



**VALORACIÓN DE UN PROYECTO DE ENERGÍA SOLAR EN COLOMBIA,  
IMPLEMENTANDO OPCIONES REALES.**

Guillermo Andrés castro Agudelo

Diana Carolina luna serna

Maestría en Finanzas Corporativas

Colegio de Estudios Superiores de Administración - CESA

Bogotá

2021

**VALORACIÓN DE UN PROYECTO DE ENERGÍA SOLAR EN COLOMBIA,  
IMPLEMENTANDO OPCIONES REALES.**

Guillermo Andrés castro Agudelo

Diana Carolina Luna Serna

Tutor: Bernardo León Camacho

Maestría en Finanzas Corporativas

Colegio de Estudios Superiores de Administración - CESA

Bogotá

2021

## Tabla de contenido

<b>RESUMEN</b> .....	<b>7</b>
<b>1. Introducción</b> .....	<b>8</b>
<b>2. Problema de Investigación</b> .....	<b>10</b>
a. Pregunta de investigación.....	14
<b>3. Hipótesis</b> .....	<b>15</b>
<b>4. Objetivo General</b> .....	<b>15</b>
<b>5. Objetivos Específicos</b> .....	<b>15</b>
<b>6. Estado del Arte</b> .....	<b>16</b>
6.1 Contexto Histórico.....	16
6.2 Volatilidad.....	19
6.3 Métodos .....	20
<i>6.3.1 Modelo de árbol binomial</i> .....	20
<i>6.3.2 Modelo simulación de Montecarlo</i> .....	22
<i>6.3.3 Modelo de Black- Scholes</i> .....	23
<b>7. Marco Teórico</b> .....	<b>24</b>
a. Tipos de Opciones Reales .....	26
b. Modelos de valoración de opciones reales .....	28
<i>i. Modelo Black-Scholes</i> .....	29
<i>ii. Modelos de árboles binomiales</i> .....	30
<i>iii. Simulación de Montecarlo</i> .....	31
<b>8. Metodología</b> .....	<b>41</b>
8.1 Determinación del proyecto y análisis de las características geográficas de los departamentos de Colombia para el aprovechamiento de energía solar.....	42
<i>8.1.1 Análisis de las finanzas territoriales de los departamentos de Colombia</i> .....	46
a. Estimación de los flujos de Caja Descontados .....	55
b. Identificación de las opciones reales aplicables a proyectos de inversión en energías renovables.	59
c. Cálculo de Volatilidad .....	60

d.	Definición modelo de valoración de opciones reales.....	64
<b>9.</b>	<b>Conclusiones.....</b>	<b>68</b>
	<b>Bibliografía .....</b>	<b>71</b>

## Índice de Imágenes

Imagen 1 Capacidad Instalada Colombia- Proyectos energías renovables fuente: UPME.....	12
Imagen 2 Árbol Binomial Fuente: Virginie Joly-Stroebel .....	21
Imagen 3 Modelos de valoración de Opciones Reales Fuente: (Tamara & Aristizabal, 2012) ....	29
Imagen 4 Variables modelo árbol binomial Fuente: (Mascareñas, 2007).....	30
Imagen 5 Finanzas territoriales Colombia -Elaboración Propia.....	48
Imagen 6 Finanzas territoriales Colombia -Elaboración Propia.....	49
Imagen 7 Parque Solares Ecopetrol fuente: <a href="http://www.ecopetrol.com.co">www.ecopetrol.com.co</a> .....	51
Imagen 8 Ingresos Nacionales -elaboración Propia.....	52
Imagen 9 Gastos de Funcionamiento nacionales -elaboración propia.....	53
Imagen 10 Gastos de deuda nacionales - elaboración propia.....	53
Imagen 11 Gastos de inversión nacional- elaboración propia - fuente: Ministerio de hacienda...54	54
Imagen 12 Infografía Parque Solar San Fernando – fuente: Ecopetrol <a href="http://www.ecopetrol.com.co">www.ecopetrol.com.co</a> ...54	54
Imagen 13 Variables comparativas opción real – opción financiera .....	60
Imagen 14 Volatilidad – Elaboración propia.....	63
Imagen 15 Desviación estándar -elaboración propia .....	64
Imagen 16 Árbol Binomial expansión – elaboración propia.....	67
Imagen 17 Árbol Binomial contracción – elaboración propia .....	67
Imagen 18 Árbol Binomial Abandono- elaboración propia .....	68

**Índice de anexos**

Anexo 1 Dash Board Análisis información territorial) .....71

Anexo 2 Flujos de Caja – Calculo Volatilidad – Arboles Binomiales.....71

## RESUMEN

Este trabajo de grado analiza la valoración de un proyecto de energía solar en Colombia con la aplicación de opciones reales mediante árboles binomiales, como metodología complementaria a la valoración tradicional (VPN) de los flujos de caja descontados. Inicialmente se realiza un análisis del potencial de generación de energía solar y de las finanzas en los departamentos de Colombia, seleccionando así, uno de los proyectos más emblemáticos en materia de energía solar, para determinar si esta metodología propuesta, genera valor agregado a la hora de tomar decisiones encaminadas a la expansión, contracción y/o abandono, teniendo en cuenta como principal variable la volatilidad del activo predominante del proyecto.

## 1. Introducción

Esta investigación, analiza el potencial de inversión enfocado en proyectos de energía solar en el territorio colombiano y evalúa alternativas para un proyecto de inversión con los beneficios que implica la planeación, desarrollo e implementación de una metodología basada en las opciones reales, en comparación con el proceso tradicional (VPN), que sigue siendo mucho más rígido y con mínimas posibilidades de ajustar errores que pueden ser importantes.

Para el caso que nos ocupa, la investigación inicia con el análisis de las finanzas departamentales del país y un enfoque en las inversiones públicas o privadas de energía fotovoltaica y la aplicación de herramientas innovadoras para la valoración de proyectos de inversión que pueden encontrar grandes beneficios haciendo uso de las opciones reales aplicadas a las energías renovables.

La principal utilidad que ofrece la inversión en energías renovables, aparte de los beneficios ambientales, es la notable reducción de costos que se representa, no solo, en el capital inicial requerido, sino además en los costos operativos y de mantenimiento. Esto responde en gran medida a los avances tecnológicos de los equipos que siguen acelerándose cada vez más.

El objetivo del presente proyecto es explicar mediante un análisis contundente de las finanzas territoriales, como las energías renovables en todo el territorio colombiano, pueden encontrar su principal potencial de inversión a través de la valoración con opciones reales, lo cual



significa un amplio y nutrido portafolio de oportunidades para la toma de decisión, que en últimas, es la clave para lograr reducciones considerables en costos, y movimientos acertados a la hora de invertir o abandonar un proyecto independientemente de la fase en la que éste se encuentre.

Así mismo, este trabajo busca determinar, a través del uso de las opciones reales, si estas, pueden llegar a ocasionar afectaciones en la inversión, para ello, se ha elegido un caso práctico centrado en: *energía solar con uso de tecnología de paneles fotovoltaicos*, dado que esta, es una de las tecnologías de las que se espera a futuro, una mayor reducción de costos. Por esta razón se desarrollará una evaluación de las finanzas departamentales (Sin tener en cuenta el Sistema General de Regalías), seguida de la evaluación caso de inversión real y de alto impacto en el país que involucra la aplicación de las opciones reales, insistiendo en la importancia de hallar un proyecto realizable y realista, que aporte datos de entrada que abran la posibilidad de un análisis exhaustivo y detallado.

Inmediatamente hayan sido obtenidos los datos adecuados para el análisis de una posible inversión departamental, entra la fase de la evaluación de inversión con aplicación de la metodología de opciones reales mediante el uso de árboles binomiales, proceso que permite plantear con argumentos y hechos de peso, las posibilidades de expandir, contraer o abandonar el proyecto.

Finalmente, se ha determinado un plan de trabajo claro y estructurado que cuenta con los siguientes pasos: en primera instancia hacemos un análisis por departamento de los ingresos y gastos generados en los últimos 4 años (Ingresos Tributarios, Ingresos No tributarios, Ingresos Capital, Transferencias, Servicio de Deuda, Gastos de inversión y Gastos de operación) con el fin

de analizar la variación de cada uno en el tiempo, el nivel de endeudamiento e identificar posibles problemas y capacidad de inversión en proyectos de energía fotovoltaica. En segunda instancia, se describen y explican cada una de las variables determinantes para la ejecución de inversiones de energía solar en Colombia, implementando la metodología de opciones reales. Por último, se materializan los esfuerzos de investigación con la realización del caso práctico aplicado asertivamente a un proyecto de inversión de un parque solar emblemático ubicado en una zona específica del territorio colombiano.

## **2. Problema de Investigación**

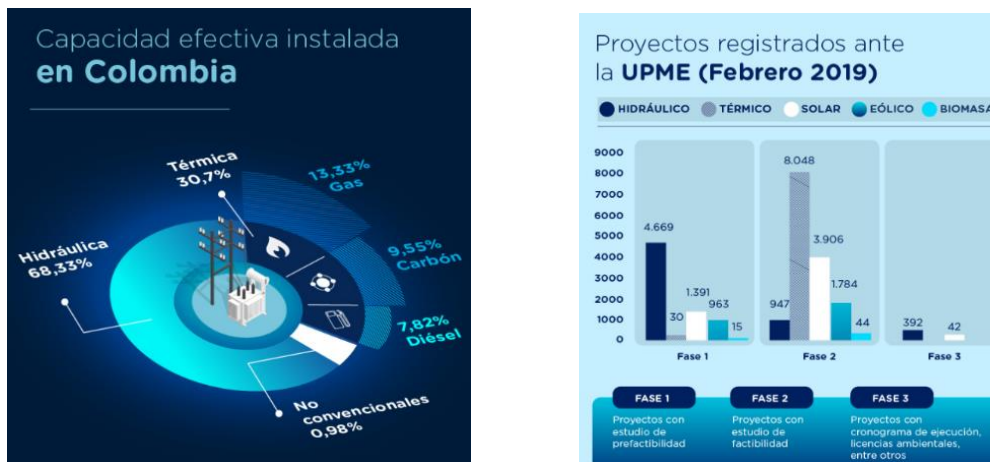
En la realidad económica actual, hoy más que nunca la flexibilidad en proyectos de inversión significa contar con un abanico de posibilidades en la búsqueda de nuevas inversiones y mercados. Así mismo es una oportunidad para reducir la escala, hacer cambios en los inputs o en los outputs, postergar el comienzo del proyecto o definitivamente abandonarlo (Trigeorgis, 1998)

Por otro lado, evaluar económicamente los proyectos de inversión, ha permitido también evaluar la flexibilidad, especialmente aquella para oportunidades de inversión con incertidumbre. Esto es posible gracias a las herramientas que proporciona la teoría de opciones financieras, que, a su vez, analizan profundamente los activos reales (Merton 1973, Black y Scholes 1973). Es por ello por lo que, al aplicar la evaluación de proyectos a través de opciones reales, existe un alto grado de justificación para invertir en proyectos con VAN (Valor Actual Neto) negativo, que paradójicamente proporcionan ventajas competitivas de acuerdo con la evaluación estratégica (Mascareñas, 2007).

Para el caso que nos atañe, los proyectos de inversión en energías renovables cuentan con un alto grado de incertidumbre en lo que a viabilidad financiera se refiere, esto en gran medida por su el conocimiento de la dinámica económica del territorio y extensa vida útil. La marcada incertidumbre está relacionada directamente con la estabilidad de factores económicos y políticos como los precios de la electricidad, los costos de producción y la evolución de flujos de caja, así como las regulaciones de carácter normativo (requerimientos de generación y comercialización, y subvenciones para la producción).

Los métodos clásicos para la evaluación y valoración de proyectos son adecuados únicamente cuando las decisiones de inversión son inmediatas y no aceptan plazos, estos métodos terminan por infravalorar el proyecto si este carece de flexibilidad operativa o de posibilidades de crecimiento que hagan frente a la contingencia, lo cual ocurre especialmente cuando las directivas pueden aprovechar el riesgo de los flujos de caja. Como resultado demorar un desembolso inicial afecta directamente la decisión de invertir, quiebra la norma del valor actual neto y por consiguiente la teoría de los modelos neoclásicos de inversión.

Ahora bien, teniendo como base la temática de energía renovable que nos ocupa, analicemos detalladamente su contexto partiendo de la década de los 80 cuando este tipo de energía tuvo su mayor momento de auge, principalmente con los sistemas de energía solar



*Imagen 1 Capacidad Instalada Colombia- Proyectos energías renovables fuente: UPME*

fotovoltaica, sin embargo, su desarrollo sufrió un estancamiento durante la siguiente década, marcada por los problemas de orden público consecuencia de la guerra interna en nuestro país.

Para 2014 el gobierno nacional integra las energías renovables al sistema energético del país a través de la ley 1715 de 2014 que “tiene por objeto promover el desarrollo y la utilización de las fuentes no convencionales de energía, principalmente aquellas de carácter renovable, en el sistema energético nacional, mediante su integración al mercado eléctrico, su participación en las zonas no interconectadas y en otros usos energéticos como medio necesario para el desarrollo económico sostenible, la reducción de emisiones de gases de efecto invernadero y la seguridad del abastecimiento energético. Con los mismos propósitos se busca promover la gestión eficiente de la energía, que comprende tanto la eficiencia energética como la respuesta de la demanda” (Ley 1715, 2014)

Las energías no convencionales renovables en Colombia ocupan aproximadamente el 73% sin embargo estas energías como la eólica y solar solo producen el 0,9% de electricidad del territorio nacional (Ministerio de Medio Ambiente y Desarrollo Sostenible, 2017), a pesar del enorme potencial con el que cuenta el país, uno de los más biodiversos del planeta con una posición

geográfica privilegiada en plena zona ecuatorial, con todas las posibilidades de desarrollar energías limpias a partir del agua, el viento, el sol y los residuos de biomasa como los de caña de azúcar, aceite de palma, arroz y plátano. (Portafolio, 2016)

Aun con las barreras que han frenado su desarrollo, las energías no convencionales renovables siguen representando una serie de significativos beneficios que van desde lo económico hasta lo ambiental. Dentro de los beneficios financieros, solo hablando de la energía solar fotovoltaica, se destaca el ahorro significativo en los costos de consumo de energía eléctrica al menos dentro de los próximos 25 años, por otro lado apostarle a las energías no convencionales renovables significaría una deducción en el impuesto a la renta de hasta el 50% del valor de la inversión en dichas energías en un plazo de 5 años de acuerdo al artículo 11 de la ley 1715\_2014, por supuesto esta deducción solo es posible si se tramita el certificado de beneficio ambiental expedido por el MADS<sup>1</sup>. (América Fotovoltaica, 2016)

Para hacer referencia a la problemática que nos ocupa, es importante analizar las principales barreras del desarrollo de estas energías en el país, una de ellas radica justamente en la necesidad de conocimiento respecto a estos recursos dado que no existen elementos o redes de información suficiente ni la obligatoriedad para distribuir información relevante a entidades como la UPME<sup>2</sup> para impulsar su aprovechamiento. Dada la información disponible y la consecuente falta de conocimiento local para el diseño y evaluación de proyectos de energía solar, utilizando mecanismos que permitan identificar la viabilidad financiera de los mismos desde un punto de vista diferente al tradicional, muchos de los proyectos son descartados debido a la alta inversión inicial y resultados de retorno negativo.

---

<sup>1</sup> MADS - Ministerio de Ambiente y Desarrollo Sostenible

Otra barrera que impacta considerablemente es que no se cuenta con evidencia suficiente respecto a los potenciales de posible desarrollo, puesto que la disponibilidad está sujeta a la geografía, es decir, no hay un análisis que determine el potencial de una zona basado en recursos como: el agua el viento o el sol, y tampoco una herramienta que pueda combinar las variables específicas y condiciones de flexibilidad y volatilidad que determinen la viabilidad financiera y eficiencia de estos proyectos a nivel nacional.

Así pues, encontramos que es clave aplicar metodologías de valoración que sobrepasen los escasos e incipientes esquemas de los métodos tradicionales sustentados en los FCD (flujos de caja descontados), entre otras razones por ser estrategias muy poco conocidas y utilizadas, que además, de acuerdo a la teoría financiera han tenido que ser complementadas con lo que hoy se conoce como: el enfoque de opciones reales (real options analysis-roa), que indiscutiblemente son útiles especialmente en proyectos que se enfrentan a altos grados de incertidumbre como los de energía solar fotovoltaica, que además cuentan con flexibilidad a la hora de incurrir en una inversión a pequeña escala que de acuerdo a las condiciones en que se dé puede expandirse entre otras posibilidades.

**a. Pregunta de investigación**

¿Resulta financieramente viable o relevante la implementación de la metodología de opciones reales, para la valoración de inversiones y gerenciamiento de proyectos de energía fotovoltaica en los diferentes departamentos de Colombia?

### **3. Hipótesis**

Tras un análisis de finanzas territoriales, la metodología de aplicación de opciones reales para la construcción de un parque solar en el departamento del Meta , Colombia, es una herramienta de valoración eficaz que entre sus principales beneficios están: visibilizar todas las variables positivas y negativas para mejorar la toma de decisiones y abrir camino a la viabilidad del proyecto, así mismo minimiza los riesgos de inversión, optimiza los recursos de las entidades inversionistas y finalmente es una metodología financiera replicable que incentiva la construcción de más proyectos fotovoltaicos en otras zonas deprimidas del país que carecen del servicio básico y fundamental de energía.

### **4. Objetivo General**

Evaluar financieramente uno proyecto emblemático de parques solares en Colombia bajo la aplicación de opciones reales, incentivando la construcción de estos proyectos en el país.

### **5. Objetivos Específicos**

- Identificar los departamentos de Colombia con más potencial de inversión en proyectos de energía fotovoltaica.
- Identificar un proyecto importante de energía fotovoltaica en Colombia que se haya valorado por la metodología tradicional.
- Identificar las variables determinantes, para la implementación de opciones reales en un proyecto de energía fotovoltaica en Colombia.

- Calcular la volatilidad de un proyecto de energía solar en Colombia.
- Identificar qué tipos de opciones reales son las más apropiadas para la toma de decisiones en este proyecto, mediante la valoración de estas por método binomial.
  - Evaluar el valor agregado obtenido bajo la implementación de la metodología de las opciones reales comparado con la metodología tradicional (VPN).

## **6. Estado del Arte**

### **6.1 Contexto Histórico**

El campo de investigación de las finanzas corporativas ha variado en el tiempo, sus límites de comprensión se han expandido a lo largo de los años (Miller, 1958). La teoría clásica financiera nos invita a hacer el análisis de proyectos de inversión a largo plazo con el criterio de valor presente neto (Bu, 1981). Esta metodología contempla la aceptación o rechazo de una inversión si el VPN es mayor o menor a 0, el problema de esta metodología radica en su rigidez y pasividad a lo largo del tiempo porque no permite tomar nuevas decisiones después de la inversión inicial. Es decir, este tipo de metodología no permite adaptarse a condiciones favorables o desfavorables del mercado y se asume una postura estática y pasiva (Venegas & Fundia, 2017).

Dada la poca posibilidad de analizar diferentes escenarios de inversión y el cambio constante de las condiciones del mercado a la que se ven expuestas las inversiones a largo plazo, aparece la necesidad complementaria de la metodología de opciones reales (Eric Forcael, 2013). Esta metodología tiene como objetivo maximizar los procesos de toma de decisiones y variables del mercado, pues su estado natural es dinámico y existen variables de gran incertidumbre y



volatilidad, permitiendo de esta manera resultados mucho más ajustados a la realidad que las metodologías tradicionales, Tito Duarte & Ramón Jiménez explican el concepto de volatilidad y de incertidumbre como “Volatilidad entendida como la alta posibilidad que tiene una acción de variar su precio en relación con las variaciones del mercado. Incertidumbre entendida como el grado de variabilidad o contingencia del retorno de la inversión.” (2006).

Retomando, las opciones reales surgen de la aplicación de la teoría de opciones financieras y adquiere credibilidad por los métodos utilizados por Black–Scholes en 1973. (Arango, 2015) Quienes proponen que una opción otorga el derecho, pero no el deber de comprar o vender un activo en un periodo de tiempo a un precio definido, lo que implica que el activo adquirido nunca logrará tener valores menores a 0 en escenarios desfavorables, así se pierda el gasto por adquirir el derecho de compra o venta del activo. Las opciones que conceden el derecho de compra se conocen como “call”, mientras que las opciones que conceden el derecho de venta se conocen como “put”. Y el precio establecido para ejercer su derecho de compra o venta se conoce “strike”. (Hull, 2009 ) Hay dos tipos de opciones financieras, las opciones tipo americanas y las tipo europeas, en el caso de las opciones americanas se puede ejercer el derecho de compra o venta en cualquier momento desde la compra de la opción hasta la fecha pactada; pero en el caso de las opciones europeas solo se puede ejercer el derecho en la fecha establecida. (Izasa & Botero, 2013).

En 1977 el profesor del MIT, Stewart Myers implemento por primera vez los términos de “opciones reales” para asegurar que el valor de un activo o corporación no solo obedece al valor presente neto de las inversiones sino que también depende del valor presente de las opciones reales futuras de crecimiento, y en contraste a los métodos tradicionales, las opciones reales centran la valorización en la adaptabilidad y flexibilidad a la hora de la toma de decisiones gerenciales bajo mercados inciertos y volátiles, que se traducen en reducción de riesgos y mejores oportunidades

de inversión (Izasa & Botero, 2013). En el caso de Mason y Trigeorgis (1987) explican que las opciones reales permiten una toma de decisiones continua, mayor cantidad de análisis de escenarios y mayor adaptabilidad a la realidad.

El método de opciones reales es definido por los autores (Amram & Kulatilaka, 2000) como la evolución de la teoría de las opciones financieras para activos no financieros. Los autores también identifican que siguiendo la teoría tradicional cuanto mayor es la incertidumbre, el valor del activo es menor. Pero siguiendo la teoría de opciones reales es posible que entre mayor sea la incertidumbre mayor puede ser el valor del activo, en caso de hacer un buen control de la inversión. Fráncico Venegas (2017) compara la teoría de las opciones reales con el valor presente de la siguiente manera, “dicha flexibilidad, u opcionalidad, de tomar en el futuro una nueva decisión tiene un valor en el presente, c. Aunque  $VPN < 0$ , si  $VPN + c > 0$ , entonces es viable extender o posponer el proyecto o la estrategia. De esta manera la metodología de opciones reales permite tomar decisiones intermedias entre aceptar o rechazar un proyecto de inversión o estrategia de negocios, como puede ser la decisión de posponer, sobre todo cuando existe incertidumbre en los resultados esperados.”

Sin embargo, a pesar de las similitudes las opciones reales tienen diferencias con las opciones financieras (Pringles, Olsina, & y García, 2015) (Izasa & Botero, 2013):

- Los activos de opciones reales tienen incertidumbre de las condiciones del mercado futuras que determinan el valor del activo.
- Los activos de las opciones financieras no son tangibles y los activos de las opciones reales si lo son.
- El control de los activos por opciones reales depende de la capacidad de la gerencia y su respuesta a las eventualidades.

- Las opciones reales son emitidas por las empresas.

Una opción real es entonces cualquier “opción” contingente, que puede ser tomada durante la ejecución de un proyecto o de una empresa cuando las condiciones del mercado cambian. Uno de los sectores pioneros en el uso de esta metodología para la evaluación de proyectos de inversión fue el sector energético, particularmente el sector petrolero (Izasa & Botero, 2013). Diferentes compañías entre ellas BP, Chevron, Texaco, Statoil y otras más consideran la metodología un importante complemento de la valoración tradicional. “la implementación de opciones reales permite una actitud reactiva y proactiva al cambio de circunstancias interviniendo para mejorar el valor de los proyectos y los accionistas”. En estos casos las opciones reales evaluadas son compuestas y se implementan en todas las fases de los proyectos. El uso de esta metodología puede decidir si continuar con la etapa de exploración, extensión o continuidad de los proyectos (Bailey, Bhandari, Faiz, Srinivasan, & Weeds, 2004) .

## **6.2 Volatilidad**

El concepto de volatilidad es una variable fundamental para la valoración de opciones reales, el parámetro de alta volatilidad comúnmente es negativo en finanzas corporativas, porque se asocia muchas veces con el riesgo de la inversión. No obstante, en algunos casos una alta volatilidad puede maximizar las ganancias y resulta crucial para la valoración de inversiones por opciones reales. De hecho, es la razón de la existencia de las opciones reales. Por lo tanto, es fundamental hacer una buena estimación de la volatilidad. Cecilia Amaya, Juan Hernández y Oscar Gallego (2012) emplean tres metodologías diferentes para evaluar proyectos de generación de energía en Colombia:

- Método No 1: Elaboración de un portafolio que simule el ingreso de la opción real.

Esta elaboración se lleva a cabo, tomando como referencia acciones de compañías u proyectos

similares que coticen en los mercados de valores. La volatilidad es calculada como la desviación estándar ( $\sigma$ ), de los retornos periódicos que genera el activo. Sin embargo, esta metodología puede presentar errores significativos, al no haber muchas compañías con el mismo objeto de inversión, en el mercado de valores colombiano.

- Método No 2: Se identifica previamente el principal factor de riesgo de la inversión y posteriormente se calcula la desviación estándar ( $\sigma$ ) de las variaciones logarítmicas del factor identificado. Osorio (2002) expone que el precio de la energía es el principal factor de riesgo en los proyectos de generación de energía eléctrica en Colombia. Amaya resalta que, a pesar de la simpleza de la metodología, podría sobreestimar el riesgo del proyecto.

- Método No 3: Por último, Amaya propone, la elaboración de un modelo tradicional de valoración de inversiones y el cálculo de la volatilidad futura implícita en la desviación estándar de las rentabilidades proyectadas. En este caso, es importante identificar previamente las variables esenciales de los flujos de caja y hacer una simulación de Montecarlo para la proyección de flujos de caja.

## 6.3 Métodos

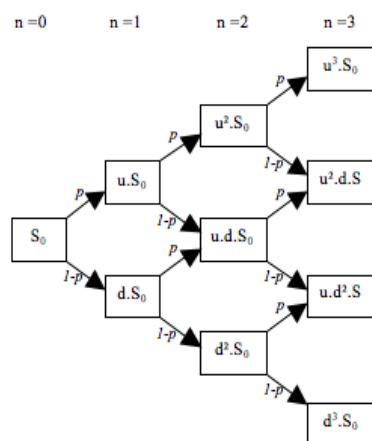
Existen tres modelos principales en la aplicación de opciones reales, una vez se hayan definido las etapas y las respectivas decisiones fundamentales para programar la flexibilización y correr la simulación.

### 6.3.1 Modelo de árbol binomial

El modelo binomial fue ideado por William Sharpe en 1978 y fue mejorado y formalizado por los profesores de MIT Jhon Cox, Stephen Ross y Mark Rubinstein en 1979 (Cox, Ross, & Rubinstein, 1979 ). Este modelo numérico es el usado con mayor frecuencia porque la mayoría de las opciones reales son tipo americanas, su gran ventaja radica en la flexibilidad que otorga cada

intersección de la red, maximizando las decisiones estratégicas de los gerentes. (Copeland & Tufano, 2004).

El modelo de árbol binomial analiza el cambio de las variables determinantes de un proyecto en un tiempo establecido. El proceso se lleva a cabo bajo la implementación de un “árbol binomial”, que va reduciéndose y generando nodos, bajo unas fechas establecidas y con un vencimiento, en cada una de las fechas se toman las mejores “opciones” y las decisiones más estratégicas para el proyecto.



$$p = \frac{e^{rt/n} - d}{u - d}$$

$$u = e^{\sigma \sqrt{t/n}}$$

$$d = e^{-\sigma \sqrt{t/n}}$$

*Imagen 2 Árbol Binomial Fuente: Virginie Joly-Stroebel*

El valor del proyecto comienza en los nodos finales ( $n=x$ ) y avanza hacia atrás del árbol binomial de forma repetida, cada una de las etapas cuenta con un valor posible, calculado hasta llegar al primer nodo ( $n=0$ ). Es decir, (1) lo que se debe hacer es generar los precios en los nodos de  $n = x$ , (2) después calcular los nodos de  $n = x - 1$  y (3) repetir el proceso hasta llegar a  $n = 0$ .

En la fecha de valoración inicial, se establece que sus precios pueden aumentar ( $u$ ) o disminuir ( $d$ ).

Donde,

$$u \geq 1, 0 < d < 1. \text{ Y } S = \text{Activo}$$

Entonces,

$$\text{Si el valor aumento } Su = S * u$$

$$\text{Si no, el valor disminuyo } Sd = S * d.$$

Los valores del aumento y disminución se pueden relacionar del cálculo de la volatilidad ( $\sigma$ ) y un periodo de tiempo  $t$ . (Venegas & Fundia, 2017)

$$\text{Entonces, } u = e^{\sigma \sqrt{T-t}} \text{ y } d = e^{-\sigma \sqrt{T-t}} = \frac{1}{u}.$$

(Cox, Ross, & Rubinstein, 1979) Proponen calcular directamente los nodos con la siguiente formula:

$S = S_0 * u^{Nu - Nd}$ , donde  $Nu$  es el número de opciones que aumentan y  $Nd$  es el número de opciones que disminuyen.

### **6.3.2 Modelo simulación de Montecarlo**

El método fue usado como herramienta para el desarrollo de la bomba atómica durante la segunda guerra mundial por los matemáticos Stanislaw Ulam y a John von Neumann en el año 1946. Fuentes informales, cuentan que tuvo origen por los jugadores del casino de Montecarlo en Mónaco, mientras buscaban estrategias para ganarle al casino. Sin embargo, el método fue conocido en el año 1964 por el artículo publicado por el profesor David Hertz de la Universidad de Miami en la revista de negocios de Harvard (Hertz, 1979).

Su aplicación es, sobre todo, en proyectos de alta incertidumbre y dimensión. Actualmente, este modelo se encuentra en auge, gracias a los avances tecnológicos (Dias, 2010), aunque tenga un alto grado de complejidad en la aplicación de opciones tipo americanas. La simulación, no será implementada en nuestra investigación, sin embargo, resuelve problemas matemáticos de alto grado de complejidad implementando muestreos estadísticos y da la posibilidad de alta flexibilidad a los inversionistas y gestores de los proyectos sin que la incertidumbre sea relevante (Almarcha, 2005). Pues, el método tiene un error absoluto que decrece a medida que se hacen más iteraciones, siendo,  $\frac{1}{\sqrt{N}}$ .

### ***6.3.3 Modelo de Black- Scholes***

Es un modelo matemático creado por Fisher Black y Myron Scholes en 1973, este método se emplea únicamente en las opciones de compra o venta tipo europeo. Es decir, opciones que pueden ser ejercida solamente en una fecha establecida con anterioridad, la ecuación está basada en modelos probabilísticos aleatorios o estocásticos (Damoradaran, 2005). Sin embargo, muchas veces no es aplicable en opciones reales por las diferentes peculiaridades de los proyectos.

A pesar de las grandes ventajas que otorgan las opciones reales al ser un método, relativamente reciente, en el sector empresarial colombiano, aún no se implementa en las dinámicas de los proyectos, por la complejidad que representa su implementación para los gerentes y algunas veces su poca practicidad (Izasa & Botero, 2013). En el caso de los proyectos de generación eléctrica, las opciones más reconocidas, comunes y prácticas de los proyectos son retardar el proyecto, expandir el proyecto, abandonar el proyecto, reducir el proyecto y exploración del proyecto. Para diseñar un buen plan y gestión estratégica estas opciones deben estar interconectadas (Bailey, Bhandari, Faiz, Srinivasan, & Weeds, 2004).

Finalmente, se debe tener en cuenta que la incertidumbre del mercado de generación eléctrica en Colombia varia principalmente por los costos de los equipos importados en dólares y el precio al que se vende la energía en pesos colombianos. Está demostrado que bajo la metodología de opciones reales se pueden administrar las inversiones de grandes proyectos de infraestructura energética y es probable aumentar las utilidades, reducir el riesgo de las pérdidas, adaptarse a las eventualidades del mercado y tener un alto control de la inversión. Además, evitamos también la posibilidad de subvalorar activos por la metodología tradicional del VPN o TIR.

## **7. Marco Teórico**

La teoría que soporta esta investigación está enfocada en la aplicación de las opciones reales, una metodología que nació de las opciones financieras para adaptarse a diferentes escenarios de inversión. Esta teoría cuenta con la ventaja de integrar en los cálculos de flujos de caja futuros, la incertidumbre, un elemento vital teniendo en cuenta la volátil variabilidad de estos. Ahora bien partiendo del escenario que nos ocupa en esta investigación, la evaluación financiera de proyectos, cabe resaltar que la metodología con la que tradicionalmente se valoran, donde se utiliza la teoría del Valor Presente Neto (VPN), acompañada de diferentes variables como: La Tasa Interna de Retorno (TIR) y el Período de Recuperación (Pay-Back) entre otros, puede ser insuficiente, pues tiene una visión momentánea del proyecto, basada en variables determinísticas que no incluyen la incertidumbre, hecho en el que concuerdan diferentes autores como (Trigeorgis, 1998) y (Damodaran, 1997) que consideran que esta metodología, puede llevar a una toma de decisiones limitada o sesgada, que brinda solo una ruta fija, frente al abanico de probabilidades que puede darse al momento de presentarse cambios inesperados o fortuitos.



No obstante, Bowman Markowitz (2001) insiste, en que, de acuerdo con la teoría convencional de las finanzas corporativas, lo adecuado es utilizar el modelo de descuento de flujos de caja para analizar y validar, la viabilidad y el desarrollo de un proyecto, con lo que se determina que, si una idea de proyecto o propuesta cuenta con un valor positivo en sus flujos de caja descontados, este proyecto debería ser objeto de financiación. Sin embargo, bajo esta premisa desafortunadamente se deja de lado la flexibilidad y los cambios fortuitos que pueden presentarse en un proyecto.

(Boer, 2002) Por el contrario, defiende las opciones reales, dado que estas tienen la cualidad de integrar todas las variables relativas como: adaptabilidad al mercado, valor estratégico y por supuesto capacidad y flexibilidad operativa, elementos que pueden cambiar por completo las expectativas de proyectos declarados inviables que puede terminar siendo rentables e incluso exitosos.

Ya en 1984, Kester, explicaba cómo mediante la simple intuición gerentes y directores de compañías se arriesgaban a dar vía libre a proyectos de inversión con valor neto negativo, con el fin de crear una base para el futuro desarrollo de la empresa aun siendo algo muy difícil de evaluar.

Actualmente, la toma de decisiones en torno a la inversión de capital en el sector corporativo se enmarca en un entorno económico de constante incertidumbre. De allí la garantía que ofrece el enfoque de inversión a través de las opciones reales, que favorecen la posibilidad de esperar para conocer mejor el entorno económico y lograr una mejor y más rentable adaptabilidad, como lo indican (Dixit & Pindyck, 1995)

Autores como (Amram & Kulatilaka, 2000) también se refieren al método de opciones reales como una táctica que permite valorar proyectos de inversión, partiendo del valor de su flujo

de caja, y el valor de las opciones asociadas a los giros indeterminados de los acontecimientos, es decir la incertidumbre. Por ejemplo, una opción real, está representada en el derecho, no la obligatoriedad, de tomar la decisión de ejecutar una acción (diferir, abandonar, reducir, expandir) a un costo fijo y un tiempo determinados previamente.

Con este análisis, en el que los diferentes autores resaltan los beneficios que ofrecen las opciones reales, donde la incertidumbre representa no un elemento negativo sino una oportunidad clave de mejora, se considera para la presente investigación, a las opciones reales, como una base teórica sólida, puesto que son aplicables a escenarios con alto grado de incertidumbre, como sucede con los de las energías renovables por sus características climáticas y de ubicación geográfica, en donde la toma de decisiones se espera sea dinámica y flexible, cabe resaltar aquí que las opciones reales no se benefician de la incertidumbre por sí sola, sino de la flexibilidad para responder a ella en el futuro; de otro lado las opciones reales aportan un valor agregado al valor presente neto al identificar los caminos que puede tomar el proyecto (Amram & Kulatilaka, 2000), permitiendo medir cada uno de ellos.

#### **a. Tipos de Opciones Reales**

##### ***Diferir / Aprender***

**a.** La opción de diferir (option to defer) un proyecto le permite, por derecho, a su propietario aplazar su desarrollo por un periodo determinado de tiempo, lo que a su vez le da una importante ventaja sobre la reducción de la incertidumbre.

**b.** La opción de aprendizaje (learning option) le permite a su propietario obtener información a un valor determinado.

### ***Expansión / Crecimiento***

**a.** Cuando existe la opción de extender (on scale up option) un proyecto de inversión su propietario tendrá por derecho una porción adicional de este, por supuesto con un valor adicional, por tanto, el proyecto final será mucho más grande que su versión inicial.

**b.** La opción de intercambio (switch up option) otorga derecho al propietario del proyecto de hacer intercambios de procesos, productos o parques solares, esto a razón de una variación positiva en el valor subyacente o en la demanda de productos.

**c.** La opción de extensión en el alcance (scope up option) permite apoyar un proyecto que puede ser útil en un sector similar o relacionado al de su origen.

### ***Contraer / Reducir***

- La opción de reducir (scale down option) permite obtener un ahorro en costos a cambio de renunciar a una parte del proyecto.

- La opción de intercambio (switch down option) otorga la adaptabilidad necesaria para hacer frente a cambios negativos en la demanda, para ello permite una estructura de costos más suaves y mayor flexibilidad en los activos.

- La opción de reducción del alcance (scope down option) da la posibilidad de decidir sobre el alcance de las operaciones de determinado sector si el potencial del negocio está en detrimento, por tanto, es posible reducir o abandonar dicho alcance.

**i.** La opción de abandono (option to abandon) otorga a su propietario la libertad de abandonar un proyecto, venderlo o liquidarlo.

ii. La opción de cierre temporal (option to temporality shut down) le permite al propietario dejar de forma temporal la explotación de un proyecto de inversión.

### *Opciones compuestas*

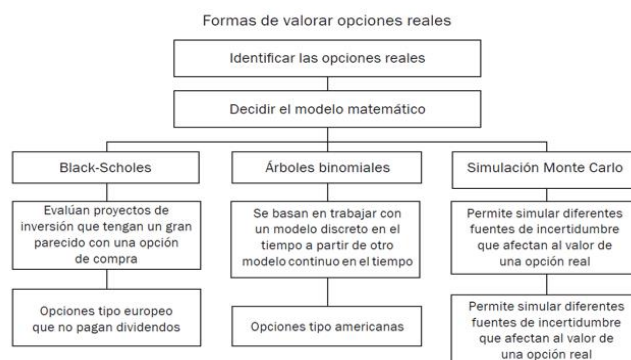
De las cuales se desprenden nuevas opciones en el momento de activarlas; corresponden generalmente a inversiones que se ejecutan por etapas o fases como: diseño, construcción, producción, etc., teniendo la posibilidad de parar, seguir o diferir en cualquiera de las etapas.

### *Opciones Arcoíris*

La volatilidad es la principal característica del proyecto, esta puede estar representada en: precio, cantidad de producción y tipo de interés.

## **b. Modelos de valoración de opciones reales**

Los modelos de valoración de opciones se pueden dividir en dos enfoques: analítico donde se encuentra el modelo en tiempo continuo de Black-Scholes, y el enfoque numérico que integra entre otras la simulación de Montecarlo y los árboles binomiales.



*Imagen 3 Modelos de valoración de Opciones Reales Fuente: (Tamara & Aristizabal, 2012)*

### ***i. Modelo Black-Scholes***

El modelo matemático analítico Black-Scholes busca determinar el valor de una opción en tiempo continuo, esta metodología permite simular infinitos (N) números de pasos generando resultados más cercanos a la realidad teniendo en cuenta los siguientes supuestos:

- Las acciones (activo subyacente) no pagan dividendos durante el período de maduración de la opción.
- Las opciones se ejercen al vencimiento (opciones europeas).
- Los mercados financieros son eficientes.
- No existen comisiones ni gastos de transacción.
- Las tasas de interés se consideran conocidas y constantes durante el período de valoración.
- Los retornos están sujetos a una distribución log normal
- Se asume independencia de las variaciones de los distintos valores que toma la variable.
- Las transacciones se caracterizan por ser continuas

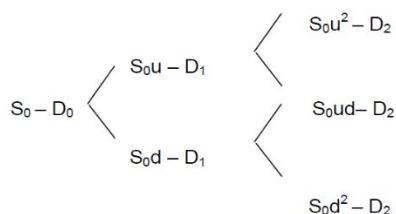
Esta función  $N(x)$  proporciona la probabilidad que tiene una variable para ser menor a  $x$ . Teniendo en cuenta que el área es 1 bajo la curva, si  $x$  es demasiado grande con tendencia (a infinito), el valor es igual a 1 como se reflejaría en cualquier gráfica de distribución normal. (Yanez, 2009)

## *ii. Modelos de árboles binomiales*

Fueron desarrollados en 1979 por Cox, Ross y Rubinstein y son los más utilizados de acuerdo a (Copeland & Antikarov, 2001), por su aplicabilidad en la valoración de Opciones Reales. Estos modelos permiten adaptar el comportamiento del precio del activo subyacente a lo largo de la vida de la opción, (entendiéndose el activo subyacente como los flujos de efectivo del proyecto en el caso de Opciones Reales)

Existen dos trayectorias que puede tomar el activo alza (u) o baja (d) cada instante de tiempo ( $\delta t$ ) las cuales están ligadas a probabilidades de ocurrencia que se actualizan de acuerdo a la tasa de libre riesgo. De esta manera se estructuran dos árboles uno corresponde al activo subyacente y otro a la opción. Lo que hace más efectivo y apetecido al método binomial es que en cada periodo, tanto el valor presente de los flujos de efectivo esperados del proyecto, como los valores de la opción real son calculables, de esta manera es posible tomar con mayor claridad las decisiones más acertadas.

La estructura de árbol binomial básica :



*Imagen 4 Variables modelo árbol binomial Fuente: (Mascareñas, 2007)*

Siendo:

$S_0$  = valor presente del flujo de fondos.

$D_i$  = valor de los dividendos repartidos en el período  $i$  ( $i=0,1,2$ ).

$u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}}$  = factor multiplicativo *up* del flujo de fondos esperado.

$d = e^{-\sigma\sqrt{\delta t}} = 1/u$  = factor multiplicativo *down* del flujo de fondos esperado.

$\sigma$  = volatilidad estimada del flujo de fondos.

$\delta t$  = fracción de tiempo en que se divide el periodo analizado (T). En el ejemplo  $\delta t$  es 1 siendo  $T = 2$ .

### ***iii.Simulación de Montecarlo***

Este modelo tiene como característica principal el paso por cientos o miles de escenarios para simular todas las posibles trayectorias durante la vida de la opción, y puede tomar el precio del activo subyacente. En el caso de las Opciones Reales el valor presente de los Flujo de Caja es el precio subyacente. Como lo explica a (Mun, 2006) la simulación de Montecarlo calcula multiples escenarios incorporando valores de distribucion de una probabilidad.

Dichos escenarios dan resultados con potencial para afectar directamete los resultados asociados del modelo, que a su vez otorgan decisiones estadísticas y una serie de probabilidades que le permiten al tomador de decisiones visualizar y analizar la flexibilidad del proyecto.

El alza del valor como resultado de la incertidumbre permite ver el cambio de decisiones que suponen las opciones reales: la incertidumbre genera oportunidad. Así las opciones pueden transformar el valor de la empresa, al dirigitlas a la flexibilidad en la toma de decisiones, que consecuentemente vislumbrará para la empresa el camino más adecuado y más rentable.

### c. Teoría Matemática

A fin de poder determinar el valor de las opciones, tanto financieras como reales, es necesario modelar las variables de las que dependen. En el caso de las opciones financieras se establece la hipótesis que el activo subyacente sigue un movimiento browniano geométrico. En el caso de las opciones reales, las variables a modelar dependerán del tipo de proyecto. En cualquier caso, la literatura financiera moderna recurre a procesos estocásticos para modelar dichas incertidumbres.

A continuación, se hace un breve resumen de los procesos estocásticos y las herramientas matemáticas utilizadas en la literatura financiera (Frache y Katz, 2004).

#### *Espacios de probabilidad.*

Para la representación de eventos inciertos, se define un espacio de probabilidad  $(\Omega, F, P)$  (Frache y Katz, 2004).

El primer elemento del espacio de probabilidad es un conjunto arbitrario designado como  $\Omega$ , se denomina el espacio muestral, y puede concebirse como el conjunto de todos los posibles resultados,  $\omega$ , de un experimento aleatorio o el conjunto de todos los posibles resultados de un “estado del mundo”. Un evento es un subconjunto del espacio muestral, un conjunto de los resultados posibles.

Una  $\sigma$ -álgebra  $F$  es una colección de eventos “interesantes”, un conjunto de todos los eventos relevantes en una u otra situación, a los que le asignaremos cierta probabilidad. Intuitivamente,  $F$  puede interpretarse como un conjunto de información. Más rigurosamente, sea  $\Omega$  un conjunto no vacío, una  $\sigma$ -álgebra es una colección de subconjuntos de  $\Omega$  que cumple las siguientes tres propiedades:



(i)  $\emptyset \in F$ , donde  $\emptyset$  representa el conjunto vacío

(ii) si  $A \in F$ , entonces su complemento  $c A \in F$

(iii) si  $A_1, A_2, A_3, \dots \in F$ , entonces  $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in F$

Dos casos extremos de una  $\sigma$ -álgebra son  $F_0 = \{\emptyset, \Omega\}$  y  $F_\infty$ . Esta última contiene todos los posibles subconjuntos de  $\Omega$ . Dos casos extremos de una  $\sigma$ -álgebra son  $F_0 = \{\emptyset, \Omega\}$ , y  $F_\infty$ . Esta última contiene todos los posibles subconjuntos de  $\Omega$ .

$G$  es una sub- $\sigma$ -álgebra de  $F$  si  $G \subseteq F$  y  $G$  es una  $\sigma$ -álgebra.

Una filtración  $\{F_t\}_{t \geq 0}$  es una familia creciente de  $\sigma$ -álgebras incluidas en  $F$  tal que cada  $\sigma$ -álgebra contiene todos los conjuntos contenidos en la  $\sigma$ -álgebra anterior, por lo que  $F_s \subseteq F_t$  para todos,  $t$ . Es decir, una filtración puede ser concebida como una corriente de información siempre creciente, se asume que los agentes “no olvidan”. (Frache y Katz, 2004).

El tercer componente del espacio de probabilidad es una medida de probabilidad  $P$ .  $P$  es una función  $P: F \rightarrow [0,1]$  que asigna a cada evento  $A \in F$  un número  $P(A) \in [0,1]$ .

Formalmente,  $P$  satisface las siguientes propiedades:

(i)  $P(\emptyset) = 0$

(ii)  $P(\Omega) = 1$

(iii) si  $A_1, A_2, \dots$  es una sucesión de conjuntos disjuntos en  $F$ , entonces:

$$P\left(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k\right) = \sum_{k=1}^{\infty} P(A_k).$$

Dos medidas de probabilidad  $P$  y  $Q$  definidas en el mismo espacio muestral y  $\sigma$ -álgebra  $(\Omega, \mathcal{F})$  son equivalentes si ambas asignan probabilidad cero a exactamente los mismos eventos, es decir, si  $P(A) = 0 \Leftrightarrow Q(A) = 0$ ; es decir,  $P$  y  $Q$  son cada una absolutamente continua respecto a la otra. Intuitivamente, esto quiere decir que los eventos que no pueden ocurrir de acuerdo con  $P$  no pueden hacerse posibles simplemente cambiando la medida de probabilidad a  $Q$ . Del mismo modo, eventos que pueden ocurrir bajo  $P$  no pueden tornarse imposibles mediante un cambio en la medida de probabilidad.

***Procesos estocásticos en tiempo continuo, Procesos de Markov y Martingalas.***

Una variable aleatoria  $x$  es una función definida sobre el espacio muestral  $\Omega$  que asigna a cada  $\omega \in \Omega$  un único número real,  $x(\omega)$ .  $X = (x_1, x_2, x_n)$  es un vector aleatorio  $n$  – dimensional si sus componentes,  $x_1, x_2, x_n$  son variables aleatorias (Frache y Katz, 2004).

Un proceso estocástico en tiempo continuo,  $\{x_t\}_{t \geq 0}$ , es una colección de variables aleatorias definidas en  $\Omega$ , donde  $x_t$  representa el valor del objeto descrito por el proceso en el momento  $t$ .

Una trayectoria muestral representa la posibilidad de realizar la evolución del proceso en el tiempo, esta puede entenderse como la forma equivalente al concepto de serie de tiempo para las realizaciones de proceso estocásticos en un tiempo prudente. El espacio muestral  $\Omega$  es el conjunto de todas las trayectorias muestrales.

En los mercados financieros los agentes pueden operar de forma virtual en cualquier momento, de hecho, dadas las condiciones prácticas (los mercados no están “abiertos” todo el tiempo), y los costos de transacción, los inversores no realizan transacciones de forma continua.

Sin embargo, si se trata de un número considerablemente grande de agentes, se puede dar el caso de transacciones permanentes, con las cuales los precios de los instrumentos y las tasas de interés tendrán variaciones también permanentes. Por esta razón los modelos dinámicos correspondientes a la estructura temporal de tipos de interés pueden generar la idea de que las transacciones financieras ocurren de forma permanente, por lo que se recurre a procesos estocásticos en tiempo continuo que finalmente darán cuenta de la forma de evolución de las variables en tiempo y estado.

Se asume que todas las variables aleatorias  $x_t$  toman valores en el mismo conjunto  $S$ , denominado el espacio de estados del proceso. Más rigurosamente,  $S$  es el conjunto más pequeño con la propiedad de que  $P\{X_t \in S\} = 1 \forall t$ . Si  $S \subseteq \mathbb{R}$ , estaremos ante un proceso unidimensional. Si  $S$  es un subconjunto de  $\mathbb{R}^n$ , se tratará de un proceso  $n$  – dimensional, que puede concebirse como un vector de  $n$  procesos unidimensionales. En tanto consideremos medidas de probabilidad equivalentes, el espacio de estados no se verá afectado por cambios en la medida de probabilidad.

A medida que transcurre el tiempo, podemos observar la evolución del objeto descrito por el proceso estocástico. En cualquier momento del tiempo  $t'$ , los valores previos  $\{x_t\}_{t \in [0, t']}$  donde  $X_t \in S$ , serán conocidos. Estos valores constituyen la historia del proceso hasta el momento  $t'$ ; los valores futuros son estocásticos. (Frache y Katz, 2004).

Conforme pasa el tiempo, además, será posible revisar nuestras expectativas acerca de los valores futuros del proceso o, más precisamente, revisar la distribución de probabilidad que atribuimos al valor del proceso  $\{x_t\}_{t \geq 0}$  en cualquier punto futuro del tiempo. Supongamos que estamos situados en el momento  $t$ , y consideremos el valor del proceso en algún momento futuro  $u > t$ .

La distribución del valor de  $x_u$  está caracterizada por las probabilidades  $P(X_u \in A)$  para subconjuntos  $A$  medibles del espacio de estados  $S$ .

Si para todo  $t, u \in \mathbb{R}_+$ , con  $t < u$ , y todo  $A \subseteq S$  se tiene que  $P[x_u \in A / \{x_s\}_{s \in [0, t]}] = P(x_u \in A / x_t)$  entonces  $\{X_t\}_{t \geq 0}$  se denomina un proceso de Markov.

Los procesos de Markov son unos de los más apetecidos a la hora de describir la evolución de los precios de activos, ya que su teoría es consistente con la llamada “forma débil” de eficiencia del mercado, que impide la obtención de retornos extraordinarios a través de información correspondiente a la evolución histórica del precio de un activo. (Frache y Katz, 2004).

De obtenerse retornos extraordinarios de esta forma, los inversionistas aprovecharían esta situación cambiando los precios de forma inmediata con lo que sería imposible acceder a beneficios extraordinarios. Por esta razón es lógico modelar los precios a través de los procesos de Markov, entendiendo que la información pública se incorpora al precio de los instrumentos, con lo cual su comportamiento previo no tiene valor predictivo en absoluto. Por otro lado, los modelos que se sustentan en los procesos de Markov son mucho más tratables analíticamente, que aquellos que no los utilizan. No obstante, es posible convertir este tipo de procesos a procesos de Markov a través de una técnica llamada “expansión de estados” (Cox y Miller, 1965).

Un proceso estocástico es una martingala si, en cualquier punto del tiempo, la variación esperada en el valor del proceso a lo largo de cualquier período futuro dado es igual a cero. Un proceso estocástico  $\{X_t\}_{t \geq 0}$  es una martingala bajo  $P$  (o  $P$  - martingala) si para todo  $t \geq 0$  se tiene que:

$$E_t^P [x_u] = x_t \text{ para todo } u \geq t$$

Deben cumplirse, además, dos condiciones técnicas adicionales:

- $E |X_t| < \infty$  para todo  $t$

- $\{X_t\}_{t \geq 0}$  es un proceso adaptado a  $\{F_t\}_{t \geq 0}$ , lo que significa que, para todo  $t$ ,  $X_t$  es medible en  $F_t$

### *Procesos de Wiener*

A partir del trabajo de Bachelier (1900), quien representó los movimientos en el precio de las acciones mediante procesos de Wiener, este tipo de procesos ha sido ampliamente utilizado en la literatura financiera (Frache y Katz, 2004).

Un proceso estocástico unidimensional  $\{w_t\}_{t \geq 0}$  es un proceso de Wiener o movimiento Browniano estándar si satisface las siguientes condiciones:

(i)  $w_0 = 0$

(ii) Para todo  $t, t' \geq 0$  con  $t < t'$ :  $w_{t'} - w_t \in N(0, t' - t)$ . Es decir, los incrementos son normalmente distribuidos con una varianza que aumenta linealmente con el intervalo temporal. Por tanto, la relación entre ambos incrementos viene dada por  $\Delta w = \varepsilon \sqrt{\Delta t}$ , donde  $\varepsilon$  es una variable aleatoria normal de media cero y desviación típica.

(iii) Para todo  $0 \leq t_0 < t_1 \dots < t_n$ , las variables aleatorias  $w_{t_1} - w_{t_0}, \dots, w_{t_n} - w_{t_{n-1}}$  son mutuamente independientes, es decir, siguen un proceso de Markov con incrementos independientes.

Lo que significa que la distribución de probabilidad de los cambios en el proceso en cualquier intervalo temporal es independiente de la de cualquier otro intervalo. Así pues, si la

variable aleatoria  $w$  sigue un proceso de Wiener sus variaciones ( $\Delta w$ ) para cualesquiera dos pequeños intervalos de tiempo ( $\Delta t$ ) son independientes. (Frache y Katz, 2004).

(iv)  $\{w_t\} t \geq 0$  tiene trayectorias muestrales continuas con probabilidad 1.

Un movimiento Browniano estándar es un proceso de Markov, puesto que el incremento desde hoy a cualquier punto futuro en el tiempo es independiente de la historia del proceso.

Un movimiento Browniano es asimismo una martingala, ya que el cambio esperado en el valor del proceso es cero.

Las trayectorias muestrales de un proceso de Wiener no son diferenciables en ningún punto. Otra indicación de la irregularidad de las trayectorias muestrales Brownianas es que éstas no tienen una variación acotada en ningún intervalo finito  $[0, T]$ :

$$\text{Sup} \sum_{i=1}^n |w_{t_i}(\omega) - w_{t_{i-1}}(\omega)| = \infty$$

donde el supremo se toma a lo largo de todas las particiones posibles  $T$ :

$$0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n = T \text{ de } [0, T].$$

La variación no acotada y la no diferenciableidad de las trayectorias muestrales Brownianas son las principales causas de las dificultades que enfrenta la aplicación de los métodos de integración

### ***Procesos de difusión***

Un proceso de difusión unidimensional es un proceso estocástico  $\{x_t\} t \geq 0$  para el que el cambio a lo largo de un intervalo de tiempo infinitesimal,  $[t, t + dt]$ , puede representarse como:

$$dx_t = \mu(x_t, t) dt + \sigma(x_t, t) dw_t \quad (3)$$

Donde  $\{wt\}$  es un movimiento Browniano estándar, pero el componente tendencial  $\mu$  y la volatilidad  $\sigma$  son ahora funciones del tiempo y del valor actual del proceso (Frache y Katz, 2004).

Esta expresión generaliza (1), donde  $\mu$  y  $\sigma$  se asumían constantes, y (2), donde eran funciones del tiempo únicamente. Una ecuación como (3), en la que el proceso estocástico entra en ambos lados de la igualdad, se denomina una ecuación diferencial estocástica, (intuitivamente, una ecuación diferencial estocástica puede ser concebida como una ecuación diferencial ordinaria o determinística que se ve perturbada por la llegada de nueva información, modelada por el movimiento Browniano estándar).

En rigor,  $\mu(x, t)$  y  $\sigma(x, t)$  deben satisfacer las condiciones de crecimiento y de Lipschitz: deben existir constantes  $c$  y  $d$  tal que para todo  $(x, t) \in \mathbb{R}$

- (i)  $\mu(x,t)^2 + \sigma(x,t)^2 \leq c(1+|x|)$
- (ii)  $|\mu(x,t) - \mu(y,t)| + |\sigma(x,t) - \sigma(y,t)| \leq d|x-y|$

La condición de crecimiento (i) impide un comportamiento explosivo de  $xt$  y asegura que existe una solución de (3); la condición de Lipschitz (ii) establece que  $\mu(x, t)$  y  $\sigma(x, t)$  no varían más rápidamente que  $\{xt\}$   $t \geq 0$ , lo que asegura que la solución es única.

La solución  $\{xt\}$   $t \geq 0$  así obtenida es una solución “fuerte”, lo que significa que cualquier otro proceso de difusión que resuelva (3) es igual a  $\{xt\}$   $t \geq 0$  en casi cualquier punto. (Frache y Katz, 2004).

Si tanto  $\mu$  como  $\sigma$  son independientes del tiempo, se dice que la difusión es homogénea respecto al tiempo. En este caso, la distribución del valor futuro del proceso dependerá del valor actual y de cuanto de lejos en el futuro estemos viendo, no del momento particular en el que estemos situados.

### ***Procesos de Ito***

Es posible definir procesos más generales que aquellos comprendidos dentro de los procesos de difusión. Un proceso estocástico unidimensional se denomina un proceso de Ito si los incrementos locales son de la forma:

$$dx_t = \mu_t dt + \sigma_t dw_t$$

donde  $\mu_t$  y  $\sigma_t$  son ellos mismos procesos estocásticos. Obsérvese que un proceso de difusión es un caso particular de un proceso de Ito en el que los valores del componente tendencial y la volatilidad están dados por  $t$  y  $x_t$  (Frache y Katz, 2004).

En el caso de un proceso de Ito genérico,  $\mu$  y  $\sigma$  pueden depender también de los valores pasados del proceso, por lo que los procesos de Ito no son generalmente markovianos. Tampoco son martingalas, a menos que  $\mu_t$  sea idénticamente igual a cero y  $\sigma_t$  satisfaga algunas condiciones técnicas (Munk, 2002,)

### ***Procesos de salto y procesos de difusión con saltos***

Los procesos de difusión analizados hasta ahora son aquellos estocásticos que presentan trayectorias con probabilidad uno, propiedad que podría ser fácilmente cuestionable si se trata de los precios de los instrumentos financieros esto dado los cambios abruptos que estos representan en la práctica, Esto se da particularmente en los casos de instrumentos financieros que dependen



del riesgo de crédito como renegociaciones o reestructuraciones de deuda, y también cambios en la calificación crediticia de los títulos. Por estas razones algunos modelos para la valoración de instrumentos financieros buscan posibilidades en procesos de salto como los Poisson o Cox (Frache y Katz, 2004).

## 8. Metodología

Metodológicamente la aplicación de Opciones Reales (OR), permite evaluar proyectos con alto grado de incertidumbre, pero cuentan con flexibilidad en la toma de decisiones, es decir, el inversionista durante el ciclo de vida del proyecto puede variar el resultado derivado de la inversión dependiendo de la nueva información que pueda obtener.

Las Opciones Reales brindan valor agregado a aquellos proyectos en los que existen posibilidades de adquirir información adicional clave para la toma o cambio de decisiones (Amram & Kulatilaka, 2000) puesto que:

- El proyecto cuenta con una serie de fases en las cuales es posible analizar si es conveniente o no dar continuidad a la inversión.
- Es posible declinar el proyecto en cualquier fase siempre y cuando sea antes de ser presentado o lanzado oficialmente.
- Todos los riesgos de carácter privado dentro del proyecto solo pueden ser revelados mediante la inversión misma de la iniciativa.
- Existen diferentes riesgos que inciden en la ejecución del proyecto, el riesgo de mercado, por ejemplo, puede afectar directamente su valor durante su existencia.

La metodología de opciones reales aplicada a proyectos de inversión de energías renovables implicará ejecutar las siguientes etapas:

- Determinación proyecto a analizar y características geográficas
- Estimación de los flujos de Caja Descontados del proyecto
- Identificación de las Opciones reales aplicables
- Definición modelo de valoración de opciones reales
- Cálculo de Volatilidad.
- Elaboración árboles Binomiales

Adicionalmente, se tendrán en consideración las siguientes variables:

- Precio de la energía
- Tasa representativa del mercado
- Capacidad de generación solar en la zona geográfica (MW)
- Restricciones y beneficios ambientales y fiscales

### **8.1 Determinación del proyecto y análisis de las características geográficas de los departamentos de Colombia para el aprovechamiento de energía solar**

“Según el Registro de Proyectos Vigentes (RPV) de la Unidad de Planeación Minero-Energética (UPME), en los primeros cinco meses del año 2019 se han aprobado unos 16 proyectos

de potencia superior a 99 MW, entre los que se cuentan 5 de 200 MW, uno de 240 MW y uno de hasta 700 MW. Y eso sin contar otras decenas de proyectos de gran tamaño que no superan los 99 MW. En total, un conjunto de 3,55 GW de proyectos FV ha entrado en el registro.” (PV Magazine latam)

Nuestro propósito es identificar a partir de una base de datos oficial como la (UPME) un proyecto que este en proceso de implementación y cuya característica principal sea la valoración financiera a través de la metodología tradicional por Flujo de Caja Descontado, permitiéndonos realizar todo el análisis comparativo y determinación de las condiciones de flexibilidad que permitan la aplicación de la metodología de opciones reales para brindar un abanico de posibilidades a la hora de decidir cómo proceder en cada etapa del proyecto.

Ahora bien, las características propias del proyecto a nivel técnico son claves a la hora de determinar la selección de este, puesto que de estas condiciones también dependen los resultados esperados en cuanto al beneficio a obtener y el potencial de generación de energía proyectado a futuro.

La radiación global horizontal es aquella que puede medirse en una superficie a través de radiómetros en un ángulo de 180 grados. Por otro lado, el flujo de energía radiante instantáneo es la tasa de transferencia de energía por la radiación solar ( $F=dQ/dt$ ) esta se expresa en julios o vatios. Así mismo la densidad de flujo radiante o “irradiancia” (UPME 2017) corresponde al flujo radiante por unidad de área, esta se mide en valores de potencia por unidad de área ( $W/m^2$ ). La irradiación que significa el flujo radiante integrado en tiempo, minuto y hora, determina la cantidad

de radiación solar, es decir, de energía por unidad de área, medida en kW/m<sup>2</sup> o MJ/m<sup>2</sup> (IDEAM-Instiruto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales -, 2014)

La cantidad de radiación está determinada por diferentes factores como: la posición de la tierra con respecto al sol, las condiciones geográficas de cada lugar, la latitud y altitud sobre el nivel del mar y los fenómenos atmosféricos. Por ejemplo, las zonas ecuatoriales reciben mayor radiación que aquellos lugares de altas latitudes, así mismo en verano hay mayor radiación solar que en invierno.

Tener la irradiación como recurso básico para la generación de energía solar representa un alto grado de incertidumbre, principalmente por su variabilidad sobre la superficie terrestre. De allí que se haga indispensable mediciones y registros históricos detallados sobre la radiación solar en series de tiempo, además de otros factores meteorológicos de gran incidencia como la temperatura ambiente propia del lugar donde se planea el desarrollo de generación.

La disponibilidad del recurso solar se puede determinar a través de sistemas de medición, que diferentes instituciones han desarrollado y con los cuales se ha registrado durante años la radiación solar. Se destacan algunas como SolarGis que cuenta con un registro histórico por áreas geográficas con latitudes que van desde 60° N hasta 45° S, y una resolución espacial y temporal, 250 m x 250 m e intervalos de hasta 10, 15 y 30 minutos, con estas variables es posible determinar tanto situaciones climatológicas dentro del rango normal, así como condiciones extremas, esto permite mejores predicciones de energía para el desarrollo de generación solar (SolarGis , 2017)

De acuerdo con los registros de SolarGis para el caso de Colombia se indican valores de hasta 2200 kWh/m<sup>2</sup> en la costa norte, y de 1800-2000 kWh/m<sup>2</sup> en los llanos orientales. Así mismo se dispone de registros diarios en kWh/m<sup>2</sup>/días detallados por el (IDEAM- Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales -, 2014) de la siguiente manera: “Los valores más altos, superiores a los 5,5 kWh/m<sup>2</sup> por día, se presentan en sectores de La Guajira y en el norte de Atlántico, Bolívar y Magdalena”

De acuerdo a estos registros las áreas de mayor intensidad de radiación solar global en el rango de 4,5 kWh/m<sup>2</sup> por día son: “la región Caribe, las Islas de San Andrés y Providencia, sectores de Vichada, Arauca, Casanare, Meta, el norte y oriente de Antioquia, el norte y centro de Norte de Santander, el suroriente de Santander, el centro y norte de Boyacá, el norte de Cundinamarca, el sur y oriente del Tolima, el norte del Huila, la zona que se inicia al centro del Cauca atraviesa el Valle del Cauca de sur a norte y llega hasta el eje cafetero y el sector del norte de Nariño”.

Aquellas con registro de menor intensidad en el rango de los 3,5 kWh/m<sup>2</sup> por día son las zonas de: “Chocó, occidente de Putumayo y Valle del cauca, suroriente de Cauca, oriente de Nariño y sectores de Cundinamarca, Caquetá y Santander”. (SolarGis , 2017)

De acuerdo con los datos de registro sobre el recurso solar en nuestro país se pueden identificar los promedios de irradiación solar en Wh/m<sup>2</sup> para las 24 horas del día, esta información nos permite identificar períodos de sol entre 6 a 18 horas, donde fluctúan intensidades, además de promedios por horas y días. (UPME -Unidad de Planeación Minero Energética, 2016). De esta forma Solaris, UPME, IDEAM entre otros son una fuente confiable de información para lo que se

deberá construir una base de datos no menor a 5 años con la información histórica que proveerá los datos fuente para determinar la zona específica de análisis.

El proceso continuo con la localización de un territorio departamental, la obtención de datos meteorológicos y el inicio de las mediciones de la radiación solar. En función de estas mediciones, que pueden durar un año aproximadamente, podremos establecer una estimación de la irradiación con mayor intensidad, que nos servirá para poder realizar una previsión de la producción y consecuentemente tener un conocimiento más preciso de los Flujos de Caja del proyecto.

Dentro de la información será necesario contar con medidas de tendencia de los últimos cinco (5) años como mínimo, asociadas a este tipo de energías, por ejemplo:

- Proyecciones de expansión en generación
- Proyecciones de demanda de energía y potencia a nivel nacional y por zona geográfica
- Precio de la energía

A partir de estas tendencias se investigan los trámites necesarios para la conexión a la red eléctrica, el permiso de construcción y la solicitud de permiso de operaciones, momento a partir del cual la siguiente decisión será determinar la eficiencia y rentabilidad para lanzar el proyecto.

### ***8.1.1 Análisis de las finanzas territoriales de los departamentos de Colombia***

Como punto de partida se ha realizado un análisis de las finanzas territoriales a nivel departamental en todo el territorio colombiano. El análisis tiene como objeto identificar los ingresos totales del departamento y los gastos de funcionamiento, inversión y servicio de deuda

desde el año 2017 al año 2020, observar sus principales componentes, las variaciones, el nivel de endeudamiento e identificar los territorios con mejores oportunidades de inversión en proyectos en materia de energía solar.

Lo primero que hicimos fue conseguir la información financiera reportada al Ministerio de Hacienda y Crédito público por los 32 departamentos del país y Bogotá D.C. Después, consolidamos una base datos de aproximadamente 1,5 millones de datos, discriminado cuatro principales ítems con sus respectivos componentes:

a) Ingresos totales: Es la suma de los ingresos tributarios, ingresos no tributarios, ingresos de capital y las transferencias.

b) Gastos de Inversión: Es la suma de la inversión hecha por el departamento en diferentes proyectos de diferentes sectores, tales como, servicios públicos, educación, salud, agua potable y saneamiento básico, vivienda, transporte, medio ambiente entre otros.

c) Gastos de Funcionamiento: Es la suma de Gastos de personal, Gastos generales, Tránsferencias a municipios, Déficit fiscal, Gastos de funcionamiento, Costos y gastos asociados a la operación, producción y comercialización y otros. Estos Gastos se hacen en 5 entidades diferentes para el caso de los 32 departamentos, Administración Central, Contraloría, Asambleas Departamentales, Secretaría de Salud y Secretaría de Educación. En el caso de los municipios, como lo es el caso de Bogotá D.C, hay que sumar los gastos del Consejo de Bogotá, la Unidad Administrativa Especial de Servicios Públicos y la Personería de Bogotá.

d) Servicio de Deuda: Es la suma de los gastos por amortizaciones, intereses y los bonos pensionales.

Una vez tabulada y consolidada esta información del Sistema General de contabilidad pública, procedimos a desarrollar un tablero dinámico de gestión y análisis de los datos.

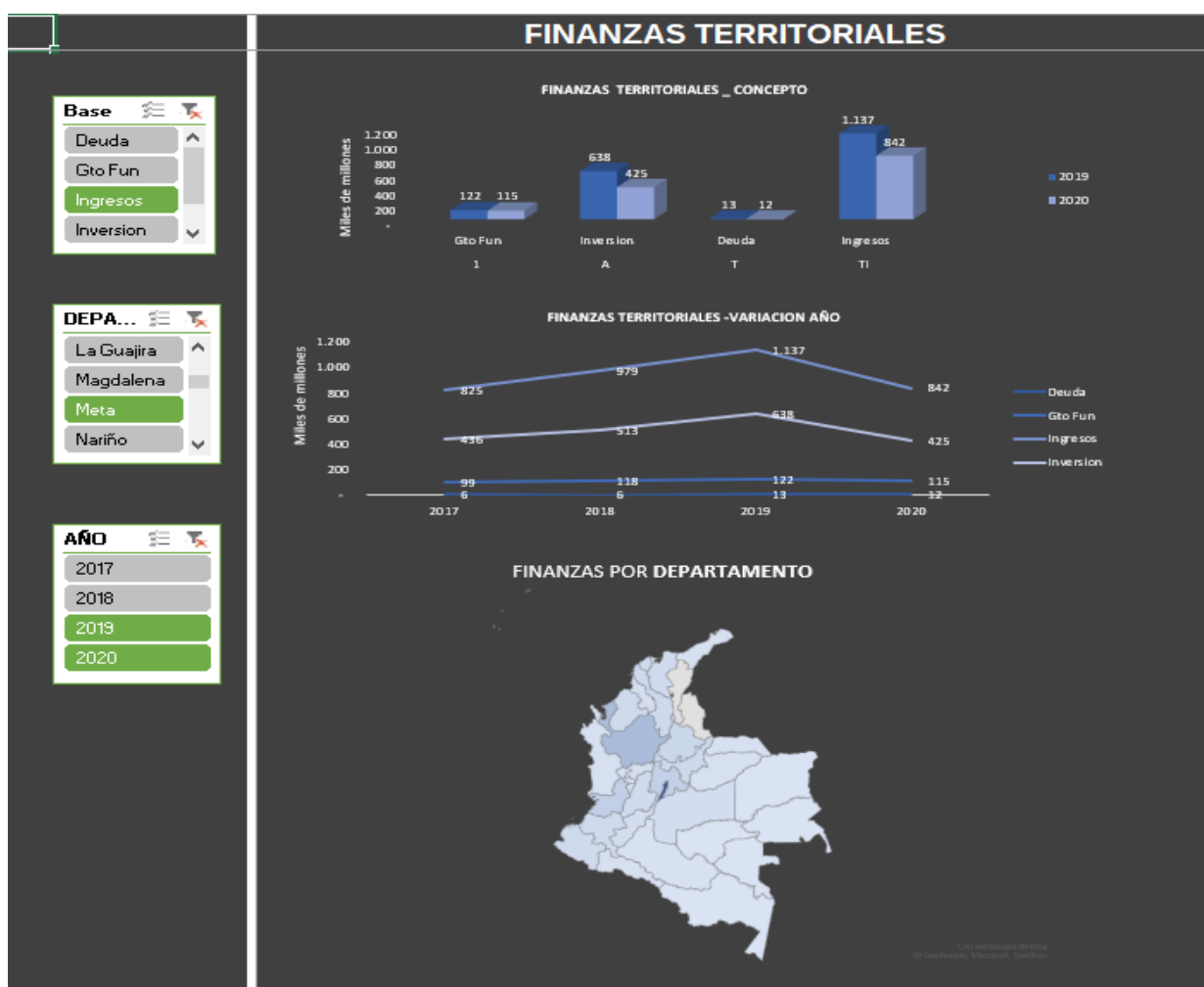
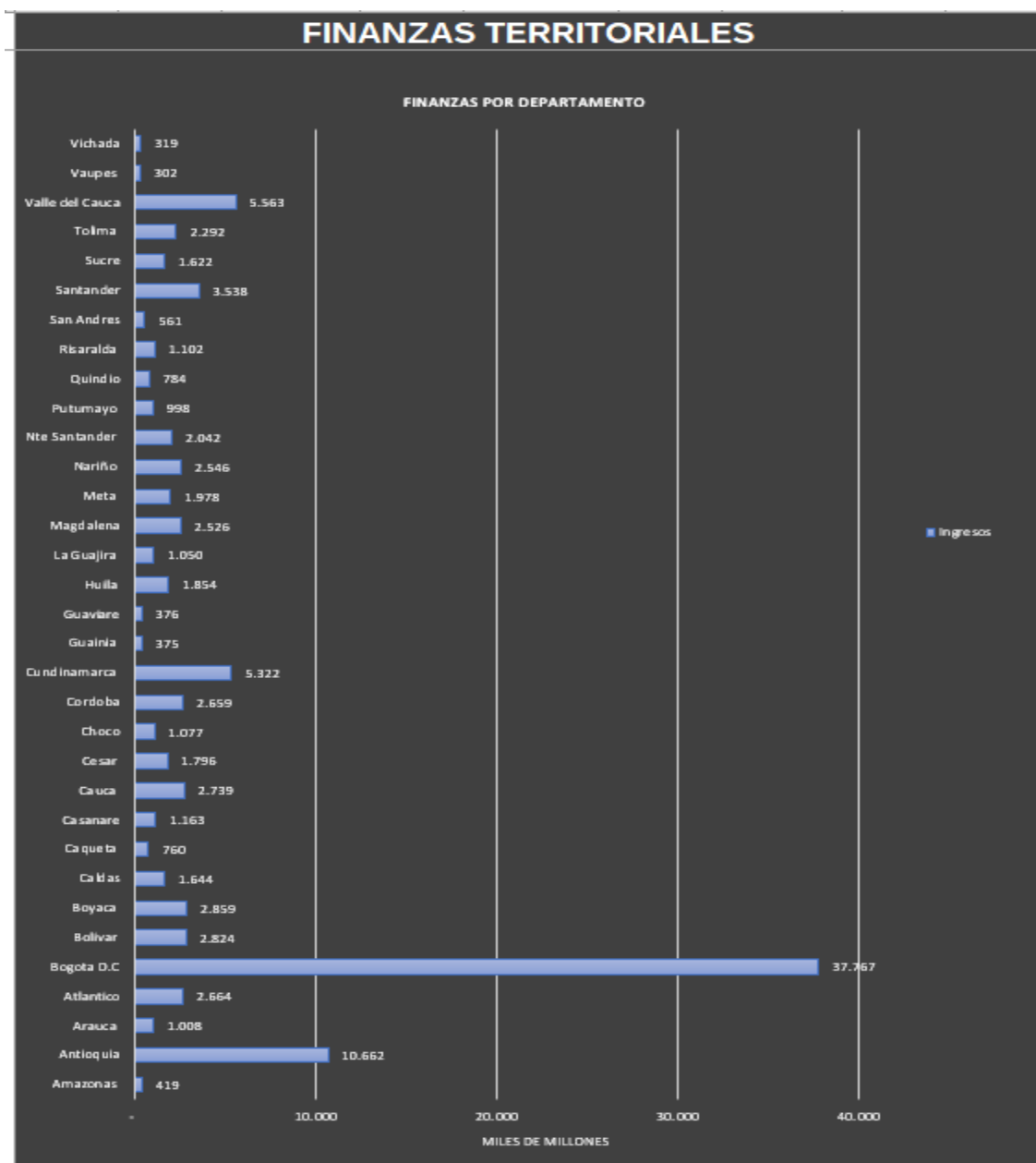


Imagen 5 Finanzas territoriales Colombia -Elaboración Propia

Después de tener ese tablero de gestión, procedimos a filtrar la información por los 21 departamentos con una irradiación solar de un rango global de 4,5 kWh/m<sup>2</sup> según la Unidad de Planeación Minero-Energética. Los departamentos son Antioquia, Arauca, Atlántico, Bolívar, Boyacá, Casanare, Cauca, Cesar, Córdoba, Cundinamarca, Huila, La Guajira, Magdalena, Meta,



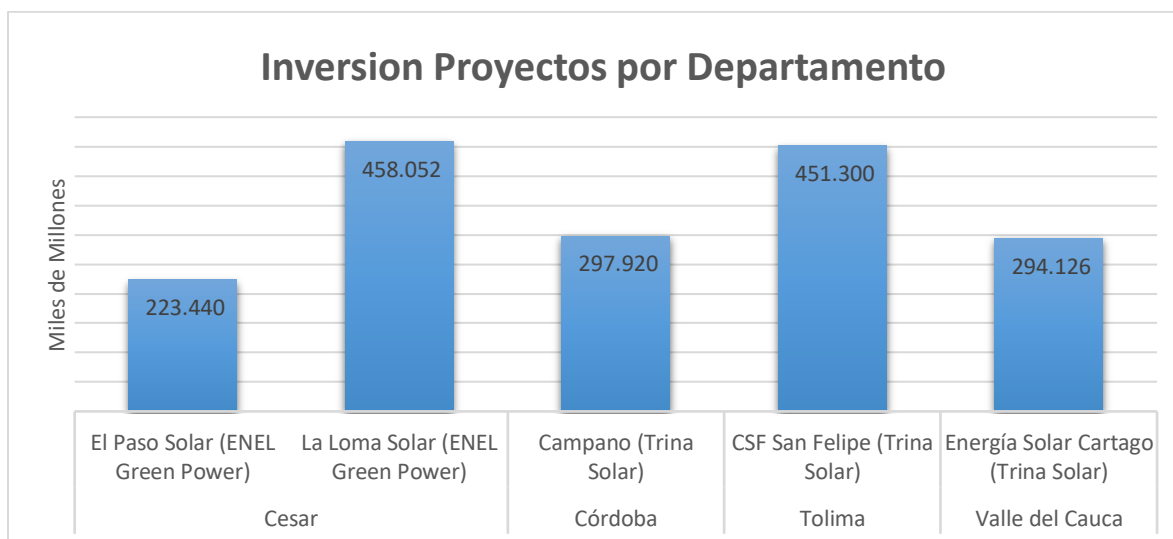
Nariño, Norte de Santander, San Andrés y Providencia, Santander, Sucre, Tolima, Valle del Cauca y Vichada. (ver anexo 1- Dashboard TG1)



*Imagen 6 Finanzas territoriales Colombia -Elaboración Propia*

Una vez obtuvimos este primer filtro de análisis, nos propusimos encontrar los proyectos más emblemáticos del país, con su respectiva inversión y localización territorial. En nuestra

investigación encontramos inversiones en plan de reactivación económica del Gobierno del presidente Iván Duque, Compromiso X Colombia, 1,7 Billones de inversión en 5 proyectos en los departamentos del Cesar, Córdoba, Tolima y Valle del Cauca.



*Tabla 1 Inversiones proyectos por departamento – Elaboración Propia*

Adicionalmente encontramos, otros 8 proyectos liderados por Ecopetrol en el marco del programa de transición energética. En los departamentos de Atlántico, Bolívar, Meta y Huila que aportarían 155 MW a la red de energía nacional.

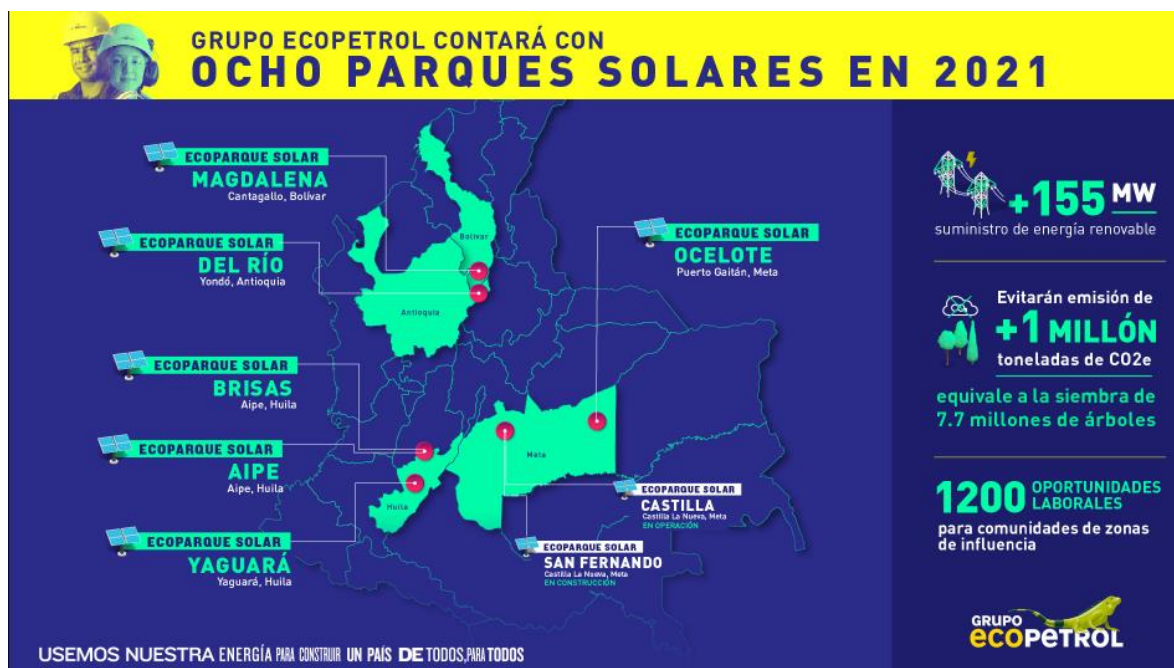
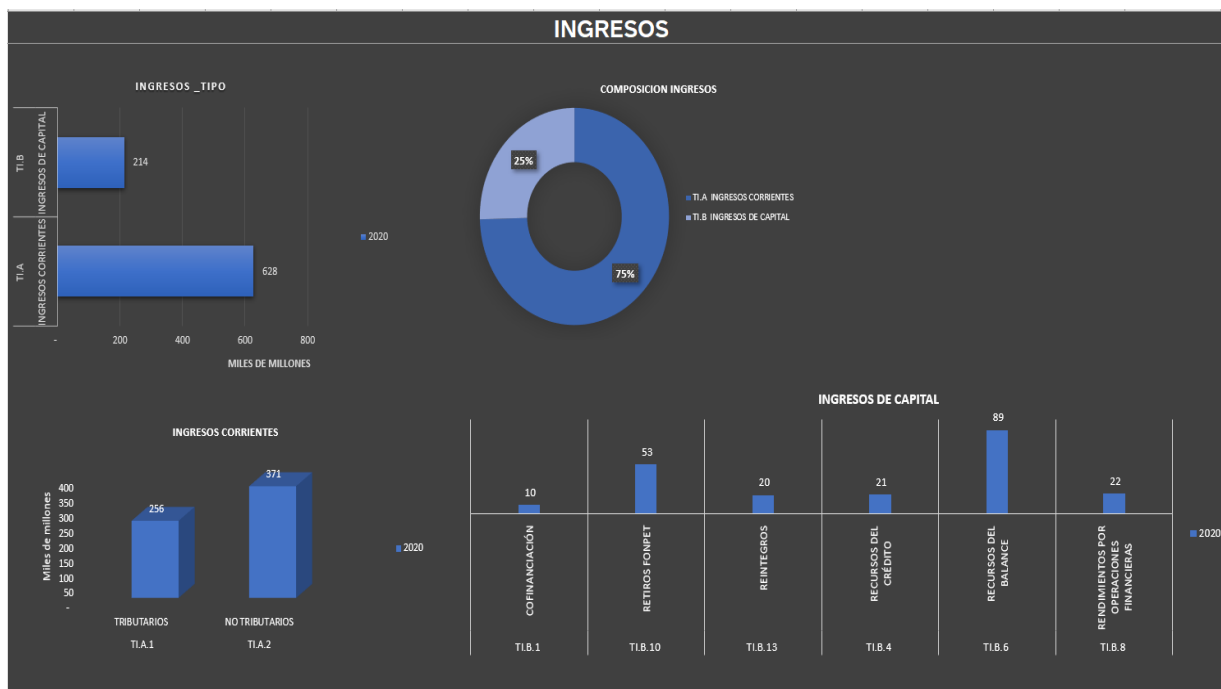


Imagen 7 Parque Solares Ecopetrol fuente: [www.ecopetrol.com.co](http://www.ecopetrol.com.co)

Finalmente, después de articular y gestionar diferentes fuentes de información decidimos tomar como ejemplo de proyecto emblemático, para nuestro análisis, el Ecoparque Solar San Fernando, que se encuentra en construcción y está localizado en el Municipio de Castilla la Nueva en el departamento del Meta.

Entonces, procedimos a hacer un análisis general de las finanzas territoriales del departamento del Meta que nos permitiera identificar su estabilidad en la gestión pública, para atraer inversión privada o gestionar proyectos con recursos del Gobierno Nacional y el Gobierno Departamental.

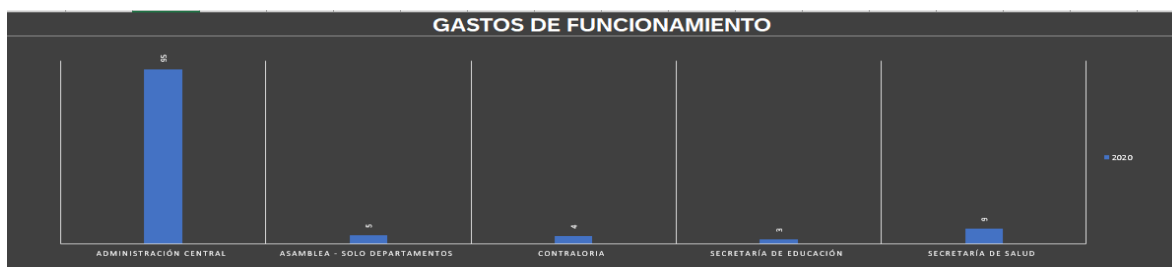
a. Ingresos Totales

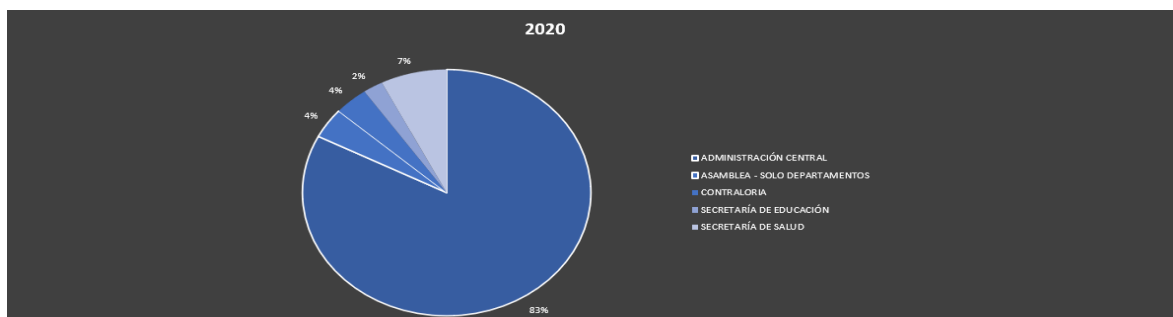


*Imagen 8 Ingresos Nacionales -elaboración Propia*

Observamos que, del total de ingresos del departamento del Meta, el 75% obedece a ingresos corrientes, que están dados por los ingresos tributarios y no tributarios, dentro de los primeros se destacan el impuesto al consumo y las estampillas (tasas parafiscales), y en impuestos no tributarios liderado por las transferencias de nivel nacional con 99%, específicamente para inversión.

b. Gastos de Funcionamiento

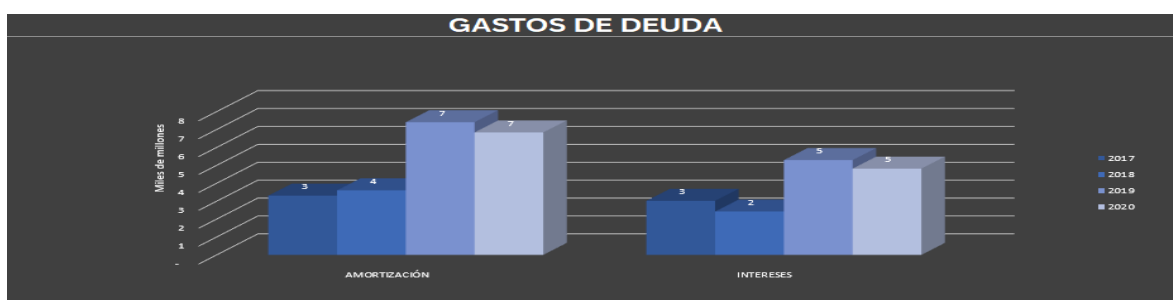




*Imagen 9 Gastos de Funcionamiento nacionales -elaboración propia*

En cuanto a gastos de funcionamiento Meta alcanza una cifra de 95 mil millones con corte al 2020 que están representados en los gastos propios de la administración central de la gobernación.

#### c. Gastos de Deuda



*Imagen 10 Gastos de deuda nacionales - elaboración propia*

Para el año 2020, un 59% de los gastos de deuda se debe a las amortizaciones principalmente de deuda relacionada con el sector de salud, transporte y agua potable y saneamiento básico, y un 41 % correspondiente a pago de intereses principalmente del sector de salud y transporte. También se observa que los gastos del servicio de deuda incrementaron aproximadamente 75% del año 2018 a 2019.

## d. Gastos de Inversión

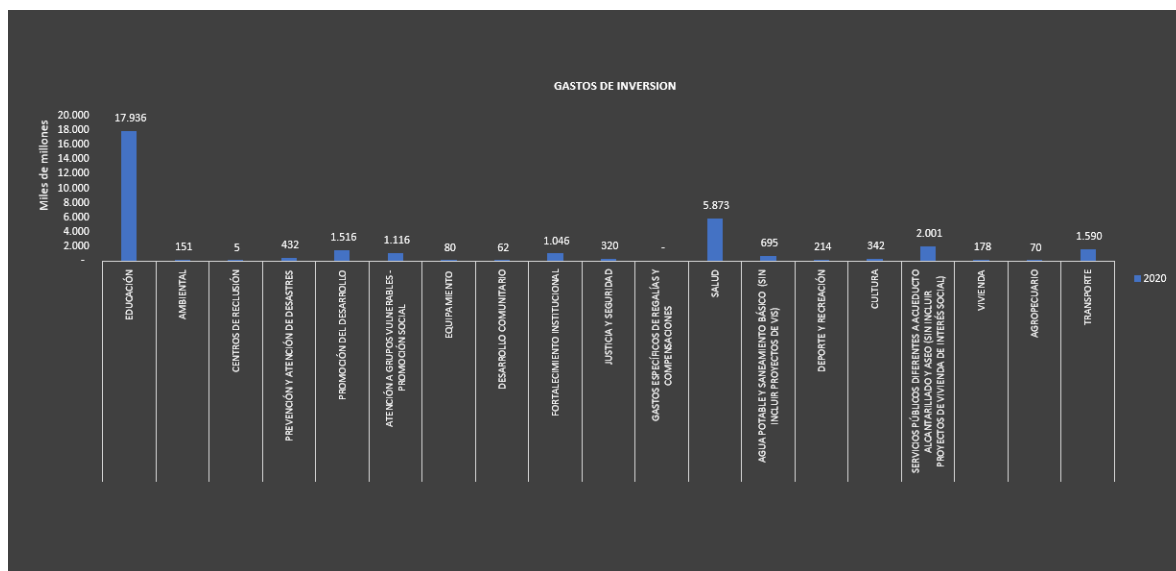


Imagen 11 Gastos de inversión nacional- elaboración propia - fuente: Ministerio de hacienda.

En cuanto a los gastos de inversión, podemos ver que en el departamento del Meta están enfocados al sector de salud y educación, seguidos por inversiones en el sector de servicios públicos diferentes al acueducto y alcantarillado, dentro del cual se encontraría el servicio de conexión eléctrica correspondiente al sector de minas y energía con una inversión de 2.001 millones.



Imagen 12 Infografía Parque Solar San Fernando – fuente: Ecopetrol [www.ecopetrol.com.co](http://www.ecopetrol.com.co)

Una vez realizado este análisis e identificadas estas zonas estratégicas, avanzaremos con la evaluación de un proyecto emblemático de inversión bajo la metodología de opciones reales, para este caso, el proyecto base para nuestro análisis es el ECOPARQUE SOLAR SAN FERNANDO, pues cumple con todas las especificaciones de un proyecto modelo en el país.

**a. Estimación de los flujos de Caja Descontados**

El proyecto sujeto a valoración será prototipo de implementación de una planta de generación solar fotovoltaica que se desarrollará en la región cuyas condiciones climáticas y de potencia energética sea el mejor prospecto de inversión.

Para la valoración sin flexibilidad se hacen proyecciones de flujos de caja a 15 años, que es aproximadamente el período promedio de vida útil de los paneles solares. Las principales variables estocásticas que afectan el valor del proyecto son la irradiación solar y los precios de la energía eléctrica. (UPME -Unidad de Planeación Minero Energética, 2016)

Aquí se tomará como referencia la potencia de irradiación mensual de la región definida, mientras la energía generable se estimará mediante el factor de utilización que arroja la demanda de energía del campo petrolero. Mediante la búsqueda de información de la región y datos de regulación de la misma zona se identificarán otros supuestos como datos técnicos, costos, gastos e inversiones necesarios para la producción y transmisión de energía a la red interconectada. Por otro lado, en lo correspondiente a ingresos estos serán resultado de la energía consumida en el campo petrolero en sus diferentes fases por el precio de la energía ahorrado, que será calculado

como la diferencia entre el costo por Kw/h que se paga y el costo de producción de energía fotovoltaica en kw/h.

Respecto a incentivos tributarios se tendrá como base el establecido por (Ley 1715, 2014), que permite considerar su renta como exenta hasta por 50%.

Otro tipo de incentivo para tener en cuenta es el de carácter ambiental dada la necesidad de alinearse a la generación de energía limpia. Este incentivo significa un ingreso adicional correspondiente al de la expedición de certificados de reducción de emisiones de carbono (Certified Emission Reduction CER), de acuerdo con el protocolo de Kyoto ratificado por Colombia.

Este ingreso será modelado a partir de las proyecciones y variables obtenidas en el levantamiento de información y tabulación de está contemplando las siguientes variables base:

- El proyecto se valora sin flexibilidad bajo el método de flujo de caja descontado (FDC).
- Como tasa de descuento ajustada por riesgo se emplea el costo de oportunidad.
- El valor presente neto se calcula tomando el flujo de caja libre desde el año 15 descontado a la tasa de oportunidad definida.

De esta manera es posible tener un valor presente neto del proyecto, que será analizado sin la flexibilidad para determinar si este es positivo o no, y el comportamiento una vez incluido la flexibilidad aplicada por la metodología de opciones reales para determinar la variación que presenta y viabilidad de este.



$$Valor = \sum_{t=0}^n \frac{FC_t}{(1+r)^t}$$

**Donde:**

**n:** Es la vida del activo

**$FC_t$ :** Es el flujo de caja esperado en el periodo t

**r:** Es la tasa de descuento que refleja el riesgo de los flujos de caja esperados.

Así pues, determinamos que una vez calculado el valor presente neto del flujo de caja descontado, se adicionara la valoración de la opción real para tener el valor extendido del proyecto.

Para la estimación de los flujos de caja del proyecto del Ecoparque solar San Fernando debemos entender que nuestro parque solar va a abastecer la demanda de energía del campo petrolero ubicado en esta zona, bajo esta premisa investigamos la demanda energética de un campo petrolero.

La fase inicial de un proyecto de hidrocarburos es la de exploración, en esta fase el consumo de energía obedece a el consumo de la maquinaria inicial para determinar si campo es viable económicamente. En el caso específico esta fase está proyectada a los primeros 6 años del proyecto y va aumentando gradualmente.

La segunda fase es la de producción, donde tendremos la infraestructura del campo que demandara energía en la medida que haya más pozos y mayor producción. A medida que el campo

alcanza su producción máxima la curva de demanda de energía va a seguir aumentando y la planta va a operar en su máxima capacidad.

Finalmente, pasamos a la fase de maduración, en la medida que sean más maduros los campos, demandan más energía en el yacimiento para poder extraer o levantar los hidrocarburos. Adicionalmente, si el crudo extraído contiene un alto grado de agua demandara más energía por la instalación del sistema de tratamiento por efectos de regulaciones ambientales.

Por esta razón la curva de demanda de energía de los campos se puede incrementar, en el sentido que la cantidad de energía que van demandando los campos puede ser mayor en el tiempo hasta cuándo lleguen al pico de producción y empiecen a decrecer hasta limite económico del campo.

Los ingresos del flujo de caja están estimados por el producto entre el precio del ahorro de energía y el volumen de demanda energética generada por el campo (PXQ).

ESTADO DE RESULTADOS	Unid	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035
Ahorro de Energía \$/ KWh		-	33,6	134,5	134,5	134,5	134,5	134,5	134,5	134,5	134,5	134,5	134,5	134,5	134,5	134,5	134,5
Energía consumida MKWh		-	15,3	77,6	87,6	109,6	161,6	183,6	221,6	219,4	217,2	210,7	208,6	196,1	186,3	180,7	175,3
<b>Ingresos Operacionales</b>		-	<b>522</b>	<b>10.440</b>	<b>11.785</b>	<b>14.744</b>	<b>21.738</b>	<b>24.697</b>	<b>29.808</b>	<b>29.510</b>	<b>29.215</b>	<b>28.338</b>	<b>28.055</b>	<b>26.372</b>	<b>25.053</b>	<b>24.301</b>	<b>23.572</b>
Costos de Operación y Mmto	MCOP	-	355	2.131	2.131	2.131	2.131	2.131	2.131	2.131	2.131	2.131	2.131	2.131	2.131	2.131	2.131
Costos de transmisión	MCOP	-	9	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55
Utilidad Bruta	MCOP	-	158	8.254	9.599	12.558	19.552	22.511	27.622	27.324	27.029	26.152	25.869	24.186	22.867	22.115	21.386
Gastos	MCOP	-	78	467	465	465	463	462	461	461	469	458	457	456	455	454	453
<b>EBITDA</b>	MCOP	-	<b>80</b>	<b>7.787</b>	<b>9.134</b>	<b>12.093</b>	<b>19.089</b>	<b>22.049</b>	<b>27.161</b>	<b>26.863</b>	<b>26.560</b>	<b>25.694</b>	<b>25.412</b>	<b>23.730</b>	<b>22.412</b>	<b>21.661</b>	<b>20.933</b>

Tabla 2 Flujo de caja descontado - elaboración propia

El precio del ahorro de energía está determinado por la diferencia entre el precio de la energía no regulada 300 COP/KWh y LCOE solar (Levelized Cost of Energy - costo nivelado de energía) 165,5 COP/KWh, entonces el precio para este caso es 134,5 COP/KWh.

$Q = \text{potencia} \times \text{Factor de planta} \times \text{Periodicidad} \times \text{horas al día}$

$$Q = 60\text{MW} * 42\% * 365\text{días} * 24\text{horas} = 221,6 \text{ MKWh}$$

**Valor total proyecto = VPN (flujos de caja descontado) + Opción Real**

**b. Identificación de las opciones reales aplicables a proyectos de inversión en energías renovables.**

Una opción real, está representada en el derecho, no la obligatoriedad, de tomar la decisión de ejecutar una acción (diferir, abandonar, reducir, expandir) a un costo fijo y un tiempo determinados previamente. (Amram & Kulatilaka, 2000)

Los tipos de opciones reales que serán foco del estudio del proyecto seleccionado serán:

**1. Expansión**

**2. Contracción**

**3. Abandono**

Mediante la construcción de Árboles Binomiales por cada tipo de opción se determinará cuál es la mejor para cada fase del proyecto que dará paso a la siguiente.

La siguiente grafica muestra los principales parámetros a utilizar en las opciones reales respecto a las opciones financieras

Opción de compra real	Variable	Opción de compra financiera
Valor de los activos operativos que se van a adquirir: VA de los flujos de caja que genere el activo real	S	Precio del activo financiero: VA de los flujos de caja que genere el activo financiero
Desembolsos requeridos para adquirir el activo real: Coste del proyecto de inversión	X	Precio de ejercicio al que se tiene derecho a adquirir el activo financiero
Longitud del tiempo que se puede demorar la decisión de realizar el proyecto de inversión	t	Tiempo hasta el vencimiento de la opción de compra
Riesgo del activo operativo subyacente: Volatilidad del VA de los flujos de caja	$\sigma^2$	Varianza de los rendimientos del activo financiero
Valor temporal del dinero	$r_f$	Tasa de interés sin riesgo
Flujos de caja a los que se renuncia por no realizar ahora mismo el proyecto de inversión	D	Dividendos del activo subyacente

*Imagen 13 Variables comparativas opción real – opción financiera*

Fuente: (Mascareñas, 2007)

### c. Cálculo de Volatilidad

Para determinar las variaciones (up) de aumento y (Down) de disminución en los árboles binomiales, es de vital importancia identificar la volatilidad de los flujos de caja, puesto que de esta variable depende la incertidumbre del proyecto, si se identifica que la volatilidad es alta, amerita continuar con el análisis complementario del VPN, con la valoración de opciones de expansión, contracción y abandono, de no ser así el análisis con base en opciones reales no genera valor y no tendría sentido (Mun, 2006)

El cálculo de la volatilidad se puede desarrollar aplicando las siguientes técnicas de (Mun, 2006):

***Aproximación logarítmica de los retornos de flujo de caja o aproximación de los retornos del precio de la acción.***

Este método es usado para calcular la volatilidad de activos trazables y líquidos como las acciones en las opciones financieras; en ocasiones también se utiliza para la valoración de activos como el precio del crudo y la energía y no requiere de una simulación para obtener una estimación de volatilidad.

Los pasos para desarrollar para este método son:

- Paso 1: Determine la data, la periodicidad y línea de tiempo
- Paso 2: Cálculo retornos relativos
- Paso 3: Cálculo logaritmo natural de los retornos relativos
- Paso 4: Cálculo de la desviación estándar para obtener la volatilidad periódica
- Paso 5: Cálculo volatilidad anualizada

***Enfoque de devoluciones de valor presente logarítmico.***

Este método recoge las estimaciones de los flujos de efectivo principalmente en dos sumas de valor presente, una por el periodo de tiempo cero (0) y otro por el periodo uno (1), este cálculo asume una tasa de descuento constante.

Este modelo se adapta mejor a las opciones reales en donde se calculan los flujos de caja y su volatilidad es estimada, por eso fue el aplicado al análisis del parque solar San Fernando.

Este modelo requiere una simulación para obtener la volatilidad estimada, generalmente es usada la simulación Montecarlo por Crystal Ball. (Mun, 2006)

Paso 1: Cálculo del valor presente periodo 0 y periodo 1 y determinación valor presente estático.

Paso 2: Cálculo variable intermedia X

Paso 3: Simulación de modelo para obtener desviación estándar como volatilidad.

Inicialmente se determinan los flujos de caja; luego se calcula el valor presente en periodo (0) dividiendo el valor del flujo de caja en la tasa de descuento constante elevado a la cero(0)  $CF/(1+t)^0$  y consecutivamente elevando por cada periodo de tiempo siguiente; posteriormente se calcula el valor presente en periodo uno (1) dividiendo el valor del flujo de caja iniciando en el periodo cero (0) con la tasa de descuento constante elevado a la uno(1)  $CF/(1+t)^1$ ; y sucesivamente elevando por cada periodo de tiempo siguiente, finalmente se calcula la sumatoria de los resultados totales para el periodo 0 y 1.

Se calcula la variable indeterminada X, esta variable obedece al logaritmo natural de la sumatoria de del valor presente de los flujos de caja del periodo de tiempo (1) sobre la sumatoria del valor presente estático, cuya base es el valor presente de los flujos de caja iniciales que se denominan como estáticos, puesto que no estarán fluctuando producto de la simulación.

$$X = \text{LN} (172.543/165.158) = 0.4374432$$

Por último, se simula el modelo mediante Crystal Ball. Se asumen dos variables estocásticas, a cada una de ellas se le asigna una distribución de probabilidad normal y sus valores van a variar en la simulación de acuerdo con sus respectivas medias y desviaciones estándar, el modelo hace aproximadamente 905.000 pruebas. Estas dos variables son: el volumen de la energía consumida por el campo petrolero para su operación y el precio de energía ahorrado por kwh.

Periodo	Flujos de Caja	Valor Presente Periodo 0	Valor Presente Periodo 1	Valor Presente Periodo Estatico	X
0	- 125.500	- 125.500	-	- 125.500	0,04374432
1	80	75	80	80	
2	7.787	6.818	7.286	7.787	
3	9.134	7.483	7.997	9.134	
4	12.093	9.270	9.907	12.093	
5	19.089	13.693	14.633	19.089	
6	22.049	14.799	15.816	22.049	
7	27.161	17.058	18.230	27.161	
8	26.863	15.786	16.871	26.863	
9	26.560	14.605	15.608	26.560	
10	25.694	13.221	14.129	25.694	
11	25.412	12.235	13.075	25.412	
12	23.730	10.690	11.425	23.730	
13	22.412	9.448	10.097	22.412	
14	21.661	8.544	9.131	21.661	
15	20.933	7.726	8.257	20.933	
		<b>35.951</b>	<b>172.543</b>	<b>165.158</b>	

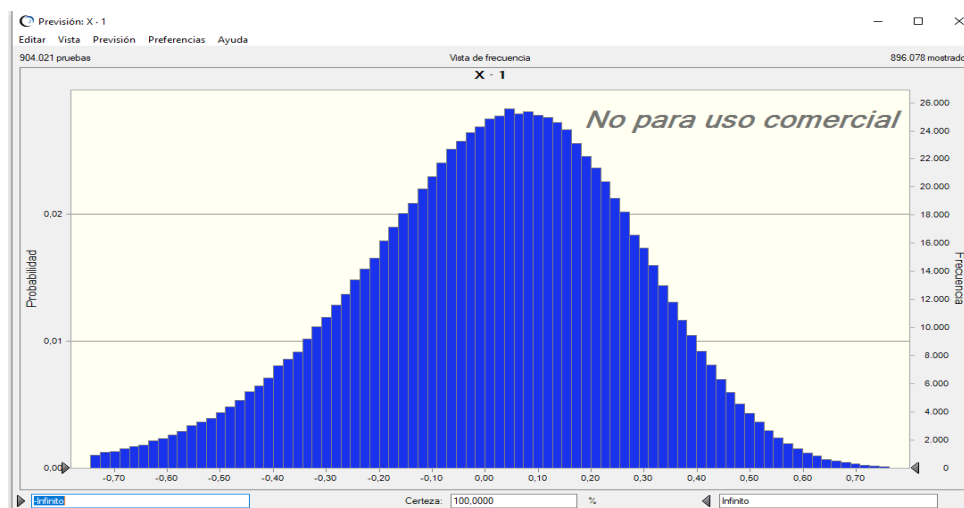


Imagen 14 Volatilidad – Elaboración propia

Previsión: X - 1

Editar Vista Previsión Preferencias Ayuda

904.021 pruebas Vista de estadísticas

Estadística	Valores de previsión
► Pruebas	904.021
Caso base	0.04
Media	0.01
Mediana	0.03
Modo	---
Desviación estándar	0.27
Varianza	0.07
Sesgo	-0.5050
Curtosis	3.66
Coefficiente de variación	30.87
Mínimo	-2.90
Máximo	1.02
Error estándar medio	0.00

*Imagen 15 Desviación estándar -elaboración propia*

#### **d. Definición modelo de valoración de opciones reales**

La metodología sobre análisis y valoración de opciones da las herramientas para definir cuál es el valor agregado que le da la opción real al Valor Presente Neto (VPN), este valor da la garantía de pago al propietario de la opción, dada su capacidad de decidir que ruta es la más adecuada en el desarrollo del proyecto o en la vida de este, esto de acuerdo con diferentes factores como las condiciones del mercado durante el tiempo correspondiente.

El Método Binomial será el método utilizado para el análisis del proyecto del parque solar San Fernando.

Este método expone de manera explícita y clara las posibles alternativas de decisión, eventos probabilísticos y consecuencias finales que se pueden generar de las diferentes vías a tomar, esta es una herramienta descriptiva y predictiva bastante útil para valorar y modelar



proyectos que involucren dilemas de decisión de forma secuencial influenciada por la incertidumbre.

Es necesario incorporar los elementos que componen el árbol binomial para estructurar el mismo

- Alternativas y puntos de decisión: identificar cual es el momento más adecuado para tomar nuevas decisiones y cuáles son las vías posibles para tomar.
- Puntos de Incertidumbre y eventos probabilísticos: identificar los eventos que puedan impactar el desempeño proyecto y que no son controlables, una vez identificados deben modelarse a través del ajuste de una distribución de probabilidad discreta; es vital determinar el momento en que estos eventos afectan al proyecto dado que el árbol binomial tiene un desarrollo cronológico.

Una vez determinada la estructura del árbol binomial, es necesario realizar la valoración de este, cuyo proceso puede realizarse con el procedimiento de “repliegue hacia atrás (Magee 1973), o “Repliegue del árbol” (Castillo 2004)

Este procedimiento computa los beneficios y los costos de cada decisión desde los nodos terminales hasta el nodo raíz ponderados por la probabilidad de ocurrencia utilizando el criterio de maximización del valor esperado.

El valor que se espera obtener de los nodos de incertidumbre se puede calcular:

$$E[NI] = (p_1v_1 + p_2v_2 + \dots + p_nv_n) - C$$

Donde  $E[NI]$  es el valor esperado del nodo de incertidumbre evaluado,  $p_i$  es la probabilidad de ocurrencia del evento de la rama  $i$ ,  $v_i$  es el valor de cada una de las ramas y  $C$  es el costo en que se incurre.

Si el proyecto cuenta con el valor del dinero en el tiempo incluido en el mismo para cada una de sus fases, el cálculo debe realizarse, desconectando el valor esperado a su respectiva tasa.

$$E[NI] = (p_1v_1 + p_2v_2 + \dots + p_nv_n) / (1 + r_j)^w - C$$

Es importante comparar todas las alternativas de decisión de un nodo y escoger aquella que represente el mayor beneficio esperado:

$$E[ND] = \text{Max}(E[V_1], E[V_2], \dots, E[V_n])$$

En donde  $E[ND]$  es el valor esperado del nodo evaluado, y  $E[V_i]$  es el valor esperado de cada una de las ramas bien sean de un nodo sucesor de incertidumbre o decisión.

Con la implementación de la metodología de árboles binomiales identificamos que la trayectoria en cada periodo de tiempo, indica en la parte superior, los valores futuros esperados del activo durante el periodo total que esté proyectada la opción, de acuerdo a la incertidumbre asociada; los números en la parte inferior de los nodos, reflejan los valores de la opción de acuerdo a su maximización, lo que nos permite determinar si la mejor opción es expandir, contraer o abandonar en ese punto o esperar al próximo periodo.

## Árbol Binomial – Opción expansión

OPCIONES REALES  
VALORACION PROYECTO DE INVERSION ENERGIAS RENOVABLES SOLAR-FOTOVOLTAICA  
Cifras en Millones de Pesos

S0 166.611 T 15  
Volatilidad 27% No Pasos 5  
rf 7%  $\delta t$  3 Stepping time: escala de tiempo entre pasos

Opciones					
Contraerse	3,26%	Ahorros	971	F. Contracc.	97%
Expansion	25,00%	Costos	20.517	F. Expan	125%
Abandono	Se recuperan		125.500		

Paso 0: encontrar u,d,p

u 1,59624456  
d 0,62647042  
p 0,62613305

Paso 1: Evolucion del Proyecto sin Opciones

166.611,00	265.951,90	424.524,28	677.644,56	1.081.686,45	1.726.636,10
	104.376,86	166.611,00	265.951,90	424.524,28	677.644,56
		65.389,02	104.376,86	166.611,00	265.951,90
			40.964,29	65.389,02	104.376,86
				25.662,91	40.964,29
					16.077,06

Paso2: Expansion

201.346,19	323.669,15	519.728,16	833.575,07	1.335.477,30	2.137.778,13
	122.333,44	197.622,56	318.959,25	514.024,59	826.538,70
		72.705,19	117.934,19	191.632,99	311.922,88
			42.400,92	68.219,64	109.954,08
				25.662,91	40.964,29
					16.077,06

Imagen 16 Árbol Binomial expansión – elaboración propia

## Árbol Binomial Opción Contracción

OPCIONES REALES  
VALORACION PROYECTO DE INVERSION ENERGIAS RENOVABLES SOLAR-FOTOVOLTAICA  
Cifras en Millones de Pesos

S0 166.611 T 15  
Volatilidad 27% No Pasos 5  
rf 7%  $\delta t$  3 Stepping time: escala de tiempo entre pasos

Opciones					
Contraerse	3,26%	Ahorros	972	F. Contracc.	97%
Expansion	25,00%	Costos	20.517	F. Expan	125%
Abandono	Se recuperan		125.500		

Paso 0: encontrar u,d,p

u 1,59624456  
d 0,62647042  
p 0,62613305

Paso 1: Evolucion del Proyecto sin Opciones

166.611,00	265.951,90	424.524,28	677.644,56	1.081.686,45	1.726.636,10
	104.376,86	166.611,00	265.951,90	424.524,28	677.644,56
		65.389,02	104.376,86	166.611,00	265.951,90
			40.964,29	65.389,02	104.376,86
				25.662,91	40.964,29
					16.077,06

Paso2: incorporacion de opciones: contraccion

166.612,14	265.951,90	424.524,28	677.644,56	1.081.686,45	1.726.636,10
	104.380,64	166.611,00	265.951,90	424.524,28	677.644,56
		65.401,48	104.376,86	166.611,00	265.951,90
			41.005,40	65.389,02	104.376,86
				25.798,57	40.964,29
					16.524,68

Imagen 17 Árbol Binomial contracción – elaboración propia

## Árbol Binomial Opción Abandono

### OPCIONES REALES

#### VALORACION PROYECTO DE INVERSION ENERGIAS RENOVABLES SOLAR-FOTOVOLTAICA

Cifras en Millones de Pesos

S0	166.611	T	15
Volatilidad	27%	No Pasos	5
rf	7%	δt	3 Stepping time: escala de tiempo entre pasos

#### Opciones

Contraerse	3,26%	Ahorros	971	F. Contracc.	97%
Expansion	25,00%	Costos	20.517	F. Expan	125%
Abandono	Se recuperan		125.500		

#### Paso 0: encontrar u,d,p

u	1,59624456
d	0,62647042
p	0,62613305

#### Paso 1: Evolucion del Proyecto sin Opciones

166.611,00	265.951,90	424.524,28	677.644,56	1.081.686,45	1.726.636,10
	104.376,86	166.611,00	265.951,90	424.524,28	677.644,56
		65.389,02	104.376,86	166.611,00	265.951,90
			40.964,29	65.389,02	104.376,86
				25.662,91	40.964,29
					16.077,06

#### Paso2: incorporacion de opciones: Abandono

174.586,98	268.520,05	425.112,18	677.644,56	1.081.686,45	1.726.636,10
	126.394,83	174.100,75	267.891,84	424.524,28	677.644,56
		125.500,00	125.842,45	173.012,38	265.951,90
			125.500,00	125.500,00	125.500,00
				125.500,00	125.500,00
					125.500,00

Imagen 18 Árbol Binomial Abandono- elaboración propia

## 9. Conclusiones

Para comenzar podemos concluir que Colombia es un país con un inmenso potencial geográfico para inversiones en proyectos de generación eléctrica a partir de energía solar. En el país 21 de sus 32 departamentos cuentan con más de 4,5 KWh/m<sup>2</sup> para aprovechamiento de energía solar. Adicionalmente, el análisis financiero de las finanzas territoriales nos permitió concluir que los recursos propios de los departamentos para inversión en estos tipos de proyectos son alarmantemente bajos, en el caso del departamento del Meta en el año 2020 conto con apenas 2.000M COP para este tipo de inversiones, entonces, se hace necesario una búsqueda de mayor

asignación de recursos de la nación e incentivar este tipo de proyectos atrayendo inversión privada y/o de empresas públicas generadoras de energía.

Para de septiembre de 2021 la capacidad instalada de granjas solares llego a 236 MW en el país, El proyecto construido El paso Solar (Enel Green power) cuenta con la mayor capacidad de generación del país y tiene una capacidad de 67 MW de potencia, para el caso del departamento del Meta el parque construido con mayor capacidad es Solar Castilla con capacidad de 20MW, sin embargo, el proyecto más emblemático del departamento es el parque solar San Fernando, que inicio su fase de construcción en octubre de 2021 y va a contar con una capacidad de 60MW. En cuanto a este parque, la fase del proyecto y el objetivo de ser el segundo parque solar con mayor capacidad energética hizo que el proyecto fuera el ideal y escogido para nuestra investigación.

Con el análisis de la información del parque solar San Fernando identificamos diferentes variables determinantes para la implementación de opciones reales en la valoración del proyecto. Los determinantes identificados y modelados fueron la variación de los precios de la energía eléctrica y la demanda energética del campo petrolero.

La volatilidad fue calculada con base en la simulación de Montecarlo y fue de 27% lo que indica un alto grado de incertidumbre en los flujos de caja esperados y hace valiosa y generadora de valor la implementación de la metodología de opciones reales pues mitigan el riesgo del proyecto optimizando su valor. Una vez determinada nuestra volatilidad bajo el modelo estocástico el tipo de opciones ideales para nuestro proyecto son la opción de expansión, abandono o contracción.

En el caso de la opción de expansión dependerá si en el campo petrolero se incorporan nuevos pozos, en este caso la demanda de energía aumentara y se debe expandir la capacidad de energía del parque solar. Resulta muy estratégica porque a pesar de implicar un monto de inversión necesaria optimiza los ingresos del proyecto. La opción de abandono se presentará cuando el campo no sea económicamente viable y no se identifiquen hallazgos de hidrocarburos, en este caso la demanda de energía será muy baja, por lo tanto, va a tener la opción de abandonar el proyecto antes que su valor sea menor a la inversión inicial. El inversionista mitigaría sus pérdidas en casos desafortunados y esto genera un valor en el momento inicial ( $t=0$ ) que adicionalmente genera oportunidades estratégicas como la opción de venta en donde el valor de recuperación es aproximadamente el monto de inversión. Por último, la opción de contracción genera valor en la medida que se la operación de los pozos vaya disminuyendo por su vida útil, esto implicaría una pausada reducción de la demanda de energía en el parque solar.

La opción de expansión genero un valor 34.735 MCOP, la opción de abandono 7.975 MCOP y la opción de contracción 1 MCOP. Esto nos lleva a concluir que el aporte de la opción de expansión resulta totalmente estratégico para el proyecto, la opción de abandono reduce la incertidumbre y genera algo de valor mientras que la opción de contracción resulta prácticamente insignificante en este proyecto.

Por último, la valoración de este tipo de proyectos por opciones reales genera un valor muy importante al VPN estático y daría valor financiero para seguir incentivando la construcción de

más parques solares en Colombia y grandes oportunidades de optimizar y expandir las ganancias de los inversionistas.

*Anexo 1* IDash Board Análisis información territorial)

*Anexo 2* Flujos de Caja – Calculo Volatilidad – Arboles Binomiales

### **Bibliografía**

Almarcha, G. C. (2005). Desarrollo de un modelo de simulación para la valoración de las opciones reales de un operador de telecomunicaciones. *E.T.S.I. Industriales (UPM)*.

América Fotovoltaica. (2016). *www.americafotovoltaica.com*. Obtenido de <http://www.americafotovoltaica.com/beneficios-y-costos-de-la-energia-solar>

Amram, & Kulatilaka. (2000). Real Options: Managing Strategic Investment in an Uncertain World. *Financial management association survey and synthesis, Harvard Business School*.

Arango, D. (2015). Opciones reales en la gerencia de proyectos. 9.

Bailey, W., Bhandari, A., Faiz, S., Srinivasan, S., & Weeds, H. (2004). Valoración de las opciones reales.

BANCOLOMBIA. (2019). *grupobancolombia.com*. Obtenido de <https://www.grupobancolombia.com/wps/portal/empresas/capital-inteligente/especiales/especial-energia-2019/panomara-energetico-colombia>

Boer. (2002).

- Bu, R. C. (1981). *Análisis y evaluación de proyectos de inversión*. Editorial Limusa.
- Cecilia, M., Juan, H., & Oscar, G. (2012). La valoración de proyectos de energía eólica en Colombia bajo el enfoque de opciones reales . *Revista Universidad Javeriana*.
- Copeland, & Antikarov. (2001).
- Copeland, T., & Tufano, P. (2004). A Real-World Way to Manage Real Options. *Harvard Business Review* .
- Cox, J., Ross, S., & Rubinstein, M. (1979 ). Option pricing: A simplified approach. *Journal of financial economics* .
- Damodaran, A. (1997). *Corporate Finance. Theory and Practice*.
- Damodaran, A. (2005). The promise and peril of real options . *Stern school of business* .
- Dias, M. (2010). Real options with monte carlo simulation . *Wayback Machine*.
- Dixit, & Pindyck. (1995).
- Eric Forcael, A. A. (2013). Aplicación del método de opciones reales en la valoración de proyectos inmobiliarios. *Obras y Proyectos* .
- García, H., Corredor, A., Calderón, L., & Gómez, M. (10 de 2013). *Centro de Investigación Económica y Social- Fedesarrollo*. Recuperado el 20 de 03 de 2020, de <http://hdl.handle.net/11445/331>
- Hertz, D. (1979). Risk Analysis in Capital Investment. *Harvard Business Review*.
- Hull, J. (2009 ). Introducción a los mercados de futuros y opciones . *Maple Financial Group Professor of Derivatives and Risk Management*.



IDEAM- Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales -. (2014). *IDEAM*.

Obtenido de <http://atlas.ideam.gov.co/presentacion/>

Izasa & Botero. (2013). Aplicación de las opciones reales en la toma de decisiones en los mercados de electricidad.

Ley 1715. (13 de 05 de 2014). *Integración de las Energías Renovables no Convencionales al Sistema Energético Nacional*. Bogotá, Colombia. Obtenido de [http://www.secretariasenado.gov.co/senado/basedoc/ley\\_1715\\_2014.html](http://www.secretariasenado.gov.co/senado/basedoc/ley_1715_2014.html)

Mascareñas, J. (2007). *Monografías sobre finanzas corporativas*.

Mason&Trigeorigis. (1987). Valuing Managerial Flexibility. *Midland Corporate Finance Journal*.

Miller, F. M. (Junio de 1958). The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment. En F. M. Miller, *The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment* (págs. 261-297). American Economic Assosiation .

*Ministerio de Medio Ambiente y Desarrollo Sostenible*. (08 de 2017). Obtenido de <https://www.minambiente.gov.co/index.php/noticias-minambiente/3142-colombia-tiene-73-de-energias-no-convencionales-incluyendo-la-hidroenergia-minambiente#>

Mun. (2006).

Portafolio. (05 de 12 de 2016). [www.portafolio.co](http://www.portafolio.co). Recuperado el 03 de 2020, de <https://www.portafolio.co/innovacion/energias-renovables-en-colombia-502061>

Pringles, R., Olsina, F., & y García, F. (2015). Real option valuation of power transmission investments by stochastic simulation. *Energy economics*.

- Rodríguez Murcia, H. (2008). Desarrollo de la energía solar en Colombia y sus perspectivas. *Revista de Ingeniería - Redalyc*, 28, 83-89. Recuperado el 03 de 2020, de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=1210/121015051011>
- SolarGis . (2017). *Global Solar Atlas*. Obtenido de <https://solargis.com/es/maps-and-gis-data/download/colombia>
- Tamara, A., & Aristizabal, R. (2012). Las opciones reales como metodología alternativa en evaluación de proyectos de inversión. *Redalyc* .
- Tito Duarte & Ramon Jimenez. (2006). Evaluación de inversiones bajo opciones reales. *Universidad Tecnológica de Pereira*.
- Trigeorgis, L. (1998). *Real Options and Interactions with Financial Flexibility*. Obtenido de [https://www.jstor.org/stable/3665939?read-now=1&seq=2#page\\_scan\\_tab\\_contents](https://www.jstor.org/stable/3665939?read-now=1&seq=2#page_scan_tab_contents)
- UPME -Unidad de Planeación Minero Energética. (2016). *www.upme.gov.co*. Obtenido de <https://www1.upme.gov.co/Paginas/Energias-renovables.aspx>
- Venegas , & Fundia. (6 de Agosto de 2017). Opciones reales, valuación financiera de proyectos y estrategias de negocios. Aplicaciones al caso mexicano.
- Yanez. (2009).