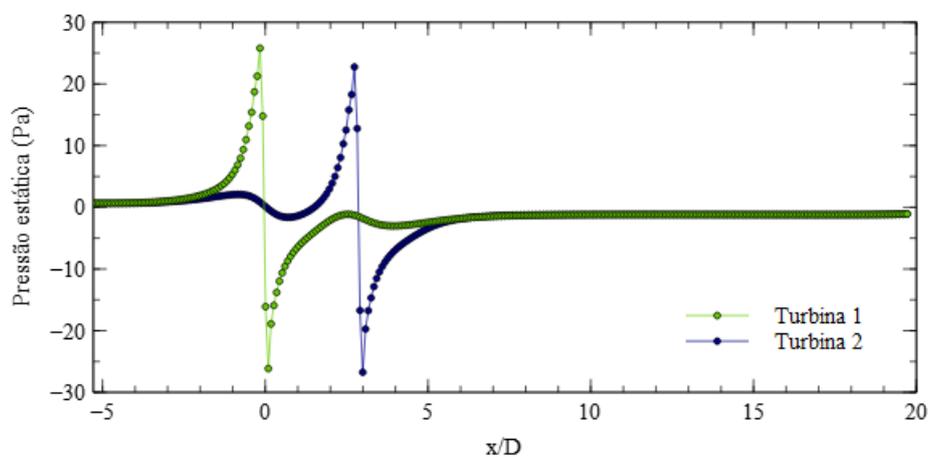
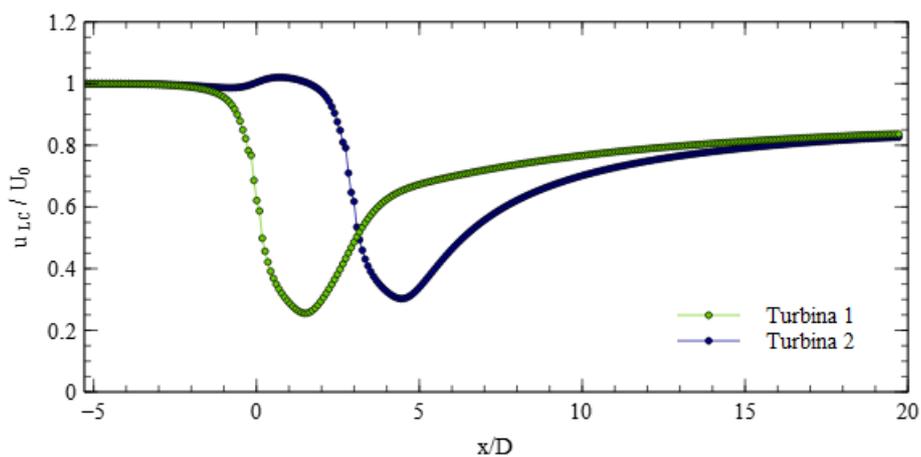


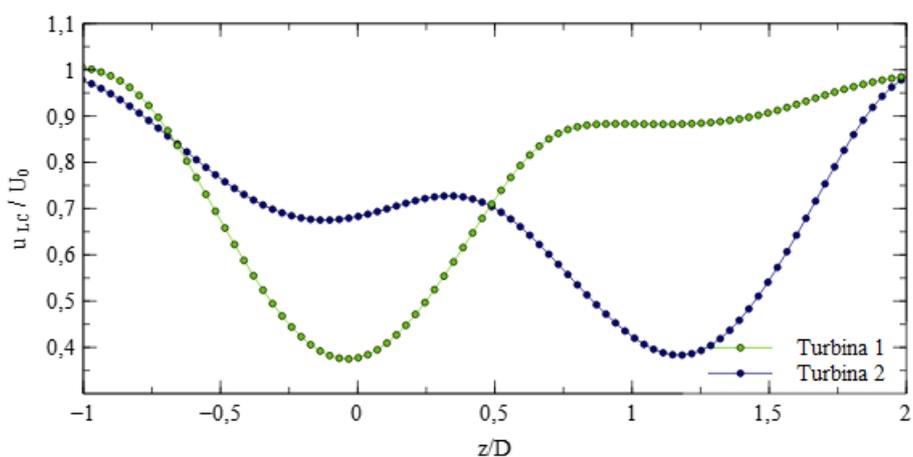
Figura 5.51: Isolinhas da magnitude da velocidade das turbinas *N90/2300* da *Nordex*



(a) Perfis da pressão



(b) Perfis da velocidade na linha central



(c) Perfis da velocidade na direção transversal

Figura 5.52: Perfis da pressão e da velocidade na direção axial e transversal da interação das turbinas *N90/2300* da *Nordex*



## CONCLUSÃO

### 6.1 Conclusões

Para otimizar o *layout* de um parque eólico é necessário simular diferentes tipos de configurações com o propósito de obter qual a configuração que permite o melhor desempenho global. Para este tipo de simulação é essencial reduzir o tempo computacional e melhorar a qualidade da previsão do desenvolvimento das esteiras e sua interação. O presente estudo visa modelar o efeito de uma turbina eólica através de uma metodologia simples.

Inserido nesta temática, o presente estudo contribui para o progresso do desenvolvimento de uma metodologia que possibilite obter resultados consistentes, quando comparados com modelos mais complexos, mas que tenha a capacidade de os determinar num menor tempo de computação, de forma a viabilizar a definição de diferentes *layouts* dos parques eólicos. Nesta dissertação realiza-se um estudo CFD tridimensional, com recurso à resolução das equações RANS, no qual se fez uso da discretização do domínio por volumes finitos, através do programa comercial *ANSYS FLUENT* versão 16.2.

Dadas as etapas adjacentes a um processo de simulação, numa primeira frase realizou-se a definição do domínio computacional através do gerador *New Spaceclaim Geometry*. Uma vez que o domínio apresenta dimensões elevadas, superiores a 1Km, que incompatibilizam com a geração de geometrias através do gerador *Design Modeler Geometry*.

Através do estudo da independência da malha validou-se a utilização da geometria paralelipipédica para o domínio numérico face à geometria cilíndrica, que consta na investigação de El Kasmi e Masson, 2008 e que foi utilizada para concretizar a validação do modelo de previsão da esteira. A geração de malhas estruturadas no domínio paralelipipédico é um processo simples e este tipo de malhas permite a implementação de turbinas nas mesmas condições de malha em qualquer ponto do domínio, o que confere

à metodologia proposta uma versatilidade na dispersão das turbinas no domínio.

Pelo estudo da dependência do modelo de turbulência realizado, visou-se a comparação entre o modelo de turbulência  $k - \varepsilon$  modificado de acordo com a perspectiva da investigação de Kasmi e Masson, e o modelo padrão. Pela comparação, para as condições de simulação do *Caso exp. 1*, determinou-se a supremacia da utilização das modificações ao nível das duas equações que constituem o modelo de turbulência, refletida na previsão mais precisa do comprimento da esteira.

Em relação às constantes utilizadas no modelo de turbulência modificado, para as mesmas condições de simulação, concluiu-se que a modificação das constantes padrão para as deduzidas pela investigação de Crespo e Hernández, 1996, constitui um benefício para uma representação mais viável do desenvolvimento da esteira quer na região próxima, quer na região distante, contudo a aproximação é mais relevante na região distante.

Na presente abordagem inclui-se o efeito de rotação da esteira com recurso à decomposição da velocidade tangencial,  $v_t$ . Por comparação entre o caso de simulação detentor do modelo de turbulência com e sem implementação da velocidade tangencial verifica-se que é adicionada uma componente de velocidade tangencial na região do rotor, contudo no caso em que as UDF da  $v_t$  não eram introduzidas foi visível uma componente desta velocidade sobretudo na periferia do rotor. Deduz-se que esta componente da  $v_t$  periférica é proveniente dos termos adicionados ao modelo de turbulência, uma vez que o termo de produção da energia cinética de turbulência,  $P_t$ , depende das múltiplas derivadas da velocidade, em todas as direções apesar de com ponderações diferentes, e este termo é incluído no termo de transferência de energia das grandes escalas para as pequenas escalas,  $\varphi_\varepsilon$ , introduzido por sua vez na equação de transporte de  $\varepsilon$ . Para comprovar a origem da componente visível na periferia do rotor, comparou-se os casos anteriores ao caso em que se implementa o modelo padrão e não aplica o efeito da rotação da esteira, no qual se detetou também uma contribuição da velocidade apesar de ligeira, consequência apenas da resolução do algoritmo perante a modelação da queda de pressão. Porém concluiu-se que a introdução da velocidade tangencial conferiu uma rotatividade ao escoamento como era pretendido.

Para validar o modelo da esteira comparou-se os resultados obtidos por via numérica com os determinados por meio experimental e com os obtidos numericamente por El Kasmi e Masson, 2008. Constatou-se que existia uma dependência dos resultados em virtude das condições iniciais dos casos, e que o modelo proposto apresenta um melhor desempenho na previsão do comprimento da esteira e do seu diâmetro na região de esteira distante, enquanto que a metodologia de El Kasmi e Masson, 2008 produz melhores resultados na região da esteira próxima.

Apesar dos resultados da previsão da esteira serem plausíveis foram verificadas diferenças no perfil de velocidades na linha central, indicando um desfasamento do perfil na direção axial. Para determinar quantitativamente o valor do desfasamento recorre-se à determinação analítica de duas equações por meio de coeficientes adimensionais que quantificam os desfasamentos na direção axial e transversal.

No sentido de colmatar este desfasamento estudou-se detalhadamente o termo de transferência de energia das grandes escalas para as pequenas escalas,  $\varphi_\varepsilon$ . Primeiramente incluiu-se este termo nas células que constituem o disco atuante, verificando-se uma melhor previsão do desenvolvimento da esteira. Neste processo estabeleceu-se que este termo é proporcional ao termo de produção da taxa de dissipação da energia cinética, multiplicado por uma constante dependente das duas escalas de tempo definidas. Por fim conclui-se que este termo representa a introdução de uma ponderação extra, num volume específico, da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta.

No estudo para a definição do volume em que é implementado o termo  $\varphi_\varepsilon$  determina-se que a contribuição do termo a jusante do disco atuante apenas provoca ligeiras alterações na previsão do perfil de velocidades na região da esteira próxima, enquanto que a componente implementada no volume a montante do disco conduz à correção da previsão do perfil de velocidades na região da esteira distante. Para o caso que implementa as condições do *Caso Exp. 1* não é relevante a implementação do termo num volume a jusante, assim como para os casos que possuem as condições do *Caso Exp. 2* e *Caso Exp. 3*, apesar das correções das previsões serem menores. Por este resultado reforça-se a afirmação de que as simulações são dependentes das condições iniciais, e verifica-se que para velocidades maiores a implementação do termo extra  $\varphi_\varepsilon$  é vantajosa quando aplicado apenas no volume a montante, o que confirma que o termo não possui o significado físico que lhe foi atribuído.

Para aprofundar o contributo da inclusão do termo  $\varphi_\varepsilon$  desenvolveu-se o estudo detalhado do termo de produção de energia cinética turbulenta,  $P_t$ , uma vez que este têm um peso predominante na equação do  $\varphi_\varepsilon$ . Verificou-se que com a implementação do termo  $\varphi_\varepsilon$  apenas no volume a montante do disco há uma predominância notória das componentes com maior contributo do termo  $P_t$ , verificando-se um decréscimo no valor das restantes componentes, o que no caso em que também se considerava a implementação do termo  $\varphi_\varepsilon$  num volume a montante do disco por oposição era verificado um incremento no valor das restantes componentes. O decréscimo das componentes não predominantes confere uma maior predominância das componentes associadas à derivada da velocidade axial na direção  $y$  e  $z$ , que estão associadas às tensões de deformação dos elementos do fluido.

Nos casos de interação entre turbinas ilustra-se a implementação destas com sucesso para diferentes disposições no domínio, sendo utilizado o mesmo domínio, com a mesma discretização em todos os casos de simulação.

## 6.2 Propostas para Trabalho Futuro

O presente estudo demonstra uma metodologia simples para modelar e implementar turbinas em *tandem*, sem serem necessárias alterações o nível da geometria e malha do domínio computacional. E apresenta as potencialidades e as necessidades de ajustes no modelo da esteira, por forma a melhorar a descrição da esteira de uma turbina eólica.

Para dar continuidade ao estudo seria interessante futuramente proceder à reformulação da UDF que recria a queda de pressão, para que esta contemple o efeito do cubo da turbina, ou seja, ter em conta as alterações levadas a cabo pela utilização do *nozzel*.

Continuando na perspetiva geométrica da turbina, a recriação da torre da turbina, com recurso também às rotinas programáveis, pode ser um aspeto relevante para conduzir a uma recriação da esteira mais precisa.

Na discretização do domínio serão relevantes estudos adicionais para otimizar as malhas dos casos em que as turbinas têm elevada dimensão, tendo sempre em vista uma malha estruturada na região de implementação das turbinas.

Na perspetiva de aplicar a metodologia a casos específicos de parque eólicos numa primeira instância é essencial o estudo da influência da camada limite, na periferia da fronteira que representa o solo, e posteriormente à modelação numérica de topografias complexas.

Ao nível da validação do modelo devido aos desvios verificados aos dados obtidos experimentalmente, considera-se fundamental a sua comparação face a outros estudos experimentais, para condições de simulação diferentes e/ou referentes a turbinas com características distintas. Assim como o estudo da dependência das condições iniciais de simulação numérica, decorrente das conclusões retiradas para a validação do caso onde o equipamento são as turbinas *Nibe-B 630-kW*.

Relativamente às modificações efetuadas ao nível do modelo de turbulência, em estudos futuros será relevante dar continuidade ao desenvolvimento da especificação dos termos extra implementados, essencialmente do termo  $\varphi_\epsilon$ , por forma a determinar uma razão física, para a definição do volume de aplicação deste termo.

Também seria interessante estudar a influência da constante  $C_{\epsilon 4}$ , uma vez que pela revisão bibliográfica, constatou-se que o valor desta constante é obtida por meio dos dados experimentais. Pelo que seria promissor determinar uma correlação entre os dados experimentais que evite o processo iterativo da determinação do valor.

Como existem modelos de turbulência mais complexos, que permitem retratar determinados fenómenos com maior precisão, em estudos futuros pode-se estudar a dependência da previsão da esteira em relação ao modelo de turbulência e simultaneamente verificar em que medidas as alterações do modelo de turbulência conduzem a correções que justificam o aumento dos recursos computacionais exigidos, sobretudo em função do tempo de computação.

## BIBLIOGRAFIA

- Abdelsalam, A. M. (2014). Numerical simulation of atmospheric boundary layer and wakes of horizontal-axis wind turbines. *Journal of Energy in Southern Africa*, 25(1), 44–50.
- Ainslie, J. F. (1988). Calculating the flowfield in the wake of wind turbines. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* 122, 213–224.
- ANSYS, I. (2013). *Ansys fluent theory guide*. ANSYS, Inc.
- Burton, T., Sharpe, D., Jenkins, N. e Bossanyi, E. (2011). *WindEnergy Handbook*.
- Cabezón, D., Sanz, J., Marti, I. e Crespo, A. (2009). CFD modelling of the interaction between the surface boundary layer and rotor wake. *EWEC*.
- Chen, Y. S. e Kim, S. W. (1987). Computation of turbulent flow using an extended k- $\epsilon$  turbulence closure model. *NASA CONTRACTOR REPORT*, (October).
- Cover, O. N. B. (1984). *Aerodynamics and Acoustics of Propellers*. AGARD Conference Proceedings No.366.
- Crespo, A. e Hernández, J. (1996). Turbulence characteristics in wind-turbine wakes. *Journal Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 61(1), 71–85.
- DGEG. (2018). Política energética. Obtido de <http://www.dgeg.gov.pt>
- El Kasmi, A. e Masson, C. (2008). An extended k -  $\epsilon$  model for turbulent flow through horizontal-axis wind turbines. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* 96(1), 103–122.
- Ewea. (2015). Wind in power - 2015 european statistics. (February), 1–14.
- Feng, J. e Shen, W. Z. (2013). Wind farm layout: Optimization a refinement method by random search. (June, pp. 624–633). Proceedings of the 2013 International Conference on aerodynamics of Offshore Wind Energy Systems e wakes (ICOWES2013) Publication date: 2013 Document Version Publisher's PDF, also known as Version of record Link back to DTU Orbit Citation.
- Fluent. (2006). 6.3 UDF Manual. *Lebanon, New Hampshire, USA Fluent Inc*.
- Fluent, I. (2011). Ansys fluent 14.0 udf manual. *Knowl. Creat. Diffus. Util.* 15317(November), 566.
- GWEC. (2016). Global wind statistics 2015 gwec.
- Hennen, J. e Kenjereš, S. (2017). Contribution to improved eddy-viscosity modeling of the wind turbine - to - wake interactions. *International Journal of Heat Fluid Flow*, 68(September), 319–336.
- Jensen, N. O. (1983). A note on wind generator interaction. *Riso Natl. Lab. Roskilde*, 1–16.

- Joon, N., Hyun, S., Hyun, J. e Chun, K. (2013). Numerical study on the horizontal axis turbines arrangement in a wind farm : Effect of separation distance on the turbine aerodynamic power output. *Jnl. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* 117, 11–17.
- Magnusson, M. e Smedman, A. S. (1999). Air flow behind wind turbines. *Journal Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 80(1-2), 169–189.
- Makridis, A. e Chick, J. (2009). CFD modeling of the wake interactions of two wind turbines on a Gaussian hill. *EACWE* 5, 44(July), 1–9.
- Makridis, A. e Chick, J. (2013). Validation of a CFD model of wind turbine wakes with terrain effects. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* 123, 12–29.
- Manell, J. F., Mcgowan, J. G. e Rogers, A. (2009). *Wind energy explained - theory, design and application* (Second) (WILEY, Ed.).
- Mo, J. O. e Lee, Y. H. (2011). Numerical simulation for prediction of aerodynamic noise characteristics on a HAWT of NREL phase VI. *J. Mech. Sci. Technol.* 25(5), 1341–1349.
- Prospathopoulos, J., Politis, E. S. e Chaviaropoulos, P. K. (2008). Modelling wind turbine wakes in complex terrain. *Proc. EWEC, Brussels, Belgium*, (January).
- Rados, K. G., Prospathopoulos, J. M., Politis, E. S., Chaviaropoulos, P. K. e Zervos, A. (2009). CFD modeling issues of wind turbine wake under stable atmospheric conditions. *Proc. EWEC , Parc Chanot, Marseille, Fr.* (January).
- Schmidt, J. e Stoevesandt, B. (2014). Wind farm layout optimization withwakes from fluid dynamics simulations. *Ewea*, (March), 28–32.
- Shives, M. e Crawford, C. (2016). Adapted two-equation turbulence closures for actuator disk rans simulations of wind e tidal turbine wakes. *Renew. Energy*, 92, 273–292.
- Sørensen, J. N. (2011). Aerodynamic aspects of wind energy conversion. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 43(1), 427–448.
- Vermeer, L. J., Sørensen, J. N. e Crespo, A. (2003). Wind turbine wake aerodynamics. *Prog. Aerosp. Sci.* 39(6-7), 467–510.
- Versteeg, H. e Malalasekera, W. (2007). *An introduction to computational fluid dynamics - the finite volume method* (second). PEARSON - Prentice Hall.
- Werle, M. J. (2008). A new analytical model for wind turbine wakes. *Flodesign, Inc., EUA*.
- White, F. (1999). *Mecânica dos Fluidos*. Mc Graw Hill. Rio de Janeiro, Brasil.
- Yang, Y., Gu, M., Chen, S. e Jin, X. (2009). New inflow boundary conditions for modeling the neutral equilibrium atmospheric boundary layer in computational wind engineering. *Journal Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 97(2), 88–95.



## E X P R E S S Ã O D A P O T Ê N C I A

Neste apêndice determina-se a expressão da potência para o caso em que se inclui o efeito da rotação do rotor.

A potência é traduzida por:

$$P = \Omega^2(4\rho U_1(1-a)\pi) \int_r^R a' r^3 dr \quad (\text{A.1})$$

Por substituição do termo do fator de indução angular na equação anterior obtém-se:

$$P = \Omega^2(4\rho U_1(1-a)\pi) \int_r^R \left[ -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{a(1-a)}{\left(\frac{\lambda}{R}\right)^2} \frac{1}{r^2}} \right] r^3 dr \quad (\text{A.2})$$

Após realizada a manipulação algébrica a potência é traduzida por:

$$\begin{aligned} P = & \frac{1}{2} \Omega^2 \rho U_1 (1-a) \pi \left[ \frac{2R}{\lambda} \left( R^3 \left( 1 - \frac{2(a-1)a}{\lambda^2} \right) \sqrt{a(1-a) + \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2} \right) \right. \\ & - \frac{2R}{\lambda} \left( r \left( r^2 - \frac{2(a-1)aR^2}{\lambda^2} \right) \sqrt{a(1-a) + \left(\frac{\lambda}{2R}\right)^2 r^2} \right) \\ & \left. - \frac{8(a-1)^2 a^2 R^4}{\lambda^4} \ln \left( \frac{\sqrt{a(1-a) + \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2} + \frac{\lambda}{2}}{\sqrt{a(1-a) + \left(\frac{\lambda}{2R}\right)^2 r^2 + \frac{r\lambda}{2R}}} \right) - (R^4 - r^4) \right] \quad (\text{A.3}) \end{aligned}$$



## DEMONSTRAÇÃO DA DETERMINAÇÃO DO FATOR DE INDUÇÃO AXIAL A PARTIR DE $C_T$

Os dados que caracterizam os diferentes casos experimentais são referente ao coeficiente de impulso,  $C_T$ , o que leva a seja necessário demonstrar o processo de determinação do fator de indução axial através deste coeficiente quer para a teoria que não considera a rotação, quer para a que considera o seu efeito.

De forma geral o coeficiente de impulso é traduzido pela equação:

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho A U_0^2} \quad (\text{B.1})$$

No caso da teoria que despreza o efeito de rotação do rotor, o coeficiente assume a forma:

$$C_T = \frac{\int_0^R 4a(1-a)\frac{1}{2}\rho U_0^2 2\pi r dr}{\frac{1}{2}\rho U_0^2 \pi R^2} \quad (\text{B.2})$$

Após realizada a integração a expressão é dada por:

$$C_T = 4a(1-a) \quad (\text{B.3})$$

Por manipulação algébrica, resolvendo a equação em função de  $a$ , obtém se uma função de segundo grau, pelo que se determina dois valores para o fator de indução axial. A seleção do valor baseia-se no facto da teoria de Betz ser considerada inválida para coeficientes  $a$  superiores a 0,5.

Na perspetiva que considera o efeito da rotação o coeficiente respeita a forma:

$$C_T = \frac{\int_{r_1}^R 4a'(1+a')\frac{1}{2}\rho \Omega^2 r^2 2\pi r dr}{\frac{1}{2}\rho U_0^2 \pi R^2} \quad (\text{B.4})$$

Procedendo à extração dos valores constantes para o exterior do integral, determina-se:

$$C_T = \frac{8\Omega^2}{U_0^2 R^2} \int_{r_1}^R a'(1+a')r^3 dr \quad (B.5)$$

Conclui-se na secção 3.3 que a queda de pressão no rotor é a mesma em ambas as teorias, pelo que é estabelecida a relação entre os fatores de indução axial e angular da seguinte forma:

$$C_T = \frac{8\Omega^2}{U_0^2 R^2} \int_{r_1}^R \left( -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{a(1-a)}{\left(\frac{\lambda}{R}\right)^2} \frac{1}{r^2}} \right) \left( 1 - \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{a(1-a)}{\left(\frac{\lambda}{R}\right)^2} \frac{1}{r^2}} \right) r^3 dr \quad (B.6)$$

Ao fim de todas as simplificações é realizada a integração infere-se a expressão:

$$C_T = \frac{8\Omega^2 a(1-a)}{U_0^2 \lambda^2} \left[ \frac{R^2}{2} - \frac{r_1^2}{2} \right] \quad (B.7)$$

De forma análoga à metodologia que despreza a rotação, resolvendo em função de  $a$  alcança-se uma expressão de segundo grau, pelo que se determinam dois valores para o fator de indução axial, sendo o critério de seleção o mencionado anteriormente.

Em suma estabelecem-se duas expressões, uma para cada teoria, que em termos práticos permitem determinar o mesmo valor para o fator  $a$ . Revela-se assim a concordância entre as duas teorias e conclui-se que o fator de indução axial,  $a$ , não depende da componente proveniente da rotação do rotor.

## CURVE FITTING DOS DADOS PARA O ESTUDO DA INDEPENDÊNCIA DA MALHA DO DOMÍNIO PARALELEPIPÉDICO

Para determinar a função que aproxima os numéricos, aplica-se a ferramenta *Curve Fitting* disponível no programa de geração gráfica *Veusz*.

### C.1 Direção transversal

Os perfis de velocidades ao longo da distância a jusante do disco atuante assumem a forma de uma Gaussiana, pelo que no *Curve Fitting* se pretende definir os coeficientes da seguinte expressão:

$$u(y) = A - Be^{-(C\frac{y}{x})^2} \tag{C.1}$$

Tabela C.1: Coeficientes da função de aproximação dos dados de simulação numérica - Direção transversal

Identificador da Malha	Dim. Célula	Coeficientes		
		A	B	C
Malha Paral. 1	S	1,015	0,692	74,120
Malha Paral. 2	2S	1,016	0,725	71,836
Malha Paral. 3	0,5S	1,019	0,752	69,213
Malha Paral. 4	0,3S	1,019	0,770	67,836

O coeficiente *C* define-se como o fator de proporcionalidade do rácio entre a posição *y* e a localização *x* do perfil de velocidades a jusante do rotor. Refere-se que as funções de aproximação encontram-se representadas a tracejado na figura C.1.

APÊNDICE C. CURVE FITTING DOS DADOS PARA O ESTUDO DA INDEPENDÊNCIA DA MALHA DO DOMÍNIO PARALELEPIPÉDICO

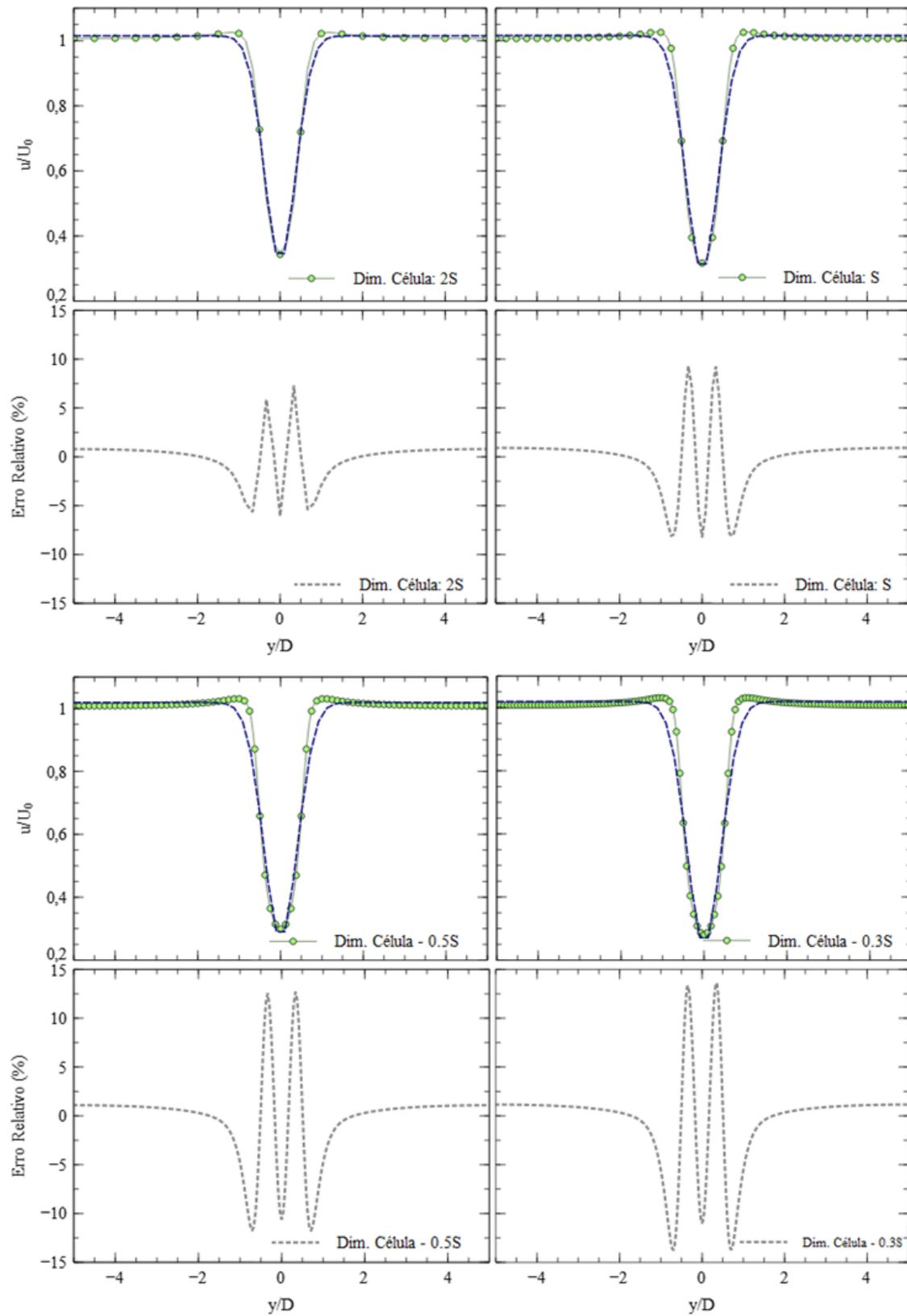


Figura C.1: Funções de aproximação dos dados da simulação numérica para uma distância a jusante do rotor,  $x/D$  de 1 - Direção transversal

Procedendo à análise dos gráficos, como foi previsto, a aproximação por perfil Gaussiano, leva a imperfeições na previsão da largura da esteira no sentido de a considerar maior face aos resultados obtidos por via numérica.

Concretamente verifica-se que com o refinamento da malha na direção transversal, o erro de aproximação na periferia do rotor ( $y=0$ ) aumenta, especificamente na gama  $-1 < y/D < 1$ . O aumento do erro derivou do incremento do número de elementos da malha, uma vez que estes originam a definição da largura da esteira de forma mais explícita e confirmam que a função Gaussiana não possibilita a descrição correta do diâmetro da esteira.

Portanto para a interpretação dos resultados da independência da malha, há que ter em atenção, no intervalo mencionado que para as malhas mais refinadas existe uma propagação do erro no cálculo do ER, proveniente da aproximação dos resultados numéricos. Para os casos, de acordo com a designação da tabela C.1, corresponde aproximadamente um ER de aproximação, em módulo, de 9%, 7,5%, 15% e 15%, respetivamente. Para o cálculo do erro relativo admite-se como valor exato o determinado numericamente.

## C.2 Direção axial

Para o estudo na direção axial, como o perfil de velocidades não é descrito por uma função simples opte-se por analisar apenas a zona relevante, ou seja, a jusante do rotor. A função que aproxima os resultados com fiabilidade é a seguinte:

$$u(x) = 1 - \frac{A}{(x - B)} \quad (C.2)$$

Através do *Curve Fitting* defini-se os coeficientes da expressão presentes na tabela C.2. E representam-se as funções de aproximação, a traço contínuo na figura C.2.

Tabela C.2: Coeficientes da função de aproximação dos dados de simulação numérica - Direção axial

Identificador da Malha	Dim. Célula	Coeficientes	
		A	B
Malha Paral. 1	P	1,850	1,485
Malha Paral. 5	1,4P	1,960	1,366
Malha Paral. 6	0,7P	1,710	1,444

O erro de aproximação na direção axial adquire menor relevância, uma vez que se considerou o perfil de velocidade apenas na zona a jusante do rotor, e desta forma a função de aproximação selecionada possibilita uma concordância em relação aos resultados obtidos por simulação numérica, em módulo o erro relativo não excede os 3%, figura C.2. O menor erro de aproximação produz um menor impacto na estudo da independência da malha.

APÊNDICE C. CURVE FITTING DOS DADOS PARA O ESTUDO DA INDEPENDÊNCIA DA MALHA DO DOMÍNIO PARALELEPIPÉDICO

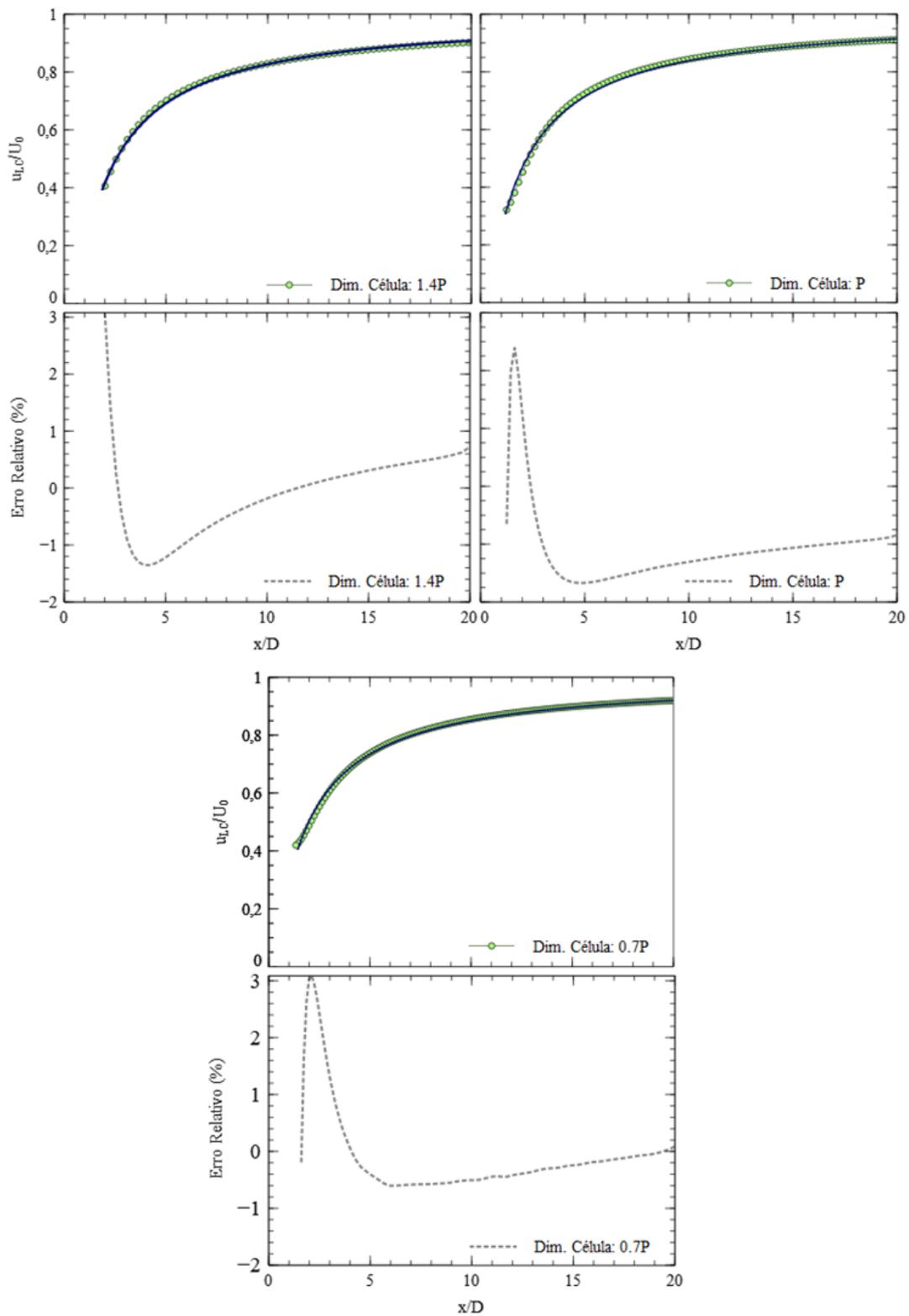


Figura C.2: Funções de aproximação dos dados da simulação numérica - Direção axial



## USER DEFINED FUNCTIONS

De forma sistematizada apresentam-se as UDF implementadas no modelo. No processo de conceção foi assegurada uma estrutura típica de programação, isto é, primeiramente são definidas as diretrizes de inclusão, seguidamente define-se as características da turbina em análise, bem como a sua localização no domínio. De seguida inicia-se a macro considerada adequada consoante o termo a aplicar e concretizam-se as especificações intrínsecas a cada situação, e conclui-se com o termino da respetiva macro. Este método de implementação por UDF é um dos fatores diferenciador da metodologia proposta, uma vez que confere versatilidade na disposição do disco atuante no domínio, sem exigir alterações na configuração do domínio e na geração da malha.

### D.1 Queda de pressão

A UDF que modela a queda de pressão detém a seguinte estrutura:

- (i) Diretrizes de inclusão;
- (ii) Características do disco atuante - definição do raio do disco, do raio do cubo e do coeficiente de potência;
- (iii) Posicionamento do disco atuante - definição das coordenadas do centro do disco, e da sua posição na direção  $x$ ;
- (iv) Inicialização da macro *DEFINE SOURCE*:
  - (a) Inicialização das variáveis - de uma matriz (para guardar as coordenadas do centróide de cada volume finito) e de variáveis que assumem valores reais;
  - (b) Cálculo do centróide de cada volume finito - pelo comando  $C\_CENTROID(x,c,t)$ ;
  - (c) Verificação da posição e da dimensão do disco atuante - com recurso ao comando *if*;
  - (d) Definição do termo *source* - em que o comando  $C\_R(c,t)$  e  $C\_U(c,f)$ , calcula o

valor do  $\rho$  e da velocidade para cada volume finito, no caso de se verifica a condição importa;

- (e) Definição do termo implícito  $dS/du$ .
- (v) Termina da macro.

A UDF adquire a seguinte forma no ficheiro de extensão `.c`:

```
#include "udf.h"
#include "stdio.h"
#include "math.h"

//Caracteristicas do disco atuador
#define raio_d 20
#define raio_c 1.5
#define Cp 0.51

//Posicionamento do disco atuador
#define pos_z 0
#define pos_y 0
#define pos_x_1 200
#define pos_x_2 207

DEFINE_SOURCE(Queda_Pressao,c,t,dS,eqn)
{
    real x[ND_ND];
    real source, con, con2;
    C_CENTROID(x,c,t);

    //Verificacao da posicao e dimensao do disco atuador
    if ((x[0]>(pos_x_1) && x[0]<(pos_x_2)) && (((pow(((x[2])-
pos_z),2)))+(pow(((x[1])-pos_y),2)))<pow(raio_d,2)))
    {
        con2=1;
    }
    else
    {
        con2=0;
    }
    con=con2*Cp*0.5*C_R(c,t);
    source=-con*fabs(C_U(c,t))*C_U(c,t);
    dS[eqn]=-con2*2.*con*fabs(C_U(c,t));
    return source;
}
```

Figura D.1: UDF que modela a queda de pressão no caso de turbinas isoladas

## D.2 Velocidade tangencial

A modelação da velocidade tangencial implica a sua decomposição dada a limitação do *ANSYS FLUENT*<sup>®</sup> apenas implementa de acordo com o sistema de coordenadas

cartesianas. A decomposição encontra-se esquematizada na figura seguinte:

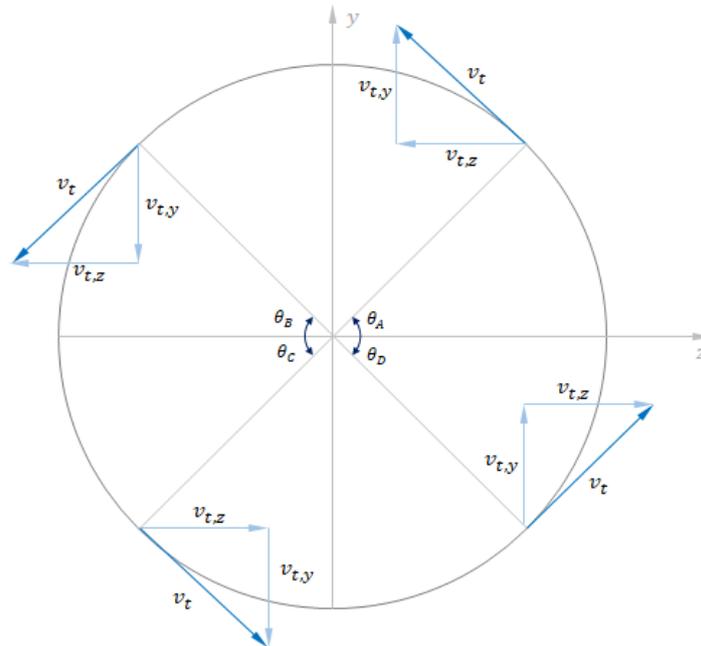


Figura D.2: Representação esquemática da decomposição do vetor da velocidade tangencial

Escrevem-se duas UDF independentes de acordo com a direção  $y$  e  $z$ , contudo a sua estrutura é igual com a exceção da direção a que se aplica. Por isso apenas se descreve a estrutura para uma delas.

A UDF que modela a componente da velocidade tangencial na direção  $y$  detém a seguinte estrutura:

- (i) Diretrizes de inclusão;
- (ii) Características do disco atuante - definição do raio do disco, do raio do cubo, do coeficiente de potência, da velocidade angular, da velocidade não perturbada e do fator de indução axial;
- (iii) Posicionamento do disco atuante - definição das coordenadas do centro do disco, e da sua posição na direção  $x$ ;
- (iv) Inicialização da macro *DEFINE\_SOURCE*:
  - (a) Inicialização das variáveis - de uma matriz (para guardar as coordenadas do centróide de cada volume finito) e de variáveis que assumem valores reais;
  - (b) Cálculo do rácio da velocidade na extremidade e do centróide de cada volume finito - pelo comando  $C\_CENTROID(x,c,t)$ ;
  - (c) Verificação da posição e da dimensão do disco atuante, considerando o efeito do cubo - com recurso ao comando *if*;
  - (d) Cálculo do raio;
  - (e) Cálculo do valor do coeficiente de indução angular;
  - (f) Cálculo da velocidade tangencial;

- (g) Decomposição da velocidade tangencial na componente  $y$  - processo de verificação da localização de acordo com o critério dos quadrantes, posterior cálculo do ângulo e do valor do seu *coseno*;
  - (h) Definição do termo *source*;
  - (i) Definição do termo implícito  $dS/dv_t$ .
- (v) Termina da macro.

A função definida pelo utilizador para o caso da componente em  $y$  adquire a forma seguinte no ficheiro de extensão *.c*:

```
#include "udf.h"
#include "stdio.h"
#include "math.h"

//Características do disco atuador
#define raio_d 20
#define raio_c 1.5
#define Cp 0.51
#define vel_ang 3.46
#define vel 11.52
#define a 0.21

//Posicionamento do disco atuador
#define pos_z 0
#define pos_y 0
#define pos_x_1 200
#define pos_x_2 207

DEFINE_SOURCE(Vel_tang_y,c,t,dS,eqn)
{
    real x[ND_ND];
    real source, con, con2, r;
    real lambda, a_linha, vel_tang, vel_tang_y;
    real angulo;

    //Calculo do radio da vel. na extremidade e do centroide
    lambda= (vel_ang*raio_d)/vel;
    C_CENTROID(x,c,t);

    if ((x[0]>(pos_x_1) && x[0]<(pos_x_2)) && (((pow(((x[2])-
pos_z),2))+(pow(((x[1])-pos_y),2)))<pow(raio_d,2))&& ((pow(((x[2])-
pos_z),2))+(pow(((x[1])-pos_y),2)))>pow(raio_c,2))))
    {
        //Calculo do raio:
        r=sqrt((pow(((x[2])-pos_z),2))+(pow(((x[1])-
pos_y),2)));

        //Determinar o valor de a':
        a_linha=-0.5 + sqrt(0.25 + (a*(1-
a)/pow((lambda/raio_d),2))*(1/pow(r,2)));
    }
}
```

```

//Calculo da velocidade tangencial:
vel_tang=2*vel_ang*a_linha*r;

//Decomposicao da velocidade tangencial na componente y
//Verificar em que quadrante se localiza
//1° quadrante

if (x[2]>=pos_z && x[1]>=pos_y)
{
    angulo = atan((x[1]-pos_y)/(x[2]-pos_z));
    vel_tang_y=cos(angulo);
}
//2° quadrantes
else if (x[2]<pos_z && x[1]>pos_y)
{
    angulo = atan((x[1]-pos_y)/(pos_z-x[2]));
    vel_tang_y=-cos(angulo);
}
//3° quadrante
else if (x[2]<=pos_z && x[1]<=pos_y)
{
    angulo = atan((pos_y-x[1])/(pos_z-x[2]));
    vel_tang_y=-cos(angulo);
}
//4° quadrante
else if (x[2]>pos_z && x[1]<pos_y)
{
    angulo = atan((pos_y-x[1])/(x[2]-pos_z));
    vel_tang_y=cos(angulo);
}
con=vel_tang_y;
source=con*vel_tang;
dS[eqn]=con;
return source;
}
else
{
    return 0;
}
}

```

Figura D.3: UDF que modela a componente  $y$  da velocidade tangencial no caso de turbinas isoladas

De modo semelhante, a função definida pelo utilizador para o caso da componente em  $z$  adquire a forma seguinte no ficheiro de extensão `.c`:

```

#include "udf.h"
#include "stdio.h"
#include "math.h"

//Caracteristicas do disco atuador
#define raio_d 20
#define raio_c 1.5
#define Cp 0.51
#define vel_ang 3.46
#define vel 11.52
#define a 0.21

//Posicionamento do disco atuador
#define pos_z 0
#define pos_y 0
#define pos_x_1 200
#define pos_x_2 207

DEFINE_SOURCE(Vel_tang_z,c,t,dS,eqn)
{

```

## APÊNDICE D. USER DEFINED FUNCTIONS

---

```

real x[ND_ND];
real source, con, con2, r;
real lambda, a_linha, vel_tang, vel_tang_y, vel_tang_z;
real angulo;

//Calculo deo racio da vel. na extremidade e do centroide
lambda= (vel_ang*raio_d)/vel;
C_CENTROID(x,c,t);

if ((x[0]>(pos_x_1) && x[0]<(pos_x_2)) && (((pow(((x[2])-
pos_z),2))+pow(((x[1])-pos_y),2)))<pow(raio_d,2)) && ((pow(((x[2])-
pos_z),2))+pow(((x[1])-pos_y),2)))>pow(raio_c,2)))
{
    //Calculo do raio:
    r=sqrt((pow(((x[2])-pos_z),2))+pow(((x[1])-
pos_y),2)));

    //Determinar o valor de a':
    a_linha=-0.5 + sqrt(0.25 + (a*(1-
a)/pow((lambda/raio_d),2))*(1/pow(r,2)));

    //Calculo da velocidade tangencial:
    vel_tang=2*vel_ang*a_linha*r;

    //Decomposicao da velocidade tangencial na componente z
    //Verificar em que quadrante se localiza
    //1° quadrante

    if (x[2]>=pos_z && x[1]>=pos_y)
    {
        angulo = atan((x[1]-pos_y)/(x[2]-pos_z));
        vel_tang_z=-sin(angulo);
    }
    //2° quadrantes
    else if (x[2]<pos_z && x[1]>pos_y)
    {
        angulo = atan((x[1]-pos_y)/(pos_z-x[2]));
        vel_tang_z=-sin(angulo);
    }
    //3° quadrante
    else if (x[2]<=pos_z && x[1]<=pos_y)
    {
        angulo = atan((pos_y-x[1])/(pos_z-x[2]));
        vel_tang_z=sin(angulo);
    }
    //4° quadrante
    else if (x[2]>pos_z && x[1]<pos_y)
    {
        angulo = atan((pos_y-x[1])/(x[2]-pos_z));
        vel_tang_z=sin(angulo);
    }
    con=vel_tang_z;
    source=con*vel_tang;
    //printf ( " source: %g\n",source);
    dS[eqn]=con;
    return source;
}
else
{
    return 0;
}
}

```

Figura D.4: UDF que modela a componente z da velocidade tangencial no caso de turbinas isoladas

### D.3 Termos fonte das equações $k$ e $\varepsilon$

A criação das UDF para os termos fonte das equações do modelo de turbulência é o processo mais simples, analisando integralmente este processo. A simplicidade deve-se ao facto de serem introduzidos termos dependentes apenas das condições de escoamento não perturbado à altura do cubo.

As UDF apresentam a particularidade do cálculo destes termos ser geral, de forma a manter a validade para o caso da alteração da tipologia das turbinas, sendo estritamente necessário proceder a alterações na secção de caracterização das turbinas e/ou do escoamento incidente.

Analogamente descreve-se apenas uma das UDF visto que a estrutura é exatamente a mesma, com a exceção do termo *source*, que varia de forma concordante com as equações 4.21 e 4.22, presentes no subcapítulo 4.2.2.

A UDF que modela o termo da equação  $k$  possui a seguinte estrutura:

- (i) Diretrizes de inclusão;
- (ii) Características do disco atuante - definição do raio do disco, do raio e da altura do cubo;
- (iii) Características do escoamento e constantes - definição da velocidade não perturbada, da constante de von Kármán, da rugosidade do solo e da constante  $C_{\varepsilon 2}$  (para o caso da UDF do termo  $\varepsilon$ );
- (iv) Posicionamento do disco atuante - definição das coordenadas do centro do disco, e da sua posição na direção  $x$ ;
- (v) Inicialização da macro *DEFINE SOURCE*:
  - (a) Inicialização das variáveis - de uma matriz (para guardar as coordenadas do centróide de cada volume finito) e de variáveis que assumem valores reais;
  - (b) Cálculo da velocidade turbulenta de fricção, do termo  $\varepsilon_0$  e do centróide- pelo comando  $C\_CENTROID(x,c,t)$ ;
  - (c) Verificação da posição, a partir da qual se aplica o termo, e da dimensão do disco atuante - com recurso ao comando *if*;
  - (d) Definição do termo *source*;
  - (e) Definição do termo implícito  $dS/d\phi$ .
- (vi) Termina da macro.

Ambas as funções definidas pelo utilizador adquirem a forma presente da figura D.5 e D.6 no ficheiro de extensão *.c*.

```

#include "udf.h"
#include "stdio.h"
#include "math.h"

//Caracteristicas do disco atuador
#define raio_d 20
#define raio_c 1.5
#define H 45

//Caracteristicas do escomaneto e constantes
#define u_H 11.52
#define K 0.4
#define z_0 0.05

//Posicionamento do disco atuador
#define pos_z 0
#define pos_y 0
#define pos_x_1 200
#define pos_x_2 207

DEFINE_SOURCE(termo_k,c,t,dS,eqn)
{
    real x[ND_ND];
    real u_friccao, epsilon_H;
    real source, con, con2;

    //Calculo da vel. turb. de friccao, valor epsilon e do centroide
    u_friccao=(K*u_H)/(log((H/z_0)));
    epsilon_H=pow(u_friccao,3)/(K*H);
    C_CENTROID(x,c,t);

    //Verificacao da posicao apartir da qual se aplica e da
    dimensao do disco atuador
    if ((x[0]>(pos_x_2)) && (((pow(((x[2])-
pos_z),2)))+(pow(((x[1])-pos_y),2)))<pow(raio_d,2))))
    {
        con2=1;
    }
    else
    {
        con2=0;
    }
    con=con2;
    source=con*C_R(c,t)*epsilon_H;
    dS[eqn]=0;
    return source;
}

```

Figura D.5: UDF que modela o termo fonte da equação  $k$  no caso de turbinas isoladas

```

#include "udf.h"
#include "stdio.h" /* printf */
#include "math.h" /* log =ln */

//Caracteristicas do disco atuador
#define raio_d 20
#define raio_c 1.5
#define H 45

//Caracteristicas do escomaneto e constantes
#define u_H 11.52
#define K 0.4
#define z_0 0.05
#define c_epsi_2 1.92

//Posicionamento do disco atuador
#define pos_z 0
#define pos_y 0
#define pos_x_1 200
#define pos_x_2 207

DEFINE_SOURCE(termo_epsilon,c,t,dS,eqn)
{

```

```

real x[ND_ND];
real u_friccao, epsilon_H, k_H;
real source, con, con2;

//Calculo da vel. turb. de friccao, valor epsilon, k e do centroide
u_friccao=(K*u_H)/(log((H/z_0)));
epsilon_H=pow(u_friccao,3)/(K*H);
k_H=5.48*pow(u_friccao,2);
C_CENTROID(x,c,t);

//Verificacao da posicao apartir da qual se aplica e da
dimensao do disco atuador
if ((x[0]>(pos_x_2)) && (((pow(((x[2]-
pos_z),2))+pow(((x[1]-pos_y),2)))<pow(raio_d,2))))
{
    con2=1;
}
else
{
    con2=0;
}
con=con2;
source=(con*(C_R(c,t)*c_epsilon_2*(pow(epsilon_H,2)))/k_H;
dS[eqn]=0;
return source;
}

```

Figura D.6: UDF que modela o termo fonte da equação  $\varepsilon$  no caso de turbinas isoladas

## D.4 Termo adicional $\varphi_\varepsilon$

Para a composição desta UDF, primeiramente é necessário descortinar a notação de Einstein do termo de produção da energia cinética turbulenta,  $\varphi_\varepsilon$ , para permitir a interpretação do termo.

Primordialmente estabelece-se a ponte entre a notação utilizada no artigo, que se toma por base, e a presente no livro *An Introduction to Computational Fluid Dynamics - The Finite Volume Method* através de:

$$P_t = \mu_t (2S_{ij}S_{ij}) \quad (D.1)$$

Neste livro é possível conhecer as expressões dos valores médios para  $S_{ij}$ , pelo que na forma extensa o termo  $P_t$  é escrito do seguinte modo:

$$\begin{aligned}
 P_t = 2\mu_t \left( \left[ \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right] + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right] \left[ \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right] \right. \\
 \left. + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right] \left[ \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right] + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right] \left[ \frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right] \right) \quad (D.2)
 \end{aligned}$$

Procedendo a manipulação algébrica obtém-se o termo no formato da equação 5.7. Perante este desenvolvimento procede-se à formulação da UDF que adquire a seguinte estrutura:

- (i) Diretrizes de inclusão;
- (ii) Características do disco atuante - definição do raio do disco, do raio e da altura do cubo;

- (iii) Características do escoamento e constantes - definição da velocidade não perturbada e da constante  $C_{\epsilon 4}$ ;
- (iv) Posicionamento do disco atuante - definição das coordenadas do centro do disco, e da sua posição na direção  $x$ ;
- (v) Parâmetros para a definição do volume para aplicação do termo extra;
- (vi) Inicialização da macro *DEFINE SOURCE*:
  - (a) Inicialização das variáveis - de uma matriz (para guardar as coordenadas do centróide de cada volume finito) e de variáveis que assumem valores reais;
  - (b) Definição da largura do volume em que se implementa o termo;
  - (c) Cálculo do centróide dos volumes de controlo;
  - (d) Verificação da posição, a partir da qual se aplica o termo, e da dimensão do disco atuante - com recurso ao comando *if*;
  - (e) Definição do termo  $P_t$ ;
  - (f) Definição do termo *source*;
  - (g) Definição do termo implícito  $dS/d\phi$ .
- (vii) Termina da macro.

No ficheiro de extensão *.c* a UDF adquire a seguinte forma:

```
//Características do disco atuador
#define raio_d 20
#define raio_c 1.5
#define H 45

//Características do escoamento e constantes
#define u_H 11.52
#define c_epsilon_4 0.37

//Posicionamento do disco atuador
#define pos_z 0
#define pos_y 0
#define pos_x_1 200
#define pos_x_2 207

//Parâmetros do volume do termo extra
#define l_mon 0.25
#define l_jus 0.25

DEFINE_SOURCE(termo_pt,c,t,dS,eqn)
{
    real x[ND_ND];
    real source, con, con_2;
    real pos_jus, pos_mon, P_t;

    //Definição da largura do volume em que se implementa o termo
    pos_mon=pos_x_1 - (l_mon*2*raio_d);
    pos_jus=pos_x_2 + (l_jus*2*raio_d);

    //Cálculo do centróide
    C_CENTROID(x,c,t);
```

```

//Verificacao da posicao do volume em que se aplica e da
dimensao do disco atuador
if ((x[0]>(pos_mon) && x[0]<(pos_x_1)) && ((pow(((x[2])-
pos_z),2))+pow(((x[1])-pos_y),2))<pow(raio_d,2))
{
    con_2=1;
}
else if ((x[0]>(pos_x_2) && x[0]<(pos_jus)) &&
((pow(((x[2])-pos_z),2))+pow(((x[1])-pos_y),2))<pow(raio_d,2))
{
    con_2=1;
}
else
{
    con_2=0;
}

con=con_2*(c_epsilon_4/((C_R(c,t))*(C_K(c,t))));
P_t=2
*(C_MU_T(c,t))*(((C_DUDX(c,t))*(C_DUDX(c,t)))+(C_DVDY(c,t))*(C_DVDY(
c,t)))+(C_DWDZ(c,t))*(C_DWDZ(c,t)))+0.5
*((C_DUDY(c,t)+(C_DVDX(c,t)))*(C_DUDY(c,t)+(C_DVDX(c,t)))+0.5
*((C_DUDZ(c,t)+(C_DWDX(c,t)))*(C_DUDZ(c,t)+(C_DWDX(c,t)))+0.5
*((C_DVDZ(c,t)+(C_DWDY(c,t)))*(C_DVDZ(c,t)+(C_DWDY(c,t))));
source=con*(pow(P_t,2));
dS[eqn]=0;
return source;
}

```

Figura D.7: UDF que modela o termo extra,  $\phi_\varepsilon$ , da equação  $\varepsilon$  no caso de turbinas isoladas

## D.5 Turbinas em *tandem*

Neste subcapítulo do apêndice apresentam-se as funções programadas pelo utilizador que em tudo são similar às expressas anteriormente, diferenciando apenas no aspeto da inclusão da informação para duas turbinas.

Apresentam-se as UDF para o caso de duas turbinas em *tandem*, mas o processo é análogo para inserir no domínio um maior número de turbinas.

### D.5.1 Queda de pressão

```

#include "udf.h"
#include "stdio.h"
#include "math.h"

//Caracteristicas do disco atuador 1
#define raio_d 20
#define raio_c 1.5
#define vel_ang 3.46
#define a 0.21
#define U_0 11.52

//Caracteristicas do disco atuador2
#define raio_d_T2 20
#define raio_c_T2 1.5
#define vel_ang_T2 3.46
#define a_T2 0.25
#define U_0_T2 9.93

//Posicionamento do disco atuador 1
#define pos_z 0
#define pos_y -155
#define pos_x_1 200
#define pos_x_2 204

```

## APÊNDICE D. USER DEFINED FUNCTIONS

```

//Posicionamento do disco atuador 2
#define pos_z_T2 20
#define pos_y_T2 -155
#define pos_x_1_T2 440
#define pos_x_2_T2 443

DEFINE_SOURCE(Queda_Pressao,c,t,dS,eqn)
{
    Domain *d;
    real x[ND_ND];
    real x_1[ND_ND];
    real source, con, con2, Cp_T1, Cp_T2, lambda, lambda_T2;
    C_CENTROID(x,c,t);

//Calculo do racio de velocidade na extremidade e do coeficiente de
potencia

//Disco atuador 1
    lambda= (vel_ang*raio_d)/U_0;

    Cp_T1=((pow(vel_ang,4)*U_0*(1-a))/(pow(raio_d,2)*pow(U_
0,3)))*((2*raio_d/lambda)*(pow(raio_d,3)*(1-(2
*(a-1)*a/pow(lambda,2)))*sqrt(a*(1-a)+pow((lambda/2),2))-
raio_c*(pow(raio_c,2)-(2
*(a-1)*a*pow(raio_d,2)/pow(lambda,2)))*sqrt(a*(1-
a)+pow((lambda*raio_c)/(2*raio_d),2)))-((8
*pow((a-1),2)*pow(a,2)*pow(raio_d,4)/pow(lambda,4))*log((sqrt(a*(1-
a)+pow((lambda/2),2)+(lambda/2))/sqrt(a*(1-
a)+pow((lambda*raio_c)/(2*raio_d),2)+(lambda*raio_c)/(2*raio_d)))-
(pow(raio_d,4)-pow(raio_c,4))));

//Disco atuador 2
    lambda_T2= (vel_ang_T2*raio_d_T2)/U_0_T2;

    Cp_T2=((pow(vel_ang_T2,4)*U_0_T2*(1-
a_T2))/(pow(raio_d_T2,2)*pow(U_0_T2,3)))*((2
*raio_d_T2/lambda_T2)*(pow(raio_d_T2,3)*(1-(2
*(a_T2-1)*a_T2/pow(lambda_T2,2)))*sqrt(a_T2*(1-
a_T2)+pow((lambda_T2/2),2))-raio_c_T2*(pow(raio_c_T2,2)-(2
*(a_T2-1)*a_T2*pow(raio_d_T2,2)/pow(lambda_T2,2)))*sqrt(a_T2*(1-
a_T2)+pow((lambda_T2*raio_c_T2)/(2*raio_d_T2),2)))-((8
*pow((a_T2-1),2)*pow(a_T2,2)*pow(raio_d_T2,4)/pow(lambda_T2,4))*log((
sqrt(a_T2*(1-a_T2)+pow((lambda_T2/2),2)+(lambda_T2/2))/sqrt(a_T2
*(1-a_T2)+pow((lambda_T2*raio_c_T2)/(2*raio_d_T2),2)+(lambda_T2
*raio_c_T2)/(2*raio_d_T2)))-((pow(raio_d_T2,4)-pow(raio_c_T2,4))));

//Verificacao da posicao apartir da qual se aplica e da dimensao do
disco atuador
    if ((x[0]>(pos_x_1) && x[0]<(pos_x_2)) && ((pow((x[2]-
pos_z),2))+pow((x[1]-pos_y),2))<pow(raio_d,2))
    {
        con2=Cp_T1;
    }
    else if ((x[0]>(pos_x_1_T2) && x[0]<(pos_x_2_T2)) &&
((pow((x[2]-pos_z_T2),2))+pow((x[1]-pos_y_T2),2))
<pow(raio_d_T2,2))
    {
        con2=Cp_T2;
    }
    else
    {
        con2=0;
    }
    con=con2*0.5*C_R(c,t);
    source=-con*fabs(C_U(c,t))*C_U(c,t);
    dS[eqn]=-con2*2.*con*fabs(C_U(c,t));
    return source;
}

```

Figura D.8: UDF que modela a queda de pressão no caso de turbinas em *tandem*

## D.5.2 Velocidade tangencial

```

#include "udf.h"
#include "stdio.h"
#include "math.h"

//Caracteristicas do disco atuador 1
#define raio_d 20
#define raio_c 1.5
#define vel_ang 3.46
#define a 0.21
#define U_0 11.52

//Caracteristicas do disco atuador 2
#define raio_d_T2 20
#define raio_c_T2 1.5
#define vel_ang_T2 3.46
#define a_T2 0.25
#define U_0_T2 9.93

//Posicionamento do disco atuador 1
#define pos_z 0
#define pos_y -155
#define pos_x_1 200
#define pos_x_2 204

//Posicionamento do disco atuador 2
#define pos_z_T2 20
#define pos_y_T2 -155
#define pos_x_1_T2 440
#define pos_x_2_T2 443

DEFINE_SOURCE(my_SOURCE_y,c,t,dS,eqn)
{
    real x[ND_ND];
    real source, con, con2, r;
    real lambda, a_linha, vel_tang, vel_tang_y;
    real angulo;

    //Calculo do centroide
    C_CENTROID(x,c,t);

    //Verificacao da posicao apartir da qual se aplica e da
    dimensao do disco atuador
    //Disco atuador 1
    if ((x[0]>pos_x_1) && x[0]<pos_x_2) && (((pow((x[2]-
pos_z),2))+pow((x[1]-pos_y),2))<pow(raio_d,2))&& ((pow((x[2]-
pos_z),2))+pow((x[1]-pos_y),2))>pow(raio_c,2)))
    {

        lambda= (vel_ang*raio_d)/U_0;
        //Calculo do raio:
        r=sqrt((pow((x[2]-pos_z),2))+pow((x[1]-
pos_y),2));

        //Determinar o valor de a':
        a_linha=-0.5 + sqrt(0.25 + (a*(1-
a)/pow((lambda/raio_d,2))*(1/pow(r,2)));

        //Calculo da velocidade tangencial:
        vel_tang=2*vel_ang*a_linha*r;

        //Decomposicao da velocidade tangencial na componente y
        //Verificar em que quadrante se localiza
        //1° quadrante
        if (x[2]>=pos_z && x[1]>=pos_y)
        {
            angulo = atan((x[1]-pos_y)/(x[2]-pos_z));
            vel_tang_y=cos(angulo);
        }
        //2° quadrantes
        else if (x[2]<pos_z && x[1]>pos_y)
        {
            angulo = atan((x[1]-pos_y)/(pos_z-x[2]));
            vel_tang_y=-cos(angulo);
        }
        //3° quadrante
        else if (x[2]<=pos_z && x[1]<=pos_y)
        {
            angulo = atan((pos_y-x[1])/(pos_z-x[2]));
            vel_tang_y=-cos(angulo);
        }
        //4° quadrante
        else if (x[2]>pos_z && x[1]<pos_y)
        {
            angulo = atan((pos_y-x[1])/(x[2]-pos_z));
            vel_tang_y=cos(angulo);
        }
    }
}

```

## APÊNDICE D. USER DEFINED FUNCTIONS

---

```

//Disco atuador 2
else if ((x[0]>pos_x_1_T2) && x[0]<pos_x_2_T2) &&
(((pow((x[2]-pos_z_T2),2))+pow((x[1]-pos_y_T2),2)))
<pow(raio_d_T2,2)) && (((pow((x[2]-pos_z_T2),2))+pow((x[1]-
pos_y_T2),2)))>pow(raio_c_T2,2)))
{
    lambda= (vel_ang_T2*raio_d_T2)/U_0_T2;
    //Calculo do raio:
    r=sqrt((pow((x[2]-pos_z_T2),2))+pow((x[1]-
pos_y_T2),2));
    //Determinar o valor de a':
    a_linha=-0.5 + sqrt(0.25 + (a_T2*(1-
a_T2)/pow((lambda/raio_d_T2),2)*(1/pow(r,2))));
    //Calculo da velocidade tangencial:
    vel_tang=2*vel_ang*a_linha*r;
    //Decomposicao da velocidade tangencial na componente y
    //Verificar em que quadrante se localiza
    //1° quadrante
    if (x[2]>pos_z_T2 && x[1]>pos_y_T2)
    {
        angulo = atan((x[1]-pos_y_T2)/(x[2]-
pos_z_T2));
        vel_tang_y=cos(angulo);
    }
    //2° quadrantes
    else if (x[2]<pos_z_T2 && x[1]>pos_y_T2)
    {
        angulo = atan((x[1]-pos_y_T2)/(pos_z_T2-
x[2]));
        vel_tang_y=-cos(angulo);
    }
    //3° quadrante
    else if (x[2]<=pos_z_T2 && x[1]<=pos_y_T2)
    {
        angulo = atan((pos_y_T2-x[1])/(pos_z_T2-
x[2]));
        vel_tang_y=-cos(angulo);
    }
    //4° quadrante
    else if (x[2]>pos_z_T2 && x[1]<pos_y_T2)
    {
        angulo = atan((pos_y_T2-x[1])/(x[2]-
pos_z_T2));
        vel_tang_y=cos(angulo);
    }
}
else
{
    vel_tang_y=0;
}
con=vel_tang_y;
source=con*vel_tang;
//printf ( " source: %g\n", source);
dS[eqn]=con;
return source;
}

```

Figura D.9: UDF que modela a componente  $y$  da velocidade tangencial no caso de turbinas em *tandem*

```

#include "udf.h"
#include "stdio.h"
#include "math.h"

//Características do disco atuador 1
#define raio_d 20
#define raio_c 1.5
#define vel_ang 3.46
#define a 0.21
#define U_0 11.52

//Características do disco atuador 2
#define raio_d_T2 20
#define raio_c_T2 1.5
#define vel_ang_T2 3.46
#define a_T2 0.25
#define U_0_T2 9.93

//Posicionamento do disco atuador 1
#define pos_z 0
#define pos_y -155
#define pos_x_1 200
#define pos_x_2 204

//Posicionamento do disco atuador 2
#define pos_z_T2 20
#define pos_y_T2 -155
#define pos_x_1_T2 440
#define pos_x_2_T2 443

DEFINE_SOURCE(my_SOURCE_2,c,t,dS,eqn)
{
    real x[ND_ND];
    real source, con, con2, r;
    real lambda, a_linha, vel_tang, vel_tang_y, vel_tang_z;
    real angulo;

    //Calculo do centroide
    C_CENTROID(x,c,t);

    //Verificacao da posicao apartir da qual se aplica e da
    dimensao do disco atuador
    //Disco atuador 1
    if ((x[0]>(pos_x_1) && x[0]<(pos_x_2)) && (((pow(((x[2]-
    pos_z),2))+pow(((x[1]-pos_y),2)))<pow(raio_d,2))&& ((pow(((x[2]-
    pos_z),2))+pow(((x[1]-pos_y),2)))>pow(raio_c,2))))
    {
        lambda= (vel_ang*raio_d)/U_0;
        //Calculo do raio:
        r=sqrt((pow(((x[2]-pos_z),2))+pow(((x[1]-
    pos_y),2))));

        //Determinar o valor de a':
        a_linha=-0.5 + sqrt(0.25 + (a*(1-
    a)/pow((lambda/raio_d),2)*(1/pow(r,2))));

        //Calculo da velocidade tangencial:
        vel_tang=2*vel_ang*a_linha*r;

        //Decomposicao da velocidade tangencial na componente y
        //Verificar em que quadrante se localiza
        //1° quadrante
        if (x[2]>pos_z && x[1]>pos_y)
        {
            angulo = atan((x[1]-pos_y)/(x[2]-pos_z));
            vel_tang_z=-sin(angulo);
        }
        //2° quadrantes
        else if (x[2]<pos_z && x[1]>pos_y)
        {
            angulo = atan((x[1]-pos_y)/(pos_z-x[2]));
            vel_tang_z=-sin(angulo);
        }
        //3° quadrante
        else if (x[2]<=pos_z && x[1]<=pos_y)
        {
            angulo = atan((pos_y-x[1])/(pos_z-x[2]));
            vel_tang_z=sin(angulo);
        }
        //4° quadrante
        else if (x[2]>pos_z && x[1]<pos_y)
        {
            angulo = atan((pos_y-x[1])/(x[2]-pos_z));
            vel_tang_z=sin(angulo);
        }
    }
}

```

## APÊNDICE D. USER DEFINED FUNCTIONS

---

```

//Disco atuador 2
else if ((x[0]>pos_x_1_T2) && x[0]<(pos_x_2_T2)) &&
(((pow((x[2]-pos_z_T2),2))+pow((x[1]-pos_y_T2),2)))
<pow(raio_d_T2,2)) && (((pow((x[2]-pos_z_T2),2))+pow((x[1]-
pos_y_T2),2)))>pow(raio_c_T2,2)))
{
    lambda= (vel_ang_T2*raio_d_T2)/U_0_T2;
    //Calculo do raio:
    r=sqrt((pow((x[2]-pos_z_T2),2))+pow((x[1]-
pos_y_T2),2));

    //Determinar o valor de a':
    a_linha=-0.5 + sqrt(0.25 + (a_T2*(1-
a_T2)/pow((lambda/raio_d_T2),2)*(1/pow(r,2))));

    //Calculo da velocidade tangencial:
    vel_tang=2*vel_ang*a_linha*r;

    //Decomposicao da velocidade tangencial na componente y
    //Verificar em que quadrante se localiza
    //1° quadrante
    if (x[2]>=pos_z_T2 && x[1]>=pos_y_T2)
    {
        angulo = atan((x[1]-pos_y_T2)/(x[2]-
pos_z_T2));
        vel_tang_z=-sin(angulo);
    }
    //2° quadrantes
    else if (x[2]<pos_z_T2 && x[1]>pos_y_T2)
    {
        angulo = atan((x[1]-pos_y_T2)/(pos_z_T2-
x[2]));
        vel_tang_z=-sin(angulo);
    }
    //3° quadrante
    else if (x[2]<=pos_z_T2 && x[1]<=pos_y_T2)
    {
        angulo = atan((pos_y_T2-x[1])/(pos_z_T2-
x[2]));
        vel_tang_z=sin(angulo);
    }
    //4° quadrante
    else if (x[2]>pos_z_T2 && x[1]<pos_y_T2)
    {
        angulo = atan((pos_y_T2-x[1])/(x[2]-
pos_z_T2));
        vel_tang_z=sin(angulo);
    }
}
else
{
    vel_tang_z=0;
}

con=vel_tang_z;
source=con*vel_tang;
//printf ( " source: %g\n",source);
dS[eqn]=con;
return source;
}

```

Figura D.10: UDF que modela a componente z da velocidade tangencial no caso de turbinas em *tandem*

D.5.3 Termos fonte das equações  $k$  e  $\varepsilon$ 

```

#include "udf.h"
#include "stdio.h"
#include "math.h"

//Dados do modelo
#define c_epsilon_2 1.92

//Caracteristicas do disco atuador 1
#define raio_d 20
#define raio_c 1.5
#define H 45

//Caracteristicas do disco atuador2
#define raio_d_T2 20
#define raio_c_T2 1.5
#define H_T2 45

//Caracteristicas do escoamento e constantes DA 1
#define K 0.4
#define z_0 0.05
#define U_0 11.52

//Caracteristicas do escoamento e constantes DA 2
#define K_T2 0.4
#define z_0_T2 0.05
#define U_0_T2 9.93

//Posicionamento do disco atuador 1
#define pos_z 0
#define pos_y -155
#define pos_x_1 200
#define pos_x_2 204

//Posicionamento do disco atuador 2
#define pos_z_T2 20
#define pos_y_T2 -155
#define pos_x_1_T2 440
#define pos_x_2_T2 443

DEFINE_SOURCE(SOURCE_k_Rotor,c,t,dS,eqn)
{
    real x[ND_ND];
    real u_friccao, epsilon_H, u_H, u_H_T1, u_H_T2;
    real source, con, con2;

    //Calculo do centroide
    C_CENTROID(x,c,t);

    //Verificacao da posicao apartir da qual se aplica e da
    dimensao do disco atuador
    //Disco atuador 1
    if ((x[0]>(pos_x_2)) && (((pow(((x[2]-
pos_z),2)))+(pow(((x[1]-pos_y),2)))<pow(raio_d,2))))
    {
        u_friccao=(K*U_0)/(log((H/z_0)));
        epsilon_H=pow(u_friccao,3)/(K*H);
        con2=C_R(c,t)*epsilon_H;
    }
    //Disco atuador 2
    else if ((x[0]>(pos_x_2_T2)) && (((pow(((x[2]-
pos_z_T2),2)))+(pow(((x[1]-pos_y_T2),2)))<pow(raio_d_T2,2))))
    {
        u_friccao=(K_T2*U_0_T2)/(log((H_T2/z_0_T2)));
        epsilon_H=pow(u_friccao,3)/(K_T2*H_T2);
        con2=C_R(c,t)*epsilon_H;
    }
    else
    {
        con2=0;
    }
    con=con2;
    source=con;
    dS[eqn]=0;
    return source;
}

```

Figura D.11: UDF que modela o termo fonte da equação  $k$  no caso de turbinas em *tandem*

## APÊNDICE D. USER DEFINED FUNCTIONS

---

```

#include "udf.h"
#include "stdio.h"
#include "math.h"

//Dados do modelo
#define c_epsi_2 1.92

//Caracteristicas do disco atuador 1
#define raio_d 20
#define raio_c 1.5
#define H 45

//Caracteristicas do disco atuador2
#define raio_d_T2 20
#define raio_c_T2 1.5
#define H_T2 45

//Caracteristicas do escomaneto e constantes DA 1
#define K 0.4
#define z_0 0.05
#define U_0 11.52

//Caracteristicas do escomaneto e constantes DA 2
#define K_T2 0.4
#define z_0_T2 0.05
#define U_0_T2 9.93

//Posicionamento do disco atuador 1
#define pos_z 0
#define pos_y -155
#define pos_x_1 200
#define pos_x_2 204

//Posicionamento do disco atuador 2
#define pos_z_T2 20
#define pos_y_T2 -155
#define pos_x_1_T2 440
#define pos_x_2_T2 443

DEFINE_SOURCE(SOURCE_e_Rotor,c,t,dS,eqn)
{
    real x[ND_ND];
    real source, con, con2;
    real u_friccao, epsilon_H, k_H;

    //Calculo do centroide
    C_CENTROID(x,c,t);

    //Verificacao da posicao apartir da qual se aplica e da
    dimensao do disco atuador
    //Disco atuador 1
    if ((x[0]>(pos_x_2)) && (((pow((x[2])-
pos_z),2))+(pow((x[1])-pos_y),2))<pow(raio_d,2)))
    {
        u_friccao=(K*U_0)/(log((H/z_0)));
        epsilon_H=pow(u_friccao,3)/(K*H);
        k_H=5.48*pow(u_friccao,2);
        con2=((C_R(c,t)*c_epsi_2*(pow(epsilon_H,2)))/k_H;
    }
    //Disco atuador 2
    else if ((x[0]>(pos_x_2_T2)) && (((pow((x[2])-
pos_z_T2),2))+(pow((x[1])-pos_y_T2),2))<pow(raio_d_T2,2)))
    {
        u_friccao=(K_T2*U_0_T2)/(log((H_T2/z_0_T2)));
        epsilon_H=pow(u_friccao,3)/(K_T2*H_T2);
        k_H=5.48*pow(u_friccao,2);
        con2=((C_R(c,t)*c_epsi_2*(pow(epsilon_H,2)))/k_H;;
    }
    else
    {
        con2=0;
    }
    con=con2;
    source=con;
    dS[eqn]=0;
    return source;
}

```

Figura D.12: UDF que modela o termo fonte da equação  $\varepsilon$  no caso de turbinas em *tandem*

D.5.4 Termo adicional  $\varphi_\varepsilon$ 

```

#include "udf.h"
#include "stdio.h"
#include "math.h"

//Dado do Modelo
#define c_epsilon_4 0.37

//Caracteristicas do disco atuador 1
#define raio_d 20
#define raio_c 1.5
#define H 45

//Caracteristicas do disco atuador 2
#define raio_d_T2 20
#define raio_c_T2 1.5
#define H_T2 45

//Posicionamento do disco atuador 1
#define pos_z 0
#define pos_y -155
#define pos_x_1 200
#define pos_x_2 204

//Posicionamento do disco atuador 2
#define pos_z_T2 20
#define pos_y_T2 -155
#define pos_x_1_T2 440
#define pos_x_2_T2 443

//Parametros do volume do termo extra DA 1
#define l_mon 0.25
#define l_jus 0.25

//Parametros do volume do termo extra DA 2
#define l_mon_T2 0.25
#define l_jus_T2 0.25

DEFINE_SOURCE(SOURCE_TP,c,t,dS,eqn)
{
    real x[ND_ND];
    real source, con, con_2;
    real pos_jus, pos_mon, P_t,pos_jus_T2, pos_mon_T2;

    //Definicao da largura do volume em que se implementa o termo:
    //Disco atuador 1
    pos_mon=pos_x_1 - (l_mon*2*raio_d);
    pos_jus=pos_x_2 + (l_jus*2*raio_d);
    //Disco atuador 2
    pos_mon_T2=pos_x_1_T2 - (l_mon_T2*2*raio_d_T2);
    pos_jus_T2=pos_x_2_T2 + (l_jus_T2*2*raio_d_T2);

    //Calculo do centroide
    C_CENTROID(x,c,t);

    //Verificacao da posicao do volume em que se aplica e da
    dimensao do disco atuador
    //Disco atuador 1
    if ((x[0]>(pos_mon) && x[0]<(pos_jus)) && ((pow(((x[2])-
    pos_z),2))+pow(((x[1])-pos_y),2))<pow(raio_d,2))
    {
        con_2=1;
    }
    //Disco atuador 2
    else if ((x[0]>(pos_mon_T2) && x[0]<(pos_jus_T2)) &&
    ((pow(((x[2])-pos_z_T2),2))+pow(((x[1])-pos_y_T2),2))
    <pow(raio_d_T2,2))
    {
        con_2=1;
    }
    else
    {
        con_2=0;
    }

    con=con_2*(c_epsilon_4/((C_R(c,t))*(C_K(c,t))));
    P_t=2
    *(C_MU_T(c,t))*(((C_DUDX(c,t))*(C_DUDX(c,t)))+(C_DVDY(c,t))*(C_DVDY(
    c,t)))+(C_DWDZ(c,t))*(C_DWDZ(c,t)))+0.5
    *((C_DUDY(c,t))*(C_DVDX(c,t)))+(C_DUDY(c,t))*(C_DVDX(c,t))+0.5
    *((C_DUDZ(c,t))*(C_DWDX(c,t)))+(C_DUDZ(c,t))*(C_DWDX(c,t))+0.5
    *((C_DVDZ(c,t))*(C_DWDY(c,t)))+(C_DVDZ(c,t))*(C_DWDY(c,t)));
    source=con*(pow(P_t,2));
    dS[eqn]=0;
    return source;
}

```

Figura D.13: UDF que modela o termo extra,  $\varphi_\varepsilon$ , da equação  $\varepsilon$  no caso de turbinas em *tandem*



## RESULTADOS DETALHADOS DA MODELAÇÃO DA VELOCIDADE TANGENCIAL

Neste apêndice procede-se à decomposição da velocidade tangencial no plano em que se insere o rotor. Salienta-se que as escalas das isolinhas da magnitude da velocidade tangencial são diferentes de forma a evidenciar as particularidades da componente da velocidade na direção  $z$ , figura E.2.

Ilustra-se ainda a velocidade tangencial no plano meridional  $xy$ , figura E.3, de forma a verificar a sua influência na direção longitudinal.

Por fim apresenta-se a velocidade tangencial no plano à distância de  $x/D = 0,5$  a jusante do rotor, com o objetivo de mostrar a rotação da esteira de acordo com o modelo de turbulência usado, figura E.4.

APÊNDICE E. RESULTADOS DETALHADOS DA MODELAÇÃO DA VELOCIDADE TANGENCIAL

---

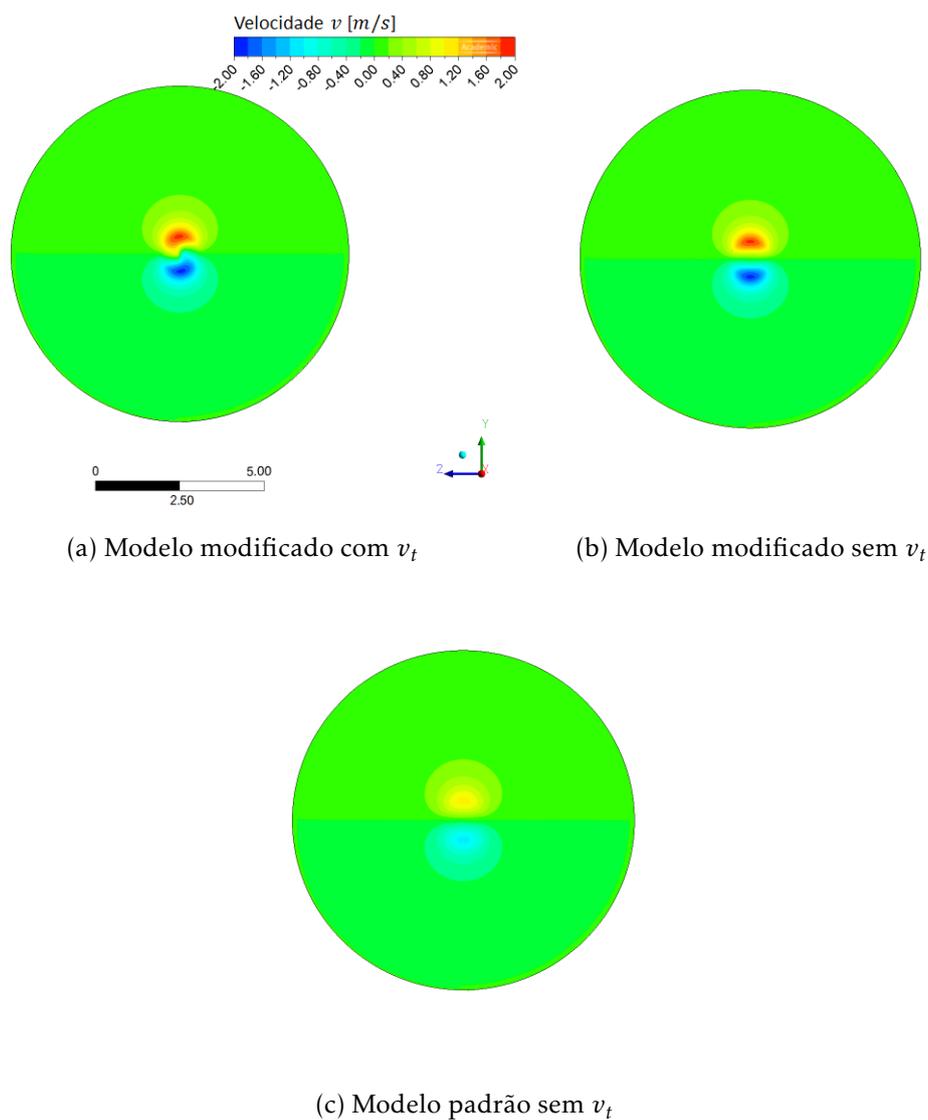


Figura E.1: Isolinhas da magnitude da componente  $\gamma$  da velocidade tangencial no plano do rotor

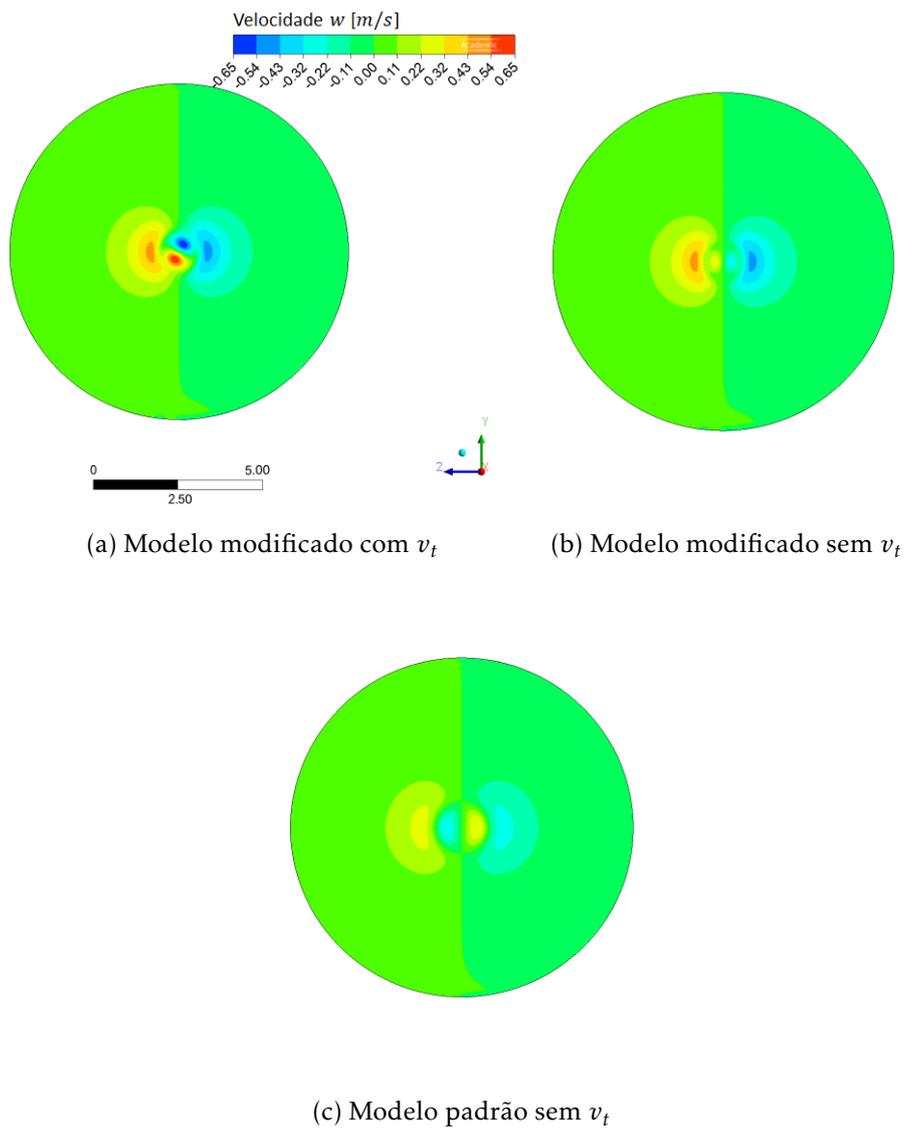
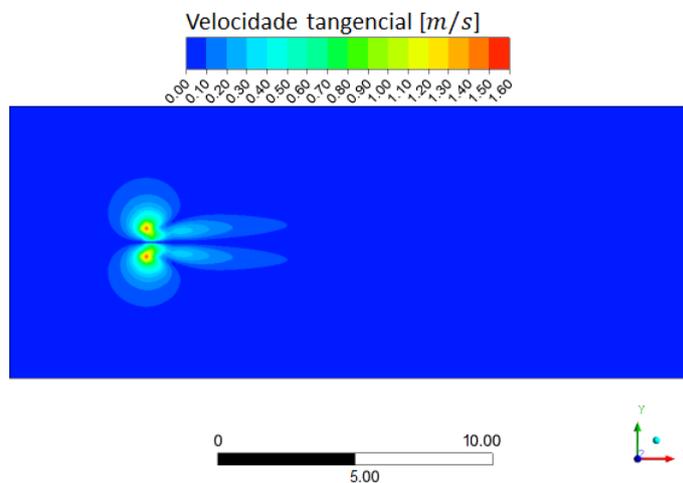
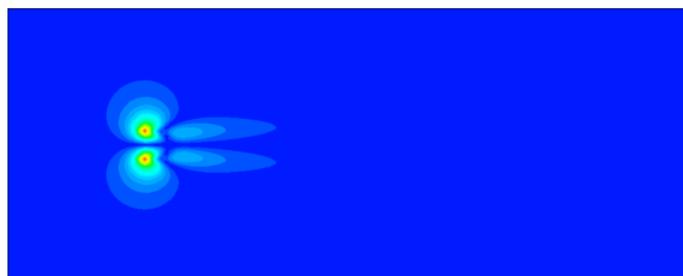


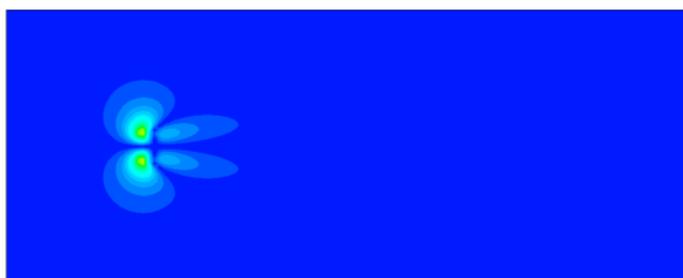
Figura E.2: Isolinhas da magnitude da componente  $z$  da velocidade tangencial no plano do rotor



(a) Modelo modificado com  $v_t$



(b) Modelo modificado sem  $v_t$



(c) Modelo padrão sem  $v_t$

Figura E.3: Isolinhas da magnitude da velocidade tangencial no plano  $xy$

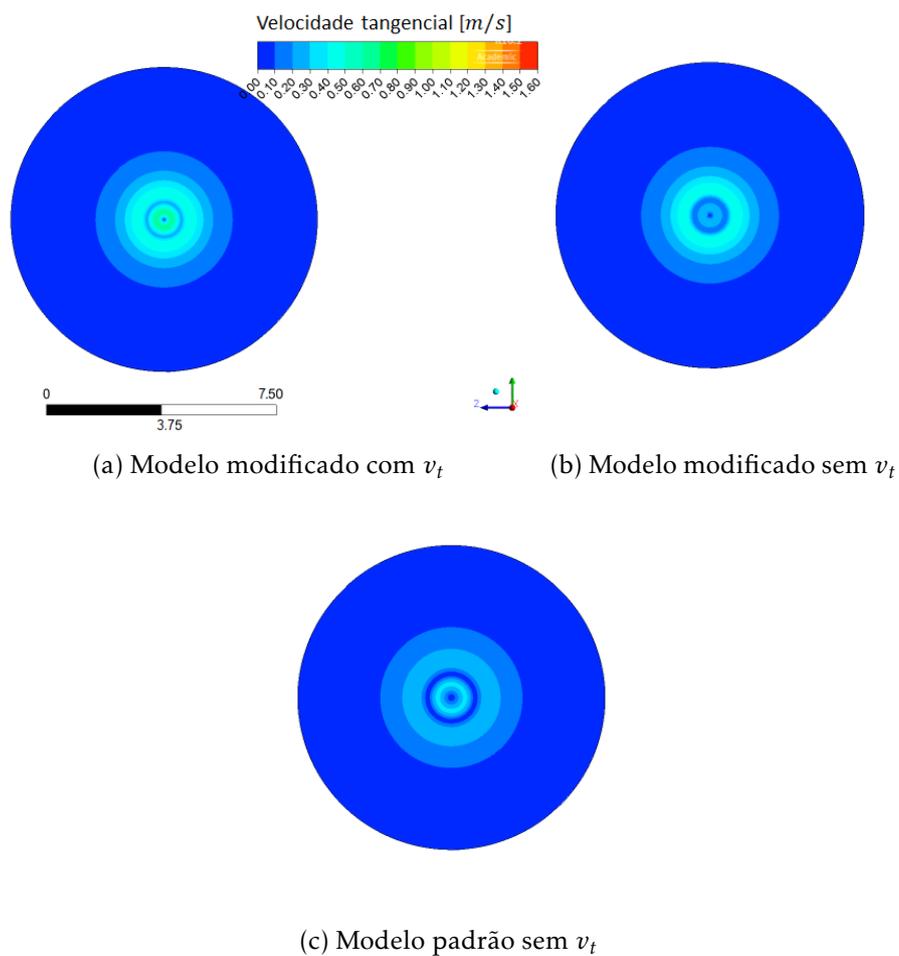


Figura E.4: Isolinhas da magnitude da velocidade tangencial no plano à distância  $x/D=0,5$  a jusante do rotor





## RESULTADOS DETALHADOS DA VALIDAÇÃO DO MODELO DE ESTEIRA

Para efetuar a validação do modelo de esteira é necessário primeiramente determinar as funções de aproximação que descrevam os perfis de velocidade experimentais, uma vez que os pontos de recolha dos dados são diferentes para cada estação a jusante do rotor e diferem também dos determinados numericamente.

De forma semelhante procedeu-se para o perfil de velocidades na linha central e para o perfil que aproxima a evolução do diâmetro da esteira.

APÊNDICE F. RESULTADOS DETALHADOS DA VALIDAÇÃO DO MODELO DE ESTEIRA

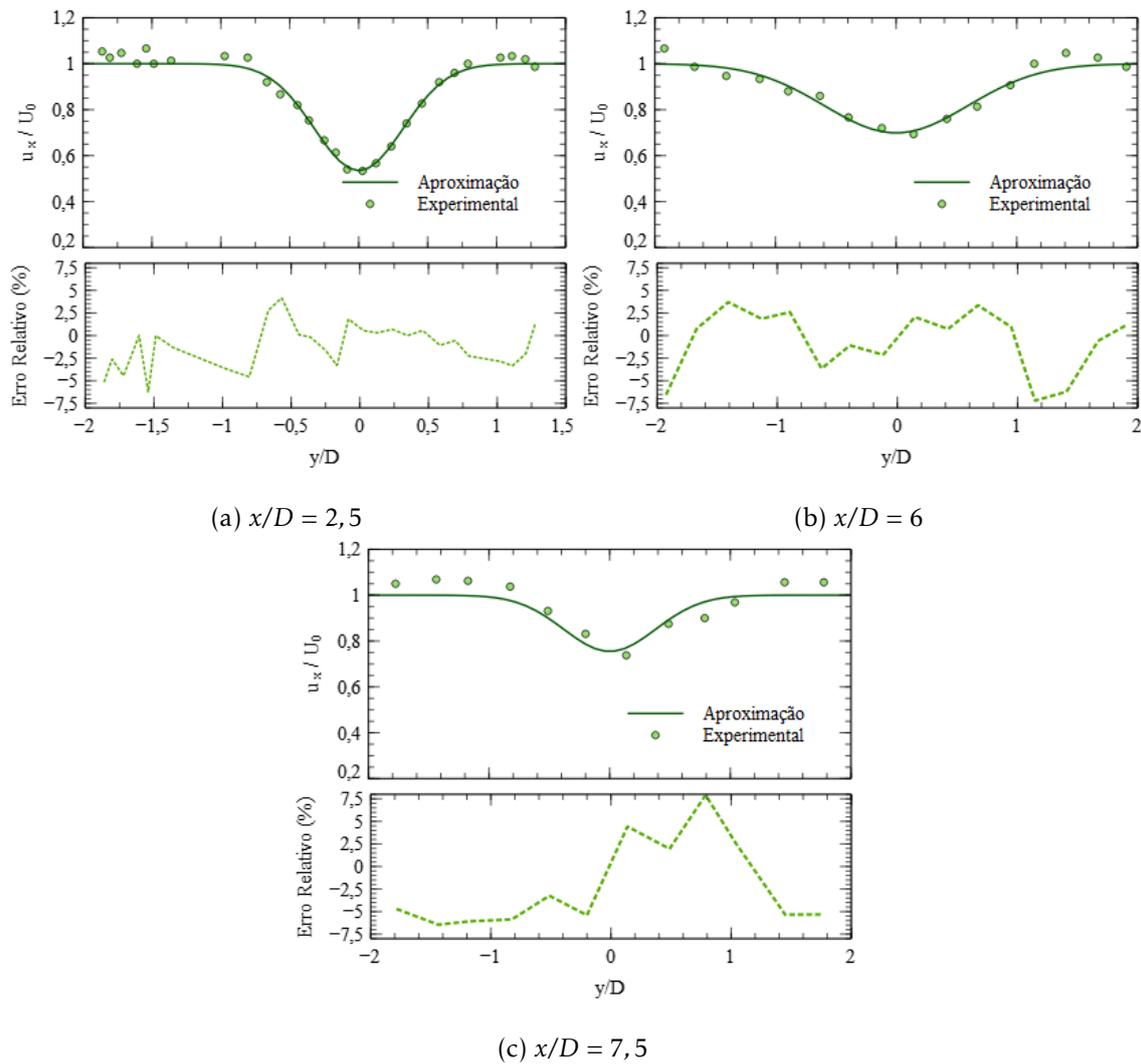


Figura F.1: Perfis experimentais e de aproximação da velocidade axial, na direção  $y$ , para as diferentes distâncias a jusante do rotor - *Caso Exp. 1*

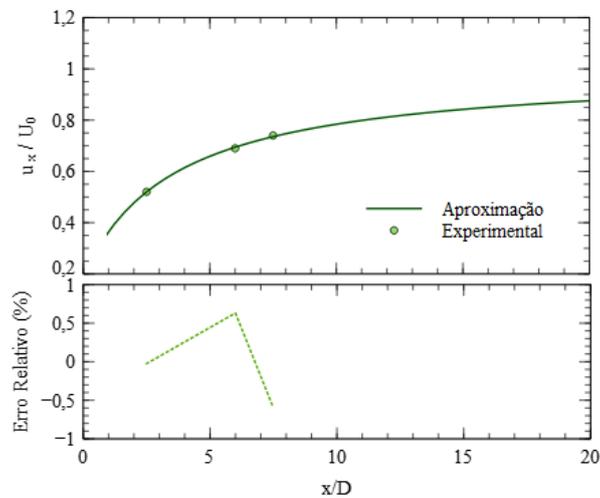
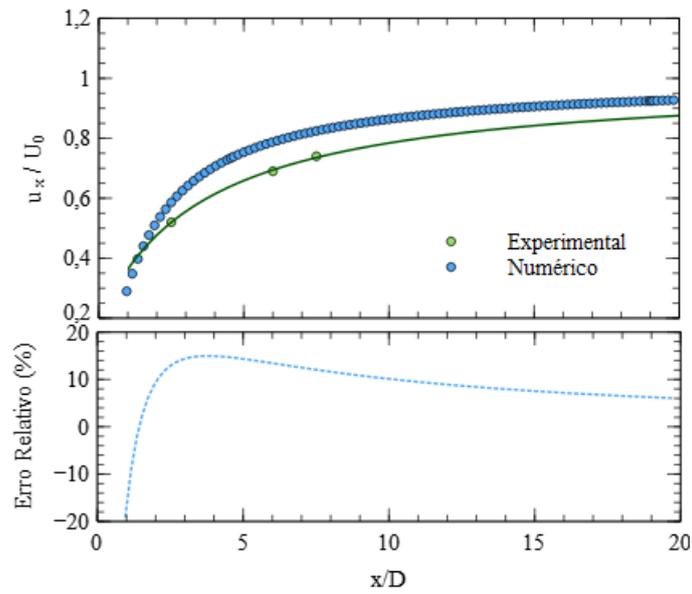
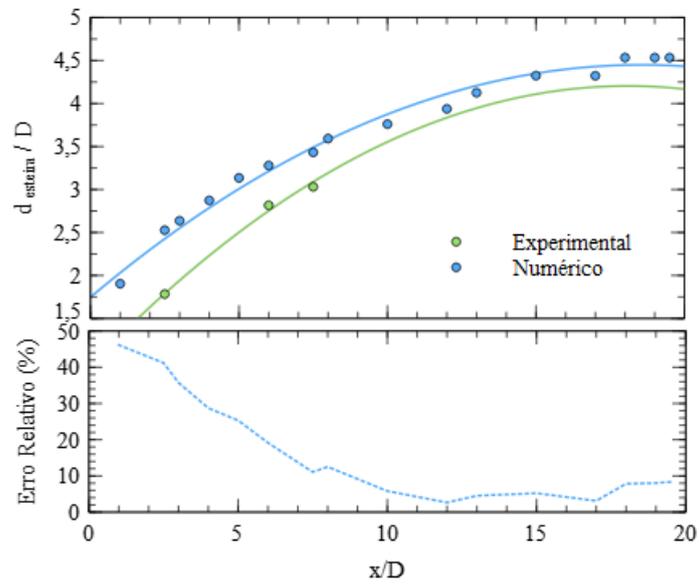


Figura F.2: Perfis experimentais e de aproximação da velocidade na linha central para a cota  $y=0$  - *Caso Exp. 1*



(a) Perfil de velocidades na linha central



(b) Perfil do diâmetro da esteira

Figura F.3: Perfis experimentais e de aproximação da velocidade na linha central e do diâmetro da esteira com os respectivos erros relativos - *Caso Exp. 1*

APÊNDICE F. RESULTADOS DETALHADOS DA VALIDAÇÃO DO MODELO DE ESTEIRA

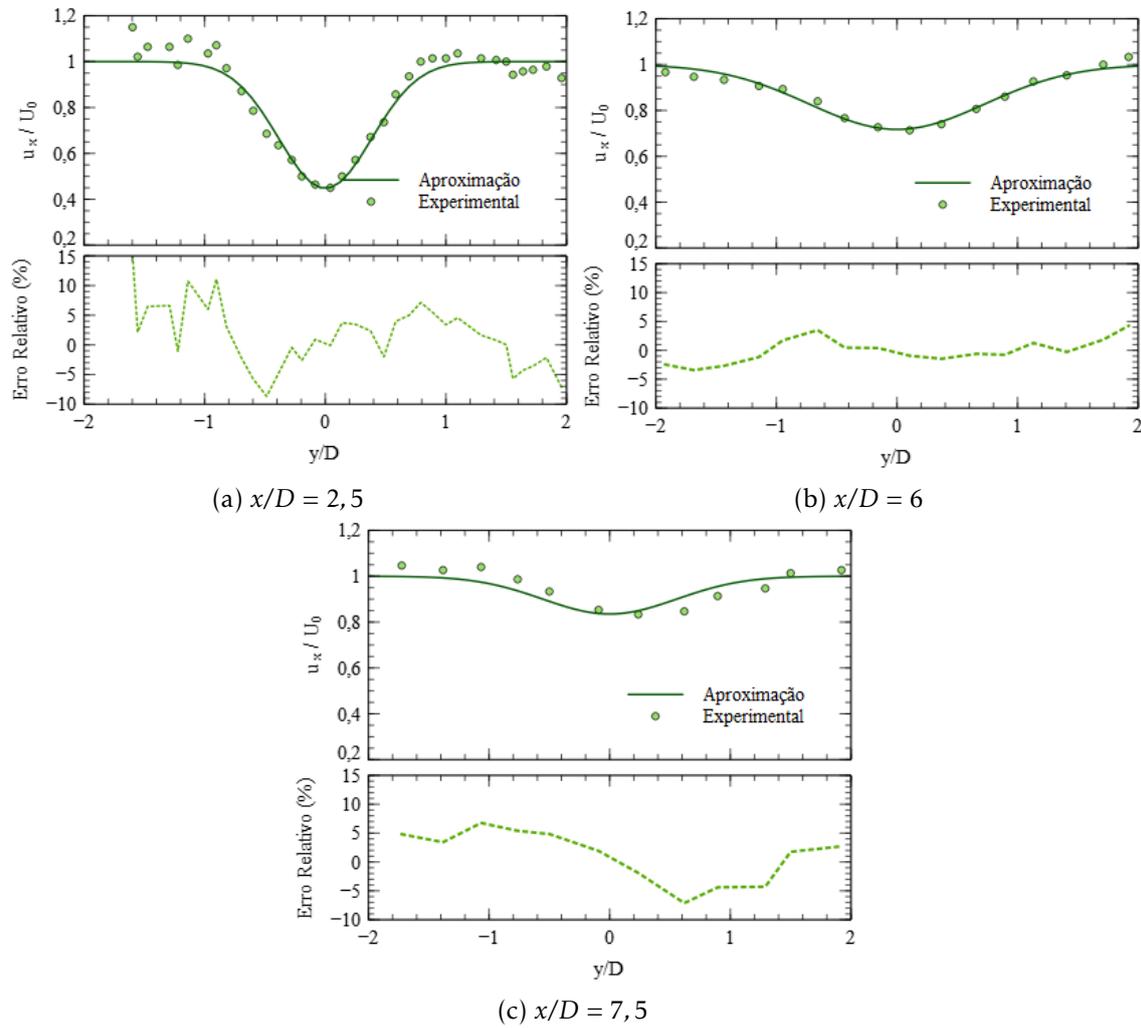


Figura F.4: Perfis experimentais e de aproximação da velocidade axial, na direção  $y$ , para as diferentes distâncias a jusante do rotor - *Caso Exp. 2*

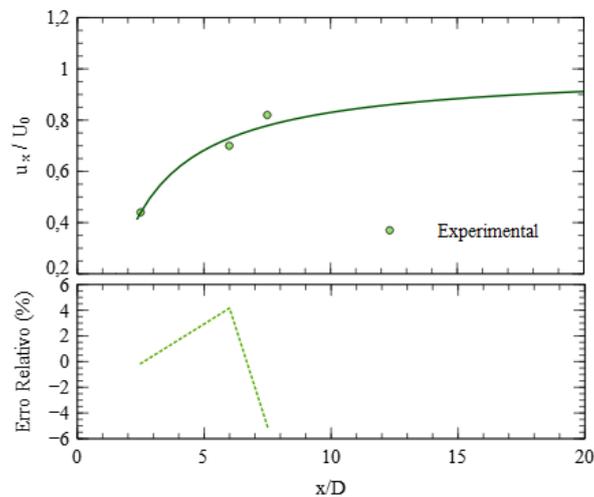
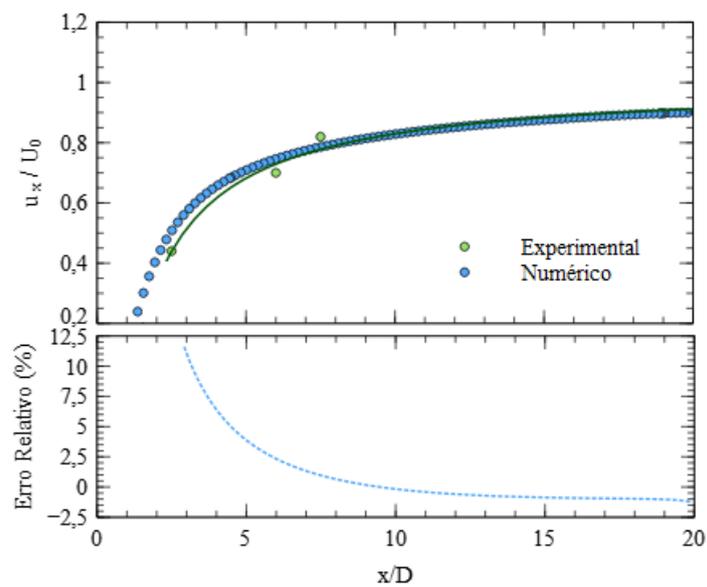
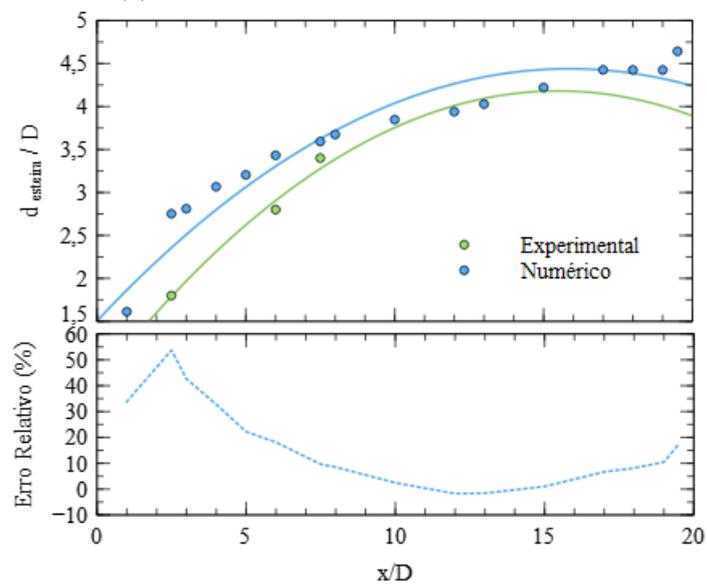


Figura F.5: Perfis experimentais e de aproximação da velocidade na linha central para a cota  $y=0$  - *Caso Exp. 2*



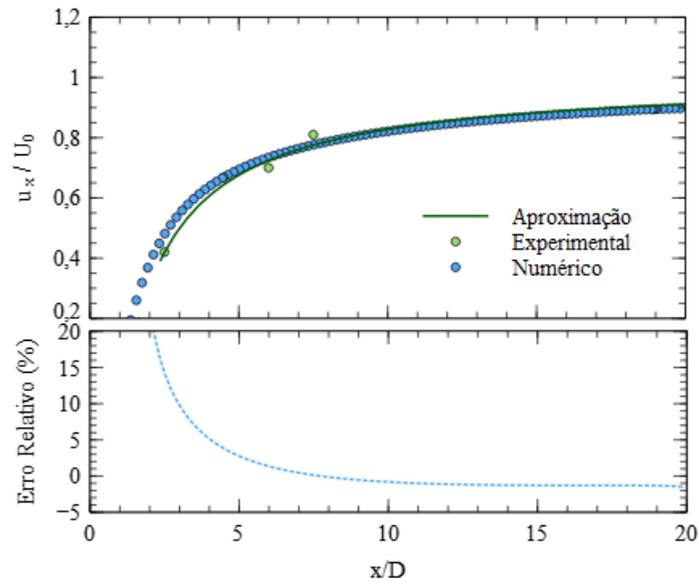
(a) Perfil de velocidades na linha central



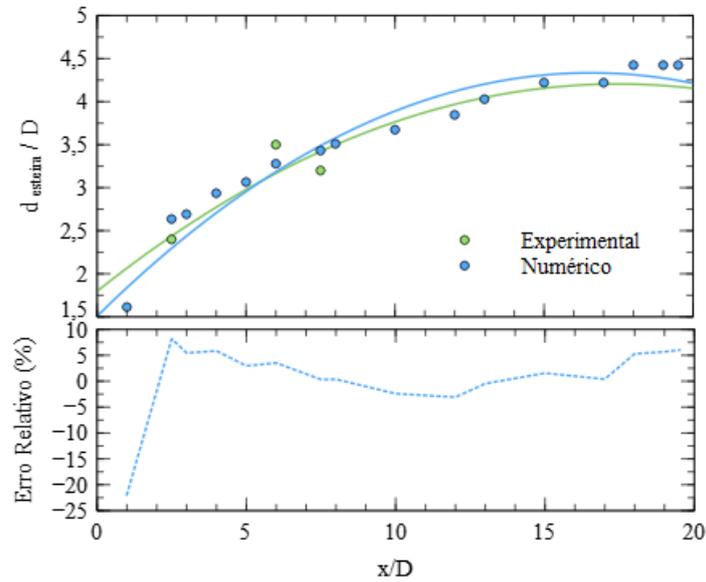
(b) Perfil do diâmetro da esteira

Figura F.6: Perfis experimentais e de aproximação da velocidade na linha central e do diâmetro da esteira com os respectivos erros relativos - *Caso Exp. 2*





(a) Perfil de velocidades na linha central



(b) Perfil do diâmetro da esteira

Figura F.9: Perfis experimentais e de aproximação da velocidade na linha central e do diâmetro da esteira com os respectivos erros relativos - *Caso Exp. 3*





## RESULTADOS DETALHADOS DO ESTUDO DO TERMO

 $\varphi_\varepsilon$ 

O termo extra  $\varphi_\varepsilon$ , introduzido na equação de transporte da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta, apresenta um elevado potencial para proceder à correção do perfil de velocidades caracterizador da propagação da esteira na direção axial.

Primeiramente na sua análise deteta-se que as células, na direção longitudinal, em que são introduzidas as UDF que modelam a presença de uma turbina, não estavam contempladas no volume crítico em que o termo  $\varphi_\varepsilon$  é implementado, pelo que se procede à sua retificação, figura G.1.

```
#include "udf.h"
#include "stdio.h"
#include "math.h"

//Características do disco atuador
#define raio_d 20
#define raio_c 1.5
#define H 45

//Características do escoamento e constantes
#define u_H 11.52
#define c_epsilon_4 0.37

//Posicionamento do disco atuador
#define pos_z 0
#define pos_y 0
#define pos_x_1 200
#define pos_x_2 207

//Parametros do volume do termo extra
#define l_mon 0.25
#define l_jus 0.25

DEFINE_SOURCE(termo_pt,c,t,dS,eqn)
{
```

```

real x[ND_ND];
real source, con, con_2;
real pos_jus, pos_mon, P_t;

//Definicao da largura do volume em que se implementa o termo
pos_mon=pos_x_1 - (l_mon*2*raio_d);
pos_jus=pos_x_2 + (l_just*2*raio_d);

//Calculo do centroide
C_CENTROID(x,c,t);

//Verificacao da posicao do volume em que se aplica e da
dimensao do disco atuador
if ((x[0]>(pos_mon) && x[0]<(pos_jus) && ((pow(((x[2])-
pos_z),2))+pow(((x[1])-pos_y),2))<pow(raio_d,2)))
{
    con_2=1;
}
else
{
    con_2=0;
}

con=con_2*(c_epsilon_4/((C_R(c,t))*(C_K(c,t))));
P_t=2
*(C_MU_T(c,t))*(((C_DUDX(c,t))*(C_EUDX(c,t)))+(C_DVDY(c,t))*(C_DVDY(
c,t)))+(C_DWDZ(c,t))*(C_DWDZ(c,t)))+0.5
*((C_DUDY(c,t))*(C_DVDX(c,t)))+(C_DUDY(c,t))*(C_DUDY(c,t)))+(C_DVDX(c,t))+0.5
*((C_DUDZ(c,t))*(C_DWDX(c,t)))+(C_DUDZ(c,t))*(C_DUDZ(c,t)))+(C_DWDX(c,t))+0.5
*((C_DVDZ(c,t))*(C_DWDY(c,t)))+(C_DVDZ(c,t))*(C_DVDZ(c,t)))+(C_DWDY(c,t))));
source=con*(pow(P_t,2));
ds[eqn]=0;
return source;
}
    
```

Figura G.1: UDF retificada que modela o termo extra,  $\varphi_\varepsilon$ , da equação  $\varepsilon$  no caso de turbinas isoladas

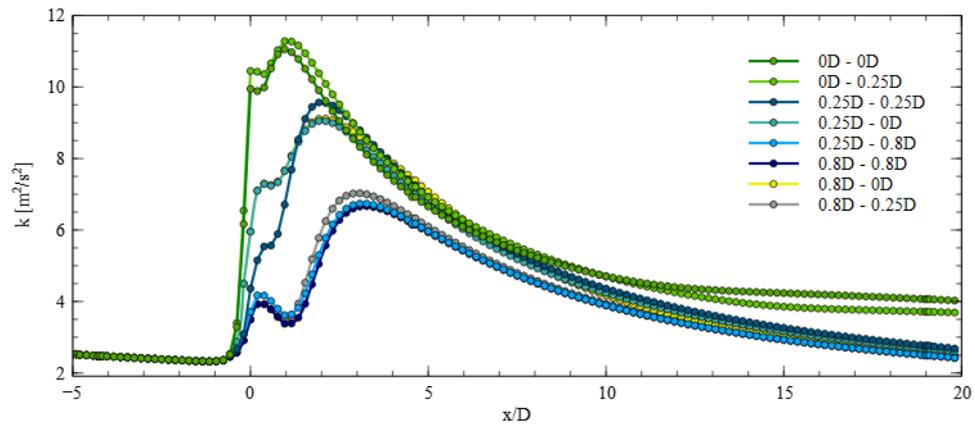
Determina-se o perfil termo  $k$  e  $\varepsilon$  ao longo da direção longitudinal do domínio numérico para a cota da posição central do disco atuante, de forma a verificar o desenvolvimento deste termos uma vez que ambos integram a expressão do termo  $\varphi_\varepsilon$ .

Para o estudo ao nível tridimensional apresenta-se de seguida as componentes do termo  $S_{ij}; S_{ij}$  agrupadas de acordo com a direção da velocidade.

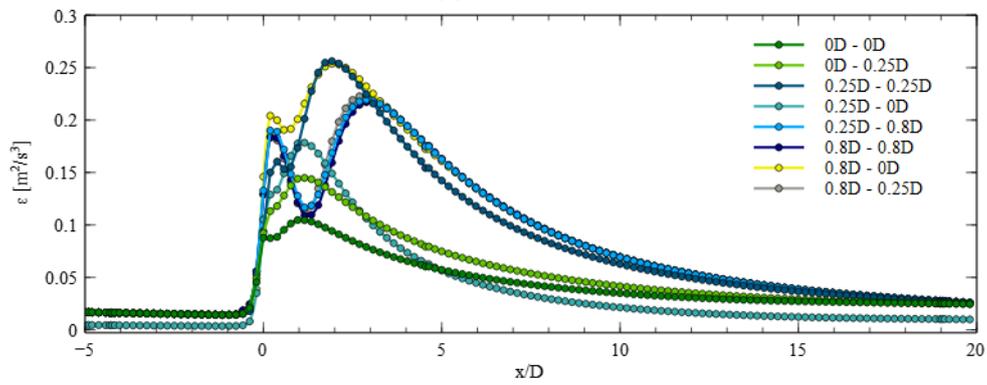
Primeiramente procede-se à comparação das componentes do termo para os casos de aplicação do termo  $\varphi_\varepsilon$  no volume nomeado por  $0D - 0D$  e  $0,25D - 0,25D$ , figura G.3, e posteriormente a comparação entre os casos de  $0,25D - 0,25D$  e  $0,8D - 0,8D$ , figura G.4.

Seguidamente estabelece-se a comparação das componentes para os casos de aplicação do termo  $\varphi_\varepsilon$  no volume designado por  $0,25D - 0,25D$  em que se varia a implementação da modelação da velocidade tangencial,  $v_t$ , figura G.5. Estabelece-se também a comparação assente sobre as mesmas circunstâncias de comparação do caso anterior com a diferença que o termo  $\varphi_\varepsilon$  não é implementado, figura G.6.

Por fim, e após a visualização dos benefícios de considerar apenas a implementação do termo num volume a montante, estabelece-se a comparação de forma análoga entre os pares de casos  $0,25D - 0,25D$  e  $0,25D - 0D$  e entre  $0,25D - 0D$  e  $0,8D - 0D$ , figura G.7 e figura G.8, respetivamente.

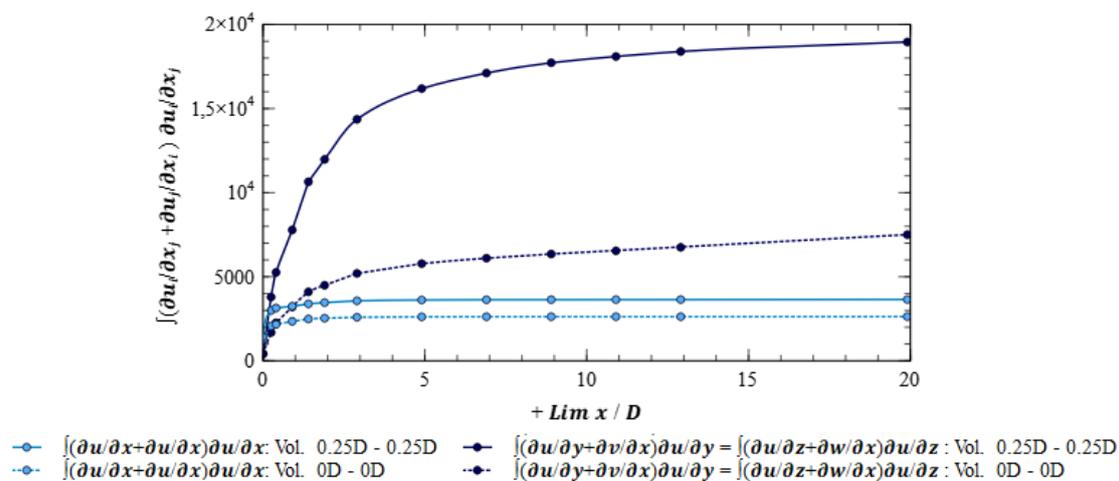


(a) Termo  $k$

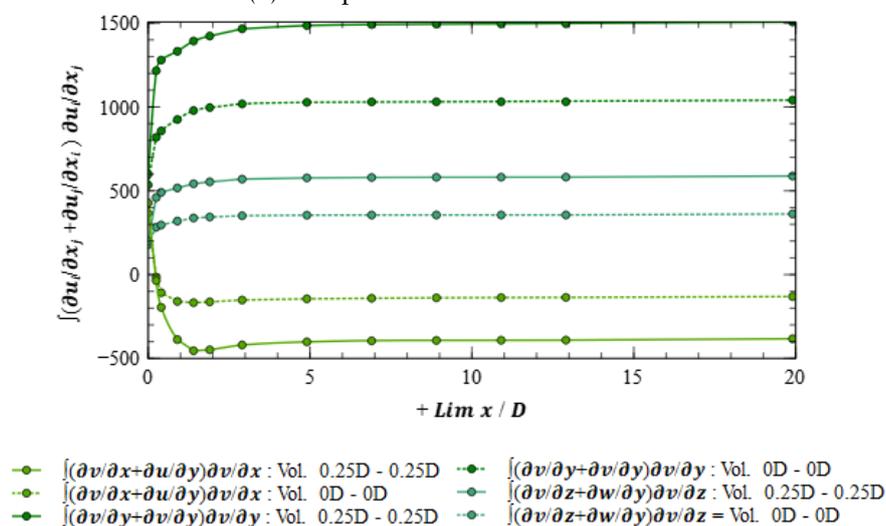


(b) Termo  $\varepsilon$

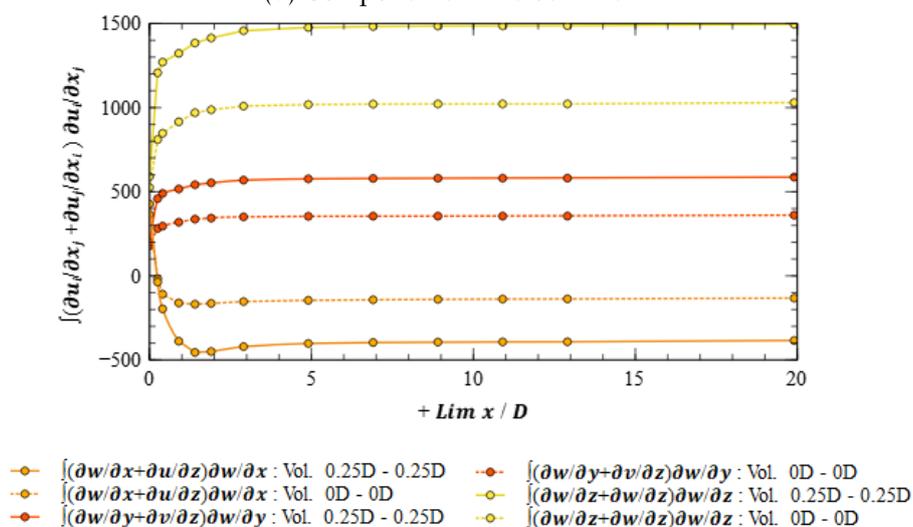
Figura G.2: Perfis dos termos  $k$  e  $\varepsilon$  ao longo da direção longitudinal para a cota central do disco atuante



(a) Componente da velocidade  $u$

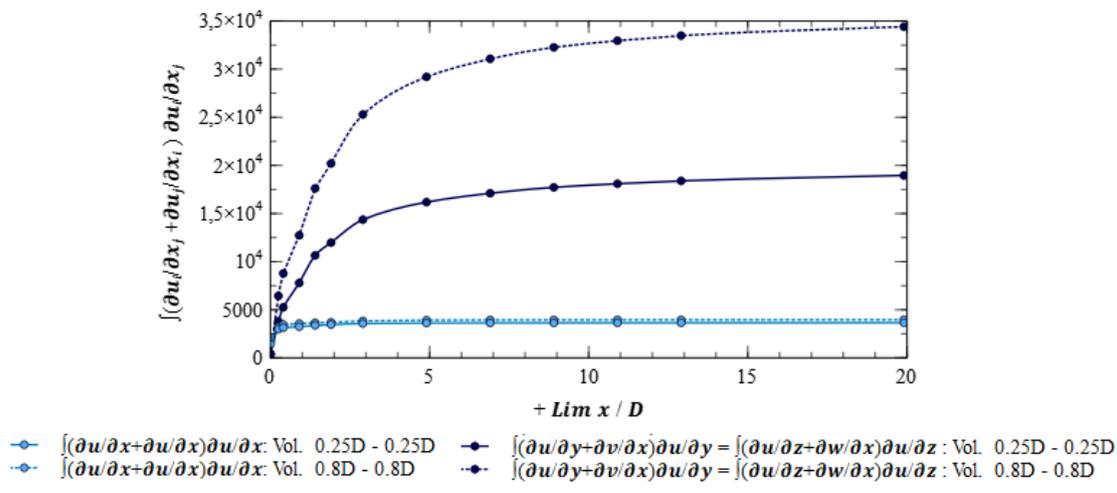


(b) Componente da velocidade  $v$

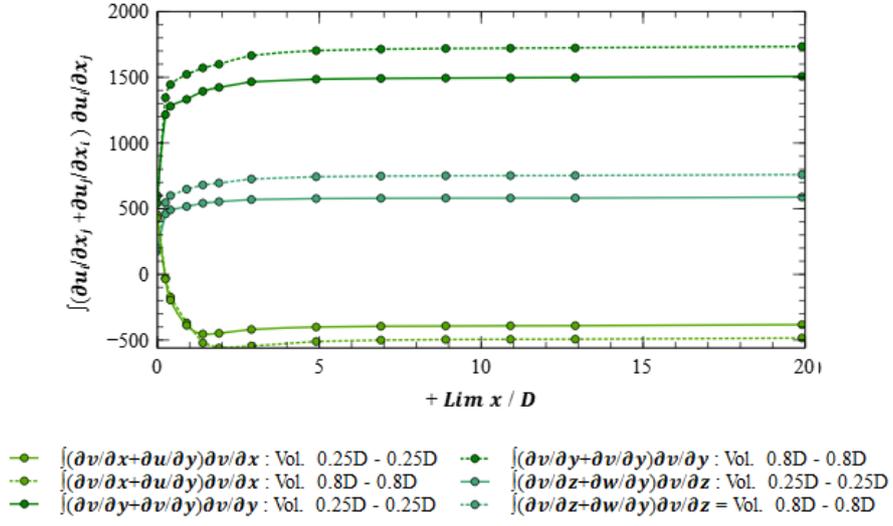


(c) Componente da velocidade  $w$

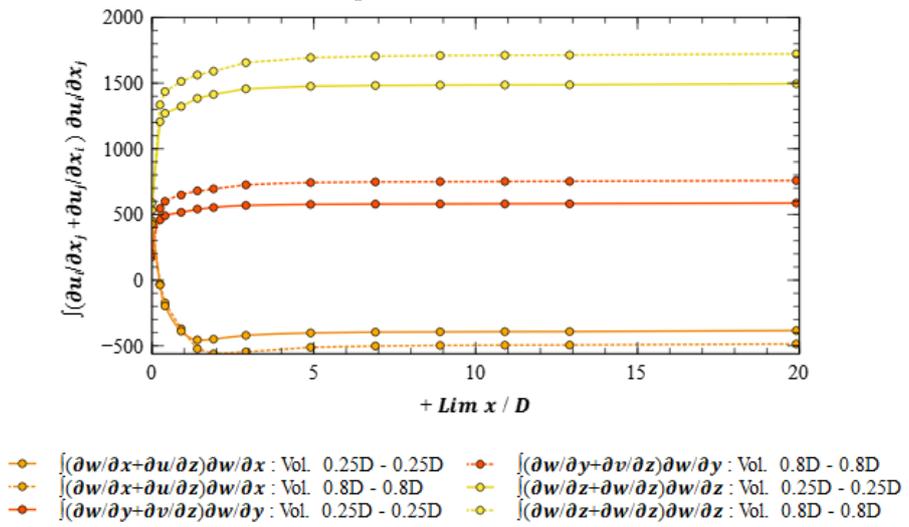
Figura G.3: Perfis dos respectivos termos de  $S_{ij}S_{ij}$  associados a cada componente da velocidade - Casos de volume  $0D - 0D$  e  $0,25D - 0,25D$



(a) Componente da velocidade  $u$

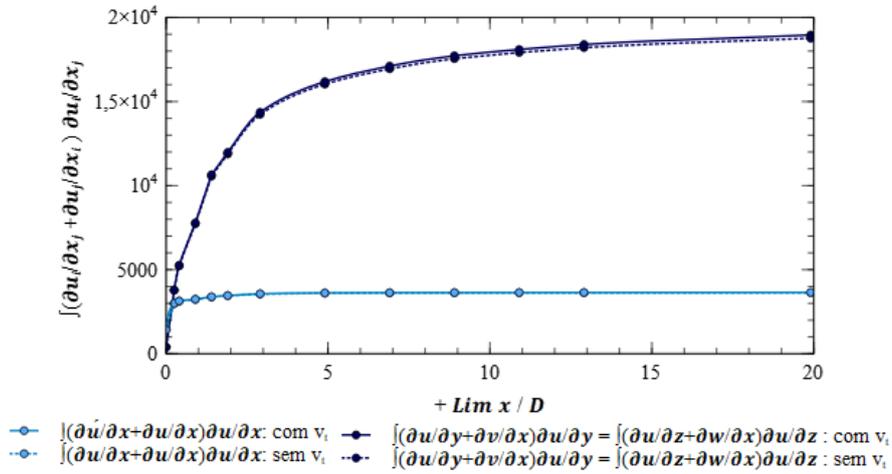


(b) Componente da velocidade  $v$

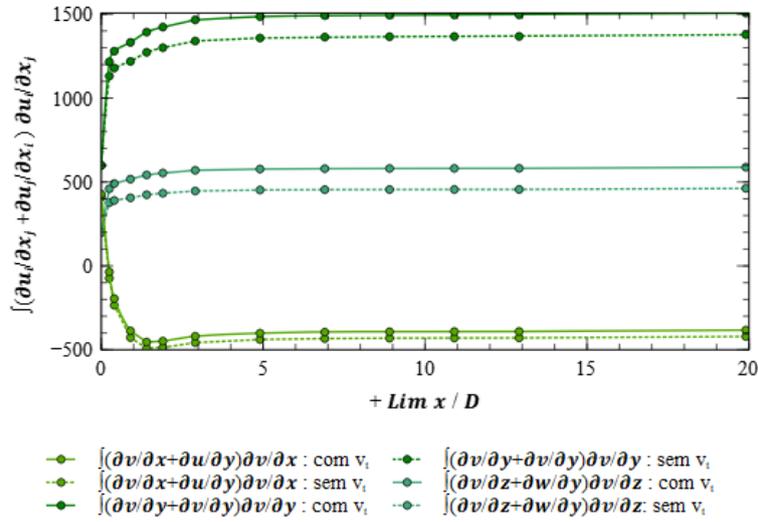


(c) Componente da velocidade  $w$

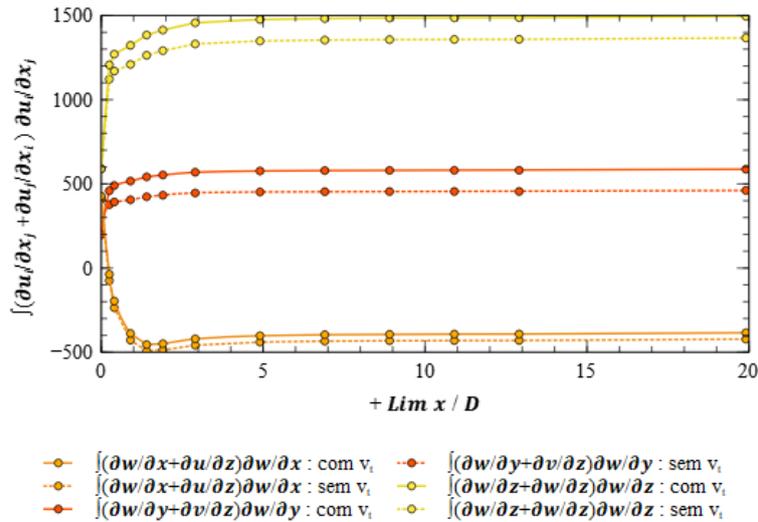
Figura G.4: Perfis dos respectivos termos de  $S_{ij}S_{ij}$  associados a cada componente da velocidade - Casos de volume 0,25D - 0,25D e 0,8D - 0,8D



(a) Componente da velocidade  $u$

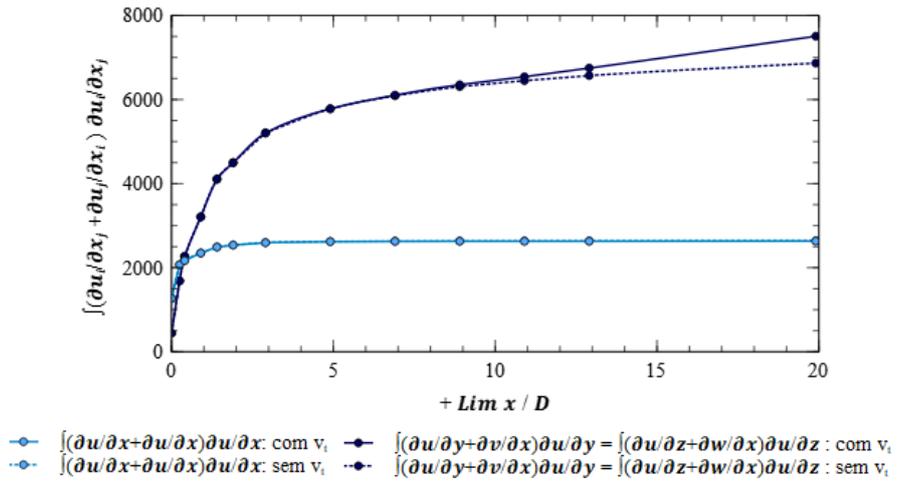


(b) Componente da velocidade  $v$

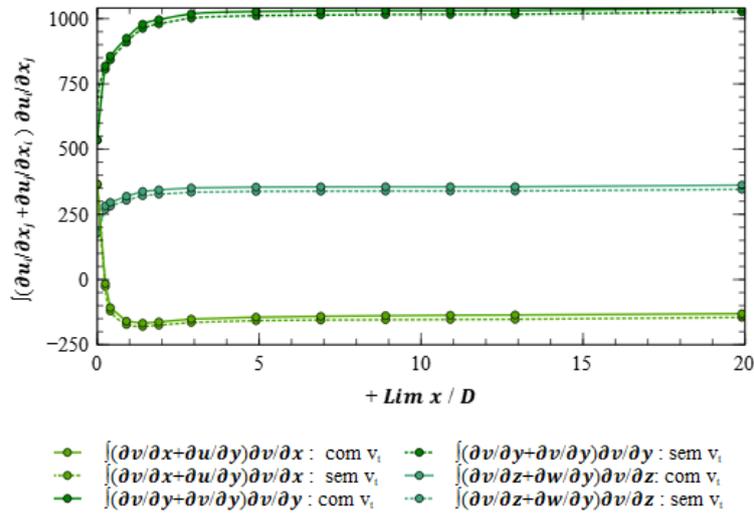


(c) Componente da velocidade  $w$

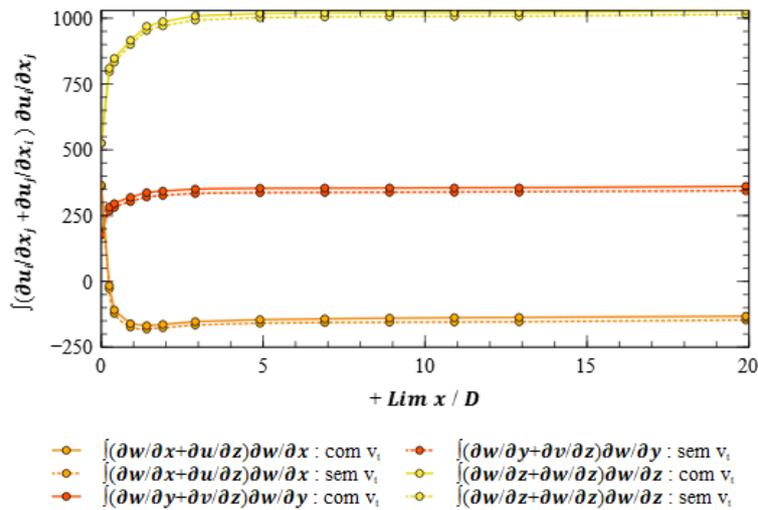
Figura G.5: Perfis dos respectivos termos de  $S_{ij}S_{ij}$  associados a cada componente da velocidade - Casos de volume  $0,25D - 0,25D$  com e sem a modelação da rotação,  $v_t$



(a) Componente da velocidade  $u$

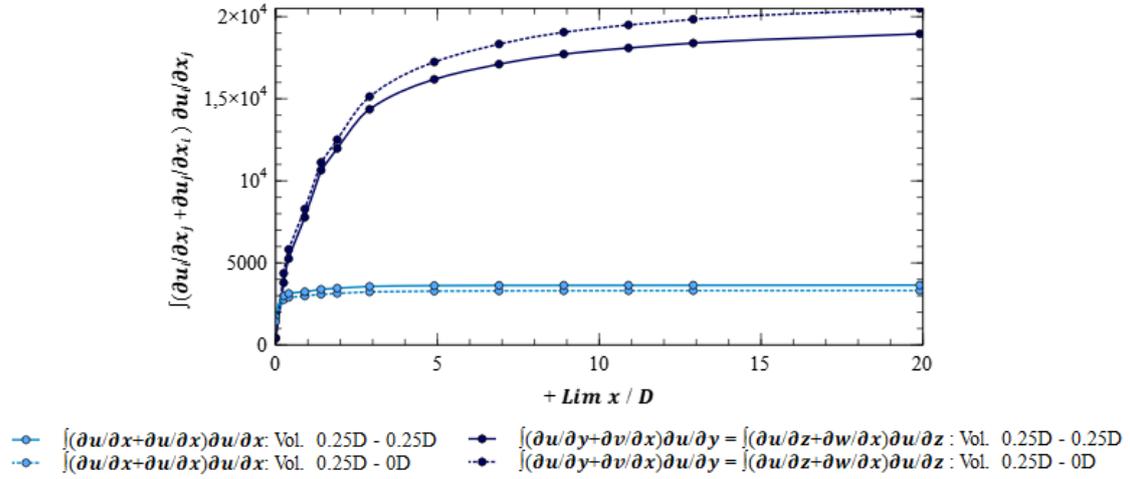


(b) Componente da velocidade  $v$

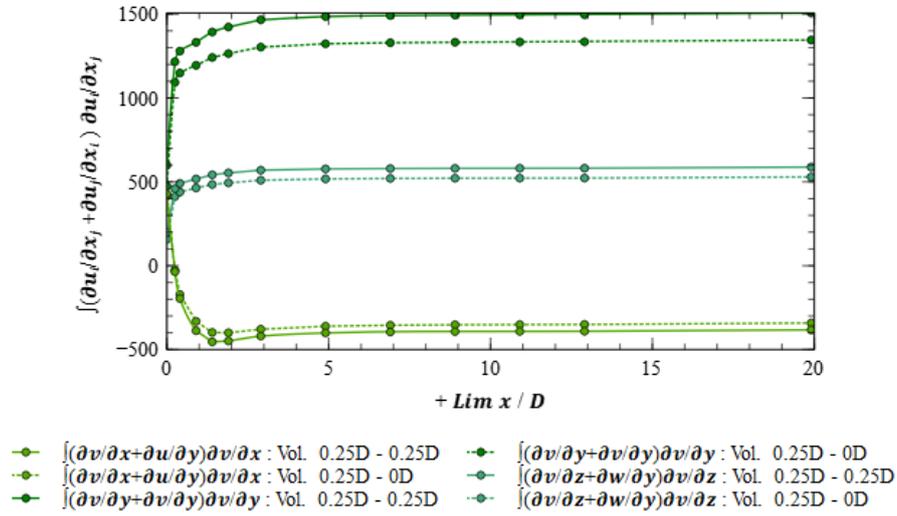


(c) Componente da velocidade  $w$

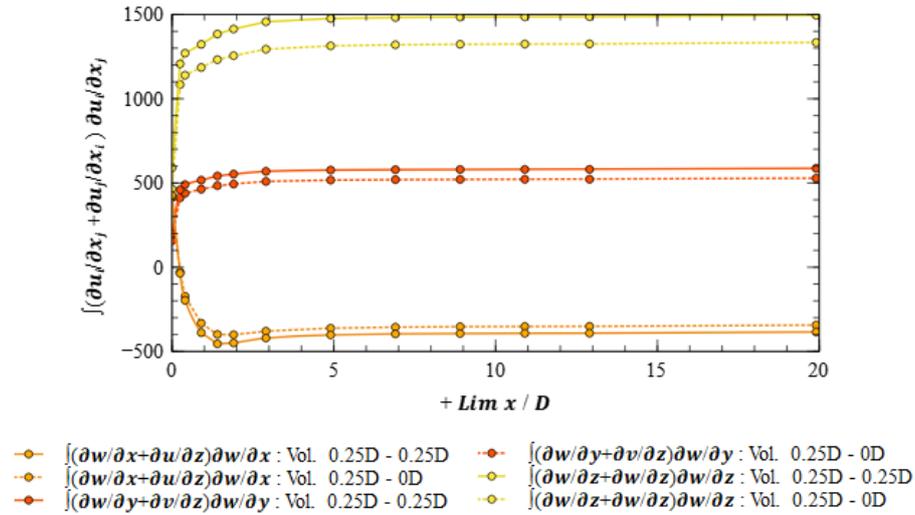
Figura G.6: Perfis dos respectivos termos de  $S_{ij}S_{ij}$  associados a cada componente da velocidade - Casos sem inclusão do termo  $\varphi_\varepsilon$ , com e sem a modelação da rotação,  $v_t$



(a) Componente da velocidade  $u$

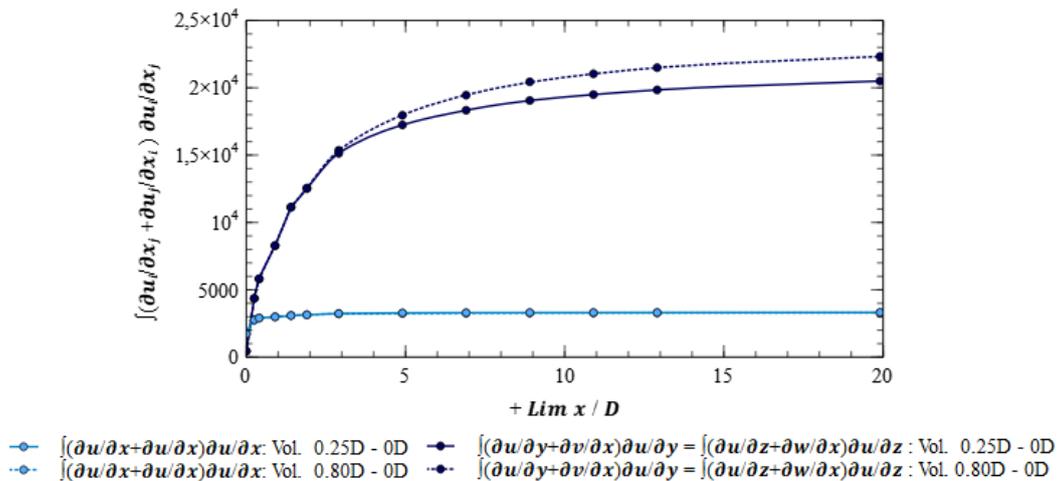


(b) Componente da velocidade  $v$

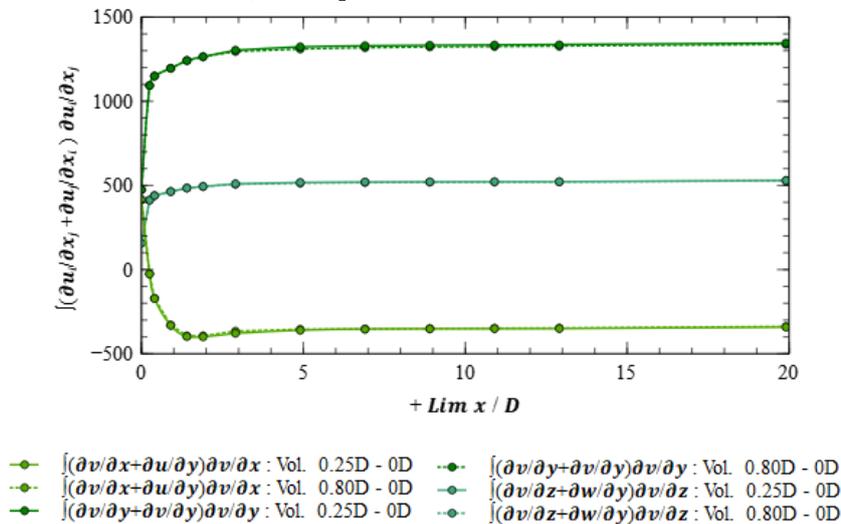


(c) Componente da velocidade  $w$

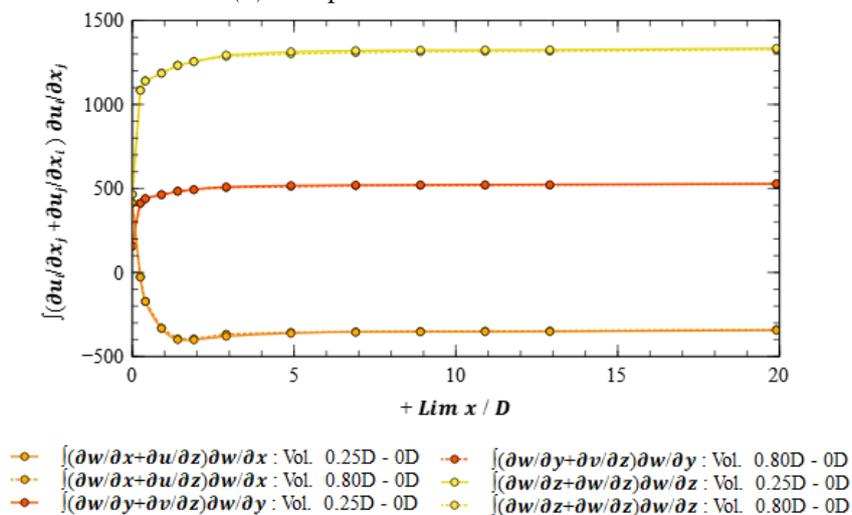
Figura G.7: Perfis dos respectivos termos de  $S_{ij}S_{ij}$  associados a cada componente da velocidade - Casos de volume 0,25D - 0,25D e 0,25D - 0D



(a) Componente da velocidade  $u$



(b) Componente da velocidade  $v$



(c) Componente da velocidade  $w$

Figura G.8: Perfis dos respectivos termos de  $S_{ij}S_{ij}$  associados a cada componente da velocidade - Casos de volume  $0,25D - 0D$  e  $0,8D - 0D$