

Regelung redundant aktuierter Steer-by-Wire Systeme

Vom Fachbereich
Elektrotechnik und Informationstechnik
der Technischen Universität Darmstadt
zur Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

von

Volker Ewald, M.Sc.

geboren am 24.05.1990 in Darmstadt.

Referent: Prof. Dr. Ing. Ulrich Konigorski
Korreferent: Prof. Dr. Ing. Uwe Klingauf

Tag der Einreichung: 23. Juni 2021
Tag der Prüfung: 21. Oktober 2021



Regelung redundant aktiver Steer-by-Wire Systeme

Genehmigte Dissertation von Volker Ewald, M.Sc.

Darmstadt, Technische Universität Darmstadt

Jahr der Veröffentlichung der Dissertation auf TUprints: 2022

Tag der mündlichen Prüfung 21.10.2021

D 17 · Darmstadt 2021

Bitte zitieren Sie dieses Dokument als:

URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-197672

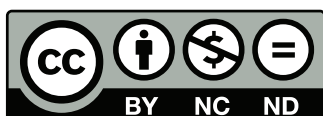
URI: <https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/id/eprint/19767>

Dieses Dokument wird bereitgestellt von TUprints,

E-Publishing-Service der TU Darmstadt

<https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de>

tuprints@ulb.tu-darmstadt.de



Die Veröffentlichung steht unter folgender Creative-Commons-Lizenz:

Namensnennung – Nicht-kommerziell – Keine Bearbeitung 4.0 International

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.de>

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Fachgebiet Regelungstechnik und Mechatronik im Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität Darmstadt. Das Vorwort reicht leider nicht aus, mich bei allen namentlich zu bedanken, die zur erfolgreichen Erstellung dieser Arbeit beigetragen haben. Trotz dessen möchte ich mich bei einigen Kollegen und Freunden auch namentlich bedanken.

Zunächst ist Prof. Dr.-Ing. Ulrich Konigorski zu nennen, der mir die Chance gegeben hat als wissenschaftlicher Mitarbeiter zu arbeiten und meine Forschung stets durch konstruktive Diskussionen unterstützt hat. Des Weiteren danke ich Prof. Dr.-Ing. Uwe Klingauf für die Übernahme des Korreferats der Arbeit und das Interesse an meiner Forschung.

Ich danke den ehemaligen Kollegen und Kolleginnen am Fachgebiet Regelungstechnik und Mechatronik, ohne die meine Zeit am Institut nicht dieselbe gewesen wäre. Dabei sind die zahlreichen fachlichen Diskussionen rund um Regelungstechnik zu nennen, aber natürlich auch die Freundschaften, die daraus entstanden sind. Dabei möchte ich insbesondere Dr.-Ing. Eric Lenz für seine stets positive, konstruktive und vor allem hilfsbereite Unterstützung danken. Des Weiteren Herrn Julian Zeiss, mit dem ich zusammen das Mechatronik Bachelor Studium vor einigen Jahren begonnen habe und der auch am selben Fachgebiet forscht. Ich bedanke mich zudem bei Dr.-Ing. Philipp Keßler, für die Diskussionen zum Prüfstands Aufbau und die Inbetriebnahme. Zudem wichtig für das Gelingen dieser Arbeit und die gute Arbeitsatmosphäre am Institut waren die technischen Mitarbeiter und Mitarbeiterinnen des Sekretariats des Fachgebietes, ohne deren Unterstützung eine konzentrierte Forschung nicht möglich ist und die maßgeblich zur guten Arbeitsatmosphäre beigetragen haben.

Mein größter Dank gilt meiner Freundin Julia, deren Unterstützung und Rückhalt, sowohl im Mechatronik-Studium, als auch in der Zeit des Verfassens dieser Arbeit, eine große Hilfe gewesen ist und ohne deren Unterstützung die vorliegende Schrift nicht entstanden wäre. Sie hat mich stets motiviert und mir den Rücken freigehalten um diese Arbeit schreiben zu können. Abschließend möchte ich noch meinen Eltern danken, die mir das Studium der Mechatronik ermöglicht haben und mich auch während der Erstellung der Dissertation stets unterstützt haben.

Frankfurt am Main, November 2021

Volker Ewald

Inhaltsverzeichnis

Symbole und Abkürzungen	VIII
Kurzfassung	XII
Abstract	XIII
1 Einführung	1
1.1 Problemstellung und Ziele der Arbeit	2
1.2 Literaturübersicht zur Regelung von SbW-Systemen	3
1.3 Anforderungen an die Regelung eines SbW-Systems	5
1.4 Struktur der Arbeit	7
2 Modellbildung der mechanischen Systeme einer SbW-Lenkung	9
2.1 Modellbildung des Lenkrads	9
2.2 Modellbildung der Lenkung	11
2.2.1 Herleitung der Differentialgleichungen des Lenkungssystems	11
2.2.2 Zustandsraummodell des Lenkungssystems	13
2.3 Modellierung der nichtlinearen Reibung im Lenkrad und in der Lenkung	14
2.4 Modellierung der Fahrdynamik	16
2.4.1 Kinetik	16
2.4.2 Kinematik	18
2.4.3 Modellierung der Reifen	19
2.4.4 Modellierung des Lenkgestänges	22
2.4.5 Vereinfachungen zum linearen Querdynamikmodell	23
2.4.6 Vergleich des linearen Einspurmodells mit dem nichtlinearen Zweispurmodell	23
2.5 Modellierung des Lenkrad-Fahrer Systems	25
2.6 Gesamtmodell des SbW-Systems mit Umgebungsmodellen	26
3 Systemtheoretische Grundlagen	28
3.1 Grundlagen der Ljapunov Stabilitätstheorie	28
3.2 Grundlagen des Verkopplungsreglerentwurfs zur Störkopplung	31
3.3 Grundlagen robuster H_∞ -Loop-Shaping-Regler in Zustandsregler-Beobachter Form	34
3.3.1 Problemformulierung für H_∞ -Regelungen	35
3.3.2 Robuste Stabilisierung einer Strecke mit unstrukturierten dynamischen Unsicherheiten	35
3.3.3 Loop-Shaping	37
3.3.4 Robuste Zwei-Freiheitsgrade-Regelung	38

3.3.5	Recheneffiziente Implementierung der robusten Zwei-Freiheitsgrade H_∞ -Regelung	40
4	Systemanalyse	44
4.1	Lenkrad	44
4.1.1	Lenkrad ohne Fahrdynamik	44
4.1.2	Lenkrad mit Fahrdynamik	45
4.2	Lenkung	46
4.2.1	Systemanalyse der Lenkung ohne Fahrdynamikmodell	46
4.2.2	Systemdynamische Eigenschaften der Fahrzeugquerdynamik	47
4.2.3	Systemanalyse der Lenkung mit Fahrdynamikmodell	48
4.2.4	Reduktion des Zustandsraummodells des Lenkungssystems	49
4.3	Fazit zur Systemanalyse	50
5	Methoden zur Regelung von SbW-Systemen	52
5.1	Messgrößen und resultierende Regler-Strukturen	52
5.2	Entwurfsmodell für die SbW-Regelung	56
5.3	Verkopplungsreglerentwurf für das SbW-System	57
5.3.1	Entwurf von Verkopplungsbedingungen unter Beachtung der entstehenden Nullstellen	58
5.3.2	Linearer Verkopplungsreglerentwurf für SbW-Systeme	64
5.3.3	Simulation des linear geregelten SbW-Systems	65
5.3.4	Erweiterung des linear geregelten SbW-Systems um eine nichtlineare Lenk- kraftverstärkung	67
5.3.5	Fazit zum Verkopplungsregler zur Regelung von SbW-Systemen	73
5.4	Robuste nichtlineare Regelung des SbW-Systems über zwei getrennte Regelkreise	73
5.4.1	Kraftregelung des SbW-Systems	75
5.4.2	Positionsregler des SbW-Systems	83
5.4.3	Stabilitätsnachweis des geregelten SbW-Systems bei konstanter Fahrzeug- geschwindigkeit	88
5.4.4	Berücksichtigung von Reibung in der Regelung	90
5.4.5	Berücksichtigung von Lose in der Regelung	92
5.4.6	Auswahl der Linearisierungspunkte der Fahrzeuggeschwindigkeiten für das Gain-Scheduling	96
5.4.7	Parallelen der Regelung zu heutigen EPS-Systemen	96
5.4.8	Fazit zur nichtlinearen robusten Regelung	97
6	Verifikation der nichtlinearen Regelungskonzepte in der Simulation	98
6.1	Simulation des Lenkungsreglers der robusten Regelung	98
6.1.1	Simulation des Kraftreglers	99
6.1.2	Simulation des Differenzwinkelreglers	100
6.1.3	Simulation des robusten Kraftreglers mit Reibungskompensation	101
6.2	Simulation des Gesamtsystems mit Fahrermodell	102

6.3	Fehler und Störungen im geregelten Gesamtsystem	106
6.3.1	Aktorausfall am Lenkrad	107
6.3.2	Aktorausfall an der Lenkung	109
6.3.3	Störung auf die Lenkung	111
6.4	Fazit zu den Simulationen	113
7	Zusammenfassung und Ausblick	115
Anhang		118
A.1	Zustandsraummodell des Gesamtsystems ohne Modellreduktion	118
A.2	Definition ausgewählter Steuer- und Beobachtbarkeitsmaße	119
A.2.1	Dominanzmaße nach Litz	119
A.2.2	Steuer- und Beobachtbarkeitsmaße nach Lückel-Müller	120
A.3	Grundlagen des Verfahrens der harmonischen Balance	121
A.4	Linearer Kalman-Filter zur Ermittlung der Drehzahlen unter Einfluss trockener Reibung	122
A.5	Inverses lineares Einspurmodell	123
A.6	Berücksichtigung einer Totzone bei der Differenzwinkel-Regelung	124
A.7	Simulation von Aktorausfällen und Störungen	125
A.8	Prüfstand	129
A.8.1	Identifikation der Nichtlinearitäten des mechanischen Systems Lenkrad	129
A.8.2	Identifikation der Nichtlinearitäten des mechanischen Systems der Lenkungsachse	131
A.8.3	Kennfeld der Reibung des Lastaktors	134
A.8.4	Inbetriebnahme des nichtlinearen Regelungskonzepts am Prüfstand	136
A.8.5	Prüfstandsmessungen zu Aktorausfällen und Störungen	142
Literaturverzeichnis		146
Eigene Veröffentlichungen		152

Symbole und Abkürzungen

Lateinische Symbole

Zeichen	Beschreibung
A	Systemmatrix
<i>a</i>	Beschleunigung
a_{Lo}	Loseweite
<i>A</i>	Anströmfläche
B	Eingangsmatrix
C	Ausgangsmatrix
c_{α}	Schräglaufwinkelbeiwert
c_{Lu}	Strömungswiderstandskoeffizient
D	Durchgriffsmatrix
<i>D</i>	Dämpfung
E	Störeingangsmatrix
e_{DP}	Hebel der Luftkraft
F	Vorfiltermatrix
<i>F</i>	Kraft
G(s)	Übertragungsfunktionsmatrix
<i>i</i>	Übersetzung
<i>J</i>	Massenträgheitsmoment
<i>k</i>	Steifigkeit
<i>L</i>	Lagrange'sche Funktion
<i>M</i>	Drehmoment
<i>m</i>	Masse
<i>l</i>	Radstand
n_l	Spurhebel
n_v	Reifennachlauf
n_k	konstruktiver Nachlauf
n_g	gesamter Nachlauf
<i>P</i>	Polynom
<i>p</i>	Anzahl der Systemeingänge eines Systems
Q_n^*	nicht konservative Kräfte
q_K	generalisierte Koordinaten
<i>q</i>	Anzahl der Systemausgänge eines Systems
R	Reglermatrix
<i>s</i>	Laplace-Variable
<i>t</i>	Zeit
T_{Δ}	Zeitspanne

T	Zeitkonstante
T_{kin}	kinetische Energie
U	potentielle Energie
\mathbf{u}	Stellgrößenvektor
V	Ljapunov Funktion
\mathbf{V}_R	Rechtseigenvektoren-Matrix
\mathbf{v}_R	Rechtseigenvektoren
v	Geschwindigkeit
$\mathbf{P}(s)$	unregertes System als Übertragungsmatrix
\mathbf{P}_R	Parametervektoren-Matrix
\mathbf{p}_R	Parametervektoren
\mathbf{w}	Führungsgrößenvektor
\mathbf{w}_p	Performance-Eingänge
\mathbf{W}	Gewichtsmatrix
x	mechanische Position
\mathbf{x}	Zustandsvektor
\mathbf{y}	Messgrößenvektor
\mathbf{z}	Störgrößenvektor
\mathbf{z}_p	Performance-Ausgänge in Vektorform

Griechische Symbole

α	Schräglaufwinkel
β	Schwimmwinkel
γ	inverse maximale Systemunsicherheit
δ	Winkel
Δ	Differenz
ϵ	Systemunsicherheit
η	Nullstelle
θ	Nickwinkel
λ	Schlupf
λ_R	Eigenwerte des geregelten Systems
ρ	Krümmungsradius
ρ_p	Schwenkradius
ρ_{Lu}	Luftdichte
ϕ	Wankwinkel
ψ	Gierwinkel
ω	Kreisfrequenz

Abkürzungen

A	Aktor
AP	Arbeitspunkt
DP	Luftangriffspunkt
Drv	Fahrer
E	ortsfeste Koordinate
EPS	Electric-Power-Steering
ESM	Einspurmodell
FrcCtr	kraftgeregelt
ge	geregelt
h	hinten
Kal	Kalman-Filter
KU	Kugelgewindetrieb
KFZ	Kraftfahrzeug
Last	Last
Ljap	Ljapunov
Lo	Lose
Lu	Luft
lin	linearisiert
MP	Momentanpol
max	maximal
O	offener Regelkreis

R	Ruhelage
Reib	Reibung
Red	reduziert
Ref	Referenz-Modell
S	Lenkung
SP	Schwerpunkt
SW	Lenkrad
SbW	Steer-by-Wire
Soll	soll
s	gewichtet
TB	Lenksäule
v	vorne
W	Rad
vi	virtuell
X	x-Koordinate
Y	y-Koordinate
Z	z-Koordinate
Zs	Zahnstange
ZR	Zahnriemen
SISO	Single Input Single Output

mathematische Operatoren

argmin	Argument des Minimums
Im{}	Imaginärteil
Rang	Rangoperator
Re{}	Realteil
s	Laplace Parameter
sign	Signumfunktion
$\rho()$	spektraler Radius

Kurzfassung

Die Fahrzeuglenkung stellt eine der wichtigsten Schnittstellen zwischen dem Fahrer und der Fahrzeugdynamik dar. Dabei kann mit dieser nicht nur der Kurs des Fahrzeugs eingestellt werden, sondern auch gezielt Rückmeldungen an den Fahrer gegeben werden, in welchem querdynamischen Zustand sich das Fahrzeug aktuell befindet. Die Evolution der Lenkung von der rein mechanischen Lenkung, über die hydraulisch unterstützte Lenkung, zur elektromechanischen Lenkung, ermöglicht schon heute den Einsatz von Fahrerassistenzsystemen, die direkt die Fahrzeugquerdynamik beeinflussen. Jedoch kommen diese Systeme an ihre Grenzen, da nach wie vor die Lenkung durch ihre Mechanik, bezüglich der Eingriffsmöglichkeiten von Fahrerassistenzsystemen, limitiert ist. Einen Ausweg aus diesem Problem bieten *Steer-by-Wire* (SbW) Systeme, die eine mechanische Entkopplung des Menschen von der Fahrzeugquerdynamik ermöglichen. Jedoch müssen sich diese SbW-Systeme, wenn kein Eingriff eines Fahrerassistenzsystems erfolgt, genau so komfortabel wie eine heutige elektrische Servolenkung (EPS) anfühlen und zudem auch bei einem Systemfehler weiterhin die Lenkung des Fahrzeugs zulassen.

In dieser Arbeit wird daher eine neuartige Regelung für redundant aktuierte SbW-Systeme vorgestellt, die zum einen ermöglicht, dass ein SbW-System sich genau so anfühlt wie ein EPS-System und zum anderen die Redundanz dazu genutzt wird, einen *Fail-Operational* Betrieb des Systems sicherzustellen. Der Ausgangspunkt der Arbeit ist die Modellbildung des redundant aktuierten Lenksystems und seiner Umgebung. Im Rahmen dieser Modellbildung wird ein Modell des Gesamtsystems Fahrer-Lenkung-Fahrzeugquerdynamik hergeleitet.

Anschließend erfolgt eine Systemanalyse, in der die dynamischen Eigenschaften des Systems und der Umgebungsmodelle, wie Passivität, Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit, herausgearbeitet werden. Danach wird ein reduziertes Zustandsraum-Modell, das für den Reglerentwurf geeignet ist, hergeleitet.

Im Rahmen des Reglerentwurfs werden zunächst unterschiedliche Regelungskonzepte für SbW-Systeme vorgestellt und deren Vor- und Nachteile diskutiert. Auf dem Zustandsraummodell aufbauend werden zwei Regler zur Regelung des SbW-Systems entworfen. Dabei zeichnet sich der Verkopplungsregler durch einen geringen Implementierungsaufwand und weniger Messgrößen aus, während die entworfene robuste Regelung eine Reglerkonfiguration bereitstellt, die ein besseres Lenkgefühl unter dem Einfluss typischer nichtlinearer mechanischer Phänomene, wie Reibung und Lose, gegenüber dem Verkopplungsregler ermöglicht.

Abschließend werden die entworfenen Regler in der Simulation verifiziert und ihre Eigenschaften bezüglich des Lenkgefühls herausgearbeitet, sowie deren Robustheit bei Aktorausfällen und Störungen untersucht. Dabei kann gezeigt werden, dass das robuste Regelungskonzept ein *Fail-Operational* Verhalten der Lenkung sichert. Im Anhang werden zudem Messungen von einem Prüfstand präsentiert, welche die Praxistauglichkeit der entwickelten robusten Regelung zeigen.

Abstract

The steering system is one of the most important interfaces between driver and vehicle dynamic. The steering not only adjusts the trajectory of the car, but also provides the driver with feedback on the dynamic state of the vehicle. The evolution of the steering system from the mechanical steering system to the hydraulic assisted steering up to the electromechanical steering already enables the use of driving assistance systems that directly influence the driving dynamic. These systems are reaching their limits, since the steering is restricted in access options for assistance systems through its mechanics. One way out of this problem are Steer-by-Wire (SbW) systems, which allow a mechanical decoupling of the driver and the driving dynamic. However, these SbW systems have to feel as good as today's electric power steering (EPS) systems when no assistance system intervenes. In addition, these SbW systems must be able to steer the vehicle even if a system fault occurs.

This thesis presents a novel type of control for redundantly actuated SbW systems, which on one hand enables the SbW systems to behave and feel like EPS systems, and on the other hand uses redundancy to ensure fail operational operation. The starting point of this work is the modelling of the redundant actuated steering system and its environment. Part of this is the derivation of a model of the overall system, which consists of driver, steering and vehicle dynamic.

Next, the dynamic properties of the system and the environment models such as passivity, controllability and observability are examined in the system analysis. Subsequently a reduced state space system, which is suitable for the controller design, is derived.

As part of the controller design, different control concepts for SBW systems are presented and their advantages and disadvantages are discussed. Based on a state space model, two controllers are designed for regulating the SbW system. The coupling controller has a low implementation effort and fewer measured variables are necessary, while the robust control provides a controller configuration that enables a better steering feel under the influence of typical non-linear mechanical phenomena, such as friction and backlash.

Finally, the designed controllers are verified in a simulation and their properties concerning steering feel are analyzed. Afterwards the robustness during actuator failures and disturbances is examined. The investigation shows, that the robust controller design ensures a fail operational behavior of the steering system. In the appendix measurements from the test bed are presented, which prove the practicability of the developed robust control.

1 Einführung

In dieser Arbeit wird die Regelung eines Steer-by-Wire (SbW) Systems behandelt, das zu der Kategorie von X-by-Wire Systemen gehört. Als X-by-Wire werden Technologien bezeichnet, bei denen die mechanische Verbindung zweier interagierender Teilsysteme aufgetrennt und durch eine Kommunikation mittels, meist elektrischer, Steuersignale ersetzt wird. Durch die sich ergebenden Freiheitsgrade von X-by-Wire Topologien können Zielkonflikte bestehender mechatronischer Systeme zum Teil aufgelöst werden und so z.B. sicherere und komfortablere Fahrdynamikregelungen im Kraftfahrzeug implementiert werden [31, S.2 f.].

In der Flugzeugindustrie wird X-by-Wire Technologie seit den 1970er Jahren erfolgreich eingesetzt. So war die Concorde eines der ersten Flugzeuge, das mit einem Fly-by-Wire System ausgestattet wurde. In der Automobilindustrie hat sich Drive-by-Wire bereits heute am Markt durchgesetzt und ermöglicht ein gezieltes Anpassen der Parameter des Fahrzeugantriebs unter Berücksichtigung der fahrdynamischen Gesamtsituation des Fahrzeugs. Weitere X-by-Wire Konzepte haben sich im Kraftfahrzeug noch nicht in Serie durchgesetzt. So werden diverse Prototypen und Sonderfahrzeuge mit Steer- oder Brake-by-Wire Konzepten ausgestattet, jedoch haben sich diese Konzepte bisher am Markt, aufgrund der hohen Anforderungen an fehlertolerante (Fail-Operational) Systeme, nicht durchsetzen können [65, S.447 f.], [13].

Das erste SbW-System in einem Serienfahrzeug wurde im Jahr 2013 von Nissan im Infiniti Q50 verbaut. Als Rückfallebene in diesem System ist jedoch eine mechanische Kupplung verbaut, welche die Lenkung im Fehlerfall zu einer mechanischen Lenkung degradiert [76]. Die Firma PARAVAN bietet mit Space-Drive ein Fahr- und Lenksystem an, das auch SbW umfasst. Dabei werden vor allem Serienfahrzeuge auf SbW umgerüstet, um körperlich eingeschränkten Menschen das selbständige Autofahren zu ermöglichen. Um den Fail-Operational Betrieb, also den Erhalt der Lenkungsfunktion auch im Fehlerfall, zu gewährleisten, werden Aktoren und Sensoren doppelt und die Steuerungselektronik dreifach redundant verbaut [64]. Ein solches Konzept ist in der Großserie aufgrund der hohen Anzahl an Komponenten jedoch schwer wirtschaftlich zu realisieren. Zudem erhöht sich durch jede zusätzliche Komponente die Wahrscheinlichkeit notwendiger Reparaturen des Systems, weil jedes Sensor-, Aktor- und Elektronikbauteil eine Quelle von Fehlern sein kann und dementsprechend die Gefahr eines Fehlers im System mit der Anzahl der Sensoren, der Aktoren und der Elektronikbauteile steigt.

SbW-Systeme bieten erheblich mehr Freiheitsgrade als mechanische Lenkungen, weil die Übersetzung zwischen Lenkrad und gelenkten Rädern nicht durch die mechanischen Bauteile vorbestimmt ist [86]. Das ermöglicht Lenkfunktionen umzusetzen, die in heutigen Electronic-Power-Steering (EPS) Systemen nicht oder nur mit enormen Aufwand, wie z.B. einer „Integral Aktivlenkung“, implementiert werden können [30]. SbW-Systeme ermöglichen ausschließlich über die Anpassung von Parametern im Regler eine vollkommen veränderte Systemdynamik der Lenkung,

da z.B. die Lenkübersetzung nicht durch mechanische Parameter festgelegt ist. So kann u.a. auch die Dämpfung des Lenkrads und somit die Übertragung von Fahrbahnhinformatoren an den Fahrer gezielt durch Softwareparameter an die Präferenzen eines einzelnen Fahrers angepasst werden. Auch ist es möglich, beim Einparken z.B. den Lenkradwinkel auf 160° zu begrenzen und so zum einen ein Umgreifen des Fahrers bei lenkwinkelintensiven Manövern zu vermeiden und zum anderen bei hohen Geschwindigkeiten eine niedrigere Lenkübersetzung bereitzustellen, um z.B. ein präziseres Lenken auf der Autobahn zu ermöglichen [78]. Mit der wachsenden Anzahl an Fahrerassistenzsystemen werden SbW-Systeme zudem immer interessanter, da diese im Vergleich zu herkömmlichen EPS-Systemen aktive Eingriffe in die Querdynamik des Fahrzeugs erlauben, ohne Drehmomente am Fahrer abzustützen bzw. das Lenkrad zu bewegen [54]. Des Weiteren erhöht der Wegfall der Lenksäule die Crash-Sicherheit eines Fahrzeugs, da die Lenksäule nicht in die Fahrgastzelle gedrückt werden kann. Auch ist eine flexiblere Gestaltung des Fahrzeugs aufgrund der weggefallenen Lenksäule möglich. So ist z.B. auch denkbar, das Lenkrad durch einen Joystick oder andere Eingabeelemente zu ersetzen [78, 64].

In diesem Kapitel wird im Folgenden eine Zusammenfassung der Entwicklung von X-by-Wire Systemen gegeben und bisherige Hemmnisse für deren breiten Einsatz in Kraftfahrzeug aufgezeigt. Anschließend werden die Vorteile der SbW-Architektur herausgearbeitet. Darauf aufbauend werden die Ziele dieser Arbeit formuliert und ein Überblick über bisherige Arbeiten zur Regelung von SbW-Systemen gegeben. Abschließend werden die Anforderungen an die Regelung von SbW-Systemen erläutert und die Struktur der Arbeit vorgestellt.

1.1 Problemstellung und Ziele der Arbeit

Im vorigen Abschnitt wurde erläutert, dass einerseits durch eine steigende Anzahl an Komponenten im SbW-System die Gefahr von Systemfehlern steigt, zum anderen aber ausfallsichere Systeme für zukünftig autonom fahrende Fahrzeuge notwendig sind, die meist redundant aktuiert ausgeführt werden müssen, um Fail-Operational sicherstellen zu können [37, S.357 ff.]. In dieser Arbeit wird daher ein Regelungskonzept für ein redundant aktuiertes SbW-System vorgestellt, das über eine heiße dynamische Redundanz verfügt, um so einen ausfallsicheren Betrieb zu erreichen.

Ziel ist ein robustes Regelungskonzept zu entwickeln, das den schwankenden Parametern in einer Fahrzeuglenkung und deren Umgebung Rechnung trägt. Dazu ist eine genaue Analyse des zu regelnden Systems nötig, um geeignete Modelle zum Reglerentwurf herzuleiten. Eine Analyse der Sensorkonfigurationen und Reglerstruktur ist nötig, um eine sinnvolle Wahl für die zu regelnden Größen zu treffen und somit die Reglerstruktur für das System zu entwickeln. Der Einfluss von Nichtlinearitäten im System auf die Regelgüte und das Lenkgefühl muss untersucht werden, damit die maximal erreichbare Regelgüte unter Einfluss der Nichtlinearitäten abgeschätzt werden kann. Um die Zuverlässigkeit des Regelungskonzepts zu verifizieren und sicherzustellen, dass die Ziele des Reglerentwurfs erreicht werden, wird der Regler am SbW-Prüfstand implementiert und getestet. Dazu muss eine Prüfstandsregelung entwickelt und die Limitierungen des Prüfstands untersucht werden.

1.2 Literaturübersicht zur Regelung von SbW-Systemen

Im Rahmen wissenschaftlicher Arbeiten wird seit Anfang der 2000er an SbW-Systemen geforscht. Dabei lassen sich die wissenschaftlichen Arbeiten grundsätzlich in zwei Konzepte unterteilen: Zum einen in Arbeiten, in denen der Kraft-Regelkreis und die Positions-Regelung der Lenkung getrennt entworfen werden und zum anderen, in Arbeiten, in denen beide Regelkreise gemeinsam im Entwurf berücksichtigt werden. Meist werden robuste Regelungsansätze gewählt, da die mechanischen Parameter und die fahrdynamischen Zustände eines Fahrzeugs permanenten Schwankungen unterliegen.

In der Veröffentlichung [15] wird das SbW-System mittels einer linearen H_∞ -optimalen Regelung geregelt. Dabei wird sowohl die Kraft- als auch die Positionsregelung gemeinsam im Entwurf berücksichtigt. Hierbei wird das Systemverhalten durch „Impedance Shaping“ verändert [17]. Der Fahrer und der Reifen-Straßenkontakt werden als Admittanzen modelliert und zwei Regelungsanforderungen formuliert. Zum einen die bilaterale Passivität des Systems, welche die Stabilität des Systems sicherstellt, zum anderen die Transparenz, die eine Rückmeldung des Fahrzustands an den Fahrer sicherstellt. Um beide Anforderungen in einem Regelungskonzept zu berücksichtigen, erfolgt dann die Formulierung in einem H_∞ -Optimierungsproblem, das einen Kompromiss aus robuster Stabilität und Transparenz treffen muss.

Die Arbeit [87] betrachtet Master-Slave Manipulatoren im Allgemeinen. Hierbei werden zwei mechanisch unverbundene Systeme (Master und Slave) mit je einem elektrischen Aktuator und einem Freiheitsgrad über Impedanz-Shaping miteinander verkoppelt. Dabei wird vor allem erläutert, dass präzise Modelle des Master- und Slave-Teilsystems notwendig sind, nicht jedoch die genauen Parameter der Umgebung oder die Nutzerdynamik. Die Regelungsmethode wird hier an einem Prototypen getestet und das Regelungskonzept so verifiziert. Das bedeutet übertragen auf das SbW-System, dass die Modellgüte der Systeme Lenkrad und Lenkung hoch sein muss, die Modellgüte des Fahrers und der Fahrdynamik jedoch geringer gegenüber dem Lenkrad und der Lenkung für einen guten Reglerentwurf sein kann.

Einem SbW-System das erwünschte Systemverhalten gezielt aufzuprägen, ist über einen so genannten „Model-Matching“ Ansatz möglich [59, 58]. Hierbei wird entweder ein mathematisches Modell eines Referenzlenksystems oder ein Referenzmodell in Form von Frequenzgängen vorgeben und ein Regler ausgelegt, der das SbW-System auf die Wunschdynamik regelt. Mögliche Reglerstrukturen für SbW-Systeme werden vorgestellt und deren Äquivalenz im Linearen gezeigt. Die nichtlineare Lenkkraftverstärkung wird als weiterer Teil im Regler implementiert und dem dann nichtlinearen geregelten System Stabilität über Passivität nachgewiesen.

Alle zuvor genannten Quellen erreichen einen Stabilitätsnachweis des Systems mit Hilfe der Passivitätstheorie. Diese steht insbesondere in [17] im Fokus, wobei in dieser Arbeit keine SbW-Systeme, sondern Telemanipulatoren im Allgemeinen betrachtet werden. Neben der Stabilität ist die so genannte Transparenz von besonderer Bedeutung für Telemanipulatoren und somit auch in SbW-Systemen. Diese beschreibt die Kraftweiterleitung vom Master auf den Slave und weiter an den Operator und ist somit die Beschreibungsgröße für das haptische Feedback [33, 59, 15]. Der

Grundsätzliche Aufbau eines Telemanipulators ist in Bild 1.1, am Beispiel eines SbW-Systems, zu sehen.

Grundsätzlich ist ein SbW-System ein Telemanipulator, jedoch ist die Zielgröße einer möglichst hohen Transparenz bei einer Fahrzeuglenkung nicht unbedingt erwünscht. So sollte eine Fahrzeuglenkung gewisse Kräfte bzw. Drehmomente an den Fahrer weitergeben, die Informationen (Nutzinformationen) enthalten, andere Drehmomente bzw. Kräfte in einer Lenkung stellen jedoch nur Störungen (Störinformationen) dar und sollten daher nicht an den Fahrer weitergeleitet werden [25, S.2].

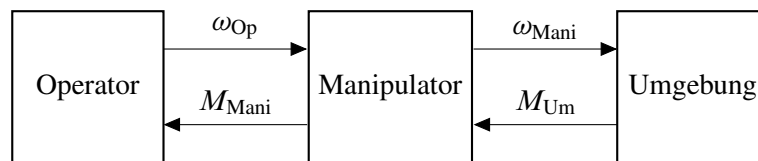


Bild 1.1: Schema eines Telemanipulators in Anlehnung an [17]

In weiteren Arbeiten wird eine Positionsregelung der Lenkung genutzt, um das Fahrzeug zu lenken. Das Force-Feedback Drehmoment des Lenkrads wird über ein Fahrdynamikmodell berechnet, das auf Basis des aktuellen Fahrzustands ein erwünschtes Lenkradmoment berechnet [5, 6, 54]. Durch diesen Ansatz mit zwei Reglern lässt sich dem Fahrzeug ein nahezu beliebiges Lenkverhalten aufprägen, da die Regler getrennt voneinander entworfen werden. Jedoch muss hier die Rückwirkung des Kraftreglers auf die Positionsregelung beachtet werden. Der selbe Ansatz wird auch in [60, 61] genutzt. Hierbei liegt der Fokus der Arbeiten überwiegend auf einem Sicherheitszugewinn bei hohen Fahrzeuggeschwindigkeiten und einem Agilitätsgewinn bei niedrigen Fahrzeuggeschwindigkeiten. Dies wird durch die zusätzlichen Freiheitsgrade, also der variablen Lenkübersetzung, des SbW-Systems erreicht. Problematisch bei getrennt ausgelegten Regler ist, dass nach Eingabe einer Fahrerposition sich erst eine Gegenkraft an der Lenkung bzw. Querschleunigung aufbauen muss, bis der Fahrer ein haptisches Feedback zu seiner Lenkeingabe bekommt [2, 34].

Ein weiterer Ansatz, der jedoch ohne Fahrdynamik-Modelle, aber dafür mit mehr Sensoren arbeitet, berechnet die Gegenkraft am Lenkrad über modulare Lenkungsfunktionen. Daher ist dieses Konzept als Regler für das Lenkrad in SbW-Systemen, aber auch in Fahrsimulatoren geeignet. Hierbei wird z.B. eine Lenkungsfunktion zur Übertragung der Zahnstangenkräfte, eine Lenkungsfunktion zur Trägheitskompensation des Systems, usw. erstellt. Das ermöglicht eine Vielzahl von Einstellungsmöglichkeiten im Regelungskonzept und es können gezielt einzelne Parameter des Lenkgefühls optimiert werden [22]. Problematisch ist, dass sich aus diesen vielen Einzelfunktionen ein großer Applikationsaufwand ergibt, weil alle Lenkungsfunktionen einzeln eingestellt werden müssen und dann Stabilität nachgewiesen werden muss [65, S.402 f.].

Zusammenfassend bieten die Regelungsansätze mit kombiniertem Reglerentwurf oder mit getrenntem Reglerentwurf unterschiedliche Vor- und Nachteile. So ist beim kombinierten Reglerentwurf das Sicherstellen der Stabilität des geregelten Systems einfacher, jedoch verbleiben weniger Freiheitsgrade, um der Lenkung eine Wunschkennlinie vorzugeben und weniger Schnittstellen

für überlagerte Lenkungsfunktionen. Manche Regelungsansätze nutzen ein Fahrdynamikmodell zur Berechnung des Lenkraddrehmoments und können daher auf Kraftsensoren bzw. Schätzungen der Kräfte an der Lenkung verzichten, während bei Regelungen ohne Fahrdynamikmodell die auf die Lenkung wirkende Kraft mittels Sensoren oder Beobachtern bestimmt werden muss, um ein Force-Feedback zu ermöglichen. Der Vorteil der Bestimmung der Lenkungs kraft über ein Fahrdynamikmodell ist die freie Gestaltung des Lenkraddrehmoments. Jedoch sind Unebenheiten oder Hindernisse, wie z.B. Bordsteine, bei einem komplett modellbasierten Force-Feedback am Lenkrad nicht zu spüren. Bei dem Einsatz getrennter Regler für Position- und Kraftregelung, wie dies auch bei der Krafrückführung mittels eines Fahrdynamikmodells der Fall ist, muss zudem darauf geachtet werden, dass die Kombination beider Regler mit der Strecke stabil ist, da beide Regelkreise miteinander verkoppelt sind [34, S.65 ff.].

1.3 Anforderungen an die Regelung eines SbW-Systems

In den heute verfügbaren EPS-Systemen sind zwei unterschiedliche Regelstrategien üblich. Entweder wird das Verhalten einer hydraulischen Servolenkung imitiert, also eine Lenkkraftverstärkung, die den Fahrer unterstützt, realisiert, oder in moderneren Regelungsansätzen das Drehmoment des Drehstabs unterhalb des Lenkrads geregelt und somit das Handmoment des Fahrers vorgegeben [65, S.403 f.], [18, S.2 f.]. Das Lenkrad und die Zahnstange sind über die Lenksäule, deren nachgiebigster Teil der Drehstab ist, und dem Ritzel elastisch miteinander verbunden. Das bedeutet, dass jede Torsion der Lenkung zwischen Zahnstange und Lenkrad immer zu einem Lenkradmoment führt, bzw. das Lenkradmoment 0 Nm ist, wenn keine Torsion in der Lenkung vorliegt.

Da eine SbW-Lenkung sich vergleichbar mit einer konventionellen Fahrzeuglenkung verhalten muss, um vom Nutzer akzeptiert zu werden, ist das Ziel der Reglerauslegung des SbW-Systems, dass diese ein ähnliches Verhalten wie ein EPS-System aufweist [59]. Daraus ergeben sich die grundsätzlichen Hauptfunktionen der Lenkung. Zum einen soll ein Lenkradwinkel zu einem Radlenkwinkel und so zu einer Querbeschleunigung führen, zum anderen soll der Fahrer ein Feedback in Form einer Krafrückmeldung von dem Fahrbahn-Reifen-Kontakt bekommen [2]. Damit das Verhalten dem einer servounterstützten Lenkung gleicht, sollte das benötigte Lenkradmoment nicht linear über der Querbeschleunigung ansteigen, sondern für niedrige Querbeschleunigungen linear steigen, aber für hohe Querbeschleunigungen eher einen logarithmischen Verlauf haben, um so das maximal erforderliche Lenkraddrehmoment des Fahrers zu verringern [52].

In Bild 1.2 wird die Einbettung eines SbW-Systems in die Fahrzeugumgebung gezeigt. Der Fahrer entspricht dem Operator und die Querdynamik der Umgebung. Im Vergleich mit dem klassischen Telemanipulator aus Bild 1.1 fällt auf, dass der Fahrer zusätzlich zum Force-Feedback M_{Drv} die Querbeschleunigung a_Y aus der Querdynamik erhält. Zudem gibt es als zusätzlichen Eingang die Fahrzeuggeschwindigkeit v , in deren Abhängigkeit sich das Querdynamikmodell verändert. Der Manipulator entspricht dem gesamten grauen Block des SbW-Systems.

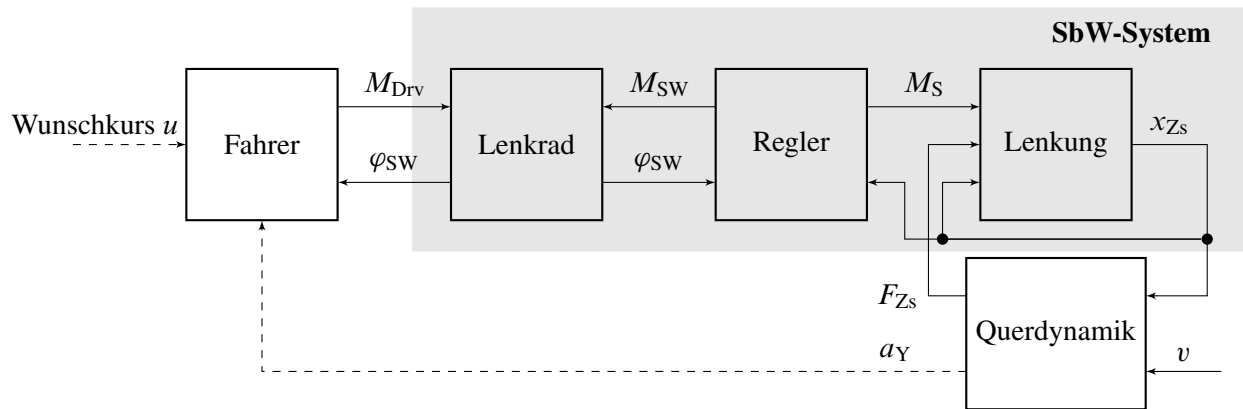


Bild 1.2: Grundsätzliche Struktur einer SbW-Regelung

Zur Regelung kommen, wie in Abschnitt 1.2 beschrieben, unterschiedliche Methoden in Frage. Im Rahmen dieser Arbeit soll das Lenkradmoment nicht über ein Fahrdynamikmodell berechnet werden, wie in [5, 6], weil nicht die Fahrdynamik im Fokus dieser Arbeit steht und dieser Ansatz immer vom Fahrdynamikmodell abhängig ist. So müsste im fahrdynamischen Grenzbereich, der besonders kritisch für den Fahrer ist, ein entsprechend gutes Fahrdynamikmodell entwickelt werden und Fahrbahnunebenheiten wie z.B. Bordsteine, wären bei einer Lenkung mit diesem Regelungskonzept prinzipbedingt nicht zu spüren.

Eine Regelung mittels Model-Matching erscheint vielversprechender, da dort die fahrdynamischen Eigenschaften des Fahrzeugs eine untergeordnete Rolle spielen, weil dann das Ziel des Reglerentwurfs ist, das dynamische Verhalten des SbW-Systems auf das eines EPS-Systems anzupassen. Problematisch bei diesem Ansatz ist jedoch, dass die Querdynamik des Fahrzeugs im Reglerentwurf nicht vollkommen vernachlässigt werden sollte, da sonst eine instabile Querdynamik bei hohen Fahrzeuggeschwindigkeiten v entstehen kann. Deutlich wird das in Bild 1.2. Dort ist zu erkennen, dass eine Änderung der Zahnstangenposition x_{Zs} in Abhängigkeit der Fahrzeuggeschwindigkeit eine Zahnstangenkraft F_{Zs} hervorruft. F_{Zs} wiederum regt die Lenkung an. Um Stabilität ohne Berücksichtigung der Querdynamik zu erreichen, muss die Querdynamik, also die Funktion $F_{Zs} = f(x_{Zs}, v)$, passiv sein [1, S.108 f.]. Dies ist der Fall, wie in Abschnitt 4.2.2 gezeigt werden wird, was bedeutet, dass für ein stabiles Gesamtsystem die geregelte Lenkung ebenfalls passiv sein muss, wenn die Querdynamik vernachlässigt wird. Dadurch wird die mögliche Reglerdynamik jedoch durch die Forderung nach Passivität eingeschränkt. Zudem bietet der Model-Matching-Ansatz keinen Ansatzpunkt, um die verbleibenden Freiheitsgrade in einem SbW-System geschickter zu wählen, als dies bei einem EPS-System aufgrund der Einschränkungen durch die Mechanik möglich ist.

Das Ziel der Reglerauslegung in dieser Arbeit besteht deswegen darin, die Vorteile beider Ansätze zu vereinen. So soll die Dynamik der Umgebung des SbW-Systems im Reglerentwurf berücksichtigt werden, um ein möglichst performantes geregeltes System zu erhalten. Jedoch sollen zusätzlich auch Messungen genutzt werden, um dem Fahrer kein synthetisches Lenkgefühl wiederzugeben, das erwünschte Lenkungsrückmeldungen ausblendet. Des Weiteren soll das dynamische

Verhalten dem einer heutigen EPS-Lenkung ähneln, jedoch Freiheitsgrade im Reglerentwurf verbleiben, die ein einfaches Anpassen der dynamischen Eigenschaften der Lenkung und Eingriffe übergeordneter Fahrassistenzsysteme erlauben.

Grundsätzlich hat die Regelung eines SbW-Systems zwei Kernfunktionen: Zum einen soll eine Drehmomentverteilung zwischen Fahrer und Lenkung vorgenommen werden. Das Drehmoment am Lenkrad M_{SW} soll dem Fahrer Informationen über den fahrdynamischen Zustand des Fahrzeugs geben. Des Weiteren muss die Regelung eine Übersetzung zwischen dem Lenkrad und der Lenkung, die Lenkübersetzung i_s , sicherstellen, damit ein Lenkradwinkel φ_{SW} auch immer zu einem Lenkwinkel am Rad δ führt und somit zu einer Querbeschleunigung des Fahrzeugs a_Y .

1.4 Struktur der Arbeit

Im Rahmen dieser Arbeit wird zunächst die Modellbildung des mechanischen Systems der SbW-Lenkung vorgestellt. Dabei wird ein mechanisches Modell der redundant aktuierten Lenkung und dann des Lenkrads hergeleitet, wobei nichtlineare Reibungseffekte berücksichtigt werden. Anschließend werden mechanische Modelle für die Umgebung des SbW-Systems vorgestellt, die aus der Querdynamik des Fahrzeugs und dem Fahrer, der das Lenkrad bedient, bestehen. Dabei werden die Modelle für Fahrer und Querdynamik vereinfacht, um einen Reglerentwurf unter Berücksichtigung dieser Modelle durchführen zu können.

Im darauf folgenden Kapitel 3 werden die systemtheoretischen und regelungstechnischen Grundlagen dieser Arbeit beleuchtet, die aus dem Ljapunov-Stabilitätskriterium, den Grundlagen des Verkopplungsreglerentwurfs und den Grundlagen des robusten H_∞ -Loop-Shaping-Reglers bestehen. Der Nachweis der Stabilität bei einem sicherheitskritischen Regelungskonzept ist dabei essentiell für den praktischen Einsatz. Der erläuterte Verkopplungsreglerentwurf stellt einen guten Zugang zu den systemdynamischen Besonderheiten des zu regelnden Systems her, während mit dem robusten H_∞ -Loop-Shaping Regler eine robuste und echtzeitfähige Regelungsmethode erläutert wird, die für die Applikation im industriellen Umfeld bestens geeignet ist.

An die systemtheoretischen Grundlagen schließt sich in Kapitel 4 eine Systemanalyse der hergeleiteten Modelle an. In dieser werden die dynamischen Eigenschaften der Systeme, die geregelt werden sollen, näher analysiert und somit die spezifischen Herausforderungen der Regelungsaufgabe näher untersucht. Das Kapitel schließt mit einer Modellreduktion, in der die spezifischen systemdynamischen Eigenschaften der Lenkachse erläutert werden.

Anschließend werden in Kapitel 5 die grundsätzlich möglichen Methoden zur Regelung von SbW-Systemen vorgestellt und geeignete Regler-Strukturen für das zu regelnde SbW-System hergeleitet. Dabei wird zunächst ein linearer Verkopplungsregler für das SbW-System eingesetzt, um die möglichen Anforderungen an die Regelung genau zu analysieren und systemimmanente Limitierungen aufzuzeigen. Anschließend wird ein nichtlineares Regelungskonzept vorgestellt, das aus zwei Regelkreisen besteht. Zum einen einer Kraftregelung der Lenkung mit dem H_∞ -Loop-Shaping Verfahren und zum anderen einer Positionsregelung des Lenkrads über eine virtuelle

Lenksäule, die auch als PD-Regler interpretiert werden kann. Die Stabilität der Teilsysteme und des gesamten geregelten Systems wird daraufhin mit Ljapunov-Funktionen nachgewiesen und explizit auf praktische Realisierungsaspekte, wie z.B. Reibung und Lose, und deren Auswirkung im geregelten System eingegangen.

Der entworfene Regler wird danach in Kapitel 6 in der nichtlinearen Simulation verifiziert und der Einfluss der in der Realität auftretenden Nichtlinearitäten genauer analysiert. Dabei wird auch der Einfluss der Nichtlinearitäten auf das Lenkgefühl beleuchtet.

Am Ende der Arbeit werden die Ergebnisse in Kapitel 7 zusammengefasst und ein abschließendes Fazit gezogen.

2 Modellbildung der mechanischen Systeme einer SbW-Lenkung

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein redundant aktuiertes SbW-System betrachtet, das zum einen aus dem SbW-System selbst und zum anderen aus den Umgebungsmodellen für den Fahrer und die Fahrzeugquerdynamik besteht. In diesem Kapitel wird daher zunächst auf die Modellbildung des SbW-Systems und danach auf die Modellierung der Umgebung, also des Fahrers und der Fahrzeugquerdynamik eingegangen.

Das SbW-System selbst besteht aus einem Lenkrad, an dem zwei Elektromotoren auf einer starren Welle sitzen, und einer Lenkung, die aus zwei achsparallelen EPS Einheiten besteht, die auf eine Zahnstange wirken (vgl. Bild A.9). Die achsparallelen EPS Einheiten werden dabei über Gelenkköpfe (vgl. Bild A.9 und Bild A.11) verbunden. In Bild 2.1 ist zu erkennen, dass das SbW-System sich also in zwei mechanische entkoppelte Teile aufteilen lässt, die im Folgenden modelliert werden.

2.1 Modellbildung des Lenkrads

Der Lenkradaktor besteht aus einer Welle, auf der ein Lenkrad und zwei Motoren, die gemeinsam die Stellgröße $M_{A,SW} = M_{A,SW,1} + M_{A,SW,2}$ aufbringen, sitzen, wie in Bild 2.1 zu sehen ist. Da es sich um Hohlwellenmotoren handelt, die ohne Getriebe direkt auf derselben Welle wie das Lenkrad sitzen, muss keine Dämpfung oder Steifigkeit zwischen den Aktoren und dem Lenkrad berücksichtigt werden. Mit den Lenkradaktoren wird dem Fahrer Rückmeldung über den Fahrzustand des Fahrzeugs gegeben. Der Fahrer gibt mit seinen Händen das unbekannte Drehmoment M_{Drv} auf das System. Des Weiteren hat das System die Dämpfung $d_{A,SW}$ gegenüber dem Inertialsystem durch die Lager und die Massenträgheit J_{SW} , die sich aus der Massenträgheit des Lenkrads und der Welle mit den Hohlwellenmotoren zusammensetzt.

Daraus wird das Zustandsraummodell für das Lenkrad hergeleitet. Dazu wird die Differentialgleichung des Lenkrads

$$\begin{aligned}\ddot{\varphi}_{SW} &= -\frac{d_{A,SW}}{J_{SW}}\dot{\varphi}_{SW} + \frac{M_{A,SW,1}}{J_{SW}} + \frac{M_{A,SW,2}}{J_{SW}} - \frac{M_{Drv}}{J_{SW}} \\ &= -\frac{d_{A,SW}}{J_{SW}}\dot{\varphi}_{SW} + \frac{M_{A,SW}}{J_{SW}} - \frac{M_{Drv}}{J_{SW}}\end{aligned}\quad (2.1)$$

aufgestellt. Da beide Aktoren in der selben Art und Weise auf die Differentialgleichungen wirken, wird im Folgenden nur noch das Summendrehmoment beider Aktoren $M_{SW} = M_{SW,1} + M_{SW,2}$ in den Differentialgleichungen berücksichtigt, um die Übersichtlichkeit zu erhöhen. Aus (2.1) lässt

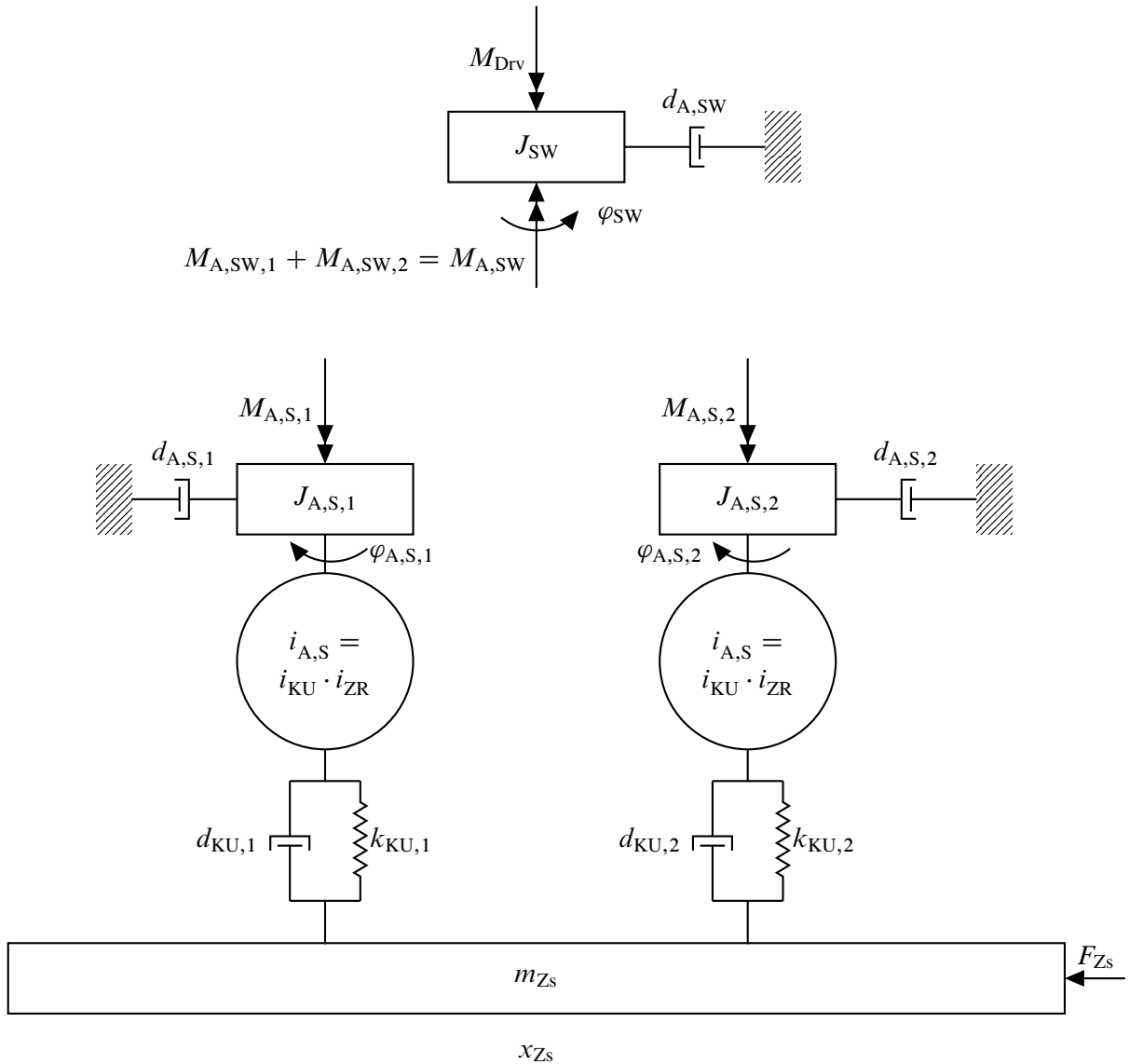


Bild 2.1: Mechanischer Aufbau des redundant aktuierten SbW-Systems

sich direkt das Zustandsraummodell

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{SW} \\ \ddot{\varphi}_{SW} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_{SW}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{d_{A,SW}}{J_{SW}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{SW}} \underbrace{\begin{bmatrix} \varphi_{SW} \\ \dot{\varphi}_{SW} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_{SW}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_{SW}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}_{SW}} \underbrace{M_{A,SW}}_{u_{SW}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_{SW}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}_{SW}} \underbrace{M_{Drv}}_{z_{SW}} \quad (2.2)$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_{SW}} \underbrace{\begin{bmatrix} \varphi_{SW} \\ \dot{\varphi}_{SW} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_{SW}}$$

ablesen.

In (2.2) wird das Drehmoment M_{Drv} , das der Fahrer auf die Lenkung gibt, als Störung über die Störmatrix \mathbf{E}_{SW} modelliert. Somit hat das Teilsystem einen Störeingang z_{SW} und einen Stellgrößeneingang u_{SW} . Gemessen wird der Winkel am Aktor und somit am Lenkrad φ_{SW} .

2.2 Modellbildung der Lenkung

Das Aufstellen des Zustandsraummodells für die Lenkung ist aufwendiger gegenüber dem Lenk-
rad, weil das System über drei mechanische Freiheitsgrade verfügt und zudem eine Übersetzung
 $i \neq 1$ zwischen den Zustandsgrößen auftritt. In diesem Abschnitt werden zunächst die Differen-
tialgleichungen, die das System beschreiben, hergeleitet. Danach wird ein Zustandsraummodell
aufgestellt.

Das Lenkungssystem besteht aus drei Massen und ist in Bild 2.1 unten dargestellt. Zum einen
der Masse der Zahnstange m_{Zs} , sowie der Massenträgheit der Lenkungsaktoren $J_{A,S,1}$ und $J_{A,S,2}$.
Diese werden durch einen Zahnriemen sowie ein Kugelumlaufgetriebe mit den Übersetzungen
 i_{ZR} und i_{KU} verbunden. Die Getriebe stellen auch die weichsten Stellen der Lenkung dar. Somit
wird dort ein Feder-Dämpfer System mit $d_{KU,1}$ und $k_{KU,1}$ bzw. $d_{KU,2}$ und $k_{KU,2}$ angenommen. Auf
die Aktoren selbst wirkt eine Dämpfung $d_{A,S,1}$ und $d_{A,S,2}$, welche durch die Lager der Aktoren
verursacht wird. Des Weiteren müsste sich auch eine Dämpfung gegen Erde an der Zahnstange
befinden. Diese wird jedoch durch die unbekannte Störkraft F_{Zs} mitmodelliert. Die Störkraft F_{Zs}
modelliert auch die Kräfte, welche durch die lateralen Fahrwiderstände beim Fahren auf die Zahn-
stange wirken. An den Massenträgheitsmomenten der Lenkungsantriebe $J_{A,S,1}$ und $J_{A,S,2}$ wirken
die Drehmomente der Lenkungsaktoren $M_{A,S,1}$ und $M_{A,S,2}$.

2.2.1 Herleitung der Differentialgleichungen des Lenkungssystems

In diesem Abschnitt werden die Differentialgleichungen des Lenksystems hergeleitet. Dazu wird
zunächst die Übersetzung zwischen den Aktoren und der Zahnstange, die sich aus der Übersetzung
des Zahnriemengetriebes und des Kugelumlaufgetriebes ergibt, zu

$$i_{A,S} = i_{KU} \cdot i_{ZR} = \frac{\varphi_{A,S}}{x_{Zs}}$$

zusammengefasst, um die Übersichtlichkeit der Gleichungen zu erhöhen.

Zur Modellbildung des Systems werden die Lagrange'schen Gleichungen zweiter Art herangezo-
gen [19, S.44, f.]. Um die Differentialgleichungen des Systems aufzustellen, muss zunächst die
Lagrange'sche Funktion $L = T_{kin} - U$ aufgestellt werden. U ist hierbei die potentielle Energie
und T_{kin} die kinetische Energie des Systems. Über

$$T_{kin} = \frac{1}{2} J_{A,S,1} \dot{\varphi}_{A,S,1}^2 + \frac{1}{2} J_{A,S,2} \dot{\varphi}_{A,S,2}^2 + \frac{1}{2} m_{Zs} \dot{x}_{Zs}^2$$

und

$$U = \frac{1}{2} k_{KU,1} \cdot \left(\varphi_{A,S,1} \frac{1}{i_{A,S}} - x_{Zs} \right)^2 + \frac{1}{2} k_{KU,2} \cdot \left(\varphi_{A,S,2} \frac{1}{i_{A,S}} - x_{Zs} \right)^2$$

kann direkt die Lagrange'sche Funktion

$$L = T_{\text{kin}} - U = \frac{1}{2} J_{A,S,1} \dot{\varphi}_{A,S,1}^2 + \frac{1}{2} J_{A,S,2} \dot{\varphi}_{A,S,2}^2 + \frac{1}{2} m_{Zs} \dot{x}_{Zs}^2 - \frac{1}{2} k_{KU,1} \cdot \left(\varphi_{A,S,1} \frac{1}{i_{A,S}} - x_{Zs} \right)^2 - \frac{1}{2} k_{KU,2} \cdot \left(\varphi_{A,S,2} \frac{1}{i_{A,S}} - x_{Zs} \right)^2$$

für das Lenksystem angegeben werden. Über die Lagrange'schen Gleichungen

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_{K,n}} - \frac{\partial L}{\partial q_{K,n}} = Q_n^* \quad \text{mit } n = 1, 2, 3 \quad (2.3)$$

lässt sich dann die Dynamik des Systems beschreiben. Für das hier untersuchte System sind die generalisierten Koordinaten als

$$q_{K,1} = \varphi_{A,S,1}, \quad q_{K,2} = \varphi_{A,S,2} \quad \text{und} \quad q_{K,3} = x_{Zs}$$

definiert.

Die nicht konservativen Kräfte Q_n^* , die im System berücksichtigt werden müssen, sind durch

$$\begin{aligned} Q_1^* &= M_{A,S,1} - d_{A,S,1} \dot{\varphi}_{A,S,1} - \frac{1}{i_{A,S}} d_{KU,1} \left(\frac{1}{i_{A,S}} \dot{\varphi}_{A,S,1} - \dot{x}_{Zs} \right) \\ Q_2^* &= M_{A,S,2} - d_{A,S,2} \dot{\varphi}_{A,S,2} - \frac{1}{i_{A,S}} d_{KU,2} \left(\frac{1}{i_{A,S}} \dot{\varphi}_{A,S,2} - \dot{x}_{Zs} \right) \\ Q_3^* &= F_{Zs} + d_{KU,1} \left(\frac{1}{i_{A,S}} \dot{\varphi}_{A,S,1} - \dot{x}_{Zs} \right) + d_{KU,2} \left(\frac{1}{i_{A,S}} \dot{\varphi}_{A,S,2} - \dot{x}_{Zs} \right) \end{aligned}$$

definiert. Wird alles in (2.3) eingesetzt ergibt sich

$$\begin{aligned} J_{A,S,1} \ddot{\varphi}_{A,S,1} + \frac{1}{i_{A,S}} k_{KU,1} \left(\varphi_{A,S,1} \frac{1}{i_{A,S}} - x_{Zs} \right) &= Q_1^* \\ J_{A,S,2} \ddot{\varphi}_{A,S,2} + \frac{1}{i_{A,S}} k_{KU,2} \left(\varphi_{A,S,2} \frac{1}{i_{A,S}} - x_{Zs} \right) &= Q_2^* \\ m_{Zs} \ddot{x}_{Zs} - k_{KU,1} \left(\varphi_{A,S,1} \frac{1}{i_{A,S}} - x_{Zs} \right) - k_{KU,2} \left(\varphi_{A,S,2} \frac{1}{i_{A,S}} - x_{Zs} \right) &= Q_3^* \end{aligned}$$

für die Differentialgleichungen, die das System beschreiben. Werden nun die nicht konservativen Kräfte bzw. Drehmomente Q_n^* eingesetzt, ergibt sich

$$J_{A,S,1}\ddot{\varphi}_{A,S,1} = -\frac{k_{KU,1}}{i_{A,S}^2}\varphi_{A,S,1} - \left(\frac{d_{KU,1}}{i_{A,S}^2} + d_{A,S,1}\right)\dot{\varphi}_{A,S,1} \quad (2.4)$$

$$+ \frac{k_{KU,1}}{i_{A,S}}x_{Zs} + \frac{d_{KU,1}}{i_{A,S}}\dot{x}_{Zs} + M_{A,S,1}$$

$$J_{A,S,2}\ddot{\varphi}_{A,S,2} = \frac{k_{KU,2}}{i_{A,S}}x_{Zs} + \frac{d_{KU,2}}{i_{A,S}}\dot{x}_{Zs} - \frac{k_{KU,2}}{i_{A,S}^2}\varphi_{A,S,2} \quad (2.5)$$

$$- \left(\frac{d_{KU,2}}{i_{A,S}^2} + d_{A,S,2}\right)\dot{\varphi}_{A,S,2} + M_{A,S,2}$$

$$m_{Zs}\ddot{x}_{Zs} = \frac{k_{KU,1}}{i_{A,S}}\varphi_{A,S,1} + \frac{d_{KU,1}}{i_{A,S}}\dot{\varphi}_{A,S,1} - (k_{KU,1} + k_{KU,2})x_{Zs} \quad (2.6)$$

$$- (d_{KU,1} + d_{KU,2})\dot{x}_{Zs} + \frac{k_{KU,2}}{i_{A,S}}\varphi_{A,S,2} + \frac{d_{KU,2}}{i_{A,S}}\dot{\varphi}_{A,S,2} + F_{Zs}$$

als Differentialgleichungen für das System.

2.2.2 Zustandsraummodell des Lenkungssystems

Um die sich ergebenden linearen Differentialgleichungen in einer übersichtlichen Form anzugeben, werden diese zu einem Zustandsraummodell zusammengefasst. Aus den Differentialgleichungen (2.4) - (2.6) wird das Zustandsraummodell

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{A,S,1} \\ \ddot{\varphi}_{A,S,1} \\ \dot{x}_{Zs} \\ \ddot{x}_{Zs} \\ \dot{\varphi}_{A,S,2} \\ \ddot{\varphi}_{A,S,2} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_S} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_{KU,1}}{J_{A,S,e,1}} & -d_{g,1} & \frac{k_{KU,1}}{J_{A,S,1}i_{A,S}} & \frac{d_{KU,1}}{J_{A,S,1}i_{A,S}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_{KU,1}}{m_{Zs}i_{A,S}} & \frac{d_{KU,1}}{m_{Zs}i_{A,S}} & -\frac{k_{KU,1,2}}{m_{Zs}} & -\frac{d_{KU,1,2}}{m_{Zs}} & \frac{k_{KU,2}}{m_{Zs}i_{A,S}} & \frac{d_{KU,2}}{m_{Zs}i_{A,S}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{k_{KU,2}}{J_{A,S,2}i_{A,S}} & \frac{d_{KU,2}}{J_{A,S,2}i_{A,S}} & -\frac{k_{KU,2}}{J_{A,S,e,2}} & -d_{g,2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_S} \underbrace{\begin{bmatrix} \varphi_{A,S,1} \\ \dot{\varphi}_{A,S,1} \\ x_{Zs} \\ \dot{x}_{Zs} \\ \varphi_{A,S,2} \\ \dot{\varphi}_{A,S,2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_S} \quad (2.7)$$

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{A,S,1}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{A,S,2}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_S} \underbrace{\begin{bmatrix} M_{A,S,1} \\ M_{A,S,2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}_S} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_{Zs}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}_S} \underbrace{F_{Zs}}_{z_S}$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{C_S} \underbrace{\begin{bmatrix} \varphi_{A,S,1} \\ \dot{\varphi}_{A,S,1} \\ x_{Z_S} \\ \dot{x}_{Z_S} \\ \varphi_{A,S,2} \\ \dot{\varphi}_{A,S,2} \end{bmatrix}}_{x_S}$$

mit

$$\begin{aligned} J_{A,S,e,1} &= J_{A,S,1} \cdot i_{A,S}^2 & J_{A,S,e,2} &= J_{A,S,2} \cdot i_{A,S}^2 \\ k_{KU,1,2} &= k_{KU,1} + k_{KU,2} & d_{KU,1,2} &= d_{KU,1} + d_{KU,2} \\ d_{g,1} &= \frac{d_{KU,1}}{J_{A,S,e,1}} + \frac{d_{A,S,1}}{J_{A,S,1}} & d_{g,2} &= \frac{d_{KU,2}}{J_{A,S,e,2}} + \frac{d_{A,S,2}}{J_{A,S,2}} \end{aligned}$$

direkt abgelesen und beschreibt die Dynamik der Lenkung.

Das Zustandsraummodell (2.7) verfügt über drei Eingänge. Zum einen den Störeingang z_S , an dem die Zahnstangenkraft F_{Z_S} , die durch die Fahrzeugquerdynamik entsteht, angreift, zum anderen die Stellgrößeneingänge u_S , durch welche die Drehmomente der Aktoren $M_{A,S,1}$ und $M_{A,S,2}$ wirken. Gemessen werden im System die Winkel der Aktoren $\varphi_{A,S,1}$, $\varphi_{A,S,2}$ und die Zahnstangenposition x_{Z_S} .

2.3 Modellierung der nichtlinearen Reibung im Lenkrad und in der Lenkung

In den vorigen Abschnitten wird eine Modellbildung der linearen Elemente des Lenksystems vorgenommen. Dabei werden die nichtlinearen Reibungseffekte, die auf das System wirken, vernachlässigt. Diese haben jedoch einen erheblichen Einfluss auf die Dynamik des Systems, da dies meist um stationäre Winkel bzw. Positionen arbeitet und somit die Winkelgeschwindigkeiten bzw. Geschwindigkeiten überwiegend $\dot{\varphi} \approx 0 \text{ rad/s}$ bzw. $\dot{x} \approx 0 \text{ m/s}$ sind. Sowohl am Lenkrad, als auch an den Lenkungsaktoren existiert ein nicht zu vernachlässigendes Haften [18, S.24 ff.]. Dieses wird mit einer Stribeck-Reibkurve approximiert [27, 62].

Das Reibungsmodell nach Stribeck wird als statisches Reibmodell bezeichnet, weil dieses als Eingang ausschließlich die aktuelle Geschwindigkeit bzw. Drehzahl hat und über keine internen Zustände verfügt. Einen detaillierteren Einblick in die Reibungsphänomene geben dynamische Reibungsmodelle, die eine Modellierung ermöglichen, die nicht nur von statischen Geschwindigkeiten ausgeht und somit auch kleine Verschiebungen im Haften und Hystereseeffekte wiedergeben können. Dabei stellt sich jedoch das Problem, dass nicht alle Zustände des Reibmodells gemessen werden können und somit sehr präzise Sensoren notwendig sind, um solche dynamischen Reibungsmodelle zu parametrieren [11]. Da im hier untersuchten System keine sehr hoch auflösenden Sensoren verfügbar sind, werden daher einfache statische Reibungsmodelle genutzt,

Tabelle 2.1: Parameter des Reibmodells des Lenkrads und der Lenkung

Bedeutung	Parameter	Werte Lenkrad	Werte Lenkrad	Werte	Einheit
		$\dot{\varphi}_{sw} > 0 \text{ rad/s}$	$\dot{\varphi}_{sw} < 0 \text{ rad/s}$	Lenkung	
Coulomb Drehmoment	M_C	0,7410	0,5861	0,06	Nm
Haft Drehmoment	M_S	0,9933	1,1152	0,082	Nm
Stribeck-Winkelgeschwindigkeit	$\dot{\varphi}_\sigma$	1,0109	0,7174	0,04	rad/s
Exponent des Stribeck-Effekts	δ_σ	1,6057	0,3665	1,5	

wobei schon bei diesem die Problematik der genauen Parametrierung bei Drehzahlen um 0 rad/s, wie z.B. in Abschnitt A.8.1 zu sehen, auftritt.

In Bild 2.2 sind die Reibverläufe ohne viskose Reibung für das Lenkrad und die Lenkungsaktoren dargestellt. Das Vorgehen zur Identifikation der Reibung des Lenkrads kann dem Anhang Abschnitt A.8.1 und das Vorgehen zur Identifikation der Reibung an der Lenkung [8] entnommen werden. In der Abbildung wird der Winkelgeschwindigkeitsbereich dargestellt, an dessen Ende sich konstante Drehmomente einstellen.

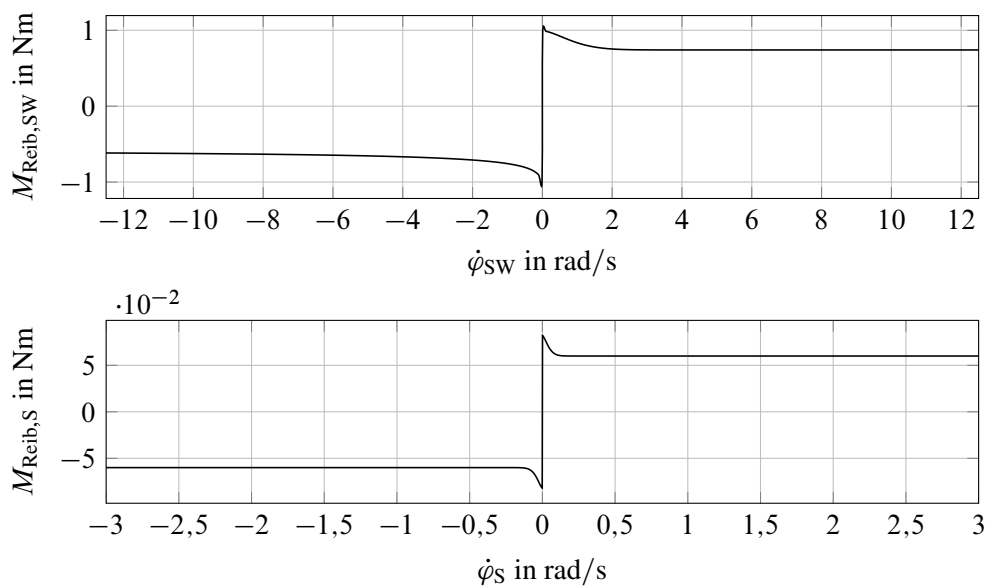


Bild 2.2: Stribeck-Reibung am Lenkrad und an den Lenkungsaktoren des SbW-Prüfstands

Die Gleichung

$$M_{\text{Reib}}(\dot{\varphi}) = \text{sign}(\dot{\varphi}) \left(M_C + (M_S - M_C) e^{-|\dot{\varphi}/\dot{\varphi}_\sigma|^{\delta_\sigma}} \right) \quad (2.8)$$

beschreibt das Reibungsdrehmoment M_{Reib} über der Drehzahl $\dot{\varphi}$ [63, S.28]. Die Parameter der Reibkurven sind in Tab. 2.1 gelistet, wobei am Lenkrad eine asymmetrische Reibkurve identifiziert wird (vgl. Abschnitt A.8.1).

2.4 Modellierung der Fahrdynamik

In diesem Abschnitt wird die Modellierung der Fahrdynamik über ein lineares Einspurmodell vorgestellt. Dabei steht vor allem die Querdynamik des Fahrzeugs im Fokus, weil diese im Entwurf berücksichtigt werden muss, um ein gut gedämpftes Störverhalten und schnelles Führungsverhalten der Lenkung zu erhalten, wie in Abschnitt 4.2.2 gezeigt wird. Die genauen Herleitungen sind dabei in [36] zu finden.

Das lineare Einspurmodell, das in dieser Arbeit genutzt wird, ist ein Modell, welches das querdynamische Verhalten eines Fahrzeugs beschreibt. Dieses Modell wird für gewöhnlich bei niedrigen Querschleunigungen a_Y angewendet, das heißt $a_Y < 4\text{m/s}^2$ bei trockenem Untergrund und $a_Y < 0,5\text{m/s}^2$ bei nassem Untergrund oder Eis [36, S.47] [55, S.613, ff.]. Um eine effiziente Modellbildung zu ermöglichen, die aus übersichtlichen linearen Modellen besteht, werden im Folgenden einige Vereinfachungen getroffen.

2.4.1 Kinetik

Das lineare Einspurmodell beschreibt die Fahrzeugbewegung durch eine Bewegung in der Ebene. Demnach liegt der Fahrzeugschwerpunkt auf Höhe der Straße und die Räder einer Achse werden zu einem Rad zusammengefasst, wodurch sich die Freiheitsgrade auf zwei translatorische (X, Y) und einen rotatorischen Freiheitsgrad (ψ) reduzieren. In Bild 2.3 wird eine stationäre Kreisfahrt des Fahrzeugs dargestellt. Diese Bewegung wird durch die Drehung um den Momentanpol MP beschrieben. Der Abstand des Momentanpols MP zum Fahrzeugschwerpunkt SP wird Schwenkradius ρ_p genannt. Der Momentanpol wird über die ortsfesten Koordinaten X_E, Y_E, Z_E beschrieben. Der Schwimmwinkel β beschreibt die Bewegungsrichtung des Fahrzeugschwerpunkts gegenüber der Fahrzeuglängsachse (vgl. Bild 2.3) und ist während der stationären Kreisfahrt konstant ($\dot{\beta} = 0^\circ/\text{s}$). Somit kann die Geschwindigkeit des Fahrzeugs über die Giergeschwindigkeit $\dot{\psi}$ und ρ_p mit

$$v = \rho_p \dot{\psi}$$

berechnet werden [36, S.49].

Wenn keine stationäre Kreisbahn entlang der Bahnkurve u befahren wird, ändert sich der Schwimmwinkel β über der Zeit und der Schwenkradius kann nicht berechnet werden. Ist dies der Fall, wird der Krümmungsradius ρ genutzt, um die Fahrzeugbewegung zu beschreiben. Der Krümmungsradius ρ wird durch die Änderung der Bahnkurve u über

$$\begin{aligned} du &= \rho \cdot d(\beta + \psi) \\ \frac{1}{\rho} &= \frac{d(\beta + \psi)}{du} \frac{dt}{dt} \text{ mit } v = \frac{du}{dt} \\ \rho &= \frac{v}{\dot{\beta} + \dot{\psi}} \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\underbrace{-J_Z \ddot{\psi}}_{\text{d'Alembertsche Trägheitsdrehmomente}} + \underbrace{(F_{W,Y,v} \cos(\delta) + F_{W,X,v} \sin(\delta)) l_v - F_{W,Y,h} l_h}_{\text{Antriebs-, Brems- und Rollwiderstandsdrehmomente}} - \underbrace{F_{Lu,Y} e_{DP}}_{\text{Luftkraft}} + M_{Z,V,Rest} = 0 \quad (2.13)$$

für das Einspurmodell. Dabei werden über $F_{X,V,Rest}$, $F_{Y,V,Rest}$ und $M_{Z,V,Rest}$ nicht berücksichtigte Kräfte bzw. Drehmomente auf das Fahrzeug dargestellt, die z.B. durch Fahrbahnunebenheiten entstehen. Die Masse bzw. das Gierträgheitsmoment des Fahrzeugs wird durch m und J_Z beschrieben. Die Längen e_{DP} , l_v und l_h geben den horizontalen Hebelarm der Luftkraft und den Abstand des Schwerpunktes zur Vorderachse bzw. Hinterachse an. Die Kräfte $F_{W,X,v}$ und $F_{W,Y,v}$ beschreiben die Umfangs- und die Lateralkraft an den Vorderrädern. $F_{W,X,h}$ und $F_{W,Y,h}$ stehen für dieselben Kräfte an den Hinterrädern. δ beschreibt den Einschlag der Vorderräder, den so genannten Radlenkwinkel [36, S.51].

2.4.2 Kinematik

Wird (2.9) zu

$$\dot{\beta} = \frac{v}{\rho} - \dot{\psi} = \frac{a_Y}{v} - \dot{\psi} \quad (2.14)$$

umgestellt, kann der Schwimmwinkel über

$$\beta(t) = \beta_0 + \int_0^t \left(\frac{v}{\rho} - \dot{\psi} \right) dt = \beta_0 + \int_0^t \left(\frac{a_Y}{v} - \dot{\psi} \right) dt$$

berechnet werden, wobei im letzten Schritt $\frac{v}{\rho} = \frac{a_Y}{v}$ aus den Gleichungen der Zentripetalbeschleunigung verwendet wurde [36, S.52 f.], [19, S.313 f.]. Dabei beschreibt β_0 den Schwimmwinkel zum Zeitpunkt $t = 0$.

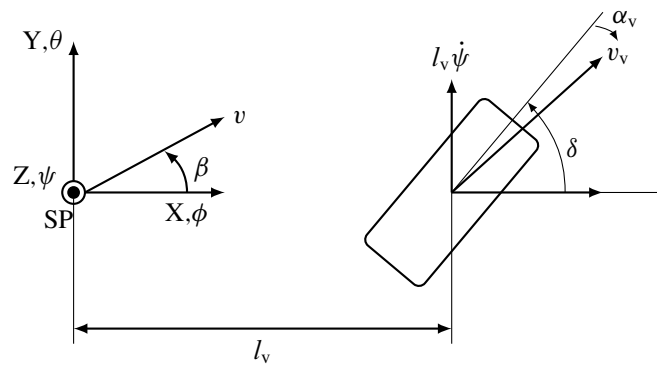


Bild 2.4: Schräglaufwinkel eines Rads angelehnt an [36, S.52]

Die kinematischen Zusammenhänge eines Rades werden in Bild 2.4 gezeigt. Dabei wird die Geschwindigkeit eines Rades in eine X-Komponente und eine Y-Komponente

$$\begin{aligned} v_v \cdot \cos(\delta - \alpha_v) &= v \cos(\beta) \\ v_v \cdot \sin(\delta - \alpha_v) &= l_v \dot{\psi} + v \sin(\beta) \end{aligned} \quad (2.15)$$

aufgeteilt. Am Hinterrad ist der Radlenkwinkel immer $\delta = 0$ rad. Aus (2.15) wird der Schräglaufwinkel für die Vorderräder α_v und Hinterräder α_h über

$$\alpha_h = \arctan \left(\frac{l_h \dot{\psi} - v \sin(\beta)}{v \cos(\beta)} \right) \quad (2.16)$$

$$\alpha_v = \delta - \arctan \left(\frac{l_v \dot{\psi} + v \sin(\beta)}{v \cos(\beta)} \right) \quad (2.17)$$

berechnet.

Die Gleichungen (2.16) und (2.17) können in guter Näherung linearisiert werden, wenn der Schräglaufwinkel $\alpha < 5^\circ$ ist, was zu

$$\alpha_h = -\beta + \frac{l_h \dot{\psi}}{v}$$

$$\alpha_v = -\beta + \delta - \frac{l_v \dot{\psi}}{v}$$

führt [36, S.7].

2.4.3 Modellierung der Reifen

Die Reifen sind von zentraler Bedeutung für die Modellierung der Fahrdynamik, weil diese den einzigen mechanischen Kontakt zwischen dem Fahrzeug und dem Untergrund darstellen. Da in dieser Arbeit Lenkmanöver betrachtet werden, sind insbesondere die Eigenschaften des Reifens in Querrichtung von Bedeutung [55, S.9].

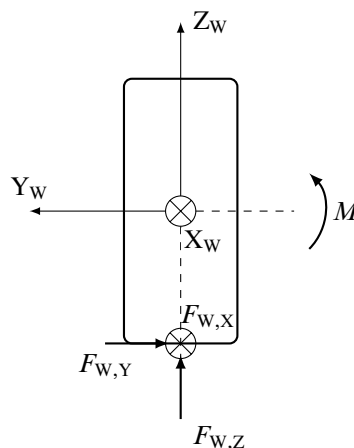


Bild 2.5: Rad ohne Sturz mit auf den Reifen wirkenden Kräften und Momenten angelehnt an [36, S.54]

In Bild 2.5 ist ein Rad ohne Sturz dargestellt. Da der Kraftschlussbeiwert der Reifen μ richtungsabhängig ist, wird die übertragene Kraft in zwei Komponenten, die Kräfte in Umfangsrichtung

($F_{W,X}$) und seitliche Reifenkräfte ($F_{W,Y}$), aufgeteilt. Daraus ergeben sich die Beziehungen

$$F_{W,X} = \mu_X(\lambda_X) F_{W,Z}$$

$$F_{W,Y} = \mu_Y(\lambda_Y) F_{W,Z}.$$

Dabei beschreiben μ_X und μ_Y den Kraftschlussbeiwert in X- und Y-Richtung und $F_{W,Z}$ die Normalkraft auf den Reifen [36, S.54].

Die Kraftschlussbeiwerte μ_X und μ_Y sind abhängig vom Schlupf der Reifen in X-Richtung λ_X und in Y-Richtung λ_Y [55, S.19 ff.]. Sowohl die Normalkraft $F_{W,Z}$ des Reifens als auch die Kraftschlussbeiwerte schwanken oft, da insbesondere der Kraftschlussbeiwert μ durch viele Umgebungsbedingungen beeinflusst wird, wie z.B. Reifenzustand, Feuchtigkeit, Temperatur, etc. [36, S.55].

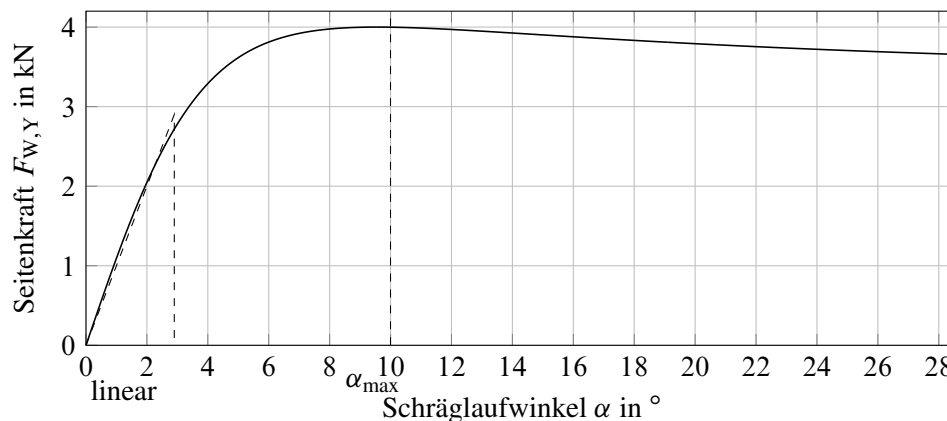


Bild 2.6: Exemplarische Darstellung der Seitenkraft über dem Schräglaufwinkel auf trockenem Asphalt nach [36, S.55]

Die seitliche Reifenkraft $F_{W,Y}$ ist exemplarisch in Bild 2.6 über dem Schräglaufwinkel aufgetragen. Die Kurve verdeutlicht den funktionellen Zusammenhang der Größen auf einer trockenen asphaltierten Straße [36, S.55]. Dabei wurde die Kurve mittels der „Magic Formula“ nach Pacejka berechnet [10]. Ein linearer Bereich ist in der Kurve für kleine Schräglaufwinkel bis ca. $\alpha < 2,9^\circ$ zu erkennen. Je größer der Schräglaufwinkel wird, desto geringer wird die Steigung der seitlichen Reifenkraft $F_{W,Y}$. Bei sehr hohen Schräglaufwinkeln α wird die Steigung dann sogar negativ. Nach [55, S.37] wird diese Kurve allerdings häufig nur bis $\alpha \leq 10^\circ \approx \alpha_{max}$ beachtet, da die Kraftschlusswerte für $\alpha > 10^\circ$ meist nicht reproduzierbar sind.

Um das dynamische Verhalten des Reifes zu modellieren, wird in Bild 2.7 die elastische Verformung des Reifens dargestellt, die durch einen Schräglaufwinkel hervorgerufen wird. Am Anfang des Reifenlatschs des rotierenden Reifens berührt ein Punkt den Boden und wird durch die Querkraft immer weiter nach außen gedrückt. Am Ende des Latschs erreicht die Kraft ihr Maximum und der Punkt verlässt den Boden. Die zunehmende Spannkraft im Reifen durch den Abrollvorgang wird durch die Federelemente dargestellt. Über die Integration der Spannkraft über dem Reifenlatsch ergibt sich die Seitenkraft $F_{W,Y}$ des Reifens. Unter der Annahme kleiner Schräglaufwinkel

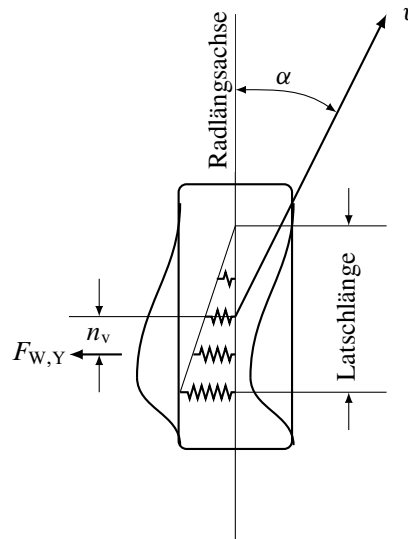


Bild 2.7: Elastische Verformung des Reifens angelehnt an [36, S.56]

α steigt $F_{W,Y}$ linear bei einer Erhöhung von α . Der Angriffspunkt bleibt derselbe. Die Formeln

$$F_{W,Y} = c_{\alpha} \cdot \alpha$$

$$M_{Z,W} = c_{\alpha} \cdot \alpha \cdot n_v$$

beschreiben den Kraftaufbau $F_{W,Y}$ und das Rückstellmoment $M_{Z,W}$, mit dem die Vorderräder zurück in X_E drehen. Die Quersteifigkeit des Reifens wird durch die Schräglaufsteifigkeit c_{α} , beschrieben. Der Hebelarm des Rückstellmoments wird über den Reifennachlauf n_v dargestellt [36, S.56 ff.].

Eine Änderung des Schräglaufwinkels α über der Zeit mit $\Delta\alpha$ führt zu einer linearen Änderung der Querauslenkung

$$\Delta Y = \Delta v_Y \cdot t.$$

Die Änderung der Quergeschwindigkeit wird über $\Delta v_Y = v \cdot \sin(\Delta\alpha)$ beschrieben, woraus für kleine Winkel

$$\Delta Y = v \cdot \Delta\alpha \cdot t. \quad (2.18)$$

wird.

Die Änderung der Federkraft für einen einzelnen Punkt auf dem Reifen wird durch

$$\Delta F_{Y,c} = k_{W,Y} \cdot \Delta Y \quad (2.19)$$

beschrieben. $k_{W,Y}$ steht für die Steifigkeit des Reifens in Y-Richtung. Die Dauer, die der Reifen benötigt, um die stationäre Seitenkraft aufzubauen, kann dann über

$$T_{\Delta} = \frac{\Delta F_{Y,c}}{v \cdot \Delta\alpha \cdot k_{W,Y}} \Bigg|_{\Delta F_{Y,c} \rightarrow \Delta F_Y} = \frac{c_{\alpha} \cdot \Delta\alpha}{v \cdot \Delta\alpha \cdot k_{W,Y}} \Bigg| = \frac{c_{\alpha}}{v \cdot k_{W,Y}} \quad (2.20)$$

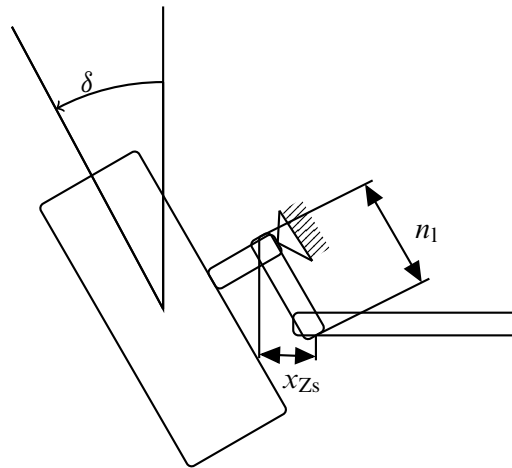


Bild 2.8: Schematischer Aufbau einer Achsschenkellenkung

berechnet werden, wenn (2.18) in (2.19) eingesetzt wird und für die Zeit t die definierte Zeitspanne T_{Δ} eingesetzt wird. Aus (2.20) und den Erkenntnissen aus Bild 2.7 lässt sich damit die Differentialgleichung

$$\frac{c_{\alpha}}{v \cdot k_{W,Y}} \cdot \dot{F}_{W,Y} + F_{W,Y} = c_{\alpha} \cdot \alpha \quad (2.21)$$

herleiten. Wird (2.21) in den Laplace-Bereich transformiert und T_{Δ} eingesetzt, ergibt sich das PT1-Glied

$$\frac{F_{W,Y}(s)}{\alpha(s)} = \frac{c_{\alpha}}{T_{\Delta} \cdot s + 1}, \quad (2.22)$$

welches das Übertragungsverhalten des Reifens im linearen Betriebsbereich beschreibt [36, S.58].

2.4.4 Modellierung des Lenkgestänges

Die Querdynamik wird im Rahmen dieser Arbeit mittels eines Einspurmodells beschrieben. Deswegen muss nur ein Radlenkwinkel der Vorderräder betrachtet werden. Da die Radaufhängung aber für gewöhnlich schwingungsfähig ist und die Spurstange das elastischste Glied im Lenkgestänge darstellt, wird diese oft mit modelliert [65, S.66, ff.]. Jedoch muss auf eine effiziente Modellbildung geachtet werden, weil das hier beschriebene Modell für den Reglerentwurf genutzt werden soll. Daher wird im Weiteren von einem steifen Lenkgestänge ausgegangen [75, S.170 ff], [69, S.135 ff.].

In Bild 2.8 ist der schematische Aufbau einer Achsschenkellenkung dargestellt. Im Allgemeinen ist der Zusammenhang zwischen einer Verschiebung der Zahnstange x_{Zs} und einem Radlenkwinkel δ nichtlinear und die Spurstange elastisch, da die Spurstange Kräfte übertragen können muss, auch wenn das Rad einfedert [75, S.286, f.]. Wird die Nachgiebigkeit des Lenkgestänges vernachlässigt, lässt sich aus Bild 2.8 der kinematische Zusammenhang

$$\sin(\delta) = \frac{x_{Zs}}{n_1}$$

ablesen, der sich für kleine Radlenkwinkel bzw. kleine Zahnstangenverschiebungen auf den linearen Zusammenhang $\delta \approx \frac{x_{Zs}}{n_1}$ vereinfachen lässt [69, S.109, ff.].

2.4.5 Vereinfachungen zum linearen Querdynamikmodell

Um ein lineares Modell der Fahrdynamik zu erhalten, werden die Differentialgleichungen (2.11) bis (2.13) linearisiert und vereinfacht. Dabei werden die Luftkraft und Kräfte durch Fahrbahneinflüsse vernachlässigt, sowie von kleinen Lenkwinkeln ausgegangen. Die Fahrzeuggeschwindigkeit wird als konstant angenommen, weswegen $a = \dot{v} = 0 \text{ m/s}^2$ gilt. Die Fahrdynamik wird damit nach [36, S.62] mit

$$\begin{aligned} F_{W,X,h} + F_{W,X,v} &= 0 \\ -mv(\dot{\beta} + \dot{\psi}) + F_{W,Y,h} + F_{W,Y,v} &= 0 \\ -J_Z\ddot{\psi} + F_{W,Y,v}l_v - F_{W,Y,h}l_h &= 0 \end{aligned}$$

beschrieben. Die Reifenseitenkräfte werden über die Zusammenhänge

$$\begin{aligned} F_{W,Y,v} &= c_{\alpha,v}\alpha_v \\ F_{W,Y,h} &= c_{\alpha,h}\alpha_h \end{aligned}$$

dargestellt und (2.14) beschreibt die Querbewegung. Damit wird das Zustandsraummodell

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{c_{\alpha,v}+c_{\alpha,h}}{mv} & \frac{c_{\alpha,h}l_h-c_{\alpha,v}l_v}{mv^2} - 1 \\ \frac{c_{\alpha,h}l_h-c_{\alpha,v}l_v}{J_Z} & -\frac{c_{\alpha,h}l_h^2+c_{\alpha,v}l_v^2}{J_Zv} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{c_{\alpha,v}}{mvn_1} \\ \frac{c_{\alpha,v}l_v}{J_Zn_1} \end{bmatrix} \cdot x_{Zs} \\ \begin{bmatrix} a_Y \\ F_{Zs} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{c_{\alpha,v}+c_{\alpha,h}}{m} & \frac{c_{\alpha,h}l_h-c_{\alpha,v}l_v}{mv} \\ -\frac{n_k+n_v}{n_1}c_{\alpha,v} & -\frac{n_k+n_v}{n_1} \cdot \frac{l_v c_{\alpha,v}}{v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{c_{\alpha,v}}{n_1m} \\ \frac{n_k+n_v}{n_1^2}c_{\alpha,v} \end{bmatrix} x_{Zs} \end{aligned} \quad (2.23)$$

erstellt, das den Zusammenhang zwischen der Zahnstangenposition und der resultierenden Zahnstangenkraft angibt.

2.4.6 Vergleich des linearen Einspurmodells mit dem nichtlinearen Zweispurmodell

In diesem Abschnitt wird das lineare Einspurmodell aus (2.23) mit einem generischen Mehrkörpermodell eines Mittelklassefahrzeugs aus der kommerziellen Simulationssoftware Automotive Simulation Models (ASM) von dSPACE verglichen [20]. Dabei werden beide Simulationsmodelle mit vergleichbaren physikalischen Parametern parametrisiert. Die genutzten Parameter des Einspurmodells sind in Tab. 2.2 angegeben.

Um die Modelle zu vergleichen, wird das Einspurmodell über die Zahnstangenposition x_{Zs} , die aus der ASM-Simulation ausgelesen wird, angeregt. Dadurch wird die Dynamik des ESM getrennt

Tabelle 2.2: Mechanische Parameter des linearen Einspurmodells

Parameter	Bezeichnung	Wert
m	Fahrzeugmasse	1564kg
J_Z	Gierträgheit	2230kgm ²
l_v	Abstand des Schwerpunkts zur Vorderachse	1,577m
l_h	Abstand des Schwerpunkts zur Hinterachse	1,333m
n_v	Reifennachlauf	0,0016m
n_k	Konstruktiver Nachlauf	0,1259m
n_l	Spurhebellänge	0,1849m
$c_{\alpha,v}$	Schräglaufsteifigkeit Vorderachse	80000N/rad
$c_{\alpha,h}$	Schräglaufsteifigkeit Hinterachse	100000N/rad

von der Dynamik der Lenkung betrachtet. Als Manöver wird eine Kurvenfahrt mit einer Querschleunigung von $a_Y = 3\text{m/s}^2$ gewählt, bei der aus der Kurve heraus beschleunigt wird. Dadurch können die Auswirkungen der Modellvereinfachung während Beschleunigungsvorgängen erkannt werden.

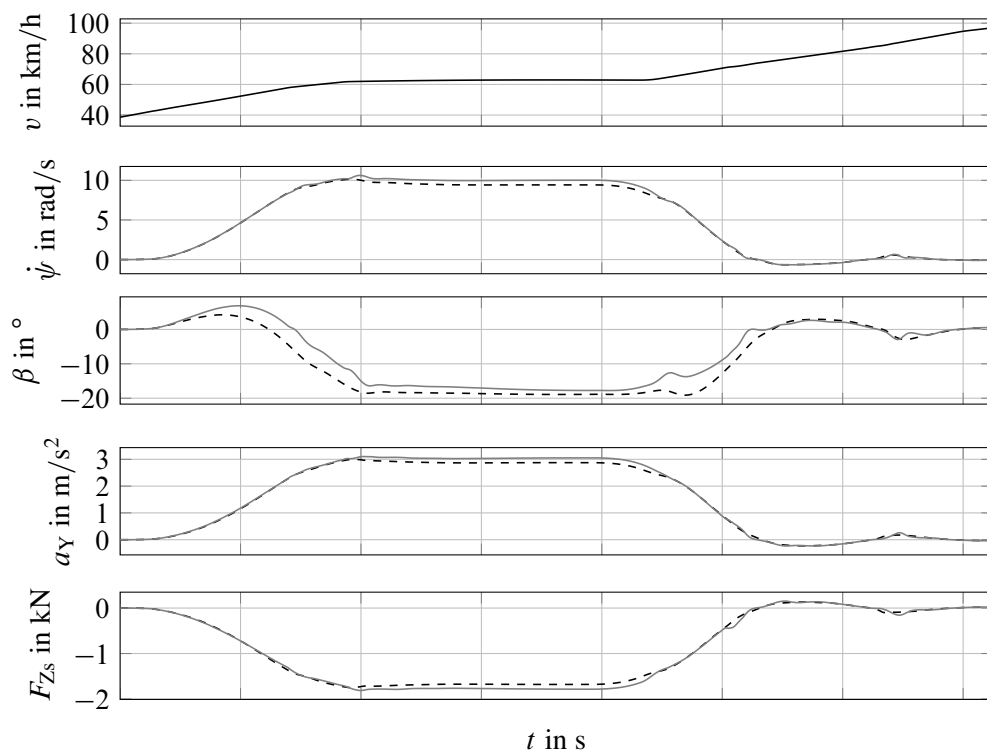


Bild 2.9: Vergleich zwischen linearem Einspurmodell (---) und kommerzieller Fahrzeugsimulationssoftware mit Zweispurmodell (—) bei einer Anregung über die Zahnstangenposition x_{Zs}

In Bild 2.9 ist zu erkennen, dass die Simulationsergebnisse mit dem linearen Einspurmodell und dem detailreicheren Mehrkörpermodell gut übereinstimmen. Auffällig ist, dass sich vor allem der Schwimmwinkel β während einer Bewegung der Lenkung zwischen den Modellen unterscheidet. Dieser Fehler hat jedoch keinen großen Einfluss auf den Fehler der Zahnstangenkraft F_{Zs} . Die

Unterschiede zwischen den Modellen in der Gierrate $\dot{\psi}$ und der Querbewegung a_Y sind gering. Auffällig ist zudem, dass in allen Größen eine geringe stationäre Abweichung, die jedoch aufgrund der Linearisierungen zu erwarten ist, auftritt. Die geringen Fehler rechtfertigen die Nutzung des Einspurmodells als Störmodell für die SbW-Regelung, weil das einfache Modell die Querdynamik ausreichend gut abbilden kann. Zudem wird das Einspurmodell heute schon zur Fahrdynamikregelung im Grenzbereich, z.B. im ESP von Fahrzeugen, eingesetzt [68, S.71].

2.5 Modellierung des Lenkrad-Fahrer Systems

Bisher wurde das Lenkrad als eigenständiges System betrachtet. Jedoch haben die Lenkrad-Handkontakte des Fahrers Einfluss auf das dynamische Verhalten der Lenkung. Diese Kontakte können quantitativ als lineares Feder-Dämpfer System modelliert werden. Selbstverständlich haben sowohl die Physis des Fahrers, als auch die Stärke, mit der das Lenkrad mit den Händen umschlossen wird, Einfluss auf die Parameter des Fahrermodells [25, S.48 ff.], [66]. In Abbildung 2.10 ist das sich ergebende mechanische Ersatzschaltbild des Fahrer-Lenkrad Kontakts dargestellt.

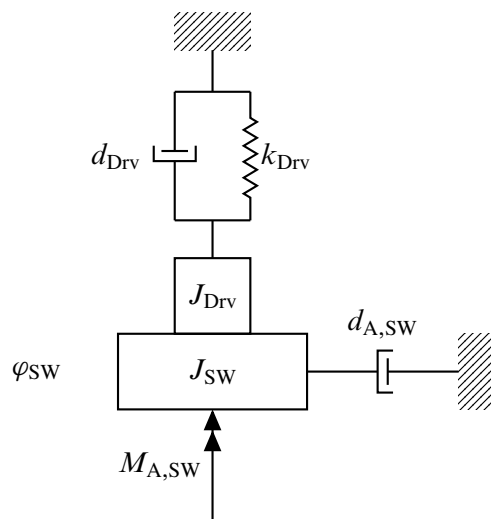


Bild 2.10: Mechanisches Ersatzschaltbild des Lenkrads mit Fahrer

In dem Modell aus Bild 2.10 ist zu sehen, dass durch den Fahrer das Lenkrad mit einer Feder k_{Drv} an das Inertialsystem gekoppelt wird. Am Fahrer können also stationäre Drehmomente durch den Lenkradaktor $M_{A,SW}$ abgestützt werden. Auch ist zu erkennen, dass durch den Fahrer eine zusätzliche Dämpfung d_{Drv} am Lenkrad vorhanden ist und die effektive Masse durch die Masse der Fahrerhände J_{Drv} am Lenkrad erhöht wird. Damit ergibt sich

$$\frac{\varphi_{SW}(s)}{M_{A,SW}(s)} = \frac{1}{s^2(J_{SW} + J_{Drv}) + s(d_{A,SW} + d_{Drv}) + k_{Drv}}$$

als Übertragungsfunktion für das Lenkrad mit Fahrer.

Die mechanischen Parameter des Fahrermodells nach [25, S.51] sind in Tabelle Tab. 2.3 dargestellt, wobei sich die Parameterbereiche an der Veröffentlichung [66] orientieren. Anhand der

Tabelle 2.3: Mechanische Parameter des Fahrers orientiert an [66]

Parameter	Bezeichnung	nomineller Wert	obere Grenze	untere Grenze	Einheit
J_{Drv}	Hand-Arm Trägheit	0,01	0,144	0	kgm^2
k_{Drv}	Hand-Arm Steifigkeit	3,86	97,3	0	Nm/rad
d_{Drv}	Hand-Arm Dämpfung	1,2	1,5	0	Nms/rad

Tabelle ist abzulesen, dass die Fahrerparameter, insbesondere die Hand-Arm Steifigkeit k_{Drv} , stark schwanken können.

2.6 Gesamtmodell des SbW-Systems mit Umgebungsmodellen

Die in den vorangegangenen Abschnitten entworfenen Teilsysteme werden nun zu einem Gesamtsystem, das für die Systemanalyse genutzt wird, zusammengefasst. Die Zustandsraummodelle der Teilsysteme des Lenkrads aus Abschnitt 2.1, der Lenkung aus Abschnitt 2.2 und des Einspurmodells aus Abschnitt 2.4 werden in einem gemeinsamen linearen Modell verschaltet, wie in Bild 2.11 zu sehen.

Im Modell wird das PT1-Verhalten des Reifens, das in Abschnitt 2.4.3 beschrieben wird, vernachlässigt, also die Zeitkonstante in (2.22) $T = 0$ gesetzt. Der Grund dafür ist, dass sich die Schräglaufsteifigkeit eines Reifens je nach Temperatur und Verschleiß stark ändern kann und die Zeitkonstante des Reifens ca. um den Faktor 10 schneller ist als die des Einspurmodells. Zudem wurde das PT1-Verhalten des Reifens im linearen Modell in Bild 2.9 ebenfalls vernachlässigt und trotzdem eine gute Modellübereinstimmung erreicht.

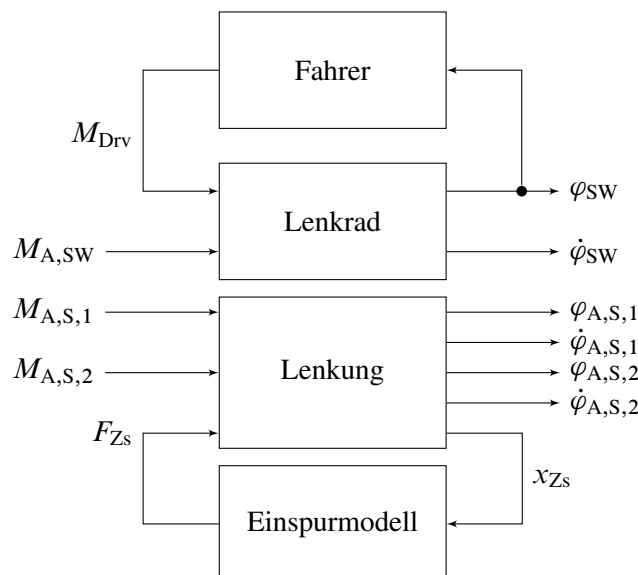


Bild 2.11: Verschaltung der Teilsysteme zum Entwurfssystem

Somit ergibt sich ein Gesamtsystem mit zehn Zuständen, das die Dynamik der verbundenen Systeme beschreibt. Dieses besteht aus den beiden entkoppelten Teilblöcken Lenkrad mit Fahrer (zwei

Zustände) und Lenkung mit Fahrdynamikmodell (acht Zustände). Das entstehende Zustandsraummodell ist in (A.1) angegeben.

3 Systemtheoretische Grundlagen

In Rahmen dieses Kapitels werden die systemtheoretischen Grundlagen erläutert, die zum Verständnis der genutzten Regelungskonzepte und des Stabilitätsnachweises nötig sind. Dabei wird in knapper Form die Stabilitätstheorie von Ljapunov erläutert. Darauf folgt eine Vorstellung des Verkopplungsreglerentwurfs mittels vollständiger modaler Synthese unter der Beachtung von Stör-entkopplung. Abgeschlossen wird das Kapitel mit den Grundlagen des H_∞ -Loop-Shaping-Reglerentwurfs.

3.1 Grundlagen der Ljapunov Stabilitätstheorie

Im Rahmen dieses Abschnitts werden grundlegende Stabilitäts-Definitionen für lineare und nicht-lineare Systeme erläutert. Diese spielen eine wichtige Rolle im Rahmen der Analyse des geregelten Systems, da sicherzustellen ist, dass die geregelten Systeme unter allen Umständen stabil sind. Für lineare Regelkreise ist die Definition und Analyse der Stabilität meist sehr einfach z.B. über das Nyquist-Kriterium möglich [23, S.80 ff.]. So ist die Übertragungsstabilität (kurz Stabilität) oder auch BIBO (Bounded Input - Bounded Output) Stabilität eines Linear-Zeit-Invarianten (LZI) Systems darüber definiert, dass jede beschränkte Eingangsgröße stets zu einer beschränkten Ausgangsgröße führt. Für lineare Systeme, deren Pole in der linken s-Halbebene liegen, gilt, dass diese immer stabil sind [23, S.134 ff.].

Für nichtlineare Systeme ist eine Analyse der Stabilität ungleich schwieriger gegenüber linearen Systemen. So existieren diverse Stabilitätskriterien für eingeschränkte nichtlineare Systemklassen, wie z.B. das Verfahren der harmonischen Balance oder das Popov-Kriterium, aber die Stabilität allgemeiner nichtlinearer Systeme nachzuweisen ist mit diesen Kriterien nicht möglich [1, S.64 ff.]. Eine Möglichkeit, Stabilität für allgemeine nichtlineare Systeme nachzuweisen, bietet die Methode von Ljapunov, bei der die Stabilität von Ruhelagen und deren Einzugsgebiet betrachtet wird.

Bei der Methode von Ljapunov wird zwischen der Direkten Methode von Ljapunov, die auch zweite Methode von Ljapunov genannt wird, und der Indirekten Methode von Ljapunov, die auch als Methode der ersten Näherung von Ljapunov bekannt ist, unterschieden [1, S.83 ff.]. Beide Methoden basieren auf der Idee, die potentielle Energie des untersuchten Systems zu betrachten.

Die zu Grunde liegende Idee der direkten Methoden von Ljapunov ist, dass das System stabil ist, wenn die potentielle Energie des Systems in der Ruhelage ein Minimum besitzt und in der Umgebung der Ruhelage stets abnimmt oder gleich bleibt [1, S.83 ff.]. Aus diesem Ansatz hat Ljapunov den Satz der Direkten Methode von Ljapunov bewiesen, der nun folgt.

Satz 3.1 [1, S.85, Satz 8] „Die Differentialgleichung $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ mit der Ruhelage $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ besitzt für jeden Anfangswert aus einer Umgebung $U_1(\mathbf{0})$ des Ursprungs eine stetige und eindeutige Lösung. Existiert dann eine Funktion $V(\mathbf{x})$ mit

$$(1) V(\mathbf{0}) = 0,$$

die in einer Umgebung $U_2(\mathbf{0}) \subseteq U_1(\mathbf{0})$ stetig ist, stetige partielle Ableitungen besitzt und dort mit Ausnahme von $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ die Bedingungen

$$(2) V(\mathbf{x}) > 0,$$

$$(3) \dot{V}(\mathbf{x}) \leq 0 \text{ (bzw. } \dot{V}(\mathbf{x}) < 0 \text{)}$$

erfüllt, so ist die Ruhelage $\mathbf{x}_R = \mathbf{0}$ stabil im Sinne von Ljapunov (bzw. asymptotisch stabil).“

Eine Funktion die $V(\mathbf{0}) = 0$ und $V(\mathbf{x}) > 0 \forall \mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ erfüllt, heißt positiv definit, daher muss eine Ljapunov-Funktion immer positiv definit sein. Aus dem Satz 3.1 folgt, dass alle Trajektorien eines Systems in der Umgebung um $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ in die Ruhelage streben und somit der Gradient der Ljapunov Funktion $\dot{V}(\mathbf{x})$ in der Umgebung der Ruhelage immer kleiner 0 sein muss.

Die indirekte Methode von Ljapunov geht von nichtlinearen Differentialgleichungen in der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{g}(\mathbf{x})$$

aus. Diese Form unterteilt das System in eine lineare Dynamik, die über $\mathbf{A}\mathbf{x}$ abgebildet wird, und eine nichtlineare Dynamik, die über $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ abgebildet wird.

Satz 3.2 [1, S. 93, Satz 11] „Das System

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{g}(\mathbf{x})$$

besitze in $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ eine Ruhelage. Es gelte ferner

$$(1) \mathbf{g}(\mathbf{x}) \text{ ist stetig,}$$

(2) $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ ist so beschaffen, dass jeder Anfangswert in einer Umgebung von $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ zu einer stetigen, eindeutigen Trajektorie führt,

$$(3) \lim_{|\mathbf{x}| \rightarrow 0} \frac{\mathbf{g}(\mathbf{x})}{|\mathbf{x}|} = \mathbf{0}.$$

Ist dann \mathbf{A} stabil, so ist die Ruhelage $\mathbf{x}_R = \mathbf{0}$ asymptotisch stabil. Falls \mathbf{A} instabil ist, ist die Ruhelage instabil. Falls \mathbf{A} keine Eigenwerte λ_i mit positivem Realteil, aber mindestens einen mit

$\operatorname{Re}\{\lambda_i\} = 0$ besitzt, dann ist die Ruhelage je nach Gestalt von \mathbf{g} stabil oder instabil. Ist \mathbf{A} stabil, so existiert immer eine Ljapunov-Funktion

$$V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{R} \mathbf{x} \quad (3.1)$$

für $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{g}(\mathbf{x})$, deren Matrix \mathbf{R} sich aus

$$\mathbf{A}^T \mathbf{R} + \mathbf{R} \mathbf{A} = -\mathbf{Q}$$

mit beliebigem positiv definiten \mathbf{Q} ergibt.“

Der Vorteil von Satz 3.2 gegenüber dem Satz 3.1 ist, dass, wenn die Nichtlinearität $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ bestimmte Voraussetzungen erfüllt, die Stabilität der Ruhelage nur noch von der Stabilität des linearen Systemteils abhängt [1, S.93 f.]. Zudem ergibt sich aus Satz 3.2 direkt eine Ljapunov Funktion. Die Ljapunov-Funktion $V(\mathbf{x})$ wird nicht nur zur Analyse der Stabilität einer Ruhelage benötigt, sondern auch um deren Einzugsgebiet zu ermitteln. So ist das Einzugsgebiet einer Ruhelage von Bedeutung, um die Stabilität eines nichtlinearen Systems in der Praxis sicherzustellen [1, S.94 ff.].

Das Einzugsgebiet einer Ruhelage bezeichnet die Umgebung um die Ruhelage $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$, aus der alle Trajektorien in die Ruhelage des Systems führen. Das maximale Einzugsgebiet einer Ruhelage lässt sich für beliebige Systeme nicht analytisch bestimmen. Mithilfe von Ljapunov-Funktionen lassen sich jedoch Teilgebiete des maximalen Einzugsgebiets ermitteln und somit kann eine Umgebung um die Ruhelage angegeben werden, aus der das System in jedem Fall nach \mathbf{x}_0 strebt und somit stabil ist.

Satz 3.3 [1, S. 95, Satz 12] „Ist $V(\mathbf{x})$ eine Ljapunov-Funktion für das System $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ mit der Ruhelage $\mathbf{x}_R = \mathbf{0}$, dann ist das Gebiet

$$G = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n | V(\mathbf{x}) < c\},$$

falls es beschränkt ist, ein Einzugsgebiet der Ruhelage $\mathbf{x}_R = \mathbf{0}$, wenn überall in G

$$\dot{V}(\mathbf{x}) < 0$$

gilt.“

Der Satz 3.3 besagt über $\dot{V}(\mathbf{x}) < 0$, dass die potentielle Energie im System in allen Anfangswerten im Gebiet G , das auch Ljapunov-Gebiet genannt wird, abnimmt und das System somit gegen $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ strebt. Entscheidend ist dabei auch, dass das Gebiet G beschränkt ist, da G sonst nicht zwingend ein Einzugsgebiet der Ruhelage ist [1, S.96 f.].

Somit wurden in diesem Abschnitt die Grundlagen zur Stabilitätsanalyse mittels Ljapunov-Funktionen erläutert, die im weiteren Verlauf der Arbeit eine wichtige Rolle spielen, um die Stabilität des geregelten Systems nachzuweisen.

3.2 Grundlagen des Verkopplungsreglerentwurfs zur Störkopplung

In diesem Abschnitt werden die Grundlagen des Verkopplungsreglerentwurfs mittels vollständiger modaler Synthese erläutert, weil die gezielte Verkopplung von Systemgrößen eines Mehrgrößensystems das Ziel des Reglerentwurfs für ein SbW-System ist, wie in Kapitel 5 herausgearbeitet wird. Dabei bietet die Methode der vollständigen modalen Synthese den Vorteil, nicht nur die Eigenwerte, sondern auch die Eigenvektoren des geregelten Systems, über die so genannten Parametervektoren gezielt zu beeinflussen [23, S.335 ff.]. Hierbei wird von einem Systemmodell in Form eines linearen zeitinvarianten Zustandsraummodells mit Durchgriff und Störeingang

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{z}(t) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)\end{aligned}\tag{3.2}$$

ausgegangen, wobei die reellen Matrizen und Vektoren

- A:** Systemmatrix $n \times n$
- $\mathbf{x}(t)$: Zustandsvektor $n \times 1$
- B:** Eingangsmatrix $n \times p$
- $\mathbf{u}(t)$: Eingangsvektor $p \times 1$
- E:** Störeingangsmatrix $n \times g$
- $\mathbf{z}(t)$: Störvektor $g \times 1$
- $\mathbf{y}(t)$: Ausgangsvektor $q \times 1$
- C:** Zustands-Ausgangsmatrix $q \times n$
- D:** Durchgriffs-Ausgangsmatrix $q \times p$

bezeichnen [49, S.16]. Im Folgenden wird angenommen, dass das System (3.2) immer vollständig steuer- und beobachtbar ist.

Die Methode der vollständigen modalen Synthese zum Entwurf von Zustandsreglern wird in [70] hergeleitet. Betrachtet wird ein lineares, zeitinvariantes System, für das eine Stellgröße über eine Reglermatrix \mathbf{R} mit

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}\mathbf{x}(t)\tag{3.3}$$

berechnet wird. Wird zunächst davon ausgegangen, dass auf das System aus (3.2) keine Störung wirkt, ergibt sich

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R})\mathbf{x}(t)$$

als Differentialgleichungssystem des geregelten Systems, welches die Eigenwerte $\lambda_{R,i}$ und Eigenvektoren $\mathbf{v}_{R,i}$ besitzt. Dabei wird der Zusammenhang der Eigenwerte und Eigenvektoren im geschlossenen Regelkreis über

$$(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R} - \lambda_{R,i}\mathbf{I})\mathbf{v}_{R,i} = \mathbf{0}, \quad i = 1, \dots, n\tag{3.4}$$

beschrieben, wobei \mathbf{I} für die Einheitsmatrix steht und von n einfachen Eigenwerten ausgegangen wird. Werden nun die so genannten Parametervektoren $\mathbf{p}_i = \mathbf{R}\mathbf{v}_{R,i}$ eingeführt, lässt sich (3.4) in

$$(\mathbf{A} - \lambda_{R,i}\mathbf{I})\mathbf{v}_{R,i} = \mathbf{B}\mathbf{p}_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.5)$$

umformen und über die Matrizen

$$\mathbf{P} = [\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n] \quad \text{und} \quad \mathbf{V}_R = [\mathbf{v}_{R,1}, \dots, \mathbf{v}_{R,n}]$$

ein Regler $\mathbf{R} = \mathbf{P}\mathbf{V}_R^{-1}$ berechnen. Aus (3.5) lässt sich ablesen, dass nicht nur die Eigenwerte $\lambda_{R,i}$, sondern auch die Parametervektoren \mathbf{p}_i Freiheitsgrade des Reglerentwurfs darstellen.

Der Einfluss der Parametervektoren wird über

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{R}\mathbf{x}(t) = -\mathbf{P}\mathbf{V}_R^{-1}\mathbf{x}(t) \quad (3.6)$$

beschrieben. Wird von einer Anfangsauslenkung \mathbf{x}_0 im System ausgegangen, dann gilt

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \sum_{i=1}^n \mathbf{v}_{R,i} \mathbf{x}_i^*(t) = \mathbf{V}_R \mathbf{x}^*(t) \quad \text{und} \\ \mathbf{x}_i^*(t) &= \mathbf{w}_{R,i}^T \mathbf{x}_0 e^{\lambda_{R,i}t}, \quad \text{mit } i = 1, \dots, n, \end{aligned} \quad (3.7)$$

wobei $\mathbf{v}_{R,i}$ und $\mathbf{w}_{R,i}^T$ die Rechts- und Linkseigenvektoren zu dem Eigenwert $\lambda_{R,i}$ des geregelten Systems sind und $\mathbf{x}^*(t) = \mathbf{V}_R^{-1}\mathbf{x}(t)$ den Zustandsraumvektor des modaltransformierten geschlossenen Regelkreises bezeichnet. Wird (3.7) in (3.6) eingesetzt, so ergibt sich der Stellgrößenverlauf

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{P}\mathbf{x}^*(t) = -\sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i \mathbf{x}_i^*(t). \quad (3.8)$$

An (3.8) ist zu erkennen, dass der Parametervektor \mathbf{p}_i den Steuerungsunterraum des Eigenwerts $\lambda_{R,i}$ aufspannt, indem sich die Stellgröße $\mathbf{u}(t)$ bewegt, und durch \mathbf{p}_i Einfluss auf die Verteilung der Eigenbewegung des Eigenwerts auf die Stellgrößen genommen werden kann [70].

Das Verfahren der vollständigen modalen Synthese kann dazu genutzt werden, Systemausgänge gezielt zu verkoppeln. Zunächst wird davon ausgegangen, dass $l \leq p$ linear unabhängige Verkopplungsbedingungen der Ausgangsgrößen \mathbf{y} vorliegen und die Anzahl der Systemeingänge der Anzahl der Systemausgänge, also $q = p$, ist. Die Systemausgänge werden dann zu

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_2 \end{bmatrix} \mathbf{u}$$

unterteilt, wobei \mathbf{y}_1 ein Vektor mit $p - l$ und \mathbf{y}_2 ein Vektor mit l Einträgen ist. Wird die reguläre Transformationsmatrix \mathbf{T} der Dimension $p \times p$ gemäß

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{y}}_1 \\ \tilde{\mathbf{y}}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1 \\ \mathbf{T}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{p-l} & \mathbf{0} \\ \mathbf{T}_{21} & \mathbf{T}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

eingeführt, so besteht das Ziel der Verkopplungsregelung darin, die über $\tilde{\mathbf{y}}_2 = \mathbf{T}_2 \mathbf{y} = \mathbf{0}$ definierten, l Verkopplungsbedingungen sicherzustellen, während die Ausgänge $\mathbf{y}_1 = \tilde{\mathbf{y}}_1$ der Dimension $p - l$, noch beliebig eingestellt werden können.

In [40] wird der Verkopplungsreglerentwurf für ein lineares System hergeleitet. Dabei wird von einer Stellgröße

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{R}\mathbf{x}(t) + \mathbf{F}\mathbf{w}(t)$$

ausgegangen, die zusätzlich zum Regler auch einen Vorfilter \mathbf{F} und eine Führungsgröße \mathbf{w} enthält. Der geschlossene Regelkreis wird über

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}}(s) &= \mathbf{T} [(\mathbf{C} - \mathbf{D}\mathbf{R})(s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{R})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}] \mathbf{F}\mathbf{w}(s) = \mathbf{G}_R(s)\mathbf{w}(s) \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 - \mathbf{D}_1\mathbf{R} \\ \mathbf{T}_2\mathbf{C} - \mathbf{T}_2\mathbf{D}_2\mathbf{R} \end{bmatrix} [(s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{R})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}] [\mathbf{F}_1 \quad \mathbf{F}_2] \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1(s) \\ \mathbf{w}_2(s) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{R,11}(s) & \mathbf{G}_{R,12}(s) \\ \mathbf{G}_{R,21}(s) & \mathbf{G}_{R,22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1(s) \\ \mathbf{w}_2(s) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

beschrieben, wobei \mathbf{T} , wie bereits erwähnt, zur Festlegung der Verkopplungsbedingungen dient. Daran ist zu erkennen, dass in der Verkopplungsregelung eine Diagonalstruktur von $\mathbf{G}_R(s)$, wie sie für Entkopplungsregelungen gefordert wird, nicht notwendig ist, sondern eine Dreieckstruktur von $\mathbf{G}_R(s)$ (Dreiecksentkopplung), also $\mathbf{G}_{R,21}(s) = \mathbf{0}$ ausreichend für eine Verkopplungsregelung ist, sofern $\mathbf{w}_2(s) = \mathbf{0}$ gewählt wird. Mittels \mathbf{w}_1 können dann die $p - l$ Ausgänge \mathbf{y}_1 eingestellt werden. Daraus ergeben sich weniger strenge Anforderungen an das System, verglichen mit einer Entkopplungsregelung. Bei der Entkopplungsregelung muss die Summe aus der Differenzordnung des Systems und die Anzahl der invarianten Nullstellen der Anzahl der Zustände des Systems entsprechen [71]. Voraussetzung für die Verkopplungsregelung ist dagegen nur, dass es maximal $l = p - 1$ oder im singulären Fall $l = p$ linear unabhängige Verkopplungsbedingungen gibt und

$$\text{Rang} [\mathbf{V}_{R,1} \quad \mathbf{N}_{C_1}] = n \quad \text{mit} \quad \mathbf{C}_1\mathbf{N}_{C_1} = \mathbf{0} \quad (3.10)$$

gilt, wobei $\mathbf{V}_{R,1}$ im Laufe des Abschnitts noch hergeleitet wird [40].

Um einen Verkopplungsregler zu entwerfen, werden m Eigenwerte über $\mathbf{T}_2(\mathbf{C} - \mathbf{D}_2\mathbf{R})$ an den Ausgängen $\tilde{\mathbf{y}}_2$ nicht beobachtbar gemacht und die restlichen $n - m$ Eigenwerte über $\mathbf{w}_1(s)$ nicht steuerbar. Dies erfolgt über die ein- und ausgangsseitige Verkopplungsbedingung. Die ausgangsseitige Verkopplungsbedingung kann über die Rosenbrock-System-Matrix

$$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} s\mathbf{I} - \mathbf{A} & -\mathbf{B} \\ \mathbf{T}\mathbf{C} & \mathbf{T}\mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

über

$$\begin{bmatrix} \lambda_{Ri}\mathbf{I} - \mathbf{A} & -\mathbf{B} \\ \mathbf{T}\mathbf{C} & \mathbf{T}\mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{R,i} \\ \mathbf{p}_i \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad \text{mit} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.12)$$

berechnet werden. Dabei muss gelten, dass $\text{Rang} \mathbf{V}_{R,1} = \text{Rang}[\mathbf{v}_{R,1}, \dots, \mathbf{v}_{R,m}] = m$ ist, also $\mathbf{V}_{R,1}$ vollen Rang hat. Darüber wird die Anzahl m der ausgangsseitigen Verkopplungsbedingungen bestimmt. Alle weiteren Eigenwerte werden über

$$\mathbf{v}_{R,i} = -(\lambda_{R,i}\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}\mathbf{p}_i \quad \text{mit} \quad i = m + 1, \dots, n \quad (3.13)$$

platziert, wobei sich $\mathbf{V}_{R,2} = [\mathbf{v}_{R,m+1}, \dots, \mathbf{v}_{R,n}]$ aus der Wahl der Parametervektoren $\mathbf{P}_{R,2} = [\mathbf{p}_{P,m+1}, \dots, \mathbf{p}_{P,n}]$ ergibt. Dabei ist bei der Wahl von $\mathbf{P}_{R,2}$ lediglich darauf zu achten, dass $\mathbf{V}_R = [\mathbf{V}_{R,1} \quad \mathbf{V}_{R,2}]$ vollen Rang hat, weil sonst eine Invertierung, wie in (3.6) gefordert, nicht möglich ist. Die Platzierung der $m+1, \dots, n$ Eigenwerte hat dabei keinen Einfluss auf das Führungsverhalten des Systems, da diese durch die eingangsseitige Verkopplungsbedingung unsteuerbar gemacht werden.

Zur Bestimmung der eingangsseitigen Verkopplungsbedingung wird der Zusammenhang

$$[\mathbf{B} \quad \mathbf{V}_{R,1}] \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ -\mathbf{M} \end{bmatrix} = [\mathbf{B} \quad \mathbf{V}_{R,1}] \mathbf{H} = 0$$

genutzt und daraus ein Vorfilter \mathbf{F}_1 berechnet [40].

In [72] wird ein Kriterium zur Störerkoppelbarkeit auf Basis der vollständigen modalen Synthese hergeleitet. Dies besagt, dass Störerkopplung in einem geregelten System genau dann vorliegt, wenn durch die Störungen nur Eigenbewegungen des Systems angeregt werden, die an den Systemausgängen unbeobachtbar sind. Bezüglich der Verkopplungsregelung bedeutet dies, dass

$$\text{Rang} [\mathbf{V}_{R,1} \quad \mathbf{E}] = \text{Rang} [\mathbf{V}_{R,1}]$$

gelten muss, also die Störungen nur in einem unbeobachtbaren Unterraum des Systems wirken. Ist diese Gleichung erfüllt liegt Störerkopplung vor. Aus diesem Zusammenhang wird deutlich, dass unter anderem die Wahl der Verkopplungsbedingungen darüber entscheidet, ob Störerkopplung vorliegen kann, weil $\mathbf{V}_{R,1}$ sich aus der Rosenbrock-System-Matrix ergibt und damit abhängig von den Ausgangsmatrizen \mathbf{C} und \mathbf{D} ist. Zudem ist aus dem Zusammenhang zu erkennen, dass Störerkopplung vorliegen muss, wenn $m = n$ ist, weil dann $\text{Rang} [\mathbf{V}_{R,1}] = n$ gilt.

Liegt Störerkopplung für ein System vor, müssen die Auswirkungen der Störung nicht weiter beachtet werden, da diese an den Ausgängen nicht beobachtbar sind. Liegt jedoch keine Störerkopplung vor, werden die Systemausgänge durch die Störungen angeregt und die in (3.13) platzierten Eigenwerte und zugehörigen Eigenvektoren wirken sich an den Systemausgängen aus. Dabei hat die Wahl der Eigenwerte $\lambda_{R,i}$ und Parametervektoren \mathbf{p}_i für $i = m+1, \dots, n$ Einfluss auf die Störübertragung und somit darauf, wie sich die Störungen an den Systemausgängen auswirken.

3.3 Grundlagen robuster H_∞ -Loop-Shaping-Regler in Zustandsregler-Beobachter Form

Im Rahmen dieses Abschnitts, wird ein Verfahren zur H_∞ -Loop-Shaping-Regelung vorgestellt, das in der deutschsprachigen Literatur auch als „Normierte Linkskoprime Faktorisierung (NLKF)“ zu finden ist [23, S.385 ff.]. Diese Regelungsmethode basiert auf dem Problem der robusten Stabilisierung, kombiniert mit dem Loop-Shaping-Verfahren [53, S.105 ff.].

In [43] wird eine Erweiterung angegeben, welche die Auslegung einer Zwei-Freiheitsgrade-Regelung mittels eines H_∞ -Loop-Shaping-Reglers ermöglicht. Dabei wird ein Referenzsystem vorgegeben, das eine Zieldynamik vorgibt. Basierend darauf kann dann ein Regler entworfen werden,

bei dem Model-Matching und robuste Stabilisierung über Ein- und Ausgangsgewichte gegeneinander abgewogen werden können [77, S.376 ff.]. Dieser Regler lässt sich sehr recheneffizient in einer Zustandsregler-Beobachter Form implementieren [82]. Im späteren Verlauf dieser Arbeit wird ein solcher Regler zur Kraftregelung der Lenkung eingesetzt.

3.3.1 Problemformulierung für H_∞ -Regelungen

Zur Auslegung einer H_∞ -Regelung wird das zu regelnde System in die Form

$$\mathbf{P}(s) = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \hline \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \hline \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|cc} \mathbf{A} & \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 \\ \hline \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \hline \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{array} \right] \quad (3.14)$$

gebracht. Diese Schreibweise ist in der Literatur oft anzutreffen und ist eine abgekürzte Darstellung für

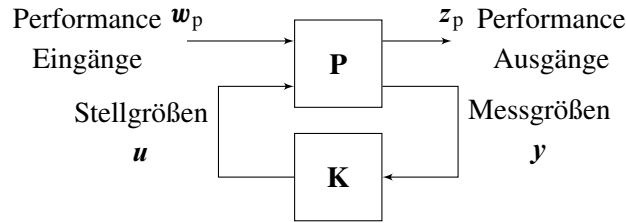
$$\mathbf{P}(s) = \mathbf{C} \cdot (s \cdot \mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{D},$$

wobei die Ausgänge des Systems in $[z_p \ y]^T$ und die Eingänge des Systems in $[w_p \ u]^T$ unterteilt werden. Dabei stehen die Vektoren w_p und z_p für Performance Ein- und Ausgänge. Das Ziel der Regelung ist, die Übertragungspfade $z_p \leftarrow w_p$ bezüglich ihrer H_∞ -Norm zu minimieren. Die Vektoren y und u bezeichnen die Mess- und die Stellgrößen und entsprechen somit den Aus- und Eingängen des Systems, wie sie aus dem vorigen Abschnitt aus (3.2) bekannt sind. Somit verfügt das System $\mathbf{P}(s)$ im Vergleich zum System $\mathbf{G}(s)$ aus (3.2) zusätzlich über die Performance Ein- und Ausgänge w_p und z_p .

Grundsätzlich wird davon ausgegangen, dass das System \mathbf{P} stabilisierbar und detektierbar ist [88, S.315]. Das Ziel des Reglerentwurfs ist, einen Regler $\mathbf{K}(s)$ zu finden, der die H_∞ -Norm von w_p nach z_p , also $\|\mathbf{P}_{z_p w_p}\|_\infty$, minimiert. Dabei wird zwischen optimalen und suboptimalen Reglern unterschieden. Der optimale Regler minimiert $\|\mathbf{P}_{z_p w_p}\|_\infty = \gamma_{\min}$ global, während für einen suboptimalen Regler $\|\mathbf{P}_{z_p w_p}\|_\infty < \gamma$ gilt. γ steht dabei für die mit dem suboptimalen Regler erreichte H_∞ -Norm, die immer größer als die optimale H_∞ -Norm γ_{\min} ist. Dadurch, dass keine optimale Lösung angestrebt wird, ist der Regler auch nicht eindeutig bestimmt. Im Bereich der H_∞ -Regelungen sind suboptimale Regler sehr verbreitet, da global optimale H_∞ -Regler zu berechnen meist numerisch und theoretisch sehr aufwendig oder sogar unmöglich ist [88, S.269 f.].

3.3.2 Robuste Stabilisierung einer Strecke mit unstrukturierten dynamischen Unsicherheiten

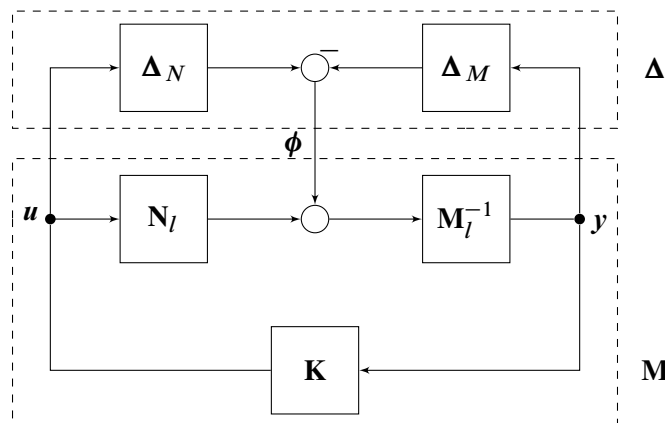
Ausgangspunkt dieses Regelungsverfahrens ist die linkskopprime Zerlegung der nominellen Strecke $\mathbf{G}(s) = \mathbf{M}_l^{-1}(s)\mathbf{N}_l(s)$, wie sie in Bild 3.2 dargestellt ist. $\mathbf{M}_l(s)$ und $\mathbf{N}_l(s)$ sind stabile Übertragungsmatrizen ohne gemeinsame Nullstellen in der rechten s-Halbebene. Dabei werden alle

Bild 3.1: Standard H_∞ -Regelungsproblem

Systeme, für die

$$\mathbf{G} = (\mathbf{M}_l + \Delta_M)^{-1} (\mathbf{N}_l + \Delta_N), \quad \|\begin{bmatrix} \Delta_N & \Delta_M \end{bmatrix}\|_\infty \leq \epsilon$$

gilt, betrachtet, also von additiven, unstrukturierten dynamischen Unsicherheiten ausgegangen [77, S.308 f.]. Unstrukturierte dynamische Unsicherheiten bedeuten, dass Δ_N und Δ_M vollbesetzte Matrizen mit komplexen Werten sind [77, S.295 ff.]. Für die Unsicherheiten gilt daher $\Delta_N = \Delta_N(j\omega)$ und $\Delta_M = \Delta_M(j\omega)$. Ein Ziel des Regelungsverfahrens ist, ϵ zu maximieren, weswegen ϵ nicht auf 1 normiert wird [77, S.309].

Bild 3.2: H_∞ -robustes Stabilisierungsproblem mit unstrukturierten dynamischen Unsicherheiten nach [53, S.52]

Aus dem Schaltbild in Bild 3.2 kann direkt

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_N & \Delta_M \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} \leftarrow \phi = \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{GK})^{-1} \mathbf{M}_l^{-1} \quad (3.15)$$

mit $\mathbf{G} = \mathbf{M}_l^{-1} \mathbf{N}_l$

abgelesen werden, was sich zur Analyse der robusten Stabilität eignet [77, S.308 f.]. Robuste Stabilität ist für alle Systeme gegeben, für die

$$\|\begin{bmatrix} \Delta_N & \Delta_M \end{bmatrix}\|_\infty \leq \epsilon \quad \Leftrightarrow \quad \|\mathbf{M}\|_\infty \leq \frac{1}{\epsilon}$$

gilt [77, S.309].

Die maximal mögliche zu erreichende Systemunsicherheit ϵ lässt sich über

$$\min_K \|\mathbf{M}(s)\|_\infty = \gamma_{\min} = \epsilon_{\max}^{-1} = \sqrt{1 + \rho(\mathbf{XZ})}$$

explizit angeben, wobei $\rho()$ dem spektralen Radius, also dem maximalen Betrag der Eigenwerte entspricht [24]. \mathbf{X} und \mathbf{Z} werden über die algebraischen Riccati-Gleichungen

$$(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{C})\mathbf{Z} + \mathbf{Z}(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{C})^T - \mathbf{Z}\mathbf{C}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{Z} + \mathbf{B}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{B}^T = \mathbf{0} \quad (3.16)$$

und

$$(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{C})^T\mathbf{X} + \mathbf{X}(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{C}) - \mathbf{X}\mathbf{B}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{X} + \mathbf{C}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C} = \mathbf{0} \quad (3.17)$$

mit

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} + \mathbf{D}\mathbf{D}^T \quad \text{und} \quad \mathbf{S} = \mathbf{I} + \mathbf{D}^T\mathbf{D}$$

berechnet [77, S.378]. Die Matrizen zur Berechnung stammen aus dem Zustandsraummodell des nominellen Systems

$$\mathbf{G}(s) = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \hline \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{array} \right].$$

Ein Regler, der das System stabilisiert und für den $\|\mathbf{M}\|_\infty \leq \gamma$ gilt, wird dann über

$$\mathbf{K}(s) = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F} + \gamma^2(\mathbf{L}^T)^{-1}\mathbf{Z}\mathbf{C}^T(\mathbf{C} + \mathbf{D}\mathbf{F}) & \gamma^2(\mathbf{L}^T)^{-1}\mathbf{Z}\mathbf{C}^T \\ \hline \mathbf{B}^T\mathbf{X} & -\mathbf{D}^T \end{array} \right] \quad \text{mit}$$

$$\mathbf{F} = -\mathbf{S}^{-1}(\mathbf{D}^T\mathbf{C} + \mathbf{B}^T\mathbf{X})$$

$$\mathbf{L} = (1 - \gamma^2)\mathbf{I} + \mathbf{X}\mathbf{Z}$$

berechnet [77, S.378]. Bei der Berechnung des Reglers muss $\gamma > \gamma_{\min}$ gewählt werden, da für $\gamma = \gamma_{\min}$ die Matrix \mathbf{L} mit $\mathbf{L} = -\rho(\mathbf{XZ})\mathbf{I} + \mathbf{XZ}$ singularär wird [53, S.70 f.]. Wenn der optimale Regler mit $\gamma = \gamma_{\min}$ berechnet werden soll, ist das über ein Deskriptorsystem möglich, was den Berechnungsaufwand jedoch erhöht [23, S.385 f.].

3.3.3 Loop-Shaping

Das gezeigte Entwurfsverfahren stabilisiert den Regelkreis robust, jedoch konnte bisher kein Einfluss auf das Regelverhalten des geschlossenen Regelkreises genommen werden. In [53, S.106 ff.] wird mittels Loop-Shaping die Strecke

$$\mathbf{G}_s(s) = \mathbf{W}_2(s)\mathbf{G}(s)\mathbf{W}_1(s) \quad (3.18)$$

so verändert, dass Anforderungen an den geschlossenen Regelkreis gestellt werden können. Dies geschieht durch Gewichte an den Ein- und Ausgängen des Systems, wie es auch aus Loop-Shaping-Verfahren des Frequenzkennlinienverfahrens bekannt ist [23, S.385 f.].

Die Wahl der Gewichte erfolgt oft nach dem trial and error Verfahren. Jedoch lassen sich ein paar Faustregeln für den Entwurf der Gewichte angeben, die den Entwurf erheblich vereinfachen [35, 83] [77, S.382 ff.]:

- Die Ein- und Ausgänge des Systems sollten in Abhängigkeit ihrer zu erwartenden Amplitude normiert werden.
- Die Ein- und Ausgänge des Systems sollten so gewählt werden, dass das System so diagonal wie möglich ist, da dies die Wahl der Gewichte erheblich vereinfacht.
- Das System sollte einen Amplitudenabfall von ca. -20dB/Dekade im Bereich der Bandbreite, mit einem höhere Amplitudenabfall für höhere Frequenzen, haben. Dabei dürfen keine instabilen Pole oder Nullstellen in der rechten s-Halbebene der Strecke kompensiert werden.

3.3.4 Robuste Zwei-Freiheitsgrade-Regelung

In Abschnitt 3.3.2 wurde eine Ein-Freiheitsgrad-Regelung ohne Loop-Shaping betrachtet. Jedoch ist eine Zwei-Freiheitsgrade-Regelung sinnvoll, wenn sich die Führungsgröße dynamisch verändert. Dies ist z.B. bei der Kraftregelung eines SbW-Systems der Fall, da die Kraft, die gestellt werden soll, von der Kraft, die der Fahrer aufbringt, abhängt. Die Struktur des robusten Stabilisierungsproblems aus Bild 3.2 verändert sich dann zu der Problemformulierung aus Bild 3.3, wobei das gewichtete System aus (3.18) als Systemmodell betrachtet wird. Die durch den zusätzlichen Freiheitsgrad der Zwei-Freiheitsgrad-Regelung sich neu ergebenden Blöcke sind grau umrandet.

Der neu erscheinende Parameter ρ ist ein Skalar, mit dem in der Reglerauslegung eine Abwägung zwischen Model-Matching und Robustheit des geregelten Systems vorgenommen werden kann [32] [77, S.387]. Über die Matrix \mathbf{W}_0 können zusätzliche Messgrößen im Reglerentwurf berücksichtigt werden, wie am Ende des Abschnitts erläutert wird. \mathbf{T}_{Ref} bezeichnet die Wunschdynamik des geregelten Systems und \mathbf{K}_1 stellt eine Vorsteuerung der Stellgrößen dar, die das Führungsverhalten des Systems einstellt, während \mathbf{K}_2 für die Ausregelung von Regelabweichungen verantwortlich ist und somit für das Störverhalten des Systems zuständig ist. Ziel des Reglerentwurfs ist, die beiden dynamischen Teilsysteme \mathbf{K}_1 und \mathbf{K}_2 zu bestimmen. Zunächst wird davon ausgegangen, dass für den Postkompensator $\mathbf{W}_2 = \mathbf{I}$ gilt, da sonst kein Model-Matching für das System \mathbf{G} , sondern für das System $\mathbf{W}_2\mathbf{G}$ mit Ausgangskompensator vorgenommen werden würde. Demnach gilt zunächst $\mathbf{G}_s = \mathbf{G}\mathbf{W}_1$.

Aus Bild 3.3 können direkt die Übertragungsfunktionen

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \mathbf{y}_s \\ \mathbf{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho (\mathbf{I} - \mathbf{K}_2 \mathbf{G}_s)^{-1} \mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_2 (\mathbf{I} - \mathbf{G}_s \mathbf{K}_2)^{-1} \mathbf{M}_s^{-1} \\ \rho (\mathbf{I} - \mathbf{G}_s \mathbf{K}_2)^{-1} \mathbf{G}_s \mathbf{K}_1 & (\mathbf{I} - \mathbf{G}_s \mathbf{K}_2)^{-1} \mathbf{M}_s^{-1} \\ \rho^2 [\mathbf{W}_0 (\mathbf{I} - \mathbf{G}_s \mathbf{K}_2)^{-1} \mathbf{G}_s \mathbf{K}_1 - \mathbf{T}_{\text{Ref}}] & \rho \mathbf{W}_0 (\mathbf{I} - \mathbf{G}_s \mathbf{K}_2)^{-1} \mathbf{M}_s^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \boldsymbol{\phi} \end{bmatrix}$$

abgelesen werden, wobei \mathbf{T}_{Ref} das erwünschte Führungsgrößenverhalten des geregelten Systems definiert. Dabei sind die Blöcke (1,2) und (2,2) für die robuste Stabilisierung und der Block (3,1) für Model-Matching verantwortlich. Die Blöcke (1,1) und (2,1) werden für Aktorbeschränkungen genutzt und der Block (3,2) beschreibt die Güte des Regelkreises. Zu sehen ist auch, dass sich für $\rho = 0$ das robuste Stabilisierungsproblem aus (3.15) ergibt.

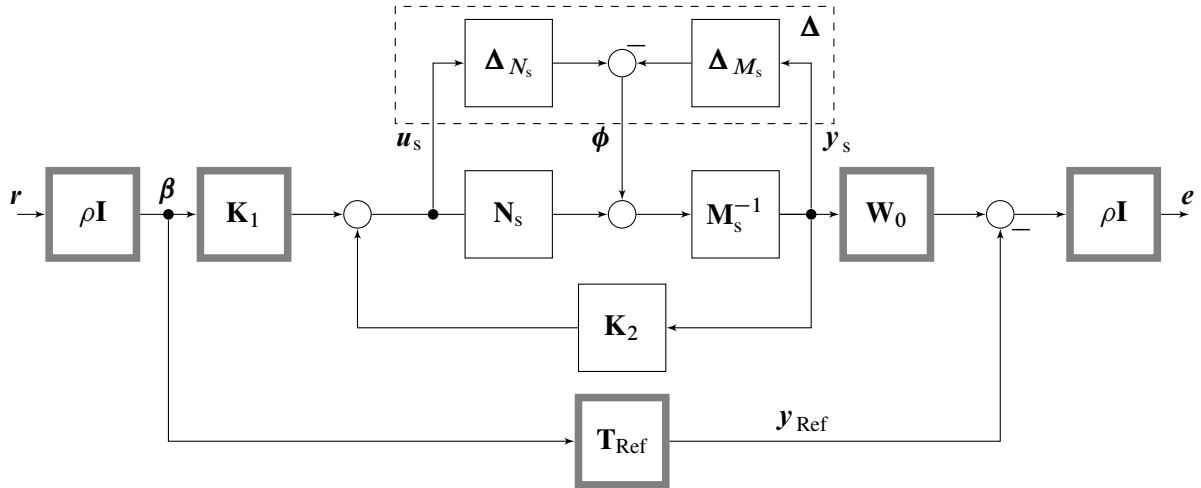


Bild 3.3: Zwei-Freiheitsgrade H_∞ robustes Stabilisierungsproblem mit unstrukturierten dynamischen Unsicherheiten nach [77, S.386]

Das robuste Zwei-Freiheitsgrade-Stabilisierungsproblem aus Bild 3.3 wird über die Übertragungsmatrix

$$\begin{bmatrix} u_s \\ y_s \\ e \\ \beta \\ y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_s^{-1} & \mathbf{G}_s \\ -\rho^2 \mathbf{T}_{\text{Ref}} & \rho \mathbf{W}_0 \mathbf{M}_s^{-1} & \rho \mathbf{W}_0 \mathbf{G}_s \\ \rho \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_s^{-1} & \mathbf{G}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ \phi \\ u_s \end{bmatrix}$$

beschrieben [77, S.387]. Wird des Weiteren davon ausgegangen, dass die um Gewichte erweiterte Strecke \mathbf{G}_s und das Referenzsystem als Zustandsraummodell

$$\mathbf{G}_s = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_s & \mathbf{B}_s \\ \hline \mathbf{C}_s & \mathbf{D}_s \end{array} \right] \quad \mathbf{T}_{\text{Ref}} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_{\text{Ref}} & \mathbf{B}_{\text{Ref}} \\ \hline \mathbf{C}_{\text{Ref}} & \mathbf{D}_{\text{Ref}} \end{array} \right]$$

vorliegen, ist die Standardform des geregelten Systems (vgl. (3.14)) mit

$$\mathbf{P}(s) = \left[\begin{array}{cc|cc|c} \mathbf{A}_s & \mathbf{0} & \mathbf{0} & (\mathbf{B}_s \mathbf{D}_s^\top + \mathbf{Z}_s \mathbf{C}_s^\top) \mathbf{R}_s^{-1/2} & \mathbf{B}_s \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{\text{Ref}} & \mathbf{B}_{\text{Ref}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{C}_s & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R}_s^{1/2} & \mathbf{D}_s \\ \hline \rho \mathbf{W}_0 \mathbf{C}_s & -\rho^2 \mathbf{C}_{\text{Ref}} & -\rho^2 \mathbf{D}_{\text{Ref}} & \rho \mathbf{W}_0 \mathbf{R}_s^{1/2} & \rho \mathbf{D}_s \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \rho \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_s & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R}_s^{1/2} & \mathbf{D}_s \end{array} \right] \quad (3.19)$$

und

$$\mathbf{R}_s = \mathbf{I} + \mathbf{D}_s \mathbf{D}_s^\top$$

gegeben, wobei sich \mathbf{Z}_s aus der allgemeinen Riccati-Gleichung (3.16) für das System \mathbf{G}_s ergibt [77, S.387 f.].

Über die Matrix \mathbf{W}_o können zusätzliche Messgrößen im Entwurf berücksichtigt werden, die aber keine Ausgangsgrößen darstellen. Sind z.B. die ersten zwei Einträge in \mathbf{y}_s Ausgangsgrößen und ein dritter Ausgang nur eine Messgröße, z.B. ein Geschwindigkeitssignal, dann ergibt sich

$$\mathbf{W}_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

[77, S.388].

Bei dem Reglerentwurf muss des Weiteren beachtet werden, dass durch den Regler für gewöhnlich keine stationäre Genauigkeit für das nominelle System erreicht wird, weil das Ziel der Regelung die Minimierung der H_∞ -Norm des Fehlers \mathbf{e} ist. Stationäre Genauigkeit für das nominelle System ohne Störungen kann aber über ein Vorfilter, der die Führungsgröße \mathbf{r} mit

$$\mathbf{W}_i = [\mathbf{W}_o(\mathbf{I} - \mathbf{G}_s(0)\mathbf{K}_2(0))^{-1}\mathbf{G}_s(0)\mathbf{K}_1(0)]^{-1} \mathbf{T}_{\text{Ref}}(0) \quad (3.20)$$

skaliert, sichergestellt werden [77, S.388]. Wirken Störungen oder treten Parameterschwankungen auf, ist stationäre Genauigkeit nur sichergestellt, wenn das Eingangsgewicht $\mathbf{W}_1(s)$ einen I-Anteil im entsprechenden Pfad hat und ein Vorfilter \mathbf{W}_i ausgelegt wird. Die Formel (3.20) führt allerdings zu keiner Lösung, wenn die erweiterte Strecke $\mathbf{G}_s(0)$ einen I-Anteil hat, weil dann durch 0 geteilt wird. Eine Lösung für dieses Problem wird im nächsten Abschnitt präsentiert.

Soll das System \mathbf{G}_s auch einen Postkompensator $\mathbf{W}_2(s)$ enthalten, ist der Model-Matching Fehler mit $\mathbf{e} = \rho(\tilde{\mathbf{y}}_s - \mathbf{y}_{\text{Ref}})$ definiert. Dabei entspricht $\tilde{\mathbf{y}}_s = \mathbf{W}_2(s)^{-1}\mathbf{y}_s$ dem Systemausgang ohne Postkompensator $\mathbf{W}_2(s)$. Aus (3.19) kann $\mathbf{y}_s = \mathbf{C}_s\mathbf{x} + \mathbf{R}_s^{1/2}\boldsymbol{\phi} + \mathbf{D}_s\mathbf{u}_s$ abgelesen werden. Das Zustandsraummodell aus (3.19) kann nun in der fünften Zeile entsprechend ergänzt werden. Eine Einschränkung, die sich dann für den Postkompensator ergibt, ist, dass dieser invertierbar und somit minimalphasig sein muss, damit $\tilde{\mathbf{y}}_s$ berechnet werden kann [73, S.110].

3.3.5 Recheneffiziente Implementierung der robusten Zwei-Freiheitsgrade H_∞ -Regelung

In [82, 35] wird gezeigt, dass die in diesem Kapitel vorgestellte Zwei-Freiheitsgrade-Regelung recheneffizient mit einer Beobachter-Zustandsregler Struktur implementiert werden kann. Dabei wird von $\mathbf{D}_s = \mathbf{0}$ und $\mathbf{D}_{\text{Ref}} = \mathbf{0}$ ausgegangen. In der Arbeit [73, S.110] wird ein Entwurf für Systeme im z -Bereich ohne Durchgriff, also ebenfalls $\mathbf{D}_s = \mathbf{0}$ und $\mathbf{D}_{\text{Ref}} = \mathbf{0}$, realisiert. Da die meisten technischen Systeme, wie auch das im weiteren Verlauf der Arbeit untersuchte System, keinen Durchgriff besitzen [73, S.110], wird die Vereinfachung getroffen, dass $\mathbf{D}_s = \mathbf{0}$ und $\mathbf{D}_{\text{Ref}} =$

$\mathbf{0}$ ist. Dadurch vereinfacht sich die Standardform (3.19) des geregelten Systems zu

$$\mathbf{P} = \left[\begin{array}{c|c|c} \mathbf{A} & \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 \\ \hline \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \hline \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc|cc|c} \mathbf{A}_s & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Z}_s \mathbf{C}_s^\top & \mathbf{B}_s \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{\text{Ref}} & \mathbf{B}_{\text{Ref}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{C}_s & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \hline \rho \mathbf{W}_o \mathbf{C}_s & -\rho^2 \mathbf{C}_{\text{Ref}} & \mathbf{0} & \rho \mathbf{W}_o \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \rho \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_s & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{array} \right].$$

In [82] wird herausgearbeitet, dass ein Regler \mathbf{K} , der das System \mathbf{P} stabilisiert und $\|F_l(\mathbf{P}, \mathbf{K})\|_\infty < \gamma$ sicherstellt, nur existiert, wenn

- $\gamma > \sqrt{1 + \rho^2}$ und
- $\mathbf{X}_\infty \geq 0$ eine Lösung der algebraischen Riccati-Gleichung

$$\mathbf{A}^\top \mathbf{X}_\infty + \mathbf{X}_\infty \mathbf{A} + \mathbf{C}_1^\top \mathbf{J} \mathbf{C}_1 - \left(\mathbf{X}_\infty \mathbf{B} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}^\top \mathbf{J} \mathbf{D} \right) (\mathbf{D}^\top \mathbf{J} \mathbf{D})^{-1} (\mathbf{D}^\top \mathbf{J} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \mathbf{B}^\top \mathbf{X}_\infty) = \mathbf{0} \quad (3.21)$$

ist, die $\Re(\lambda_i[\mathbf{A} - \mathbf{B}\bar{\mathbf{F}}]) < 0 \forall i$ sicherstellt mit den Matrizen

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{I}_w & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_z & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\gamma^2 \mathbf{I}_w \end{bmatrix},$$

wobei \mathbf{I}_z und \mathbf{I}_w Einheitsmatrizen mit den Dimensionen der gewichteten Ausgänge \mathbf{z}_p und gewichteten Eingänge \mathbf{w}_p sind. $F_l(\mathbf{P}, \mathbf{K})$ ist dabei die Lower Linear Fractional Transformation (LFT), die für ein System

$$\mathbf{P} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \hline \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{array} \right] \quad (3.22)$$

über $F_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}) = [\mathbf{P}_{11} + \mathbf{P}_{12} \mathbf{K} (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{22} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{P}_{21}]$ beschrieben wird [77, S.528].

Wenn die vorher genannten Voraussetzungen erfüllt sind, ist das geregelte System über

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_s &= \mathbf{A}_s \hat{\mathbf{x}}_s + \mathbf{H}_s (\mathbf{C}_s \hat{\mathbf{x}}_s - \mathbf{y}_s) + \mathbf{B}_s \mathbf{u}_s \\ \dot{\mathbf{x}}_{\text{Ref}} &= \mathbf{A}_{\text{Ref}} \mathbf{x}_{\text{Ref}} + \mathbf{B}_{\text{Ref}} r \\ \mathbf{u}_s &= -\mathbf{B}_s^\top \mathbf{X}_{\infty,11} \hat{\mathbf{x}}_s - \mathbf{B}_s^\top \mathbf{X}_{\infty,12} \mathbf{x}_{\text{Ref}} = -\mathbf{F}_s \hat{\mathbf{x}}_s - \mathbf{F}_{\text{Ref}} \mathbf{x}_{\text{Ref}} \quad \text{mit} \\ \mathbf{X}_\infty &= \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{\infty,11} & \mathbf{X}_{\infty,12} \\ \mathbf{X}_{\infty,21} & \mathbf{X}_{\infty,22} \end{bmatrix}, \quad \text{welches wie} \\ \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{\text{Ref}} \end{bmatrix} \quad \text{partitioniert ist, gegeben.} \end{aligned}$$

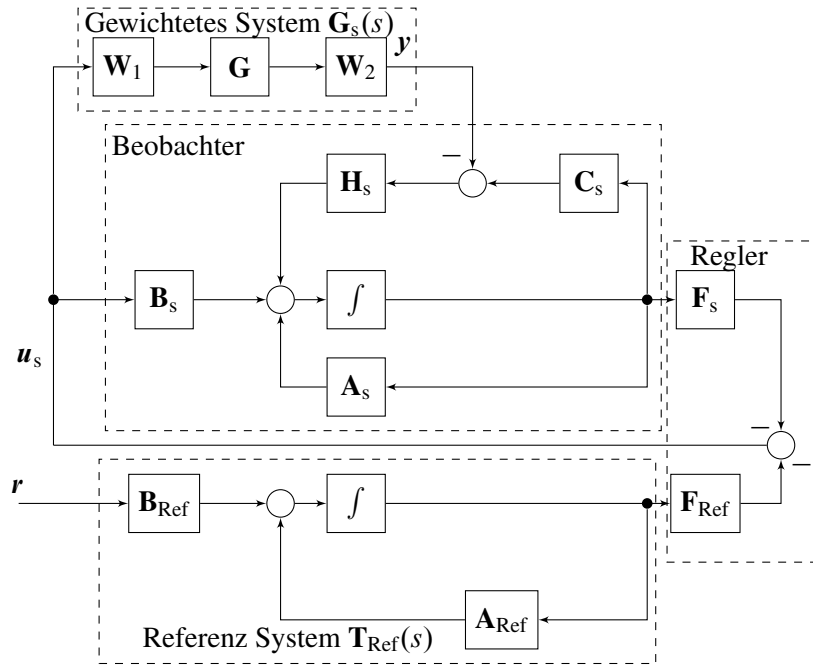


Bild 3.4: Implementierung der robusten H_∞ -Zwei-Freiheitsgrade-Regelung nach [82]

Dabei gilt $\mathbf{H}_s = -\mathbf{Z}_s \mathbf{C}_s^T$. Das beschriebene Regelgesetz kann sehr effizient in einer Beobachter-Zustandsregler Struktur implementiert werden, wie in Bild 3.4 zu erkennen ist [82].

Um einen Regler auszurechnen muss (3.21) gelöst werden. Dabei sollte γ möglichst klein gewählt werden, damit der Regler möglichst robust ist. Allerdings ist die Riccati-Gleichung für zu kleine γ nicht mehr lösbar. Daraus ergibt sich, dass ein suboptimaler Regler genutzt wird, wie dies bei H_∞ -Regelungen oft erfolgt. Dieser wird über γ -Iterationen berechnet. Der Vorteil des hier gezeigten Vorgehens ist, dass nur eine Riccati-Gleichung während der Gamma-Iterationen gelöst werden muss, im Vergleich zum allgemeinen H_∞ -Entwurf, in dem zwei Riccati-Gleichungen gelöst werden müssen [77, S.368 f.] [73, S.123 f.].

In Abschnitt 3.3.4 wurde das Vorfilter (3.20) eingeführt. Dies funktioniert jedoch nur, wenn sich kein I-Anteil in der erweiterten Strecke $\mathbf{G}_s(s)$ befindet, da sonst $\lim_{s \rightarrow 0} \mathbf{G}_s(s) \rightarrow \infty$ gilt. Dies ist problematisch, da ein I-Anteil in der erweiterten Strecke zum Erreichen stationärer Genauigkeit oft erwünscht ist und das Gewicht selbst daher häufig einen I-Anteil hat. Aus Bild 3.4 kann jedoch als Übertragungsfunktion

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}(s) \leftarrow \mathbf{r}(s) &= - \left[(\mathbf{C}_s (\mathbf{I}s - \mathbf{A}_s)^{-1} \mathbf{B}_s)^{-1} + \mathbf{F}_s (\mathbf{I}s - \mathbf{A}_s - \mathbf{H}_s \mathbf{C}_s)^{-1} (\mathbf{B}_s (\mathbf{C}_s (\mathbf{I}s - \mathbf{A}_s)^{-1} \mathbf{B}_s)^{-1} \right. \\
 &\quad \left. - \mathbf{H}_s) \right]^{-1} \mathbf{F}_{\text{Ref}} (\mathbf{I}s - \mathbf{A}_{\text{Ref}})^{-1} \mathbf{B}_{\text{Ref}} \\
 &= - \left[\mathbf{G}_s(s)^{-1} + \mathbf{F}_s (\mathbf{I}s - \mathbf{A}_s - \mathbf{H}_s \mathbf{C}_s)^{-1} (\mathbf{B}_s \mathbf{G}_s(s)^{-1} - \mathbf{H}_s) \right]^{-1} \\
 &\quad \mathbf{F}_{\text{Ref}} (\mathbf{I}s - \mathbf{A}_{\text{Ref}})^{-1} \mathbf{B}_{\text{Ref}}
 \end{aligned}$$

hergeleitet werden.

Da in dieser Formel nur $\mathbf{G}_s(s)^{-1}$ vorkommt, ist die stationäre Verstärkung des Systems über

$$\lim_{s \rightarrow 0} \mathbf{y}(s) \leftarrow \mathbf{r}(s) = \left[\mathbf{F}_s (\mathbf{A}_s + \mathbf{H}_s \mathbf{C}_s)^{-1} \mathbf{H}_s \right]^{-1} \mathbf{F}_{\text{Ref}} \mathbf{A}_{\text{Ref}}^{-1} \mathbf{B}_{\text{Ref}}$$

eindeutig bestimmt, weil $\mathbf{G}_s(s)^{-1} = \mathbf{0}$ gesetzt werden kann. Das Vorfilter für $\mathbf{G}_s(s)$ mit Integratoren ist dann mit

$$\mathbf{W}_i = \left(\left[\mathbf{F}_s (\mathbf{A}_s + \mathbf{H}_s \mathbf{C}_s)^{-1} \mathbf{H}_s \right]^{-1} \mathbf{F}_{\text{Ref}} \mathbf{A}_{\text{Ref}}^{-1} \mathbf{B}_{\text{Ref}} \right)^{-1}$$

gegeben. Problematisch ist, dass durch die Vernachlässigung von $\mathbf{G}_s(s)^{-1}$ keine stationäre Genauigkeit mehr in Pfaden des geregelten nominellen Systems gesichert ist, die keinen I-Anteil haben. Daher sollten, wenn stationäre Genauigkeit verlangt wird, die entsprechenden Pfade immer mit einem I-Anteil versehen werden, der sowieso notwendig ist, wenn im System Parameterschwankungen auftreten oder Störungen wirken. Die Formeln sind zudem nur gültig, wenn $G_s(s)$ keinen Durchgriff hat.

4 Systemanalyse

Im folgenden Kapitel werden die mechanischen Systeme näher analysiert. Da das unregelte System, wie in Abschnitt 2.6 beschrieben, aus zwei ungekoppelten Teilsystemen besteht, können diese getrennt betrachtet werden. Zudem werden die mechanischen Parameter der Systeme eingesetzt, um die Dynamiken und das Übertragungsverhalten der Systeme zu analysieren und deren Interaktion mit den Umgebungsmodellen zu betrachten.

4.1 Lenkrad

In diesem Abschnitt werden die systemdynamischen Eigenschaften des Lenkrads des SbW-Systems näher untersucht. Dabei wird in zwei Fälle unterteilt, zum einen, dass das Lenkrad frei drehen kann und der Fahrer nur als Drehmomentquelle modelliert wird, zum anderen, dass das Lenkrad durch die Feder-Dämpfer-Eigenschaften des Fahrers mit dem Inertialsystem verbunden wird.

4.1.1 Lenkrad ohne Fahrerodynamik

Das Lenkrad wird, wie in Abbildung 2.1 gezeigt, als Einmassenschwinger modelliert. Damit hat das System zwei Eigenwerte und keine Nullstellen. Die Übertragungsfunktion des Lenkrads ergibt sich zu

$$G_{\text{SW}}(s) = \frac{\varphi_{\text{SW}}(s)}{M_{\text{A,SW}}(s)} = \frac{1/J_{\text{SW}}}{s \cdot (s + d_{\text{A,SW}}/J_{\text{SW}})} = \frac{14,33}{s \cdot (s + 0,1074)}. \quad (4.1)$$

Ein Pol liegt immer als Integrator in $p_1 = 0$ und ein weiterer Pol $p_2 = -0,1074$ beschreibt die Dämpfung des Lenkrads. Die Übertragungsfunktion (4.1) beschreibt das Systemverhalten im linearen Betriebsbereich des Systems.

Am Lenkrad wird ein Haftmoment, das nötig ist, damit das Lenkrad überhaupt aus der Ruhelage losreißt, von ca. $M_{\text{C,SW}} = 0,66\text{Nm}$ ermittelt. Dieser Parameter hat direkten Einfluss auf das Verhalten der Lenkung. Wenn kein Drehmomentsensor am Lenkrad vorliegt, lässt sich ein vom Fahrer aufgebrachtes Drehmoment M_{Drv} erst ermitteln, wenn das Lenkrad sich beginnt zu drehen. Somit entspricht das Losbrechmoment $M_{\text{C,SW}} = 0,66\text{Nm}$ am Lenkrad dem Drehmoment, das der Fahrer mindestens aufbringen muss, damit ein Lenkvorgang erfolgen kann. Aus systemtheoretischer Sicht bedeutet diese Einschränkung, dass das Drehmoment M_{Drv} nicht beobachtbar ist, solange

$$|M_{\text{Drv}}| \leq 0,66\text{Nm}$$

ist, wenn kein Drehmomentsensor am Lenkrad genutzt wird.

4.1.2 Lenkrad mit Fahrdynamik

Der Fahrer-Lenkrad-Kontakt wird als lineares Feder-Dämpfer System modelliert, wobei sowohl die Physis des Fahrers, als auch die Kraft mit der das Lenkrad mit den Händen umschlossen wird, Einfluss auf die Parameter des Fahrermodells haben [25, S.48 ff.]. Dementsprechend stellen die hier verwendeten Werte kein genaues Fahrermodell dar, zeigen jedoch den grundsätzlichen Einfluss des Fahrers auf die Lenkraddynamik und somit auf die Querdynamik des Fahrzeugs. In Abbildung 4.1 ist das sich ergebende mechanische Ersatzschaltbild dargestellt. Die mechanischen Parameter des Fahrermodells nach [25, S.51] sind in Tab. 2.3 dargestellt, wobei sich die Parameterbereiche an der Veröffentlichung [66] orientieren.

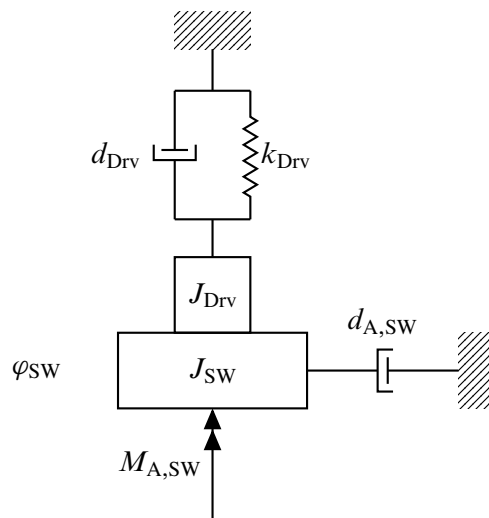


Bild 4.1: Mechanisches Ersatzschaltbild des Lenkrads mit Fahrer

Durch das zusätzliche Feder- und Dämpferelement des Fahrers verändert sich die Übertragungsfunktion des Lenkrads zu

$$G_{StrWhlDrv}(s) = \frac{\varphi_{SW}(s)}{M_{A,SW}(s)} = \frac{14,33}{(s + 13,07)(s + 4,23)}$$

mit den nominellen Parametern des Fahrers. Der Pol $p_1 = -0,1074$ wird schneller und geht nach $p_1 = -13,07$ und der integrierende Pol $p_2 = 0$ geht nach $p_2 = -4,23$. Das mechanische System ist also auch mit Fahrer nicht schwingungsfähig, weil beide Pole keinen Imaginärteil haben. Der integrierende Pol verschiebt sich in die linke s -Halbebene und das System wird somit BIBO stabil.

Die Frage nach der Passivität stellt sich bei dem Lenkradmodell mit Fahrer. Das Lenkrad mit Fahrer ist kein passives System, bzw. die Übertragungsfunktion von Aktor zum Lenkradwinkel $G(s) = \varphi_{SW}(s)/M_{A,SW}(s)$ ist nicht positiv reell, weil die Differenz zwischen Zähler- und Nennergrad größer eins ist [1, S.120 f.]. Das ist direkt zu erkennen, da Bild 4.1 einen Einmassenschwinger darstellt. Der kritischste Fall bezüglich der Gesamtstabilität des Systems ist ein Loslassen des Lenkrads durch den Fahrer, weil das System dann am wenigsten Dämpfung und integrierendes Verhalten hat.

Tabelle 4.1: Mechanische Parameter der Lenkachsen

Parameter	Bezeichnung	Wert
$k_{KU,1}$	Steifigkeit Kugelumlaufgetriebe 1	$15678 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$
$k_{KU,2}$	Steifigkeit Kugelumlaufgetriebe 2	$16666 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$
$d_{KU,1}$	Dämpfung Kugelumlaufgetriebe 1	$28572 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}$
$d_{KU,2}$	Dämpfung Kugelumlaufgetriebe 2	$29082 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}$
$J_{A,S,1}$	Massenträgheit Antrieb 1	$4,1687 \cdot 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$
$J_{A,S,2}$	Massenträgheit Antrieb 2	$3,9852 \cdot 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$
$d_{A,S,1}$	Dämpfung Antrieb 1	$0,0014 \frac{\text{Ns}}{\text{rad}}$
$d_{A,S,2}$	Dämpfung Antrieb 2	$0,0013 \frac{\text{Ns}}{\text{rad}}$
m_{Zs}	Masse der Zahnstange	$4,8337 \text{kg}$
$i_{A,S}$	Übersetzung der Getriebe	$2558,2 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$

4.2 Lenkung

In diesem Abschnitt wird das Lenkungsmodell analysiert. Dazu werden in das Zustandsraummodell aus (2.7) die mechanischen Parameter aus Tabelle 4.1 eingesetzt, die in [8] identifiziert wurden. Anschließend werden die Steuer- und Beobachtbarkeit der Lenkung mit und ohne Umgebungsmodell analysiert.

4.2.1 Systemanalyse der Lenkung ohne Fahrdynamikmodell

Zur Analyse der Steuer- und Beobachtbarkeit des Systems werden die Systemausgänge von (2.7) verändert. So wird nicht mehr davon ausgegangen, dass die Absolutwinkel der Aktoren gemessen werden können, sondern nur der Differenzwinkel zwischen den Aktoren $\varphi_{A,S,1} - \varphi_{A,S,2}$ zur Verfügung steht. Dadurch fällt der Eigenwert $\lambda_{S,6} = 0 \frac{1}{s}$ weg, der sonst z.B. für das Dominanzmaß nach Litz

$$q_{ikj} = \frac{\hat{c}_{ik} \hat{b}_{kj}}{\lambda_k} \quad \text{für } \lambda_k \neq 0,$$

nicht definiert ist. Werden die mechanischen Parameter in das Zustandsraummodell (2.7) eingesetzt und das System um den Eigenwert $\lambda_{S,6} = 0$ reduziert, ergibt sich dann ein Zustandsraummodell mit den Eigenwerten

$$\begin{aligned} \lambda_S &= [\lambda_{S,1} \quad \lambda_{S,2} \quad \lambda_{S,3} \quad \lambda_{S,4} \quad \lambda_{S,5}] \\ &= [-5348 \quad -627 \quad -7,1 + 77,5i \quad -7,1 - 77,5i \quad -3,38] \frac{1}{s}. \end{aligned}$$

Das unregelte System ist BIBO stabil, da alle Eigenwerte in der linken s-Halbebene liegen. Für dieses unregelte System ergeben sich die Beobachtbarkeits- und Steuerbarkeitsmaße, die in Tab. 4.2 abgelesen werden können.

Die schnellen Eigenwerte in $-627 \frac{1}{s}$ und $-5348 \frac{1}{s}$ lassen vermuten, dass das System um diese Eigenwerte reduziert werden kann, weil diese erheblich schneller sind als die restlichen System eigenwerte. Zudem zeigen Maximalmaß M_k und Summenmaß S_k nach Litz sehr kleine Einträge für

Tabelle 4.2: Beobachtbarkeits und Steuerbarkeitsmaße des unregulierten Lenkungssystems

Eigenwert in $\frac{1}{s}$	Maximalmaß M_k nach Litz	Summenmaß S_k nach Litz	Steuerbarkeit Lückel-Müller κ_{Bk}	Beobachtbarkeit Lückel-Müller κ_{Ck}
$-3,376$	362	1451	1	1
$-7,093 + 77,53i$	7,9	32,3	$-0,09 - 0,02i$	1
$-7,093 - 77,53i$	7,9	32,3	$-0,09 + 0,02i$	1
$-626,8$	$4,7 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-3}$	0	0,98
-5348	$4,7 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-3}$	0	0,98

die schnellen Eigenwerte, wie in Tab. 4.2 zu sehen ist. Die kleinen Maße resultieren vor allem aus der schlechten Steuerbarkeit dieser Eigenwerte, wie an dem Steuerbarkeitsmaß nach Lückel und Müller abgelesen werden kann [9, S.35 f.]. Die Beobachtbarkeit dieser Eigenwerte nach Lückel-Müller hingegen ist gut. Die Definition der Strukturmaße ist in Abschnitt A.2 zu finden.

Anhand der Darstellungen der Eigenformen des Systems in Bild 4.2 ist zu erkennen, dass die schnellen Eigenwerte $\lambda_{S,2} = -626,8 \frac{1}{s}$ und $\lambda_{S,1} = -5348 \frac{1}{s}$, die Moden darstellen, bei denen die Zahnstange sich gegen die Aktoren verschiebt. Das wiederum bedeutet, dass die mechanische Bewegung, bei der die Zahnstange gegen die Lenkungsaktoren oszilliert, schlecht steuerbar ist, was plausibel ist, da an der Zahnstange kein Aktor direkt angebracht ist.

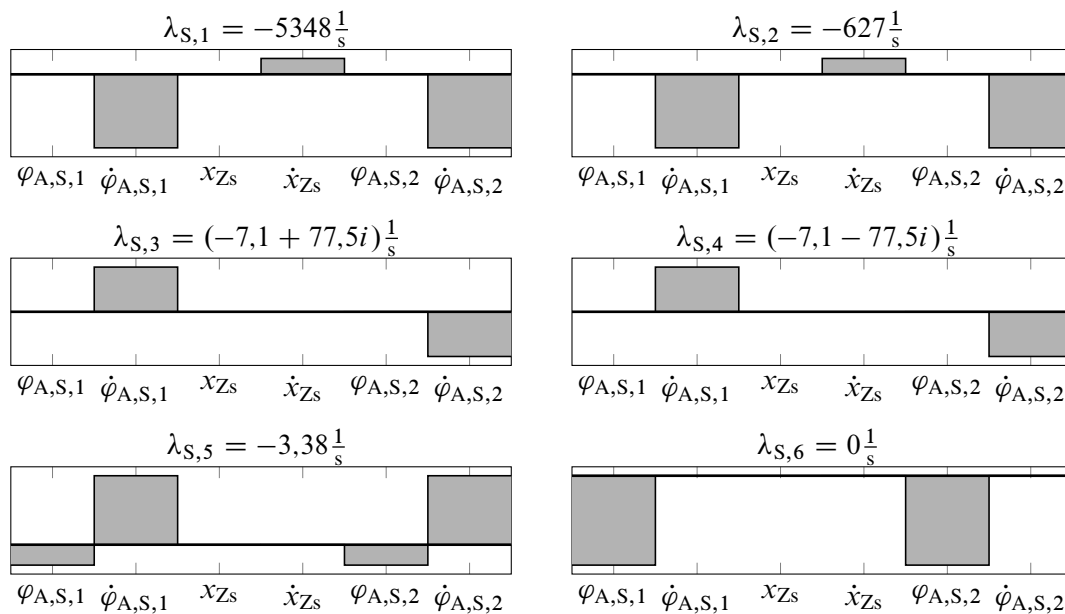


Bild 4.2: Moden des unregulierten Systems

4.2.2 Systemdynamische Eigenschaften der Fahrzeugquerdynamik

In dieser Passage werden die systemdynamischen Eigenschaften der Fahrzeugquerdynamik untersucht. Zunächst soll die Passivität des Querdynamikmodells nachgewiesen werden. Für lineare

Single Input Single Output (SISO) Systeme ist die positive Reellheit der Übertragungsfunktion äquivalent zur Passivität eines Systems [51]. Positive Reellheit bedeutet für die Ortskurve einer Übertragungsfunktion $G(j\omega)$, dass diese für alle $0 \leq \omega < \infty$ in der geschlossenen rechten Halbebene verlaufen muss, das heißt, dass die Phase $|\angle G(j\omega)| \leq 90^\circ \forall \omega \geq 0$ sein muss [1, S.120 f.]. Im Frequenzgang des Einspurmodells in Bild 4.3 mit variablen Geschwindigkeiten ist zu sehen, dass der Betrag der Phase $|\angle G(j\omega)|$ immer kleiner 90° ist. Dabei verschiebt sich eine Nullstelle des Systems für sinkende Geschwindigkeiten immer näher zur imaginären Achse, überschreitet die imaginäre Achse jedoch nicht für $v > 0\text{km/h}$. Im Arbeitspunkt $v = 0\text{km/h}$ ist das lineare Einspurmodell nicht bestimmt, wie (2.23) entnommen werden kann.

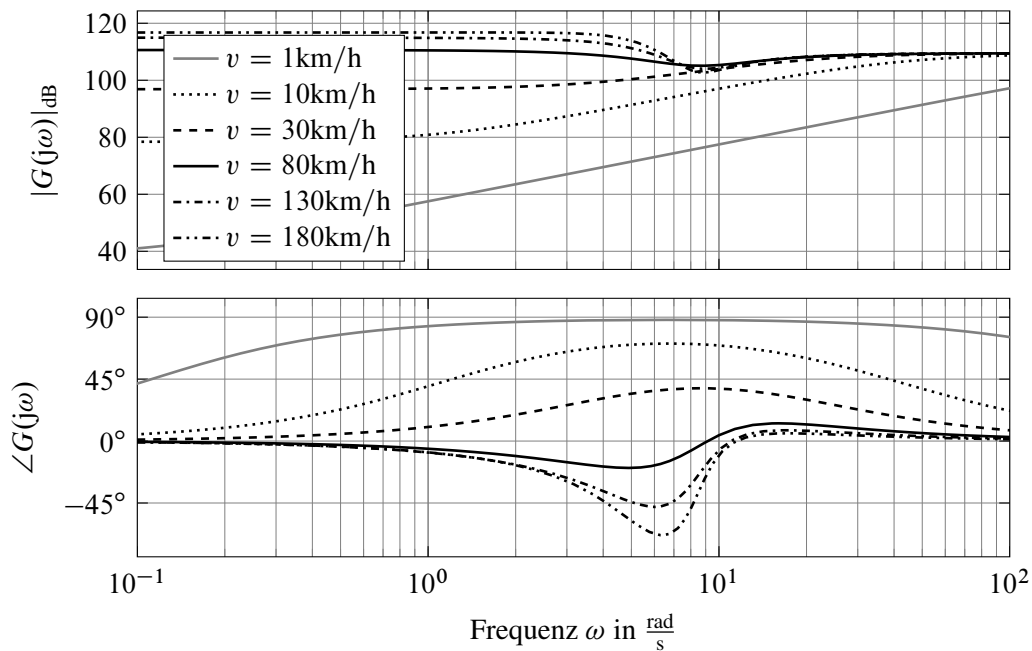
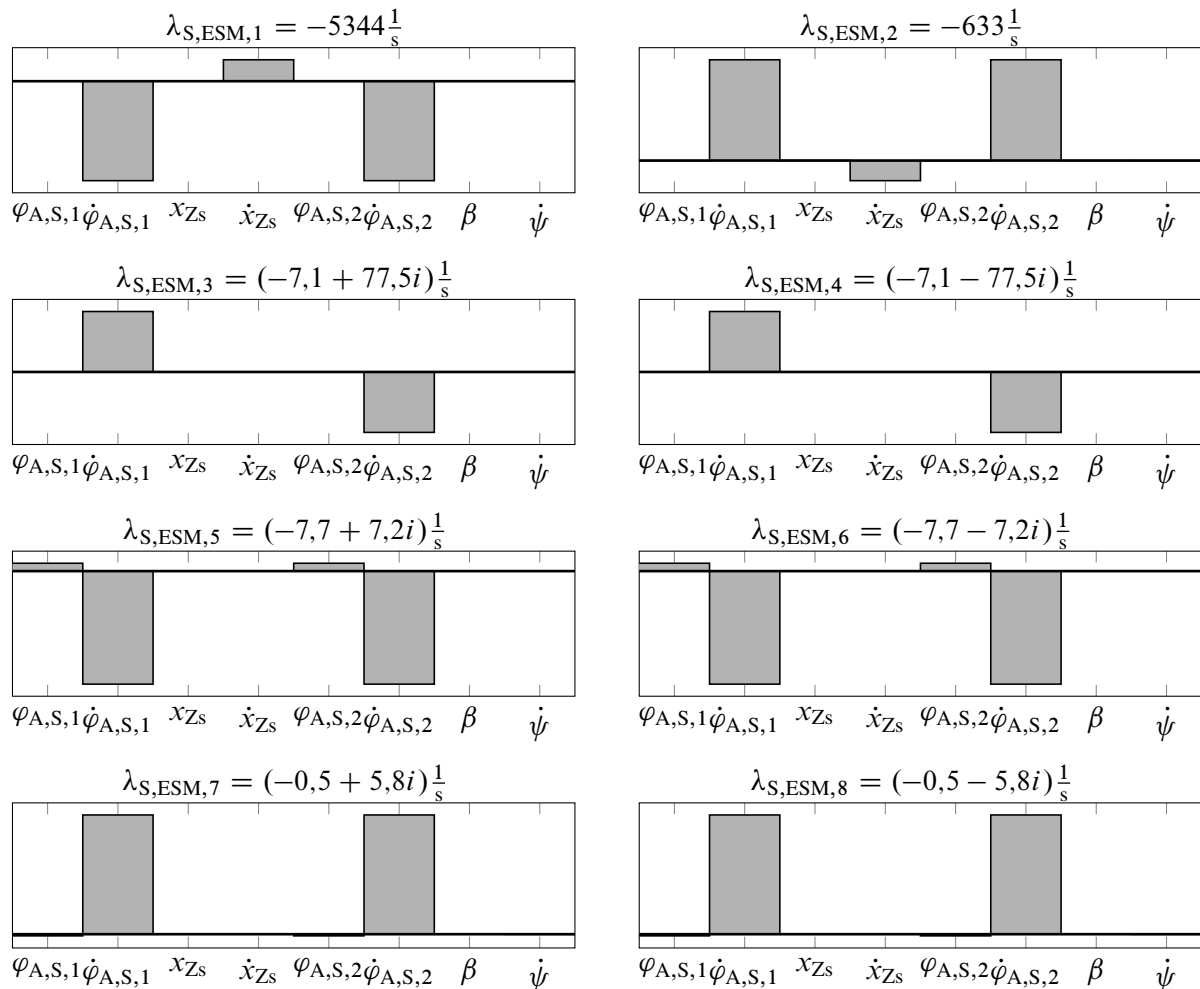


Bild 4.3: Bode-Diagramm des linearen Einspurmodells für $G(s) = \frac{F_{Zs}(s)}{x_{Zs}(s)}$ im Geschwindigkeitsbereich von $v = 1, \dots, 180\text{km/h}$

4.2.3 Systemanalyse der Lenkung mit Fahrdynamikmodell

An das Lenkungsmodell (2.7) wird nun das Störmodell, also die Fahrzeugquerdynamik, angeschlossen, wie in Bild 2.11 gezeigt. Dabei wird für die Analyse eine Fahrzeuggeschwindigkeit von $v = 80\text{km/h}$ angenommen.

Aus der Modalanalyse in Bild 4.4 ist zu erkennen, dass die Eigenwerte in $\lambda_{s,6} = 0 \frac{1}{s}$ und $\lambda_{s,5} = -3,38 \frac{1}{s}$ durch die Fahrdynamik verschoben werden. Des Weiteren kommen zwei zusätzliche Eigenwerte in $\lambda_{s,ESM,7} = (-0,5 + 5,8i) \frac{1}{s}$ und $\lambda_{s,ESM,8} = (-0,5 - 5,8i) \frac{1}{s}$ hinzu, die aus dem Fahrdynamikmodell stammen. Auffällig ist, dass diese zwei Eigenwerte schwingungsfähig sind. Dies zeigt nochmal, dass das Fahrdynamikmodell während des Entwurfs berücksichtigt werden sollte, um eine gut gedämpfte Querdynamik des Gesamtsystems zu garantieren.

Bild 4.4: Moden des unregulierten Systems mit Einspurmodell bei $v = 80\text{km/h}$

4.2.4 Reduktion des Zustandsraummodells des Lenkungsystems

Das in (2.7) aufgestellte Zustandsraummodell kann um einen mechanischen Freiheitsgrad und somit um zwei Zustände reduziert werden. Dies ist möglich, weil sich die entsprechenden Zustände schlecht steuern lassen (vgl. Tab. 4.2). Zu diesem Zwecke können selbstverständlich Ordnungsreduktionsverfahren, wie z.B. die Ordnungsreduktion nach Litz, angewandt werden. Der Nachteil dieser Verfahren ist, dass die Zustände des Zustandsraummodells nicht mehr den physikalischen Zuständen des Systems entsprechen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde vom Autor die Entscheidung getroffen, die Zustände der Zahnstangenmasse zu vernachlässigen, also $m_{Zs} = 0\text{kg}$ zu setzen, da die Eigenwerte der Zahnstange den schlecht steuerbaren Eigenwerten entsprechen. Das bedeutet, die Zahnstange wird als masselos angenommen. Damit fällt der Eigenwert $\lambda_{S,1}$ weg. Zusätzlich wird der Eigenwert $\lambda_{S,2}$ vernachlässigt, weil dieser sehr schnell und gut gedämpft gegenüber den übrigen Eigenwerten $\lambda_{S,3,\dots,6}$ ist. Zudem werden die Parameter der Lenkung für die Reglerauslegung als symmetrisch

angenommen, also

$$\begin{aligned}
 k_{\text{KU}} &= \frac{k_{\text{KU},1} + k_{\text{KU},2}}{2}, \\
 d_{\text{KU}} &= \frac{d_{\text{KU},1} + d_{\text{KU},2}}{2}, \\
 d_{\text{A}} &= \frac{d_{\text{A},\text{S},1} + d_{\text{A},\text{S},2}}{2} \quad \text{und} \\
 J_{\text{A},\text{S}} &= \frac{J_{\text{A},\text{S},1} + J_{\text{A},\text{S},2}}{2}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

definiert, weil die Parameter der Lenkungen nur aufgrund von Fertigungsschwankungen voneinander abweichen.

Das so vereinfachte Zustandsraummodell wird über

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{\text{A},\text{S},1} \\ \ddot{\varphi}_{\text{A},\text{S},1} \\ \dot{\varphi}_{\text{A},\text{S},2} \\ \ddot{\varphi}_{\text{A},\text{S},2} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_{\text{S},\text{Red}}} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_{\text{KU}}}{2J_{\text{A},\text{S}}i_{\text{A},\text{S}}^2} & -\frac{d_{\text{KU}}}{2J_{\text{A},\text{S}}i_{\text{A},\text{S}}^2} - \frac{d_{\text{A},\text{S}}}{J_{\text{A},\text{S}}} & \frac{k_{\text{KU}}}{2J_{\text{A},\text{S}}i_{\text{A},\text{S}}^2} & \frac{d_{\text{KU}}}{2J_{\text{A},\text{S}}i_{\text{A},\text{S}}^2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_{\text{KU}}}{2J_{\text{A},\text{S}}i_{\text{A},\text{S}}^2} & \frac{d_{\text{KU}}}{2J_{\text{A},\text{S}}i_{\text{A},\text{S}}^2} & -\frac{k_{\text{KU}}}{2J_{\text{A},\text{S}}i_{\text{A},\text{S}}^2} & -\frac{d_{\text{KU}}}{2J_{\text{A},\text{S}}i_{\text{A},\text{S}}^2} - \frac{d_{\text{A},\text{S}}}{J_{\text{A},\text{S}}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{\text{S},\text{Red}}} \underbrace{\begin{bmatrix} \varphi_{\text{A},\text{S},1} \\ \dot{\varphi}_{\text{A},\text{S},1} \\ \varphi_{\text{A},\text{S},2} \\ \dot{\varphi}_{\text{A},\text{S},2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_{\text{S},\text{Red}}} \\
 &+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{\text{A},\text{S}}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{\text{A},\text{S}}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_{\text{S},\text{Red}}} \underbrace{\begin{bmatrix} M_{\text{A},\text{S},1} \\ M_{\text{A},\text{S},2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}_{\text{S},\text{Red}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2i_{\text{A},\text{S}}J_{\text{A},\text{S}}} \\ 0 \\ \frac{1}{2i_{\text{A},\text{S}}J_{\text{A},\text{S}}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}_{\text{S},\text{Red}}} \underbrace{x_{\text{Zs}}}_{F_{\text{Zs}}} \\
 \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \varphi_{\text{A},\text{S},1} \\ \varphi_{\text{A},\text{S},2} \\ x_{\text{Zs}} \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2i_{\text{A},\text{S}}} & 0 & \frac{1}{2i_{\text{A},\text{S}}} & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_{\text{S},\text{Red}}} \underbrace{\begin{bmatrix} \varphi_{\text{A},\text{S},1} \\ \dot{\varphi}_{\text{A},\text{S},1} \\ \varphi_{\text{A},\text{S},2} \\ \dot{\varphi}_{\text{A},\text{S},2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_{\text{S},\text{Red}}}
 \end{aligned}$$

beschrieben.

In den Bodediagrammen in Bild 4.5 ist gut zu erkennen, dass sich das Übertragungsverhalten der Aktordrehmomente $M_{\text{A},\text{S},1}$ und $M_{\text{A},\text{S},2}$ zu den Winkeln der Aktoren $\varphi_{\text{A},\text{S},1}$, $\varphi_{\text{A},\text{S},2}$ und der Zahnstangenposition x_{Zs} im Frequenzbereich bis 1000rad/s kaum verändert. Daher wird im Folgenden für die Reglersynthese, aus Gründen der einfacheren Systemstruktur, auf das Zwei-Freiheitsgrade-modell zurückgegriffen.

4.3 Fazit zur Systemanalyse

Im Rahmen des Kapitels wurden die dynamischen Eigenschaften der mechanischen Systeme Lenkrad, Fahrer, Lenkung und Einspurmodell vorgestellt. Dabei wird deutlich, dass der Fahrer

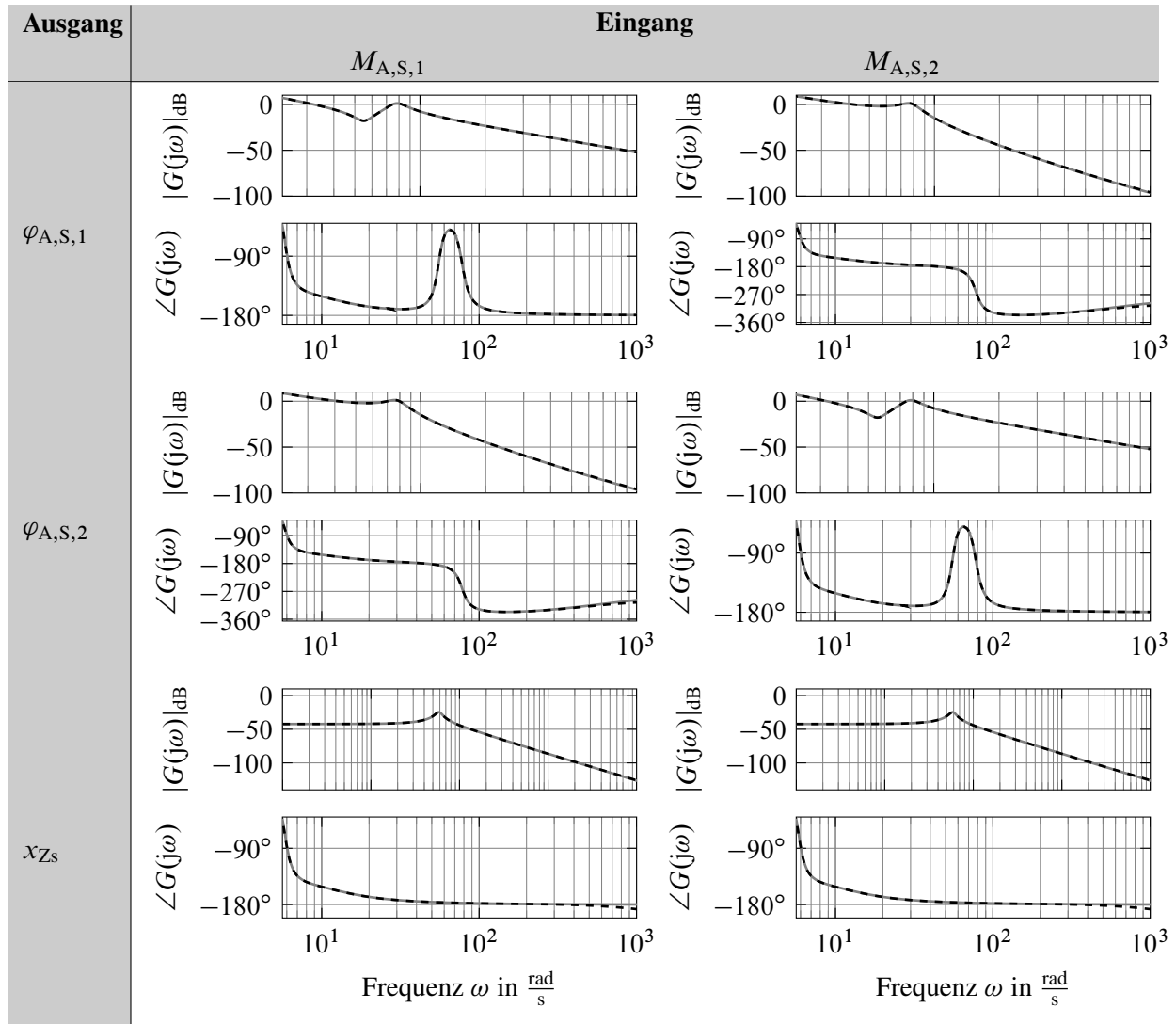


Bild 4.5: Vergleich des Lenkungs-Modells mit drei (- - -) und zwei (—) mechanischen Freiheitsgraden mit Querdynamikmodell bei einer Fahrzeuggeschwindigkeit von $v = 80\text{km/h}$

großen Einfluss auf die Dynamik des Lenkrads hat, da der Fahrer dieses, wenn er es umfasst, mit einer Steifigkeit und Dämpfung mit dem Inertialsystem verbindet. Des Weiteren wird über die Modalanalyse der Lenkung mit Einspurmodell deutlich, dass die Lenkung zu Schwingungen neigt, die durch einen Regler gedämpft werden müssen. Über Steuer- und Beobachtbarkeitsmaße wird hergeleitet, dass eine Vereinfachung des Lenkungssystems um einen mechanischen Freiheitsgrad möglich ist, da die Massenträgheit der Lenkungsaktoren bezüglich der Zahnstange erheblich größer ist als die Massenträgheit der Zahnstange selbst.

5 Methoden zur Regelung von SbW-Systemen

Da in SbW-Systemen keine mechanische Verbindung zwischen Lenkrad und Lenkung vorhanden ist, wird im Gegensatz zur konventionellen EPS nicht nur das Drehmoment, sondern auch die Position geregelt, damit eine Querschleunigung des Fahrzeugs (a_Y) aufgebaut werden kann und der Fahrer eine Rückmeldung von der Lenkung erhält. Des Weiteren verfügt das hier genutzte SbW-System an der Lenkung über zwei Aktoren, die elastisch miteinander verbunden sind (vgl. Bild 2.1). Diese Verkopplung muss im Reglerentwurf berücksichtigt werden, um ein Schwingen der Aktoren gegeneinander zu vermeiden [39]. Damit ergeben sich drei Ziele für die Regelung:

- Positionssynchronisierung zwischen Lenkrad und Zahnstange
- Drehmomenten- bzw. Kraftsynchronisierung zwischen Lenkrad und Zahnstange
- Positionssynchronisierung zwischen den Lenkungsaktoren.

Die Regelung eines SbW-Systems ist auf einen definierten Frequenzbereich beschränkt. So beschränkt sich der Arbeitsbereich einer Fahrzeuglenkung auf den Bereich von 0Hz bis 30Hz. Dabei liegen im unteren Frequenzbereich $0\text{Hz} \leq f < 2\text{Hz}$ die Lenkmanöver der Fahrers. Im Frequenzbereich $0\text{Hz} \leq f < 30\text{Hz}$ findet die aktive Fahrbahnrückmeldung an den Fahrer statt [25, S.12].

5.1 Messgrößen und resultierende Regler-Strukturen

Wird zunächst von einem nicht redundant aktuierten SbW-System ausgegangen, müssen zur Regelung von SbW-Systemen mindestens zwei Regelgrößen erfasst werden [58, 59], da zwei mechanische Systeme, die entkoppelt sind, verkoppelt werden sollen. Da die Stellgrößen des Reglers immer Drehmomente sind, ergeben sich vier mögliche Konfigurationen zur Regelung des SbW-Systems, die in Bild 5.1 dargestellt werden.

Wird davon ausgegangen, dass die Regler unendlich schnell sind und die Messgrößen frei von Rauschen, dann verhalten sich die geregelten Systeme mit allen Regelgrößenkonfigurationen äquivalent, wie in [59] gezeigt wird. Unter dieser Annahme wäre eine bidirektionale Positionsrückführung aus praktischer Sicht das am einfachsten zu nutzende Regelungsverfahren, da dann auf eine teure und rauschanfällige Messung der Kraft und/oder Drehmomente verzichtet werden könnte. Dabei ergibt sich jedoch das Problem, dass eine Krafrückmeldung an den Fahrer in nur sehr schlechter Qualität erfolgt. Dies lässt sich am folgenden Beispiel zeigen:

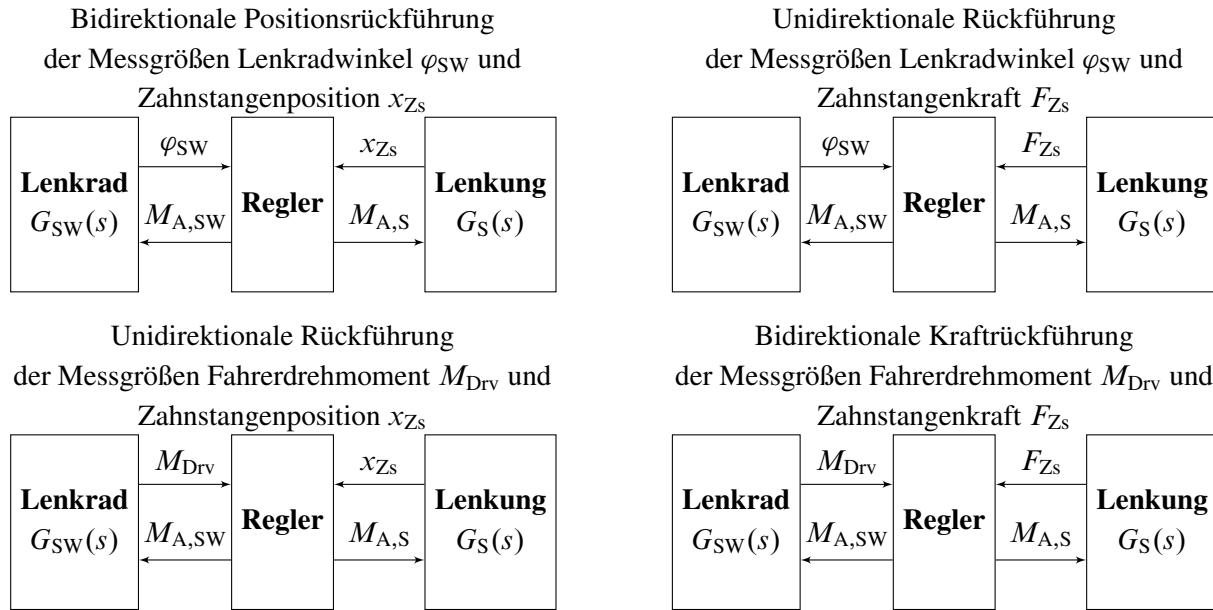


Bild 5.1: Mögliche Reglerstrukturen für SbW-Systeme nach [58]

Es wird die bidirektionale Positionsrückführung, oben links in Bild 5.1, betrachtet. Wird vom unregulierten System ausgegangen, also nur das mechanische System betrachtet, ist die minimale Ordnung zwischen Kraftstörung und Positionsmessung zwei, weil die Kraft zweimal integriert wird, bis diese sich in der Position auswirkt. Die Systeme, an die der Regler angeschlossen ist, werden also mit einer PT2-Dynamik über

$$G_S(s) = \frac{x_{Zs}(s)}{F_{Zs}(s)} = \frac{1}{T_1 s^2 + 2DT_1 s + 1} \quad (5.1)$$

$$G_{SW}(s) = \frac{\varphi_{SW}(s)}{M_{Drv}(s)} = \frac{1}{T_2 s^2 + 2DT_2 s + 1} \quad (5.2)$$

beschrieben.

Die Rückmeldung an den Fahrer kann nur aus den Positionen zu $M_{A,SW}(x_{Zs}, \varphi_{SW})$ berechnet werden, da x_{Zs} und φ_{SW} die einzigen Messgrößen bei der bidirektionalen Positionsrückführung sind. Dabei werden die Kraft und Drehmoment Störungen $F_{Zs}(s)$ und $M_{Drv}(s)$ durch die Übertragungsfunktionen $G_S(s)$ und $G_{SW}(s)$ gefiltert, bevor diese vom Regler erfasst werden können. Dies ist insbesondere für die Lenkung, also die Übertragungsfunktion $G_S(s)$, ein Problem, da dieses System hohe Massen und Dämpfungen aufweist. Bei einem Verzicht auf Kraft- und Drehmomenten-Messungen kommt es somit in jedem Fall zu einem größeren Phasenverzug im Regelkreis als mit einer direkten Messung der Kraft- und Drehmomente, da durch die PT2-Glieder $G_S(s)$ und $G_{SW}(s)$ die Phase gegenüber einer direkten Messung der Kraft und Drehmomente abgesenkt wird. Zudem hat die Nichtlinearität der trockenen Reibung, die in den Getrieben auf die Lenkung wirkt (vgl. Abschnitt 2.3), einen negativen Einfluss. Diese hat zur Folge, dass die Kraft F_{Zs} nur beobachtet werden kann, wenn die Reibung im System überwunden ist. Somit kann der Fahrer nur ein Kraftfeedback bekommen, wenn die Kraft an der Zahnstange höher als die Coloumb'sche Reibung der Aktoren ist.

Bei aktiven Bedienelementen werden die grundsätzlichen Regelungskonzepte „Kraftvorgabe / Positionsrückführung“ und „Positionsvorgabe / Krafrückführung“ durch den Nutzer akzeptiert [34, S.53, ff.]. Deren Struktur wird in Bild 5.2, am Beispiel eines SbW-Systems und in Vierpoldarstellung gezeigt. Die gestrichelten Linien stehen dabei für Größen, die durch den Fahrer wahrgenommen werden, aber nicht durch das SbW-System direkt gemessen oder gestellt werden, wie z.B. die Querbeschleunigung a_Y des Fahrzeugs. Die Regelungskonzepte unterscheiden sich bezüglich der vom Fahrer aufgebracht und der an den Fahrer zurückgeführten Größen und somit in den Regelgrößen. Wenn das System sich linear verhält und keine Verzögerung zwischen Vorgabe und Systemausgang, also Führungsgröße und Regelgröße, vorliegt (perfekte Regler), sind die beiden Regelungskonzepte identisch. In den meisten realen Systemen treten jedoch Nichtlinearitäten, wie z.B. Reibung, Spiel oder Totzeit auf und ein perfektes Folgen der Führungsgröße durch die Regelgröße ist nicht möglich, da z.B. die Aktordynamik begrenzt ist [34, S.64 ff.].

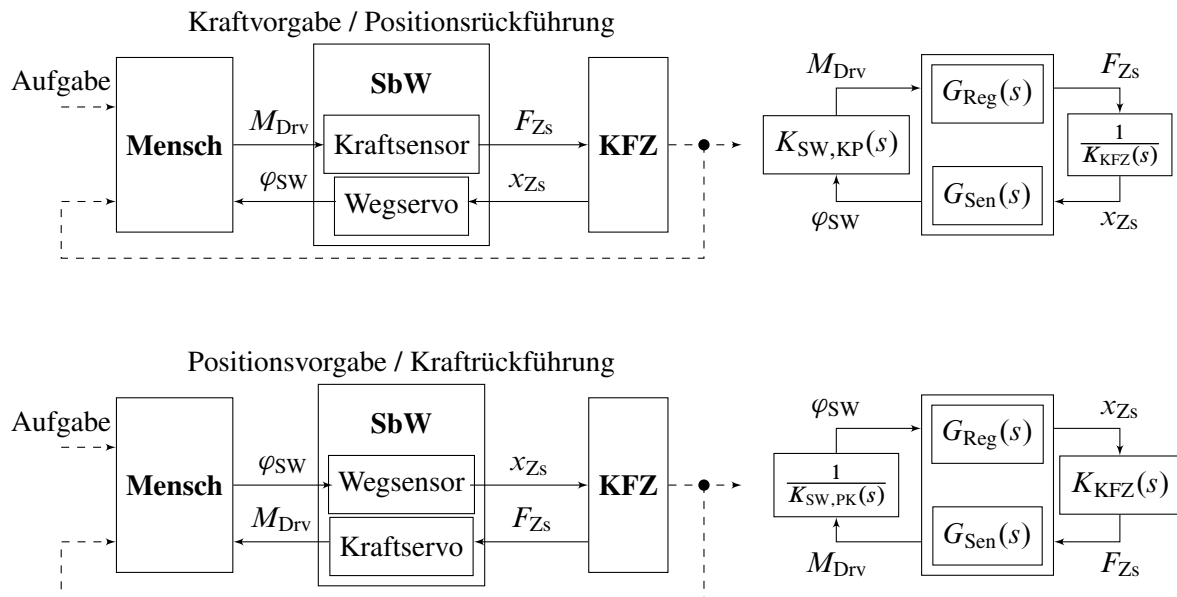


Bild 5.2: Regelungskonzepte aktiver Bedienelemente angelehnt an [34, S.53]

Der Unterschied der Regelungskonzepte wird, durch die sich unterschiedlich ergebende dynamische Steifigkeit am Lenkrad $K_{SW}(s) = \frac{M_{Drv}(s)}{\varphi_{SW}(s)}$, hergeleitet, die sich insbesondere zur Beschreibung der Dynamik von Bedienelementen eignet [26]. Aus den Schaltbildern in Bild 5.2 wird für die Struktur „Kraftvorgabe / Positionsrückführung“

$$\frac{M_{Drv}(s)}{\varphi_{SW}(s)} = K_{SW,KP}(s) = \frac{K_{KFZ}(s)}{G_{Reg}(s)G_{Sen}(s)} \quad (5.3)$$

und für die Struktur „Positionsvorgabe / Krafrückführung“

$$\frac{M_{Drv}(s)}{\varphi_{SW}(s)} = K_{SW,PK}(s) = G_{Reg}(s)K_{KFZ}(s)G_{Sen}(s) \quad (5.4)$$

abgelesen. Die dynamische Steifigkeit der Umgebung $K_{KFZ}(s)$ wird durch ein PT2 Glied beschrieben, wie aus (2.23) hervorgeht. Da es sich bei $G_{Reg}(s)$ und $G_{Sen}(s)$ um Regelkreise handelt, die

eine Führungsgröße und eine Regelgröße haben, ist davon auszugehen dass diese Übertragungsfunktionen mit einem Verzögerungsglied modelliert werden können. Um die Zusammenhänge übersichtlich darzustellen wird von PT1-Verhalten ausgegangen. Damit ergibt sich für die Übertragungsfunktionen vom Lenkradmoment $M_{\text{Drv}}(s)$ zur Lenkradposition $\varphi_{\text{SW}}(s)$ für „Kraftvorgabe / Positionsrückführung“

$$\frac{\varphi_{\text{SW}}(s)}{M_{\text{Drv}}(s)} = \frac{1}{K_{\text{SW,KP}}(s)} = \frac{T_3 s^2 + 2DT_3 s + 1}{K(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \quad (5.5)$$

und für „Positionsvorgabe / Krafrückführung“

$$\frac{\varphi_{\text{SW}}(s)}{M_{\text{Drv}}(s)} = \frac{1}{K_{\text{SW,PK}}(s)} = \frac{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s^2 + 2DT_3 s + 1)}{K}. \quad (5.6)$$

Aus den Gleichungen kann direkt abgelesen werden, dass für unendlich schnelle Regler ($T_1 = T_2 = 0$) beide Ansätze ineinander übergehen. Werden die Regler nicht als unendlich schnell angenommen, wird mit dem Ansatz „Kraftvorgabe / Positionsrückführung“ die auf den Fahrer wirkende Position $\varphi_{\text{SW}}(s) = \frac{1}{K_{\text{SW,KP}}(s)} M_{\text{Drv}}(s)$ durch das PT1-Verhalten der Regler Tiefpass gefiltert. Somit wird auch auftretendes Rauschen des Fahrerdrehmoments M_{Drv} durch die Regler Tiefpass gefiltert und die Phase der Lenkradposition $\varphi_{\text{SW}}(s)$ gegenüber der Phase des Fahrerdrehmoments $M_{\text{Drv}}(s)$ durch die Regler abgesenkt. Für „Kraftvorgabe / Positionsrückführung“ ergibt sich damit ein glatterer Verlauf der Lenkradposition $\varphi_{\text{SW}}(s)$, da für „Positionsvorgabe / Krafrückführung“ die Lenkradposition $\varphi_{\text{SW}}(s)$ durch die Regler Hochpass gefiltert wird. Für „Positionsvorgabe / Krafrückführung“ wird somit bei der Messung des Drehmoments $M_{\text{Drv}}(s)$ auftretendes Rauschen verstärkt und die Phase der Lenkradposition $\varphi_{\text{SW}}(s)$ gegenüber der Phase des Fahrerdrehmoments $M_{\text{Drv}}(s)$ durch die Regler angehoben [34, S.115 f.].

Ein anderer Aspekt der Reglerstruktur, ist die Auswirkung von Systemfehlern auf das geregelte System. Dabei sind auf mechanischer Ebene vier grundsätzliche Fehler im SbW-System denkbar, die je nach Reglerstruktur unterschiedliche Auswirkungen haben, wie in Tab. 5.1 zu sehen ist. Zum einen können sich die Aktoren verklemmen und somit an der Bewegung gehindert werden und zum anderen können die Elektromotoren ausfallen und somit kein Drehmoment mehr durch einen einzelnen Aktor aufgebracht werden. Ein einzelner Aktorausfall führt in dem betrachteten SbW-System aber nie zu einem kompletten Systemausfall, da das System redundant aktuiert ist.

Das Regelungskonzept „Kraftvorgabe / Positionsrückführung“ ist dem Regelungskonzept „Positionsvorgabe / Krafrückführung“ in Bezug auf Ausfallsicherheit überlegen, weil bei einem Verklemmen des Lenkrads die Querführung mit dem Konzept „Kraftvorgabe / Positionsrückführung“ noch gegeben ist, während das bei dem Konzept „Positionsvorgabe / Krafrückführung“ nicht der Fall ist. Des Weiteren erhöht sich im Regelungskonzept „Kraftvorgabe / Positionsrückführung“ die Querschleunigung nicht, wenn ein Lenkradaktor ausfällt. Das ist ein Vorteil gegenüber dem Konzept „Positionsvorgabe / Krafrückführung“, weil mit diesem ein Aktorausfall am Lenkrad zu einer Erhöhung der Querschleunigung führt, wenn der Fahrer das Lenkraddrehmoment konstant hält. Dies kann im querdynamischen Grenzbereich problematisch sein, wenn die Kraftschlussgrenze des Reifens überschritten wird. Das heißt, bei dem Konzept

Tabelle 5.1: Mechanische Fehler im System und deren Auswirkung auf das geregelte System

Fehler	Auswirkung bei Regelungskonzept	
	Kraftvorgabe / Positionsrückführung	Positionsvorgabe / Krafrückführung
Verklemmen des Lenkrads	Lenkung ohne Fahrer-Feedback	Ausfall Lenkung
Ausfall eines Lenkradaktors	Erhöhung Lenkungs-Nachgiebigkeit, Absinken a_Y	Erhöhung Lenkungs-Nachgiebigkeit, Erhöhung a_Y
Verklemmen der Lenkung	Ausfall Lenkung	Ausfall Lenkung
Ausfall eines Lenkungsaktors	Erhöhung Lenkungs-Nachgiebigkeit, Absinken a_Y	Erhöhung Lenkungs-Nachgiebigkeit, Absinken a_Y

„Positionsvorgabe / Krafrückführung“ muss der Fahrer aktiv auf den Fehlerfall reagieren, um einer Destabilisierung zu entgehen, wenn das Fahrzeug im querdynamischen Grenzbereich ist. Beim Regelungskonzept „Kraftvorgabe / Positionsrückführung“ wird das Fahrzeug bei einem Aktorausfall, wenn der Fahrer das Drehmoment konstant hält, durch die Verringerung der Querbeschleunigung nicht destabilisiert.

5.2 Entwurfsmodell für die SbW-Regelung

In diesem Abschnitt wird das lineare Entwurfsmodell für den Reglerentwurf näher beschrieben. Das im Abschnitt 2.6 in Bild 2.11 aufgestellte System reduziert sich um zwei Zustände aufgrund der Modellvereinfachungen der Lenkung in Abschnitt 4.2.4. Somit ergibt sich ein Gesamtsystem, das sich aus den Teilsystemen Lenkrad, Lenkung und Einspurmodell zusammensetzt. Da es sich bei dem System um ein MIMO-System handelt, können die Zustände, Eingänge und Ausgänge, im Rahmen der verfügbaren Messsignale und Stellgrößen, unterschiedlich gewählt werden. Sinnvoll ist hierbei eine Wahl, die eine möglichst gute Entkopplung der einzelnen Regelungsaufgaben und Stellgrößen ermöglicht, also die Verkopplungen auf ein Mindestmaß reduziert. Als Systemeingänge werden daher

$$\tilde{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} M_{A,SW} \\ \frac{M_{A,S,1} + M_{A,S,2}}{2} \\ \frac{M_{A,S,1} - M_{A,S,2}}{2} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

gewählt. Die so durchgeführten Eingangstransformationen verändern die Systemdynamik nicht [23, S.267 ff.]. Unter der Annahme, dass die mechanischen Parameter der redundant aktuierten Lenkung symmetrisch sind, also $k_{KU} = k_{KU,1} = k_{KU,2}$, $d_{KU} = d_{KU,1} = d_{KU,2}$, $d_A = d_{A,S,1} =$

$d_{A,S,2}$ und $J_A = J_{A,S,1} = J_{A,S,2}$ gilt, ergibt sich

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} &= \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{E}}\tilde{\mathbf{z}} \\ \tilde{\mathbf{y}} &= \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{u}} \quad \text{mit} \\ \tilde{\mathbf{x}} &= \left[\varphi_{\text{SW}} \quad \dot{\varphi}_{\text{SW}} \quad \varphi_{A,S,1} \quad \dot{\varphi}_{A,S,1} \quad \varphi_{A,S,2} \quad \dot{\varphi}_{A,S,2} \quad \beta \quad \dot{\psi} \right]^T \quad \tilde{\mathbf{z}} = M_{\text{Drv}} \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{d_{A,\text{SW}}}{J_{\text{SW}}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{k_{\text{KU}}}{J_{\text{ef}}} - k_{\text{es}} & -\frac{d_{\text{KU}}}{J_{\text{ef}}} - \frac{d_A}{J_A} & \frac{k_{\text{KU}}}{J_{\text{ef}}} - k_{\text{es}} & \frac{d_{\text{KU}}}{J_{\text{ef}}} & \frac{n_g c_{\alpha,v}}{2n_1 i_{A,S} J_A} & \frac{n_g l_v c_{\alpha,v}}{2n_1 i_{A,S} J_A v} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_{\text{KU}}}{J_{\text{ef}}} - k_{\text{es}} & \frac{d_{\text{KU}}}{J_{\text{ef}}} & -\frac{k_{\text{KU}}}{J_{\text{ef}}} - k_{\text{es}} & -\frac{d_{\text{KU}}}{J_{\text{ef}}} - \frac{d_A}{J_A} & \frac{n_g c_{\alpha,v}}{2n_1 i_{A,S} J_A} & \frac{n_g l_v c_{\alpha,v}}{2n_1 i_{A,S} J_A v} \\ 0 & 0 & \frac{c_{\alpha,v}}{2i_{A,S} m v n_1} & 0 & \frac{c_{\alpha,v}}{2i_{A,S} m v n_1} & 0 & -\frac{c_{\alpha,v} + c_{\alpha,h}}{m v} & \frac{c_{\alpha,h} l_h - c_{\alpha,v} l_v}{m v^2} - 1 \\ 0 & 0 & \frac{c_{\alpha,v} l_v}{2i_{A,S} J_Z n_1} & 0 & \frac{c_{\alpha,v} l_v}{2i_{A,S} J_Z n_1} & 0 & \frac{c_{\alpha,h} l_h - c_{\alpha,v} l_v}{J_Z} & -\frac{c_{\alpha,h} l_h^2 + c_{\alpha,v} l_v^2}{J_Z v} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{\text{SW}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{A,S}} & \frac{1}{J_{A,S}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{A,S}} & -\frac{1}{J_{A,S}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_{\text{SW}}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad J_{\text{ef}} = 2J_A i_{A,S}^2, \quad k_{\text{es}} = \frac{n_g c_{\alpha,v}}{4J_A n_1^2 i_{A,S}^2} \quad \text{und}$$

$$n_g = n_k + n_v$$

als Entwurfssystem für die Regelung. Anhand von (5.8) ist zu erkennen, dass das System drei linear unabhängige Eingänge hat. Das System hat zudem einen Störeingang M_{Drv} . Die Ausgangsmatrizen $\tilde{\mathbf{C}}$ und $\tilde{\mathbf{D}}$ werden in den folgenden Abschnitten festgelegt, da diese sich je nach Verkopplungsbedingung unterscheiden. Die Wahl der Verkopplungsbedingung stellt daher einen Freiheitsgrad im Reglerentwurf dar. Ziel der Regelung ist es, die Verkopplungsausgänge unter Störeinfluss auf 0 zu regeln. Damit handelt es sich bei der Regelung des Systems um ein Problem aus dem Bereich der Störkopplung, weil das System immer die Führungsgröße 0 hat und Störungen an den Systemausgängen nicht beobachtbar sein sollen.

5.3 Verkopplungsreglerentwurf für das SbW-System

Folgend wird zunächst ein lineares Verkopplungsregelungskonzept für das Lenksystem untersucht. Eine lenkkraftunterstützte Lenkung ist für gewöhnlich zwar nichtlinear [65, S.33 ff.], allerdings bietet die lineare Regelungstechnik einen intuitiven Zugang zu der Regelungsaufgabe und dient zunächst dazu, die systemdynamischen Eigenschaften des Systems näher zu analysieren.

Danach wird dieses lineare Regelungskonzept um die Nichtlinearität der Lenkkraftverstärkung erweitert.

5.3.1 Entwurf von Verkopplungsbedingungen unter Beachtung der entstehenden Nullstellen

Aus den zu Beginn des Kapitels formulierten drei Anforderungen,

- Positionssynchronisierung der Lenkung und des Lenkrads
- dem Kräftegleichgewicht zwischen Zahnstange und Lenkrad und
- Positionssynchronisierung der Lenkungsaktoren

lassen sich intuitiv drei Verkopplungsbedingungen bzw. transformierte Verkopplungsausgänge

$$\tilde{\mathbf{y}}_2 = \begin{bmatrix} \varphi_{SW} - i_S x_{Zs} \\ M_{A,SW} - \frac{F_{Zs}}{i_S} \\ \varphi_{A,S,1} - \varphi_{A,S,2} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

formulieren, die im Idealfall zu $\mathbf{0}$ geregelt werden sollen. i_S steht dabei für die gewünschte Übersetzung zwischen Zahnstange und Lenkrad. Auffällig ist, dass genau so viele Stellgrößen wie Verkopplungsbedingungen vorliegen und somit $l = p$ gilt. Daher verbleibt in der Regelung kein Freiheitsgrad und der Ausgang $\tilde{\mathbf{y}}_1$ aus (3.9) existiert nicht.

Damit sind die Ausgangsmatrizen $\tilde{\mathbf{C}}$ und $\tilde{\mathbf{D}}$ über

$$\tilde{\mathbf{C}} = [\tilde{\mathbf{C}}_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{i_S}{2i_{A,S}} & 0 & -\frac{i_S}{2i_{A,S}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{n_g c_{\alpha,v}}{2i_S n_1^2 i_{A,S}} & 0 & \frac{n_g c_{\alpha,v}}{2i_S n_1^2 i_{A,S}} & 0 & -\frac{n_g c_{\alpha,v}}{i_S n_1} & -\frac{n_g l_v c_{\alpha,v}}{i_S n_1 v} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad (5.10)$$

$$\tilde{\mathbf{D}} = [\tilde{\mathbf{D}}_2] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

für das System (5.8) definiert, wobei

$$F_{Zs} = -\frac{n_g c_{\alpha,v}}{2n_1^2 i_{A,S}} \varphi_{A,S,1} - \frac{n_g c_{\alpha,v}}{2n_1^2 i_{A,S}} \varphi_{A,S,2} + \frac{n_g c_{\alpha,v}}{n_1} \beta + \frac{n_g l_v c_{\alpha,v}}{n_1 v} \dot{\psi} \quad (5.11)$$

gilt.

Die Verkopplungsbedingung (3.10) entfällt, da $l = p$ ist und $\tilde{\mathbf{y}}_1$ somit nicht existiert. Jedoch werden $l = p = 3$ linear unabhängige Verkopplungsbedingungen gefordert, also genau so viele Verkopplungsbedingungen wie Systemeingänge, daher ist der singuläre Fall gegeben [40]. Wie in

(5.8) zu sehen ist, wirkt auf das System eine Störung \tilde{z} über den Eingang $\tilde{\mathbf{E}}$. Die Störung soll im idealen Fall keinen Einfluss auf die Systemausgänge $\tilde{\mathbf{y}}$ haben, also soll Störkopplung vorliegen (vgl. Abschnitt 3.2).

Damit eine Störkopplung bezüglich der Ausgänge $\tilde{\mathbf{y}}$ möglich ist, muss $\tilde{\mathbf{E}}$ eine Linearkombination der Spalten von $\mathbf{V}_{R,1}$ sein (vgl. Abschnitt 3.2). $\mathbf{V}_{R,1}$ beschreibt die Rechtseigenvektoren des geregelten Systems bezüglich der ausgangsseitigen Verkopplungsbedingung [48, S.20 f.]. Dabei sorgt die ausgangsseitige Verkopplungsbedingung dafür, dass Eigenwerte und damit deren Eigenformen am Systemausgang des geregelten Systems nicht beobachtet werden können. Anders formuliert gilt: Liegt die Störung im Unterraum der ausgangsseitigen Verkopplungsbedingungen, haben Störungen keine Auswirkungen auf die Systemausgänge.

Zunächst muss also

$$\mathbf{V}_{R,1} = [\mathbf{v}_{R,1}, \mathbf{v}_{R,2}, \dots, \mathbf{v}_{R,z}] \quad (5.12)$$

für das geregelte System berechnet werden. Dies erfolgt über die Rosenbrock-System-Matrix mit

$$\begin{bmatrix} \lambda_{Ri} \mathbf{I} - \tilde{\mathbf{A}} & -\tilde{\mathbf{B}} \\ \tilde{\mathbf{C}} & \tilde{\mathbf{D}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{Ri} \\ \mathbf{p}_i \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad \text{mit } i = 1, \dots, z, \quad (5.13)$$

wobei dem System die Eigenwerte λ_{Ri} vorgegeben werden [71]. Da das System gleich viele Ein- und Ausgänge hat, muss die Matrix in (5.13) Rangabfall haben, damit eine Lösung gefunden werden kann. Dies ist genau dann der Fall, wenn die Eigenwerte λ_{Ri} auf die invarianten Nullstellen η des Systems gelegt werden. Damit hat (5.13) genau so viele Lösungen (z), wie das System invariante Nullstellen hat und die Rechtseigenvektoren in $\mathbf{V}_{R,1}$ entsprechen den Nullstellenrichtungen des Systems im Zustandsraum. An dieser Stelle wird bereits deutlich, dass eine Störkopplung abhängig von den invarianten Nullstellen des Systems ist. Nun kann mittels

$$\text{Rang} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{R,1} & \tilde{\mathbf{E}} \end{bmatrix} \right) = \text{Rang}(\mathbf{V}_{R,1}) \quad (5.14)$$

überprüft werden, ob Störkopplung vorliegt.

Werden die Systemparameter und eine Fahrzeuggeschwindigkeit von $v = 80 \text{ km/h}$ in (5.8) eingesetzt, dann ist zu erkennen, dass die Verkopplungsbedingungen (5.9) ungeeignet sind. Die invarianten Nullstellen des Systems ergeben sich damit zu

$$\eta_{1,2} = -4,28 \pm 8,84i \quad \text{und} \quad \eta_{3,4} = -2,3 \pm 13i, \quad (5.15)$$

was zum einen zu einer Oszillation der Stellgröße führt und zum anderen ist eine Störkopplung mit diesen Verkopplungsbedingungen nicht zu erreichen, da (5.14) nicht gilt. Werden die Nullstellenrichtungen für die einzelnen Verkopplungsbedingungen untersucht, dann ist zu erkennen, dass die erste Verkopplungsbedingung $\varphi_{\text{SW}} - i_{\text{S}} x_{\text{Zs}}$ nicht eingehalten werden kann, weil die Störung F_{Zs} direkt auf die Zahnstange wirkt, während die Aktoren der Lenkung elastisch über den Kugelgewindtrieb an die Zahnstange angekoppelt sind. Somit kann durch den Regler der Störung F_{Zs} nur entgegengewirkt werden, wenn durch die Störung F_{Zs} die Verkopplungsbedingungen bereits verletzt wurden. Damit ergeben sich die folgenden Ziele für eine neue Formulierung der Verkopplungsbedingung:

- Die invarianten Nullstellen des Systems müssen gut gedämpft sein.
- Die Gleichung (5.14) muss erfüllt sein, damit eine Störkopplung bezüglich der Verkopplungsausgänge vorliegt.

Da, wie im vorigen Absatz dargestellt, die Verkopplungsbedingung $\varphi_{\text{SW}} - i_{\text{S}}x_{\text{Zs}}$ nicht eingehalten werden kann, muss diese aufgeweicht werden. In klassischen EPS-Systemen befindet sich ein Torsionsstab unterhalb des Lenkrads. Dieser dient der Messung des Lenkraddrehmoments M_{Drv} und hat meist eine Steifigkeit von ca. $2\text{Nm}/^\circ$ [65, S.372]. Des Weiteren soll die Lenkung mit einer Dämpfung versehen werden, sodass die invarianten Nullstellen weit in der linken s-Halbebene liegen und möglichst gut gedämpft sind. Dabei wird eine absolute Dämpfung nur für die zweite Verkopplungsbedingung, also die der Lenkung, eingeführt, da das Lenkrad mit und ohne Fahrermodell nicht schwingungsfähig ist, während die Lenkung mit ESM stärker zu Oszillationen neigt (vgl. Abschnitt 4.1.2 und Abschnitt 4.2.3 Bild 4.4). Zudem führt eine Dämpfung direkt am Lenkrad aufgrund des resultierenden Lenkungsklebens zu einem schlechteren Lenkgefühl. Daher ist es sinnvoll die Dämpfung weiter entfernt vom Fahrer im System, also an der Lenkung, zu berücksichtigen. Die Verkopplungsbedingung zur Aktorsynchronisation konnte mit dem vorigen Entwurf eingehalten werden und bleibt daher erhalten. Somit ergibt sich die neue Verkopplungsbedingung

$$\tilde{\mathbf{y}}_2 = \begin{bmatrix} M_{\text{A,SW}} + k_{\text{TB}}(\varphi_{\text{SW}} - i_{\text{S}}x_{\text{Zs}}) + d_{\text{TB}}(\dot{\varphi}_{\text{SW}} - i_{\text{S}}\dot{x}_{\text{Zs}}) \\ F_{\text{Zs}}\frac{1}{i_{\text{S}}} + k_{\text{TB}}(\varphi_{\text{SW}} - i_{\text{S}}x_{\text{Zs}}) + d_{\text{TB}}(\dot{\varphi}_{\text{SW}} - i_{\text{S}}\dot{x}_{\text{Zs}}) - d_{\text{A,vi}}i_{\text{S}}\dot{x}_{\text{Zs}} \\ \varphi_{\text{A,S,1}} - \varphi_{\text{A,S,2}} \end{bmatrix} \stackrel{!}{=} \mathbf{0}. \quad (5.16)$$

Für die Verkopplungsbedingungen aus (5.16) liegt allerdings nach wie vor keine Störkopplung vor, weil die Zahnstangenkraft F_{Zs} direkt auf die Verkopplungsbedingung wirkt. Deswegen wird letztlich die Verkopplungsbedingung

$$\tilde{\mathbf{y}}_2 = \begin{bmatrix} M_{\text{A,SW}} + k_{\text{TB}}(\varphi_{\text{SW}} - i_{\text{S}}x_{\text{Zs}}) + d_{\text{TB}}(\dot{\varphi}_{\text{SW}} - i_{\text{S}}\dot{x}_{\text{Zs}}) \\ -(M_{\text{A,S,1}} + M_{\text{A,S,2}})\frac{i_{\text{A,S}}}{i_{\text{S}}} + k_{\text{TB}}(\varphi_{\text{SW}} - i_{\text{S}}x_{\text{Zs}}) + d_{\text{TB}}(\dot{\varphi}_{\text{SW}} - i_{\text{S}}\dot{x}_{\text{Zs}}) - d_{\text{A,vi}}i_{\text{S}}\dot{x}_{\text{Zs}} \\ \varphi_{\text{A,S,1}} - \varphi_{\text{A,S,2}} \end{bmatrix} \stackrel{!}{=} \mathbf{0} \quad (5.17)$$

für das System eingeführt, in der die Aktordrehmomente der Lenkung $M_{\text{A,S,1}}$ und $M_{\text{A,S,2}}$ statt der Zahnstangenkraft F_{Zs} in den Verkopplungsbedingungen (5.17) genutzt werden. Damit liegt dann Störkopplung vor. Der Grund für die sich ergebende Störkopplung ist, dass durch den Durchgriff in der Verkopplungsbedingung, wenn $-(M_{\text{A,S,1}} + M_{\text{A,S,2}})i_{\text{A,S}}$ für F_{Zs} eingesetzt wird, eine Nullstelle mehr im System vorhanden ist, also sechs Nullstellen statt fünf. Damit wird im geregelten System der unbeobachtbare Unterraum größer, wie im weiteren Verlauf des Kapitels gezeigt wird. Der sich aus der Vereinfachung ergebende Fehler ist klein, da $k_{\text{TB}} \ll \frac{k_{\text{KU}}}{i_{\text{S}}}$ gilt.

Die Steifigkeit der Lenkung beträgt in modernen Fahrzeugen meist um die $k_{\text{TB}} = 2\text{Nm}/^\circ$ [65, S.372]. Damit verbleiben die Dämpfungen d_{TB} und $d_{\text{A,vi}}$ als Freiheitsgrade der Reglerauslegung, die so ausgelegt werden sollen, dass die invarianten Nullstellen einen ausreichend großen Winkel

gegenüber der imaginären Achse aufweisen und somit gut gedämpft sind. Die sich für (5.17) neu ergebenden Ausgangs- und Durchgangsmatrizen $\tilde{\mathbf{C}}$ und $\tilde{\mathbf{D}}$ sind durch

$$\tilde{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} k_{\text{TB}} & d_{\text{TB}} & -\frac{i_S k_{\text{TB}}}{2i_{\text{A,S}}} & -\frac{i_S d_{\text{TB}}}{2i_{\text{A,S}}} & -\frac{i_S k_{\text{TB}}}{2i_{\text{A,S}}} & -\frac{i_S d_{\text{TB}}}{2i_{\text{A,S}}} & 0 & 0 \\ k_{\text{TB}} & d_{\text{TB}} & -\frac{i_S k_{\text{TB}}}{2i_{\text{A,S}}} & -\frac{i_S (d_{\text{TB}} + d_{\text{A,vi}})}{2i_{\text{A,S}}} & -\frac{i_S k_{\text{TB}}}{2i_{\text{A,S}}} & -\frac{i_S (d_{\text{TB}} + d_{\text{A,vi}})}{2i_{\text{A,S}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{i_{\text{A,S}}}{i_S} & -\frac{i_{\text{A,S}}}{i_S} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

definiert. Um die Freiheitsgrade $k_{\text{A,vi}}$, d_{TB} und $d_{\text{A,vi}}$ wie oben beschrieben zu nutzen, ist es sinnvoll, eine Nullstellenplatzierung vorzunehmen. Diese wird exemplarisch für die Verkopplungsbedingung (5.17) durchgeführt.

Da für die Nullstellenplatzierung drei Parameter übrig bleiben, wird diese in Anlehnung an das Wurzelortskurvenverfahren durchgeführt. Dabei wird das Polynom der invarianten Nullstellen in Abhängigkeit von k_{TB} , d_{TB} und $d_{\text{A,vi}}$ über

$$P_d(s, k_{\text{TB}}, d_{\text{TB}}, d_{\text{A,vi}}) = \det \left(\begin{bmatrix} s\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{A}} & -\tilde{\mathbf{B}} \\ \tilde{\mathbf{C}}(k_{\text{TB}}, d_{\text{TB}}, d_{\text{A,vi}}) & \tilde{\mathbf{D}} \end{bmatrix} \right)$$

berechnet. Daraus wird dann eine Ortskurve der Nullstellen ermittelt, die sich z.B. für die Lenksäulensteifigkeit k_{TB} und $d_{\text{TB}} = 0 \text{Nms}/^\circ$, sowie $d_{\text{A,vi}} = 0 \text{Nms}/^\circ$ aus dem Ersatzsystem

$$P_{\text{WOK}}(s) = \frac{P_d(s, 1, 0, 0) - P_d(s, 0, 0, 0)}{P_d(s, 0, 0, 0)}$$

bzw. für $d_{\text{TB}} = 162 \text{Nms}/^\circ$ und $d_{\text{A,vi}} = 0 \text{Nms}/^\circ$ zu

$$P_{\text{WOK}}(s) = \frac{P_d(s, 1, 162, 0) - P_d(s, 0, 162, 0)}{P_d(s, 0, 162, 0)}$$

ergibt.

In Bild 5.3 ist der Verlauf der Nullstellen über dem Parameter k_{TB} für $d_{\text{TB}} = 0 \text{Nms}/^\circ$ und $d_{\text{TB}} = 162 \text{Nms}/^\circ$ zu sehen. Die Kurven verlaufen von den Kreuzen ($k_{\text{TB}} = 0 \text{Nm}/\text{rad}$) in die Kreise ($k_{\text{TB}} \rightarrow \infty \text{Nm}/\text{rad}$). Wenn Nullstellen durch k_{TB} nicht verschoben werden können, liegen die Kreise und Punkte aufeinander. Deutlich wird, dass in jedem Fall eine Dämpfung im virtuellen Torsionsstab vorgesehen werden muss, weil die entstehenden Nullstellen sonst sehr nah an der imaginären Achse liegen. Des Weiteren ist beim System mit $d_{\text{TB}} = 162 \text{Nms}/^\circ$ zu sehen, dass für eine steigende Lenksäulensteifigkeit die Eigenwerte, die über k_{TB} gut steuerbar sind, erst schneller werden, bis diese im Verzweigungspunkt (\square) nicht mehr schneller werden und ausschließlich der imaginäre Anteil steigt.

In Bild 5.4 ist die Ortskurve dieses Systems in Abhängigkeit von d_{TB} bei $v = 80 \text{km}/\text{h}$, $d_{\text{A,vi}} = 0 \text{Nms}/^\circ$ und einer Lenksäulensteifigkeit $k_{\text{TB}} = 2 \text{Nm}/^\circ$ gezeigt. Zu sehen ist, dass in der Lenkung

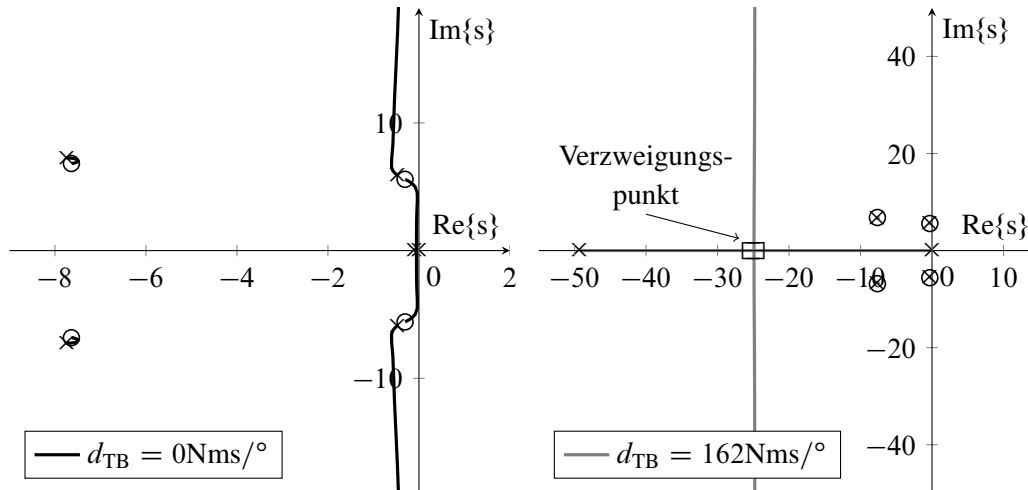


Bild 5.3: Ortskurve der Nullstellen in Abhängigkeit von k_{TB} bei einer Fahrzeuggeschwindigkeit von $v = 80 \text{ km/h}$ und $d_{A,vi} = 0 \text{ Nms/}^\circ$ für $d_{TB} = 0 \text{ Nms/}^\circ$ und $d_{TB} = 162 \text{ Nms/}^\circ$

eine Dämpfung vorgesehen werden muss, weil das geregelte System sonst zu starken Schwingungen neigt, wie schon für k_{TB} zu sehen war. Dies entspricht auch dem heutigen Standard in EPS-Systemen, die immer die Lenkungsfunktion Dämpfung enthalten [65, S.399 ff.]. Diese muss in Abhängigkeit der Fahrzeuggeschwindigkeit parametrisiert werden, da sich die Anforderungen bei langsamen und hohen Geschwindigkeiten unterscheiden [65, S.396 f.] [7, S.2 f.].

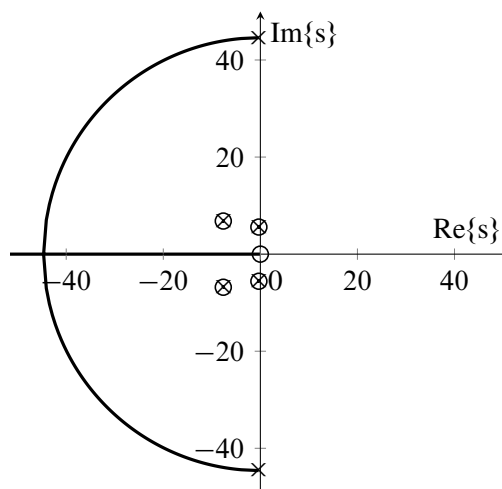


Bild 5.4: Ortskurve der Nullstellen in Abhängigkeit von d_{TB} bei einer Fahrzeuggeschwindigkeit von $v = 80 \text{ km/h}$, $d_{A,vi} = 0 \text{ Nms/}^\circ$ und $k_{TB} = 2 \text{ Nm/}^\circ$

Ebenfalls ist in Bild 5.4 gut zu erkennen, dass die zwei Nullstellen bei $-0,36 \pm 44,6i$ sich durch die Dämpfung d_{TB} gut beeinflussen lassen. Auf die Nullstellen in $-0,302 \pm 5,58i$ kann jedoch kein Einfluss genommen werden, da diese bezüglich der Differenzwinkel-Geschwindigkeit schlecht steuerbar sind. Daher wird der zusätzliche Dämpfungsterm $d_{A,vi}$ benötigt, der parallel zu $d_{A,S}$ die Lenkungsaktorenposition dämpft und in (5.17) eingeführt wird.

Zunächst wird also eine Lenkungssteifigkeit k_{TB} vorgegeben und die sich ergebenden Nullstellen in $-0,36 \pm 44,6i$ mittels d_{TB} gedämpft. Dann werden mittels $d_{A,vi}$ die Nullstellen in $-0,302 \pm 5,58$ gedämpft. Die Auslegung erfolgt erneut über eine WOK, wobei der vorher berechnete Wert für d_{TB} eingesetzt wird. Das Ersatzsystem wird über

$$P_{WOK}(s) = \frac{P_d(s, k_{TB}, d_{TB}, 1) - P_d(s, k_{TB}, d_{TB}, 0)}{P_d(s, k_{TB}, d_{TB}, 0)} \quad (5.18)$$

berechnet und es ergibt sich für $d_{TB} = 0,0894 \text{Nms}/^\circ$ der in Bild 5.5 gezeigte Verlauf. Deutlich ist zu erkennen, dass durch $d_{A,vi}$ die wenig gedämpften Nullstellen verschoben werden können, die durch d_{TB} nicht verschoben werden können. Gleichzeitig ist zu sehen, dass durch $d_{A,vi}$ die schwingungsfähigen Nullstellen, die durch d_{TB} verschoben werden, kaum beeinflusst werden.

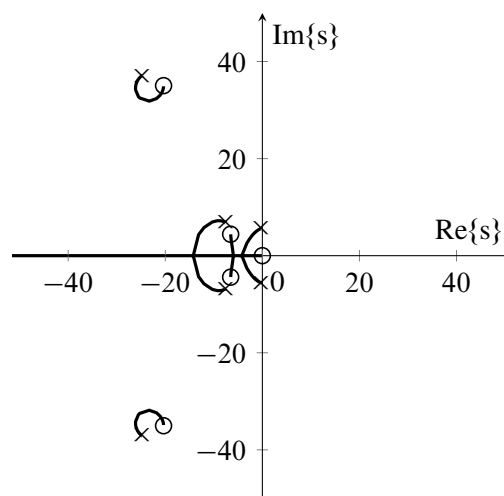


Bild 5.5: Ortskurve der Nullstellen in Abhängigkeit von $d_{A,vi}$ bei einer Fahrzeuggeschwindigkeit von $v = 80 \text{km/h}$, $k_{TB} = 2 \text{Nm}/^\circ$, $d_{TB} = 0,0894 \text{Nms}/^\circ$

Zusammenfassend ist das Vorgehen also so, dass zunächst eine erwünschte Lenksäulensteifigkeit k_{TB} und Lenksäulendämpfung d_{TB} ausgelegt wird. Das muss iterativ erfolgen, denn je höher die Steifigkeit der Lenksäule ist, desto höher muss die Dämpfung d_{TB} gewählt werden. Danach wird die Dämpfung gegenüber dem Inertialsystem $d_{A,vi}$ ausgelegt, was sicherstellt, dass die übrigen Nullstellen ausreichend gut gedämpft sind. Im weiteren Verlauf werden auf Basis dieser Systemanalyse die Parameter

$$\begin{aligned} k_{TB} &= 2 \text{Nm}/^\circ \\ d_{TB} &= 0,0894 \text{Nms}/^\circ \\ d_{A,vi} &= 0,1396 \text{Nms}/^\circ \end{aligned}$$

als Zielauslegung für die Verkopplungsbedingung gewählt, da diese für eine gute Platzierung der Nullstellen sorgen.

5.3.2 Linearer Verkopplungsreglerentwurf für SbW-Systeme

Da sinnvolle Verkopplungsbedingungen für das SbW-System hergeleitet wurden, werden nun Verkopplungsregler entworfen und die Störkopplung untersucht. Wie bereits erwähnt, sorgen die Verkopplungsbedingungen (5.9) und (5.16) nicht für Störkopplung, während (5.17) für Störkopplung sorgt. Über einen Verkopplungsreglerentwurf mittels vollständiger modaler Synthese, wie in Abschnitt 3.2 beschrieben, werden nun Verkopplungsregler für $v = 80\text{km/h}$ entworfen, welche die Verkopplungsbedingungen sicherstellen sollen. Dabei wird je ein Verkopplungsregler für die Verkopplungsbedingung aus (5.9), (5.16) und (5.17) berechnet. Da für die Verkopplungsbedingungen (5.9) und (5.16) keine Störkopplung vorliegt, haben die Eigenwerte $\lambda_{R,2}$ und die Parametervektoren $\mathbf{P}_{R,2}$ Einfluss auf die Verkopplungsausgänge bei Störanregungen. Daher werden die freien Parametervektoren, die Freiheitsgrade des Reglerentwurf darstellen, dazu genutzt, die Verkopplungsbedingungen stationär möglichst gut und unter dem Einfluss von Störungen einzuhalten. Eine weitere Möglichkeit, die stationären Fehler zu verringern ist, die Eigenwerte $\lambda_{R,2}$, die frei vorgegeben werden können, möglichst schnell auszulegen. Jedoch führt dies zu höheren und dynamischeren Stellgrößen und sichert zudem kein stationär genaues Verhalten.

Im Folgenden wird also der Freiheitsgrad der Parametervektoren im Reglerentwurf dazu genutzt, die stationäre Abweichung der Verkopplungsbedingungen bei sprungförmigen Störungen zu minimieren. Aus dem Entwurfsmodell (5.8) wird das Differentialgleichungssystem

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = (\tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{R}})\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{F}}\tilde{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{E}}\tilde{\mathbf{z}}$$

hergeleitet. Das System hat keine Führungsgröße, daher gilt für das Vorfilter $\tilde{\mathbf{F}} = \mathbf{0}$. Wird ein stationärer Zustand betrachtet, also $\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{0}$, kann der stationäre Fehler der Verkopplungsbedingungen mit

$$\mathbf{e}_\infty = \mathbf{y}_\infty = (\tilde{\mathbf{C}} - \tilde{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{R}}) (\tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{R}} - \tilde{\mathbf{A}})^{-1} \tilde{\mathbf{E}}\tilde{\mathbf{z}}$$

angegeben werden. Da

$$\tilde{\mathbf{R}} = -[\mathbf{P}_{R,1} \quad \mathbf{P}_{R,2}][\mathbf{V}_{R,1} \quad \mathbf{V}_{R,2}]^{-1} \quad (5.19)$$

gilt, und der Zusammenhang zwischen $\mathbf{P}_{R,2}$ und $\mathbf{V}_{R,2}$ über (3.13) gegeben ist, kann ein Optimierungsproblem formuliert werden, mit dem Ziel, \mathbf{e}_∞ zu minimieren. Das Optimierungsproblem wird also über

$$\text{minimiere } J(\mathbf{P}_{R,2}) = \mathbf{e}_\infty^T(\mathbf{P}_{R,2}) \mathbf{e}_\infty(\mathbf{P}_{R,2}) \quad (5.20)$$

beschrieben, wobei $\mathbf{e}_\infty(\mathbf{P}_{R,2})$ eine Funktion von $\mathbf{P}_{R,2}$ ist. Es wird also die Summe der quadratischen Abweichungen aller Verkopplungsbedingungen minimiert.

Deutlich ist jedoch, dass (5.20) ein nichtlineares Optimierungsproblem ist, da $\mathbf{V}_{R,2}$ eine Funktion des Optimierungsparameters $\mathbf{P}_{R,2}$ ist und dann in (5.19) invertiert wird. In Tab. 5.2 sind die Parameter der Reglerentwürfe angegeben. Da für die Verkopplungsbedingung (5.17) Störkopplung vorliegt, müssen für diese die Parametervektoren nicht optimiert werden.

Tabelle 5.2: Parameter der Verkopplungsreglerentwürfe

Verkopplungs- bedingung	(5.9)	(5.16)	(5.17)
Nullstellen η in $\frac{1}{s}$	$-4,28 \pm 8,84i$ $-2,3 \pm 13,89i$	$-8,28$ $-26,25 \pm 17,13i$ $-3,65 \pm 2,69i$	$-64,65$ $-10,59$ $-23,48 \pm 3,95i$ $-3,26 \pm 2,47i$
Eigenwert- vorge- gabe λ_R in $\frac{1}{s}$	$\{\eta, -10, -12, -15, -20\}$	$\{\eta, -10, -12, -15\}$	$\{\eta, -10, -12\}$
Freie Parameter- vektoren Start- wert $\mathbf{P}_{R,2,0}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ i_S i_{A,S} & i_S i_{A,S} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -i_S i_{A,S} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$
Parameter- vek- toren optimiert $\mathbf{P}_{R,2}$	$\begin{bmatrix} 0,76 & 1,17 & -0,16 & 0,045 \\ i_S i_{A,S} & i_S i_{A,S} & 0,11 & -0,1 \\ 0 & 0 & 0,99 & 0,91 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1,77 & -0,02 & -0,16 \\ -i_S i_{A,S} & 0,02 & -0,22 \\ -0,5 & 0 & 1,24 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

Da das Optimierungsproblem (5.20) zudem nicht konvex ist, können nur lokale Minima erreicht werden und es konvergiert nicht immer. Daher hängt die Lösung vom Startpunkt der Optimierung ab [81]. Als gute Startlösung, um eine zufriedenstellende Lösung für das Optimierungsproblem zu finden, hat sich eine Wahl der Parametervektoren in der Größenordnung der inversen erwünschten Stellgrößen zueinander herausgestellt. Dies passt zu der Erkenntnis, dass die Parametervektoren den Steuerungsunterraum der jeweiligen Eigenwerte aufspannen [70].

5.3.3 Simulation des linear geregelten SbW-Systems

In Bild 5.6 sind die Antworten des geregelten Systems mit den unterschiedlich ausgelegten Verkopplungsreglern auf einen Einheitssprung des Fahrerdrehmoments M_{Drv} bei $t = 0\text{s}$ dargestellt. Dabei stellen die Plots in grau (—) die Sprungantwort vor Optimierung der Parametervektoren dar und schwarz (—) nach Optimierung der Parametervektoren. Die Verkopplung der Lenkungsaktorpositionen $\varphi_{A,S,1} - \varphi_{A,S,2} \stackrel{!}{=} 0$ wird immer erfüllt, weswegen in Bild 5.6 die Positionenverläufe beider Aktoren $\varphi_{A,S,1,2}$ exakt übereinander liegen. Dementsprechend gilt, in den in Bild 5.6 gezeigten Simulationen, immer $M_{A,S,1} = M_{A,S,2}$, also $\Delta M_{A,S} = 0\text{Nm}$. Durch die Verkopplungsbedingungen wird zudem ein stationäres Drehmomentgleichgewicht zwischen der Zahnstangenkraft F_{Zs} und dem Fahrerdrehmoment M_{Drv} , von $F_{Zs}/M_{\text{Drv}} = i_S = 125,66\text{rad/m}$ und eine Positionsverkopplung von $\varphi_{\text{SW}}/x_{Zs} = i_S \approx 125,66\text{rad/m}$, unter Vernachlässigung der Lenkungssteifigkeit k_{TB} , gefordert. Deutlich ist zu sehen, dass sich korrekte stationäre Kräfte, Drehmomente und Winkel nur mit optimierten Parametervektoren für die Verkopplungsbedingungen (5.9) und (5.16) einstellen. Jedoch ist diese Optimierung sehr aufwendig und die Regelgüte bezüglich Stellgrößenbedarf und Einschwingzeit ist bei allen Verkopplungsbedingungen ähnlich. Somit gibt es keine Rechtfertigung für den aufwendigeren Reglerentwurf mit den Verkopplungsbedingungen

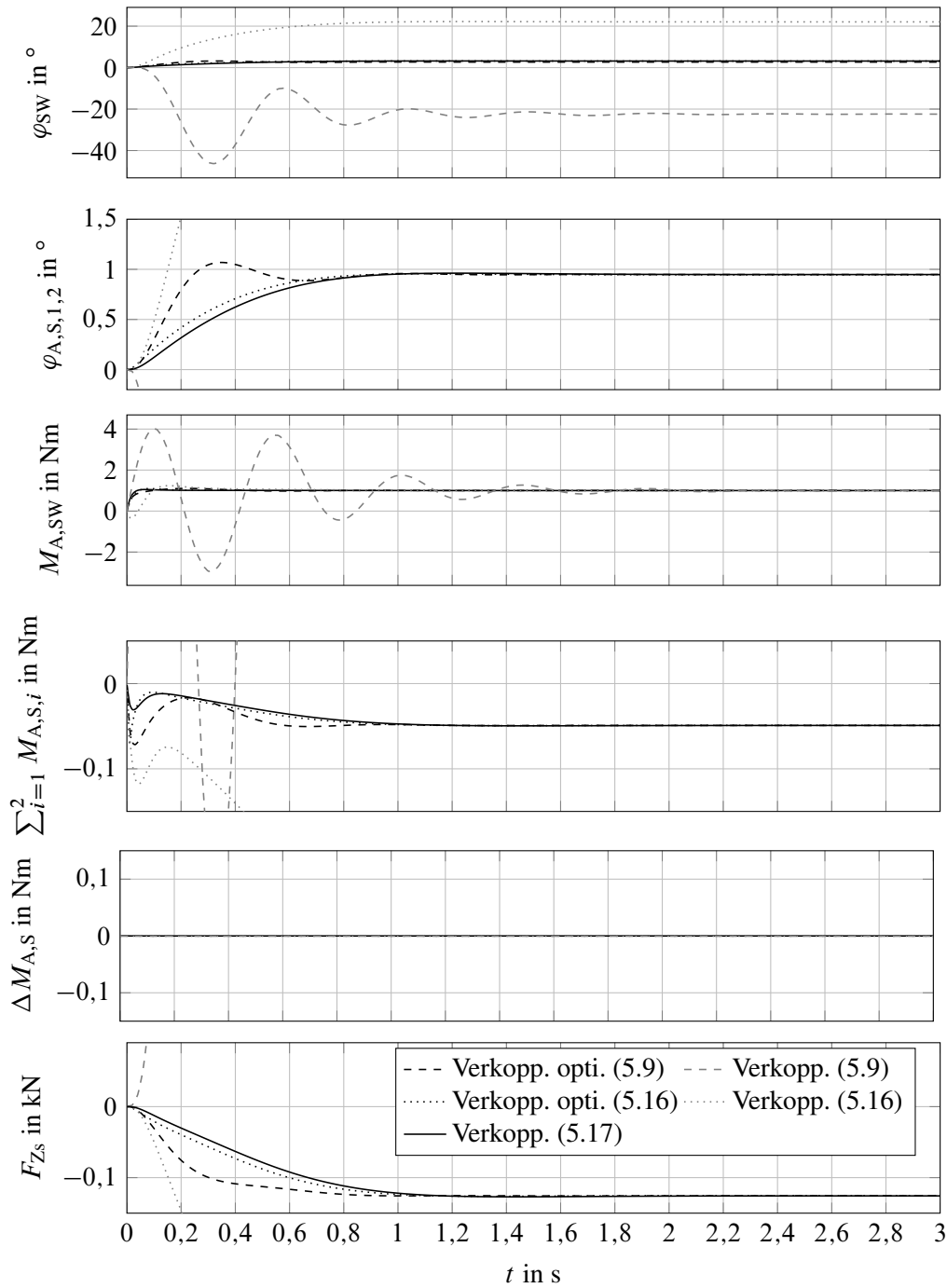


Bild 5.6: Simulation der Verkopplungsregler bei Anregung von M_{Drv} durch einen Sprung auf 1Nm bei $t = 0\text{s}$ mit optimierten (—) und nicht optimierten Parametervektoren (---), wobei die Aktorpositionen durch die Regler für alle Simulationen synchronisiert sind, also $\varphi_{A,S,1} = \varphi_{A,S,2}$ gilt

(5.9) oder (5.16), die immer eine zusätzliche nichtlineare Optimierung erfordern, deren Konvergenz nicht sichergestellt ist.

5.3.4 Erweiterung des linear geregelten SbW-Systems um eine nichtlineare Lenkkraftverstärkung

Im vorigen Abschnitt wurden die linearen Anforderungen an den Regler über lineare Verkplungsbedingungen für das SbW-System analysiert. Diese Anforderungen werden nun zusätzlich um eine nichtlineare Lenkkraftverstärkung erweitert. Diese sorgt dafür, dass das Lenkraddrehmoment nicht zu groß wird und somit der Lenkaufwand des Fahrers nicht zu stark steigt. Eine exemplarische Auslegung dieser Lenkkraftverstärkung ist in Bild 5.7 dargestellt. Wäre keine nichtlineare Lenkkraftverstärkung im System vorgesehen, dann würde das Lenkraddrehmoment M_{Drv} linear über der Querbeschleunigung steigen. Da neben der Drehmomentenabschwächung für steigende Lenkraddrehmomente auch eine Drehmomentenabschwächung für niedrigere Geschwindigkeiten vorgesehen ist, ist das Drehmoment, das am Lenkrad anliegen soll, abhängig von der Geschwindigkeit v und der Querbeschleunigung a_Y [65, S.33 ff.].

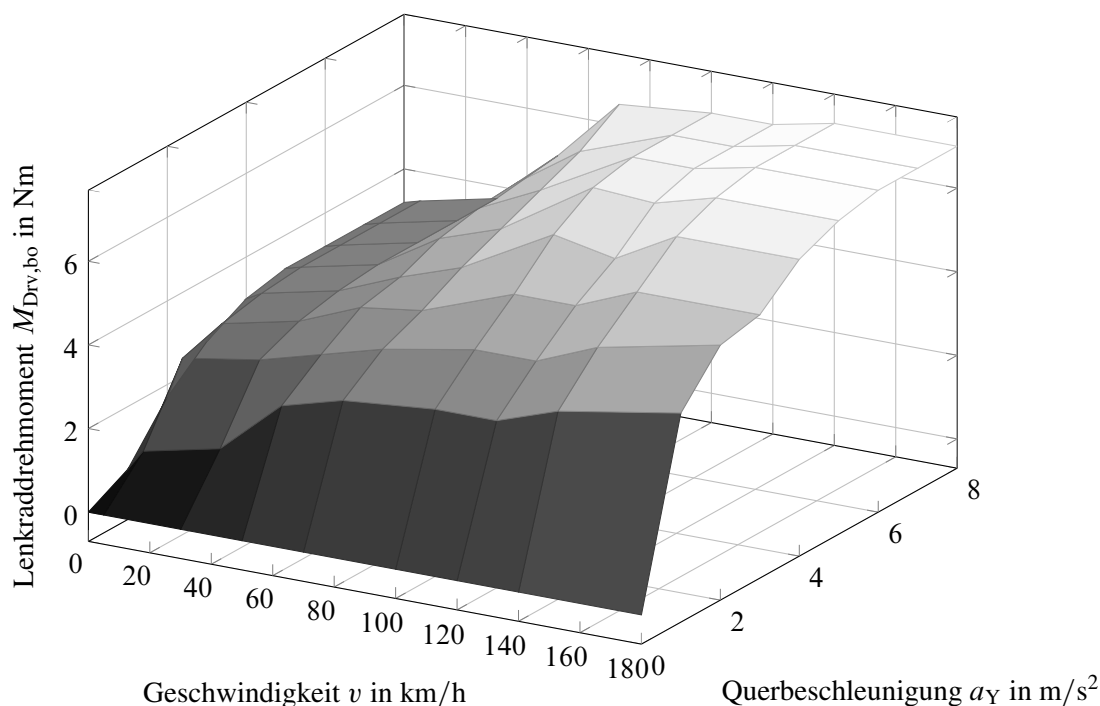


Bild 5.7: Exemplarische Lenkkraftverstärkung einer EPS nach [89, S.76 ff.]

Aus dem Kennfeld in Bild 5.7 resultiert damit ein nichtlinearer Eingang. Dabei ist nicht festgelegt, dass das Lenkraddrehmoment, das auf den Fahrer wirkt, über der Querbeschleunigung ausgelegt werden muss, sondern eine Auslegung über der Zahnstangenkraft ist ebenso möglich, da diese stationär äquivalent zur Querbeschleunigung des Fahrzeugs ist [65, S.34 ff.].

Das Kennfeld aus Bild 5.7 wird über

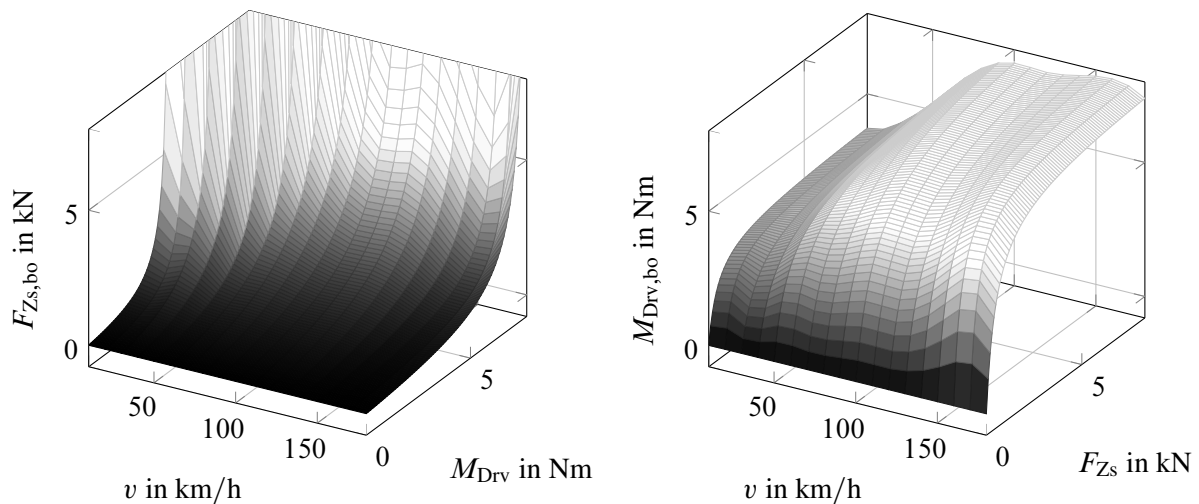
$$M_{\text{Drv,bo}} = \frac{m_v \cdot n_g}{i_s \cdot A_S(v, a_Y)} \cdot a_Y = \frac{1}{\frac{D_A(v)}{a_Y} + K_A(v)} \quad \text{mit} \quad (5.21)$$

$$A_S = \frac{m_v \cdot n_g}{i_s} (D_A(v) + K_A(v) a_Y)$$

beschrieben. Dabei steht m_v für die Masse auf der Vorderachse, n_g für die Summe aus konstruktivem Nachlauf und Reifennachlauf, A_S für die Lenkkraftverstärkung und a_Y für die Querbeschleunigung [65, S.33 ff.]. Die Lenkkraftverstärkung $A_S(v, a_Y)$ wird über den Gradientenfaktor $D_A(v)$ und den Degressivitätsfaktor $K_A(v)$ ausgedrückt. Über den Zusammenhang

$$F_{Zs} = \frac{n_g}{n_1} \cdot m_v \cdot a_Y \quad (5.22)$$

wird eine äquivalente stationäre Zahnstangenkraft zur jeweiligen Querbeschleunigung berechnet. Wird (5.22) umgeformt und in (5.21) eingesetzt, lässt sich ein Kennfeld für $M_{\text{Drv}}(v, F_{Zs})$ ermitteln. Dies hat den Vorteil, dass nun statt der Querbeschleunigung a_Y die Zahnstangenkraft F_{Zs} als Eingang dient. Die Funktion wird invertiert, um die Zahnstangenkraft in Abhängigkeit des Fahrer Drehmoments $F_{Zs}(v, M_{\text{Drv}})$ anzugeben. Dabei kommt es für hohe Lenkradmomente zu einer sehr hohen Zahnstangenkraft, da ab einer bestimmten Querbeschleunigung das Lenkradmoment nur noch minimal steigt, wie in Bild 5.7 zu sehen ist. Um in der praktischen Implementierung zu hohe Zahnstangenkräfte zu vermeiden, wird die von dem Kennfeld $F_{Zs}(v, M_{\text{Drv}})$ angeforderte Zahnstangenkraft auf eine äquivalente Beschleunigung von $a_Y = 10\text{m/s}^2$ begrenzt. Die Begrenzung der Zahnstangenkraft folgt daraus, dass aus fahrdynamischen Gründen die Querbeschleunigung $a_Y = 10\text{m/s}^2$ nicht überschritten werden kann [55, S.851 ff.] und zudem der Lenkaktor eine Stellgrößenbegrenzung hat.



(a) Zahnstangenkraft $F_{Zs,bo}(v, M_{\text{Drv}})$

(b) Fahrer Drehmoment $M_{\text{Drv,bo}}(v, F_{Zs})$

Bild 5.8: Kennfelder der Lenkkraftverstärkung als Funktion der Zahnstangenkraft oder des Fahrer Drehmoments

Die Verkopplungsbedingung (5.17) hat sich im vorigen Abschnitt als die geeignetste zur Regelung des Systems herausgestellt. Diese wird um eine Nichtlinearität, welche die Lenkkraftverstärkung

in die Regelung integriert, erweitert. Wird davon ausgegangen, dass $F_{Zs} \approx -(M_{A,S,1} + M_{A,S,2}) \cdot i_{A,S}$ gilt, wird die Verkopplungsbedingung durch die Berücksichtigung der Lenkkraftverstärkung aus Bild 5.8 (a) zu

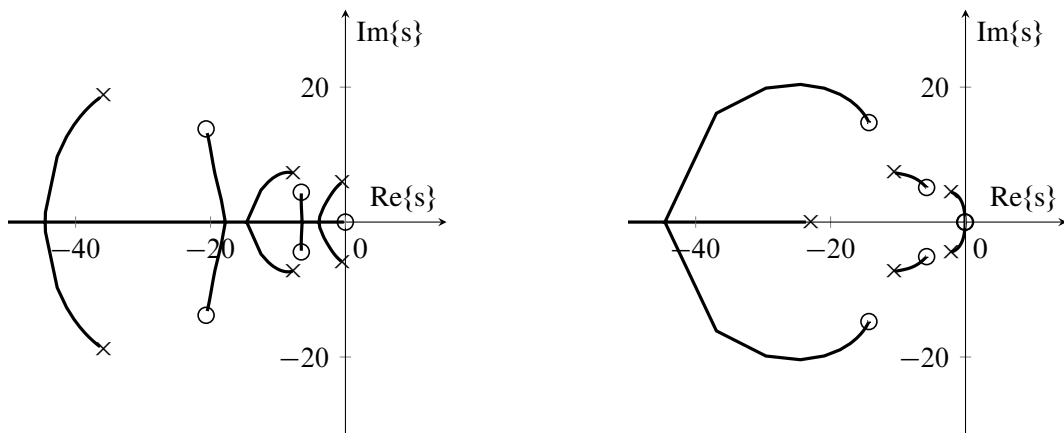
$$\tilde{\mathbf{y}}_{bo,1} = \begin{bmatrix} M_{A,SW} + M_{TB}(\varphi_{SW}, x_{Zs}) \\ -i_{A,S}(M_{A,S,1} + M_{A,S,2}) + F_{Zs,bo}(v, M_{TB}(\varphi_{SW}, x_{Zs}) - d_{A,vi}i_S\dot{x}_{Zs}) \\ \varphi_{A,S,1} - \varphi_{A,S,2} \end{bmatrix} \stackrel{!}{=} \mathbf{0} \quad (5.23)$$

$$\text{mit } M_{TB}(\varphi_{SW}, x_{Zs}) = k_{TB}(\varphi_{SW} - i_S x_{Zs}) + d_{TB}(\dot{\varphi}_{SW} - i_S \dot{x}_{Zs})$$

verändert. Stationär wird dasselbe Verhalten auch über die Umrechnung des Kennfelds aus Bild 5.8 (b) zu $M_{Drv,bo}(v, F_{Zs})$ unter der Annahme, dass $F_{Zs} = i_S M_{TB}(\varphi_{SW}, x_{Zs})$ ist, über

$$\tilde{\mathbf{y}}_{bo,2} = \begin{bmatrix} M_{A,SW} + M_{Drv,bo}(v, i_S M_{TB}(\varphi_{SW}, x_{Zs})) \\ -(M_{A,S,1} + M_{A,S,2}) \frac{i_{A,S}}{i_S} + M_{TB}(\varphi_{SW}, x_{Zs}) - d_{A,vi}i_S\dot{x}_{Zs} \\ \varphi_{A,S,1} - \varphi_{A,S,2} \end{bmatrix} \stackrel{!}{=} \mathbf{0} \quad (5.24)$$

erreicht. Die Lenkkraftverstärkung wird in (5.23) als Verstärkung der Lenkaktordrehmomente und somit als Verstärkung der Zahnstangenkraft realisiert, während durch die Verkopplungsbedingung (5.24) die Lenkkraftverstärkung durch eine Abschwächung des Drehmoments, das gegen den Fahrer wirkt, realisiert wird. In beiden Fällen kann der Einfluss der Lenkkraftverstärkung auf die Nullstellenlage mit Hilfe einer Ortskurve, wie in Bild 5.9 gezeigt, dargestellt werden.



(a) $F_{Zs,bo}(v, M_{Drv}) = K_p M_{Drv}$, $0 < K_p < \infty$

(b) $M_{Drv,bo}(v, F_{Zs}) = K_p F_{Zs}$, $0 < K_p < \infty$

Bild 5.9: Ortskurve der Nullstellen der beiden Lenkkraftverstärkungstopologien bei $v = 80\text{km/h}$

In Bild 5.9 ist zu sehen, dass die Platzierung der Lenkkraftverstärkung Einfluss auf das dynamische Verhalten der Systeme hat. Dabei wird durch die Ortskurve der Nullstellen zwar immer nur das linearisierte System betrachtet, jedoch hilft die Ortskurve, die dynamischen Eigenschaften bzw. Schwingungsneigung des linearisierten Systems für unterschiedliche Arbeitsbereiche zu analysieren. Anhand von Bild 5.9 (a) ist zu sehen, dass das Polpaar, das am nächsten an der imaginären Achse liegt, zum Schwingen neigt, wenn der Gradient der Lenkkraftverstärkung, $K_p = dF_{Zs,bo}(v, M_{Drv})/dM_{Drv}$, gering ist. Aus Bild 5.8 (a) kann abgelesen werden, dass dies bei niedrigem Lenkraddrehmoment und somit bei niedriger Zahnstangenkraft der Fall ist. Wird

das Lenkraddrehmoment erhöht, nähern sich die Pole des Systems den Nullstellen, die alle einen höheren Realteil als Imaginärteil aufweisen und daher gut gedämpft sind. Das bedeutet, dass die Dämpfung im System zunimmt, wenn die Lenkkraftverstärkung steigt.

Das dynamische Verhalten ändert sich, wenn die Lenkkraftverstärkung als Lenkraddrehmomentabschwächung, wie in (5.24) gezeigt, implementiert wird. In Bild 5.9 (b) ist zu sehen, dass für kleine Gradienten $K_p = dM_{\text{Drv,bo}}(v, F_{Zs})/dF_{Zs}$ ein schwingungsfähiges Polpaar bei $-2,12 \pm 4,41i$ auftritt, das sich für einen steigenden Gradienten noch weiter in Richtung der imaginären Achse verschiebt. Kleine Gradienten treten in dieser Konfiguration bei hohen Lenkraddrehmomenten und somit bei hohen Zahnstangenkräften auf, wie in Bild 5.8 (b) zu sehen ist. Dieses Verhalten kann plausibilisiert werden, wenn die zweite Verkopplungsbedingung aus (5.24) nach $M_{\text{TB}}(\varphi_{\text{SW}}, x_{Zs})$ aufgelöst wird und in die erste Verkopplungsbedingung aus (5.24) eingesetzt wird. Dadurch ergibt sich

$$M_{A,\text{SW}}i_S + M_{\text{Drv,bo}}(v, d_{A,\text{vi}}i_S^2\dot{x}_{Zs} + (M_{A,\text{S},1} + M_{A,\text{S},2})i_{A,\text{S}}) \stackrel{!}{=} 0$$

für die erste Verkopplungsbedingung von (5.24). An dieser Gleichung ist zu sehen, dass der Einfluss der absoluten Dämpfung $d_{A,\text{vi}}$ auf das Lenkraddrehmoment für steigende Zahnstangenkräfte, die über $F_{Zs} \approx -(M_{A,\text{S},1} + M_{A,\text{S},2})i_{A,\text{S}}$ abgeschätzt werden können, abnimmt, wegen des degressiven Charakters des Kennfelds $M_{\text{Drv,bo}}(v, F_{Zs})$ aus Bild 5.8 (b). Dementsprechend ist die nichtlineare Verkopplungsbedingung (5.23) besser geeignet um das System zu regeln, weil diese ein besser gedämpftes Verhalten des geregelten Systems bei hohen Zahnstangenkräften und somit bei hohen Querbeschleunigungen sicherstellt.

Um den nichtlinearen Regler zu berechnen, kann die vollständige modale Synthese nicht direkt angewendet werden, da die Verkopplungsbedingungen nichtlinear sind. Daher wird der Regler zunächst für das lineare System über vollständige modale Synthese berechnet und anschließend der Teil des Verkopplungsreglers, der nichtlinear sein soll, entsprechend angepasst. Das ist hier möglich, weil die Verkopplungsbedingung direkt auf die Stellgröße wirkt, also der Stellgrößenverlauf für den Eingang $M_{A,\text{S},1} + M_{A,\text{S},2}$ durch die Verkopplungsbedingung vollkommen determiniert ist.

Stabilitätsnachweis des Systems mit Lenkkraftverstärkung

Im vorigen Abschnitt wurde die lineare Verkopplungsbedingung nichtlinear erweitert. Jedoch kann durch die Pollage des linearisierten Systems allein die Stabilität nicht gesichert werden. Mit der indirekten Methode von Ljapunov aus Satz 3.2 kann für die Ruhelagen des Systems Stabilität nachgewiesen werden, wie in diesem Abschnitt gezeigt wird.

Dazu muss zunächst das Kennfeld aus Bild 5.8 (a) bei konstanter Geschwindigkeit v durch eine Funktion ausgedrückt werden. Als Ansatz werden die Funktionen aus (5.21) und (5.22) gewählt, weil durch deren Umformung die Nichtlinearität und deren Ableitung nach M_{Drv} über

$$F_{Zs,\text{Soll}}(v, M_{\text{Drv}}) = \frac{m_v n_g D_A(v)}{n_1} \frac{M_{\text{Drv}}}{1 - |M_{\text{Drv}}|K_A(v)} \quad (5.25)$$

$$\frac{dF_{Zs,\text{Soll}}(v, M_{\text{Drv}})}{dM_{\text{Drv}}} = \frac{m_v n_g D_A(v)}{n_1} \frac{1}{(1 - |M_{\text{Drv}}|K_A(v))^2} \quad (5.26)$$

ausgedrückt werden kann. Dabei wird im Nenner $|M_{\text{Drv}}|$ genutzt, um auch für negative Drehmomente die korrekte Lenkkraftverstärkung zu erhalten. Die sich ergebenden Verläufe für die nichtlineare Lenkkraftverstärkung und deren Ableitung sind in Bild 5.10 für exemplarische Geschwindigkeiten dargestellt.

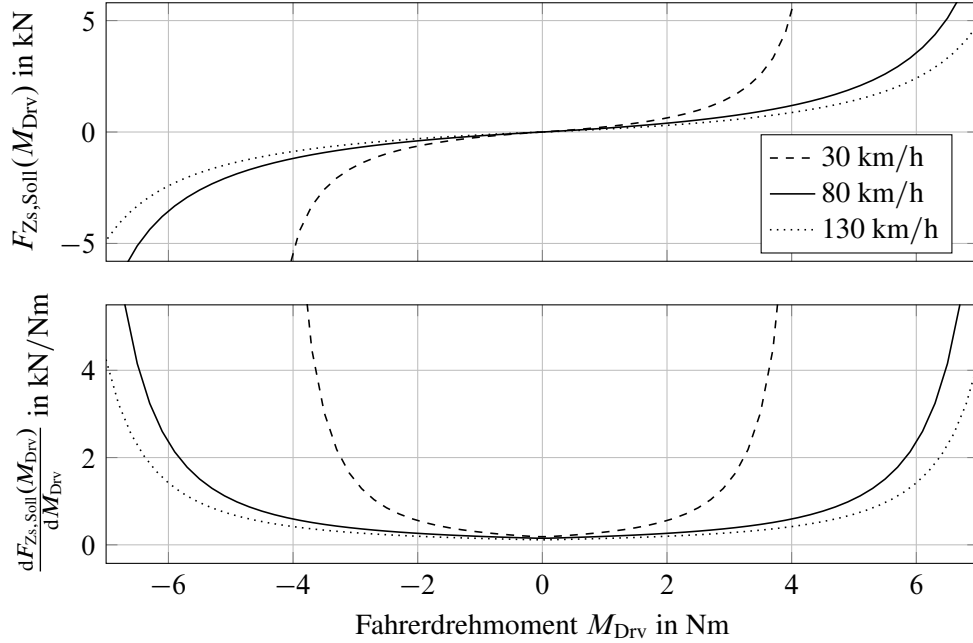


Bild 5.10: Verlauf der nichtlinearen Lenkkraftverstärkung bei $v = 30, 80$ und 130 km/h

Wie in (5.23) dargestellt, wird die Lenkkraftverstärkung aus (5.25) zu

$$F_{Zs,Soll}(v, M_{\text{Drv}}) \approx F_{Zs,Soll}(v, M_{\text{TB}}(\varphi_{\text{SW}}, x_{Zs}) - d_{A,vi} i_S \dot{x}_{Zs}) \quad (5.27)$$

angepasst, damit diese direkt in den Verkopplungsbedingungen vorgesehen werden kann. Die Gleichung $M_{\text{TB}}(\varphi_{\text{SW}}, x_{Zs}) - d_{A,vi} i_S \dot{x}_{Zs}$ ist dabei rein linear von den Zustandsgrößen des Systems abhängig.

Der Regler, der sich aus (5.23) ergibt, wird in das lineare System eingesetzt, woraus das nichtlineare System

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(M_{\text{Drv}}, v, \mathbf{x}) \quad (5.28)$$

resultiert, das analytisch berechnet wird, jedoch aufgrund der Länge der Gleichungen nicht komplett ausgeschrieben in der Arbeit steht. Um die indirekte Methode von Ljapunov anwenden zu können, muss zunächst eine Zustandstransformation des Systems durchgeführt werden, sodass $\mathbf{f}(M_{\text{Drv,AP}}, v_{\text{AP}}, \mathbf{x}) \stackrel{!}{=} \mathbf{0}$ gilt. Es wird also davon ausgegangen, dass im Arbeitspunkt das Fahrer Drehmoment $M_{\text{Drv,AP}} = M_{\text{TB}}(\varphi_{\text{SW,AP}}, x_{Zs,AP})$ und die Fahrzeuggeschwindigkeit v konstant sind. Ein Arbeitspunkt \mathbf{x}_{AP} des Systems wird dann über

$$\mathbf{0} \stackrel{!}{=} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(M_{\text{Drv,AP}}, v_{\text{AP}}, \mathbf{x}_{\text{AP}}) \quad (5.29)$$

berechnet und das System mit $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{AP}}$ auf

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(M_{\text{DrvAP}}, v_{\text{AP}}, \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{x}_{\text{AP}}) = \tilde{\mathbf{f}}(M_{\text{DrvAP}}, v_{\text{AP}}, \tilde{\mathbf{x}}) \quad (5.30)$$

transformiert. Das System ist dann in der Form

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} &= \tilde{\mathbf{f}}(M_{\text{Drv,AP}}, v_{\text{AP}}, \tilde{\mathbf{x}}) \\ &= \underbrace{\tilde{\mathbf{f}}(M_{\text{Drv,AP}}, v_{\text{AP}}, \mathbf{0})}_{\mathbf{0}} + \underbrace{\frac{\partial \tilde{\mathbf{f}}(M_{\text{Drv,AP}}, v_{\text{AP}}, \tilde{\mathbf{x}})}{\partial \tilde{\mathbf{x}}}}_{\mathbf{A}} \bigg|_{\tilde{\mathbf{x}}=\mathbf{0}} \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{g}(M_{\text{Drv,AP}}, v_{\text{AP}}, \tilde{\mathbf{x}}) \end{aligned} \quad (5.31)$$

gegeben und über

$$\mathbf{g}(M_{\text{DrvAP}}, v_{\text{AP}}, \tilde{\mathbf{x}}) = \tilde{\mathbf{f}}(M_{\text{DrvAP}}, v_{\text{AP}}, \tilde{\mathbf{x}}) - \frac{\partial \tilde{\mathbf{f}}(M_{\text{DrvAP}}, v_{\text{AP}}, \tilde{\mathbf{x}})}{\partial \tilde{\mathbf{x}}} \bigg|_{\tilde{\mathbf{x}}=\mathbf{0}} \tilde{\mathbf{x}} \quad (5.32)$$

wird der nichtlineare Systemanteil berechnet.

Nach Satz 3.2 ist Voraussetzung, um die Stabilität einer Ruhelage nachweisen zu können, dass $\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{x}})$ stetig ist und zudem $\lim_{|\tilde{\mathbf{x}}| \rightarrow 0} \frac{\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{x}})}{|\tilde{\mathbf{x}}|} = \mathbf{0}$ gilt. Das ist der Fall, wenn in $\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \tilde{\mathbf{f}}(M_{\text{DrvAP}}, v_{\text{AP}}, \tilde{\mathbf{x}})$ die Funktion $\tilde{\mathbf{f}}(M_{\text{DrvAP}}, v_{\text{AP}}, \tilde{\mathbf{x}})$ stetig nach $\tilde{\mathbf{x}}$ differenzierbar ist, was gleichbedeutend mit der stetigen Differenzierbarkeit von $\mathbf{f}(M_{\text{Drv}}, v, \mathbf{x})$ nach \mathbf{x} ist. Die Bereiche, in denen $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ stetig differenzierbar ist, lassen sich über die Gleichung

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{E}}M_{\text{Drv}} + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u}(\mathbf{x}) \\ \text{mit } \mathbf{u}(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} -M_{\text{TB}}(\varphi_{\text{SW}}, x_{\text{Zs}}) \\ \frac{1}{i_{\text{A,S}}} F_{\text{Zs,bo}}(v, M_{\text{TB}}(\varphi_{\text{SW}}, x_{\text{Zs}}) - d_{\text{A,vi}} i_{\text{S}} \dot{x}_{\text{Zs}}) \\ -\mathbf{r}^{\text{T}} \mathbf{x} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

des Systems (5.8) und den Gleichungen des nichtlinearen Reglers, der sich aus der Verkopplungsbedingung (5.23) ergibt und den linearen Regleranteil \mathbf{r} hat, der für die Synchronisation der Lenkungsaktoren sorgt, ermitteln. Die Funktion $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ hat nur $F_{\text{Zs,bo}}(v, M_{\text{TB}}(\varphi_{\text{SW}}, x_{\text{Zs}}) - d_{\text{A,vi}} i_{\text{S}} \dot{x}_{\text{Zs}})$ als nichtlinearen Term enthalten. Die linearen Teile der Funktion $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ sind immer stetig differenzierbar und müssen daher nicht weiter untersucht werden. Das Differential

$$\frac{dF_{\text{Zs,bo}}(v, \mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = \frac{m_{\text{v}} n_{\text{g}} D_{\text{A}}(v)}{n_1} \frac{1}{(1 - |M_{\text{TB}}(\varphi_{\text{SW}}, x_{\text{Zs}}) - d_{\text{A,vi}} i_{\text{S}} \dot{x}_{\text{Zs}}| K_{\text{A}}(v))^2}$$

ist immer stetig, außer wenn $M_{\text{TB}}(\varphi_{\text{SW}}, x_{\text{Zs}}) - d_{\text{A,vi}} i_{\text{S}} \dot{x}_{\text{Zs}} = 1/K_{\text{A}}(v)$ ist. Dieses Drehmoment entspricht einer Sättigung des Drehmoments, also einer Begrenzung des Lenkaufwands des Fahrers. Damit lässt sich dem System keine Stabilität mehr nachweisen, wenn der Fahrer dauerhaft ein höheres Lenkradmoment stellt, als der Regler dem Fahrer entgegenstellt. Der Fahrer gibt dann also ein höheres Drehmoment auf das Lenkrad, als das in Bild 5.8 (b) für den aktuellen Geschwindigkeitsbereich maximal dargestellte.

Um die Stabilität der übrigen Ruhelagen $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$, also für den Fall $|M_{\text{TB}}(\varphi_{\text{SW}}, x_{\text{Zs}})| < 1/K_{\text{A}}(v)$, nachzuweisen, muss gezeigt werden, dass \mathbf{A} aus (5.31) stets stabil ist. Exemplarisch werden

die Eigenwerte von \mathbf{A} bei variierendem Arbeitspunkt $M_{\text{Drv,AP}}$ und konstanter Geschwindigkeit $v = 80\text{km/h}$ in Bild 5.11 dargestellt. Anhand der Abbildung ist zu sehen, dass das System keinen instabilen Eigenwert hat. Die am stärksten schwingungsfähigen Eigenwerte treten auf, wenn $M_{\text{Drv,AP}} = 0\text{Nm}$ ist und nähern sich, für steigende Lenkkraddrehmomente, der reellen Achse an. Das entspricht dem Verhalten, das schon in Bild 5.9 festgestellt wurde. Stabile Eigenwerte ergeben sich auch für andere Fahrzeuggeschwindigkeiten. Somit ist die Stabilität der Ruhelagen des Systems, das mit einem linearen Verkopplungsregler in Kombination mit einer nichtlinearen Lenkkraftverstärkung betrieben wird, gesichert.

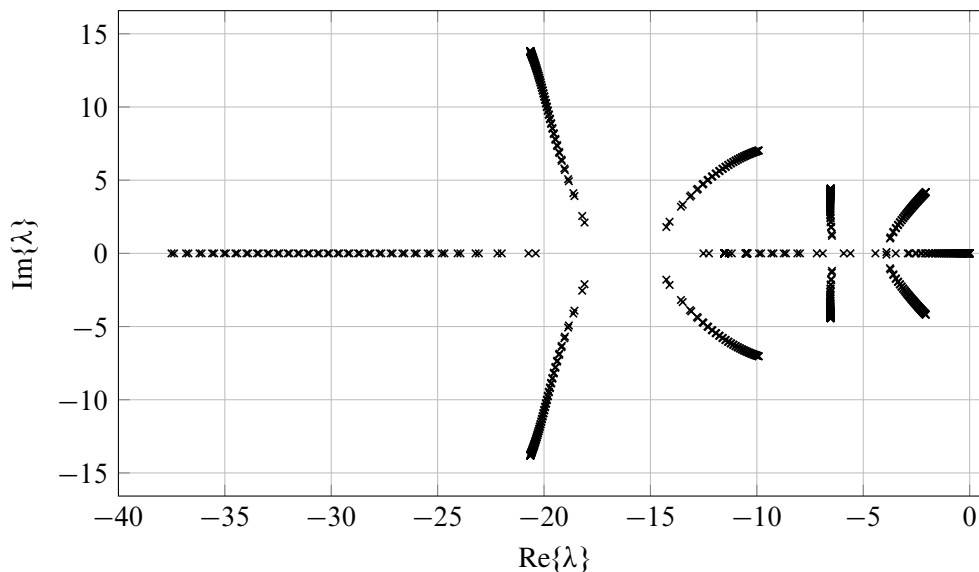


Bild 5.11: Eigenwerte von \mathbf{A} für $M_{\text{Drv,AP}} = -7,6\dots7,6\text{Nm}$ bei $v = 80\text{km/h}$

5.3.5 Fazit zum Verkopplungsregler zur Regelung von SbW-Systemen

In diesem Abschnitt wurde gezeigt, welche Freiheitsgrade und systemdynamischen Eigenschaften wichtig für den Verkopplungsreglerentwurf für ein SbW-System sind. Dann wurde auf Basis dieser Erkenntnisse ein nichtlinearer Regler entworfen, der dem System das erwünschte dynamische Verhalten aufprägt und gleichzeitig den Einfluss der Nichtlinearität auf die dynamischen Eigenschaften des Systems berücksichtigt. Die nichtlineare Erweiterung ist notwendig, weil mit einem linearen Regelungskonzept keine nichtlineare Lenkkraftverstärkung realisiert werden kann. Abschließend wurde für das nichtlinear geregelte System Stabilität nachgewiesen.

5.4 Robuste nichtlineare Regelung des SbW-Systems über zwei getrennte Regelkreise

In diesem Abschnitt wird eine robuste Regelung für das SbW-System erarbeitet. Bei dem entworfenen Verkopplungsregler verbleiben keine Freiheitsgrade, um Parameterunsicherheiten im Reg-

lerentwurf zu berücksichtigen und Störungen, die im realen System auftreten, gezielt entgegen zu wirken.

Der Verkopplungsregler, mit dem die Regelung des SbW-Systems im vorigen Abschnitt realisiert wird, kann sowohl als Positionsregelung, als auch als Drehmomentenregelung interpretiert werden. In Abschnitt 5.1 wurde gezeigt, dass die SbW-Regelung meist aus einer Drehmomentenregelung und einer Positionsregelung besteht. Dabei ist in der Literatur oft die Drehmomentenregelung am Lenkrad und die Positionsregelung an der Lenkung implementiert (z.B. [5, 6, 54]). Dies hat aber den Nachteil, dass die Übertragungsfunktion $M_{\text{Drv}}(s)/\varphi_{\text{SW}}(s)$ differenzierenden Charakter hat (vgl. (5.6)). Daher wird im Rahmen dieser Arbeit eine Kraftregelung an der Lenkung und eine Positionsregelung des Lenkrads vorgenommen, was der in [41] gezeigten Struktur ähnelt.

Die durch den Regler einzuregelnde Zahnstangenkraft $F_{Zs,\text{Soll}}$ ergibt sich aus dem nichtlinearen Zusammenhang $F_{Zs,\text{Soll}}(v, M_{\text{Drv}})$. Damit ist diese nichtlinear abhängig von M_{Drv} und der Fahrzeuggeschwindigkeit v . Die Nichtlinearität durch die sich ändernde Fahrzeuggeschwindigkeit wird durch ein Gain-Scheduling berücksichtigt, da die Querdynamik des Fahrzeugs von der Fahrzeuggeschwindigkeit abhängt [7, S.2 f.]. Stabilitätsbetrachtungen dazu sind am Ende in Abschnitt 5.4.1 zu finden. Die nichtlineare Abhängigkeit vom Fahrermoment M_{Drv} wird direkt im Regler berücksichtigt. Durch den Entwurf zweier getrennter Regler für die Kraft- und die Positionsregelung kann das Kennfeld als eine Art Führungsgröße interpretiert werden. Das Kennfeld ist zwar nach wie vor im Regelkreis integriert, aber die Auslegung der Regler erfolgt linear. Die Struktur des Regelungskonzepts für eine konstante Fahrzeuggeschwindigkeit v ist in Bild 5.12 zu sehen.

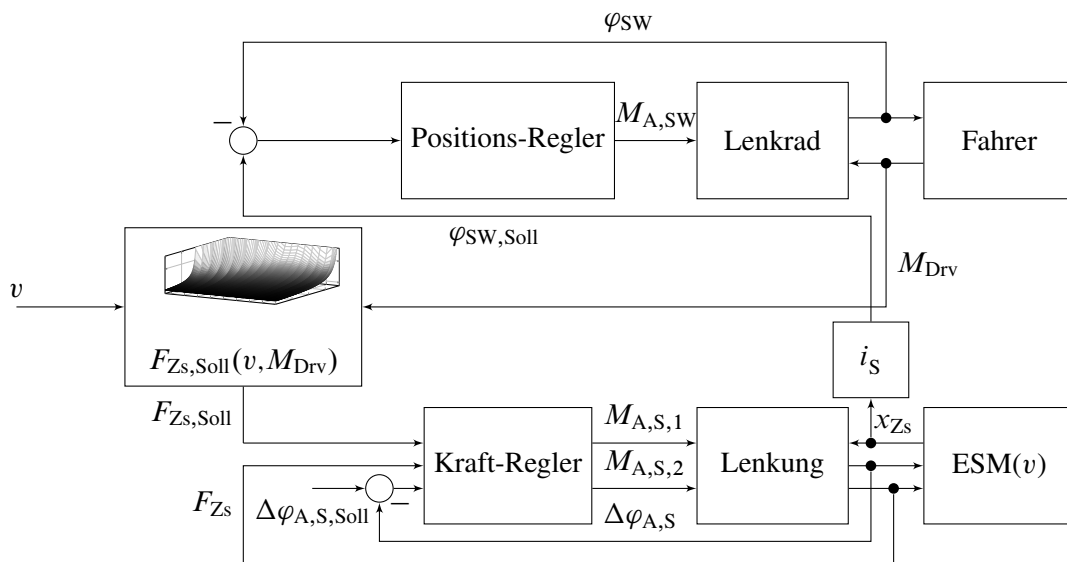


Bild 5.12: Struktur des nichtlinear geregelten Gesamtsystems für eine konstante Fahrzeuggeschwindigkeit v

In Bild 5.12 sind die Abhängigkeiten der Regelkreise des Positions-Reglers und des Kraft-Reglers gut zu erkennen. Deutlich wird, dass beide Regelkreise nicht unabhängig voneinander entworfen werden können. Da der Kraft-Regler, aufgrund seiner beiden Führungsgrößen ($F_{Zs,\text{soll}}$ und

$\Delta\varphi_{A,S,\text{soll}}$) und des größeren System-Modells, aufwendiger in der Berechnung ist, wird im Rahmen dieser Arbeit zunächst der Kraftregler ausgelegt. Dann wird unter Berücksichtigung der kraftgeregelten Lenkung eine Positionsregelung für das Lenkrad entworfen, welche die Dynamik des kraftgeregelten Systems und das nichtlineare Kennfeld berücksichtigt und somit die Stabilität des Gesamtsystems sicherstellt.

5.4.1 Kraftregelung des SbW-Systems

Der Kraftregler hat zwei Aufgaben: Zum einen muss durch den Regler die Zahnstangenkraft F_{Zs} in Abhängigkeit des Lenkradmoments M_{Drv} eingestellt werden und zum anderen muss der Differenzwinkel zwischen den Aktoren $\Delta\varphi_{A,S}$ konstant gehalten werden, um eine Oszillation der Aktoren gegeneinander zu vermeiden [39]. In jedem Fall muss also ein Mehrgrößenregler zum Einsatz kommen. Da die Dynamik und somit die Eigenwerte des Einspurmodells (ESM) abhängig von der Fahrzeuggeschwindigkeit sind (vgl. (2.23)), muss der Regler die Fahrzeuggeschwindigkeit v enthalten oder robust gegenüber der Fahrzeuggeschwindigkeit v sein. Da sich die mechanischen Parameter einer Fahrzeuglenkung im Laufe eines Fahrzeuglebens stark verändern können (insbesondere Reibungsparameter), sollte ein Regler zudem möglichst robust gegenüber diesen Parameterschwankungen ausgelegt werden. Ein Regelungskonzept, das eine solche robuste Auslegung bietet, aber trotzdem eine simple und recheneffiziente Implementierung erlaubt, ist ein H_∞ -Loop-Shaping-Regler. Dieser wurde unter anderem erfolgreich zur Regelung einer nichtlinearen Flugzeugdynamik als Gain-Scheduling Regler eingesetzt [35].

Entwurf des Kraftreglers

In Abschnitt 3.3.4 wurden die Grundlagen zur robusten H_∞ -Zwei-Freiheitsgrade-Regelung erläutert. An dieser Stelle soll die vorgestellte Methode auf ein System, das aus der Lenkung und dem Einspurmodell besteht, angewendet werden. Aus dem Gesamtentwurfssystem (5.8) können die Zustände sowie die Ein- und Ausgänge des Lenkrads entfernt werden, weil beide Systeme entkoppelt sind und es ergibt sich

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} &= \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{u}} \\ \tilde{\mathbf{x}} &= [\varphi_{A,S,1} \quad \dot{\varphi}_{A,S,1} \quad \varphi_{A,S,2} \quad \dot{\varphi}_{A,S,2} \quad \beta \quad \dot{\psi}]^T \quad \tilde{\mathbf{u}} = [M_{A,S,1} + M_{A,S,2} \quad M_{A,S,1} - M_{A,S,2}]^T \\ \tilde{\mathbf{A}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_{KU}}{J_{ef}} - k_{es} & -\frac{d_{KU}}{J_{ef}} - \frac{d_A}{J_A} & \frac{k_{KU}}{J_{ef}} - k_{es} & \frac{d_{KU}}{J_{ef}} & \frac{n_g c_{\alpha,v}}{2n_1 i_{A,S} J_A} & \frac{n_g l_v c_{\alpha,v}}{2n_1 i_{A,S} J_A v} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_{KU}}{J_{ef}} - k_{es} & \frac{d_{KU}}{J_{ef}} & -\frac{k_{KU}}{J_{ef}} - k_{es} & -\frac{d_{KU}}{J_{ef}} - \frac{d_A}{J_A} & \frac{n_g c_{\alpha,v}}{2n_1 i_{A,S} J_A} & \frac{n_g l_v c_{\alpha,v}}{2n_1 i_{A,S} J_A v} \\ \frac{c_{\alpha,v}}{2i_{A,S} m v n_1} & 0 & \frac{c_{\alpha,v}}{2i_{A,S} m v n_1} & 0 & -\frac{c_{\alpha,v} + c_{\alpha,h}}{m v} & \frac{c_{\alpha,h} l_h - c_{\alpha,v} l_v}{m v^2} - 1 \\ \frac{c_{\alpha,v} l_v}{2i_{A,S} J_Z n_1} & 0 & \frac{c_{\alpha,v} l_v}{2i_{A,S} J_Z n_1} & 0 & \frac{c_{\alpha,h} l_h - c_{\alpha,v} l_v}{J_Z} & -\frac{c_{\alpha,h} l_h^2 + c_{\alpha,v} l_v^2}{J_Z v} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.33)$$

Tabelle 5.3: Werte zur Normierung des zu regelnden Lenkungssystems

Formelzeichen	Bezeichnung	Wert zur Normierung
φ_S	Aktorwinkel	250 rad
$\dot{\varphi}_S$	Aktorwinkelgeschwindigkeit	100 rad/s
β	Schwimmwinkel	0,014 rad
$\dot{\psi}$	Gierwinkelgeschwindigkeit	0,028 rad/s
$M_{A,S,1} + M_{A,S,2}$	Summe Aktordrehmoment	0,6 Nm
$M_{A,S,1} - M_{A,S,2}$	Differenz Aktordrehmoment	0,6 Nm
F_{Zs}	Zahnstangenkraft	1000 N
$\Delta\varphi_{A,S}$	Differenzwinkel	4 rad

$$\tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{A,S}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{A,S}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad J_{\text{ef}} = 2J_A i_{A,S}^2,$$

$$k_{\text{es}} = \frac{n_g c_{\alpha,v}}{4J_A n_1^2 i_{A,S}^2} \quad \text{und} \quad n_g = n_k + n_v$$

als Entwurfssystem für die Kraftregelung. Die Ausgangsgrößen des Systems sollten in jedem Fall den Führungsgrößen entsprechen. Das bedeutet, dass die minimale Sensor-Konfiguration für die Regelung die Messung des Differenzwinkels $\Delta\varphi_{A,S} = \varphi_{A,S,1} - \varphi_{A,S,2}$ und der Zahnstangenkraft F_{Zs} erfordert, wie in Abschnitt 5.1 definiert wurde. Damit ergibt sich

$$\begin{bmatrix} F_{Zs} \\ \Delta\varphi_{A,S} \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{n_g c_{\alpha,v}}{n_1} & -\frac{n_g l_v c_{\alpha,v}}{n_1 v} \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}$$

als Ausgang für das System. Zunächst wird ein Regler für diese minimale Sensorkonfiguration berechnet. Später wird der Nutzen zusätzlicher Messgrößen untersucht.

Der erste Schritt im Reglerentwurf ist die Normierung der Systemzustände und Ein- und Ausgangsgrößen. Dabei hat die Wahl der Normierung Einfluss auf die Konditionierung der Hamilton-Matrix der Riccati-Gleichung (3.21) und somit auf deren numerische Lösbarkeit [50, S.205 f.]. Insbesondere weil das mechanische System über die hohe Übersetzung i_{KU} verfügt, ist die Normierung sehr wichtig. Im Verlaufe dieser Arbeit hat sich eine Normierung der Größen, wie in Tab. 5.3 dargestellt, bewährt.

Da die Aufgabe des Kraftreglers darin besteht, dem dynamischen Ausgang des Kennfelds in Bild 5.12 ($F_{Zs,\text{Soll}}$) zu folgen, der von dem Fahrerdrehmoment M_{Drv} abhängt, wird ein Zwei-Freiheitsgrade-Regler genutzt. Somit können das Führungsverhalten und das Störverhalten des geregelten Systems getrennt voneinander ausgelegt werden.

Beim Zwei-Freiheitsgrade-Entwurf muss dem System also zunächst eine gewünschte Führungsgrößendynamik vorgegeben werden, der gefolgt werden soll. Diese wird z.B. durch die Stellgrö-

Benbegrenzung der Aktoren limitiert. In Abschnitt 5.3 wurden bereits Untersuchungen zu den Pollagen des Lenkungssystems durchgeführt. Anhand von Bild 4.4 ist zu erkennen, dass zwei Polpaare des Systems bei ca. $s = -7$ liegen und ein weiteres Polpaar bei $s = -0,5$. Daher wird die gewünschte Referenzdynamik zu

$$\mathbf{T}_{\text{Ref}} = \begin{bmatrix} \frac{400}{(s+20)^2} & 0 \\ 0 & \frac{49}{(s+7)^2} \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

gewählt, damit das geregelte System eine schnellere Dynamik als das ungeregelte System, aber keine zu schnelle Dynamik, hat, der das System nicht folgen kann. Als Übertragungsfunktionen werden PT2 Glieder gewählt, da jedes mechanische System von der Kraft zur Position mindestens zwei Einträge im Nenner der Übertragungsfunktion hat. Die Wunschübertragungsfunktion der Zahnstangenkraft wird dabei mit einer schnelleren Dynamik ausgelegt, weil die Zahnstangenkraft dem Drehmoment am Lenkrad folgen soll, und daher über eine zeitlich sich ändernde Führungsgröße verfügt, während der Differenzwinkel zwischen den Aktoren auf konstant 0° geregelt werden soll.

Einen weiteren Freiheitsgrad des Reglerentwurfs stellt die Wahl der Pre- und Postkompensatoren $\mathbf{W}_1(s)$ und $\mathbf{W}_2(s)$ dar. Hierbei wird deutlich, warum die Ein- und Ausgänge des Systems so gewählt werden sollten, dass diese möglichst diagonal-förmig sind. Durch die Wahl der Stellgrößen zu $M_{A,S,1} + M_{A,S,2}$ und $M_{A,S,1} - M_{A,S,2}$ sind die Ausgänge F_{Zs} und $\Delta\varphi_{A,S}$ bereits entkoppelt und das System

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}} & \tilde{\mathbf{B}} \\ \tilde{\mathbf{C}} & \tilde{\mathbf{D}} \end{bmatrix}$$

aus (5.33) hat Diagonalstruktur. Somit wird für das angepasste System

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_s(s) &= \mathbf{W}_2(s)\mathbf{G}(s)\mathbf{W}_1(s) = \begin{bmatrix} w_{2,11} & w_{2,12} \\ w_{2,21} & w_{2,22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{11} & 0 \\ 0 & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{1,11} & w_{1,12} \\ w_{1,21} & w_{1,22} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} w_{1,11}g_{11}w_{2,11} & 0 \\ 0 & w_{1,22}g_{22}w_{2,22} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

nur ein Gewicht benötigt. Daher wird im weiteren Verlauf des Reglerentwurfs der Postkompensator $\mathbf{W}_2(s) = \mathbf{I}$ gesetzt, was den Reglerentwurf (vgl. Abschnitt 3.3.4) vereinfacht.

Zur Wahl der Gewichte wird der Singulärwertverlauf von $\mathbf{G}(s)$ betrachtet. Dieser wird in Bild 5.13 dargestellt. Dabei entsprechen die schwarze und die graue Kurve jeweils dem Singulärwertverlauf der Übertragungsfunktionen

$$g_{11}(s) = \frac{F_{Zs}(s)}{M_{A,S,1}(s) + M_{A,S,2}(s)} \quad (5.35)$$

$$g_{22}(s) = \frac{\Delta\varphi_{A,S}(s)}{M_{A,S,1}(s) - M_{A,S,2}(s)}. \quad (5.36)$$

Zudem wird in Bild 5.13 die Geschwindigkeit variiert, was Auswirkungen auf die Dynamik des Einspurmodells hat. Ermittelt wurde, dass sich bei Geschwindigkeiten ab ca. 40km/h eine Resonanz bei $6,35\text{rad/s} \approx 1,01\text{Hz}$ ausbildet. Diese verschiebt sich bei höheren Geschwindigkeiten ein

wenig in Richtung höherer Frequenzen, wie am Verlauf für 80km/h und 130km/h zu erkennen ist. Sonst haben die Singulärwerte von $g_{11}(s)$ für alle Geschwindigkeiten einen ähnlichen Verlauf. Die Singulärwerte der Übertragungsfunktion $g_{22}(s)$ sind unabhängig von der Fahrzeuggeschwindigkeit und haben deswegen alle denselben Verlauf. In diesem Pfad ist eine Resonanz des Systems bei $77,2\text{rad/s} \approx 12,29\text{Hz}$ zu erkennen.

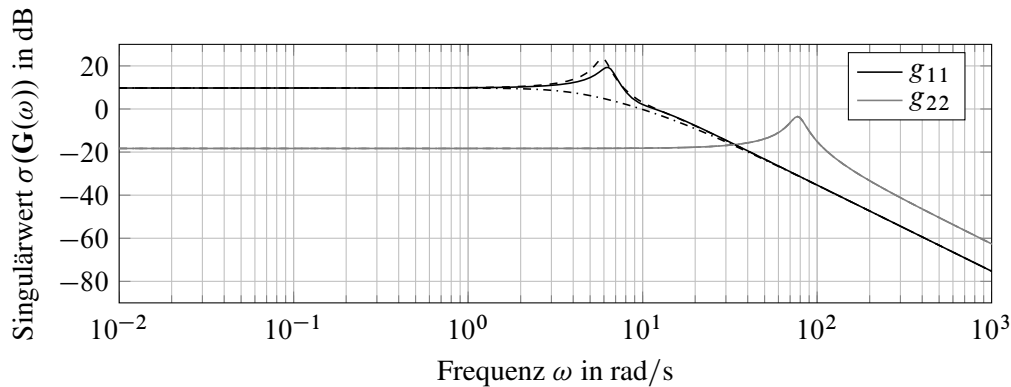


Bild 5.13: Singulärwertverlauf des unregulierten Systems $\mathbf{G}(s)$ bei $v = 30$ (---) ,80(---) und 130(—) km/h

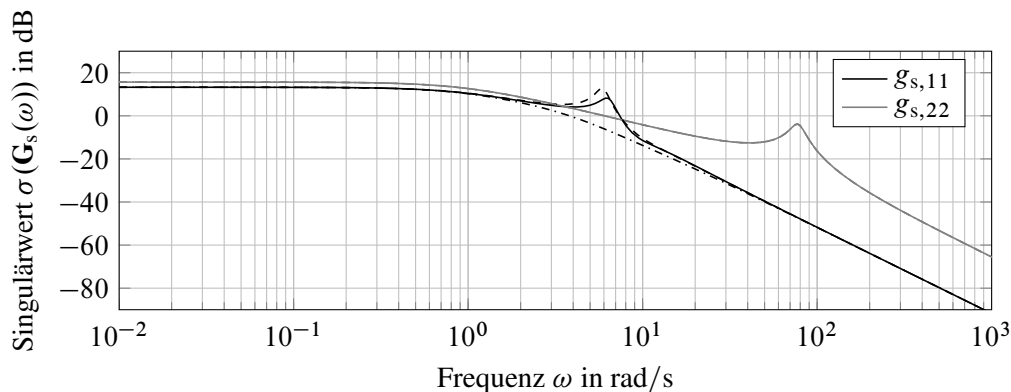


Bild 5.14: Singulärwertverlauf des unregulierten Systems mit Kompensatoren $\mathbf{G}_s(s)$ bei $v = 30$ (---) ,80(---) und 130(—)km/h

Ein Vorteil für die Wahl der Gewichtsfunktionen ist, dass sich die Frequenzen der Resonanzen nur wenig in Abhängigkeit der Fahrzeuggeschwindigkeit verändern. Die Gewichtsfunktionen können daher für alle Geschwindigkeitsbereiche gleich gewählt werden. Das Gewicht für (5.35) könnte mit einem I-Anteil gewählt werden, da stationäre Genauigkeit bezüglich der Zahnstangenkraft angestrebt wird. Darauf wird jedoch verzichtet, weil sich die Dynamik des geregelten Systems dadurch verschlechtert und zudem durch die Reibung Hunting-Effekte auftreten können [63, S.77 f.]. Als Hunting-Effekte werden reibungsbedingte Grenzyklen in mechanischen Systemen bezeichnet. So kommt es bei diesen, aufgrund von Stick-Slip Effekten, oft dazu, dass der Regelfehler nicht genau auf 0 ausgeregelt werden kann. Der Integrator im Regler integriert die Stellgröße dann solange auf, bis das Haften überwunden wird. Dann aber schießt das System in die andere

Richtung über die Führungsgröße hinaus und es stellt sich wieder eine geringe Regelabweichung ein. Es kommt zu einem Grenzzyklus, da nun der I-Anteil den Regelfehler wieder aufintegriert und wieder in die andere Richtung überschwingt und den Fehler nicht auf 0 regelt.

Die korrekte stationäre Verstärkung des Systems wird in dieser Arbeit durch eine Reibungskompensation und den langsamen Pol in $g_{11}(s)$ ausreichend gut sichergestellt, wie im Verlauf der Arbeit gezeigt wird. Stationäre Genauigkeit bezüglich des Differenzwinkels ist nicht essentiell bzw. aufgrund der Lose im System (vgl. Abschnitt A.8.2) auch nicht erreichbar, weswegen für das Gewicht (5.36) kein I-Anteil gewählt wird. Die Wahl

$$\begin{aligned} w_{11,1} &= \frac{0,15s + 1,5}{s + 1} \\ w_{22,1} &= \frac{0,7143s + 50}{s + 1} \end{aligned} \quad (5.37)$$

für die Gewichte hat sich in Simulationen und am Prüfstand bewährt. Die Nullstellen dienen dabei dazu, dass die Amplitude der Singulärwerte nach den Resonanzen nicht so steil fällt. Die sich ergebenden Singulärwertverläufe sind in Bild 5.14 dargestellt. Entscheidend für eine gute Regelung des Systems ist, dass durch die Gewichte im Frequenzbereich der Resonanzen, die gedämpft werden sollen, ein Amplitudenabfall von -20dB/Dekade vorliegt. Zudem dürfen Resonanzen, die gedämpft werden sollen, durch die Gewichte nicht verdeckt werden, weil die entsprechenden Resonanzen im Reglerentwurf sonst nicht berücksichtigt werden.

Mittels des in Abschnitt 3.3.5 beschriebenen Vorgehens werden nun Regler für $v = 10, \dots, 180$ km/h berechnet. Dabei werden für alle Arbeitspunkte von v die Parameter zum Abwägen zwischen Model-Matching und robuster Stabilisierung zu $\rho = 1$ gewählt. In Bild 5.15 wird der Verlauf von γ über der Geschwindigkeit aufgetragen, wobei γ -Iterationen mit der Riccati-Gleichung aus (3.21) durchgeführt werden, um ein γ zu bestimmen, für das die Riccati-Gleichung noch gelöst werden kann. Gut zu erkennen ist, dass die zulässigen Systemunsicherheiten $\epsilon = 1/\gamma$ für hohe Geschwindigkeiten abnehmen, weil die niederfrequente Resonanz dann durch den Regler gedämpft werden muss. Jedoch gilt $\epsilon > 0,25$ bzw. $\gamma < 4$ für fast den gesamten Geschwindigkeitsbereich, was im Allgemeinen als gute Auslegung für H_∞ -Loop-Shaping-Regler betrachtet wird [77, S.383 f.]. In Simulationen zeigt sich, dass das geregelte System auch für hohe Geschwindigkeiten ausreichend robust geregelt wird.

Untersuchungen des Einflusses zusätzlicher Messgrößen

Zur Analyse, ob weitere Messgrößen das Reglerverhalten verbessern, wird zusätzlich als Systemausgang die Zahnstangenposition x_{Zs} mit einer Gewichtung von $r = 0,1$ im Entwurf genutzt. In Bild 5.15 ist zu sehen, dass sich dadurch keine Verbesserung des Reglers ergibt, da sich die zulässige Systemunsicherheit nicht vergrößert. Daher sollte auf die Nutzung eines Zahnstangenpositionssensors verzichtet werden, da dieser keine verbesserte Robustheit des geregelten Systems ermöglicht, aber die Fehleranfälligkeit durch einen weiteren Sensor erhöht wird.

Weitere Messungen, die genutzt werden können, sind die Drehzahlen der Aktoren $\dot{\varphi}_{A,S,1}$ und $\dot{\varphi}_{A,S,2}$. Diese werden mit $r = 0,1$ gewichtet. In Bild 5.15 ist zu sehen, dass eine Nutzung der

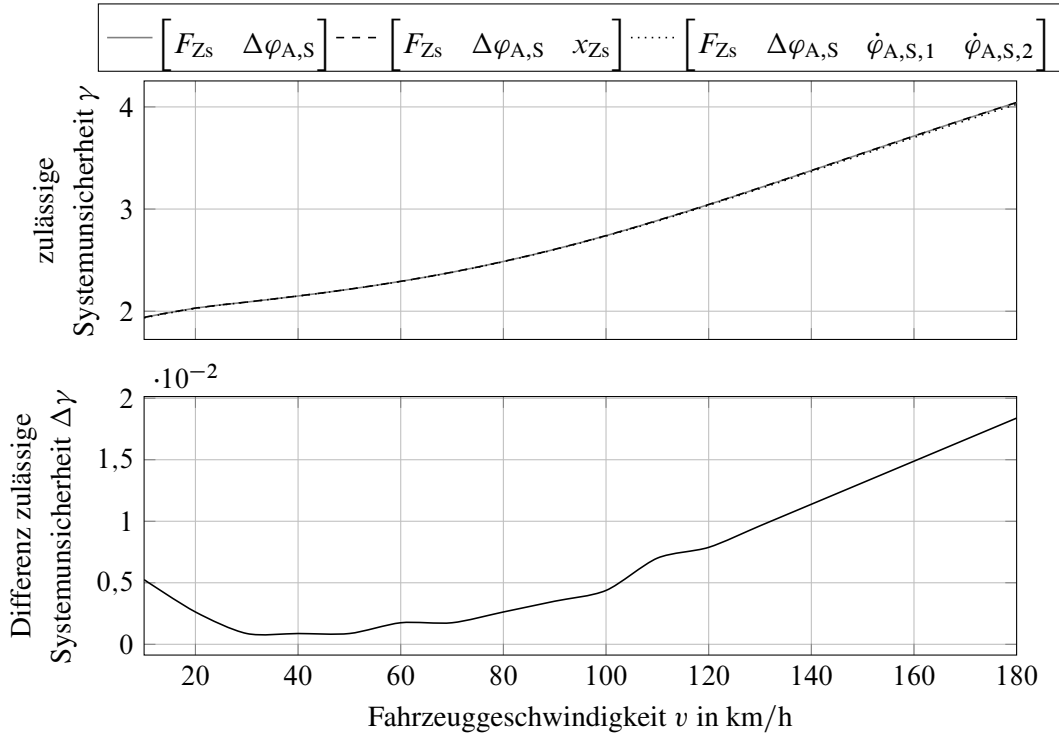


Bild 5.15: Verlauf der inversen maximal zulässigen Systemunsicherheit γ über der Geschwindigkeit v beim H_∞ -Loop-Shaping-Regler Entwurf für den Kraftregler für unterschiedliche Messgrößen und Differenz der zulässigen Systemunsicherheit zwischen Messkonfiguration $[F_{Zs} \ \Delta\varphi_{A,S} \ \dot{\varphi}_{A,S,1} \ \dot{\varphi}_{A,S,2}]$ und $[F_{Zs} \ \Delta\varphi_{A,S}]$

Drehzahlen die zulässige Systemunsicherheit $\epsilon = 1/\gamma$ leicht vergrößert. Da die Positionen der Aktoren $\varphi_{A,S,1}$ und $\varphi_{A,S,2}$ sowieso gemessen werden müssen, um den Differenzwinkel $\Delta\varphi_{A,S}$ zu ermitteln, werden auch die Drehzahlen als Messgrößen für den Reglerentwurf genutzt, weil diese aus den Positionsmessungen berechnet werden können.

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit werden deswegen die Messungen der Zahnstangenkraft F_{Zs} , der Differenzwinkel zwischen den Aktoren $\Delta\varphi_{A,S}$ und die Drehzahlen der Aktoren $\dot{\varphi}_{A,S,1}$ und $\dot{\varphi}_{A,S,2}$ für die Kraft- und Differenzwinkel-Regelung der Lenkung genutzt. Das kraftgeregelter System wird im Folgenden über

$$\mathbf{G}_{S, \text{FrcCtr}}(v, s) = \begin{bmatrix} F_{Zs} \leftarrow F_{Zs, \text{Soll}} & 0 \\ 0 & \Delta\varphi_{A,S} \leftarrow \Delta\varphi_{A,S, \text{Soll}} \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

beschrieben, wobei unterschiedliche Modelle für die unterschiedlichen Geschwindigkeiten bestimmt werden.

Stabilitätsbetrachtungen

Wie bereits erwähnt, muss der Regler bei allen Fahrzeuggeschwindigkeiten v Stabilität sicherstellen. Im Folgenden wird die indirekte Methode von Ljapunov aus Satz 3.2, der in Abschnitt 3.1

vorgestellt wurde, angewendet, um die Stabilität des Systems zu untersuchen. Zunächst wird das System in eine geeignete Form zur Untersuchung der Stabilität gebracht. Der unsichere Parameter in dem hier betrachteten System ist die Fahrzeuggeschwindigkeit v , wie anhand von (5.33) abgelesen werden kann. Da v ausschließlich in den Nennern der Einträge auftaucht, wird die Unsicherheit mit $\theta = 1/v$ definiert. Damit wird das System aus (5.33), das in die Form (5.35) und (5.36) transformiert und mit den Gewichten aus (5.37) erweitert wurde, über

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{A}}_s(\theta) &= \mathbf{A}_{s,0} + \theta \mathbf{A}_{s,1} + \theta^2 \mathbf{A}_{s,2} \\ \tilde{\mathbf{B}}_s &= \mathbf{B}_{s,0} \\ \tilde{\mathbf{C}}_s(\theta) &= \mathbf{C}_{s,0} + \theta \mathbf{C}_{s,1}\end{aligned}$$

beschrieben. Anhand dieser Beschreibung ist bereits zu erkennen, dass der Einfluss der Fahrzeuggeschwindigkeitsänderung v bei langsamen Geschwindigkeiten höher ist als bei schnellen Geschwindigkeiten, da die Unsicherheit durch den Kehrwert der Geschwindigkeit beschrieben wird. Deutlich wird an dieser Stelle auch, dass bei $v = 0\text{km/h}$ die Matrizen $\tilde{\mathbf{A}}$ und $\tilde{\mathbf{C}}$ nicht bestimmt sind, weil dann das Einspurmodell nicht definiert ist.

Wie bereits in Abschnitt 3.3.5 beschrieben, lässt sich der Regler in Zustandsregler-Beobachter-Form bringen. Dies erlaubt, unter der Voraussetzung exakter Systemmodelle, aufgrund des Separationstheorems eine getrennte Untersuchung des Reglers und des Beobachters [23, S.361 f.]. Die Stabilität des Systems wird dann bei variierender Fahrzeuggeschwindigkeit $v > 0\text{km/h}$ über eine Ljapunov Funktion $V(\mathbf{x})$ untersucht. Als Ansatz wird eine quadratische Ljapunov-Funktion

$$V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^\top \mathbf{R} \mathbf{x}$$

gewählt. Wie aus der Literatur bekannt ist, muss für Ableitung der Ljapunov-Funktion $\dot{V}(\mathbf{x}) < 0$ im Einzugsgebiet der Ruhelage gelten [1, S.94 ff.] [74, S.217 f.]. Dieses Einzugsgebiet beschreibt den Bereich um die Ruhelage in $\mathbf{x} = \mathbf{0}$, in dem alle Trajektorien asymptotisch gegen $\mathbf{0}$, also $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$, streben.

Zunächst wird das Teilsystem Strecke und Regler untersucht. Aus der indirekten Methode von Ljapunov (Satz 3.2) ist bekannt, dass mit der algebraischen Gleichung aus (3.1) eine Ljapunov-Funktion ermittelt werden kann. In dem hier analysierten Fall mit der Geschwindigkeit als unsicherem Parameter gilt

$$\begin{aligned}\dot{V}(\mathbf{x}) &= \dot{\mathbf{x}}^\top \mathbf{R} \mathbf{x} + \mathbf{x}^\top \mathbf{R} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^\top \left(\tilde{\mathbf{A}}_s(\theta) - \tilde{\mathbf{B}}_s \mathbf{F}_s \right)^\top \mathbf{R} \mathbf{x} + \mathbf{x}^\top \mathbf{R} \left(\tilde{\mathbf{A}}_s(\theta) - \tilde{\mathbf{B}}_s \mathbf{F}_s \right) \mathbf{x} \\ &= \mathbf{x}^\top \left(\mathbf{A}_C^\top(\theta) \mathbf{R} + \mathbf{R} \mathbf{A}_C(\theta) \right) \mathbf{x} \quad \text{mit} \quad \mathbf{A}_C(\theta) = \tilde{\mathbf{A}}_s(\theta) - \tilde{\mathbf{B}}_s \mathbf{F}_s.\end{aligned}\tag{5.39}$$

Eine geeignete Matrix \mathbf{R} , für die quadratische Ljapunov-Funktion, lässt sich dann über das Optimierungsproblem

$$\begin{aligned}\mathbf{R} &> 0, \text{ wobei } > \text{ für positive Definitheit steht und} \\ \mathbf{A}_C^\top(\theta) \mathbf{R} + \mathbf{R} \mathbf{A}_C(\theta) &< 0 \quad \forall \theta \in [\theta_{\min}, \theta_{\max}], \text{ wobei } < \text{ für negative Definitheit steht,}\end{aligned}$$

finden, das nur aus Nebenbedingungen besteht. Dies kann in intuitiver Weise mit einer geeigneten Toolbox, z.B. der Yalmip-Toolbox, die für lineare Matrix-Ungleichungen, über die das Problem

formuliert werden kann, gelöst werden [46, 47]. Eine positiv definite Matrix \mathbf{R} kann z.B. für das hier betrachtete Modell unter Einsatz des Reglers \mathbf{F}_s , der für 16,07km/h entworfen wurde, für $\theta_{\min} = 0,00625\text{h/km}$ und $\theta_{\max} = 0,1\text{h/km}$ gefunden werden, was einem Geschwindigkeitsbereich von $v \in [10\text{km/h}, 66,67\text{km/h}]$ entspricht. Dieselbe Analyse kann auch für das Teilsystem Beobachter-Modell durchgeführt werden, wobei dann die Matrix $\mathbf{A}_C(\theta) = \tilde{\mathbf{A}}(\theta)_s - \mathbf{H}_s\tilde{\mathbf{C}}_s(\theta)$ die Dynamik des Beobachters beschreibt.

In Bild 5.16 sind die Ergebnisse der Stabilitätsanalyse für den Regler in schwarz und den Beobachter in grau zu sehen. Die Kreise kennzeichnen die Entwurfspunkte der Regler bzw. Beobachter und die Balken den Bereich, für den Stabilität nachgewiesen werden kann. Zur Lösung der Optimierungsprobleme (5.39) wird die Yalmip-Toolbox mit dem MOSEK-Optimierer, der zum Lösen konvexer Optimierungsprobleme geeignet ist, eingesetzt [47, 56]. Dabei werden die Grenzen in kleinen Schritten angepasst, wenn keine Stabilität für ein System in einem Geschwindigkeitsbereich nachgewiesen werden konnte. Das bedeutet, dass die dargestellten Ergebnisse keine maximalen Stabilitätsgrenzen darstellen, sondern einen Geschwindigkeitsbereich, für den Stabilität nachgewiesen werden kann. An den Ergebnissen ist zu sehen, dass alle Regler immer weit über ihren eigenen Arbeitspunkt hinaus stabil sind. Dies könnte auch dazu motivieren, um weniger Arbeitspunkte zu linearisieren, jedoch haben Simulationen gezeigt, dass die Qualität der Regelung sich bei weniger Arbeitspunkten erheblich verschlechtert. Zehn Arbeitspunkte stellen daher einen guten Kompromiss aus Rechenaufwand und Regelungsqualität dar. Die Wahl der Arbeitspunkte wird in Abschnitt 5.4.6 genauer erläutert.

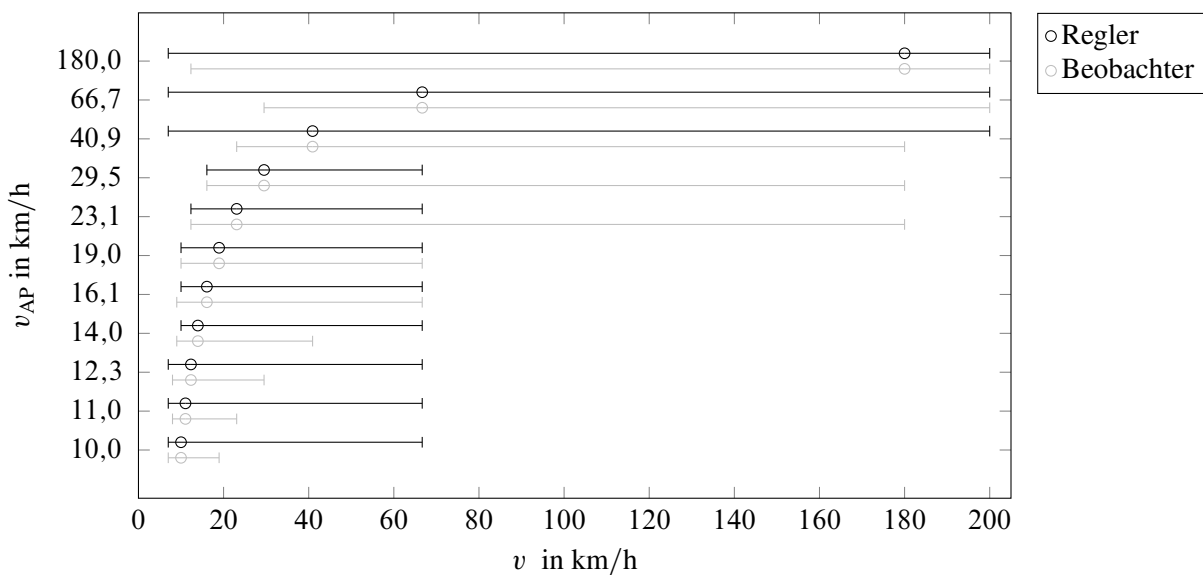


Bild 5.16: Stabilitätsgebiete der Kraftregler

Für sehr niedrige Geschwindigkeiten unterhalb von $v < 7\text{km/h}$ haben die Stabilitätsbetrachtungen keine Gültigkeit mehr. Dies liegt daran, dass für solch niedrige Geschwindigkeiten das dynamische Einspurmodell nicht mehr gültig ist und das kinematische Einspurmodell die Dynamik der Gierrate besser beschreibt [85, S.69 f.]. Die Regler und Beobachter für hohe Geschwindigkeiten sind auch für niedrige Geschwindigkeiten meist stabil, wie in Bild 5.16 zu erkennen ist. Dieses

Verhalten ergibt sich aus der Fahrzeugquerdynamik, da diese für hohe Geschwindigkeiten schwingungsfähig wird. Der Regler muss dann stärker dämpfende Eigenschaften haben, um das System zu stabilisieren, wie in Abschnitt 4.2.2 erläutert wird. Daher sind die Regler für hohe Geschwindigkeiten auch im niedrigen Geschwindigkeitsbereich stabil, jedoch auf Kosten einer langsameren Dynamik des geregelten Systems.

Fazit zum Kraftregler

Insgesamt wurde die Methode der H_∞ -Loop-Shaping-Regelung erfolgreich zur Auslegung des Kraftreglers und des Differenzwinkels für das SbW-System eingesetzt. Dem System kann eine Referenzdynamik vorgegeben werden, der in allen Geschwindigkeitsbereichen gefolgt wird. Dabei wurde, durch eine entsprechende Wahl von Gewichten und Vorfiltern, eine robuste Auslegung der Regelung forciert. Durch Stabilitätsuntersuchungen mit Ljapunov-Funktionen konnte gezeigt werden, dass durch die robuste Auslegung des Reglers, dieser robust gegenüber der Fahrzeuggeschwindigkeit ist und somit ein Gain-Scheduling über der Fahrzeuggeschwindigkeit mit nur 10 Arbeitspunkten vorgenommen werden kann.

5.4.2 Positionsregler des SbW-Systems

Die Positionsregelung des Lenkrads ist, im Vergleich zur Kraftregelung, sehr viel einfacher zu realisieren. Dies liegt vor allem an dem erheblich einfacheren Aufbau des Lenkrads gegenüber der Lenkung und der Tatsache, dass es sich um ein SISO-System handelt. Daher wurde die Positionsregelung mit einer virtuellen Lenksäule ausgelegt, die aus regelungstechnischer Sicht einem PD-Regler entspricht. Die Wahl eines PD-Reglers bietet den Vorteil, dass sich dessen Parameter zum Teil direkt aus den Anforderungen an den Reglerentwurf ergeben und somit wenige, aber dafür intuitiv zu parametrierende, Freiheitsgrade im Entwurf verbleiben. Der PD-Regler wird als Gain-Scheduling-Regler über v implementiert, weil sich durch die unterschiedlichen Lenkkraftverstärkungen die Dynamik des Lenksystems in Abhängigkeit der Fahrzeuggeschwindigkeit ändert.

Auslegung des Positionsreglers

In hydraulisch-mechanischen und elektro-mechanischen Lenkungen wird das Drehmoment des Fahrers M_{Dr} durch einen Torsionsstab in der Lenksäule gemessen. Das Übertragungsverhalten der Lenksäule kann daher in einem SbW-System in Form eines PD-Reglers nachgebildet werden, wie an Bild 5.17 zu sehen ist [4, S.120 ff.]. Dabei ist der Parameter für den P-Anteil über die gewollte Torsionssteifigkeit $K_p = k_{TB}$ der Lenkung gegeben. Aus der Literatur ist bekannt, dass die Steifigkeit des Torsionsstabs einer modernen Fahrzeuglenkung meist bei ca. $2\text{Nm}/^\circ$ liegt, wobei eine höhere Steifigkeit zu einer direkteren Lenkung führt [65, S.366]. Damit kann der P-Parameter $K_p = k_{TB} = 2\text{Nm}/^\circ = 114,59\text{Nm}/\text{rad}$ direkt angegeben werden. Die Dämpfung des PD-Reglers $K_{d,1}$ verbleibt als Freiheitsgrad. Ebenfalls wird die Dämpfung $K_{d,2}$ eingeführt, welche

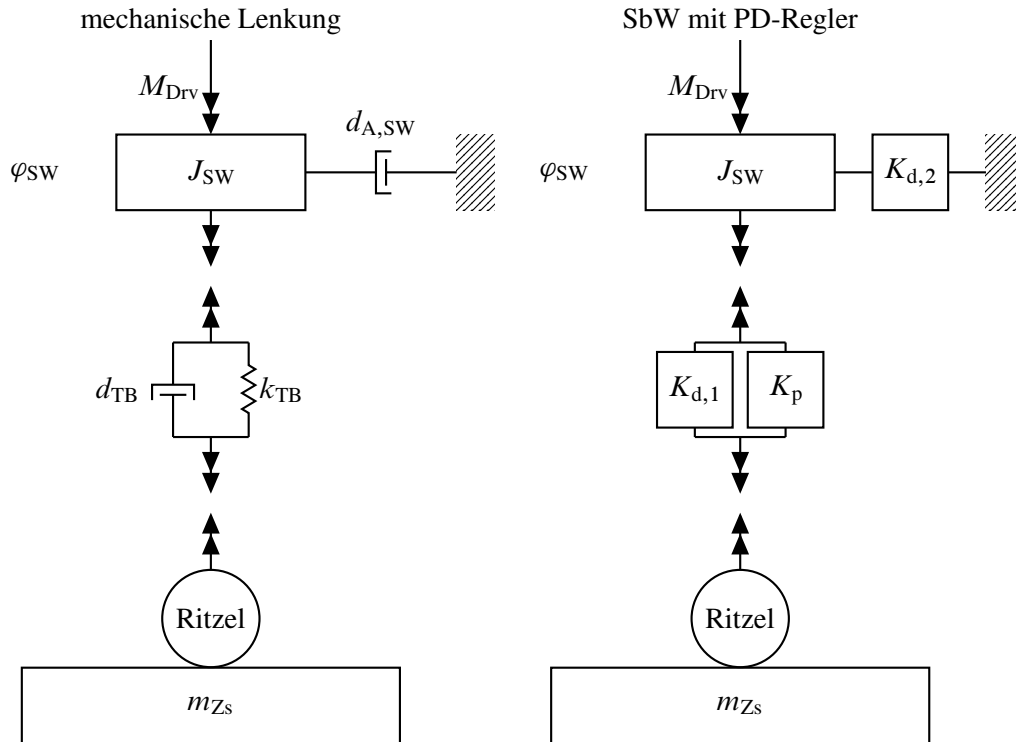


Bild 5.17: Äquivalenz zwischen Lenksäule und PD-Regler

die Lenkung gegen das Inertialsystem dämpft. Dies ist nötig um Stabilität in allen Geschwindigkeitsbereichen sicherstellen zu können, wie in Abschnitt 5.3.1 in Bild 5.5 für den linearen Fall nachgewiesen wurde. In Bild 5.5 ist zu sehen, dass das geregelte System ohne eine Dämpfung gegen das Inertialsystem Pole nahe der imaginären Achse haben muss, weil die Pole des geregelten Systems auf die Nullstellen geschoben werden müssen, die nah an der imaginären Achse liegen. Der sich ergebende Regler wird also über

$$M_{A,SW} = \begin{bmatrix} K_p(v) & K_{d,1}(v) & K_{d,2}(v) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{SW} - \frac{\varphi_{A,S,1} \dot{i}_{A,S}}{2i_S} - \frac{\varphi_{A,S,2} \dot{i}_S}{2i_{A,S}} \\ \dot{\varphi}_{SW} - \frac{\dot{\varphi}_{A,S,1} \dot{i}_S}{2i_{A,S}} - \frac{\dot{\varphi}_{A,S,2} \dot{i}_S}{2i_{A,S}} \\ \dot{\varphi}_{SW} \end{bmatrix}$$

beschrieben, wobei $K_p(v) = k_{TB}$ gegeben ist. Theoretisch könnte auch die Torsionsstab-Steifigkeit $K_p(v) = k_{TB}$ bei der Reglerauslegung mit optimiert werden, jedoch ist das beste Ergebnis bezüglich der Stabilität immer $K_p(v) = k_{TB} = 0 \text{ Nms/rad}$, weil dann die Eigenwerte der Lenkung nicht angeregt werden. Die Lenkung erfüllt dann aber nicht ihren Zweck, da Lenkradwinkeländerungen nicht zu einem entsprechendem Lenkwinkel am Reifen führen. Daher ist es sinnvoll die Lenkungssteifigkeit bei der Reglerauslegung als festen Parameter zu nutzen, der vom Applikateur der Lenkung festgelegt werden kann.

Die Lenkung wird über einen unterlagerten Kraftregler geregelt, wie in Abschnitt 5.4.1 vorgestellt wurde. Die Struktur des Systems ist in Bild 5.18 dargestellt. Dabei gibt es zwei wesentliche Nichtlinearitäten im System, die zum einen von der Fahrzeuggeschwindigkeit v und zum anderen von dem Fahrer Drehmoment M_{Drv} abhängen. Die Nichtlinearität durch die Fahrzeuggeschwindigkeit

keit kann, wie in Abschnitt 5.4.1 erläutert, durch ein Gain-Scheduling berücksichtigt werden. Die Nichtlinearität durch die Lenkkraftverstärkung des Fahrerdrehmoments M_{Drv} kann jedoch nicht durch ein Gain-Scheduling berücksichtigt werden, da die Dynamik von M_{Drv} höher ist als die Dynamik von v . Daher muss sichergestellt werden, dass das geregelte System für jeden Arbeitspunkt des Kennfelds $F_{Zs}(v, M_{\text{Drv}})$ stabil ist. Auch die Fahrerparameter unterliegen einer großen Streuung, wie in Abschnitt 2.5 und Abschnitt 4.1.2 gezeigt wurde und müssen daher im Entwurf berücksichtigt werden.

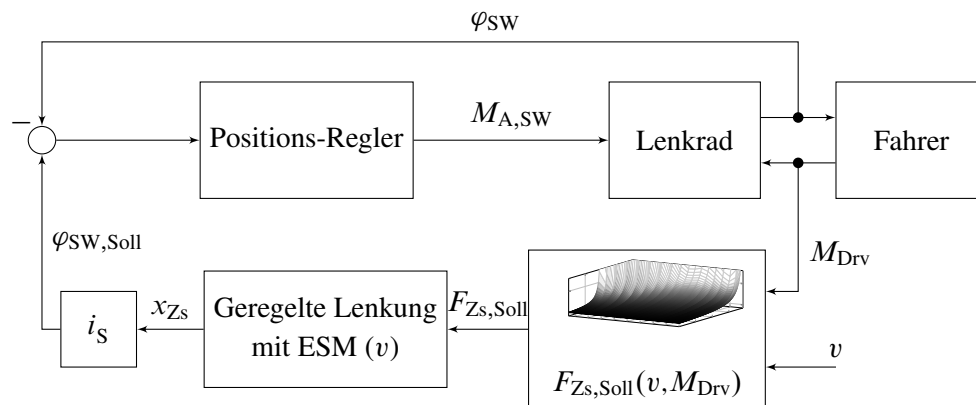


Bild 5.18: Struktur des nichtlinear geregelten Systems für konstante Fahrzeuggeschwindigkeit v mit implementierter Kraftregelung

Anhand von Bild 5.18 wird auch deutlich, dass das Kennfeld $F_{Zs,Soll}(v, M_{\text{Drv}})$ zu sehr hohen Lenkkraftverstärkungen führen kann, welche die Gefahr einer Fahrzeugdestabilisierung bieten. Das lässt sich auch an Bild 5.10 und Gl. (5.26) ablesen, weil dort zu erkennen ist, dass bei hohen Lenkradmomenten das Differential dF_{Zs}/dM_{Drv} also die Lenkkraftverstärkung zunimmt. Im nichtlinearen Verkopplungsregler wurde die Stabilisierung dadurch sichergestellt, dass der Dämpfungsterm $d_{A,vi}$ in der nichtlinearen Verkopplungsbedingung (5.23) enthalten ist und somit die Dämpfung des Systems größer wird, wenn die Lenkkraftverstärkung steigt. Das führt zu einer Stabilisierung des System in allen Arbeitspunkten, wie an Bild 5.11 für 80km/h zu sehen ist. Das Problematische an den Dämpfungstermen ist jedoch, dass Dämpfung immer die Transparenz der Lenkung verschlechtert.

Wird der Fahrer als reine Drehmomentenquelle modelliert, muss die Nichtlinearität der Lenkkraftverstärkung im Reglerentwurf nicht berücksichtigt werden, da dann das Kennfeld aus der Schleife herausfällt [52]. Dies ist aber im Allgemeinen nicht der Fall, da der Fahrer selbst wie ein Feder-Dämpfer System agiert, wenn das Lenkrad umfasst wird, wie im Abschnitt 2.5 gezeigt. Der Fahrer bestimmt also das dynamische Verhalten zwischen φ_{SW} und M_{Drv} und hat somit Einfluss auf die Auswirkungen der Lenkkraftverstärkung. Dabei gilt, dass hohe Lenkkraftverstärkungen immer mit hohen Dämpfungen kombiniert werden müssen, um ein stabiles Gesamtsystem zu erhalten. In diversen Veröffentlichungen ist die Lenkkraftverstärkung, also die Verstärkung des Fahrermoments M_{Drv} , auf einen maximalen Wert begrenzt, um immer ein Mindestmaß an Lenkgefühl bereitzustellen [16, 45, 52]. Das Lenkraddrehmoment sollte allerdings stationär ein Drehmoment von 8Nm nie überschreiten [45].

Da Querbeschleunigungen $|a_Y| > 3\text{m/s}^2$ außerhalb des Komfortbereichs liegen [21, S.40 f.], wird in dieser Arbeit die Lenkkraftverstärkung so angepasst, dass ab diesem Bereich die Lenkkraftverstärkung linear erfolgt. Das hat auch den Vorteil, dass der Fahrer in diesem Bereich eine bessere Straßenrückmeldung bekommt als mit einer steileren Lenkkraftverstärkung. Damit ergeben sich, statt der in Bild 5.19 dargestellten grauen Verläufe, die schwarzen Verläufe der Lenkkraftverstärkung, exemplarisch für $v = 30, 80$ und 130km/h dargestellt. Der lineare Bereich wird so ausgelegt, dass das maximale Lenkraddrehmoment von 8Nm für alle Querbeschleunigungen nie überschritten wird. Des Weiteren wird frühestens ab einer Querbeschleunigung von 3m/s^2 in den linearen Verstärkungsbereich gewechselt.

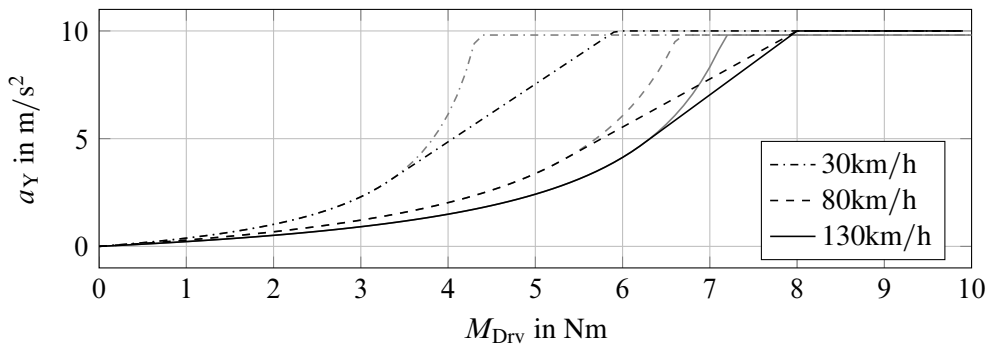


Bild 5.19: Auslegung der Lenkkraftverstärkung mit einem linearen Bereich für hohe Querbeschleunigungen

Zur Stabilisierung des Systems mit Lenkkraftverstärkung sind zwei Ansätze möglich: Zum einen kann der Regler so ausgelegt werden, dass die Lenkung für alle möglichen Lenkkraftverstärkungen stabil ist, also die Dämpfung so hoch ist, dass das System immer stabilisiert wird, zum anderen kann die aktuelle Lenkkraftverstärkung dem Regler zurückgeführt werden, der je nach aktueller Lenkkraftverstärkung die Dämpfung absenkt oder verstärkt [65, S.404 f.]. Der Nachteil einer verstärkungsabhängigen Dämpfung ist, dass diese eine weitere Nichtlinearität in das System einbringt. Deswegen wird in dieser Arbeit ein Multi-Modell-Ansatz gewählt, bei dem das nichtlineare System durch mehrere lineare Systeme mit unterschiedlichen Parametern approximiert wird und eine Dämpfung, die alle Systeme stabilisiert, berechnet wird.

Zum Entwurf des Reglers wird der Block, der in Bild 5.18 mit „Geregelte Lenkung mit ESM“ bezeichnet ist, durch das lineare Einspurmodell und die Referenzdynamik, also $F_{Zs}/F_{Zs,Soll} = \mathbf{T}_{Ref}(1,1)$ aus (5.34), ersetzt. Dadurch reduziert sich der Aufwand zur Berechnung des Reglers erheblich, da statt des bereits unterlagert geregelten Systems mit 20 Zuständen im Entwurf ein Modell mit 4 Zuständen genutzt wird, dessen Übertragungsfunktion sich aus (A.19) und (5.34) zu

$$\frac{x_{Zs}(s)}{F_{Zs,Soll}(s)} = G_{ESM}^{-1}(s) \cdot \mathbf{T}_{Ref,11}(s) \quad (5.40)$$

ergibt.

Um die variablen Fahrerparameter und Lenkkraftverstärkungen im Reglerentwurf zu berücksichtigen, wird also ein Multi-Modell-Ansatz gewählt [23, S.377 ff.]. Dabei werden für jede Geschwindigkeit, für die ein Regler entworfen wird, 8 Multi-Modelle erstellt, in denen die Fahrerparameter

k_{Drv} und d_{Drv} im in Tab. 2.3 spezifizierten Bereich variiert werden und die Lenkkraftverstärkung $F_{Zs,\text{Soll}}(v_{\text{AP}}, M_{\text{Drv}})$ durch ihren minimalen und maximalen Betrag berücksichtigt wird. Dabei werden je Parameter nur zwei Arbeitspunkte betrachtet, die jeweils die Grenzen des Parameters bilden. Dadurch ergeben sich dieselben Reglerparameter, die auch mit einer höheren Anzahl an Modellen erzielt werden. Die Varianz von J_{Drv} wird vernachlässigt, weil $J_{\text{SW}} \gg J_{\text{Drv}}$ gilt.

Mittels strukturbeschränkter Polplatzierung werden in einem nächsten Schritt Parameter für $K_{d,1}(v_{\text{AP}})$ und $K_{d,2}(v_{\text{AP}})$ bestimmt. Die Voraussetzung, dass der Regler die Multi-Modelle stabilisiert, wird als Nebenbedingung des Optimierungsproblems formuliert und ist deswegen stets gesichert, sofern eine zulässige Lösung gefunden wird [80]. In Bild 5.20 werden exemplarisch die Pollagen des Systems mit und ohne Dämpfung für $v = 80\text{km/h}$ gezeigt. Anhand der Diagramme ist gut zu erkennen, dass alle Pole in das stabile Polgebiet verschoben werden. Das beschriebene Vorgehen wird für alle Geschwindigkeitsbereiche durchgeführt, und es ergeben sich die in Bild 5.21 gezeigten Verläufe der Dämpfung über der Fahrzeuggeschwindigkeit.

$$\begin{aligned} \text{Arbeitspunkt bei } M_{\text{Drv}} = 0\text{Nm, mit } d_{\text{Drv}} = 0 \frac{\text{Nms}}{\text{rad}}, & \quad \text{Arbeitspunkt bei } M_{\text{Drv}} = 7\text{Nm, } d_{\text{Drv}} = 1,5 \frac{\text{Nms}}{\text{rad}}, \\ k_{\text{Drv}} = 0 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}, \quad \frac{\partial F_{Zs}(v, M_{\text{Drv}})}{\partial M_{\text{Drv}}} = 152 \frac{\text{N}}{\text{Nm}} & \quad k_{\text{Drv}} = 97,3 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}, \quad \frac{\partial F_{Zs}(v, M_{\text{Drv}})}{\partial M_{\text{Drv}}} = 1304 \frac{\text{N}}{\text{Nm}} \end{aligned}$$

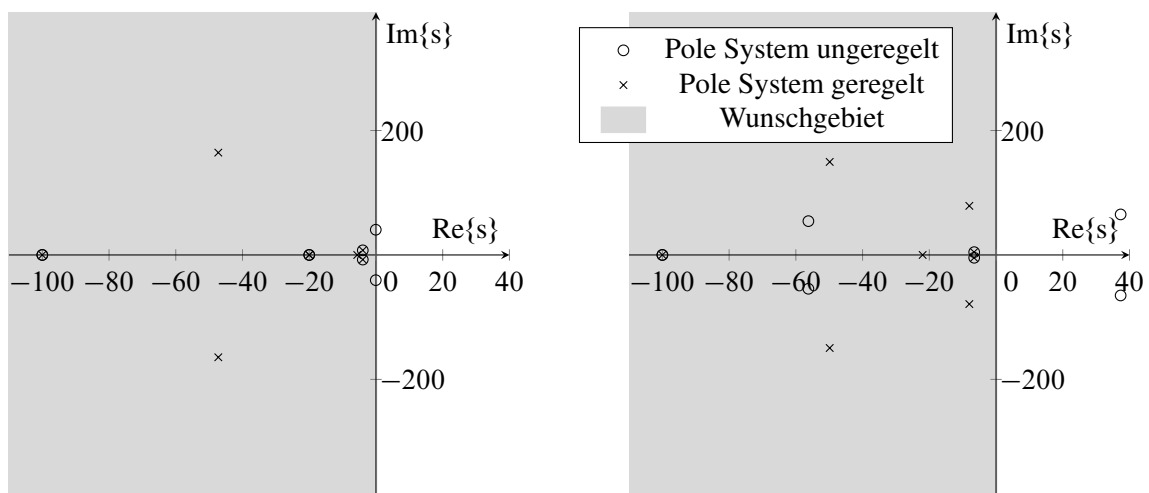


Bild 5.20: Eigenwerte des geregelten Systems nach robuster Polplatzierung bei $v = 80\text{km/h}$, wobei das System in dem Arbeitspunkt bei $M_{\text{Drv}} = 0\text{Nm}$ mit minimaler Fahrersteifigkeit und Fahrerdämpfung und das System im Arbeitspunkt bei $M_{\text{Drv}} = 7\text{Nm}$ mit maximaler Fahrersteifigkeit und Fahrerdämpfung betrachtet wird

Anhand von Bild 5.20 wird auch deutlich, dass die Dämpfungen im System nötig sind, da die Fahrzeuglenkung für hohe Lenkkraftverstärkungen sonst instabil ist. Am Prüfstand wurde ermittelt, dass es aus Gründen des Lenkgefühls sinnvoll sein kann, die Dämpfungsparameter auf Basis von Lenkgefühltests anzupassen. Dabei stellt die durch Polplatzierung ausgelegte Konfiguration jedoch stets eine funktionsfähige und stabile Parametrierung bereit, die als Ausgangsbasis für eine Optimierung hinsichtlich des Lenkgefühls genutzt werden kann.

Anhand der Dämpfungsverläufe in Bild 5.21 wird deutlich, dass für niedrige Geschwindigkeiten eine stärkere Dämpfung des Systems nötig ist gegenüber hohen Geschwindigkeiten. Der Grund

dafür ist, dass die maximale Lenkkraftverstärkung für hohe Geschwindigkeiten niedriger ist. Das entspricht der erwünschten Auslegung einer Fahrzeuglenkung, die im niedrigen Geschwindigkeitsbereich z.B. dem Einparken weniger feinfühlig sein muss, als bei hohen Geschwindigkeiten. Diese Feinfühligkeit im hohen Geschwindigkeitsbereich wird durch den erhöhten Lenkaufwand (vgl. Bild 5.19) ermöglicht.

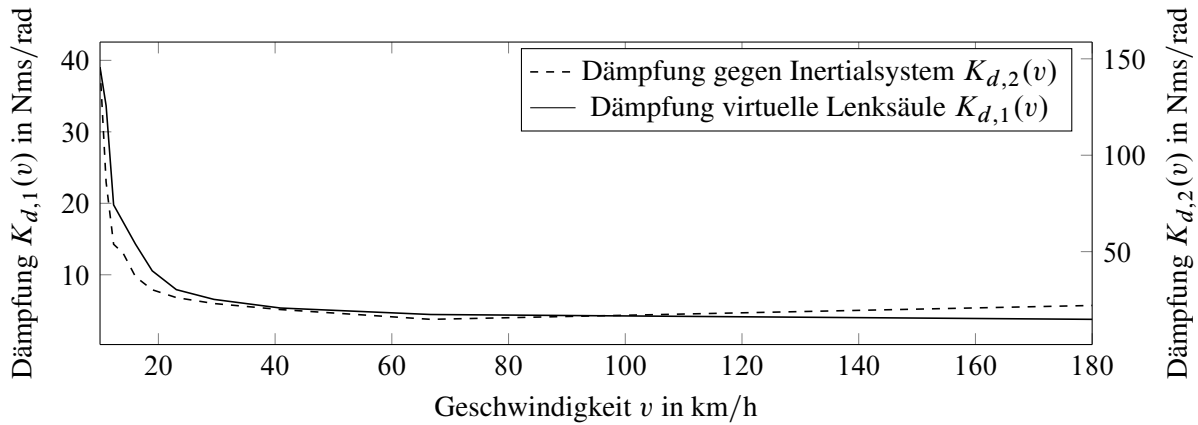


Bild 5.21: Verlauf der Dämpfungen über der Geschwindigkeit

5.4.3 Stabilitätsnachweis des geregelten SbW-Systems bei konstanter Fahrzeuggeschwindigkeit

Durch den Multi-Modell-Ansatz, zum Berücksichtigen der variierenden Fahrerparameter und Lenkkraftverstärkung, wird Stabilität für die linearen Multi-Modelle sichergestellt. Jedoch ist die Stabilität des Gesamtsystems mit variabler nichtlinearer Lenkkraftverstärkung im Entwurfsverfahren nicht berücksichtigt worden und demnach nicht gesichert.

Um Stabilität nachzuweisen, wird die indirekte Methode von Ljapunov genutzt. Dabei muss zunächst das Kennfeld aus Bild 5.8 bei konstanter Geschwindigkeit v durch eine Funktion ausgedrückt werden. Als Ansatz werden die Funktionen aus (5.21) und (5.22) gewählt, weil durch deren Umformung die Nichtlinearität und deren Ableitung nach M_{Drv} über

$$F_{Z_s, \text{Soll}}(M_{\text{Drv}}) = \frac{m_v n_g D_A}{n_1} \frac{M_{\text{Drv}}}{1 - |M_{\text{Drv}}| K_A} \quad (5.41)$$

$$\frac{dF_{Z_s, \text{Soll}}(M_{\text{Drv}})}{dM_{\text{Drv}}} = \frac{m_v n_g D_A}{n_1} \frac{1}{(1 - |M_{\text{Drv}}| K_A)^2} \quad (5.42)$$

ausgedrückt werden kann. Dabei wird im Nenner $|M_{\text{Drv}}|$ genutzt, um auch für negative Drehmomente die korrekte Lenkkraftverstärkung zu erhalten. Die sich ergebenden Verläufe, für die nichtlineare Lenkkraftverstärkung und deren Ableitungen, sind in Bild 5.10 für exemplarische Geschwindigkeiten dargestellt.

Wie in Bild 5.18 zu sehen, werden durch die beiden Regler und den Fahrer zwei Regelkreise geschlossen und es ist eine Nichtlinearität im System durch das Kennfeld $F_{Z_s}(v, M_{\text{Drv}})$ vorhanden. Um Stabilität mit der indirekten Methode von Ljapunov nachzuweisen, muss das System

um einen Arbeitspunkt linearisiert werden und der nichtlineare und lineare Teil des Systems voneinander getrennt werden. Beim hier betrachteten System gelingt das am einfachsten, wenn dieses in einen nichtlinearen Standardregelkreis umgeformt wird, wobei die Übertragungsfunktion $G_{ge}(s) = -\frac{M_{Drv}(s)}{F_{Zs,Soll}(s)}$ der des linearen Teilsystems entspricht. An dieser Stelle sei kurz angemerkt, dass mit einfacheren Stabilitäts-Kriterien, wie z.B. der Popov-Ortskurve (vgl. [1, S.65 ff.], [74, S.162 ff.]) keine Stabilität nachgewiesen werden konnte.

Um die indirekte Methode von Ljapunov anwenden zu können, muss das geregelte System mittels einer Zustandstransformation in die Form $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{g}(\mathbf{x})$ gebracht werden. Das System liegt aber zunächst in der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(M_{Drv}, \mathbf{x}) = \mathbf{f}(M_{Drv}, \mathbf{0}) + \mathbf{A}(M_{Drv})\mathbf{x} + \mathbf{g}(M_{Drv}, \mathbf{x}) \quad (5.43)$$

vor, wobei die Matrix \mathbf{A} die lineare Dynamik und \mathbf{g} die nichtlineare Dynamik der Strecke und des Regler beschreibt. Dabei gilt $\mathbf{f}(M_{Drv}, \mathbf{0}) = \mathbf{0}$ und $\mathbf{g}(M_{Drv}, \mathbf{0}) = \mathbf{0}$ nur für $M_{Drv} = 0\text{Nm}$. Daher wird eine Transformation mit $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_{AP} + \mathbf{x}$ durchgeführt die auf $M_{Drv} = M_{Drv,AP} + \tilde{\mathbf{M}} = \mathbf{C}\mathbf{x}_{AP} + \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{x}}$ führt. Mit der Transformation ergibt sich

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \tilde{\mathbf{f}}(M_{Drv,AP}, \tilde{\mathbf{x}}) = \underbrace{\tilde{\mathbf{f}}(M_{Drv,AP}, \mathbf{0})}_{\mathbf{0}} + \tilde{\mathbf{A}}(M_{Drv,AP})\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{g}}(M_{Drv,AP}, \tilde{\mathbf{x}}) \quad (5.44)$$

als zu untersuchendes System, welches die Voraussetzungen zur Untersuchung mit der indirekten Methode von Ljapunov erfüllt, da die Voraussetzung $\tilde{\mathbf{f}}(M_{Drv,AP}, \mathbf{0}) = \mathbf{0}$ für alle $M_{Drv,AP}$, durch die arbeitspunktabhängige Transformation, erfüllt wird.

Nach Satz 3.2 ist Voraussetzung, um die Stabilität einer Ruhelage nachweisen zu können, dass $\tilde{\mathbf{g}}(M_{Drv,AP}, \tilde{\mathbf{x}})$ in (5.44) stetig ist und zudem $\lim_{|\tilde{\mathbf{x}}| \rightarrow 0} \frac{\tilde{\mathbf{g}}(M_{Drv,AP}, \tilde{\mathbf{x}})}{|\tilde{\mathbf{x}}|} = \mathbf{0}$ gilt. Das ist der Fall, wenn in $\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \tilde{\mathbf{f}}(M_{Drv,AP}, \tilde{\mathbf{x}})$ die Funktion $\tilde{\mathbf{g}}(M_{Drv,AP}, \tilde{\mathbf{x}})$ stetig nach $\tilde{\mathbf{x}}$ differenzierbar ist, was gleichbedeutend mit der stetigen Differenzierbarkeit von $\mathbf{f}(M_{Drv}, \mathbf{x})$ aus (5.43) nach \mathbf{x} ist. Die Bereiche, in denen $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ stetig differenzierbar ist, lassen sich ermitteln, wenn in (5.43) die nichtlinearen Anteile der Strecke und des Reglers untersucht werden. Anhand von Bild 5.18 ist zu sehen, dass die Lenkkraftverstärkung, also die Funktion $F_{Zs,Soll}(v, M_{Drv})$, die einzige Nichtlinearität im System ist, weil die sonstigen Strecken und Regler linear modelliert bzw. ausgelegt wurden. Als nichtlinearer Teil der Funktion $\mathbf{f}(M_{Drv}, \mathbf{x})$ ergibt sich somit nur

$$g_1(\mathbf{x}) = F_{Zs,Soll}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{m_{vn_g} D_A}{n_1} \frac{M_{Drv}(\mathbf{x})}{1 - |M_{Drv}(\mathbf{x})| K_A}, & |M_{Drv}(\mathbf{x})| < M_{Drv,lin} \\ \frac{m_{vn_g} D_A}{n_1} \frac{M_{Drv}(\mathbf{x})}{1 - |M_{Drv,h,lin}| K_A}, & |M_{Drv}(\mathbf{x})| \geq M_{Drv,lin} \end{cases}$$

mit $M_{Drv} = k_{Drv} \varphi_{SW} + d_{Drv} \dot{\varphi}_{SW}$ und $M_{Drv,h,lin} < \frac{1}{K_A}$,

wie in Bild 5.19 definiert wurde, wobei das Fahrerndrehmoment M_{Drv} über die mechanischen Eigenschaften des Fahrers beschrieben wird. Da für die maximale Querschleunigung eines PKW für gewöhnlich $|a_Y| < 10\text{m/s}^2$ gilt, beschränken sich die Untersuchungen auf diesen Bereich [55, S.851 ff.]. Der Parameter $M_{Drv,lin}$ beschreibt die Schwelle, ab der von der nichtlinearen in eine lineare Lenkkraftverstärkung gewechselt wird. $M_{Drv,h,lin}$ parametrisierte die Lenkkraftverstärkung im linearen Bereich ($|M_{Drv}(\mathbf{x})| \geq M_{Drv,lin}$).

Die stetige Differenzierbarkeit von $g_1(\mathbf{x})$ nach \mathbf{x} wird über

$$\frac{dg(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = \begin{cases} (k_{\text{Drv}} + d_{\text{Drv}}) \cdot \frac{m_v n_g D_A}{n_l} \frac{1}{(1 - |M_{\text{Drv}}(\mathbf{x})| K_A)^2} \\ (k_{\text{Drv}} + d_{\text{Drv}}) \cdot \frac{m_v n_g D_A}{n_l} \frac{1}{1 - |M_{\text{Drv,h,lin}}| K_A}, |M_{\text{Drv}}(\mathbf{x})| \geq M_{\text{Drv,lin}} \end{cases} \quad (5.45)$$

gezeigt, wobei φ_{SW} und $\dot{\varphi}_{\text{SW}}$ in \mathbf{x} enthalten sind, weswegen $M_{\text{Drv}}(\mathbf{x})$ gilt. Anhand der Forderung nach stetiger Differenzierbarkeit von (5.45) ergibt sich

$$M_{\text{Drv,h,lin}} = 2|M_{\text{Drv,lin}}| - M_{\text{Drv,lin}}^2 K_A$$

als Forderung für die Auslegung des linearen Teils der Lenkkraftverstärkung. Das bedeutet, dass die lineare Verstärkung der Lenkung durch den Umschaltpunkt $M_{\text{Drv,lin}}$ festgelegt ist, da die lineare Lenkkraftverstärkung immer denselben Gradienten wie die nichtlineare Lenkkraftverstärkung im Umschaltpunkt haben muss, damit $g_1(\mathbf{x})$ stetig differenzierbar ist.

Diese Eigenschaft sollte allerdings allein schon aus Komfortgründen sichergestellt werden, da sonst das Drehmoment am Lenkrad nicht stetig differenzierbar verläuft. Deswegen wurde dies bei der Auslegung der Lenkkraftverstärkung bereits berücksichtigt, wie anhand Bild 5.19 zu sehen ist. Das Drehmoment des Lenkrads verläuft ohne Sprung des Gradienten und $g_1(\mathbf{x})$ ist somit immer stetig differenzierbar. Da $g_1(\mathbf{x})$ die einzige Nichtlinearität im System ist und diese immer stetig differenzierbar ist, ist auch $f(M_{\text{Drv}}, \mathbf{x})$, und somit $\tilde{f}(M_{\text{Drv,AP}}, \tilde{\mathbf{x}})$ stetig differenzierbar.

Um nun Stabilität nachzuweisen, muss gezeigt werden dass die Systemmatrix $\tilde{\mathbf{A}}(M_{\text{Drv,AP}})$ aus (5.44) für alle Arbeitspunkte stabile Eigenwerte hat. Das wurde bereits bei der Auslegung des Positionsreglers über Multimodelle in Abschnitt 5.4.2 betrachtet, wie z.B. anhand von Bild 5.20 dargestellt wird. Die Idee der robusten Polplatzierung über Multimodelle ähnelt dabei der indirekten Methode von Ljapunov, da dort ebenfalls linearisierte Systeme betrachtet werden. In den Arbeitspunkten, in denen der Positionsregler ausgelegt wurde, ist somit immer Stabilität sichergestellt. Außerhalb der Arbeitspunkte konnten weder in der Simulation noch am Prüfstand Stabilitätsprobleme festgestellt werden. Ein sicherer Beweis, dass die Multimodelle auch außerhalb der betrachteten Arbeitspunkte stabil sind, kann jedoch nicht erbracht werden. Daher ist es für sicherheitskritische Systeme sinnvoll viele Arbeitspunkte zu betrachten, auch wenn dadurch der Berechnungsaufwand des Positionsreglers steigt.

5.4.4 Berücksichtigung von Reibung in der Regelung

Bisher wurde Reibung im Reglerentwurf nicht berücksichtigt, obwohl diese an den mechanischen Systemen Lenkrad und Lenkung auftritt, wie in Abschnitt 2.3 gezeigt wird. Dabei ist ein wenig Reibung in der Fahrzeuglenkung meist erwünscht, da diese die Stößigkeit der Lenkung verringert und Lenkungsflattern unterdrückt [12]. Jedoch vermindert Reibung die Informationsübertragung von der Straße an den Fahrer und kann einen Rücklauf des Lenkrads in die Mittelposition verhindern [14].

Das SbW-System besteht aus den zwei entkoppelten mechanischen Teilen Lenkrad und Lenkung. Daher wird zunächst der Einfluss der Reibung in den Lenkungsaktoren näher analysiert. In der

Lenkung wird die Zahnstangenkraft F_{Zs} und der Differenzwinkel zwischen den Aktoren $\Delta\varphi_{A,S}$ geregelt. Die Reibung wird dabei durch den langsamen Pol in den Gewichten des Reglers (5.37) zum Teil kompensiert, weil dieser so langsam ist, dass er ein ähnliches Verhalten wie ein Integrierer zeigt. Der Regler summiert den Fehler so lange, bis das Haftmoment überwunden wird und das System seinen stationär genauen Endwert erreicht. Die Integration des Fehlers, bis das Haftmoment überwunden wird, dauert allerdings einige Zeit. Deswegen wird in dieser Arbeit die Struktur aus Bild 5.22 zur Reibungskompensation genutzt, da diese die Dynamik des geregelten Systems erhöht.

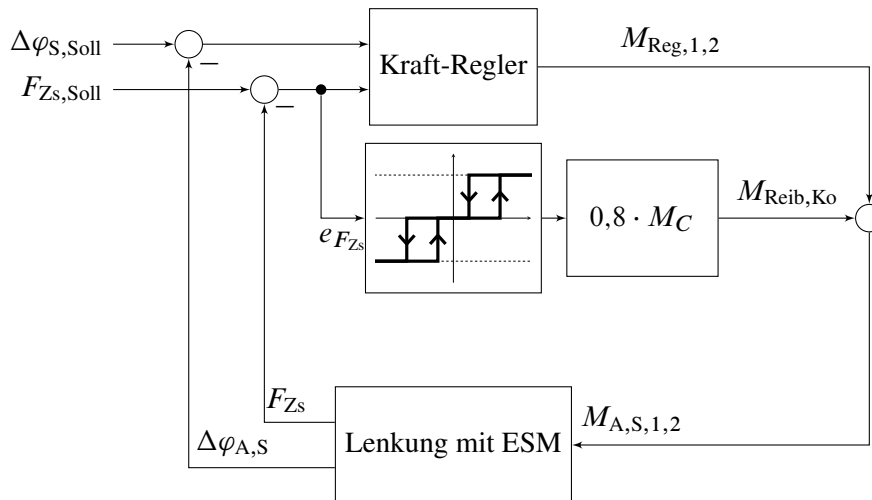


Bild 5.22: Struktur der Kraftregelung an der Lenkung mit Reibungskompensation mit Hysterese

Um die Dynamik des Reglers zu erhöhen, ohne die Reibung zu Überkompensieren und damit einen Grenzyklus zu provozieren, wird 80% der Reibung vorgesteuert. In [67] wird gezeigt, dass in einem mit PD-Regler geregelten Positionierungssystem mit Reibungskompensationen eine Unterkompensation zu bleibenden Regelabweichungen führt und bei einer Überkompensation der Reibung Grenzyklen entstehen. Daher ist eine Unterkompensation der Reibung der Überkompensation in aller Regel vorzuziehen. Die Vorsteuerung der Reibung erfolgt dabei in Abhängigkeit des Regelfehlers, also der gewünschten Zahnstangenkraft, abzüglich der gemessenen Zahnstangenkraft $e_{F_{Zs}} = F_{Zs,Soll} - F_{Zs}$. Die Reibungskompensation steuert 80% der Coulomb'schen Reibung vor, wenn der Betrag der Regelabweichung $|e_{F_{Zs}}| > e_{An} = 100\text{N}$ ist und schaltet ab, wenn $|e_{F_{Zs}}| < e_{Aus} = 50\text{N}$ ist. Durch diese Hysterese wird ein permanentes Schalten an der Grenze vermieden. In Bild 5.23 wird die genutzte Hysterese dargestellt. Das Kompensationskonzept wurde in ähnlicher Weise auch für eine Fahrzeuglenkung in [84, S.89 f.] eingesetzt.

Das direkte Aufschalten des in einem Beobachter geschätzten Reibdrehmoments $M_{Reib,Kal}$, wie z.B. in [29] vorgeschlagen, ist an der Lenkung nicht sinnvoll, da der Regler selbst einen langsamen Pol hat, und eine direkte Aufschaltung der geschätzten Reibung ebenfalls wie ein I-Anteil wirkt und die Stellgrößen des Systems zu einem Grenzyklus anregt. Allerdings lässt sich der Beobachter gut zur online Reibungsschätzung zwecks Fehlerdiagnose oder Anpassung der Reibungsvorsteuerung nutzen, da mit diesem sehr effizient die Reibung in der Lenkung geschätzt werden kann, die sehr stark schwanken kann [65, S.399]. In Abschnitt A.8.2 wird die Onlineschätzung

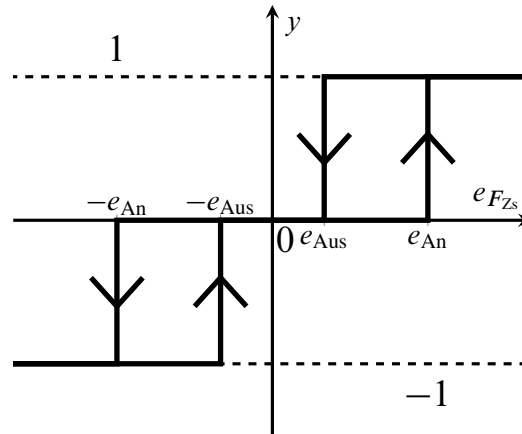


Bild 5.23: Hysterese zur Reibungskompensation im System

der Reibung, mit der die Adaption von M_C durchgeführt wird, vorgestellt. Eine sinnvolle Strategie zur Adaption der Reibungskompensation ist z.B., die durchschnittliche Reibung in eine Richtung zu bestimmen und den Parameter der Reibungskompensation M_C dann entsprechend anzupassen. Dabei muss jedoch stets gesichert werden, dass Messfehler, die zu einer Überkompensation der Reibung führen können, erkannt werden.

5.4.5 Berücksichtigung von Lose in der Regelung

Am Lenkungsprüfstand konnte Lose zwischen den beiden Lenkachsen und dem Lastaktor identifiziert werden, wie in Abschnitt A.8.2 dargestellt. Lose kann nicht wie Reibung dynamisch kompensiert werden, da die Winkel der Aktoren sich zur Kompensation sehr schnell ändern können müssen. Dies ist jedoch nicht der Fall, da sich die Positionen aus der doppelten Integration der Stellgrößen ergeben und dementsprechend nicht sprunghaft sind [42, S.122].

Um den Einfluss der Lose genauer zu analysieren, wird das Verfahren der harmonischen Balance genutzt. Da das Verfahren der harmonischen Balance ein Standardverfahren zur Analyse nichtlinearer Regelkreise ist, werden dessen Grundlagen nur knapp in Abschnitt A.3 erläutert.

Um diese Methode anwenden zu können, muss das System in den nichtlinearen Standardregelkreis umgeformt werden, indem der nichtlineare Systemteil $f(e)$, also die Lose, von dem linearen Systemteil $G(s)$ getrennt wird [1, S.45]. Dadurch erhält das System einen zusätzlichen Eingang für den Differenzwinkel abzüglich der Lose $\Delta\varphi_{A,S,L0}$. Das bedeutet, dass die Lose aus dem System separiert werden muss, wie in Bild 5.24 a) gezeigt. In [42, S.134 f.] wird die Modellierung der Lose durch die Parallelschaltung einer Begrenzungskennlinie durchgeführt, was die Modellierung im Vergleich zum Auftrennen der Lose behafteten Verbindung und Modellierung über ein Totzonenglied vereinfacht, weil als Systemeingang für das lineare System $\Delta\varphi_{A,S,N}$ verwendet werden kann und nicht $\Delta\varphi_{A,S,L0}$. Daher wird die Lose, wie in Bild 5.24 b) gezeigt, modelliert. Die Loseweite

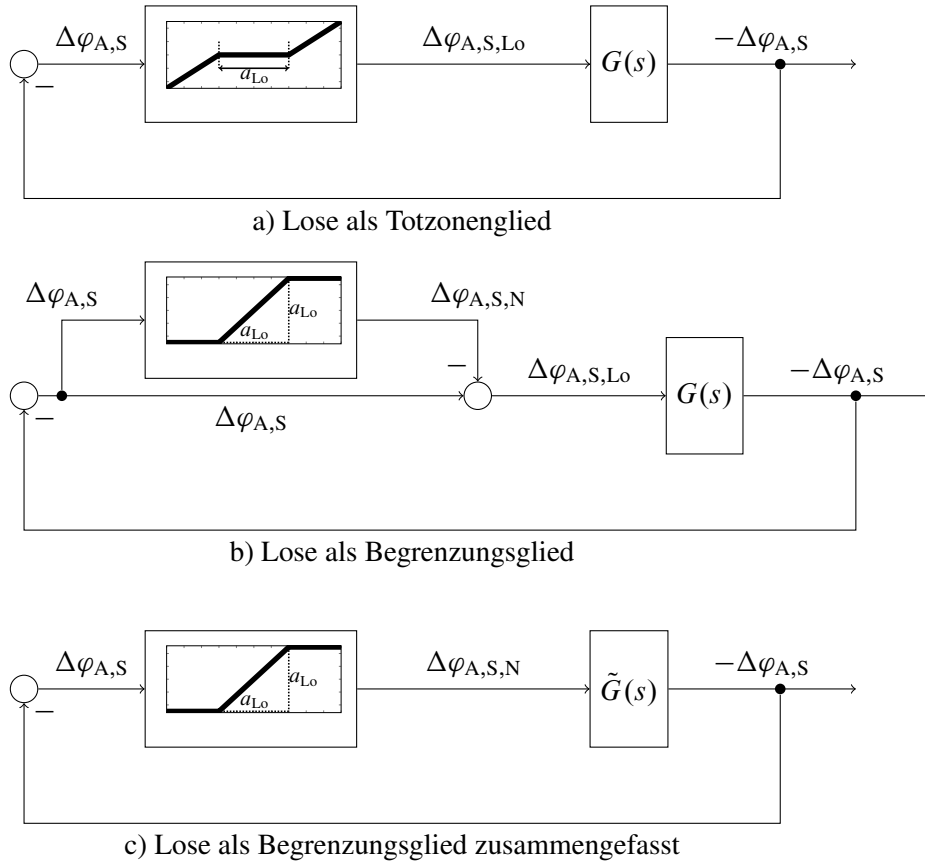


Bild 5.24: Nichtlinearer Standardregelkreis bezogen auf Lose zwischen den Lenkungsaktoren

a_{Lo} im System wird als Totzonenglied über

$$\Delta\varphi_{A,S,Lo} = \begin{cases} \Delta\varphi_{A,S,Lo} + \frac{a_{Lo}}{2} & \text{für } \Delta\varphi_{A,S} < -\frac{a_{Lo}}{2} \\ 0 & \text{für } -\frac{a_{Lo}}{2} \leq \Delta\varphi_{A,S} \leq \frac{a_{Lo}}{2} \\ \Delta\varphi_{A,S,Lo} - \frac{a_{Lo}}{2} & \text{für } \Delta\varphi_{A,S} > \frac{a_{Lo}}{2} \end{cases}$$

beschrieben. Wenn die Lose als Begrenzungsglied modelliert ist, ergibt sich der Zusammenhang

$$\Delta\varphi_{A,S,N} = \begin{cases} -\frac{a_{Lo}}{2} & \text{für } \Delta\varphi_{A,S} < -\frac{a_{Lo}}{2} \\ \Delta\varphi_{A,S} & \text{für } -\frac{a_{Lo}}{2} \leq \Delta\varphi_{A,S} \leq \frac{a_{Lo}}{2} \\ \frac{a_{Lo}}{2} & \text{für } \Delta\varphi_{A,S} > \frac{a_{Lo}}{2} \end{cases}, \quad (5.46)$$

der im Losebereich von $\Delta\varphi_{A,S}$ den Differenzwinkel-Eingang des Systems $\Delta\varphi_{A,S,Lo}$ auf 0 setzt.

Zur Beschreibung der linearen Dynamik des Systems muss die Übertragungsfunktion $\tilde{G}(s) = -\Delta\varphi_{A,S}(s)/\Delta\varphi_{A,S,N}(s)$, wie in Bild 5.24 c) gezeigt, aufgestellt werden. Um das Systemverhalten darzustellen, wenn das System im Losebereich ist, wird die virtuelle Stellgröße

$$\tilde{u} = 0,5k_{KU}\Delta\varphi_{A,S,N} + 0,5d_{KU}\Delta\dot{\varphi}_{A,S,N} \quad (5.47)$$

definiert, wobei die Parameter in (4.2) angegeben wurden. Der Eingang \tilde{u} wird dazu genutzt, die mechanische Verkopplung der Aktoren zu kompensieren, wenn das System in Lose ist. Da $\Delta\varphi_{A,S}$

von der Fahrzeugquerdynamik entkoppelt ist, lässt sich das reduzierte Zustandsraummodell

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta \dot{\varphi}_{A,S} \\ \ddot{\varphi}_{A,S,1} \\ \ddot{\varphi}_{A,S,2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -\frac{k_{KU,g}}{J_{A,S,1}} & -\frac{d_{KU,g}}{J_{A,S,1}i_{A,S}^2} - \frac{d_{A,S,1}}{J_{A,S,1}} & \frac{d_{KU,g}}{J_{A,S,1}i_{A,S}^2} \\ \frac{k_{KU,g}}{J_{A,S,2}} & \frac{d_{KU,g}}{J_{A,S,2}i_{A,S}^2} & -\frac{d_{KU,g}}{J_{A,S,2}i_{A,S}^2} - \frac{d_{A,S,2}}{J_{A,S,2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \varphi_{A,S} \\ \dot{\varphi}_{A,S,1} \\ \dot{\varphi}_{A,S,2} \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{A,S,1}} & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{J_{A,S,2}} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{A,S,1} \\ M_{A,S,2} \\ \tilde{u} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.48)$$

herleiten, um den Grenzyklus zu analysieren. Nun wird der Kraft- bzw. Differenzwinkel-Regler aus Abschnitt 5.4.1 in das System (5.48) eingesetzt, wobei der Eingang \tilde{u} frei bleibt. Damit ergibt sich mit dem Regler und den Gewichten aus Abschnitt 5.4.1, dem System (5.48) und der Stellgröße aus (5.47) die Übertragungsfunktion $\tilde{G}(s) = -\Delta\varphi_{A,S}(s)/\Delta\varphi_{A,S,N}(s)$, die aufgrund ihrer Länge nicht ausgeschrieben in der Arbeit steht. In (5.47) wird die Ableitung des Systemeingangs $\Delta\dot{\varphi}_{A,S,N}$ nach der Zeit genutzt, was jedoch, nach einer Vereinfachung des Systems, nicht auf ein Deskriptorsystem sondern auf ein Zustandsraummodell mit Durchgriff führt.

Die Beschreibungsfunktion

$$N(A) = \begin{cases} m & \text{für } 0 \leq A \leq a_{Lo} \\ \frac{2m}{\pi} \left(\arcsin\left(\frac{a_{Lo}}{A}\right) + \frac{a_{Lo}}{A} \sqrt{1 - \left(\frac{a_{Lo}}{A}\right)^2} \right) & \text{für } A > a_{Lo} \end{cases}$$

approximiert das Sättigungsglied aus (5.46) mit einer linearen Näherung der Nichtlinearität. Die Funktion, für die hier $m = 1$ gilt, kann der Literatur entnommen werden [1, S.54]. Damit ergibt sich eine Kennlinie für $-\frac{1}{N(A)}$, die von -1 nach $-\infty$ läuft.

Aus Bild 5.25 kann ein Schnittpunkt der Beschreibungsfunktion und der Ortskurve bei $f = 5,2\text{Hz}$ abgelesen werden. Durch Einsetzen des Schnittpunkts in die Beschreibungsfunktion ergibt sich die Amplitude $A = 0,386\text{rad}$ für die Schwingung. Ein Indiz bezüglich der Stabilität von Grenzyklen ist der Verlauf der nichtlinearen Ortskurve relativ zur linearen Ortskurve. Kreuzt die nichtlineare Ortskurve die lineare von rechts nach links, wie in Bild 5.26 a) zu sehen, ist der Grenzyklus vermutlich stabil [1, S.60].

Anhand der Messung in Bild A.3 ist ein Grenzyklus auch am Prüfstand zu erkennen. Dass dieser aus der Lose resultiert, ist durch die Analyse mittels der Harmonischen Balance sehr wahrscheinlich. Jedoch stimmt die Frequenz des Grenzyklus nicht mit der des mittels harmonischer Balance gefundenen Grenzyklus überein. Das liegt an der Reibung der Aktoren, die in der Differenzwinkel-Regelung nicht berücksichtigt wird. Anhand der Simulationsergebnisse und Messungen in Bild 5.26 lässt sich erkennen, dass der Grenzyklus der harmonischen Balance bezüglich der Frequenz mit der des Simulationsmodells näherungsweise übereinstimmt, wenn die Reibung im Simulationsmodell nicht berücksichtigt wird. Wird die Reibung berücksichtigt, ergibt sich in der Simulation ein Grenzyklus, der dem Gemessenen sehr ähnelt. Der Plot in Bild 5.26, der mit Harmonische Balance bezeichnet wird, wurde durch die Simulation des Systems in Bild 5.24 c) erzeugt. Die leicht veränderte Frequenz gegenüber der Simulation ohne Reibung

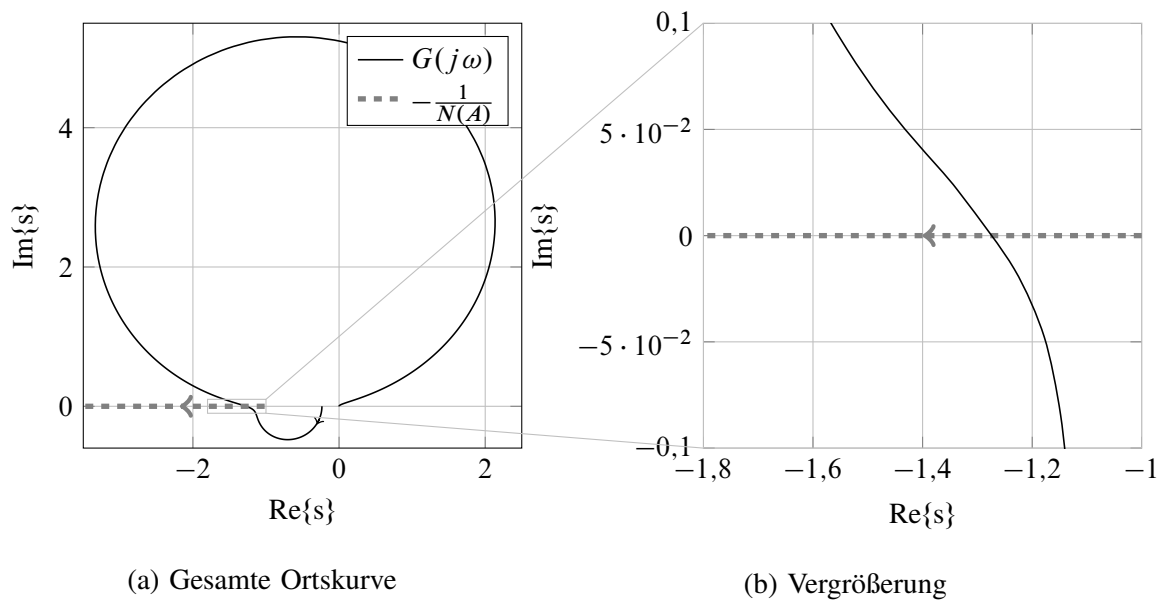


Bild 5.25: Harmonische Balance zur Analyse einer Lose zwischen den Lenkungsaktoren

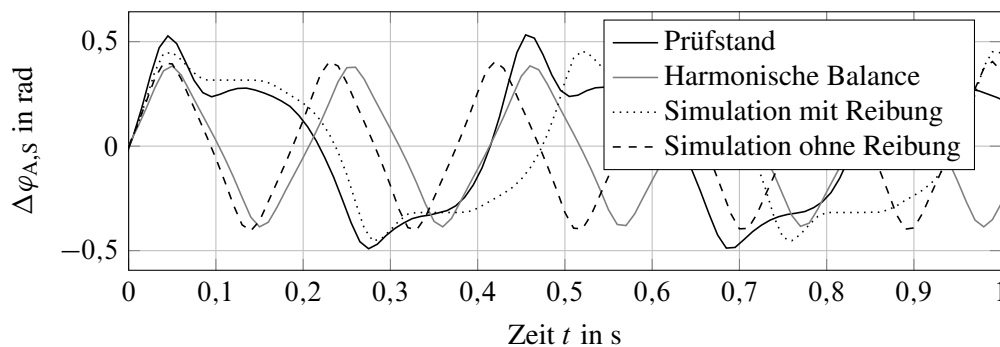


Bild 5.26: Simulationen und Messungen des Differenzwinkels und der Stellgröße zur Analyse des Grenzyklus

resultiert aus der Vernachlässigung der Zahnstange in dem Modell (5.48), das zur Analyse mittels harmonischer Balance genutzt wurde.

Anzumerken ist, dass in dieser Simulation die Lose zwischen den Lenkachsen von 0,3mm, wie in Abschnitt A.8.4 identifiziert, auf 0,1mm abgesenkt wurde, weil die auftretende Lose bei den geringen Drehmomenten des Grenzyklus kleiner ist. Das liegt daran, dass bei diesem Versuch ausschließlich die Lose der Gelenkköpfe wirkt, da die Kraft nicht ausreicht die Lose der Lenkungsaufnahmen anzuregen, weil diese geklemmt sind und daher höhere Kräfte nötig wären, damit diese losreißen.

Bei der Reglerauslegung muss die Lose also berücksichtigt werden, da es sonst zu einem Grenzyklus am Prüfstand kommt. Ein Grenzyklus entsteht zwischen den Lenkungen dadurch, dass der Regler den Differenzwinkel zwischen den Aktoren auf 0rad regeln soll, jedoch erfahren die Lenkachsen keine Gegenkraft, wenn diese sich im Losebereich befinden und regen dann den Dif-

ferenzwinkel $\Delta\varphi_{A,S}$ an. Dies kann vermieden werden, wenn die Differenzwinkel-Regelung für Differenzwinkel innerhalb der Lose, also $|\Delta\varphi_{A,S}| < \varphi_{S,Lo}$, abgeschaltet wird. Daher wird ein Totzonenglied in den Differenzwinkel-Regler eingefügt, das die Differenzwinkel-Regelung für $|\Delta\varphi_{A,S}| < 50^\circ$ deaktiviert. Dabei wird die Totzone bewusst etwas größer gewählt als die Lose zwischen den Aktoren, um sicher zu sein, dass die Lose bei Reglereingriffen überwunden wurde.

5.4.6 Auswahl der Linearisierungspunkte der Fahrzeuggeschwindigkeiten für das Gain-Scheduling

Wie im vorigen Teil des Abschnitts erwähnt wurde, muss für den Reglerentwurf des Kraftreglers das Entwurfssystem (5.8) um die Fahrzeuggeschwindigkeit v linearisiert werden. Dabei ist es sinnvoll, die Arbeitspunkte nicht zu nah aneinander zu wählen, um ein zu häufiges Umschalten zu vermeiden, aber dicht genug zusammen, damit die Regelqualität auch außerhalb der Arbeitspunkte ausreichend gut ist. In [79, S.99 ff.] erfolgt eine Linearisierung eines Zweispurmodells in der Geradeausfahrt zur Regelung der Gierrate und des Schwimmwinkels mit einem Abstand der Diskretisierungspunkte von 3,6km/h. Die Diskretisierungspunkte wurden also linear über der Fahrzeuggeschwindigkeit verteilt. Bei näherer Analyse des Systemmodells (5.8) fällt auf, dass die Fahrzeuggeschwindigkeit v meistens linear im Nenner auftritt. Deswegen wird sich dafür entschieden, die Arbeitspunkte in dieser Arbeit nicht linear über v zu verteilen, sondern über $\theta = 1/v$. Da für sehr niedrige Geschwindigkeiten von $v < 10\text{km/h}$ das lineare Einspurmodell keine gute Systembeschreibung mehr liefert, wie in Abschnitt 5.4.1 erläutert, wird für den Reglerentwurf ein Entwurfsbereich von $\theta = [1/180, \dots, 1/10]\text{h/km}$ gewählt. Dabei wird der Entwurfsbereich in 10 Arbeitspunkte unterteilt, die dann

$$v_{AP} = (10 \quad 11,04 \quad 12,33 \quad 13,95 \quad 16,07 \quad 18,95 \quad 23,08 \quad 29,51 \quad 40,91 \quad 66,67 \quad 180) \text{ km/h} \quad (5.49)$$

als Entwurfsgeschwindigkeiten für die Regler ergeben. Mit diesem Vorgehen kann die Anzahl der Arbeitspunkte, im Vergleich zu [79, S.99 ff.], verringert werden. Anhand Bild 5.16 lässt sich erkennen, dass die Anzahl der Arbeitspunkte ausreichend ist, weil die Stabilitätsbereiche der einzelnen Arbeitspunkte sehr groß sind, da eine robuste Regelung ausgelegt wurde.

5.4.7 Parallelen der Regelung zu heutigen EPS-Systemen

In diesem Abschnitt werden die Parallelen des hier entworfenen SbW-Regelungskonzepts mit der klassischen Reglerstruktur eines EPS-Systems aufgezeigt. So werden in heutigen EPS-Systemen die Grundfunktionen

- Servounterstützung
- Reibungskompensation

- Trägheitskompensation und
- Dämpfung

implementiert [65, S.399 ff.]. Die einzelnen Elemente aus Bild 5.12 lassen sich diesen Grundfunktionen zuordnen. So wird über das Kennfeld $F_{Zs}(v, M_{Drv})$ die Servounterstützung realisiert. Die Reibungskompensation und Trägheitskompensation erfolgt durch den Kraft-Regler, der die Trägheit und Reibung, die durch Lenkaktoren und deren Getriebe in das System eingebracht werden, ausregelt. Die Dämpfung erfolgt dann durch die Positions-Regelung, die das System so dämpft, dass Stabilität stets gewährleistet ist und Schwingungen im System unterdrückt werden.

5.4.8 Fazit zur nichtlinearen robusten Regelung

Im Rahmen dieses Abschnitts wurde ein Regelungskonzept vorgestellt, das aus zwei getrennten Reglern für Lenkung und Lenkrad besteht. Durch die einzelnen Teilsysteme und deren Struktur beim Entwurf lässt sich die nichtlineare Lenkkraftverstärkung im Regler durch ein Kennfeld berücksichtigen. Dem geregelten nichtlinearen System wird Stabilität über die indirekte Methode von Ljapunov nachgewiesen.

Die Struktur des Reglers bietet den Vorteil, dass erweiterte Lenkungenfunktionen, wie z.B. Parkassistenten oder Spurhalteassistent, einfach in das Gesamtsystem integriert werden können, weil durch einen entsprechenden Zugriff auf die Führungsgrößen $F_{Zs,soil}$ und $\varphi_{SW,soil}$ Einfluss auf die Querdynamik des Fahrzeugs und das Fahrgefühl genommen werden kann.

Am Ende des Abschnitts wurden die Nichtlinearitäten im System analysiert, die eine Reglerauslegung in der Praxis erschweren. Gezeigt wurde, dass Reibung effizient geschätzt und vorgesteuert werden kann und somit deren Auswirkung auf das zu regelnde System minimiert wird. Die Lose im System kann nicht vorgesteuert bzw. kompensiert werden und sorgt damit für einen unsteuerbaren Bereich, wenn das System in Lose ist, da der Regler dann deaktiviert werden muss. Überlegungen zur Auswahl der Linearisierungspunkte des Gain-Scheduling-Reglers wurden vorgestellt und eine mögliche Konfiguration vorgeschlagen.

6 Verifikation der nichtlinearen Regelungskonzepte in der Simulation

In diesem Kapitel werden die in Kapitel 5 entworfenen nichtlinearen Regelungskonzepte in der Simulation verifiziert. Dazu wird zunächst der Kraftregler der robusten Regelung untersucht und danach werden Simulationen mit dem robust geregelten Gesamtsystem und dem nichtlinearen Verkopplungsregler durchgeführt und die spezifischen Eigenschaften der geregelten Systeme untersucht. Dabei werden in den Simulationen stets die nichtlinearen Systemeigenschaften Reibung, Amplitudendiskretisierung und Lose, sowie eine begrenzte Abtastzeit berücksichtigt. Somit bildet das Simulationsmodell alle identifizierten nichtlinearen mechanischen und Diskretisierungseffekte ab. Zudem wird im Fahrdynamikmodell, gegenüber dem Entwurfsmodell, ein Reifenmodell berücksichtigt, das als PT1-Glied modelliert wird (vgl. Abschnitt 2.4.3). Um Parameterschwankungen eines industriell gefertigten Lenksystems Rechnung zu tragen, werden in der Simulation die tatsächlich identifizierten asymmetrischen linearen mechanischen Parameter aus Tab. 4.1 genutzt, die Reibung des Aktors 1 um ca. 10% erhöht und die Stribeck Reibung des Aktors 2 um ca. 10% abgesenkt. Für den Reglerentwurf selbst wurden die identifizierten mechanischen Parameter der Lenkung im Entwurfsmodell gemittelt und das Entwurfssystem damit symmetrisch gemacht. Damit ergeben sich die in Tab. 6.1 aufgezählten Unterschiede zwischen dem Simulations- und dem Entwurfsmodell.

6.1 Simulation des Lenkungsreglers der robusten Regelung

In diesem Abschnitt wird die unterlagerte Kraft- und Differenzwinkel-Regelung der robusten Regelung untersucht. Zu diesem Zweck werden die Sprungantworten des Lenkungsreglers auf Führungsgrößensprünge der Zahnstangenkraft und des Differenzwinkels betrachtet. Dabei wird das Simulationsmodell genutzt, das die im vorigen Abschnitt beschriebenen nichtlinearen Effekte berücksichtigt. Zudem wird der Regler um ein Totzonenglied bezüglich der Differenzwinkel-Regelung erweitert, damit der Regler erst eingreift, wenn der Differenzwinkel außerhalb der Lose zwischen den beiden Aktoren liegt und somit eine Kraft zwischen den Aktoren übertragen wird

Tabelle 6.1: Unterschied zwischen Entwurfsmodell und Simulationsmodell

Eigenschaft	Entwurfsmodell	Simulationsmodell
Reibung	Symmetrische viskose Reibung	Asymmetrische Stribeck-Reibkurven
Lose	Nicht berücksichtigt	Lose zwischen den Lenkungsaktoren
Fahrdynamikmodell	Lineares ESM ohne Reifendynamik	Lineares ESM mit PT1-Reifendynamik
Lenkungsparameter	Symmetrische Parameter	Identifizierte asymmetrische Parameter

(vgl. Abschnitt 5.4.5). Dies ist der Fall, wenn der Betrag des Differenzwinkels $|\Delta\varphi_{A,S}| > 44^\circ$ wird, weil dies die Größe der Lose zwischen den Aktoren ist, wie Abschnitt A.8.2 entnommen werden kann.

6.1.1 Simulation des Kraftreglers

In der Simulation, die in Bild 6.1 gezeigt ist, wird zum Zeitpunkt $t = 1\text{ s}$ ein Sprung auf die Führungsgröße des Kraftreglers von 1 kN gegeben. Einmal mit Berücksichtigung der Lose zwischen den Aktoren im Simulationsmodell und im Regler in rot und in schwarz ohne die Modellierung der Lose zwischen den Aktoren. Zu sehen ist, wie die Zahnstangenkraft nach $0,7\text{ s}$ eingeregelt wird.

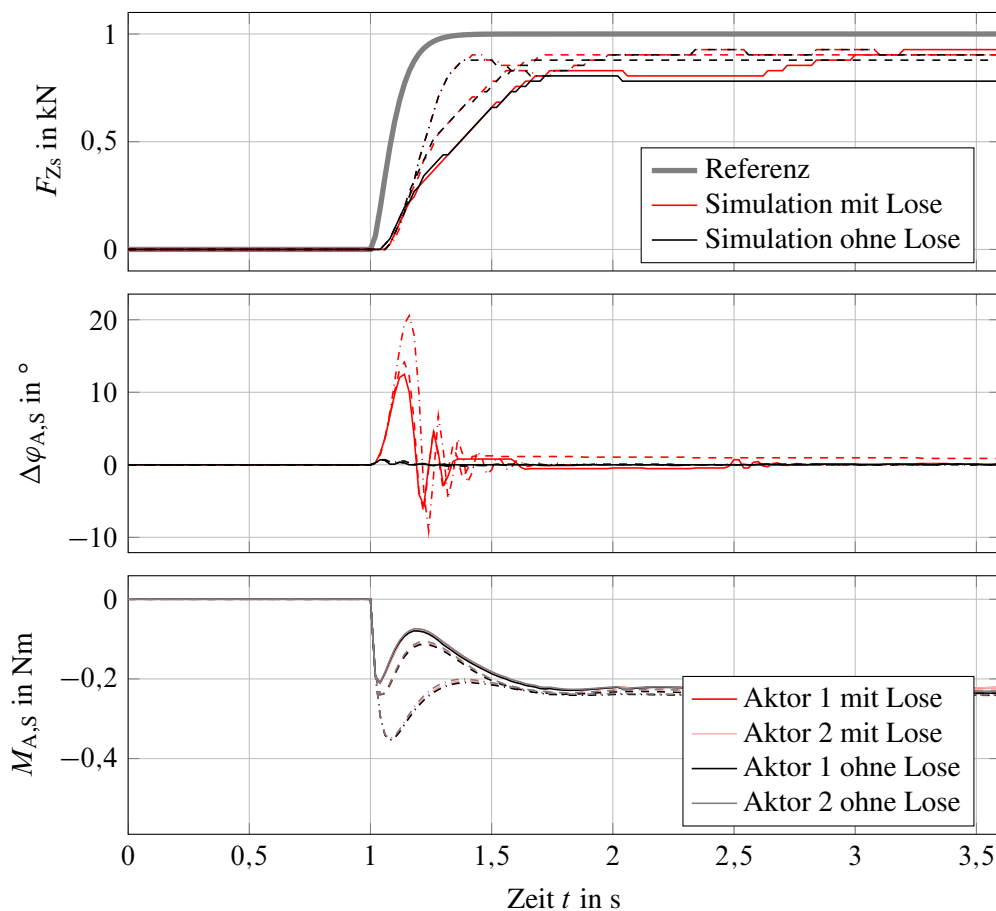


Bild 6.1: Sprungantworten des Kraftreglers in der Simulation unter Berücksichtigung asymmetrisch verteilter Reibung, Lose und eines Fahrdynamikmodells, das den Reifen als PT1-Glied berücksichtigt bei Fahrzeuggeschwindigkeiten $v = 30$ (---) ,80(---) und 130 (—) km/h

Auffällig ist in Bild 6.1 die stationäre Abweichung der Zahnstangenkraft zwischen dem Referenzsignal und den Simulationen für die verschiedenen Geschwindigkeiten. Dabei ist gut zu erkennen, dass für $v = 30\text{ km/h}$ (---) die Anregelzeit der Kraft kürzer ist, während bei höheren Geschwindigkeiten ((---) und (—)) die Anregelzeit größer wird. Das hängt damit zusammen, dass die

Gegenkraft zum Abstützen der Zahnstangenkraft durch die Fahrzeugquerdynamik aufgebaut werden muss. Anhand der Amplitudenverstärkung des Bode-Diagramms in Bild 4.3 ist zu erkennen, dass je schneller das Fahrzeug fährt, desto weniger Verschiebung der Zahnstange x_{Zs} ist nötig, um die erwünschte Zahnstangenkraft zu erreichen. Da die Geschwindigkeit v das Massenträgheitsmoment im Einspurmodell aber invers skaliert (vgl. (2.23)), reagiert das System bei höheren Geschwindigkeiten träger. Dies sorgt für eine Erhöhung der An- und Ausregelzeit bei steigender Fahrzeuggeschwindigkeit.

Beim Reglerentwurf wurde ermittelt, dass über die Gewichtung des Systemausgangs g_{11} in (5.37) Einfluss auf die Ausregelzeit und die stationäre Genauigkeit genommen werden kann. Wird der Pol des Gewichts weiter in die linke s-Halbebene geschoben, sinkt die Anregelzeit und der stationäre Fehler steigt. Wird der Pol weiter nach rechts in der s-Halbebene geschoben, steigt die Anregelzeit und der stationäre Fehler sinkt. Während der Simulationen zeigte sich, dass mit der hier genutzten Applikation ein guter Kompromiss zwischen An-, Ausregelzeit und stationärem Fehler gefunden wurde. Wird versucht, den Regler dynamischer auszulegen, neigt das System zudem stärker zum Schwingen, wird der Regler langsamer ausgelegt, verschlechtert sich das Lenkgefühl aufgrund der hohen Verzugszeit zwischen der Führungs- und Regelgröße.

Bezüglich der Kraftregelung ist fast kein Unterschied in der Dynamik zwischen dem System mit und ohne Lose zu erkennen. Die stationären Endwerte zwischen dem Lose behafteten System und dem System ohne Lose unterscheiden sich jedoch leicht, aufgrund der sich unterschiedlich einstellenden stationären Aktorwinkel. In der Simulation wird der Differenzwinkel $\Delta\varphi_{A,S}$ zwischen den Aktoren durch Stick-Slip-Effekte und die Lose, wenn diese vorhanden ist, angeregt und ein kleiner Differenzwinkel zwischen den Aktoren verbleibt. Der Effekt der Lose ist dabei vor allem zum Zeitpunkt $t = 1,1s$ gut zu erkennen, indem durch die Lose für eine kurze Zeit ein großer Differenzwinkel entsteht, der sich aber, durch die in dieselbe Richtung wirkenden Drehmomente der Aktoren, wieder auf $\approx 0^\circ$ reduziert. Dabei sind die Aktorstellgrößen zu gering, um das Haft-Drehmoment zu überwinden und den Differenzwinkel $\Delta\varphi_{A,S}$ genau auf $0rad$ zu regeln. Dies kann auch wegen der eingebrachten Totzone im Differenzwinkel-Regler bei dem System mit Lose nicht erreicht werden (vgl. Abschnitt A.6). Entscheidend bezüglich der Regelung des Systems ist jedoch, dass Oszillationen und Verspannungen der Aktoren gegeneinander durch den Regler vermieden werden. Dieses Ziel wird erreicht, wie an den in dieselbe Richtung wirkenden Drehmomenten beider Antriebe zu sehen ist.

6.1.2 Simulation des Differenzwinkelreglers

In Bild 6.2 ist die Sprungantwort des geregelten Systems auf einen Führungsgrößensprung von $\Delta\varphi_{A,S} = 2rad$ für variierende Fahrzeuggeschwindigkeiten zu sehen. Dabei ist zu erkennen, dass die Zahnstangenkraft F_{Zs} vom Differenzwinkel $\Delta\varphi_{A,S}$ gut entkoppelt ist. Die Zahnstangenkraft wird durch einen Sprung des Differenzwinkels $\Delta\varphi_{A,S}$ nur minimal angeregt, wobei der treppenförmige Verlauf von F_{Zs} aus der Amplitudendiskretisierung durch die begrenzte Sensorauflösung resultiert. Die Simulationen folgen in allen Geschwindigkeitsbereichen der Referenz dynamisch gut, jedoch ist die stationäre Abweichung des Differenzwinkels mit über 42° beim System mit

Lose vorhanden und durch eben diese Lose zwischen den Lenkungsaktoren der Lenkung bedingt. Die besser gedämpfte Dynamik der Differenzwinkel-Regelung gegenüber der Kraftregelung aus dem vorigen Abschnitt hängt dabei mit dem niedrigeren Rauschen der Messsignale der Positionsmessung gegenüber der Kraftmessung zusammen sowie damit, dass das Fahrdynamikmodell auf den Differenzwinkel keinen Einfluss hat. Wie in der Reglerauslegung erklärt, ist stationäre Genauigkeit für die Differenzwinkel-Regelung nicht wichtig, weil die Differenzwinkelregelung vor allem dazu dient, ein Verspannen der Aktoren gegeneinander zu vermeiden. Auffällig ist auch, dass keine Abhängigkeit von der Geschwindigkeit bezüglich der Differenzwinkelregelung existiert, wie bereits bei der Reglerauslegung gezeigt wurde.

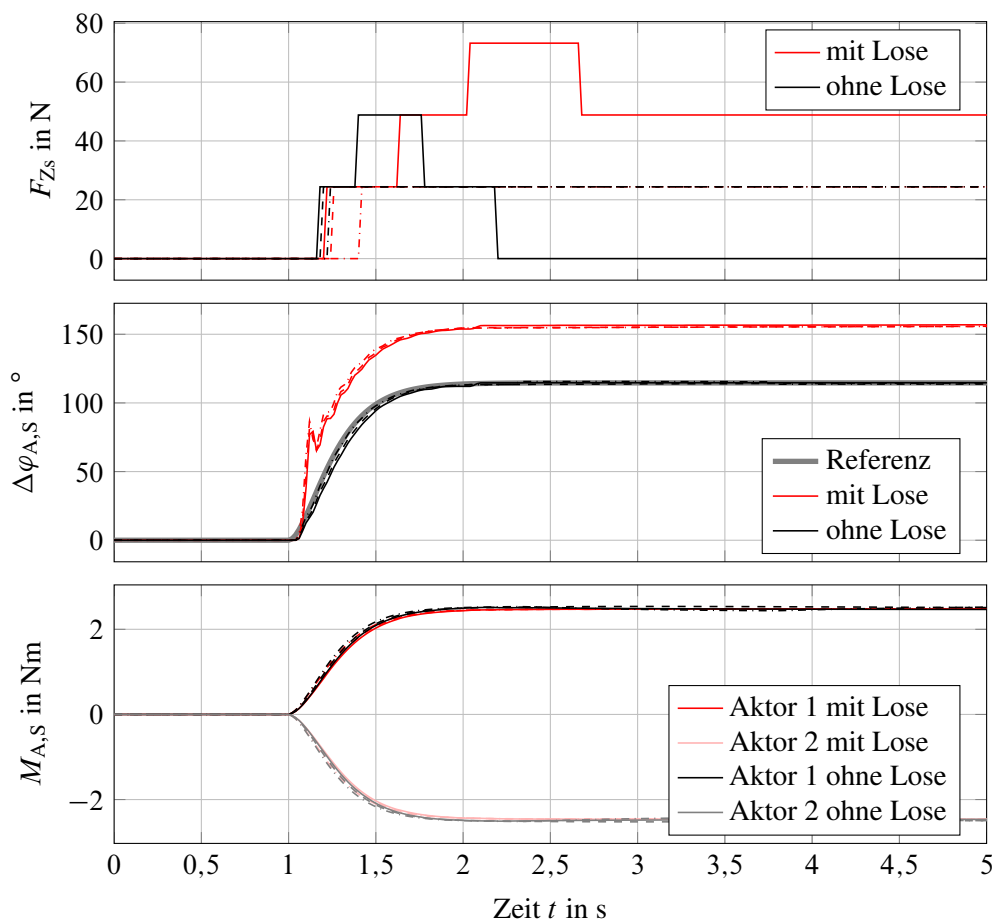


Bild 6.2: Sprungantworten des Differenzwinkel-Reglers in der Simulation bei $v = 30$ (---), 80 (- - -) und 130 (—) km/h

6.1.3 Simulation des robusten Kraftreglers mit Reibungskompensation

In der Simulation in Bild 6.3 ist zu sehen, dass die Zahnstangenkraft F_{Zs} des geregelten Systems ohne Reibungskompensation gegenüber dem System mit Reibungskompensation nicht überschwingt. Der Grund dafür ist, dass die Stellgröße zu klein wird, um die Reibung zu überwinden und das System somit vor dem stationären Endwert zur Ruhe kommt und diesen nicht erreichen

kann. Wird die Reibungskompensation aus Abschnitt 5.4.4 eingesetzt, ist der stationäre Regelfehler kleiner und die Führungsgröße schneller eingeregelt, jedoch auf Kosten eines Überschwingens. Die Reibungskompensation ist trotz des Überschwingens gut geeignet, das Regelverhalten des Regelkreises zu verbessern und wird deswegen im Folgenden immer eingesetzt, um den stationären Fehler zu verringern und die Dynamik des geschlossenen Regelkreises zu erhöhen. Die Drehmomente der Lenkungsaktoren $M_{A,S,1}$ und $M_{A,S,2}$ lassen sich in Bild 6.3 nicht unterscheiden, da diese gleich verlaufen und somit die Graphen übereinander liegen.

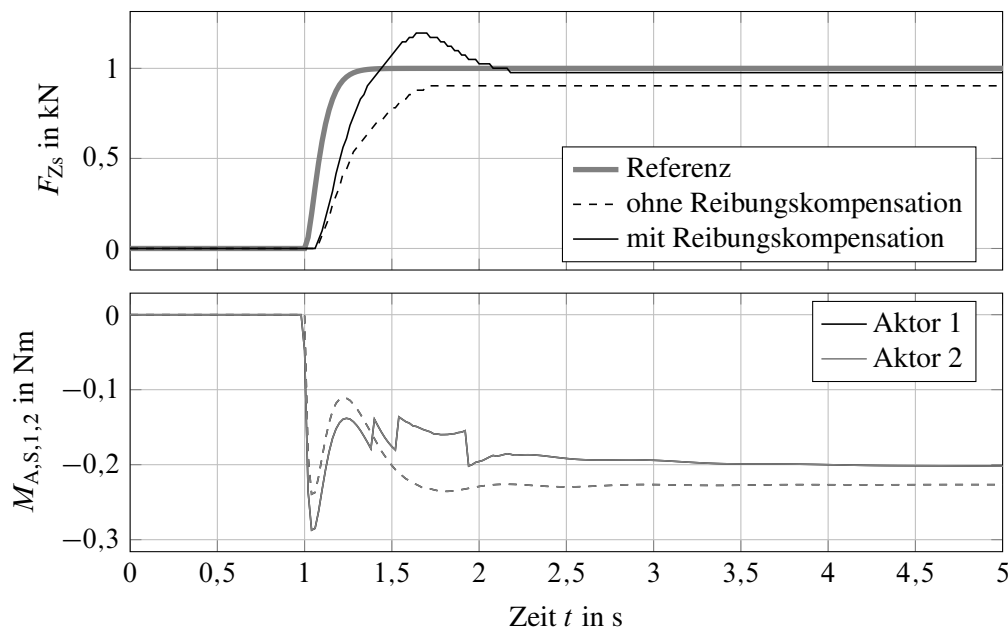


Bild 6.3: Sprungantwort der Lenkung auf einen Sprung der Zahnstangenkraft auf $F_{Zs,Soll} = 1\text{ kN}$ in der Simulation mit und ohne Reibungskompensation bei $v = 80\text{ km/h}$, wobei die Drehmomente beider Aktoren $M_{A,S,1}$ und $M_{A,S,2}$ gleich verlaufen und deswegen übereinander liegen

6.2 Simulation des Gesamtsystems mit Fahrermodell

In diesem Abschnitt werden die Simulationsergebnisse dargestellt, wenn zusätzlich zum vorgestellten robusten Kraftregler der Positionsregler, also die virtuelle Lenksäule, simuliert wird. Der Fahrer wird, in Anlehnung an ein Feder-Dämpfer System (vgl. Abschnitt 4.1.2), als PD-Regler modelliert, der ein Drehmoment am Lenkrad aufbringt und so einen Lenkradwinkel am Lenkrad einstellt. Die Simulationsergebnisse des robusten Reglers werden mit den Simulationsergebnissen des nichtlinearen Verkopplungsreglers aus Abschnitt 5.3.4 mit und ohne Lose verglichen und somit die Vor- und Nachteile der unterschiedlichen Regelungskonzepte herausgearbeitet.

Dem Lenkradwinkel wird durch den Fahrer ein Sinusverlauf aufgeprägt, damit über den im Fahrversuch üblichen Test Sinuslenken, der auch Weave-Test genannten wird, das Anlenkverhalten der Lenkung beurteilt werden kann [38]. Um das Anlenkverhalten zu beurteilen, wird das Lenkradmoment M_{Drv} , das der Fahrer aufbringen muss, über dem sich ergebenden Lenkradwinkel φ_{SW} aufgetragen. Zur Beurteilung der Fahrzeugantwort wird die Querbeschleunigung a_Y über dem

Fahrerdrehmoment M_{Drv} dargestellt und zusätzlich eine Ideallinie eingezeichnet, die sich aus dem Kennfeld Bild 5.7 ergibt. Sie zeigt den Verlauf, wenn die Lenkung keine Nachgiebigkeit, Trägheit oder Dämpfung hätte. In Bild 6.4 sind die Ergebnisse zu sehen, wobei die Kurven im Uhrzeigersinn durchlaufen werden.

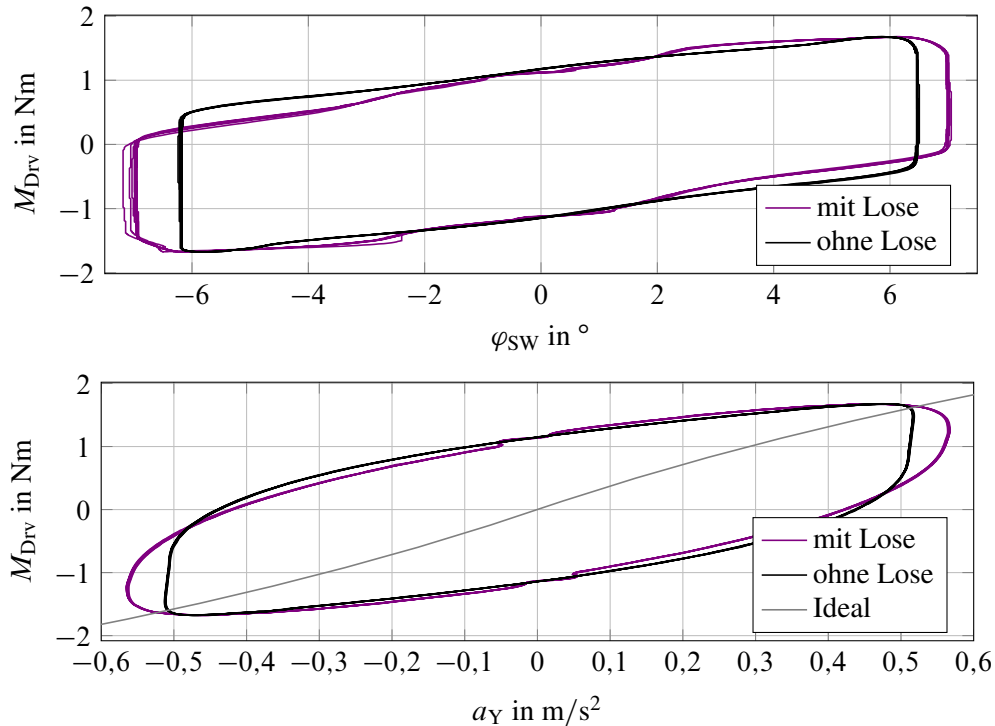


Bild 6.4: Sinuslenken mit einer Amplitude von 7° mit einer Frequenz von $f = 0,35\text{Hz}$ bei einer Geschwindigkeit von $v = 80\text{km/h}$ mit robuster Regelung in der Simulation

In Bild 6.4 ist anhand die Simulationsergebnisse für die robuste Regelung der Einfluss der Reibung gut zu erkennen. Das Drehmoment der Coulomb'schen Reibung, das benötigt wird, damit sich das Lenkrad überhaupt drehen kann, liegt bei ca. $0,65\text{Nm}$ (vgl. Abschnitt 2.1) und gibt deswegen die Mindesthysteresehöhe des Drehmoments zu $2 \cdot 0,65\text{Nm}$ über der Lenkradposition vor. Durch die Dämpfung gegenüber dem Inertialsystem und der nicht perfekt ausgeglichenen Reibung der Lenkungsaktoren erhöht sich die Höhe der Hysterese auf die hier zu sehenden $2,3\text{Nm}$.

Durch die gut gedämpfte Dynamik ist um den Lenkradwinkel $\varphi_{\text{sw}} = 0^\circ$ ein glatter Verlauf des Lenkradmoments über dem Lenkradwinkel gegeben. Dies hängt auch damit zusammen, dass sich bei $\varphi_{\text{sw}} = 0^\circ$ das Lenkrad am schnellsten dreht und somit die Nichtlinearitäten den geringsten Einfluss haben. In den Umlenkpunkten, wenn die Lenkradwinkelgeschwindigkeit die Richtung wechselt und somit am geringsten ist, sorgen die Nichtlinearitäten für einen unglatten Verlauf. Der Abfall des Drehmoments bei konstantem Lenkradwinkel entspricht dem Haftdrehmoment am Lenkrad und der nicht kompensierten Reibung der Lenkung. Durch die Lose an den Aktoren entsteht eine Spreizung der Drehmomentverläufe, je nach dem wie die Lose an den Umlenkpunkten liegt. Des Weiteren ist ein Schwinger bei $\varphi_{\text{sw}} = 0^\circ$, also $a_Y = 0\text{m/s}^2$ zu sehen, da an dieser Stelle die Lastkraft das Vorzeichen ändert und somit die Zahnstange von einem Anschlag der Lose in den anderen geschoben wird. Die dritte Nichtlinearität, die im System vorliegt, ist die

Reibung in den Lenkungsaktoren (vgl. 2.3). Diese sorgt für einen kleinen Kraftanstieg am Beginn der Umlenkpunkte, bevor die Lenkradwinkelgeschwindigkeit die Richtung wechselt. In Bild 6.4 wird dieser Effekt durch die Reibungskompensation aus Abschnitt 5.4.4 und die Dämpfung des Reglers reduziert und ist deswegen in der Simulation nicht zu erkennen.

In Bild 6.5 sind die Simulationsergebnisse für dasselbe Systemmodell mit dem Verkopplungsregler dargestellt. Bei diesem Regler wurden die Nichtlinearitäten während des Reglerentwurfs nicht berücksichtigt. Da die Reibung weder im Lenkrad noch in der Lenkung in diesem Entwurfsverfahren berücksichtigt wird, zieht sich die Hysterese gegenüber Bild 6.4 weiter auf, da auch die Reibung der Lenkungsaktoren durch den Fahrer überwunden werden muss, damit die Lenkung beginnt sich zu bewegen. Durch den hohen Stellgrößenbedarf zum Überwinden der Reibungen gegenüber der Stellgröße, die für das Einstellen der Querbewegung benötigt wird, ist bei kleinen Lenkwinkelamplituden die Querbewegung annähernd konstant über dem Fahrdrehmoment, wie in Bild 6.5 abgelesen werden kann. Auffällig ist in der Simulation der treppenförmige Verlauf der Plots, der sich durch Stick-Slip Effekte, bedingt durch die Reibung der Lenkachsen an den Umlenkpunkten, bildet.

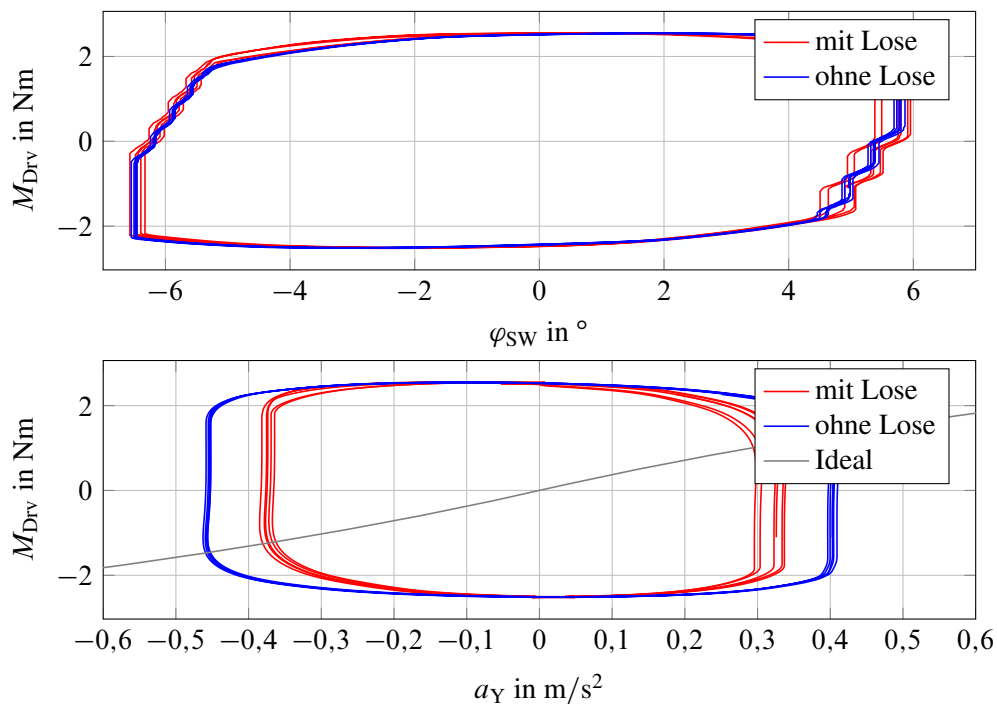


Bild 6.5: Sinuslenken mit einer Amplitude von 6° mit einer Frequenz von $f = 0,25\text{Hz}$ bei einer Geschwindigkeit von $v = 80\text{km/h}$ mit Verkopplungsregler in der Simulation

Im Vergleich der beiden Regelungskonzepte ist festzustellen, dass die robuste Regelung durch die Reibungskompensation und den langsamen Pol im Gewicht g_{11} (vgl. (5.37)) die Reibung der Lenkungsaktoren besser ausregelt. Damit ist die für den Fahrer spürbare Reibung mit dem robusten Regelungskonzept geringer und das System somit transparenter.

In Bild 6.6 ist ebenfalls ein simuliertes Sinuslenkmanöver mit dem robusten Regler dargestellt. Im Vergleich zu Bild 6.4 wird die Frequenz jedoch auf $f = 0,2\text{Hz}$ abgesenkt und die Amplitude

des Sinus auf 45° erhöht. Dadurch ist in den Plots die Auswirkung der Lenkkraftverstärkung zu sehen, die zu einem Abflachen des Fahrer Drehmoments M_{Drv} über der Querbeschleunigung a_Y führt. Gegenüber der Simulation aus Bild 6.4 erhöht sich das Drehmoment um $\varphi_{\text{SW}} = 0^\circ$, weil durch die höhere Amplitude des Lenkradwinkels die Lenkradgeschwindigkeit steigt und somit der Einfluss der virtuellen viskosen Dämpfung gegenüber dem Inertialsystem zunimmt und die Hysterese aufzieht. Dies ist der Grund für die höhere Hysterese bei $\varphi_{\text{SW}} = 0^\circ$, was auch daran zu erkennen ist, dass an den Umlenkpunkten, an denen die Lenkradwinkelgeschwindigkeit gering ist, die Hysterese wesentlich kleiner ist. Dementsprechend dominieren in dieser Simulation die linearen Effekte in der Lenkung, bedingt durch die höheren Winkelgeschwindigkeiten und Stellgrößen in dem Manöver.

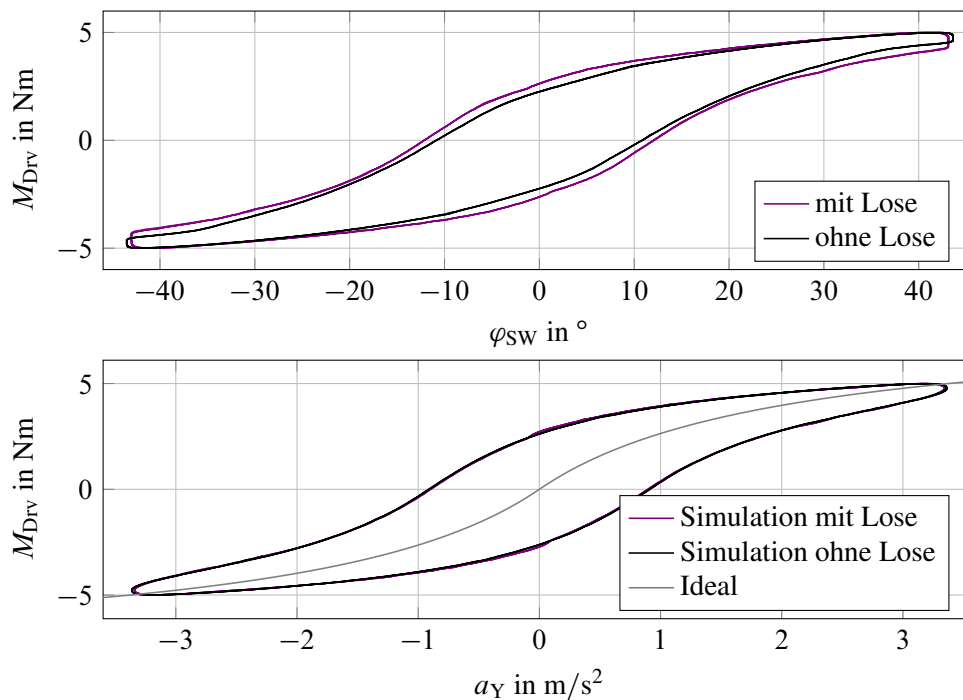


Bild 6.6: Sinuslenken mit einer Amplitude von 45° mit einer Frequenz von $f = 0,2\text{Hz}$ bei einer Geschwindigkeit von $v = 80\text{km/h}$ mit robuster Regelung in der Simulation

In Bild 6.7 werden die Ergebnisse derselben Simulation, nur mit dem Verkopplungsregler statt der robusten Regelung, dargestellt. Zu erkennen ist, dass die Drehmomentenverläufe sehr glatt sind, weil die Dämpfung des Verkopplungsreglers das Systemverhalten dominiert. Dieser bedämpft das System stärker als der robuste Regler, weswegen sich die Hysterese weiter aufzieht. Der Einfluss der Lenkkraftverstärkung ist aufgrund der starken Dämpfung für $f = 0,2\text{Hz}$ nicht zu sehen und tritt erst bei niedrigeren Anregungsfrequenzen, wie z.B. $f = 0,05\text{Hz}$, in Erscheinung.

Im Vergleich der Simulationsergebnisse zwischen dem Verkopplungsregler und dem robusten Regler fällt auf, dass Reibung durch das robuste Regelungskonzept besser ausgeglichen werden kann, weswegen die Hysterese kleiner ist. Der Vorteil des Verkopplungsreglers liegt vor allem in dessen Entwurf, der mathematisch erheblich einfacher erfolgen kann und bei dem weniger freie Parameter eingestellt werden müssen.

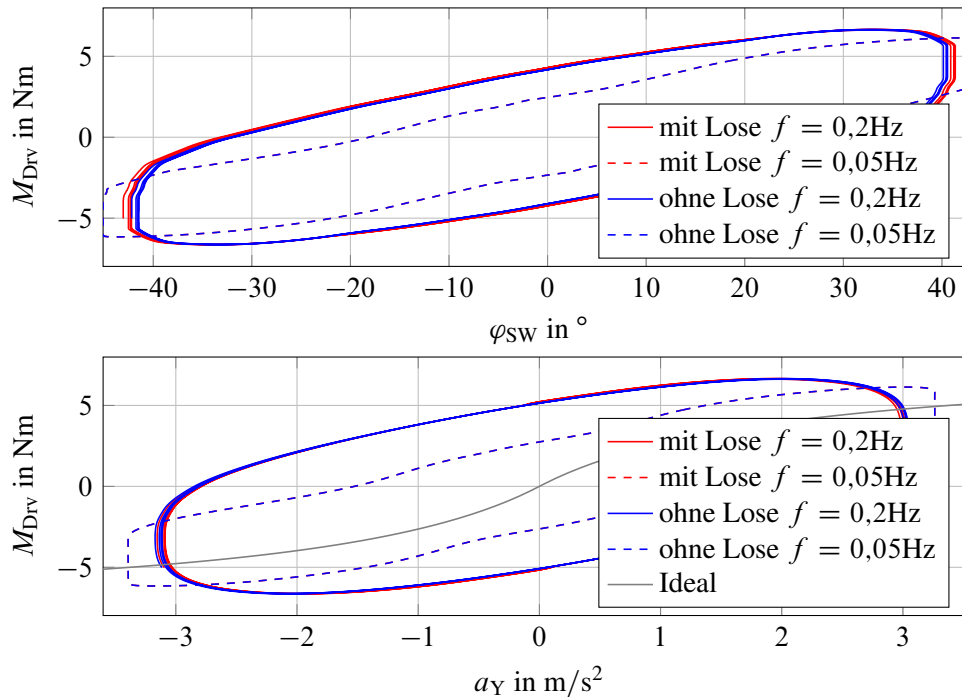


Bild 6.7: Sinuslenken mit einer Amplitude von 45° mit einer Frequenz von $f = 0,2\text{Hz}$ und $f = 0,05\text{Hz}$ bei einer Geschwindigkeit von $v = 80\text{km/h}$ mit Verkopplungsregler in der Simulation

Alles in allem ist das robuste Regelungskonzept für die Regelung eines realen SbW-Systems besser geeignet, weil Parameterungenauigkeiten und Störungen im Entwurf besser adressiert werden. Ein Verkopplungsreglerentwurf ist für Mehrgrößensysteme jedoch oft trotzdem sinnvoll, weil durch diesen die erreichbare Systemperformance durch einen Zustandsregler ermittelt werden kann. Zudem ist der Implementierungsaufwand des Verkopplungsreglers, weil in dem betrachteten System alle Zustände gemessen werden, sehr gering, da er ausschließlich aus P-Reglern besteht. Insbesondere im Vergleich zum robusten Regelungskonzept, bei dem zusätzlich zu den Positionen auch das Drehmoment am Lenkrad und die Kraft der Zahnstange gemessen wird, bedeutet der Verkopplungsreglerentwurf nicht nur einen theoretisch leichteren Entwurf, sondern benötigt zudem weniger Messgrößen. Die zusätzlichen Messgrößen im robusten Regelungskonzept sind auch der Grund, warum der robuste Regler transparenter ist, also der Fahrer eine stärkere und genauere Rückmeldung von der Straße erhält.

6.3 Fehler und Störungen im geregelten Gesamtsystem

Im Rahmen dieses Abschnitts werden die Einflüsse von Ausfällen der Aktoren auf die Ein- und Ausgangsgrößen der Lenkung aufgezeigt. Dabei wird der Fahrer als Feder-Dämpfer System modelliert, für den als P- und D-Parameter die nominellen Parameter der Steifigkeit und Dämpfung aus Tab. 2.3 genutzt werden ($K_{\text{P,Drv}} = 3,86$ und $K_{\text{D,Drv}} = 1,2$). Über einen I-Anteil von $K_{\text{I,Drv}} = 1$ wird zusätzlich die Querbeschleunigung zurückgeführt, damit der Fahrer immer eine Zielquerbeschleunigung anstrebt. Diese wird allerdings durch eine Totzone von $0,1\text{m/s}^2$ zurückgeführt, um

einen Grenzyklus zu vermeiden, der aus der Reibung am Lenkrad resultiert. Damit ergibt sich das in Bild 6.8 gezeigte Fahrermodell.

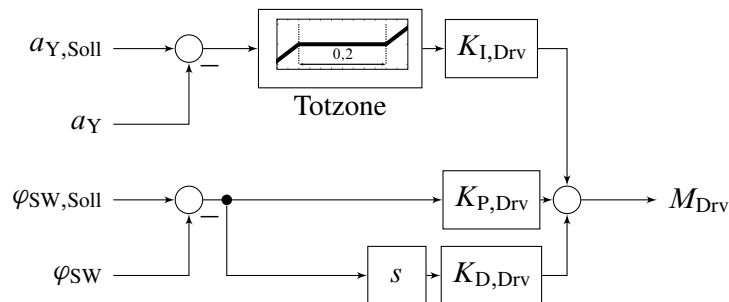


Bild 6.8: Struktur des Fahrermodells in den genutzten Simulationen

In den Folgenden Simulationen, in denen Aktorausfälle und Störungen auf das System untersucht werden, wird nun immer das Fahrermodell aus Bild 6.8 eingesetzt. Die Simulationen starten bei einer konstanten Quereschleunigung von $a_Y \approx 3\text{m/s}^2$ und werden bei $v = 80\text{km/h}$ ausgeführt, wobei zum Zeitpunkt $t = 0,5\text{s}$ der Aktor 1 am Lenkrad oder an der Lenkung abgeschaltet wird, also $M_{A,SW,1} = 0\text{Nm}$ oder $M_{A,S,1} = 0\text{Nm}$ für $t > 0,5\text{s}$ gilt. Die Simulationen werden immer mit und ohne Berücksichtigung der Lose zwischen den Lenkungsaktoren durchgeführt, um deren Einfluss isoliert betrachten zu können. Dieselben Simulationen wurden mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten durchgeführt und ähneln sich. Im Anhang A.7 sind zum Vergleich die Simulationen mit $v = 130\text{km/h}$ dargestellt.

6.3.1 Aktorausfall am Lenkrad

In Bild 6.9 wird die Simulation eines Aktorausfalls am Lenkrad zum Zeitpunkt $t = 0,5\text{s}$ dargestellt. In der Abbildung werden dabei die Simulationsergebnisse der Systeme mit dem Verkopplungsregler und dem robusten Regler gezeigt. Beide Systeme werden mit Lose und ohne Lose zwischen den Aktoren simuliert, um den Einfluss der Lose auf die Systemdynamik zu erörtern. Betrachtet wird die Geschwindigkeit $v = 80\text{km/h}$.

Bei der robusten Regelung sinkt durch den Ausfall des Lenkradaktors das Lenkraddrehmoment M_{Drv} zunächst ab und der Lenkradwinkel steigt leicht an, da der Fahrer nachlenkt. Da die Lenkung kraftgeregelt betrieben wird, sinkt durch das fallende Drehmoment am Lenkrad auch die Quereschleunigung a_Y leicht. Im Fehlerfall steigt die Quereschleunigung demnach nicht und somit bleibt das Fahrzeug stabil. Der Abfall der Quereschleunigung unterscheidet sich dabei, je nach Simulationsparametern, ist aber in den Simulationen immer kleiner 10% der stationären Quereschleunigung. Anhand der Stellgrößenverläufe der Lenkradaktoren $M_{A,SW}$ ist zu sehen, dass zum Zeitpunkt $t = 1\text{s}$ der Aktor 1 ausfällt, der strichliert dargestellt wird. Das Drehmoment des Lenkradaktors 2 steigt dann an, um den Wegfall des Aktors 1 zu kompensieren. Die Lose hat nur einen geringen Einfluss auf das Systemverhalten.

Der Verkopplungsregler zeigt ein anderes Verhalten im Fehlerfall. Dadurch, dass dieser aus statischen Positions- und Geschwindigkeitsrückführungen besteht, halbiert sich bei einem Aktoraus-

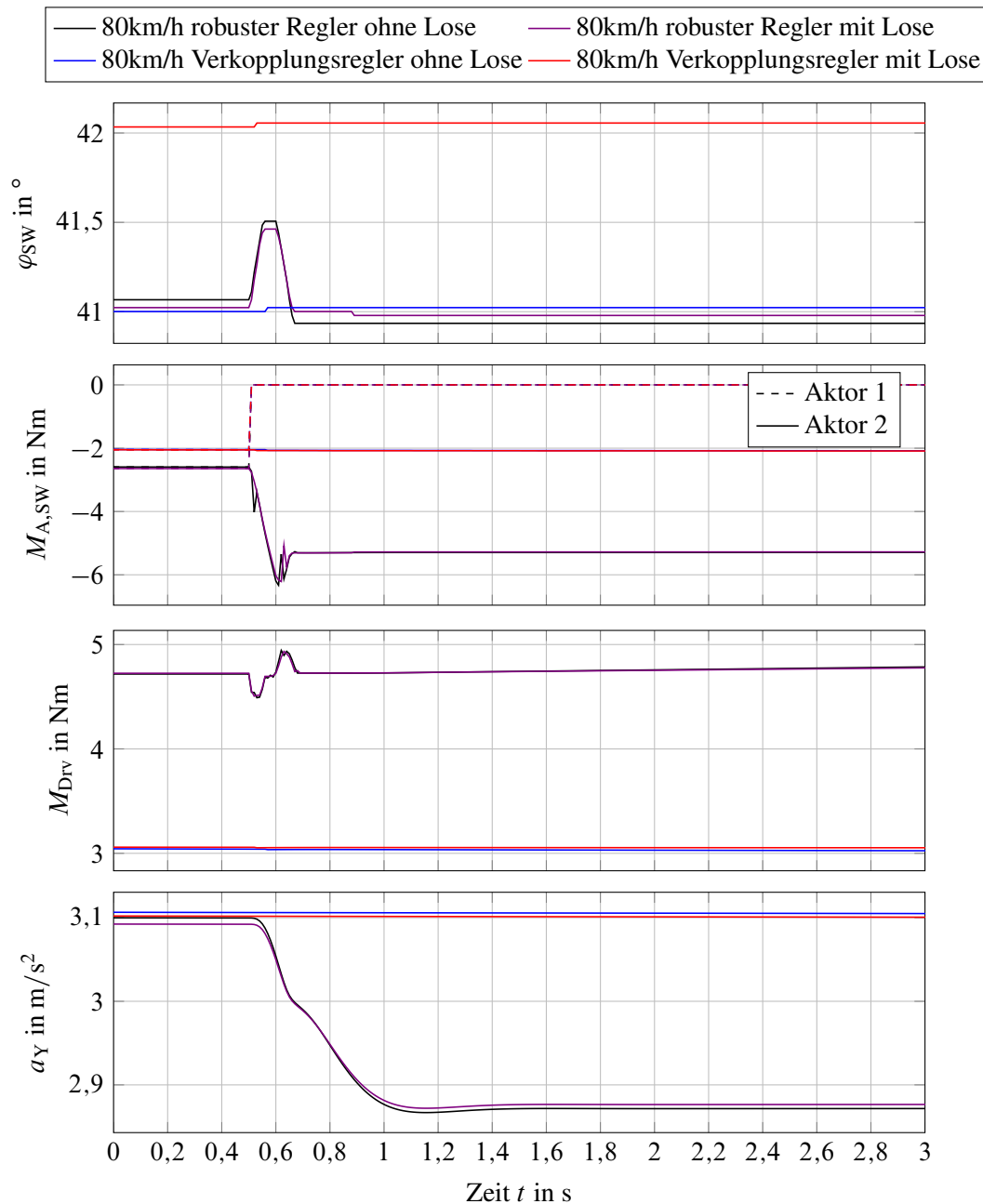


Bild 6.9: Ausfall eines Aktors des Lenkrads bei $v = 80\text{km/h}$ und $a_Y = 3\text{m/s}^2$ im mit Verkopplungsregler und robustem Regler geregelten System, Simulation

fall am Lenkrad das Drehmoment, das benötigt wird, um die Querbeschleunigung konstant zu halten. Der Lenkradwinkel steigt und die Querbeschleunigung erhöht sich nur ein wenig, weil die Reibung im System groß ist und somit dem zusätzlichen Lenkraddrehmoment entgegen wirkt.

Der robuste Regler zeigt bei Ausfall eines Aktors am Lenkrad das bessere Verhalten gegenüber dem Verkopplungsregler. Der Fahrer erfährt zwar Schwingungen des Lenkraddrehmoments, jedoch bleibt das stationäre Verhalten des Lenkungssystems ähnlich. Fällt bei der Verkopplungsregelung ein Aktor aus, halbiert sich die Steifigkeit der Lenkung und der Fahrer muss aktiv Lenk-

raddrehmoment zurücknehmen. Die Änderung der Querb beschleunigung bleibt nur so gering, weil die Reibung im System größere Positionsänderungen der Lenkachse unterbindet.

Auffällig ist zudem der große Unterschied des stationären Fahrer drehmoments M_{Drv} zum Zeitpunkt $t = 0s$ zwischen Verkopplungsregler und robustem Regler. Dieser resultiert aus der hohen Reibung in den Kugelumlauftgetrieben der Lenkung, die dafür sorgt, dass der Fahrer beim Verkopplungsregler ein Lenkraddrehmoment aufbringen muss, welches um den Einfluss der Reibung reduziert ist. Da beim robusten Regler die Zahnstangenkraft direkt gemessen wird und somit die Reibung durch den Regler ausgeregelt wird, muss der Fahrer mit diesem Regler ein höheres stationäres Drehmoment aufbringen, um dieselbe Querb beschleunigung wie mit dem Verkopplungsregler einzustellen.

6.3.2 Aktorausfall an der Lenkung

In Bild 6.10 wird die Simulation eines Aktorausfalls der Lenkung zum Zeitpunkt $t = 0,5s$ dargestellt. In der Abbildung werden dabei die Simulationsergebnisse der Systeme mit dem Verkopplungsregler und dem robusten Regler gezeigt. Beide Systeme werden sowohl mit Lose zwischen den Aktoren als auch ohne Lose zwischen den Aktoren simuliert, um den Einfluss der Lose auf die Systemdynamik zu erörtern. Betrachtet wird die Geschwindigkeit $v = 80km/h$.

Zunächst wird das Verhalten der robusten Regelung untersucht. Im Plot der Stellgrößen der Lenkungsaktoren $M_{A,S}$ ist zu sehen, wie zum Zeitpunkt $t = 0,5s$ das Drehmoment des Aktors 1 auf $0Nm$ sinkt. Die Stellgröße des zweiten Aktors beginnt dann zu steigen, um den Ausfall des anderen Aktors zu kompensieren. Anhand des Verlaufs von a_Y ist zu sehen, dass nicht exakt dieselbe Querb beschleunigung a_Y erreicht wird, die vor dem Fehler anlag. Das liegt daran, dass die Reibungskompensation für einen Aktor ausfällt, aber die Reibung noch vorhanden ist. Diese Abweichung muss dann durch Nachlenken des Fahrers korrigiert werden. Zudem zeigt die Querb beschleunigung einen Schwinger, weil durch den Aktorausfall ein Stoß auf die Lenkung erfolgt. Der Fahrer bemerkt diesen Stoß auch in Form eines leichten Absinkens des Lenkradwinkels φ_{SW} , was dann zu einem höheren Fahrer drehmoment M_{Drv} führt. Durch den Ausfall eines Lenkungsaktors kommt es zu einer starken Änderung der Stellgröße $M_{A,S}$, weil der Differenzwinkel nicht mehr ausgeregelt werden kann. Hierbei wirkt sich die Lose im System negativ aus und führt zu einer Oszillation der Stellgröße, wenn das System mit Lose behaftet ist. Die Querb beschleunigung a_Y bleibt jedoch trotz der Oszillation der Stellgröße konstant und sinkt nur ein wenig ab.

Wird das System mit dem Verkopplungsregler geregelt, ergibt sich das rot und blau in Bild 6.10 gezeigte Verhalten. Durch die Dämpfung des Systems wirkt sich der Ausfall eines Lenkungsaktors und der damit entstehende Stoß im Fahrer drehmoment M_{Drv} zunächst fast nicht aus. Jedoch kompensiert der Regler den Ausfall des Lenkungsaktors nicht und die Querb beschleunigung sinkt um ca. die Hälfte. Der I-Anteil des Fahrers beginnt gegen den Abfall der Querb beschleunigung zu arbeiten, jedoch sind sehr hohe Drehmomente des Fahrers M_{Drv} nötig, um die ursprüngliche Querb beschleunigung wieder zu erreichen. Im in Bild 6.10 dargestellten Zeitbereich ist keine Änderung des Lenkradwinkels φ_{SW} und der Querb beschleunigung a_Y zu erkennen, weil das Fahrer drehmo-

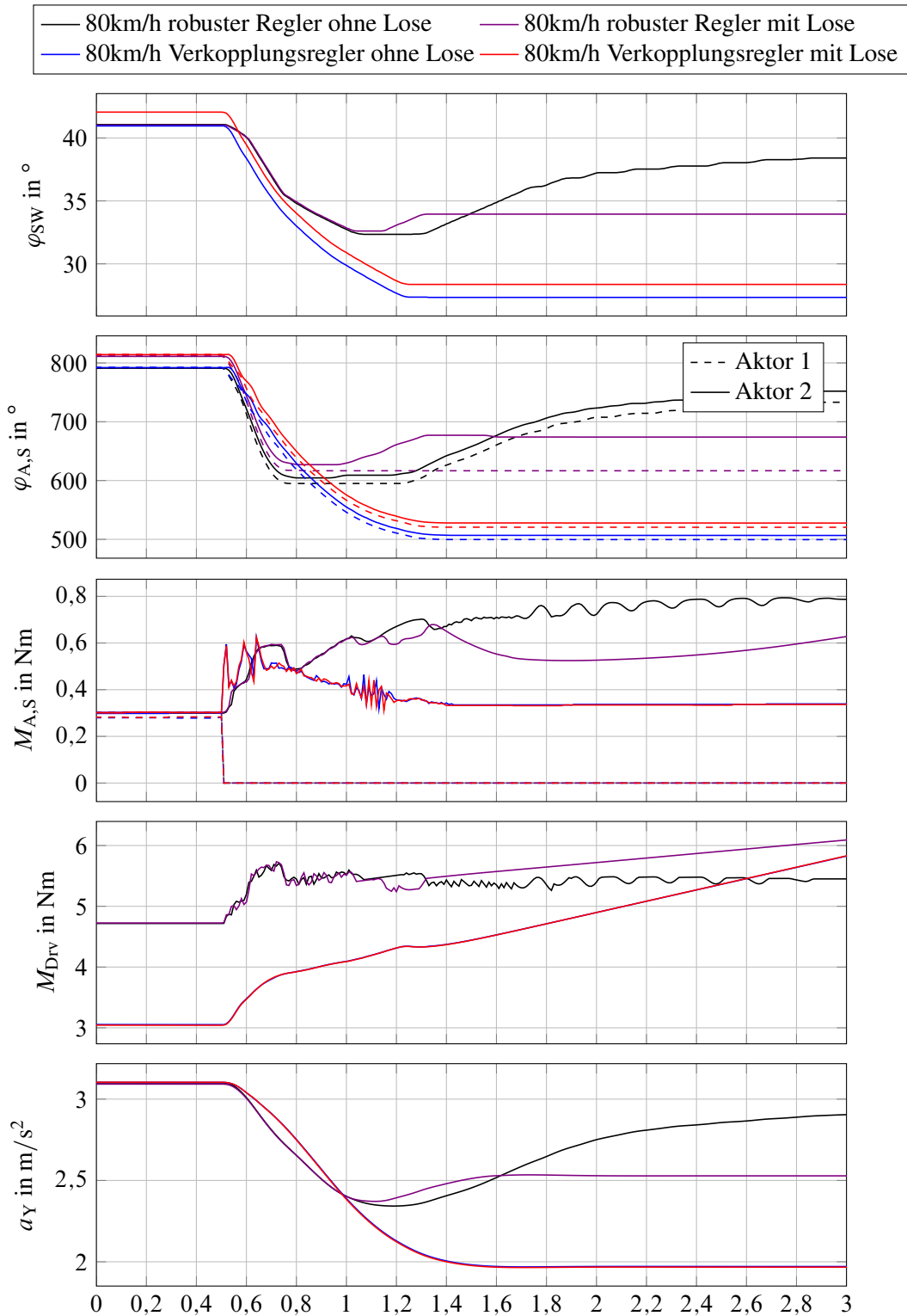


Bild 6.10: Ausfall eines Aktors der Lenkung bei $v = 80\text{km/h}$ und $a_Y = 3\text{m/s}^2$ im mit Verkopplungsregler und robustem Regler geregelten System, Simulation

ment M_{Drv} erst die Reibung überwinden muss, bevor Einfluss auf die Querbeschleunigung genommen werden kann. In den Simulationen, die außerhalb des dargestellten Zeitbereichs, also $t > 3\text{s}$, liegen, zeigt sich, dass zum Zeitpunkt $t > 7,5\text{s}$ bei einem Fahrerdrehmoment von $M_{\text{Drv}} = 7,68\text{Nm}$ wieder die erwünschte Querbeschleunigung von $a_Y = 3\text{m/s}^2$ mit dem Verkopplungsregler anliegt.

Anhand der Verläufe der Aktorwinkel der Lenkung $\varphi_{\text{A,S}}$ ist zu sehen, dass die Differenzwinkel zwischen den Aktoren in keinem Fall mehr genau auf 0° geregelt werden können. Das liegt daran, dass der ausgefallene Lenkungsaktor von dem anderen geschleppt werden muss, was nur mit einem Differenzwinkel möglich ist. Dabei ist der Differenzwinkel bei den Systemen mit Lose größer.

Im Vergleich beider Regler zeigt der robuste Regler ein besseres Verhalten, wenn ein Aktor der Lenkung ausfällt. So ändert sich bei diesem die Querbeschleunigung a_Y , der Lenkradwinkel φ_{SW} und das Fahrerdrehmoment M_{Drv} weniger als beim Verkopplungsregler. Zusätzlich sind die Auswirkungen auf das Fahrdrehmoment M_{Drv} geringer. Die Qualität des Lenkgefühls verschlechtert sich durch den Aktorausfall, jedoch nicht so weit, dass große Abweichungen der Querbeschleunigung auftreten. Der Verkopplungsregler hingegen kann den Aktorausfall nicht kompensieren und fordert einen großen Eingriff des Fahrers, um die Querbeschleunigung konstant zu halten.

6.3.3 Störung auf die Lenkung

Bisher wurde angenommen, dass die Lenkung ihre Kraft F_{Zs} an der Fahrzeugquerdynamik abstützt. Jedoch wirken auf eine im Fahrzeug eingesetzte Lenkung Störungen auf die Zahnstangenkraft F_{Zs} . So kann sich z.B. die Steifigkeit der Querdynamik stark erhöhen, wenn gegen einen Bordstein gefahren wird, oder eine Anregung der Lenkung durch einen Gegenstand auf der Fahrbahn erfolgen, der durch das Fahrzeug überfahren wird. Daher wird im Folgenden das Verhalten der Lenkung bei einer Anregung durch einen Rechteckimpuls auf die Zahnstangenkraft untersucht. In der Simulation, deren Ergebnisse in Bild 6.11 dargestellt werden, wirkt zum Zeitpunkt $t = 0,5\text{s}$ eine rechteckförmige Störung auf die Zahnstangenkraft für $0,5\text{s}$ mit einer Amplitude von 500N .

Bei dem mit robuster Regelung geregelten System sinkt durch den Rechteckimpuls die Zahnstangenkraft ab, wodurch sich die Querbeschleunigung a_Y erhöht, da mehr Querbeschleunigung aufgebaut werden muss, um die erwünschte Zahnstangenkraft aufzubauen. Hierbei ist ein Überschwingen von a_Y zu erkennen, das dann zu einer Rücknahme des Fahrerdrehmoments M_{Drv} führt. Das Überschwingen ist auch am Lenkradwinkel φ_{SW} zu erkennen. Die Querbeschleunigung a_Y und das Fahrerdrehmoment M_{Drv} erreichen wegen der Reibung im System nach der Störung nicht exakt denselben Wert wie vor der Störanregung.

Der Verkopplungsregler zeigt ein stärker gedämpftes Verhalten. So äußert sich bei diesem die Störanregung in ähnlicher Weise, verglichen mit der robusten Regelung, jedoch ist kein Überschwingen zu erkennen. Dies liegt vor allem an der hohen Dämpfung im System. Durch die hohe Dämpfung im System wird die Störung vollständig gedämpft. Einerseits besteht so keine Gefahr, dass das Fahrzeug destabilisiert wird, andererseits bekommt der Fahrer so keine Rückmeldung von

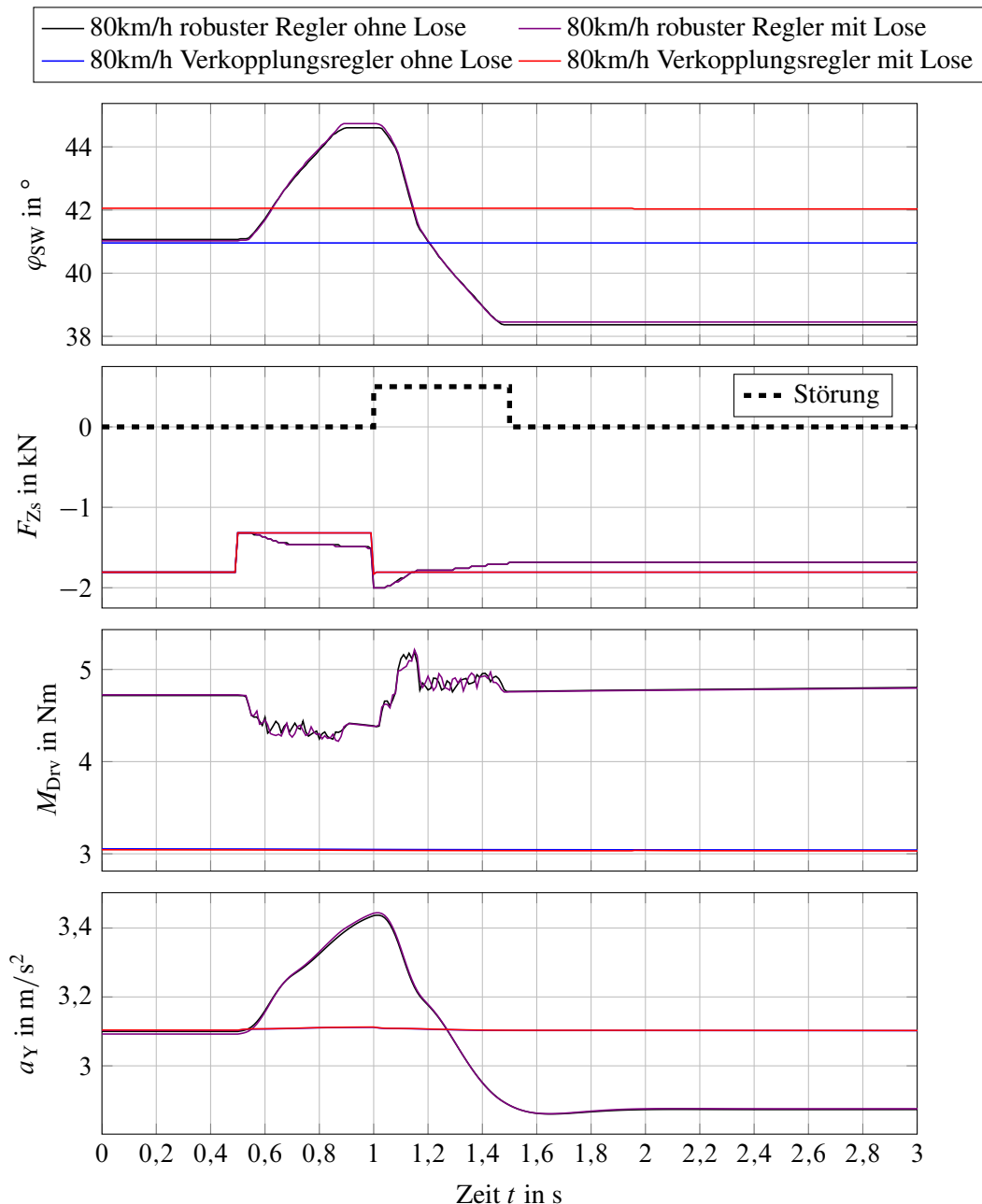


Bild 6.11: Störung auf die Lenkung bei $v = 80\text{km/h}$ und $a_Y = 3\text{m/s}^2$ im mit Verkopplungsregler und robustem Regler geregelten System, Simulation

der Straße. Die stark dämpfenden Eigenschaften des Verkopplungsregler resultieren zum einen aus den Stabilitätsanforderungen, die in Abschnitt 5.3.1 getroffen wurden und zum anderen aus der hohen Reibung in den Kugelumlaufgetrieben. Daher ergibt sich an dieser Stelle ein Zielkonflikt zwischen der Robustheit und der Transparenz der Fahrzeuglenkung.

Im Vergleich beider Regelungskonzepte zeigt sich, dass bei Störanregung der robuste Regler besser abschneidet, weil dieser dem Fahrer mehr Lenkgefühl bietet. Dies hat der robuste Regler jedoch vor allem der Tatsache zu verdanken, dass dieser die Zahnstangenkraft F_{Zs} misst und somit die Reibung der Kugelumlaufgetriebe bei diesem Regelungskonzept weniger Einfluss auf das

Lenkgefühl hat. Der Verkopplungsregler nutzt nur die Positionssignale der Elektromotoren und kann Störungen deswegen nicht ausreichend genau erfassen und dementsprechend dem Fahrer nur sehr schlecht widerspiegeln.

6.4 Fazit zu den Simulationen

Im Rahmen dieses Kapitels wurden die Regler an einem nichtlinearen Systemmodell getestet. Dadurch können die Auswirkungen der Nichtlinearitäten auf das geregelte System herausgearbeitet werden. Besonderen Einfluss auf das Lenkgefühl haben dabei die Lose in der Lenkung und die Reibung im System. Beide Effekte können durch regelungstechnische Maßnahmen nur schwer adressiert werden. Tests zur Kompensation der Reibung am Lenkrad nach [29] wurden durchgeführt, jedoch ergaben diese immer einen un stetigen Drehmomentenverlauf am Lenkrad, den der Fahrer spüren kann, weswegen sich das Lenkgefühl verschlechterte. Deswegen haben diese Untersuchungen nicht Eingang in diese Arbeit gefunden. Diesbezüglich erscheint die konsequente konstruktive Vermeidung von Reibung am Lenkrad notwendig. Anhand der Simulationen werden die Auswirkungen der Nichtlinearitäten auf die Systemdynamik gezeigt. So sollte ein SbW-System für ein gutes Lenkgefühl eine geringe Reibung am Lenkrad und möglichst wenig Lose in der Lenkung haben. Dabei hat sich Lose, aufgrund der Unmöglichkeit diese zu kompensieren, als problematischer als die Reibung der Kugelumlaufgetriebe erwiesen. Mit Hilfe der Simulationen kann gezeigt werden, dass die Anforderungen an das System, eine nichtlineare Lenkkraftverstärkung und Positionsverkopplung, erfüllt werden und zudem der Drehmomentenverlauf am Lenkrad, außer an den Umlenkpunkten, glatt ist. Dass die Ergebnisse für die robuste Regelung auf die Praxis übertragen werden können, zeigen die Prüfstandsmessungen in Abschnitt A.8.4.

Bei der Analyse des Systems bezüglich Aktorausfällen und Störungen wird gezeigt, dass die geregelten Systeme stets stabil sind. Fehler und Störungen sind für den Fahrer in Form von Schwingungen des Lenkradmoments M_{Drv} mit der robusten Regelung spürbar, was im Fehlerfall oder beim Überfahren eines Hindernisses aber durchaus wünschenswert ist, damit der Fahrer eine Rückmeldung am Lenkrad spürt. Anhand der Simulationen ist jedoch auch zu erkennen, dass Aktorausfälle mit robuster Regelung zu einem Absenken der Querbeschleunigung führen, jedoch nur in einem Bereich von 17% liegen, weswegen keine Gefahr einer Fahrzeugdestabilisierung besteht. Mit dem Verkopplungsregler hingegen sinkt die Querbeschleunigung erheblich stärker ab. Dass die Ergebnisse bezüglich der robusten Regelung auch in Realität zutreffen, lässt sich anhand der Messungen im Anhang Abschnitt A.8.5 feststellen.

Der Verkopplungsregler zeigt bei Ausfall eines Lenkradaktors ein gutes Verhalten, da der Aktorausfall kaum Einfluss auf die Systemdynamik hat, weil durch die Reibung im System das weggefallene Drehmoment kompensiert wird. Fällt jedoch ein Lenkungsaktor aus, halbiert sich die Querbeschleunigung, wenn das Fahrzeug mit dem Verkopplungsregler geregelt wird. Zudem wird anhand der Simulation mit einer Störung auf die Lenkung deutlich, dass der Verkopplungsregler eine schlechte Transparenz der Lenkung und somit des Lenkgefühls bietet. Der robuste Regler

zeigt sich bei Systemstörungen transparenter gegenüber dem Verkopplungsregler, der seine Robustheit vor allem durch seine hohe Dämpfung erhält.

Insgesamt hat der robuste Regler, weil er ein dynamischer Regler ist, dem mehr Messgrößen zur Verfügung stehen, sowohl ein besseres Verhalten bezüglich des Lenkgefühls als auch bei Aktorausfällen und Störungen. So zeigt sich in den Simulationen eine erheblich bessere Transparenz des Lenksystems, wenn dieses mit dem robusten Regler geregelt wird im Vergleich zur Regelung mit dem Verkopplungsregler.

Mit den Simulationen in Abschnitt 6.2 konnte die Funktion der SbW-Regler, der ein einfacheres Entwurfsmodell als Simulationsmodell zu Grunde liegt, verifiziert werden. Zudem wurden der Einfluss der Lose und Reibung auf die Systemdynamik herausgearbeitet und somit weiteres Potential zur konstruktiven Verbesserung des Lenksystems aufgezeigt. Des Weiteren konnte mit den Untersuchungen des Systems bezüglich der Aktorausfälle und Störungen in Abschnitt 6.3 gezeigt werden, dass das geregelte System robust gegenüber diesen Anregungen ist.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Das Ziel der Arbeit ist es, eine robuste Regelung für ein redundant aktuiertes SbW-System zu entwickeln, die einen Fail-Operational-Betrieb der Lenkung sicherstellt. Zugleich soll die Regelung robuste Stabilität und eine möglichst starke Rückmeldung des Reifen-Fahrbahn-Kontakts an den Fahrer, also eine hohe Transparenz der Lenkung, sicherstellen.

Die Arbeit beginnt mit der Modellbildung in Kapitel 2, in der die Fahrzeugquerdynamik von der Fahrereingabe bis zur Querbeschleunigung, mit der Besonderheit dass die Lenkung für das hier untersuchte System redundant aktuiert ist, modelliert wird. Dabei konnte gezeigt werden, dass einfache Fahrzeug-Querdynamikmodelle und Fahrermodelle für den Entwurf einer robusten Regelung gut geeignet sind und die wesentlichen Effekte, die zur Auslegung der Regelung notwendig sind, gut abbilden. Das Kapitel endet mit der Vorstellung des im Rahmen dieser Arbeit genutzten Gesamtmodells.

In Kapitel 3 werden die systemtheoretischen Grundlagen der Stabilitätsanalyse und des Reglerentwurfs vorgestellt. Dabei wird zunächst auf die Stabilitätstheorie von Ljapunov eingegangen, aus der sich die indirekte Methode von Ljapunov herleiten lässt. Anschließend wird der Verkopplungsreglerentwurf mittels Vollständiger Modaler Synthese erläutert sowie dessen Voraussetzungen bzw. Eigenschaften bezüglich Störkopplung. Die Störkopplung stellt dabei eine entscheidende Eigenschaft bei der Regelung von SbW-Systemen dar. Abgeschlossen wird das Kapitel mit den Grundlagen des robusten H_∞ -Loop-Shaping-Reglerentwurfs, dessen Regler sich effizient in einer Zustandsregler-Beobachter-Struktur darstellen lässt und dessen Entwurf eine Abwägung zwischen Regelgüte und Robustheit des geregelten Systems erlaubt.

In dem anschließenden Kapitel 4, der Systemanalyse, werden die systemdynamischen Eigenschaften der entkoppelten Teilsysteme Lenkrad und Lenkung untersucht. Der stabilisierende Einfluss des mit unsicheren Parametern modellierten Fahrers auf das Lenkrad wird vorgestellt. Auf Basis von Dominanzmaßen und Metriken zur Beurteilung der Steuer- und Beobachtbarkeit wird gezeigt, dass aufgrund der hohen Trägheit der Lenkungsaktoren die Masse der Zahnstange in der Modellbildung der Lenkung vernachlässigt werden kann und ein entsprechend reduziertes Zustandsraummodell für den Reglerentwurf genutzt werden kann.

Zwei Methoden zur Regelung von SbW-Systemen werden in Kapitel 5 vorgestellt. Zunächst wird eine lineare Regelung mittels des Verkopplungsreglerentwurfs durchgeführt. Diese bietet einen vollständigen Einblick in die Systemeigenschaften des zu regelnden Systems und erlaubt eine zielgerichtete Gestaltung der Verkopplungsbedingungen und somit der Regelungsaufgabe. Die Besonderheit im Verkopplungsreglerentwurf ist, dass genau so viele Verkopplungsbedingungen wie Stellgrößen vorliegen und somit keine Führungsgröße existiert bzw. diese immer Null ist. Somit wird dem System durch den Regler ausschließlich ein gewünschtes Störverhalten aufgeprägt, weswegen die Störkopplung der Ausgänge essentiell ist. Der lineare Regler wird zusätzlich

mit einer Lenkkraftverstärkung erweitert. Im folgenden Abschnitt des Kapitels wird ein weiteres modulares Regelungskonzept erarbeitet, das aus einem robusten Kraft- und einem Positionsregler besteht. Durch diese Modularität ergeben sich weitere Freiheitsgrade im Reglerentwurf. Eine robuste Auslegung der Regler erfolgt unter Berücksichtigung der Nichtlinearitäten in den zu regelnden Teilsystemen. Folgend wird die Stabilität des geregelten Systems unter Einfluss der Parameterunsicherheiten nachgewiesen und abschließend auf nötige Modifikationen des Reglers eingegangen, die sich durch die Nichtlinearitäten Lose und Reibung in der Lenkung ergeben.

In Kapitel 6 werden Simulationsergebnisse der einzelnen Teilregler und des Gesamtsystems vorgestellt und der Einfluss der Nichtlinearitäten Lose und Reibung herausgearbeitet. Zudem wird gezeigt, dass trotz der Modellvereinfachungen in Kapitel 2 ein ausreichend genaues Entwurfsmodell zur Verfügung steht. Die Zusammenhänge der Nichtlinearitäten der Lenkungsmechanik und des Lenkgefühls werden aufgezeigt und Limitierungen beleuchtet, die sich aus der System- bzw. Reglerarchitektur ergeben. Am Ende des Kapitels wird der Einfluss von Aktorausfällen und Störungen auf die Lenkung gezeigt. Anhand der Simulationen wird deutlich, dass Aktorausfälle zu Störungen am Lenkraddrehmoment führen, jedoch das System weder destabilisieren, noch zu großen Abweichungen in der Querschleunigung und somit in der Querdynamik führen. Der robuste Regler zeigt sowohl ein besseres Verhalten bezüglich des Lenkgefühls (Transparenz), als auch bezüglich der Fehlertoleranz (robuste Stabilität). Dies liegt vor allem daran, dass dieser nicht nur die Geschwindigkeiten und Positionen der Aktoren als Messgröße nutzt, sondern auch das Fahrdrehmoment und die Zahnstangenkraft.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein robuster Regelalgorithmus für redundant aktuiertes SbW-System hergeleitet und ein Prüfstand zum Testen des Reglers aufgebaut. Damit konnte gezeigt werden, dass bei der Auslegung eines SbW-Reglers, bzw. jeglicher Regelung von Telemanipulatoren, stets ein Kompromiss aus Transparenz und robuster Stabilität getroffen werden muss. Die erreichbare Transparenz hängt dabei von den Störungen im System und den zur Verfügung stehenden Messgrößen ab. Der Einfluss einzelner Störungen, wie Reibung und Lose, kann mit regelungstechnischen Maßnahmen adressiert werden, jedoch ist eine konsequente Beachtung dieser Nichtlinearitäten bereits im mechanischen Konstruktionsprozess sinnvoll. Durch die redundante Aktorik des hier untersuchten Systems bleibt bei einem Aktorausfall das System immer steuerbar, was dessen Einsatz in sicherheitskritischen Situationen und somit im Serienfahrzeug ermöglicht.

Ausblick

Die Redundanz der Lenkungsaktoren wurde bisher nicht zur gezielten Verteilung der Drehmomente zwischen den Elektromotoren genutzt. In Bild 5.12 ist zu sehen, dass aber mit $\Delta\varphi_{A,S,Soll}$ eine Führungsgröße, mit welcher der Differenzwinkel und somit die Drehmomentverteilung zwischen den Aktoren eingestellt werden kann, zur Verfügung steht.

Auch die Auswirkungen von Fahrdynamikeingriffen über die Führungsgrößen $F_{Zs,Soll}$ und $\dot{\varphi}_{SW,Soll}$ des Systems wurden bisher nicht berücksichtigt, obwohl diese für Eingriffe einer übergeordneten Fahrdynamikregelung geeignet sind. So könnte ein übergeordneter Regler z.B. Zahnstangenkraft zurücknehmen und somit Gierrate und Schwimmwinkel reduzieren, wenn ein Übersteuern des

Fahrzeugs droht. Dies kann durch einen kombinierten Eingriff in die Lenkung und die Bremse erheblich komfortabler und effizienter realisiert werden, als durch einen reinen Bremseneingriff, wie in heutigen Fahrdynamikregelungen üblich [7, S.140, f.].

Zwei Notbetriebsmodi der Lenkung könnten zudem näher untersucht werden. Zum einen ein Modus, in dem die Zahnstange positionsgeregelt, d.h. ohne Rückmeldung an den Fahrer, betrieben wird. Dadurch bleibt die Lenkung durch den Fahrer nutzbar, wenn beide Aktoren am Lenkrad ausfallen. In diesem degradierten Modus kann das Fahrzeug dann durch den Fahrer in einen sicheren Zustand überführt werden. Zum anderen ist als zweiter Modus ein Redundanzkonzept zur Querführung durch den Einsatz von Torque-Vectoring bzw. des ESP-Systems, also der gezielten Verteilung von Antriebs- und Bremsdrehmoment an die einzelnen Räder, denkbar [84, S.91, ff.]. Mit diesem zusätzlichen Regelungskonzept würde die Querdynamik des Fahrzeugs selbst bei einem kompletten Ausfall der Lenkung weiterhin steuerbar bleiben.

Des Weiteren kann untersucht werden, inwiefern Sensoren durch geeignete Schätzer ersetzt werden können. So sind in der Literatur diverse Ansätze gegeben, das Fahrer Drehmoment oder die Zahnstangenkraft der Lenkung über die Sensorik des ESP-Steuergerätes mit Hilfe eines nichtlinearen Kalman-Filters oder über Sliding-Mode Beobachter zu schätzen, wie z.B. in [3] und [52] beschrieben.

Ein offener Punkt ist es, Fehlerdiagnosen im vorgestellten Regelungskonzept zu berücksichtigen. Durch den langsamen Pol im Gewicht g_{11} in (5.37) in der Kraftregelung der Zahnstange wird dort ein Fail-Operational Betrieb dieses Systems sichergestellt. Jedoch müsste durch eine Fehlerdiagnose auch eine Störung des Systems erkannt werden, damit das degradierte System diagnostiziert wird, bevor der zweite Aktor ausfällt.

Anhang

A.1 Zustandsraummodell des Gesamtsystems ohne Modellreduktion

In (A.1) ist das lineare Zustandsraummodell des Gesamtsystems, das aus Fahrer, Lenkrad, Lenkung und ESM besteht, angegeben.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{SW} \\ \ddot{\varphi}_{SW} \\ \dot{\varphi}_{A,S,1} \\ \ddot{\varphi}_{A,S,1} \\ \dot{x}_{Zs} \\ \ddot{x}_{Zs} \\ \dot{\varphi}_{A,S,2} \\ \ddot{\varphi}_{A,S,2} \\ \dot{\beta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_{Drv}}{J_{SW}} & -\frac{d_{A,SW}+d_{Drv}}{J_{SW}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{k_{KU,1}}{J_{A,S,1} \cdot i_{A,S}^2} & -\frac{d_{KU,1}}{J_{A,S,1} \cdot i_{A,S}^2} & -\frac{d_{A,S,1}}{J_{A,S,1}} & \frac{k_{KU,1}}{J_{A,S,1} \cdot i_{A,S}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_{KU,1}}{m_{Zs} \cdot i_{A,S}} & \frac{d_{KU,1}}{m_{Zs} \cdot i_{A,S}} & -\frac{k_{KU,1}+k_{KU,2}}{m_{Zs}} + \frac{n_k+n_v}{n_1^2 m_{Zs}} c_{\alpha,v} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_{KU,2}}{J_{A,S,2} \cdot i_{A,S}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{d_{KU,1}}{J_{A,S,1} \cdot i_{A,S}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{d_{KU,1}+d_{KU,2}}{m_{Zs}} & \frac{k_{KU,2}}{m_{Zs} \cdot i_{A,S}} & \frac{d_{KU,2}}{m_{Zs} \cdot i_{A,S}} & -\frac{n_k+n_v}{n_1 m_{Zs}} c_{\alpha,v} & -\frac{n_k+n_v}{n_1 m_{Zs}} \cdot \frac{l_v c_{\alpha,v}}{v} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{d_{KU,2}}{J_{A,S,2} \cdot i_{A,S}} & -\frac{k_{KU,2}}{J_{A,S,2} \cdot i_{A,S}^2} & -\frac{d_{KU,2}}{J_{A,S,2} \cdot i_{A,S}^2} & -\frac{d_{A,S,2}}{J_{A,S,2}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_{\alpha,v}}{m v n_1} & 0 & -\frac{c_{\alpha,v}+c_{\alpha,h}}{m v} & \frac{c_{\alpha,h} l_h - c_{\alpha,v} l_v}{m v^2} - 1 & 0 \\ 0 & \frac{c_{\alpha,v} l_v}{J_z n_1} & 0 & \frac{c_{\alpha,h} l_h - c_{\alpha,v} l_v}{J_z} & -\frac{c_{\alpha,h} l_h^2 + c_{\alpha,v} l_v^2}{J_z v} & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \varphi_{SW} \\ \dot{\varphi}_{SW} \\ \varphi_{A,S,1} \\ \dot{\varphi}_{A,S,1} \\ x_{Zs} \\ \dot{x}_{Zs} \\ \varphi_{A,S,2} \\ \dot{\varphi}_{A,S,2} \\ \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}}_x \quad (A.1)$$

$$\begin{aligned}
& + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{SW}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{A,S,1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_{A,S,2}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} M_{A,SW} \\ M_{A,S,1} \\ M_{A,S,2} \end{bmatrix}}_u \\
y = & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{SW} \\ \dot{\varphi}_{SW} \\ \varphi_{A,S,1} \\ \dot{\varphi}_{A,S,1} \\ x_{Zs} \\ \dot{x}_{Zs} \\ \varphi_{A,S,2} \\ \dot{\varphi}_{A,S,2} \\ \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

A.2 Definition ausgewählter Steuer- und Beobachtbarkeitsmaße

In diesem Abschnitt werden Maße der Struktureigenschaften dynamischer Systeme in der Form

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= \mathbf{A}x + \mathbf{B}u \\
y &= \mathbf{C}x
\end{aligned} \tag{A.2}$$

beschrieben. Das System hat p Eingänge und q Ausgänge. Dabei wird das System zunächst mit der Rechtseigenvektor-Matrix $\mathbf{V} = [v_1, v_2, \dots, v_n]$ und der Linkseigenvektor-Matrix $\mathbf{W} = [w_1, w_2, \dots, w_n]$ der Systemmatrix \mathbf{A} in die Modalform

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{x}} &= \tilde{\mathbf{A}}\tilde{x} + \tilde{\mathbf{B}}u \\
y &= \tilde{\mathbf{C}}\tilde{x}
\end{aligned} \tag{A.3}$$

transformiert [23, S.267 ff.].

A.2.1 Dominanzmaße nach Litz

In [44] werden Dominanzmaße für die Eigenwerte linearer dynamischer Mehrgrößensysteme hergeleitet. Dabei wird von einer sprungförmigen Anregung des Systems (A.2) ausgegangen. Das

System wird in die Modalform (A.3) transformiert und die Übertragungsmatrix

$$\mathbf{G}(s) = \tilde{\mathbf{C}}(s\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{A}})^{-1}\tilde{\mathbf{B}} = \sum_{k=1}^n \frac{\tilde{\mathbf{c}}_k \cdot \tilde{\mathbf{b}}_k^{\top}}{s - \lambda_k} \quad (\text{A.4})$$

wird gebildet, die aus n Summanden, die aus den n Eigenwerten des Systems (A.2) resultieren, berechnet wird. Die Zeitantwort des Ausgangs y_i auf eine sprunghörmige Anregung am j -ten Eingang wird nun über

$$S_{ikj} = \frac{\tilde{\mathbf{c}}_{i,k} \tilde{\mathbf{b}}_{k,j}}{\lambda_k} \left(e^{\lambda_k t} - 1 \right) \quad (\text{A.5})$$

berechnet, wobei der Faktor $e^{\lambda_k t} - 1$ für stabile Eigenwerte vernachlässigt wird und somit nur noch der stationäre Endwert betrachtet und der dynamische Übergang vernachlässigt wird.

Mit dieser Überlegung wird die Maßzahl

$$q_{ikj} = \frac{\tilde{\mathbf{c}}_{i,k} \tilde{\mathbf{b}}_{k,j}}{\lambda_k} \quad \text{für } \lambda_k \neq 0 \quad (\text{A.6})$$

angegeben, die aussagt, wie stark sich ein Eigenwert stationär zwischen dem Eingang u_j und dem Ausgang y_i auswirkt. Daraus werden das Summenmaß

$$S_k = \sum_{i=0}^q \sum_{j=1}^p |q_{ikj}| \quad (\text{A.7})$$

und das Maximalmaß

$$M_k = \max_{i=1, \dots, q} \left(\max_{j=1, \dots, p} |q_{ikj}| \right) \quad (\text{A.8})$$

für $k = 1, \dots, n$ Eigenwerte berechnet. S_k liefert dann eine Aussage, wie stark der k -te Eigenwert Einfluss auf das Gesamtsystemverhalten hat, während M_k eine Aussage über den maximalen Einfluss bezüglich eines Übertragungspfads angibt.

A.2.2 Steuer- und Beobachtbarkeitsmaße nach Lückel-Müller

In [57] werden die Maßzahlen für Steuerbarkeit

$$\tilde{\kappa}_{B,i} = \frac{w_i^{\top} \mathbf{B} \mathbf{B}^{\top} w_i}{w_i^{\top} w_i} e^{-2 \cdot \text{Re}\{\lambda_i\}} \quad (\text{A.9})$$

und Beobachtbarkeit

$$\tilde{\kappa}_{C,i} = \frac{v_i^{\top} \mathbf{C}^{\top} \mathbf{C} v_i}{v_i^{\top} v_i} e^{-2 \cdot \text{Re}\{\lambda_i\}} \quad (\text{A.10})$$

definiert. Der hintere Term $e^{-2 \cdot \text{Re}\{\lambda_k\}}$ dient dazu, dass stabile Eigenwerte eine bessere Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit aufweisen als z.B. instabile, da deren Systemverhalten gutmütiger ist.

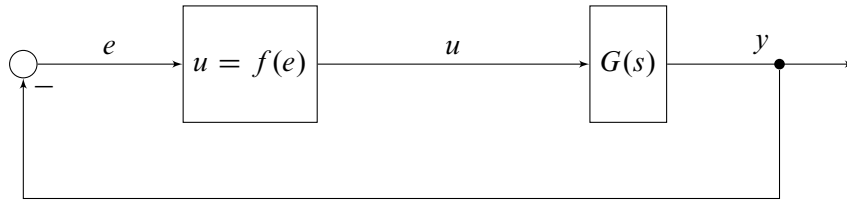


Bild A.1: Nichtlinearer Standardregelkreis

Werden die Maße genutzt, um eine möglichst gute Platzierung der Sensoren und Aktoren in einem dynamischen System zu erreichen, ist dieses Vorgehen sinnvoll, weil so stabile Eigenwerte, die weit in der linken s-Halbebene liegen, immer gut steuer- und beobachtbar sind und deren Lage durch eine Regelung nicht geändert werden muss. Werden die Maßzahlen jedoch dazu genutzt, Zustände zu finden, die wenig Einfluss auf das Eingangs-Ausgangsverhalten des Systems haben, wie in dieser Arbeit, ist es besser, die Bewertung der Lage der Eigenwerte nicht in die Maßzahlen aufzunehmen, weil insbesondere stabile Eigenwerte, die weit in der linken s-Halbebene liegen, im Reglerentwurf vernachlässigt werden können. Daher wird in dieser Arbeit

$$\kappa_{B,i} = \frac{w_i^T \mathbf{B} \mathbf{B}^T w_i}{w_i^T w_i} \quad (\text{A.11})$$

als Maßzahl für Steuerbarkeit und

$$\kappa_{C,i} = \frac{v_i^T \mathbf{C}^T \mathbf{C} v_i}{v_i^T v_i} \quad (\text{A.12})$$

als Maßzahlen für Beobachtbarkeit gewählt.

A.3 Grundlagen des Verfahrens der harmonischen Balance

In diesem Abschnitt werden die Grundlagen des Verfahrens der harmonischen Balance vorgestellt. Das Verfahren der harmonischen Balance wird vor allem dazu genutzt, Grenzyklen in Systemen aufzuspüren und kann nur angewendet werden, wenn das System zu einem nichtlinearer Standardregelkreis umgeformt werden kann, wie dieser in Bild A.1 dargestellt wird [1, S. 45]. Das bedeutet, dass die Funktion $f(e)$ eine speicherlose zeitinvariante Funktion ist [74, S. 132 f.]. Die Grundidee des Verfahrens ist, die nichtlineare Funktion $f(e)$ durch ihre erste Harmonische zu approximieren, was allerdings nur sinnvoll möglich ist, wenn der lineare Systemteil $G(s)$ Tiefpassverhalten aufweist, was jedoch für die meisten mechanischen Systeme gilt.

Zunächst wird die Beschreibungsfunktion $N(A)$ hergeleitet, welche die Approximation der Nichtlinearität darstellt. Das nichtlineare Glied wird durch eine Sinusschwingung mit $e(t) = A \cdot \sin(\omega_0 t)$ angeregt und das Ausgangssignal $u(t)$ betrachtet. Dieses wird durch die Fourierreihe

$$\begin{aligned} u(t) = f(e) &= c_0(A) + \sum_{i=1}^{\infty} c_i(A) \cdot \sin(i \cdot t \cdot \omega_0 + \varphi_i(A)) \\ &\approx c_1(A) \cdot \sin(t \cdot \omega_0 + \varphi_1(A)) \end{aligned}$$

beschrieben, für die $c_0(A) = 0$ und $c_i \ll c_1 \forall i = 2, 3, \dots$ gilt, wobei A für die Amplitude des Anregungssignals der Nichtlinearität steht [1, S. 47]. Werden $u(t)$ und $e(t)$ in der komplexen Zeigerdarstellung als

$$\begin{aligned}\underline{e}(t) &= A \cdot e^{j(\omega_0 t - \frac{\pi}{2})} \quad \text{und} \\ \underline{u}(t) &= c_1(A) \cdot e^{j(\omega_0 t - \frac{\pi}{2} + \varphi_1(A))}\end{aligned}$$

dargestellt, wird die Verstärkung, die durch das linearisierte Kennglied wirkt, über

$$\begin{aligned}N(A) &= \frac{\underline{u}(t)}{\underline{e}(t)} = \frac{c_1(A) \cdot e^{j(\omega_0 t - \frac{\pi}{2} + \varphi_1(A))}}{A \cdot e^{j(\omega_0 t - \frac{\pi}{2})}} \\ &= \frac{c_1(A)}{A} \cdot e^{j\varphi_1(A)}\end{aligned}$$

berechnet und als Beschreibungsfunktion bezeichnet [1, S. 47 f.]. Das besondere an der Beschreibungsfunktion ist, dass diese nur von der Amplitude des Anregungssignals A abhängt.

Wird im geschlossenen Regelkreis aus Bild A.1 das nichtlineare Kennglied $f(e)$ durch die Beschreibungsfunktion $N(A)$ ersetzt, kann die Gleichung

$$G(j\omega) = -\frac{1}{N(A)} \quad (\text{A.13})$$

aufgestellt werden. Ist diese für bestimmte Werte ω und A erfüllt, so tritt vermutlich ein Grenzzyklus mit näherungsweise der Kreisfrequenz ω und der Amplitude A auf. Die Gleichung (A.13) kann z.B. über die Darstellung der Ortskurven ausgewertet werden [74, S. 135 ff.].

A.4 Linearer Kalman-Filter zur Ermittlung der Drehzahlen unter Einfluss trockener Reibung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein PD-Regler zur Regelung der Lenkradposition auf die Zahnstangenposition (vgl. Abschnitt 5.4.2) genutzt. Dabei ist die Ermittlung des D-Anteils der Messgrößen eine Herausforderung, da sich kein beliebig schneller D-Anteil auf dem realen System realisieren lässt, weil Sensorrauschen auf den Winkelsensorsignalen vorhanden ist. Zudem erschweren die niedrigen Geschwindigkeiten im System ($\dot{\varphi}_{\text{SW}} \approx 0 \text{ rad/s}$, $\dot{\varphi}_{\text{A,S,1}} \approx 0 \text{ rad/s}$, $\dot{\varphi}_{\text{A,S,2}} \approx 0 \text{ rad/s}$) einen klassischen linearen Beobachterentwurf, da Stick-Slip-Effekte auftreten. Im Folgenden wird der Entwurf eines Kalman-Filters für das Lenkrad mit einem Störmodell erläutert, um ein Vorgehen aufzuzeigen, mit dem die Drehzahlen des Lenkrads $\dot{\varphi}_{\text{SW}}$ trotz Reibung und Sensorrauschen gut bestimmt werden können [23, S.373 f.]. Für die Lenkung wird dasselbe durchgeführt, aber hier nicht explizit erläutert, weil das Vorgehen analog ist.

Zunächst wird zum Entwurf das Lenkradmodell (2.2) aus Abschnitt 2.1 um einen Stör-Zustand erweitert, der zur Schätzung der Reibung dient [29, 28]. Mit dem Störmodell ergibt sich

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{\text{SW}} \\ \ddot{\varphi}_{\text{SW}} \\ \dot{M}_{\text{fric}} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{d_{\text{A,SW}}}{J_{\text{SW}}} & \frac{1}{J_{\text{SW}}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \varphi_{\text{SW}} \\ \dot{\varphi}_{\text{SW}} \\ M_{\text{fric}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{\text{SW}}} & \frac{1}{J_{\text{SW}}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} M_{\text{A,SW}} \\ M_{\text{Drv}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}} \quad (\text{A.14})$$

$$\mathbf{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \underbrace{\begin{bmatrix} \varphi_{\text{SW}} \\ \dot{\varphi}_{\text{SW}} \\ M_{\text{fric}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}}$$

als Zustandsraummodell für das Lenkrad. Demnach wird von konstanten Störungen ausgegangen. Da ein lineares System vorliegt, wird auch ein lineares Kalman-Filter ausgelegt. Die Entwurfsmatrizen für den Kalman-Filter werden zu

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 10^{10} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 10^4 & 0 \\ 0 & 10^{10} \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

gewählt. Die Kehrwerte der Einträge der Matrix \mathbf{S} geben dabei das Vertrauen in die Messung an, während die Matrix \mathbf{Q} das Vertrauen in das Modell wiedergibt. Da vor allem die Drehzahl $\dot{\varphi}_{\text{SW}}$ stark rauscht, ist das Vertrauen in diese Messgröße gering. Wichtig ist, dass die Reibung im Modell hoch gewichtet wird, weil diese unbekannt ist, aber einen großen Einfluss hat. Über die algebraische Riccati-Gleichung

$$\mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^T - \mathbf{P}\mathbf{C}^T\mathbf{S}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{P} = -\mathbf{Q} \quad (\text{A.16})$$

und

$$\mathbf{L} = \mathbf{P}\mathbf{C}^T\mathbf{S}^{-1} \quad (\text{A.17})$$

wird dann die Beobachtermatrix \mathbf{L} entworfen.

In der Prüfstandsmessung in Bild A.2 ist gut zu erkennen, dass die Drehzahl $\dot{\varphi}_{\text{SW}}$ durch den Kalman-Filter gut geschätzt wird. Einzig im Bereich der Richtungsumkehr der Bewegungsrichtung des Lenkrads sind kleine Abweichungen zwischen Messung und Schätzung zu sehen. Der Grund für den Einsatz des Kalman-Filters, das Messrauschen mit möglichst geringem Phasenverzug zu unterdrücken, wird jedoch gut erfüllt. Zusätzlich sind die Ergebnisse mit einem Kalman-Filter ohne Störmodell gezeigt. Gut ist zu erkennen, dass dieser nicht konvergiert, da die Reibung im System nicht berücksichtigt wird.

A.5 Inverses lineares Einspurmodell

Wie anhand des Zustandsraummodells (2.23) für das Einspurmodell abgelesen werden kann, ist der Pfad zwischen Zahnstangenposition und Zahnstangenkraft $F_{\text{Zs}} \leftarrow x_{\text{Zs}}$ sprungfähig. Dement-

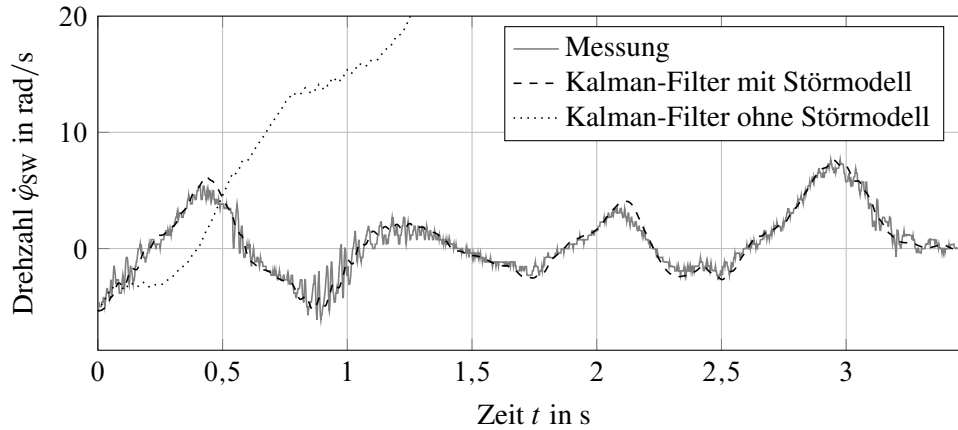


Bild A.2: Kalman-Filter des Lenkrads, Messung

sprechend kann das Modell mit

$$x_{Zs} = \frac{n_1^2}{(n_k + n_v)c_{\alpha,v}} F_{Zs} + n_1\beta + \frac{l_v n_1}{v} \dot{\psi} \quad (\text{A.18})$$

so umgeformt werden, dass statt der Zahnstangenposition x_{Zs} die Zahnstangenkraft F_{Zs} der Systemeingang ist und die Übertragungsfunktion

$$G_{\text{ESM}}^{-1}(s) = \frac{x_{Zs}}{F_{Zs}} \quad (\text{A.19})$$

kann angegeben werden.

A.6 Berücksichtigung einer Totzone bei der Differenzwinkel-Regelung

Während des Reglerentwurfs wurden Reibung und Spiel, die in dem Kugelumlaufgetriebe auftreten, zunächst vernachlässigt (vgl. Abschnitt 2.3) [18, S.31 f.]. Jedoch führt insbesondere das Spiel der Getriebe und der Kupplungen zwischen den Aktoren zu einem Grenzyklus des Differenzwinkels zwischen den Aktoren, wie in Bild A.3 zu sehen ist. Dabei ist das Vorgehen zur Identifikation des Spiels dem Anhang A.8.2 zu entnehmen. Eine gängige Methode, den Grenzyklus zu vermeiden, ist das Einführen von Totzonengliedern, sodass der Regler für kleine Regelfehler $|e| \approx 0$ abgeschaltet wird. Somit wird ein kleiner stationärer Fehler in Kauf genommen, um den Grenzyklus zu vermeiden [63, S77 f.].

In Bild A.3 ist zu sehen, wie zum Zeitpunkt $t = 4\text{s}$ eine Totzone, die den Differenzwinkel-Regler für $|\Delta\varphi_{A,S}| < 50^\circ$ deaktiviert, genutzt wird und der Grenzyklus dann schnell abklingt. Zunächst erscheint das Zulassen eines Differenzwinkels zwischen den Aktoren von 50° sehr groß, jedoch entspricht dies, bezogen auf die Zahnstange und durch die hohe Übersetzung der Getriebe, einem Verfahrensweg der Zahnstange von nur $0,34\text{mm} = 50^\circ/i_{A,S}$. Somit liegt die Totzone in einer Größenordnung des Spiels der Gelenkköpfe mit Bolzen, über welche die Aktoren am Prüfstand verbunden werden.

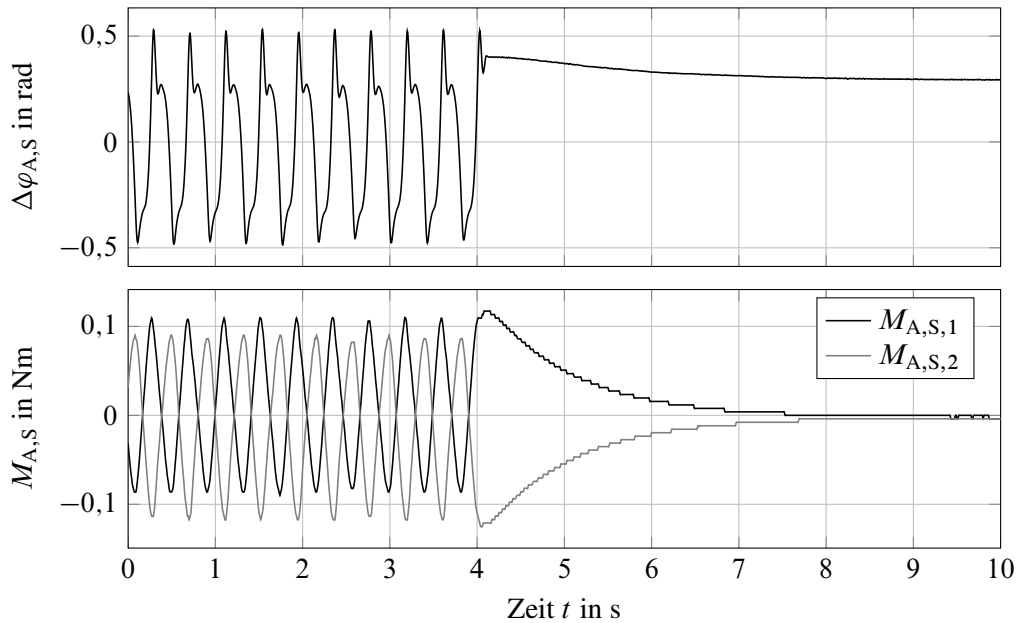


Bild A.3: Grenzyklus am Prüfstand durch Aktor Differenzwinkel-Regelung $\Delta\varphi_{A,S}$ bei einer Fahrzeuggeschwindigkeit von $v = 80\text{km/h}$ und $F_{Zs,Soll} = 0\text{N}$, Messung

A.7 Simulation von Aktorausfällen und Störungen

In diesem Abschnitt werden dieselben Simulationen wie in Abschnitt 6.3 präsentiert, nur dass statt der Fahrzeuggeschwindigkeit von $v = 80\text{km/h}$, $v = 130\text{km/h}$ als Geschwindigkeit genutzt wird. Die Ergebnisse sind vergleichbar mit denen bei $v = 80\text{km/h}$, daher verdeutlichen die Simulationen, dass das Regelungskonzept auch für höhere Geschwindigkeiten funktioniert.

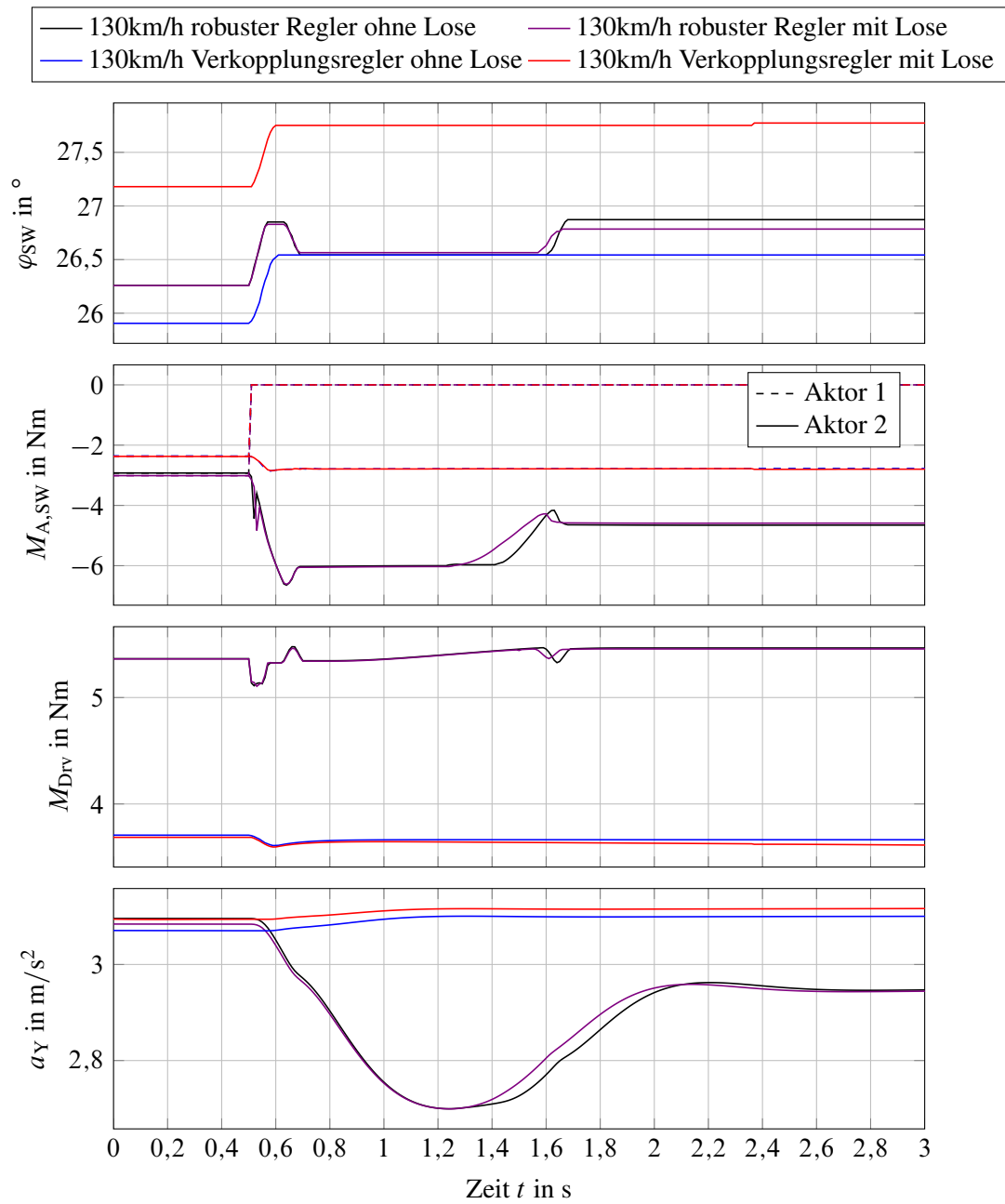


Bild A.4: Ausfall eines Aktors des Lenkrads bei $v = 130$ km/h und $a_Y = 3$ m/s² mit Verkopplungsregler und robustem Regler geregelten System, Simulation

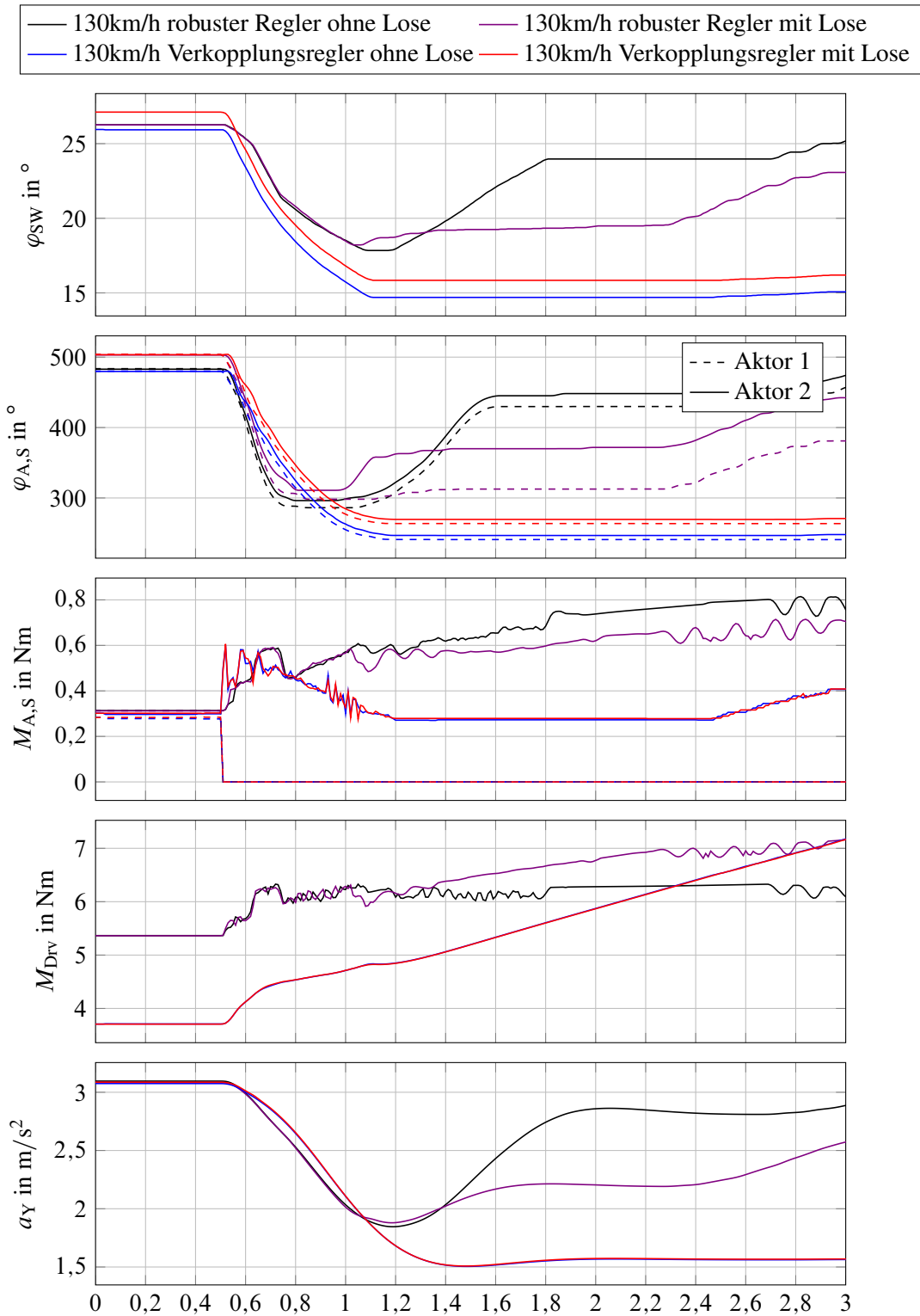


Bild A.5: Ausfall eines Aktors der Lenkung bei $v = 130\text{km/h}$ und $a_Y = 3\text{m/s}^2$ mit Verkopplungsregler und robustem Regler geregelten System, Simulation

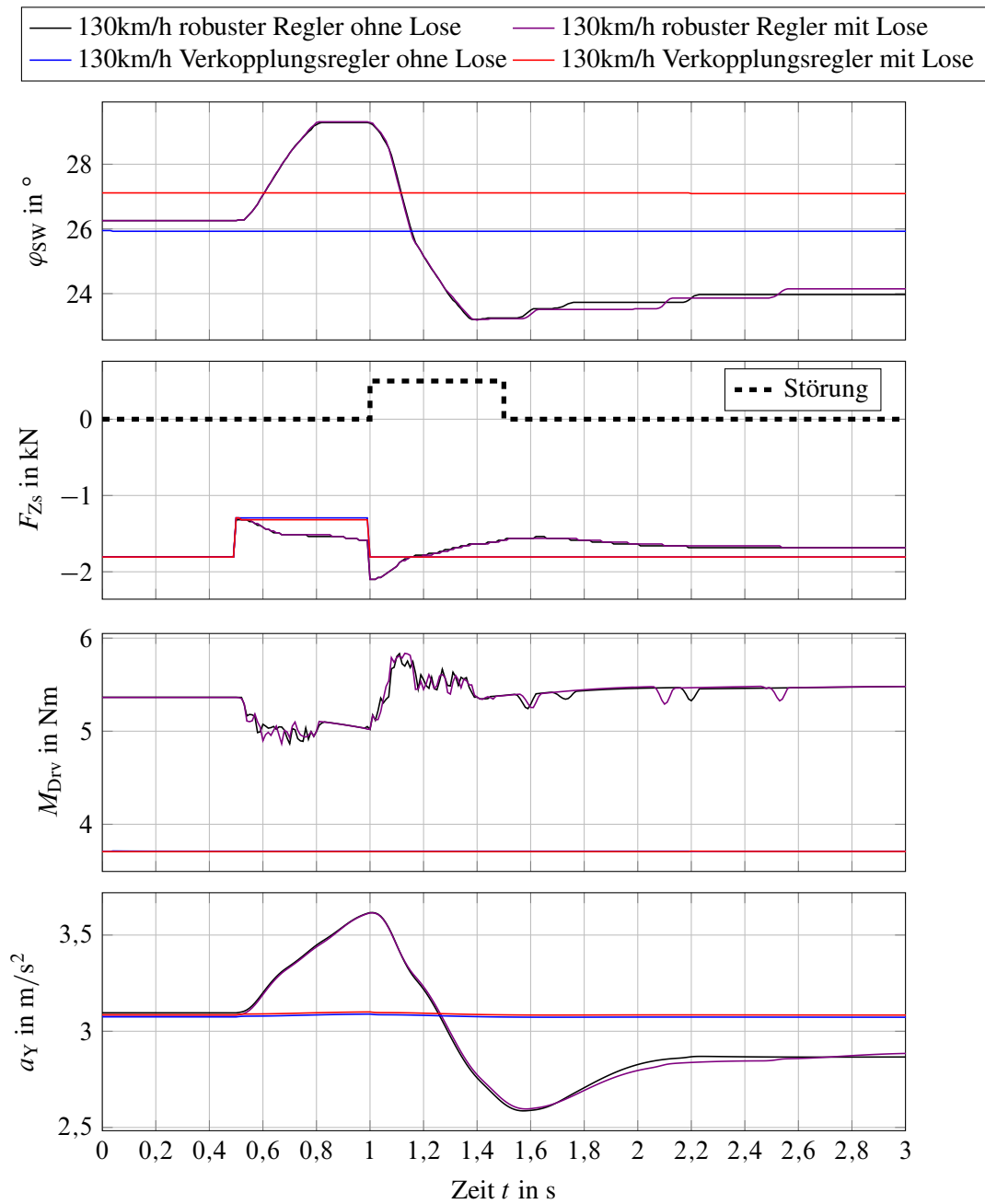


Bild A.6: Störungen auf die Lenkung bei $v = 130\text{km/h}$ und $a_Y = 3\text{m/s}^2$ mit Verkopplungsregler und robustem Regler geregelten System, Simulation

A.8 Prüfstand

In diesem Abschnitt wird die Identifikation des Lenkrads, sowie die Identifikation einiger Nichtlinearitäten und die Regelung des Prüfstands vorgestellt.

A.8.1 Identifikation der Nichtlinearitäten des mechanischen Systems Lenkrad

Reibungs- und Dämpfungsidentifikation des Lenkrads

Die Identifikation der Lenkradreibung findet mit Hilfe einer Drehzahlregelung des Lenkrads statt. Diese regelt das Lenkrad auf eine konstante Drehzahl und das sich einstellende Drehmoment an den Lenkradaktoren $M_{SW,1} + M_{SW,2}$ wird gemessen. Die Drehzahl wird dabei zwischen den Messungen im Bereich von $\pm 25,41 \text{ rad/s}$ variiert. Das Ergebnis der Messreihe ist in Abbildung A.7 dargestellt. Zu erkennen ist zum einen die dominierende Coloumb'sche Reibung im betrachteten Geschwindigkeitsbereich. Zum anderen zeigen die Messungen eine hohe Streuung bezüglich der Coloumb'sche Reibung um die Drehzahl $\dot{\varphi}_{SW} \approx 0 \text{ rad/s}$.

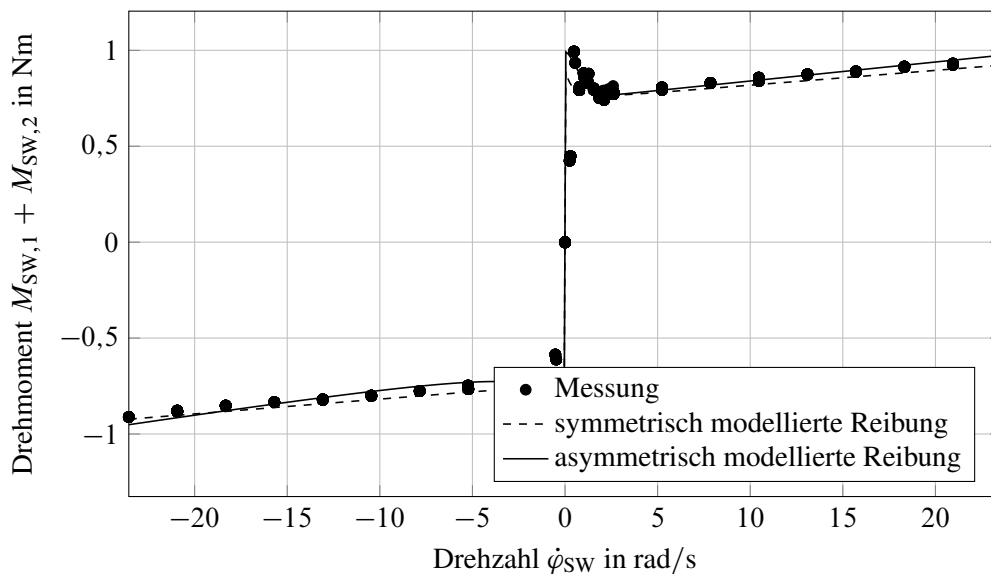


Bild A.7: Reibungsidentifikation am Lenkrad des SbW-Prüfstands, Messung

In Bild A.7 ist zu sehen, dass, wenn das Haften des Lenkrads überwunden ist, das Reibdrehmoment zunächst abfällt, bis es wieder zu einem konstanten Anstieg des Reibdrehmoments kommt, der gut über viskose Reibung beschrieben werden kann. Mittels einer kleinsten Quadrate Schätzung wird ein Stribeck Reibmodell und viskose Reibung, welches über die Gleichung

$$M_{\text{Reib}}(\dot{\varphi}) = \text{sign}(\dot{\varphi}) \left(M_C + (M_S - M_C) e^{-|\dot{\varphi}/\dot{\varphi}_\sigma|^{\delta\sigma}} \right) + M_\dot{\varphi} \dot{\varphi} \quad (\text{A.20})$$

beschrieben wird, geschätzt [27]. Die Parameter werden in Tabelle 2.1 angegeben und der Verlauf der geschätzten Reibung wird in Abbildung A.7 als durchgezogene Linie dargestellt. Die viskose Reibung für $\dot{\varphi}_{SW} > 0 \text{ rad/s}$ ist $M_\dot{\varphi} = 0,0099 \text{ Nms/rad}$ und für $\dot{\varphi}_{SW} < 0 \text{ rad/s}$ $M_\dot{\varphi} =$

0,0149Nms/rad. Die Reibung wurde für beide Drehrichtungen getrennt identifiziert, weil sich eine Asymmetrie der Reibungsparameter in den Messungen zeigt. Dies ist gut an der Schätzung mit der Annahme symmetrischer Reibung in der Abbildung zu erkennen.

Trägheitsidentifikation des Lenkrads

Nachdem in Abschnitt A.8.1 die Reibung des Lenkrads identifiziert wurde, kann nun die Trägheit des Systems bestimmt werden. Dazu werden Drehmomentensprünge mit einer um 1Nm variierenden Amplitude im Bereich von $\pm 8\text{Nm}$ auf die Lenkradaktoren $M_{\text{SW},1}$ und $M_{\text{SW},2}$ geschaltet. Beachtet werden muss, dass mit den Elektromotoren maximal eine Drehzahl von $\dot{\varphi}_{\text{max}} = 26,18\text{rad/s}$ erreicht werden kann, weil ab dann aufgrund der Spannungsinduktion in den Elektromotoren, kein Drehmoment bzw. Strom von den Frequenzumrichtern in die Elektromotoren gebracht werden kann. Daher werden zur Identifikation nur Drehzahlen von $|\dot{\varphi}| < 23\text{rad/s}$ betrachtet. Mittels numerischer Differentiation der Lenkraddrehzahl $\dot{\varphi}_{\text{SW}}$ wird die Beschleunigung des Lenkrads $\ddot{\varphi}_{\text{SW}}$ ermittelt. Die Beschleunigung wird über den Zeitbereich vom Aufschalten des Sprungs bis zum Erreichen der maximalen Drehzahl $|23\text{rad/s}|$ ermittelt. Das effektiv zur Beschleunigung wirkende Drehmoment wird durch

$$M_{\text{TraegBest}} = M_{\text{SW},1} + M_{\text{SW},2} - M_{\text{Reib}} \quad (\text{A.21})$$

beschrieben und ist somit um das Drehmoment der Aktoren, abzüglich des Drehmoments der Reibung, wie in (A.20) definiert.

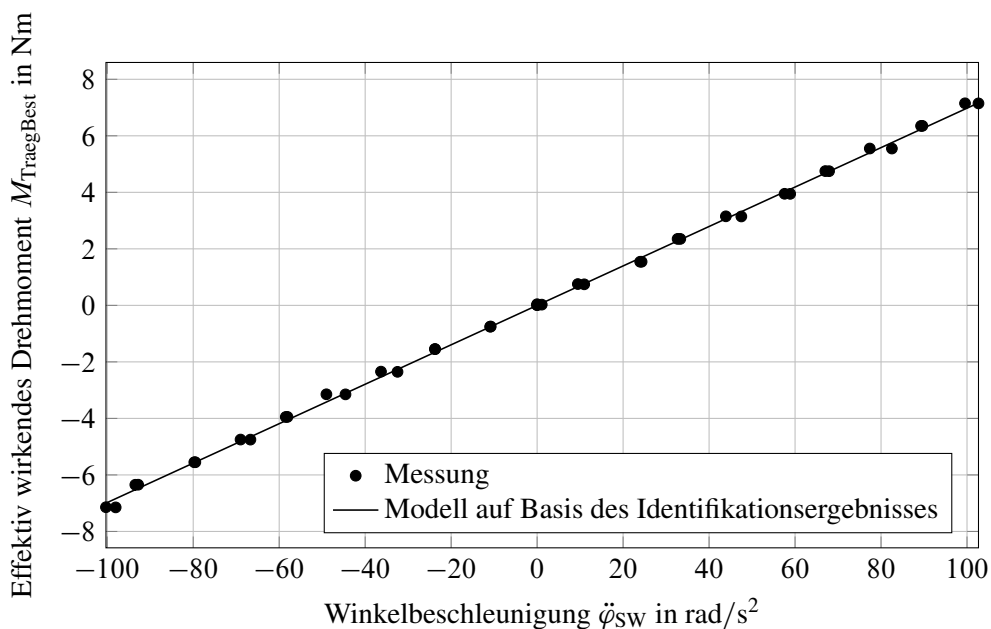


Bild A.8: Trägheitsidentifikation am Lenkrad des SbW-Prüfstands mit einem Bestimmtheitsmaß $R^2 = 0,99$ zwischen Messung und Modell

In Abbildung A.8 sind die Messungen und Identifikationsergebnisse dargestellt. Gut ist der lineare Zusammenhang $M_{\text{TraegBest}} = J_{\text{SW}}\ddot{\varphi}_{\text{SW}}$, der zwischen Drehzahl und Winkelbeschleunigung besteht,

zu erkennen. Mittels einer kleinsten Quadrate Schätzung wird die Massenträgheit des Lenkrads

$$J_{\text{SW}} = \frac{M_{\text{TraegBest}}}{\ddot{\varphi}_{\text{SW}}} = 0,0698 \text{kgm}^2 \quad (\text{A.22})$$

geschätzt.

A.8.2 Identifikation der Nichtlinearitäten des mechanischen Systems der Lenkungsachse

In Bild A.9 ist der Aufbau der Lenkung am Prüfstand zu sehen. Von Links nach rechts ist zunächst ein EPS Aktor zu sehen, der über die Gelenkköpfe mit der zweiten EPS Einheit verbunden ist. An diesen Gelenkköpfen befindet sich auch eine Sensorik, die Anschläge der Lenkungsaktoren detektiert, deren Halterung rot ist. Rechts neben der zweiten EPS Einheit befinden sich wieder Gelenkköpfe, über die das zweite EPS-System mit dem Lastaktor verbunden ist.

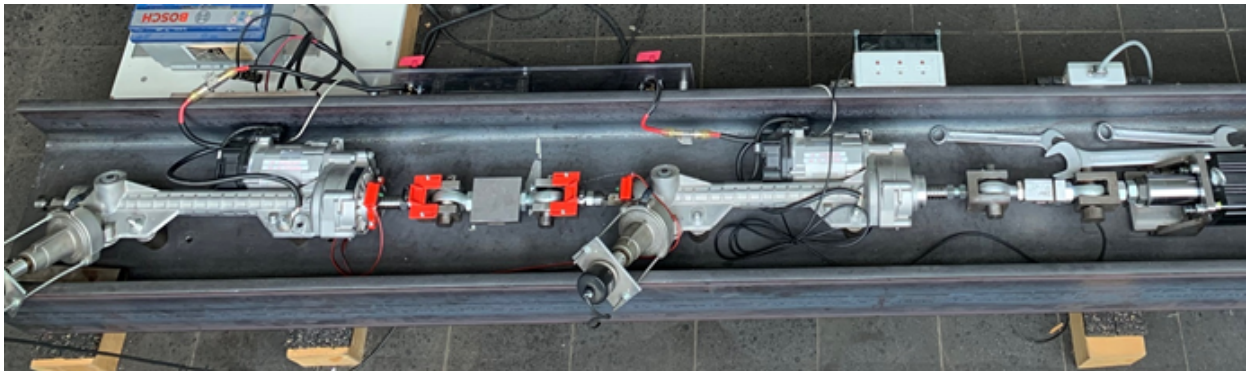


Bild A.9: Abbildung des Lenkungsaufbaus mit EPS-Aktoren und Lastaktor

Online Identifikation der Coloumb'schen Reibung

In Abschnitt A.4 wird ein lineares Kalman-Filter entworfen, um die Drehzahl des Lenkrads zu schätzen. Da Reibung in den Lenkradlagern auftritt, wird ein Stözzustand am Lenkrad vorgesehen [28]. Dieselbe Beobachter-Struktur wird im Folgenden für das Lenkungssystem aus (2.7) vorgesehen. Damit werden stückweise konstante Störungen wie Coloumb'sche Reibung im Kalman-Filter als Stözzustand mit geschätzt. Im Vergleich zu [84, S.85, ff] werden in der hier betrachteten Lenkung die Zahnstangenkräfte gemessen, weswegen kein Fahrzeug-Querdyamikmodell zur Schätzung der Reibung genutzt werden muss. Die Annahme, dass sich die Reibung symmetrisch auf beide Aktoren verteilt, wird getroffen, weil die Drehmomente, die zwischen den Aktoren wirken, nicht gemessen werden und somit die Quelle der Reibung nicht genauer ermittelt werden kann.

In Bild A.10 ist der Verlauf der Reibungsschätzung $M_{A,S,Reib}$ für einen Aktor und die Zahnstangenposition x_{Zs} der Messung und zum Vergleich der Ausgang des Kalman-Filters zu sehen. Die

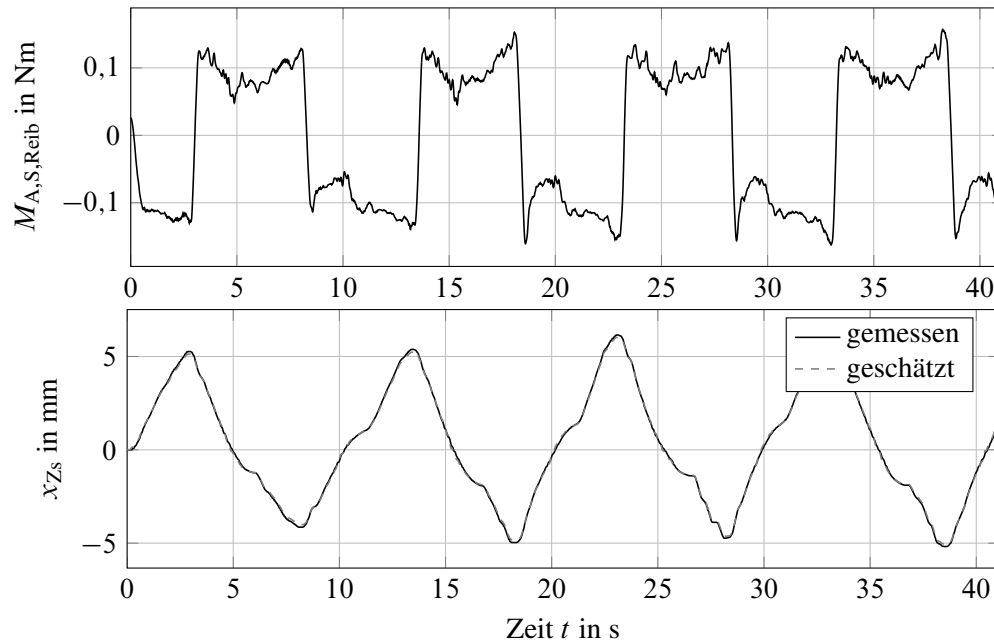


Bild A.10: Online- Schätzung der Reibung in der Lenkung, Messung

Anregung des Systems erfolgt durch ein manuelles Sinuslenken am Lenkrad. Das gefahrene Manöver hat aber keinen Einfluss auf die Schätzung, solange $|\dot{\varphi}_{A,S}| \neq 0 \text{ rad/s}$ ist und somit die Coulomb'sche Reibung überhaupt auf die Systemdynamik wirkt. Die geschätzte und die gemessene Zahnstangenposition x_{Zs} stimmen überein, was zeigt, dass der Beobachter konvergiert. Anhand der Schätzung der Störung lässt sich erkennen, dass die beobachtete Reibung nach einem Richtungswechsel zügig gegen die Störung im System konvergiert. Dabei ist auch gut zu erkennen, dass die Reibung keinesfalls stationär ist, sondern eine Positionsabhängigkeit und Geschwindigkeitsabhängigkeit vorliegt. Dabei ist ein Anstieg der Reibung vor allem direkt nach den Richtungswechseln zu erkennen, wenn die Zahnstangengeschwindigkeit niedrig ist und somit die Reibung am höchsten ist. Daher wird die Schätzung in Abschnitt 5.4.4 nur genutzt, um in regelmäßigen Abständen die Reibung M_C anzupassen, damit die Reibungskompensation sich an die in Lenkungen variierende Reibung adaptiert. Dabei muss eine Überkompensation jedoch stets vermieden werden, weil diese zu Grenzzyklen führt [67].

Identifikation der Lose am Prüfstand

Wie in [8] gezeigt, haben die Lenkungsaktoren selbst durch das Kugelumlaufgetriebe und den Riemen kein nennenswertes Spiel. Jedoch tritt Spiel an den Verbindungen der Aktoren und der Ankopplung an den Lastaktor auf. Diese Verbindungen sind über Gelenkköpfe ausgeführt, die jeweils mit einem Bolzen gesichert sind, wie sie in Bild A.11 zu sehen sind. Diese haben in translatorischer Richtung ein geringes Spiel, das jedoch, durch die hohe Übersetzung der Kugelumlaufgetriebe, Auswirkungen auf die Lenkungsaktoren hat.

Zur Identifikation der Lose wird der Lastaktor geschwindigkeitsgeregelt betrieben und mit einer langsamen konstanten Geschwindigkeit bewegt, um den Einfluss der Dämpfung und Trägheiten

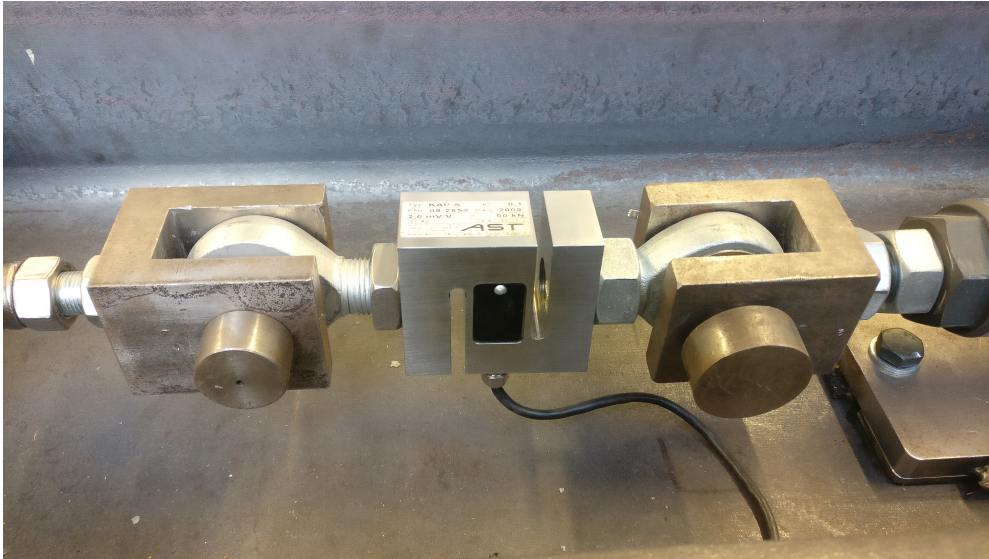


Bild A.11: Verbindung des Lenkachsen und des Lastaktors mit Gelenkköpfen

im System möglichst gering zu halten. In den hier dargestellten Messungen wird die Zahnstange mit den Geschwindigkeiten $\dot{x}_{Zs} = 0,05\text{m/s}$ und $\dot{x}_{Zs} = 0,01\text{m/s}$ bewegt und immer bis kurz vor den Anschlag gefahren. Dabei ergeben sich für $\dot{x}_{Zs} = 0,01\text{m/s}$ die Messgrößen, die in Bild A.12 zu sehen sind. Der Grund für die periodischen Schwankungen der Zahnstangenkraft in Abhängigkeit des Wegs sind die Lagerung der Kugelgewindetriebe [18, S.52, f.]. Zudem ist anhand der Messungen zu sehen, dass der Lastaktor ca. 500N stellen muss, um die Reibung beider Lenkachsen zu überwinden.

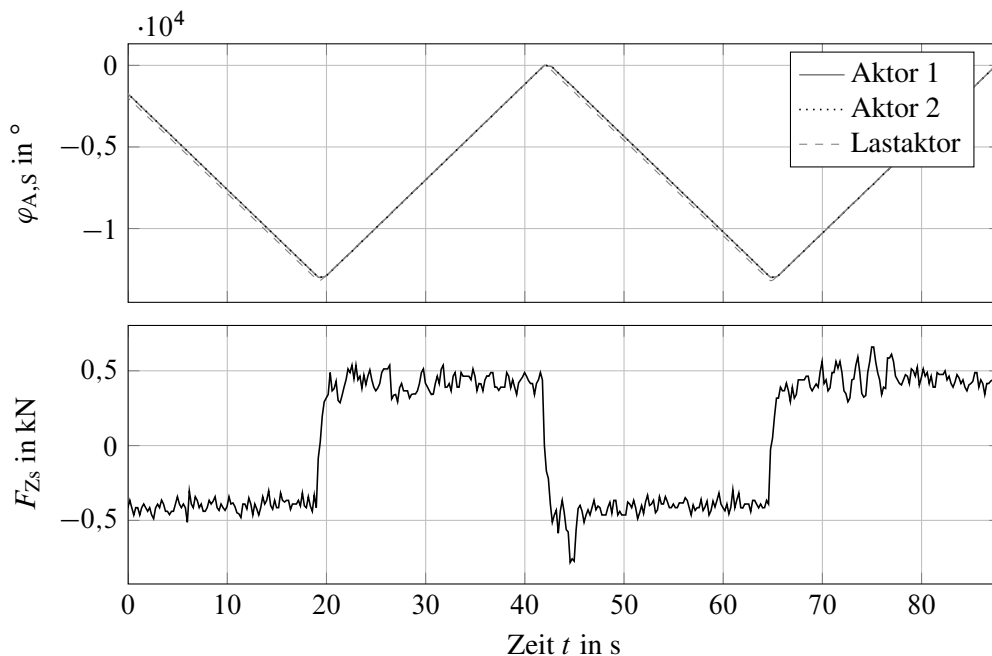


Bild A.12: Zeitverlauf der Messgrößen zur Loseidentifikation zwischen den Lenkungen des SbW-Prüfstands, Messung

In Bild A.13 ist die Position des Lenkungsaktors 1 $x_{A,S,1}$ über der Position des Lenkungsaktors 2, bezogen auf die Zahnstange $x_{A,S,2}$, dargestellt. Die Lose zwischen den Teilsystemen wird aus der Höhe bzw. der Breite der Hysterese abgelesen, die sich zwischen den beiden Aktorpositionen ergibt. Anhand des Plots wird eine Lose zwischen den Lenkungen von ca. 0,3mm identifiziert, die, bezogen auf die Lenkungsaktoren, einer Lose von $\varphi_{S,Lo} = 44^\circ$ entspricht. Die Auflösung der Sensorik zum Erfassen der Lose liegt bei $360^\circ/4096 = 0,0879^\circ$.

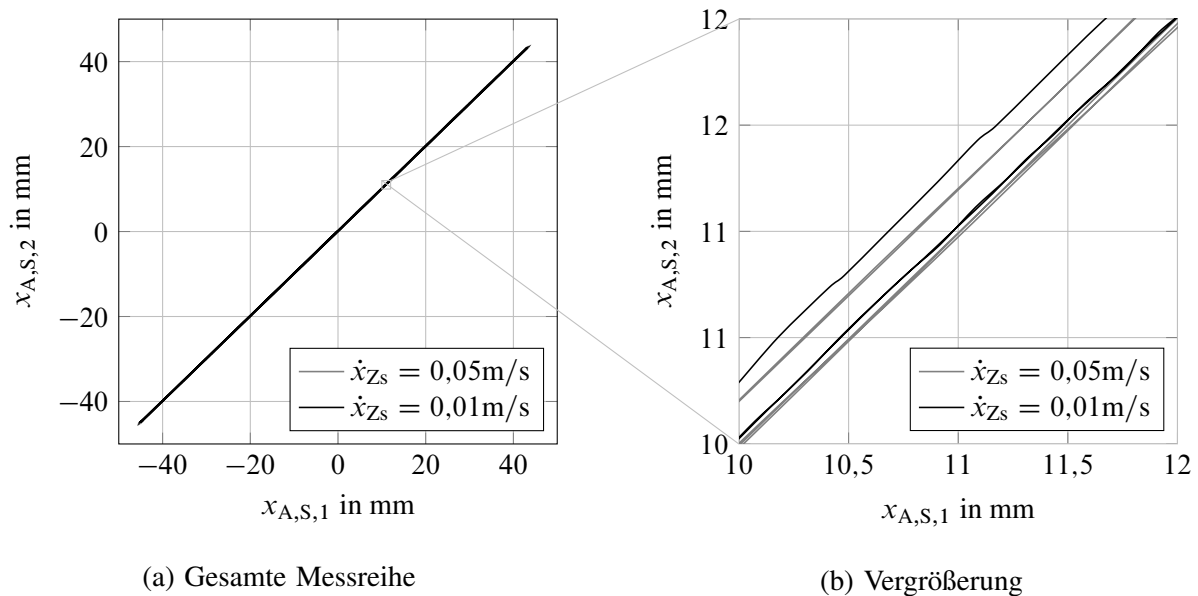


Bild A.13: Loseidentifikation zwischen den Lenkungsaktoren 1 $x_{A,S,1}$ und 2 $x_{A,S,2}$ der Lenkung des SbW-Prüfstands, Messung

In Bild A.14 ist die Zahnstangenposition des Lastaktors x_{Zs} über der Position des Lenkungsaktors 1, bezogen auf die Zahnstange $x_{A,S,1}$, dargestellt. Die Lose zwischen den Teilsystemen lässt sich auch hier aus der Höhe bzw. der Breite der Hysterese erkennen. Anhand des Plots wird eine Lose zwischen dem Lastaktor und der Lenkung von 2mm abgelesen, was, bezogen auf die Lenkungsaktoren, einer Lose von $293,14^\circ$ entspricht. Dies schränkt die mögliche Qualität der Regelung des Lastaktors ein.

A.8.3 Kennfeld der Reibung des Lastaktors

In Bild A.15 ist das Kennfeld der Reibung des Lastaktors abgebildet. Gut ist zu erkennen, dass die Reibung im Lastaktor durch die Coloumb'sche Reibung dominiert wird, aber auch eine Abhängigkeit von der Position x_{Zs} und der Geschwindigkeit \dot{x}_{Zs} der Zahnstange vorhanden ist. Dabei lässt sich der geschwindigkeitsabhängige Reibanteil auf den Kugelgewindetrieb zurückführen, der genutzt wird, um das Motordrehmoment in eine Kraft umzuformen. Der positionsabhängige Reibanteil ergibt sich überwiegend aus der Reibung des ausfahrenden Zylinders des Aktors. Je weiter der Zylinder aus der Führung herausragt, desto geringer ist die wirkende Reibung.

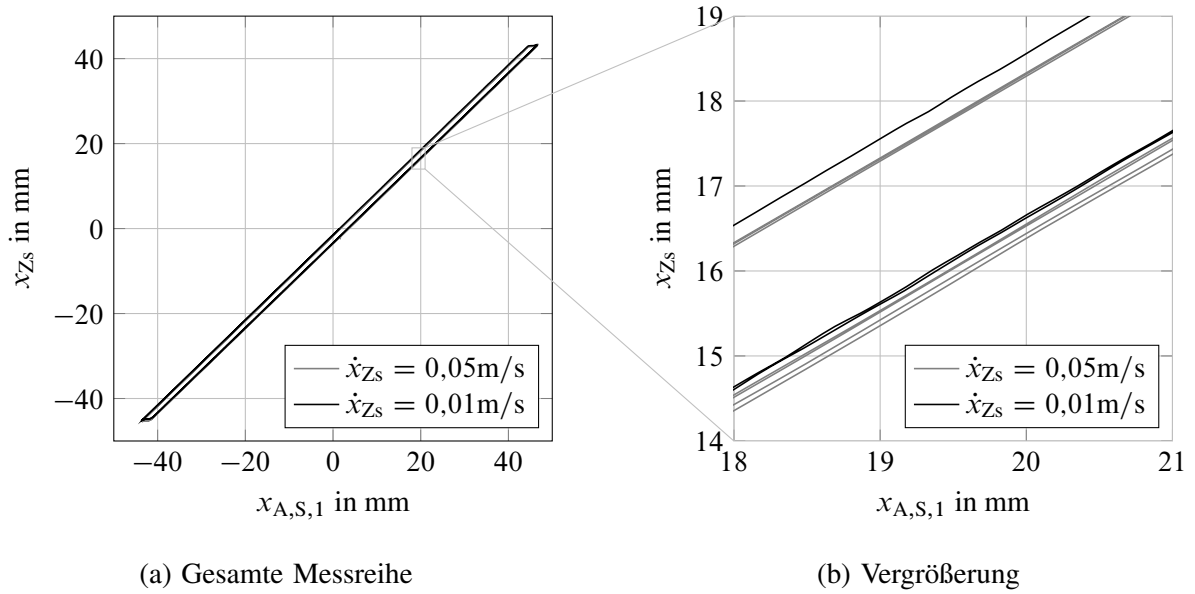


Bild A.14: Loseidentifikation zwischen Lastaktorposition x_{Zs} und Zahnstangenposition am Lenkungsaktor 1 $x_{A,S,1}$ der Lenkung des SbW-Prüfstands, Messung

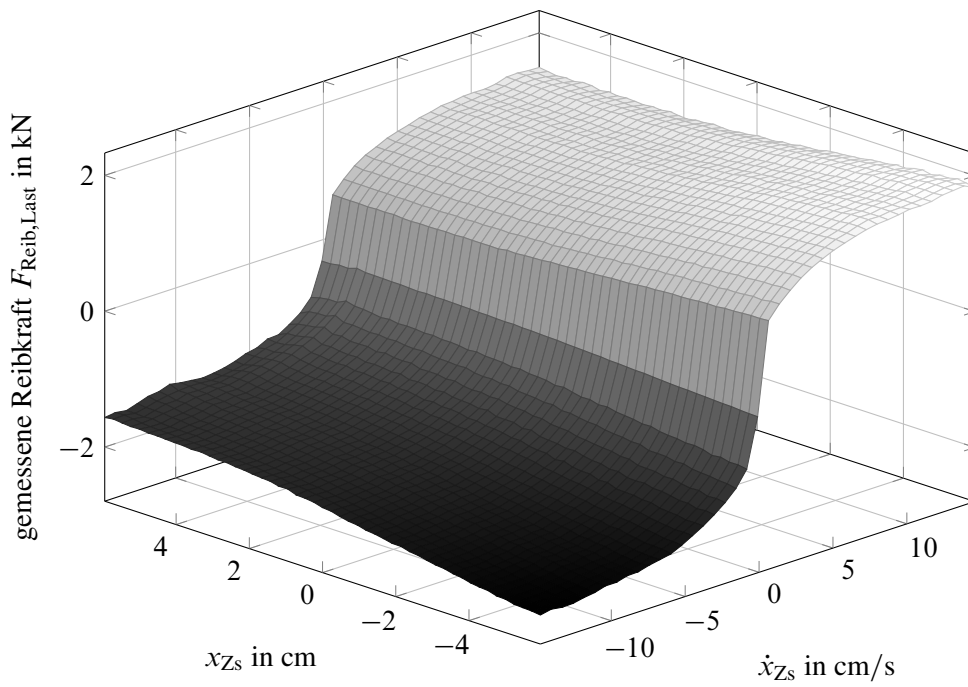


Bild A.15: Kennfeld der Reibung des Lastaktor des SbW-Prüfstands, Messung

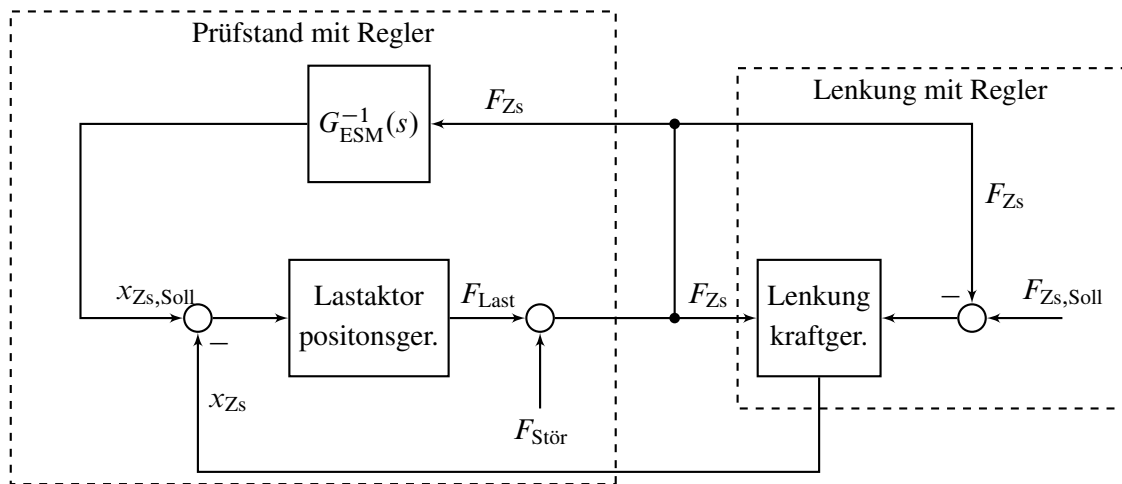
A.8.4 Inbetriebnahme des nichtlinearen Regelungskonzepts am Prüfstand

In diesem Abschnitt werden Messungen der Regler am Lenkungsprüfstand vorgestellt. Um die entwickelten SbW-Regler am Prüfstand testen zu können, muss ein Regler entwickelt werden, der es dem Prüfstand ermöglicht, die Querdynamik eines Fahrzeugs nachzubilden. Dazu werden zunächst die Regelungsmethoden, die zur Prüfstandsregelung in Frage kommen, vorgestellt und die Limitierungen des genutzten Prüfstands aufgezeigt. Anschließend werden die Messungen des Kraftreglers, Differenzwinkel-Reglers und des Gesamtsystems präsentiert und ein abschließendes Fazit zur Prüfstandserprobung des Regelungskonzepts dargestellt.

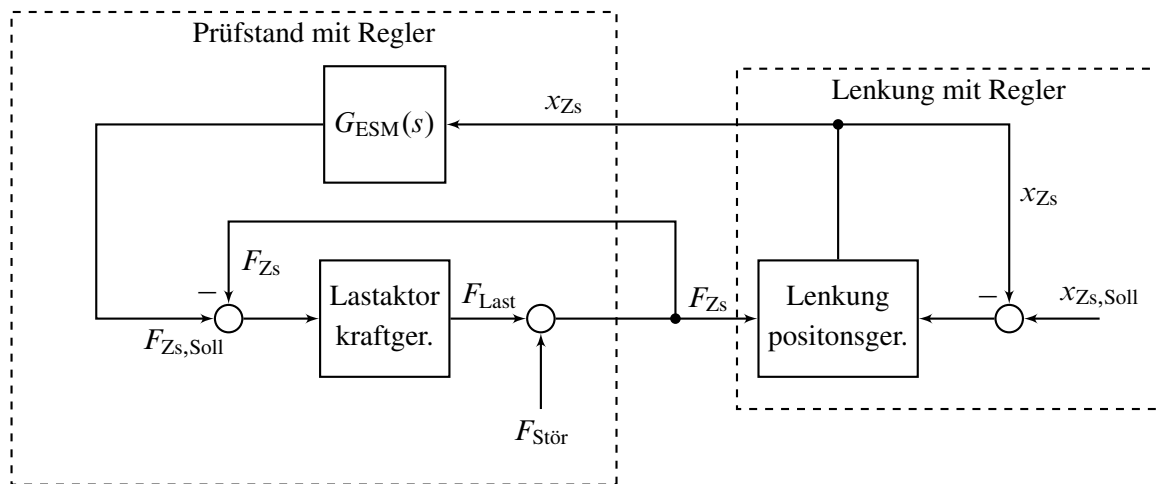
Prüfstandsregelung zum Abbilden der Fahrzeugquerdynamik

In den Simulationen wird angenommen, dass die Fahrzeugquerdynamik mit F_{Zs} auf die Lenkung wirkt und die Kraft, welche die Lenkung aufbringt, abstützt. An einem Lenkungsprüfstand ist das jedoch nicht der Fall, da die Gegenkraft durch einen Lastaktor aufgebracht wird. Abhängig von der möglichen Dynamik des Lastaktors, lässt sich somit die Fahrzeugquerdynamik darstellen. Im idealen Fall hat der Lastaktor eine sehr viel höhere Dynamik als die zu testende Lenkung und es wirkt keine Störung auf den Lastaktor, wie z.B. Reibung im Getriebe des Aktors, daher gilt $F_{Stör} = 0\text{N}$. Wenn keine Störung auf den Lastaktor wirkt, kann die Zahnstangenkraft, die sich aus der Fahrzeugquerdynamik ergibt, auf die Lenkung aufgeschaltet werden und der Lastaktor gesteuert betrieben werden, weil dann $F_{Last} = F_{Zs}$ gilt. Dies ist aber bei dem hier genutzten Prüfstand nicht der Fall, da der Lastaktor z.B. eine begrenzte Geschwindigkeit hat. Die größten Limitierungen bezüglich des Lastaktors entsteht jedoch durch die hohe Reibung im Getriebe des Lastaktors, die in Abschnitt A.8.3 dargestellt ist. Des Weiteren schränkt die Lose der Kopplung zwischen Lastaktor und Lenkung die erreichbare Lastdynamik weiter ein. Dies sorgt dafür, dass eine Prüfstandsregelung eingesetzt werden muss, wie in Bild A.16 dargestellt. Die Prüfstandsregelung sorgt dafür, dass die Störungen $F_{Stör}(t)$ ausgeglet werden. Wenn der Prüfstand rein gesteuert betrieben wird, wirkt sich sonst z.B. die Reibung des Kugelumlaufgetriebes des Lastaktors direkt auf das Lenkgefühl aus und erhöht die Lenkungsreibung.

In Bild A.16 steht $G_{ESM}(s) = \frac{F_{Zs}(s)}{x_{Zs}(s)}$ für die Fahrzeugquerdynamik. Im Falle des linearen Einspurmodells, lässt sich diese invertieren, da ein Durchgriff vorliegt (vgl. Abschnitt 2.4.5) und $G_{ESM}^{-1}(s) = \frac{x_{Zs}(s)}{F_{Zs}(s)}$ kann einfach berechnet und simuliert werden. Am Prüfstand sind an der Lenkung vier Regelkreise aktiv, die Einfluss auf die Lenkung haben. Einmal der Regelkreis mit dem Fahrer am Lenkrad. Des Weiteren eine Kraftregelung oder eine Positionsregelung der Lenkung, sowie eine Kraftregelung oder eine Positionsregelung des Lastaktors, die ihre Führungsgröße aus dem aktuellen Zustand der Lenkung berechnet und daher eine weitere Schleife über $G_{ESM}(s)$ bzw. $G_{ESM}(s)^{-1}$ schließt. Beide Prüfstandsregelungsvarianten nutzen als Stellgröße die Kraft des Lastaktors auf den Prüfstand F_{Last} . Dabei muss durch das Lastmodell, je nach Lenkungsreglerkonfiguration, dem Regler entweder eine Kraft oder eine Position als Führungsgröße vorgegeben werden, damit in Kombination mit dem Lenkungsregler immer die Größen F_{Zs} und x_{Zs} durch den Prüfstandsregler und den Lenkungsregler korrekt eingeregelt werden.



a) Positionsregelung des Prüfstands, Kraftregelung der Lenkung



b) Kraftregelung des Prüfstands, Positionsregelung der Lenkung

Bild A.16: Reglerstruktur zum Einregeln einer Last am Lenkungsprüfstand

Im weiteren Verlauf des Anhangs wird das Regelungskonzept a) aus Bild A.16 genutzt, weil die Lenkung kraftgeregelt betrieben wird, wie in Abschnitt 5.1 erläutert. Der Lastaktor wird also positionsgeregelt betrieben. Zur Positionsregelung wird ein P-Positionsregler genutzt, dem ein PI-Drehzahlregler unterlagert ist, der direkt auf dem Frequenzumrichter des Lastaktors läuft und Störungen ausregelt. Die Reglerkaskade hat dabei zur Aufgabe, die Zahnstangenposition $x_{Zs,Soll}$ unter dem Einfluss der Störungen $F_{Stör}$ möglichst gut einzuregeln. Jedoch ist die Dynamik dieser Regelung aus dem Stillstand limitiert, weil der I-Anteil des unterlagerten Drehzahlreglers die Reibung immer überwinden muss, bis dieser seinen Sollwert erreicht. Zudem darf der Regler nicht zu dynamisch ausgelegt werden, um einen Grenzyklus, der durch die Lose verursacht wird, zu vermeiden [63, S. 76, f.].

In Bild A.17 ist die Sprungantwort des positionsgeregelten Lastaktors auf einen Führungsgrößenprung von 10mm gezeigt. F_{Last} steht dabei für die Stellgröße, die der Elektromotor vor dem Getriebe, also vor dem Wirken der Störung $F_{Stör}$, aufbringt, bezogen auf die Zahnstange (vgl. Bild A.16). Gut zu erkennen ist, dass die Regelung eine begrenzte Dynamik hat und hohe Stell-

größen erforderlich sind, um die Zahnstangenposition einzuregeln. Dabei haben die hohen Stellgrößen den Vorteil, dass die Reibung bei einer Führungsgrößenänderung schnell vom Regler überwunden wird.

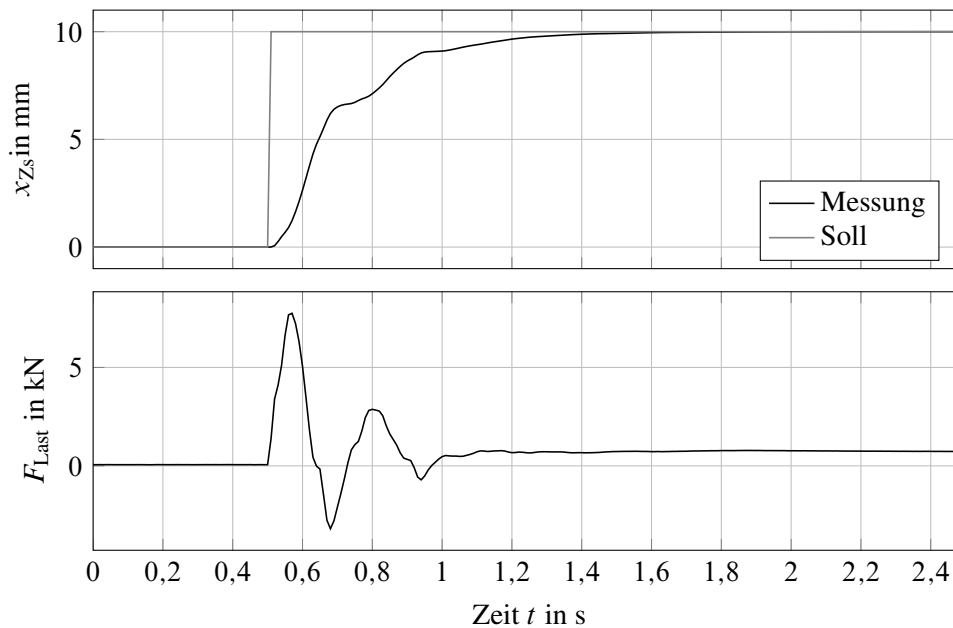


Bild A.17: Sprungantwort des geregelten Lastaktors am SbW-Prüfstand, Messung

Der Phasenverzug, der aus der Prüfstandsregelung resultiert, ist problematisch, weil das Gegenkraftmodell $G_{\text{ESM}}^{-1}(s)$ einen Durchgriff hat, der nicht durch die Lastaktor-Regelung realisiert werden kann, wie auch in Bild A.17 zu sehen ist. Insbesondere negativ wirkt sich dann die Schwingungsfähigkeit des invertierten Einspurmodells $G_{\text{ESM}}^{-1}(s)$ aus, da die Phase durch die Prüfstandsregelung abgesenkt wird, sodass die Gefahr besteht, dass das System instabil wird. Aufgrund dieser Problematik eignet sich der Prüfstand nicht für Untersuchungen mit hohen Frequenzanteilen. Damit ein stabiler Prüfstandsbetrieb stets gewährleistet ist, wird die Fahrdynamik am Prüfstand deswegen vereinfacht und über eine Nachgiebigkeit $\delta_{\text{ESM}} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{x_{Zs}(s)}{F_{Zs}(s)} = \frac{x_{Zs}(0)}{F_{Zs}(0)}$ modelliert, damit die stationären Zustände des Prüfstands mit den stationären Zuständen der Fahrdynamik übereinstimmen. Damit eignet sich der Prüfstand für Untersuchungen, bei denen vor allem der Frequenzbereich $f < 1\text{Hz}$ analysiert werden soll.

Prüfstandsmessung des Kraftreglers

In Bild A.18 werden Ergebnisse der Kraftregelung des Lenkungsprüfstands vorgestellt und mit den Simulationsergebnissen des Abschnitt 6.1.1 verglichen. Dabei wird als Kraftregler für die Lenkungen der in Abschnitt 5.4.1 vorgestellte Regler genutzt. Durch den Vergleich zwischen Prüfstand und Simulation wird das Simulationsmodell und die Kraftregelung verifiziert.

Anhand der Stellgrößenverläufe $M_{A,S,1}$ und $M_{A,S,2}$ ist zu erkennen, dass die Stellgrößen der Simulation und der Messung eine ähnliche Dynamik aufweisen, jedoch die Stellgrößen am Prüfstand

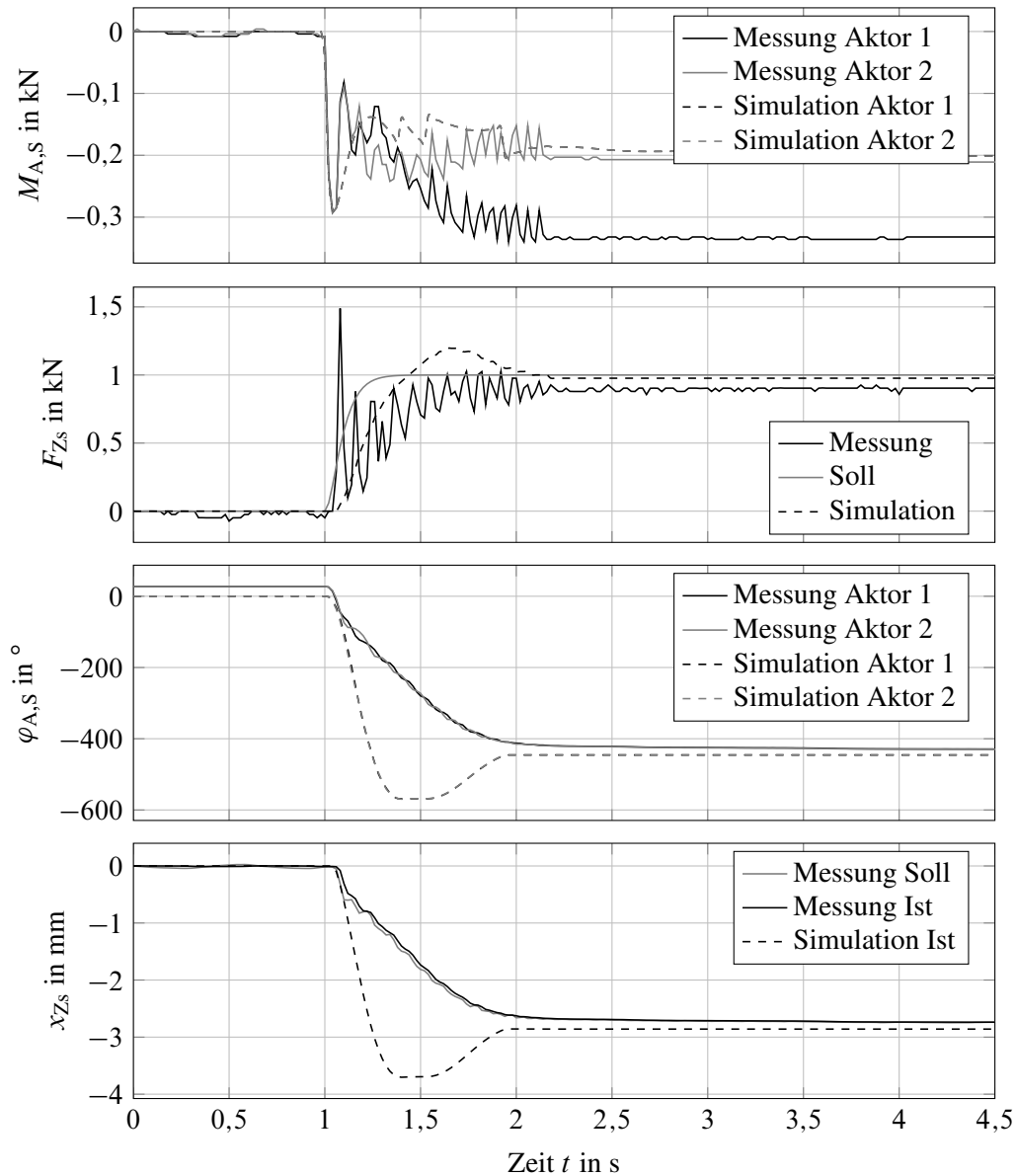


Bild A.18: Sprungantworten des Kraftreglers am Prüfstand und in der Simulation bei 80km/h mit vereinfachtem Fahrdynamikmodell

stärker und hochfrequenter oszillieren bis diese ihren stationären Endwert erreichen. Dies liegt an der Lücke zwischen dem Lastaktor und der Lenkung, die auch zu hochfrequenten Schwingungen von F_{Zs} führt. Anhand der Aktorwinkel $\varphi_{A,S,1}$, $\varphi_{A,S,2}$ und der Zahnstangenposition x_{Zs} ist zu erkennen, dass am Prüfstand die Querdynamik des Fahrzeugmodells nicht so gut wie in der Simulation eingeregelt werden kann. Der Hauptgrund dafür ist die limitierte Bandbreite des Lastaktors und dessen Regelung, weswegen die Querdynamik des Fahrzeugs über die Nachgiebigkeit δ_{ESM} modelliert wird. Die Nachgiebigkeit gibt das Überschwingen des Einspurmodells, das in der Simulation zu sehen ist, nicht wieder. Im niedrigen Frequenzbereich, also stationär, kann die Regelung des Lastaktors die Positionen gut einregeln, wie anhand der übereinstimmenden stationären Endwerte deutlich wird.

Prüfstandsmessung des Differenzwinkel-Reglers

In Bild A.19 werden die Simulationsergebnisse und die Prüfstandsergebnisse des Differenzwinkel-Reglers aus Abschnitt 5.4.1 mit der Simulation verglichen. Dadurch wird das Simulationsmodell und die Differenzwinkel-Regelung verifiziert.

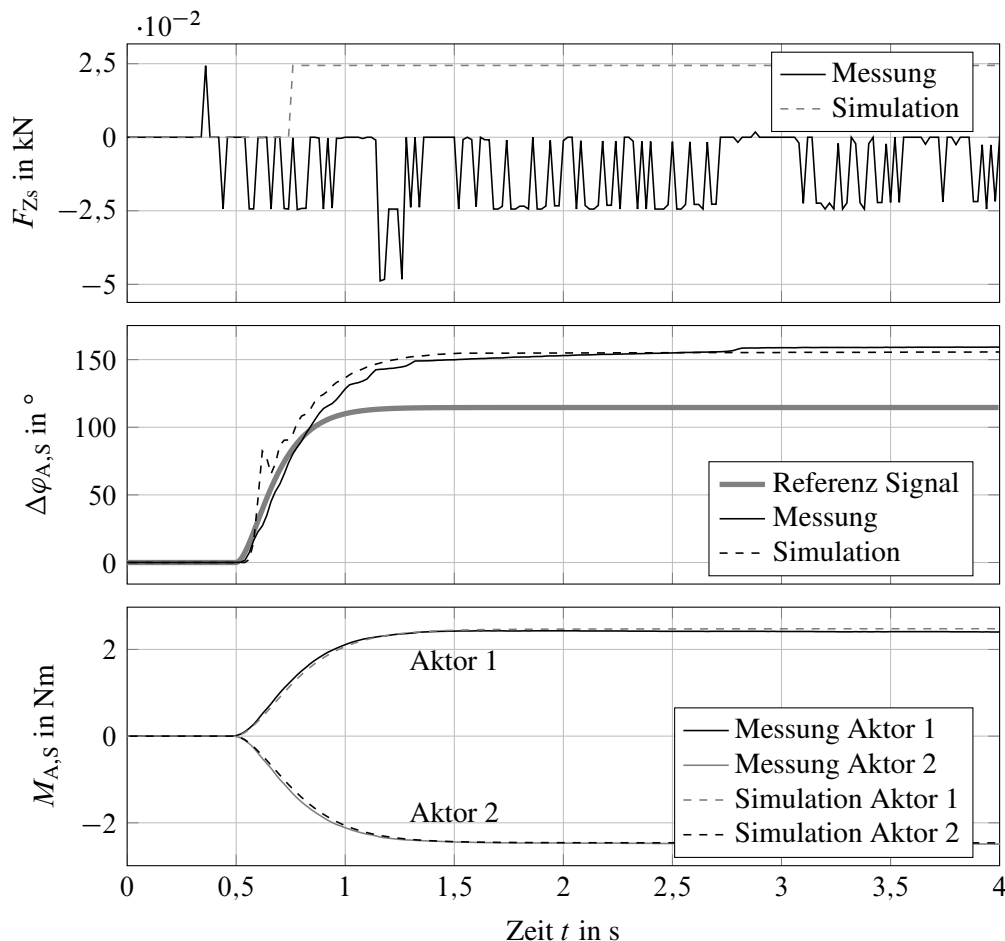


Bild A.19: Sprungantworten des Differenzwinkel-Reglers am Prüfstand und in der Simulation bei $v = 80\text{km/h}$

Die Zahnstangenkraft F_{Zs} wird wie gewünscht am Prüfstand kaum durch die Differenzwinkeländerung angeregt. Der Verlauf des Differenzwinkels ist in der Simulation und am Prüfstand gleich, wobei sogar die Regelabweichung fast übereinstimmt, die sich aufgrund der Totzone ergibt. Auch die Stellgrößen der Simulation und der Prüfstandsmessungen liegen aufeinander, was zeigt, dass das nichtlineare Simulationsmodell den Prüfstand gut modelliert und der Regler seine Aufgabe, ein Verspannen der Aktoren gegeneinander zu unterdrücken, gut erfüllt.

Prüfstandsmessungen des Gesamtsystems

In Bild A.20 ist die Messung eines von einem Menschen gelenkten Sinus-Lenkmanövers über der Zeit am Prüfstand gezeigt. Die Messung in Bild A.20 zeigt, dass die Umlenkpunkte, also wenn die

Winkelgeschwindigkeit des Lenkrads und der Lenkung das Vorzeichen wechselt, die kritischsten Bereiche für die Regelung sind. Das liegt daran, dass sich an diesen Stellen die Nichtlinearitäten Lose und Reibung in der Lenkung am stärksten auf die Dynamik des Systems auswirken. Dabei ist die Problematik an den Positionssignalen φ_{SW} und $\varphi_{A,S}$ nicht zu erkennen, da diese aufgrund des gut gedämpften Gesamtsystems glatt verlaufen. Anhand der Stellgrößen M_{SW} und $M_{A,S}$ ist jedoch zu erkennen, dass in den Umlenkpunkten dynamische Stellgrößenänderungen auftreten, um die Reibung auszuregeln.

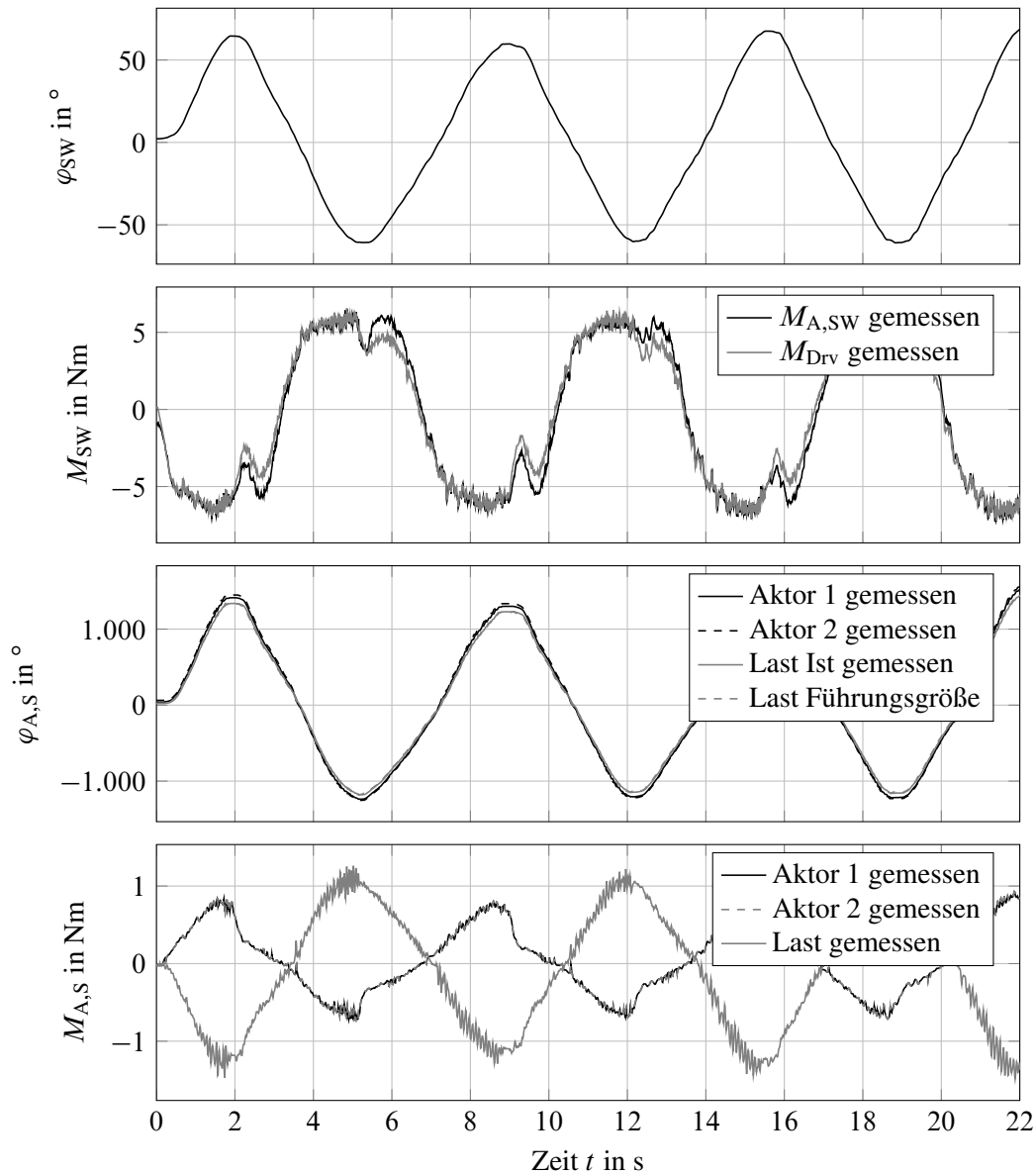


Bild A.20: Zeitplots zum Beurteilen der Regler-Eingriffe bei einem Sinuslenken bei $v = 80\text{km/h}$ mit vereinfachtem Einspurmodell, Messung

A.8.5 Prüfstandsmessungen zu Aktorausfällen und Störungen

In diesem Abschnitt werden Messungen vom Prüfstand dargestellt, in denen bei konstanter Kreisfahrt und einer Geschwindigkeit mit 80km/h ein Aktor abgeschaltet wird oder eine sprungförmige Störung auf die Lenkung geschaltet wird, um die Robustheit der Regelung gegenüber Aktorausfällen und Störungen zu untersuchen. Dabei hält der Fahrer das Lenkrad mit den Händen umschlossen und versucht den Lenkradwinkel möglichst konstant zu halten.

In Bild A.21 ist zu sehen, dass zum Zeitpunkt $t = 0,5\text{s}$ ein Lenkradaktor abgeschaltet wird. Daraufhin beginnt das Fahrer Drehmoment M_{Drv} leicht zu schwingen und die Stellgröße des verbliebenen Lenkradaktors erhöht sich, um das weggefallene Drehmoment zu kompensieren. Der Lenkradwinkel erhöht sich um ca. $0,75^\circ$, während der Winkel der Lenkungsaktoren um ca. 15° sinkt, was einer Verschiebung der Zahnstange von $6,8 \cdot 10^{-2}\text{mm}$ entspricht und somit nur minimalen Einfluss auf die Fahrzeugquerdynamik hat. Die gemessene Last, die der Zahnstangenkraft bezogen auf die Lenkungsaktoren, also $F_{Zs}/i_{A,S}$, entspricht, bleibt auf einem konstanten Niveau von ca. $F_{Zs} = 2,15\text{kN}$.

In Bild A.22 ist eine Prüfstandsmessung zu sehen, bei der ein Aktor der Lenkachsen zum Zeitpunkt $t = 0,5\text{s}$ ausfällt. Zu erkennen ist, dass dann ein Schwinger des Lenkradwinkels φ_{SW} und der wirkenden Drehmomente M_{SW} entsteht, der ca. 0,6s dauert. Dieser Schwinger entsteht durch das Absinken der Lenkungsaktorwinkel $\varphi_{A,S}$ von 1144° auf 934° zum Zeitpunkt $t = 0,5\text{s}$, was einer Zahnstangenverschiebung von 1,4mm entspricht. Anhand des Plots für $\varphi_{A,S}$ ist auch zu sehen, dass die Aktoren nicht mehr synchronisiert werden können. Dementsprechend kommt es zu einer leichten Oszillation der Aktoren gegeneinander, was sich vor allem in der gemessenen Last widerspiegelt. Die gemessene Last und somit die Zahnstangenkraft bleiben aber auf einem konstanten Niveau und die Querführung des Fahrzeugs durch den Fahrer ist weiter möglich.

In Bild A.23 sind die Messergebnisse zu sehen, wenn zum Zeitpunkt $t = 0,5\text{s}$ eine sprungförmige Störung mit einer Amplitude von 0,5kN in den Positionsregelkreis des Lastaktors eingespeist wird. Das bedeutet, die Störung greift direkt vor dem invertierten Einspurmodell $G_{\text{ESM}}^{-1}(s)$ in Bild A.16 in das System ein. Durch die Anregung verschieben sich die Zahnstange und die Aktoren, wie an $\varphi_{A,S}$ zu sehen ist. Da der Fahrer versucht den Lenkradwinkel konstant zu halten, lenkt dieser gegen die Störung, um den Lenkradwinkel φ_{SW} konstant zu halten. Durch die Oszillation des Fahrer Drehmoments M_{Drv} kommt es auch zu einer Oszillation der gemessenen Last. Die Schwingungen der gemessenen Lastkraft haben eine hohe Amplitude, jedoch wird anhand des Verlaufs von $\varphi_{A,S}$ deutlich, dass es zu keiner Destabilisierung des Fahrzeugs kommt, weil die Verschiebung der Zahnstange durch die Störung von 1mm nicht sehr hoch ausfällt. Anhand der Messung ist daher gut zu sehen, dass der Fahrer den Verlauf der gemessenen Last am Lenkrad gut widerspiegelt bekommt und somit eine Rückmeldung von der Lenkung erhält. Die Position der Lenkung und damit die Steuerung des Fahrzeugs wird jedoch durch diese Rückmeldung wenig beeinflusst.

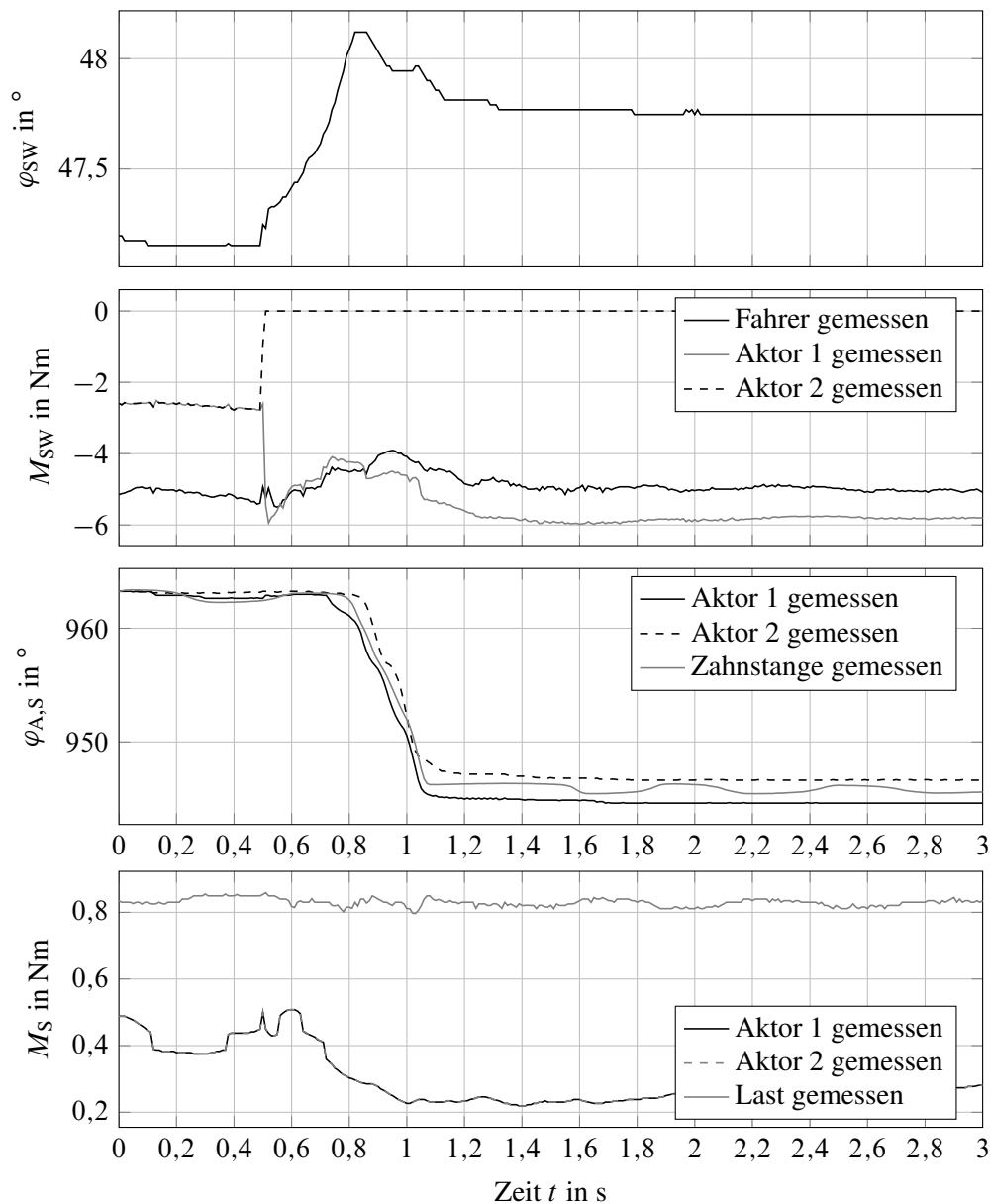


Bild A.21: Aktorausfall des Lenkrads am Prüfstand, Messung

Fazit der Prüfstandsmessungen

Anhand der Messungen am Prüfstand wird gezeigt, dass das Regelungskonzept gut mit dem Einfluss der Nichtlinearitäten, die an einem realen System immer auftreten, zurecht kommt. Dabei ermöglicht der Kraftregler ein präzises Einregeln der Zahnstangenkraft, während der Differenzwinkel-Regler ein Verspannen der Aktoren unterdrückt. Die virtuelle Lenksäule gibt dem Fahrer ein Lenkgefühl ohne Unstetigkeiten im Lenkrad-Drehmoment, insbesondere in dynamischen Situationen. Zudem senkt die Lenkkraftunterstützung das vom Fahrer aufzubringende Drehmoment über der Querbeschleunigung im gewünschten Maße ab. Mit Hilfe des gewählten Regelungskonzepts wird somit eine Regelung des SbW-Systems erreicht, welche die Funktionalitäten eines klassischen EPS-Systems bereitstellt.

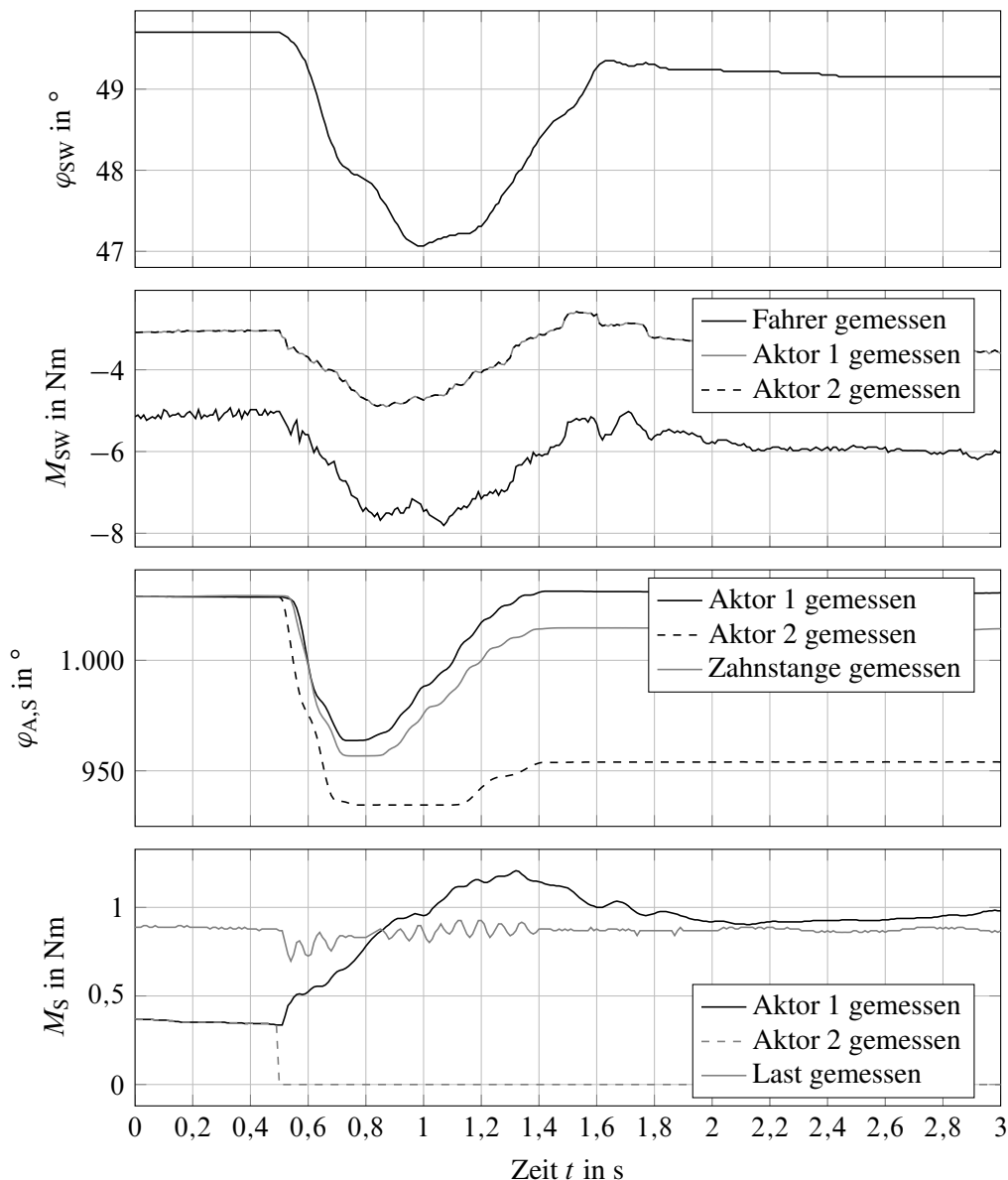


Bild A.22: Aktorausfall der Lenkung am Prüfstand, Messung

Jedoch ist durch die begrenzte Dynamik des Prüfstands keine Untersuchung des Regelungskonzepts bezüglich des Lenkgefühls möglich. Insbesondere kritisch haben sich die hohe Reibung und die Lose zwischen den Lenkungen und dem Lastaktor gezeigt, welche die maximal mögliche Dynamik des Lastaktors beschränken. In weiteren Arbeiten sollte daher für eine spielfreie Ankopplung des Lastaktors an die Lenkungen gesorgt werden, die auch eine dynamischere Regelung des Lastaktors ermöglicht. Dies wiederum ermöglicht, dass genauere Untersuchungen des Lenkgefühls durchgeführt und zudem genauere Querdynamikmodelle auf dem Prüfstand getestet werden können. Wird die Lose zwischen den Lenkungen verringert, kann auch die Totzone, die zur Vermeidung eines Grenzzyklus in Abschnitt 5.4.5 eingefügt wurde, verringert werden. Dies wiederum würde ein präziseres Einregeln des Differenzwinkels zwischen den Aktoren ermöglichen.

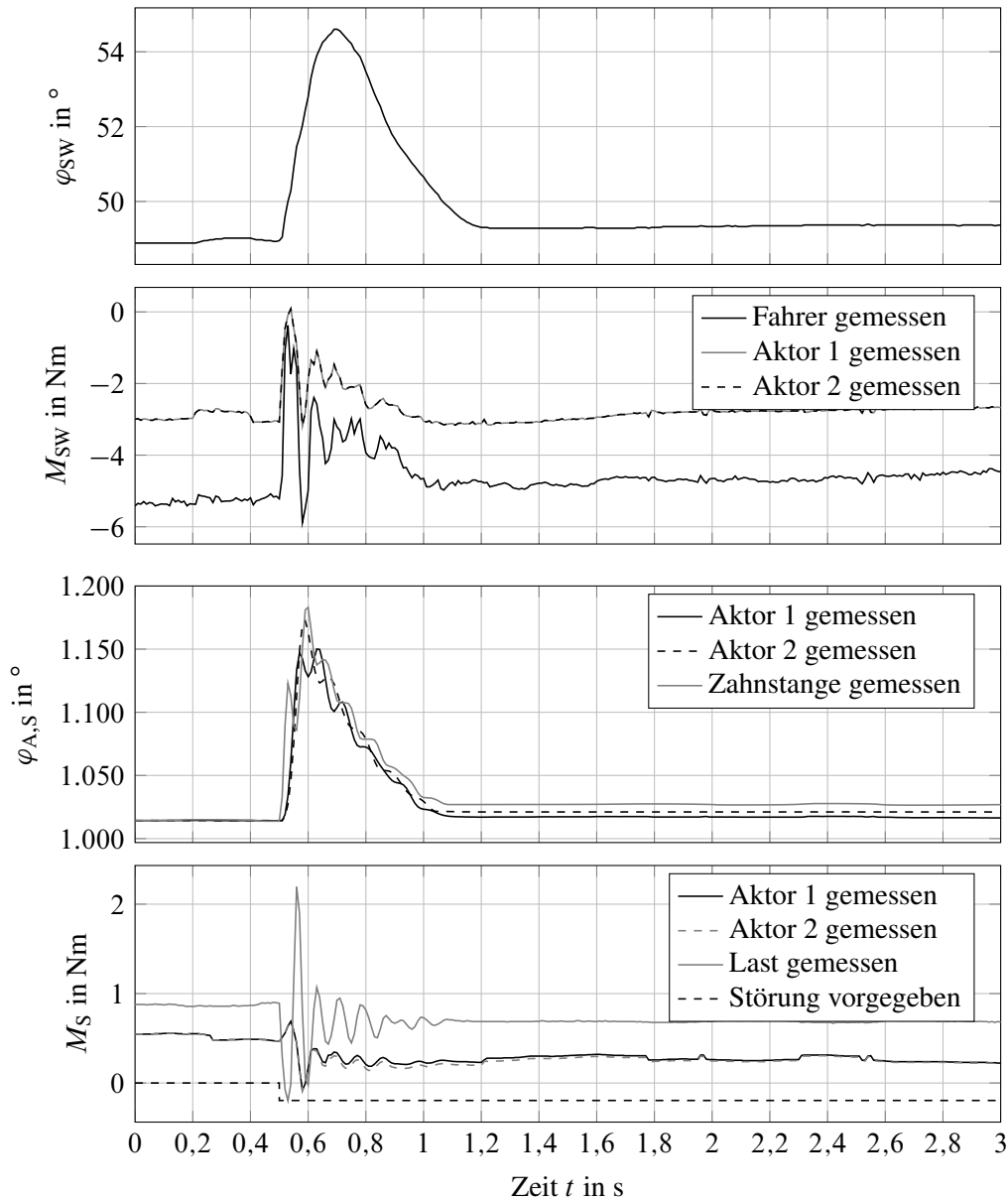


Bild A.23: Störung auf die Lenkung am Prüfstand, Messung

Am Prüfstand konnte trotz der eingeschränkten Dynamik gezeigt werden, dass die Lenkung bei einem Aktorausfall oder Störanregungen stets stabil bleiben. So wirken sich Aktorausfälle nur sehr gering im Lenkgefühl und der Querdynamik aus, während Störungen der Fahrzeugquerdynamik gut an den Fahrer weitergegeben werden. Die Störungen signalisieren dem Fahrer einen sich verändernden Fahrbahnuntergrund, ohne dabei jedoch zu starken Änderung der Aktorpositionen und so zu Änderungen des Fahrzeugkurses zu führen. Dies ist das erwünschte Verhalten für eine Fahrzeuglenkung, das stets ein Kompromiss aus Transparenz und robuster Stabilität ist.

Literaturverzeichnis

- [1] J. Adamy. *Nichtlineare Systeme und Regelungen*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2014.
- [2] S. Amberkar u. a. „A Control System Methodology for Steer by Wire Systems“. In: *SAE World Congress* (Detroit, Michigan). 2004.
- [3] N. Bajcinca, C. Nuthong und F. Svaricek. „Road feedback estimation for steer-by-wire control“. In: *IEEE International Conference on Control Applications* (Munich, Germany). 2006, S. 1288–1293.
- [4] N. Bajcinca. „Robust Control Methods with Applications for Steer-by-Wire Systems“. Elektrotechnik und Informatik. Diss. Berlin: Techn. Univ. Berlin, 2006.
- [5] A. Balachandran und J. C. Gerdes. „Artificial Steering Feel Design for Steer-by-wire Vehicles“. In: *7th IFAC Symposium Advancess in Automotive Control* (Tokyo, Japan). Bd. 46. 2013, S. 404–409.
- [6] A. Balachandran und J. C. Gerdes. „Designing Steering Feel for Steer-by-Wire Vehicles Using Objective Measures“. In: *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 20 (2015), S. 373–383.
- [7] J. P. Bechtloff. *Schätzung des Schwimmwinkels und fahrdynamischer Parameter zur Verbesserung modellbasierter Fahrdynamikregelungen*. Zugl.: Techn. Univ. Darmstadt, Diss., Als Ms. gedr. Bd. 809. Fortschritt-Berichte VDI: Reihe 12. Düsseldorf: VDI Verl., 2018.
- [8] M. Beck und P. Keßler. „Modelling and Identification of an axial parallel EPS System.“ In: *IQPC 8th Annual Conference on Steering Systems* (Düsseldorf, Germany). 2014.
- [9] N. F. Benniger. *Analyse und Synthese linearer Systeme mit Hilfe neuer Strukturmaße*. Zugl.: Techn. Hochs. Karlsruhe, Diss., Als Ms. gedr. Bd. 138. Fortschritt-Berichte VDI: Reihe 8. Düsseldorf: VDI-Verl., 1986.
- [10] M. J. L. Boada u. a. „Neural-empirical tyre model based on recursive lazy learning under combined longitudinal and lateral slip conditions“. In: *International Journal of Automotive Technology* 12 (2011), S. 821–829.
- [11] B. Bona und M. Indri. „Friction Compensation in Robotics: an Overview“. In: *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference* (Seville, Spain). 2005, S. 4360–4367.
- [12] H.-H. Braess. „Theoretische Untersuchung des Lenkverhaltens von Kraftfahrzeugen“. Diss. München: Techn. Univ. München, 1971.
- [13] C. Brünglinghaus. *Steer-by-Wire-Systeme: Trends und Entwicklungsaussichten*. URL: <https://www.springerprofessional.de/fahrzeugtechnik/steer-by-wire-systeme-trends-und-entwicklungsaussichten/6561378> (besucht am 09. 11. 2017).

- [14] B. Buschardt. *Synthetische Lenkmomente*. Zugl.: Techn. Univ. Berlin, Diss., Als Ms. gedr. Bd. Fortschritt-Berichte VDI: Reihe 22. ZMMS-Spektrum. Düsseldorf: VDI-Verl., 2003.
- [15] C. Canudas-De-Wit und P. Billot. „Human-Friendly Control Design for Drive-By-Wire Steering Vehicles“. In: *3rd IFAC Workshop on Advances in Automotive Control* (Karlsruhe, Germany). Bd. 34. 2001, S. 59–64.
- [16] H. Chen, Y. Li Yang und H. Li Chen. „Study on Boosting Curve for Electric Power Steering System Based on ADAMS“. In: *Advanced Materials Research* 97-101 (2010), S. 3308–3313.
- [17] J. E. Colgate. „Robust impedance shaping telemanipulation“. In: *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 9 (1993), S. 374–384.
- [18] C. Dannöhl. „Entwicklung eines Algorithmus zur Servokraftregelung einer elektromechanischen Lenkung“. Diss. München: Techn. Univ. München, 2010.
- [19] D. Dinkler. *Einführung in die Strukturmechanik*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2020.
- [20] dSPACE GmbH. *ASM Vehicle Dynamics Addendum*. Paderborn, 2017.
- [21] D. Ebersbach. „Entwurfstechnische Grundlagen für ein Fahrerassistenzsystem zur Unterstützung des Fahrers bei der Wahl seiner Geschwindigkeit“. Diss. Dresden: Techn. Univ. Dresden, 2005.
- [22] S. Fankem und S. Müller. „A new model to compute the desired steering torque for steer-by-wire vehicles and driving simulators“. In: *Vehicle System Dynamics* 52 (2014), S. 251–271.
- [23] O. Föllinger. *Regelungstechnik*. 12., überarbeitete Auflage. Berlin und Offenbach: VDE Verlag GmbH, 2016.
- [24] K. Glover und D. McFarlane. „Robust stabilization of normalized coprime factor plant descriptions with H-infinity-bounded uncertainty“. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 34 (1989), S. 821–830.
- [25] M. von Groll. *Modifizierung von Nutz- und Störinformationen am Lenkrad durch elektromechanische Lenksysteme*. Zugl.: . Univ. Duisburg-Essen, Diss., Als Ms. gedr. Bd. 630. Fortschritt-Berichte VDI: Reihe 12. Düsseldorf: VDI-Verl., 2006.
- [26] J. Guldner. „Verfahren und Vorrichtung zur Nachbildung einer mechanischen Kopplung - European Patent Office - EP 1081018 A2“. Bayerische Motoren Werke Aktiengesellschaft. 2001.
- [27] H. Olsson u. a. „Friction Models and Friction Compensation“. In: *European Journal of Control* 4 (1998), S. 176–195.
- [28] H. Henrichfreise und C. Witte. „Beobachtergestützte nichtlineare Kompensation trockener Reibung in einem Positionierantrieb“. In: *at - Automatisierungstechnik* 46 (1998), S. 1–9.
- [29] H. Henrichfreise und C. Witte. *Experimental Comparison of Observer-Based Friction Compensation Schemes for an Electromechanical Positioning System*. Cologne, Germany: Cologne Laboratory of Mechatronics, 1997.

- [30] P. Herold, T. Thalhammer und S. Gietl. „Die Integral Aktivlenkung“. In: *ATZextra* 13 (2008), S. 104–107.
- [31] J. Hoedt. *Fahrdynamikregelung für fehlertolerante X-By-Wire-Antriebstopologien*. Zugl.: Darmstadt, Techn. Univ., Diss., 2013. Berlin: epubli GmbH, 2013.
- [32] D. J. Hoyle, R. A. Hyde und D. Limebeer. „An H-infinity approach to two degree of freedom design“. In: *[1991] Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control* (Brighton, UK). 11-13 Dec. 1991, S. 1581–1585.
- [33] Z. Hu, S. E. Salcudean und P. D. Loewen. „Optimization-Based Teleoperation Controller Design“. In: *13th World Congress of IFAC* (San Francisco, USA). Bd. 29. 1996, S. 1844–1849.
- [34] P.-s. Huang. „Regelkonzepte zur Fahrzeugführung unter Einbeziehung der Bedienelementeigenschaften“. Diss. München: Techn. Univ. München, 2004.
- [35] R. A. Hyde und K. Glover. „The application of scheduled H-infinity controllers to a VSTOL aircraft“. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 38 (1993), S. 1021–1039.
- [36] R. Isermann. *Fahrdynamik-Regelung*. 1. Aufl. Kraftfahrzeugtechnik. Wiesbaden: Vieweg Verlag, 2006.
- [37] R. Isermann. *Fault-Diagnosis Systems*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2006.
- [38] *Testverfahren für querdynamisches Übertragungsverhalten*. ISO. Berlin: Institut für Normung Berlin, 2009.
- [39] P. Keßler. „Einstellbare Verkopplungsregelung für ein Duplex-Aktorsystem einer achsparallelen elektrischen Servolenkung (EPS)“. In: *Diagnose in mechatronischen Fahrzeugsystemen*. Bd. XI. 2015, S. 217–231.
- [40] U. Konigorski. „Ausgangsgrößenverkopplung bei linearen Mehrgrößensystemen“. In: *at - Automatisierungstechnik* 47 (1999), S. 165–170.
- [41] U. Konigorski. „Steering system and method for a vehicle - United States Patent -“. Bayerische Motoren Werke AG. 1999.
- [42] M. Kurze. „Modellbasierte Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken ohne abtriebsseitige Sensorik“. Diss. München: Technische Universität München, 2008.
- [43] D. Limebeer, E. M. Kasenally und J. D. Perkins. „On the design of robust two degree of freedom controllers“. In: *Automatica* 29 (1993), S. 157–168.
- [44] L. Litz. *Reduktion der Ordnung linearer Zustandsraummodelle mittels modaler Verfahren*. Zugl.: Karlsruhe, Univ, Diss. Bd. 4. Hochschulsammlung Ingenieurwissenschaft. Datenverarbeitung. Stuttgart: Hochschulverl., 1979.
- [45] Q. Liu, W. Kong und T. Li. „The Assist Curve Design for Electric Power Steering System“. In: *2nd International Conference on Advances in Mechanical Engineering and Industrial Informatics* (Hangzhou, Zhejiang). Bd. 2. 2016, S. 347–351.
- [46] J. Löfberg. „YALMIP : a toolbox for modeling and optimization in MATLAB“. In: *IEEE International Symposium on Computer Aided Control Systems Design* (Taipei, Taiwan). 2004, S. 284–289.

- [47] J. Löfberg. „Automatic robust convex programming“. In: *Optimization Methods and Software* 27 (2012), S. 115–129.
- [48] A. López Pamplona. *Entwurf von Verkopplungsregelungen mittels dynamischer Ausgangsrückführung*. Zugl.: Techn. Univ. Darmstadt, Diss., Als Ms. gedr. Bd. 1136. Fortschritt-Berichte VDI: Reihe 8. Düsseldorf: VDI-Verl., 2008.
- [49] J. Lunze. *Regelungstechnik 2*. 8., überarb. Aufl. Springer-Lehrbuch. Berlin, Heidelberg: Springer, 2014.
- [50] U. Mackenroth. *Robust control systems*. Berlin: Springer, 2004.
- [51] D. Madeira und J. Adamy. „Über die Äquivalenz zwischen streng positiver Reellheit und strenger Passivität linearer Systeme“. In: *50. Regelungstechnisches Kolloquium in Boppard* (Boppard, Germany). Bd. 50. 2016, S. 15–16.
- [52] A. Marouf u. a. „A New Control Strategy of an Electric-Power-Assisted Steering System“. In: *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 61 (2012), S. 3574–3589.
- [53] D. C. McFarlane und K. Glover. *Robust Controller Design Using Normalized Coprime Factor Plant Descriptions*. Bd. 138. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Berlin und Heidelberg: Springer, 1990.
- [54] E. Mehdizadeh, M. Kabganian und R. Kazemi. „A new force feedback for Steer-by-Wire vehicles via virtual vehicle concept“. In: *50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference* (Orlando, FL, USA). 2011, S. 2281–2286.
- [55] M. Mitschke und H. Wallentowitz. *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. Wiesbaden: Springer Fachmedien, 2014.
- [56] MOSEK ApS. *The MOSEK optimization toolbox for MATLAB manual. Version 9.0*. 2020.
- [57] P. C. Müller und J. Lückel. „Modale Maße für Steuerbarkeit, Beobachtbarkeit und Störbarkeit dynamischer Systeme“. In: *Z. angew. Math. Mech. (ZAMM - Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik)* 54 (1974), S. 57–58.
- [58] D. Odenthal u. a. „How to Make Steer-By-Wire Feel Like Power Steering“. In: *Proceedings of the 15th IFAC world congress* (Barcelona, Spain). Bd. 35. IFAC proceedings. IFAC world congress und Triennial world congress of the International Federation of Automatic Control. Oxford, 2003, S. 187–192.
- [59] D. Odenthal u. a. „Übertragung des Lenkgefühls einer Servo-Lenkung auf Steer-by-Wire“. In: *at - Automatisierungstechnik* 51 (2003), S. 329–337.
- [60] S.-W. OH u. a. „The Design of a Controller for the Steer-by-Wire System“. In: *JSME International Journal Series C* 47 (2004), S. 896–907.
- [61] S.-W. OH u. a. „The Development of an Advanced Control Method for the Steer-by-Wire System to Improve the Vehicle Maneuverability and Stability“. In: *SAE World Congress* (Detroit, Michigan). 2003.
- [62] H. Olsson u. a. „Friction Models and Friction Compensation“. In: *European Journal of Control* 4 (1998), S. 176–195.

- [63] H. Olsson. „Control Systems with Friction“. Department of Automatic Control. PhD Thesis. Lund: Lund Institute of Technology, 1996.
- [64] Paravan GmbH. *Space Drive System - Drive by Wire von Paravan*. 2017. URL: <http://www.paravan-industry.com/produkte/space-drive-system/> (besucht am 14. 11. 2017).
- [65] P. Pfeffer und M. Harrer. *Lenkungsbandbuch*. 1. Aufl. Praxis ATZ/MTZ-Fachbuch. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2011.
- [66] A. J. Pick und D. J. Cole. „Dynamic properties of a driver’s arms holding a steering wheel“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering* 221 (2007), S. 1475–1486.
- [67] D. Putra, H. Nijmeijer und N. van de Wouw. „Analysis of undercompensation and overcompensation of friction in 1DOF mechanical systems“. In: *Automatica* 43 (2007), S. 1387–1394.
- [68] K. Reif, Hrsg. *Fahrstabilisierungssysteme und Fahrerassistenzsysteme*. 1. Aufl. Wiesbaden: Vieweg + Teubner, 2010.
- [69] G. Rill. *Simulation von Kraftfahrzeugen*. Grundlagen und Fortschritte der Ingenieurwissenschaften. Braunschweig: Vieweg+Teubner Verlag, 1994.
- [70] G. Roppenecker. „Polvorgabe durch Zustandsrückführung“. In: *at - Automatisierungstechnik* 29 (1981), S. 228–233.
- [71] G. Roppenecker und B. Lohmann. „Vollständige Modale Synthese von Entkopplungsregelungen“. In: *at - Automatisierungstechnik* 36 (1988), S. 434–441.
- [72] G. Roppenecker und B. Lohmann. „Vollständige Modale Synthese von Zustandsregelungen zur Störentkopplung“. In: *at - Automatisierungstechnik* 37 (1989), S. 120–121.
- [73] R. Samar. „Robust Multi-Mode Control of High Performance Aero-Engines“. PhD Thesis. Leicester: University of Leicester, 1995.
- [74] S. Sastry. *Nonlinear systems*. Bd. 10. Interdisciplinary applied mathematics Systems and control. New York, NY: Springer, 1999.
- [75] D. Schramm, M. Hiller und R. Bardini. *Modellbildung und Simulation der Dynamik von Kraftfahrzeugen*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2018.
- [76] N. Shimizu. *Nissan Puts Steer-by-Wire on the Road: An In-Depth Look at the Technology*. 2014. URL: <https://xtech.nikkei.com/dm/JTR/PDF/sample/005steerbywire-0412Sample.pdf> (besucht am 09. 11. 2017).
- [77] S. Skogestad und I. Postlethwaite. *Multivariable feedback control*. Reprinted. Chichester: Wiley, 2004.
- [78] I. Theis. „Das Steer-by-Wire-System im Kraftfahrzeug“. Diss. München: Techn. Univ. München, 2002.

- [79] A. von Vietinghoff. *Nichtlineare Regelung von Kraftfahrzeugen in querdynamisch kritischen Fahrsituationen*. Diss. Karlsruhe: Univ Karlsruhe, 2008.
- [80] P. Vogt, E. Lenz und U. Konigorski. „gammasyn – eine Toolbox zur robusten Polbereichsvorgabe mittels beschränkter Optimierung und Straffunktionen“. In: *at - Automatisierungstechnik* 68 (2020), S. 893–904.
- [81] A. Wächter. „Short Tutorial: Getting Started With Ipopt in 90 Minutes“. In: *Combinatorial Scientific Computing* 2009 (2009).
- [82] D. J. Walker. „On the structure of a two-degree-of-freedom H_∞ loop shaping controller“. In: *International Journal of Control* 63 (1996), S. 1105–1127.
- [83] D. J. Walker und I. Postlethwaite. „Advanced helicopter flight control using two-degree-of-freedom H-infinity optimization“. In: *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 19 (1996), S. 461–468.
- [84] M. Walter. „Kooperative Fahrzeugführungsregelung für assistiertes bis hochautomatisiertes Fahren“. Diss. Berlin: Techn. Univ. Berlin, 2017.
- [85] M. Werling. *Optimale aktive Fahreingriffe*. Berlin und Boston: De Gruyter Oldenbourg, 2017.
- [86] D. Wroblewski. *Konzept einer fehlertoleranten, elektrohydraulischen steer-by-wire Lenkung für langsam fahrende Fahrzeuge*. Zugl.: Univ. Rostock, Diss., Als Ms. gedr. Bd. 739. Fortschritt-Berichte VDI: Reihe 12. Düsseldorf: VDI-Verl., 2011.
- [87] Y. Yokokohji und T. Yoshikawa. „Bilateral control of master-slave manipulators for ideal kinesthetic coupling-formulation and experiment“. In: *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 10 (1994), S. 605–620.
- [88] K. Zhou und J. C. Doyle. *Essentials of robust control*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1998.
- [89] A. Zschoke. „Ein Beitrag zur objektiven und subjektiven Evaluierung des Lenkkomforts von Kraftfahrzeugen“. Diss. Karlsruhe: Univ. Karlsruhe, 2009.

Eigene Veröffentlichungen

- [90] V. Ewald und U. Konigorski. „Regelung eines redundant aktuierten Steer-by-Wire-Systems“. In: *9. VDI/VDE-Fachtagung AUTOREG 2019*. 2019, S. 233–244.
- [91] V. Ewald und U. Konigorski. „Regelung eines redundant aktuierten Steer-by-Wire-Systems“. In: *Forschung im Ingenieurwesen* 83 (2019), S. 129–135.
- [92] V. Ewald und U. Konigorski. „Model-Matching-Control of a Redundantly Actuated Steer-by-Wire-System“. In: *2020 IEEE Conference on Control Technology and Applications* (Montreal, QC, Canada). 82020, S. 194–200.