

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ MATHEMATICAL MODELING



УДК 519.8; 621.3:007; 621.3:001.891.57
<https://doi.org/10.37661/1816-0301-2021-18-4-79-95>

Оригинальная статья
Original Paper

Подход к оптимизации зарядной инфраструктуры автономных троллейбусов для городских маршрутов

М. Я. Ковалев, Б. М. Розин[✉], И. А. Шатерник

*Объединенный институт проблем информатики
Национальной академии наук Беларуси,
ул. Сурганова, 6, Минск, 220012, Беларусь
✉E-mail: rozin@newman.bas-net.by*

Аннотация

Цели. При проектировании системы городского электротранспорта, заряжающегося во время движения, в том числе автономных троллейбусов с батареями увеличенной емкости, актуальной является оптимизация зарядной инфраструктуры для парка такого транспорта. Зарядная инфраструктура выделенных маршрутов состоит из секций контактной сети вдоль маршрутов и стационарных зарядных станций заданного типа на конечных остановках маршрутов. Она предназначена для обеспечения движения троллейбусов и восстановления заряда их батарей, израсходованного на участках автономного хода.

Цель исследования заключается в создании моделей и методов выработки экономически эффективных решений по зарядной инфраструктуре, обеспечивающих функционирование парка автономных троллейбусов с учетом ряда специфических условий. Условия включают обеспечение заданного диапазона автономного хода троллейбусов при заданной скорости расхода энергии на маршрутах и гарантийного срока эксплуатации их батарей, а также предотвращение разряда батарей ниже критического уровня при различных режимах эксплуатации в течение срока их службы.

Методы. Используются методы теории множеств, теории графов и линейной аппроксимации.

Результаты. Разработана математическая модель задачи оптимизации зарядной инфраструктуры парка автономных троллейбусов. В качестве целевой функции выбраны суммарные приведенные годовые затраты на зарядную инфраструктуру. Модель сформулирована в виде задачи математического программирования с квадратичной целевой функцией и линейными ограничениями.

Заключение. Для решения сформулированной задачи математического программирования могут использоваться стандартные решатели типа IBM ILOG CPLEX, а также, с учетом ее вычислительной сложности, эвристический метод «роя частиц». Решение задачи заключается в выборе конфигурации расположения секций контактной сети на маршрутах и длительностей зарядки троллейбусов на конечных остановках, определяющих соответствующие количества стационарных зарядных станций на этих остановках.

Ключевые слова: автономный троллейбус, аккумуляторная батарея, контактная сеть, станция зарядки, математическое программирование

Благодарности. Исследование выполнено при финансовой поддержке БРФФИ в рамках проекта № Ф21ЭТ-003.

Для цитирования. Ковалев, М. Я. Подход к оптимизации зарядной инфраструктуры автономных троллейбусов для городских маршрутов / М. Я. Ковалев, Б. М. Розин, И. А. Шатерник // Информатика. – 2021. – Т. 18, № 4. – С. 79–95. <https://doi.org/10.37661/1816-0301-2021-18-4-79-95>

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию | Received 01.10.2021
Подписана в печать | Accepted 25.10.2021
Опубликована | Published 29.12.2021

Approach to optimizing charging infrastructure of autonomous trolleybuses for urban routes

Mikhail Ya. Kovalyov, Boris M. Rozin[✉], Ilya A. Shaternik

*The United Institute of Informatics Problems
of the National Academy of Sciences of Belarus,
st. Surganova, 6, Minsk, 220012, Belarus*
[✉]E-mail: rozin@newman.bas-net.by

Abstract

Purposes. When designing a system of urban electric transport that charges while driving, including autonomous trolleybuses with batteries of increased capacity, it is important to optimize the charging infrastructure for a fleet of such vehicles. The charging infrastructure of the dedicated routes consists of overhead wire sections along the routes and stationary charging stations of a given type at the terminal stops of the routes. It is designed to ensure the movement of trolleybuses and restore the charge of their batteries, consumed in the sections of autonomous running.

The aim of the study is to create models and methods for developing cost-effective solutions for charging infrastructure, ensuring the functioning of the autonomous trolleybus fleet, respecting a number of specific conditions. Conditions include ensuring a specified range of autonomous trolleybus running at a given rate of energy consumption on routes, a guaranteed service life of their batteries, as well as preventing the discharge of batteries below a critical level under various operating modes during their service life.

Methods. Methods of set theory, graph theory and linear approximation are used.

Results. A mathematical model has been developed for the optimization problem of the charging infrastructure of the autonomous trolleybus fleet. The total reduced annual costs for the charging infrastructure are selected as the objective function. The model is formulated as a mathematical programming problem with a quadratic objective function and linear constraints.

Conclusion. To solve the formulated problem of mathematical programming, standard solvers such as IBM ILOG CPLEX can be used, as well as, taking into account its computational complexity, the heuristic method of "swarm of particles". The solution to the problem is to select the configuration of the location of the overhead wire sections on the routes and the durations of charging the trolleybuses at the terminal stops, which determine the corresponding number of stationary charging stations at these stops.

Keywords: autonomous trolleybus, battery, overhead wire, charging station, mathematical programming

Acknowledgements. The study was carried out with the financial support of the BRFFR within the framework of the project no. Ф21ЭТ-003.

For citation. Kovalyov M. Ya., Rozin B. M., Shaternik I. A. *Approach to optimizing charging infrastructure of autonomous trolleybuses for urban routes*. *Informatika [Informatics]*, 2021, vol. 18, no. 4, pp. 79–95 (In Russ.). <https://doi.org/10.37661/1816-0301-2021-18-4-79-95>

Conflict of interest. The authors declare of no conflict of interest.

Введение. В последние годы значительное внимание в литературе уделяется различным аспектам планирования зарядной инфраструктуры для подзарядки электротранспорта во время движения [1–8]. В настоящей работе рассматривается задача оптимизации конфигурации зарядной инфраструктуры автономных троллейбусов (АТ), оборудованных аккумуляторными батареями (далее *батарея*) повышенной емкости. Под конфигурацией зарядной инфраструктуры подразумевается размещение секций контактной сети (КС) и стационарных зарядных станций (СЗС) на маршрутах, обслуживаемых парком АТ.

Рассматривается набор R замкнутых круговых маршрутов, вообще говоря, пересекающихся между собой и обслуживаемых парком АТ нескольких типов. АТ выполняют перевозку пассажиров по маршрутам из R согласно заданному расписанию для каждого из маршрутов в различные сезоны года. АТ одного типа оборудуются одинаковыми батареями, позволяющими им проходить в режиме автономного хода значительное расстояние (десятки километров) [4].

В режиме автономного хода АТ заряд его батареи расходуется, поэтому для восстановления потраченной энергии требуется зарядная инфраструктура, состоящая из КС на маршрутах и СЗС на некоторых конечных остановках. КС является источником энергии для двигательной установки АТ и подзарядки частично разряженной батареи. Для этой же цели на конечных остановках маршрутов, где АТ задерживаются на значительное по сравнению с промежуточными остановками время, могут устанавливаться СЗС. Подача электроэнергии для КС осуществляется от тяговых подстанций. С учетом предельно допустимого падения напряжения с увеличением длины проводов КС разбивается на изолированные секции ограниченной длины, каждая из которых подключается к своей тяговой подстанции посредством силовых кабелей.

Парк АТ включает АТ нескольких типов, каждый из которых характеризуется пассажироместимостью, емкостью батареи и диапазоном автономного хода АТ. Каждый маршрут из R обслуживается АТ одного типа. Для различных маршрутов могут использоваться АТ разных типов. Как правило, для АТ одного типа подбираются маршруты с близкими значениями средних затрат энергии на 1 км пути, поскольку наряду с емкостью батареи и мощностью электроэнергии, получаемой от КС, они определяют предельную величину автономного хода АТ.

Для транспортных организаций, имеющих возможность формирования парка АТ с требуемыми характеристиками, важным условием эксплуатации АТ является гарантийный период эксплуатации батареи каждого АТ, совпадающий, как правило, с гарантийным периодом эксплуатации самого АТ. Для обеспечения выполнения этого условия требуется учитывать износ батареи АТ в процессе обслуживания маршрута для различных периодов дня и сезонов года. Основными факторами, влияющими на износ батареи, являются скорость зарядки (разрядки), уровень заряда (УЗ), при котором осуществляется зарядка (разрядка), и температура батареи [9, 10]. Как правило, задается диапазон значений УЗ, при котором скорость износа батареи позволяет использовать ее достаточно продолжительное время. Предполагается, что множество режимов эксплуатации АТ в течение года включает два режима, отличающихся по величине потребляемой электроэнергии каждым типом АТ: режим часов пик и непиковый режим. Величины среднего расхода электроэнергии для каждого типа АТ и каждого режима предполагаются известными, как и средняя скорость движения АТ по маршрутам. Номинальная мощность и другие параметры поставляемой КС и СЗС электроэнергии предполагаются постоянными в течение всего периода эксплуатации.

Требуется выбрать конфигурацию зарядной инфраструктуры минимальной приведенной годовой стоимости, обеспечивающую обслуживание заданным парком АТ городских маршрутов согласно заданным расписаниям в течение запланированного срока эксплуатации.

1. Предположения. Приведем основные предположения, принятые при формировании модели функционирования парка АТ и его зарядной инфраструктуры:

1. Парк АТ включает АТ нескольких типов. Каждый маршрут из заданного набора обслуживают АТ одного типа. Для различных маршрутов могут использоваться АТ разных типов.

2. Каждый маршрут содержит одну или две конечные остановки, называемые базовыми, которые предназначены для подзарядки батарей АТ, обслуживающих маршрут.

3. Для каждого типа АТ задан минимальный требуемый запас их автономного хода.

4. Тип ячеек, составляющих батарею АТ, и ее номинальное напряжение заданы. Емкость батареи для каждого типа АТ определяется исходя из требований технического задания на АТ с учетом расхода энергии на маршрутах, для которых он используется.

5. Для каждого типа АТ, оборудованных батареями расчетной емкости, заданы величины среднего расхода энергии на обслуживаемом маршруте для двух классов режимов функционирования: часы пик (в том числе зимой при полной нагрузке всех электроприборов) и непиковые часы.

6. Дневное расписание прихода (ухода) АТ (интервал между АТ) на каждую конечную остановку для часов пик и для непиковых часов задано для каждого маршрута.

7. Заданы зависимости достижимого числа циклов $ACC_e(DoD)$ (*Attainable Cycle Count*) от глубины разряда DoD (*Depth of Discharge*) батареи АТ типа e ее зарядки (разрядки) за период эксплуатации.

8. Период эксплуатации батареи любого АТ до исчерпания ее ресурса должен быть не менее заданного гарантийного срока.

9. Задан вариант СЗС для установки во всех базовых узлах сети маршрутов.

10. Заданы варианты используемых тяговых подстанций и их размещение для питания секций КС системы маршрутов.

11. Заданы максимальное и минимальное значения длины секции КС.

12. Мощность электроэнергии, получаемой АТ от КС, предполагается неизменной (не зависящей от времени).

13. Каждый АТ, обслуживающий назначенный ему маршрут, использует для подзарядки все секции КС на маршруте и стационарные зарядные станции в базовых узлах этого маршрута. Базовый узел для одного маршрута может не быть таковым для другого маршрута, проходящего через этот узел.

14. При обслуживании маршрута его зарядная инфраструктура (КС и СЗС) должна обеспечивать невыход УЗ батареи АТ за границы заданного диапазона. При завершении дневного цикла обслуживания АТ направляется в депо, связанное посредством КС с любой конечной остановкой каждого маршрута. В депо батарея АТ заряжается до верхней границы допустимого диапазона до его выхода на маршрут на следующий день.

15. В допустимом диапазоне изменения УЗ батареи АТ возрастает линейно в зависимости от времени зарядки при постоянной мощности зарядки.

Заметим, что с учетом предположений 5 и 12 зависимость УЗ от пройденного АТ по маршруту расстояния является линейно убывающей при движении в автономном режиме и неубывающей кусочно-линейной при движении в режиме подключения к КС функцией. При этом для непользованной батареи функция возрастает и постоянна для полностью заряженной батареи. Таким образом, на каждом цикле обслуживания маршрута график зависимости функции УЗ от времени представляет собой непрерывную кусочно-линейную ломаную (рис. 1).

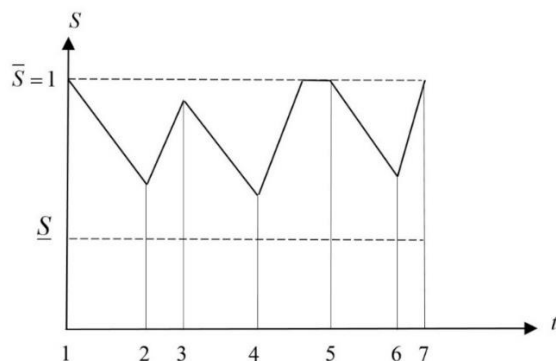


Рис. 1. Пример ломаной линии уровня заряда АТ (интервалы [2, 3], [4, 5] и [6, 7] соответствуют зарядке)

Fig. 1. An example of a polygonal line of the АТ charge level (intervals [2, 3], [4, 5] and [6, 7] correspond to charging)

Для каждого АТ предусмотрены два режима функционирования в движении: с подключением к КС и автономный ход (без подключения к КС). При движении с подключением к КС энергия, получаемая от КС, расходуется на привод двигателя и на подзарядку батареи (если она заряжена не полностью). При движении в автономном режиме привод АТ и его вспомогательные функции обеспечиваются за счет накопленной в батарее энергии. Батарея АТ также может подзарядиться на одной из доступных идентичных СЗС в состоянии покоя на конечных остановках обслуживаемого маршрута.

Секции КС могут размещаться на участках системы маршрутов с учетом ограничений на длину каждой секции и предельного числа секций, обеспеченных мощностью соответствующей тяговой подстанции. Размещение секций КС на маршруте и СЗС на конечных остановках, рас-

писание и скорость движения АТ определяют траекторию изменения УЗ батареи и влияют на ее износ на каждом цикле обслуживания маршрута соответствующего типа. При износе батареи снижается ее доступная емкость, при снижении емкости на 20 % ресурс батареи считается исчерпанным и она подлежит списанию.

В ряде работ стоимость износа батарей парка электротранспортных средств учитывалась при оптимизации функционирования парка и его зарядной инфраструктуры [10–13]. В некоторых работах (например, [13]) стоимость износа батарей парка АТ включается в целевую функцию наряду с инвестиционными и операционными затратами на зарядную инфраструктуру. При этом допускается полный износ батарей ранее гарантийного срока службы АТ, что влечет необходимость замены изношенных батарей до истечения гарантийного срока эксплуатации АТ и, соответственно, увеличение доли затрат на батареи в целевой функции. Предлагаемый в настоящей работе подход к выбору варианта зарядной инфраструктуры отличается тем, что замена батареи до истечения гарантийного срока ее эксплуатации не предусматривается. Это накладывает ограничение на выбор зарядной инфраструктуры. Данный подход применяется некоторыми городскими транспортными организациями, например ГП «Минсктранс», совместно с производителями электротранспорта, в частности ОАО Белкоммунмаш (Минск), для оптимизации парка АТ и городской зарядной инфраструктуры.

При фиксированной конфигурации зарядной инфраструктуры маршрута, заданного расписания движения АТ в течение года, среднего годового пробега, соотношения пиковых и непиковых циклов для дней различных категорий и гарантийного срока эксплуатации батареи может быть определен общий износ батареи в виде числа потраченных циклов зарядки (разрядки). Для допустимой зарядной инфраструктуры этот износ не должен превышать заданного предельного достижимого числа циклов зарядки (разрядки).

Далее будет показано, что износ батареи АТ на любом отрезке траектории ее УЗ может быть определен на основе функции плотности износа батареи как числа потерянных циклов зарядки (разрядки) при пропускании через батарею 1 кВт·ч электроэнергии в зависимости от значения УЗ, скорости зарядки (разрядки) и температуры окружающей среды. Функция плотности износа батареи однозначно определяется по предоставляемой производителем батарей табличной зависимости $ACC_e(DoD)$ достижимого числа циклов ее зарядки (разрядки) от глубины разряда за период эксплуатации (далее *достижимое число циклов*). Температура обычно предполагается равной 25 °С (при низкой температуре окружающей среды температура батареи поддерживается за счет обогрева), скорости зарядки (разрядки) батареи АТ предполагаются соответствующими заданной табличной зависимости $ACC_e(DoD)$.

2. Постановка задачи

2.1. Транспортная сеть. Транспортная сеть маршрутов $r \in R$ представляется взвешенным ориентированным графом $G = (N, U)$, где N – множество узлов (вершин), U – множество ориентированных звеньев (дуг). Дуги $(\alpha, \beta) \in U$, где $\alpha, \beta \in N$ соединяют предшествующий α и последующий β узлы одного либо нескольких маршрутов $r \in R$. Пример ориентированного графа G для трех городских маршрутов показан на рис. 2. Узлы N01, N02 и N09 являются базовыми для множеств маршрутов {21, 45}, {52} и {52} соответственно. Остальные узлы представляют точки слияния (разветвления) маршрутов. Каждой дуге ориентированного графа приписано расстояние (в метрах) между инцидентными узлами и множество проходящих по ней маршрутов.

Множество N включает базовые узлы, соответствующие конечным остановкам маршрутов и предназначенные для зарядки АТ, и точки соединения (разветвления) нескольких маршрутов, проходящих по общим для них звеньям транспортной сети. Подмножество узлов, принадлежащих маршруту $r \in R$, обозначается $N_r \subset N$.

Для каждого маршрута $r \in R$ заданы тип $e(r)$ обслуживающих его АТ и множество $NB_r \subset N_r$ базовых узлов, в которых размещаются СЗС для подзарядки АТ, обслуживающих соответствующий маршрут. Любому маршруту $r \in R$ сопоставляется последовательность $TR_r = (\alpha_{r1}, \alpha_{r2}, \dots, \alpha_{rk_r}, \alpha_{rk_{r+1}})$ соседних узлов маршрута r : $\alpha_{rl} \in N_r$, $l = 1, \dots, k_r$, где $\alpha_{rk_{r+1}} = \alpha_{r1} \in NB_r$. Обозначим $RM_v = \{r \in R \mid v \in NB_r\}$

множество маршрутов, АТ которых используют для подзарядки базовый узел v , и $NB = \bigcup_{r \in R} NB_r$ – множество всех базовых узлов транспортной системы. Каждому звену $(\alpha, \beta) \in U$ сопоставляется его длина $l(\alpha, \beta)$ и набор $\{r_{\alpha 1}, \dots, r_{\alpha m_\alpha}\}$ маршрутов $r_{\alpha i} \in R$, проходящих по этому звену в направлении его ориентации, $i = 1, \dots, m_\alpha$.

Каждому базовому узлу $v \in NB$ сопоставляется набор $\{r_{v1}, \dots, r_{v\rho_v}\}$ маршрутов $r_{vi} \in R$, использующих v в качестве базового (для зарядки АТ), $i = 1, \dots, \rho_v$.

Обозначим $U_r = \{(\alpha_{ri}, \alpha_{r,i+1}) \mid i = 1, \dots, k_r\}$ множество звеньев маршрута $r \in R$, $U_r \subset U$.

Каждый маршрут $r \in R$ обслуживают АТ одного заданного типа $e = e(r)$, где $e \in TT$ – множество типов АТ.

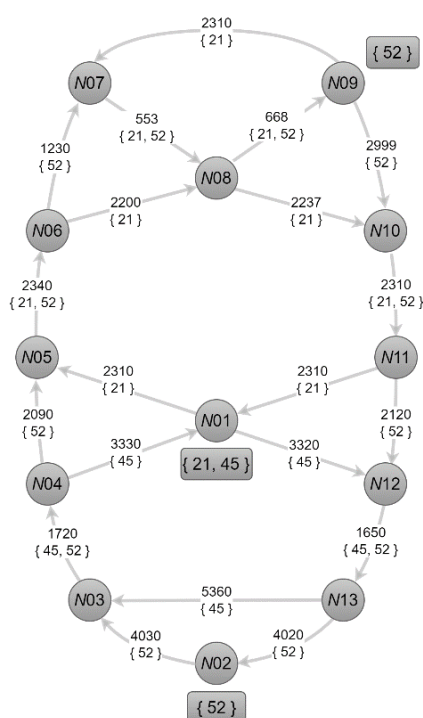


Рис. 2. Пример ориентированного графа системы трех маршрутов: 21, 45 и 52
Fig. 2. An example of a directed graph of a system of three routes: 21, 45 and 52

2.2. Автономные троллейбусы и их характеристики. АТ типа $e(r)$, обслуживающий маршрут $r \in R$, характеризуется:

- количествами $\theta_{rpk}, \theta_{rok}$ выполняемых пиковых и непикувых циклов обслуживания маршрута в течение дня категории k , $k = 1, \dots, \bar{k}$, где \bar{k} – количество различных категорий (такими категориями могут быть, например, рабочие и выходные дни, значительно различающиеся как по напряженности расписания, так и по среднему удельному расходу заряда);

- количеством ΘY_k дней в году категории k , $k = 1, \dots, \bar{k}$;
- средней скоростью V_r движения по маршруту;
- интервалом η_r времени в часы пик между соседними АТ;
- максимальным удельным (на 1 км) расходом sl_r^p заряда (энергии) на маршруте для часов пик (кВт·ч/км);
- удельным (на 1 км) расходом sl_r^o заряда (энергии) на маршруте для непикувых часов (кВт·ч/км), $sl_r^o < sl_r^p$;

- диапазоном $[\underline{S}, \bar{S}]$ допустимых относительных значений УЗ S , $0 < \underline{S} \leq S \leq \bar{S} \leq 1$;
- расчетной длиной $Lar_{e(r)}$ автономного хода;
- аккумуляторной батареей номинальной энергетической емкости $E_{e(r)}$ (однозначно определяется номинальным напряжением батареи, зарядной емкостью ячейки, диапазоном $[\underline{S}, \bar{S}]$ допустимых значений УЗ, расчетной длиной $Lar_{e(r)}$ автономного хода и максимальным удельным расходом sl_r^p заряда);
 - гарантийным сроком службы $TG_{e(r)}$ батареи;
 - табличной зависимостью $ACC_{e(r)}(D_d)$ достижимого числа циклов зарядки (разрядки) батареи за период эксплуатации от глубины разряда, где $D_d = DoD$, $d = 1, \dots, d^0$, d^0 – число строк таблицы;
 - максимально возможным числом $NM_{e(r)}$ циклов зарядки (разрядки) батареи за период эксплуатации;
 - числом $ACC_{e(r)}(1)$ циклов зарядки (разрядки) батареи за период эксплуатации при ее полной (100%-й) разрядке.

Отметим, что при УЗ, равном S , глубина D разряда батареи удовлетворяет равенству $D = 1 - S$.

2.3. Контактная сеть и ее характеристики. При проектировании транспортной системы АТ покрытие КС маршрутов из R изначально может отсутствовать. Что касается уже существующих маршрутов, обслуживаемых традиционными троллейбусами, то КС обычно полностью покрывает эти маршруты. В первом случае требуется выбрать наиболее экономически эффективную конфигурацию КС, во втором случае такая конфигурация КС позволяет определить избыточные участки КС.

КС, формируемая для маршрутов $r \in R$, характеризуется следующими входными данными:

- номинальным выходным напряжением $Y^{(ct)}$;
 - максимальной силой тока $I_e^{(ct)}$;
 - мощностью $P_e^{(ct)} = Y^{(ct)} \cdot I_e^{(ct)}$ зарядки АТ типа e ;
 - инвестиционной удельной стоимостью $cst_ct^{(cap)}$ контактной линии (на 1 км);
 - расчетным периодом $T^{(ct)}$ эксплуатации;
 - удельными операционными годовыми затратами $cst_ct^{(ope)}$ (на 1 км);
 - минимальным $\underline{L}^{(ct)}$ и максимальным $\bar{L}^{(ct)}$ значениями длины секции КС;
 - минимальным $\underline{L}^{(cf)}$ значением длины отрезка без КС;
 - максимально возможным числом $M(\alpha, \beta)$ секций КС на звене $(\alpha, \beta) \in U$ сети маршрутов.
- Секция КС с порядковым номером n на звене $(\alpha, \beta) \in U$ характеризуется:
- расстоянием $\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n)$ стартовой точки от начала звена;
 - расстоянием $\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n)$ конечной точки от начала звена;
 - длинами $lpc_{(\alpha, \beta)}(\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n))$, $lpc_{(\alpha, \beta)}(\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n))$ силовых кабелей для подключения концов секции к тяговой подстанции;
 - инвестиционной удельной стоимостью cst_pc силового кабеля (на 1 км);
 - расчетным периодом $T^{(pc)}$ эксплуатации силового кабеля.

2.4. Стационарные зарядные станции и их характеристики. Стационарные зарядные станции, устанавливаемые в базовых узлах системы маршрутов, определяются:

- единственным контактом для одновременной зарядки одного АТ;
- номинальным выходным напряжением $Y^{(cs)}$;
- максимальной силой тока $I_e^{(cs)}$ АТ типа e ;
- мощностью $P_e^{(cs)} = Y^{(cs)} \cdot I_e^{(cs)}$ зарядки АТ типа e ;
- инвестиционной стоимостью $cst_cs^{(cap)}$ зарядной станции;
- расчетным периодом $T^{(cs)}$ эксплуатации;
- операционными годовыми затратами $cst_cs^{(ope)}$.

3. Расчет износа батарей. Величина исходного ресурса батареи, расходуемого при ее зарядке (разрядке) в процессе функционирования АТ до выхода батареи из строя, может быть обозначена любым положительным числом. Для обозначения исходного ресурса выбрано максимально возможное число $NM_e - ACC_e(1)$ потраченных циклов зарядки (разрядки) батареи АТ типа e за период ее эксплуатации. Если построить функцию плотности расхода этого ресурса при пропускании через батарею (зарядке (разрядке)) единицы электроэнергии (1 кВт·ч) в каждой точке траектории УЗ, то можно определить расход ресурса на любом отрезке такой траектории.

Определим функции $\tilde{C}_e(S)$ кумулятивного расхода ресурса батареи АТ типа e (расхода числа циклов зарядки (разрядки) батареи) при изменении УЗ от 0 до S , заданные на отрезке $[0,1]$. Определение функции $\tilde{C}_e(S)$ основано на кусочно-постоянной функции $W_e(S)$ плотности расхода этого ресурса при пропускании через батарею (зарядке (разрядке)) единицы электроэнергии (1 кВт·ч).

Обозначим имеющиеся табличные значения DoD , для которых определены $ACC_e(DoD)$, через D_d и соответствующие значения относительного уровня S заряда батареи через $S_d = 1 - D_d$, $d = 1, \dots, d^0$, где d^0 – число равных подынтервалов отрезка $[0,1]$, $1 \geq D_1 \geq D_2 \geq \dots \geq D_{d^0} \geq 0$. Обозначим $\Delta_d^S = S_{d+1} - S_d = D_d - D_{d+1}$, $d = 1, \dots, d^0 - 1$.

Для расчета значений $W_e(S_d)$, $d = 1, \dots, d^0$, функции плотности $W_e(S)$ используется следующая система линейных уравнений:

$$2 \cdot ACC_e(D_d) \sum_{v=d}^{d^0} W_e(S_v) \Delta_v^S = NM_e - ACC_e(1), \quad d = 1, \dots, d^0.$$

По определению $\tilde{C}_e(S) = \int_0^S W_e(\xi) d\xi$. Напомним, что $0 \leq S \leq S_{d^0}$.

С учетом кусочно-постоянной на $[0, S_{d^0}]$ функции $W_e(S)$ ее кумулятивный аналог $\tilde{C}_e(S)$ будет кусочно-линейной функцией по S : $\tilde{C}_e(S) = W_e(0)(S - 0)$ для $S \in [0, S_1]$, $\tilde{C}_e(S) = W_e(0)(S_1 - 0) + W_e(S_1)(S - S_1)$ и т. д.

В таблице приведены зависимости достижимого числа циклов $ACC_e(DoD)$ за период службы литиевых батарей типов LTO и LFP от глубины разряда DoD в процессе их функционирования [9, 11], а также значения $W_d = W_e(S_d)$ функций $W_e(S)$ и значения $C_d = \tilde{C}_e(S_d)$ функций $\tilde{C}_e(S)$. На рис. 3 и 4 изображены графики функций $ACC_e(DoD)$ и $\tilde{C}_e(S)$ для батарей типов LTO и LFP. Следует заметить, что функции $ACC_e(DoD)$ являются выпуклыми убывающими, а функции $\tilde{C}_e(S)$ – вогнутыми возрастающими на областях их определения.

Зависимости достижимого числа циклов разрядки (зарядки) от глубины разряда и зависимости плотности расхода ресурса и кумулятивного расхода ресурса батареи от уровня заряда для батарей типов LTO и LFP
Dependencies of an attainable number of discharge (charge) cycles on the depth of discharge, dependencies of life resource consumption density and cumulative life resource consumption on the charge level for LTO and LFP batteries

DoD	УЗ	LTO			LFP				
		D_d	S_d	$ACC_e(D_d)$	W_d	C_d	$ACC_e(D_d)$	W_d	C_d
0	1	–	–	16,440	–	–	–	–	14,1816
0,1	0,9	338 800	4,852	15,955	138 000	4,830	5,973	7,139	13,1010
0,2	0,8	144 500	6,525	15,302	61 700	5,973	7,139	7,139	12,3870
0,3	0,7	89 100	7,074	14,595	37 150	7,139	8,613	8,613	11,5250
0,4	0,6	56 200	10,801	13,515	25 100	8,613	10,890	10,890	10,4360
0,5	0,5	39 800	12,054	12,309	17 800	10,890	13,049	13,049	9,1320
0,6	0,4	30 200	13,131	10,996	13 200	13,049	16,158	16,158	7,5164
0,7	0,3	22 400	18,956	9,101	10 000	16,158	17,186	17,186	5,7970
0,8	0,2	17 400	21,090	6,992	7950	17,186	26,878	26,878	3,1090
0,9	0,1	13 200	30,063	3,985	6020	26,878	31,094	31,094	0
1	0	10 000	39,855	0	4700	31,094			

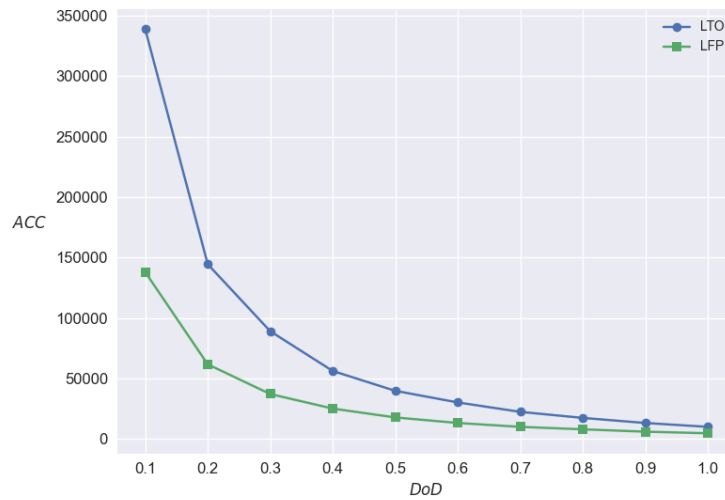


Рис. 3. Зависимости достижимого числа циклов разрядки (зарядки) батарей типов LTO и LFP от глубины разряда (DoD)

Fig. 3. Dependencies of an attainable number of discharge (charge) cycles of LTO, LFP batteries types on the depth of discharge (DoD)

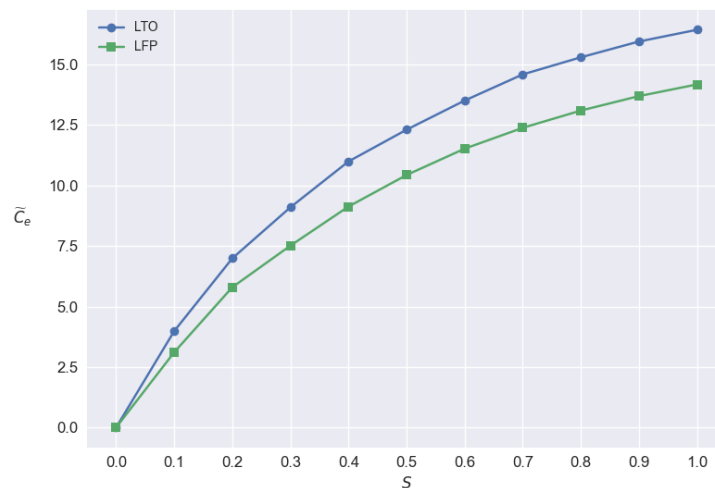


Рис. 4. Зависимости $\tilde{C}_e(S)$ от уровня заряда для батарей типов LTO и LFP

Fig. 4. Dependencies $\tilde{C}_e(S)$ on the charge level for LTO, LFP batteries types

4. Формулировка задачи оптимизации зарядной инфраструктуры

4.1. Контролируемые переменные. Контролируемые переменные задачи оптимизации зарядной инфраструктуры для парка АТ включают переменные, характеризующие расположение секций КС на звеньях графа G ; переменные, характеризующие УЗ батарей АТ в точках обслуживаемых маршрутов, и максимальные длительности зарядки АТ в базовых узлах.

Приведем переменные расположения секций КС на звеньях транспортной сети:

$\underline{x}_{(\alpha,\beta)}(n)$ – расстояние стартовой точки n -й секции КС от начала звена $(\alpha, \beta) \in U$;

$\bar{x}_{(\alpha,\beta)}(n)$ – расстояние конечной точки n -й секции КС от начала звена $(\alpha, \beta) \in U$;

$y_{(\alpha,\beta)}(n)$ – бинарная переменная наличия n -й секции КС звена (α, β) ; $y_{(\alpha,\beta)}(n) = 1$, если $\bar{x}_{(\alpha,\beta)}(n) - \underline{x}_{(\alpha,\beta)}(n) > 0$, и $y_{(\alpha,\beta)}(n) = 0$ в противном случае;

$z_{(\alpha,\beta)}(n)$ – бинарная переменная наличия отрезка без КС после n -й секции КС звена (α, β) ; $z_{(\alpha,\beta)}(n) = 1$, если $\underline{x}_{(\alpha,\beta)}(n+1) - \bar{x}_{(\alpha,\beta)}(n) > 0$, и $z_{(\alpha,\beta)}(n) = 0$ в противном случае.

Переменные уровня заряда включают:

- уровень заряда $Sa_{rq}(\alpha, \beta)$ батареи АТ типа $e(r)$ в начале звена (α, β) в цикле q обслуживания маршрута r ;
- уровень заряда $Sd_{rq}(\alpha, \beta)$ батареи АТ типа $e(r)$ в конце звена (α, β) в цикле q обслуживания маршрута r ;
- уровень заряда $S_{rq}(x)$ батареи АТ типа $e(r)$ в точке x цикла q обслуживания маршрута r .

Введем переменные τ_r верхних границ длительностей зарядки АТ типа $e(r)$ в любом базовом узле $v \in NB_r$ маршрута r , $r \in R$.

Для сокращения обозначений в формулировке задачи примем следующие обозначения:

\mathbf{X} – вектор переменных ($x_{(\alpha, \beta)}(n), \bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n) \mid (\alpha, \beta) \in U, n=1, \dots, M(\alpha, \beta)$);

\mathbf{y} – вектор переменных ($y_{(\alpha, \beta)}(n) \mid (\alpha, \beta) \in U, n=1, \dots, M(\alpha, \beta)$);

\mathbf{z} – вектор переменных ($z_{(\alpha, \beta)}(n) \mid (\alpha, \beta) \in U, n=1, \dots, M(\alpha, \beta)$);

$\boldsymbol{\tau}$ – вектор переменных ($\tau_r \mid r \in R$) верхних границ длительностей зарядки на СЗС базовых узлов.

4.2. Функции контролируемых переменных, используемые в модели. Приведем функции контролируемых переменных, используемые для формулировки задачи оптимизации зарядной инфраструктуры:

$\Delta E_r(x, x')$ – энергия, полученная АТ типа $e(r)$ от КС на отрезке $[x, x']$ маршрута r , $\Delta E_r(x, x') = Y^{(ct)} \cdot I_{e(r)}^{(ct)} \cdot (x' - x) / V$;

$sl_r^p(x' - x)$ – средний расход заряда АТ типа $e(r)$ в часы пик на отрезке $[x, x']$;

$sl_r^o(x' - x)$ – средний расход заряда АТ типа $e(r)$ в непиковые часы на отрезке $[x, x']$;

$lpc_{(\alpha, \beta)}(x)$ – заданная кусочно-линейная функция длины силовых кабелей для подключения секции КС в точке x на звене $(\alpha, \beta) \in U$ к тяговой подстанции;

$LPC(\mathbf{X}, \mathbf{y}) = \sum_{(\alpha, \beta) \in U} \sum_{n=1}^{M(\alpha, \beta)} y_{(\alpha, \beta)}(n) [lpc_{(\alpha, \beta)}(x_{(\alpha, \beta)}(n)) + lpc_{(\alpha, \beta)}(\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n))] -$ суммарная длина силовых кабелей КС;

$nc_v(\boldsymbol{\tau}) = \sum_{r \in RM_v} \left\lceil \frac{\tau_r}{\eta_r} \right\rceil -$ число стационарных зарядных станций для базового узла v , где $\lceil x \rceil -$

наименьшее целое, не меньшее x .

Отметим, что искомая конфигурация зарядной инфраструктуры определяется набором $(\mathbf{X}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\tau})$. Переменные вектора \mathbf{z} являются вспомогательными.

Введем для каждого $r \in R$ классификацию $\Omega = \{1, 2, \dots, \bar{k}\}$ категорий дней года по количествам θ_{rpk} , θ_{rok} пиковых и непиковых циклов соответственно таким образом, что для дней категории $k \in \Omega$ рассматриваемый АТ выполняет в течение каждого такого дня θ_{rpk} пиковых и θ_{rok} непиковых циклов обслуживания маршрута r .

Расчетное число потраченных циклов зарядки (разрядки) батареи АТ типа $e(r)$, обслуживающего маршрут r , за период $TG_{e(r)}$ определяется равенством

$$\Delta NC_r(\mathbf{X}, \boldsymbol{\tau}) = TG_{e(r)} \cdot \sum_{k=1}^{\bar{k}} \Theta Y_k (\Delta NC_{rpk}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\tau}) + \Delta NC_{rok}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\tau})), \quad (1)$$

где $\Theta Y_k -$ заданное число дней категории k в году, а числа $\Delta NC_{rpk}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\tau})$, $\Delta NC_{rok}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\tau})$ потраченных циклов зарядки (разрядки) для пиковых и непиковых циклов маршрута соответственно в течение одного дня категории k вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} \Delta NC_{rpk}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\tau}) = & \sum_{q=1}^{\theta_{rpk}} \sum_{(\alpha, \beta) \in U_r} \sum_{n=1}^{M(\alpha, \beta)} (\tilde{C}_{e(r)}(S_{rq}(\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n))) - \tilde{C}_{e(r)}(S_{rq}(x_{(\alpha, \beta)}(n)))) + \\ & + \sum_{q=1}^{\theta_{rpk}} \sum_{(\alpha, \beta) \in U_r} \sum_{n=1}^{M(\alpha, \beta)-1} (\tilde{C}_{e(r)}(S_{rq}(\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n))) - \tilde{C}_{e(r)}(S_{rq}(x_{(\alpha, \beta)}(n+1)))) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{q=1}^{\theta_{rp k}} \sum_{(\alpha, \beta) \in U_r} (\tilde{C}_{e(r)}(Sa_{rq}(\alpha, \beta)) - \tilde{C}_{e(r)}(S_{rq}(\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(1)))) + \\
 & + \sum_{q=1}^{\theta_{rp k}} \sum_{(\alpha, \beta) \in U_r} (\tilde{C}_{e(r)}(S_{rq}(\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(M(\alpha, \beta)))) - \tilde{C}_{e(r)}(S_{rq}(l(\alpha, \beta)))) + \\
 & + \sum_{q=1}^{\theta_{rp k}} \sum_{(\alpha, \beta) \in U_r, \beta \in NB_r} (\tilde{C}_{e(r)}(\min\{\bar{S}, Sd_{rq}(\alpha, \beta) + P_e^{(cs)} \cdot \tau_{e(r)} / E_{e(r)}\}) - \tilde{C}_{e(r)}(Sd_{rq}(\alpha, \beta))); \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta NC_{rok}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\tau}) = & \sum_{q=\theta_{rp k}+1}^{\theta_{rp k}+\theta_{rok}} \sum_{(\alpha, \beta) \in U_r} \sum_{n=1}^{M(\alpha, \beta)} (\tilde{C}_{e(r)}(S_{rq}(\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n))) - \tilde{C}_{e(r)}(S_{rq}(\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n)))) + \\
 & + \sum_{q=\theta_{rp k}+1}^{\theta_{rp k}+\theta_{rok}} \sum_{(\alpha, \beta) \in U_r} \sum_{n=1}^{M(\alpha, \beta)-1} (\tilde{C}_{e(r)}(S_{rq}(\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n))) - \tilde{C}_{e(r)}(S_{rq}(\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n+1)))) + \\
 & + \sum_{q=\theta_{rp k}+1}^{\theta_{rp k}+\theta_{rok}} \sum_{(\alpha, \beta) \in U_r} (\tilde{C}_{e(r)}(Sa_{rq}(\alpha, \beta)) - \tilde{C}_{e(r)}(S_{rq}(\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(1)))) + \\
 & + \sum_{q=\theta_{rp k}+1}^{\theta_{rp k}+\theta_{rok}} \sum_{(\alpha, \beta) \in U_r} (\tilde{C}_{e(r)}(S_{rq}(\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(M(\alpha, \beta)))) - \tilde{C}_{e(r)}(S_{rq}(l(\alpha, \beta)))) + \\
 & + \sum_{q=\theta_{rp k}+1}^{\theta_{rp k}+\theta_{rok}} \sum_{(\alpha, \beta) \in U_r, \beta \in NB_r} (\tilde{C}_{e(r)}(\min\{\bar{S}, Sd_{rq}(\alpha, \beta) + P_e^{(cs)} \cdot \tau_{e(r)} / E_{e(r)}\}) - \tilde{C}_{e(r)}(Sd_{rq}(\alpha, \beta))). \quad (3)
 \end{aligned}$$

4.3. Ограничения задачи. Приведем систему ограничений для контролируемых переменных задачи оптимизации зарядной инфраструктуры, определяющую область их допустимых значений:

$$Sa_{rq}(\beta, \gamma) = Sd_{rq}(\alpha, \beta), \quad (\alpha, \beta), (\beta, \gamma) \in U_r, \beta \notin NB_r, q = 1, \dots, \theta_{rp k} + \theta_{rok}, k = 1, \dots, \bar{k}, r \in R; \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
 E_{e(r)} Sa_{rq}(\beta, \gamma) = \min\{ \bar{S} \cdot E_{e(r)}, E_{e(r)} Sd_{rq}(\alpha, \beta) + P_e^{(cs)} \cdot \tau_{e(r)} \}, \quad (\alpha, \beta), (\beta, \gamma) \in U_r, \beta \in NB_r, q = 1, \dots, \theta_{rp k} + \theta_{rok}, \\
 k = 1, \dots, \bar{k}, r \in R; \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_{e(r)} S_{rq}(\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n)) = \min\{ \bar{S} \cdot E_{e(r)}, E_{e(r)} S_{rq}(\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n)) + \Delta E_r(\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n), \bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n)) - \\
 - sl_r^p(\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n) - \underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n)) \}, \quad q = 1, \dots, \theta_{rp k}, k = 1, \dots, \bar{k}, (\alpha, \beta) \in U_r, n = 1, \dots, M(\alpha, \beta), r \in R; \quad (6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_{e(r)} S_{rq}(\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n)) = \min\{ \bar{S} \cdot E_{e(r)}, E_{e(r)} S_{rq}(\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n)) + \Delta E_r(\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n), \bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n)) - \\
 - sl_r^p(\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n) - \underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n)) \}, \quad q = \theta_{rp k} + 1, \dots, \theta_{rp k} + \theta_{rok}, k = 1, \dots, \bar{k}, (\alpha, \beta) \in U_r, n = 1, \dots, M(\alpha, \beta), r \in R; \quad (7)
 \end{aligned}$$

$$E_{e(r)} S_{rq}(\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n+1)) = E_{e(r)} S_{rq}(\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n)) - sl_r^p(\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n+1) - \bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n)), \quad q = 1, \dots, \theta_{rp k}; \quad (8)$$

$$k = 1, \dots, \bar{k}, (\alpha, \beta) \in U_r, n = 1, \dots, M(\alpha, \beta) - 1, r \in R, \quad (9)$$

$$E_{e(r)} S_{rq}(\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n+1)) = E_{e(r)} S_{rq}(\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n)) - sl_r^o(\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n+1) - \bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n));$$

$$\begin{aligned}
 q = \theta_{rp k} + 1, \dots, \theta_{rp k} + \theta_{rok}, k = 1, \dots, \bar{k}, (\alpha, \beta) \in U_r, n = 1, \dots, M(\alpha, \beta) - 1, r \in R, \\
 \underline{S} \leq S_{rq}(x) \leq \bar{S}, \quad q = 1, \dots, \theta_{rp k} + \theta_{rok}, k = 1, \dots, \bar{k}, r \in R; \quad (10)
 \end{aligned}$$

$$E_{e(r)} S_{rq}(\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(1)) = E_{e(r)} Sa_{rq}(\alpha, \beta) - sl_r^p(\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(1)), \quad q = 1, \dots, \theta_{rp k}, k = 1, \dots, \bar{k}; \quad (11)$$

$$(\alpha, \beta) \in U_r, r \in R, \quad (12)$$

$$E_{e(r)} S_{rq}(\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(1)) = E_{e(r)} Sa_{rq}(\alpha, \beta) - sl_r^o(\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(1)), \quad q = \theta_{rp k} + 1, \dots, \theta_{rp k} + \theta_{rok}, k = 1, \dots, \bar{k};$$

$$(\alpha, \beta) \in U_r, r \in R,$$

$$E_{e(r)} Sd_{rq}(\alpha, \beta) = E_{e(r)} S_{rq}(\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(M(\alpha, \beta))) - sl_r^p (l(\alpha, \beta) - \bar{x}_{(\alpha, \beta)}(M(\alpha, \beta))), \quad (13)$$

$$q = 1, \dots, \theta_{rp}, k = 1, \dots, \bar{k}, (\alpha, \beta) \in U_r, r \in R;$$

$$E_{e(r)} Sd_{rq}(\alpha, \beta) = E_{e(r)} S_{rq}(\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(M(\alpha, \beta))) - sl_r^o (l(\alpha, \beta) - \bar{x}_{(\alpha, \beta)}(M(\alpha, \beta))), \quad (14)$$

$$q = \theta_{rp} + 1, \dots, \theta_{rp} + \theta_{rok}, k = 1, \dots, \bar{k}, (\alpha, \beta) \in U_r, r \in R;$$

$$\Delta E_r(\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n), \bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n)) = Y^{(ct)} I_{e(r)}^{(ct)} (\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n) - \underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n)) / V_r, (\alpha, \beta) \in U_r, n = 1, \dots, M(\alpha, \beta), r \in R; \quad (15)$$

$$0 \leq \underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n) \leq \bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n) \leq \underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n+1) \leq \bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n+1) \leq l(\alpha, \beta), (\alpha, \beta) \in U_r, n = 1, \dots, M(\alpha, \beta) - 1, r \in R; \quad (16)$$

$$\min\{\underline{L}^{(ct)}, l(\alpha, \beta)\} y_{(\alpha, \beta)}(n) \leq \bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n) - \underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n) \leq \bar{L}^{(ct)} y_{(\alpha, \beta)}(n), (\alpha, \beta) \in U_r, \quad (17)$$

$$n = 1, \dots, M(\alpha, \beta), r \in R;$$

$$\min\{\underline{L}^{(cf)}, l(\alpha, \beta)\} z_{(\alpha, \beta)}(n) \leq \underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n+1) - \bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n) \leq Lar_{e(r)} z_{(\alpha, \beta)}(n), (\alpha, \beta) \in U_r, \quad (18)$$

$$n = 1, \dots, M(\alpha, \beta) - 1, r \in R;$$

$$TG_{e(r)} \cdot \sum_{k=1}^{\bar{k}} \Theta Y_k (\Delta NC_{rp}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\tau}) + \Delta NC_{rok}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\tau})) \leq NM_{e(r)} - ACC_{e(r)}(1), r \in R; \quad (19)$$

$$Sa_{r1}(\alpha_{r1}, \alpha_{r2}) = 1, r \in R; \quad (20)$$

$$y_{(\alpha, \beta)}(n), z_{(\alpha, \beta)}(n) \in \{0, 1\}, n = 1, \dots, M(\alpha, \beta), (\alpha, \beta) \in U. \quad (21)$$

Ограничения (4) устанавливают равенство для небазовых узлов сети УЗ (энергии) батареи в конце предшествующего звена и УЗ в начале последующего звена маршрута. Ограничения (5) устанавливают равенство для базовых узлов сети УЗ (энергии) батареи в начале очередного звена маршрута и УЗ в конце предыдущего звена, дополненного энергией, которая получена от стационарной зарядной станции базового узла. Ограничения (6) устанавливают УЗ в конце n -й секции КС звена (α, β) сети для циклов часа пик равным минимуму из максимального УЗ батареи и УЗ в начале секции, дополненной энергией, которая получена от КС на этой секции, за вычетом потраченной энергии. Ограничения (7) устанавливают УЗ в конце n -й секции КС звена (α, β) сети для циклов непиковых часов равным минимуму из максимального УЗ батареи и УЗ в начале секции, дополненной энергией, которая получена от КС на этой секции, за вычетом потраченной энергии. Ограничения (8) устанавливают УЗ в начале $n+1$ -й секции КС звена (α, β) сети для циклов часов пик равным УЗ в конце n -й секции за вычетом энергии, потраченной на отрезке без КС. Ограничения (9) устанавливают УЗ в начале $n+1$ -й секции КС звена (α, β) сети для циклов непиковых часов равным УЗ в конце n -й секции за вычетом энергии, потраченной на отрезке без КС. Ограничения (10) обеспечивают принадлежность УЗ в любой точке x сети заданному диапазону. Ограничения (11) устанавливают УЗ в начале первой секции КС для часов пик равным УЗ в начале звена сети за вычетом энергии, потраченной на отрезке без КС. Ограничения (12) устанавливают УЗ в начале первой секции КС для непиковых часов равным УЗ в начале звена сети за вычетом энергии, потраченной на отрезке без КС. Ограничения (13) устанавливают УЗ в конце звена (α, β) для часов пик равным УЗ в конце последней $M(\alpha, \beta)$ -й секции КС за вычетом энергии, потраченной на отрезке без КС. Ограничения (14) устанавливают УЗ в конце звена (α, β) для непиковых часов равным УЗ в конце последней $M(\alpha, \beta)$ -й секции КС за вычетом энергии, потраченной на отрезке без КС. Условия (15) определяют верхнюю границу величины энергии, которую АТ может получить на n -й секции КС звена (α, β) . Ограничения (16) опреде-

ляют условия взаимного расположения точек начала и конца секций КС на любом звене сети. Ограничения (17) обеспечивают принадлежность длины секции КС заданному диапазону. Ограничения (18) обеспечивают принадлежность длины отрезка без КС заданному диапазону. Ограничения (19) обеспечивают суммарное число потерянных циклов батареи АТ типа $e(r)$ за гарантийный период эксплуатации батареи, не превышающее расчетного числа потерянных циклов. Ограничения (20) устанавливают начальный УЗ для последовательности циклов любого маршрута. Ограничения (21) задают область значений булевых переменных.

4.4. Достаточные условия выполнения ограничений (10). Отметим, что приведенные ниже условия выполнения ограничений (10) не являются необходимыми.

Определение. Последовательность $q=(q_1, q_2, \dots, q_{\theta_{rpk}+\theta_{rok}})$ циклов обслуживания любого маршрута $r \in R$ в течение дня, содержащую циклы двух типов (θ_{rpk} пиковых и θ_{rok} непиковых), назовем *гарантирующей последовательностью* для выполнения ограничений (10), если любое допустимое решение задачи (4)–(21) при зарядной инфраструктуре $(\mathbf{X}, \mathbf{y}, \tau)$ для этой последовательности является допустимым и для любой другой последовательности циклов.

Теорема. Последовательность $\theta_{rpk}+\theta_{rok}$ циклов обслуживания любого маршрута $r \in R$ в течение дня категории k , в которой первые θ_{rpk} циклов – пиковые циклы, а последующие θ_{rok} – непиковые циклы, является гарантирующей последовательностью для выполнения ограничений (10).

Доказательство. Очевидно, что с учетом выражений (5), (6) достаточно рассматривать только левую часть $\underline{S} \leq S_{rq}(x)$ ограничений (10).

Запишем условия, вытекающие из свойств задачи:

а) $sl_r^o < sl_r^p$;

б) доступная мощность $P_{e(r)}^{(ct)}$ КС для АТ типа $e(r)$ постоянна и одинакова для пиковых и непиковых циклов;

в) мощность $P_{e(r)}^{(cs)} = Y^{(cs)} I_{e(r)}^{(cs)}$ зарядки АТ $e(r)$ и максимальная длительность τ_r его зарядки в базовых узлах маршрута r одинаковы для пиковых и непиковых часов.

Из условий а)–в) следует, что величина снижения УЗ на каждом отрезке кусочно-линейных ломаных, соответствующем конкретному сегменту автономного хода маршрута, для непикового цикла меньше, чем для пикового. В то же время величина роста УЗ на каждом отрезке кусочно-линейных ломаных, соответствующем сегменту КС, для непикового цикла не меньше, чем для пикового.

Рассмотрим последовательность, состоящую только из $\theta_{rpk}+\theta_{rok}$ (идентичных) пиковых циклов. Будем строить наихудшую последовательность с точки зрения наименьших значений нижних точек излома кусочно-линейных ломаных УЗ посредством замены в исходной последовательности одного из пиковых циклов непиковым циклом. Выберем произвольный номер v члена последовательности, $1 \leq v \leq \theta_{rpk}+\theta_{rok}$. Из изложенного выше следует, что замена пикового цикла v непиковым циклом может привести только к увеличению значения УЗ каждой точки излома цикла v . Более того, поскольку значение УЗ конечной точки излома цикла v может только возрасти, то и УЗ всех точек излома последующих циклов $v+1, \dots, \theta_{rpk}+\theta_{rok}$ могут только возрасти. Следовательно, наихудшему варианту последовательности соответствует $v = \theta_{rpk} + \theta_{rok}$. Теорема верна для числа $q=1$ непиковых циклов. Следуя методу математической индукции, предположим, что она верна для произвольного $q=s$, $1 \leq s \leq \theta_{rok}-1$, непиковых циклов, т. е. первые $\theta_{rpk}+\theta_{rok}-s$ циклов гарантирующей последовательности являются пиковыми, а последующие s непиковыми. Покажем, что теорема верна и для $q=s+1$ непиковых циклов. Как уже было отмечено, замена любого из первых $\theta_{rpk}+\theta_{rok}-s$ пиковых циклов непиковым может привести лишь к увеличению значения УЗ каждой точки излома этого и последующих циклов. Следовательно, при замене последнего пикового цикла с номером $\theta_{rpk}+\theta_{rok}-s$ непиковым получаем гарантирующую последовательность из $\theta_{rpk}+\theta_{rok}-s-1$ пиковых и последующих $s+1$ непиковых циклов. Теорема доказана.

Следствие. В связи с тем что функции $\tilde{C}_e(S)$ вогнуты, зарядке (разрядке) при более низких УЗ на отрезках ломаной УЗ одинаковой длины соответствует больший износ батареи. По-

скольку гарантирующая последовательность является минорантой функциональных зависимостей $UЗ$ батареи, то этой последовательности соответствует больший износ батареи по сравнению с другими последовательностями.

4.5. Критерий качества варианта зарядной инфраструктуры. В качестве критерия принята суммарная годовая стоимость секций КС, силовых кабелей, соединяющих их с тяговыми подстанциями, а также СЗС на конечных остановках маршрутов.

Таким образом, целевая функция задачи представляется в виде суммы

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{X}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\tau}) = & \left(\frac{cst_ct^{(cap)}}{T^{(ct)}} + cst_ct^{(ope)} \right) \sum_{(\alpha, \beta) \in U} \sum_{n=1}^{M(\alpha, \beta)} (\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n) - \underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n)) + \\ & + \left(\frac{cst_cs^{(cap)}}{T^{(cs)}} + cst_cs^{(ope)} \right) \sum_{v \in NB} nc_v(\boldsymbol{\tau}) + \\ & + \frac{cst_pc}{T^{(pc)}} \sum_{(\alpha, \beta) \in U} \sum_{n=1}^{M(\alpha, \beta)} y_{(\alpha, \beta)}(n) [lpc_{(\alpha, \beta)}(\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n)) + lpc_{(\alpha, \beta)}(\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n))], \end{aligned} \quad (22)$$

где первое, второе и третье слагаемые являются годовыми затратами для секций КС, стационарных зарядных станций и силовых кабелей, соединяющих секции КС с тяговыми подстанциями, соответственно.

Рассматриваемая в статье задача оптимизации зарядной инфраструктуры АТ (задача А) может быть сформулирована следующим образом:

$$\min_{\mathbf{X}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\tau}} \Phi(\mathbf{X}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\tau}) \quad (23)$$

при выполнении набором переменных $(\mathbf{X}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\tau})$ ограничений (4)–(21). Задача А является задачей математического программирования.

Поскольку функции $\tilde{C}_{e(r)}(S)$ (см. разд. 3) кумулятивного расхода ресурса батареи являются кусочно-линейными функциями переменных $S_{rq}(\bar{x}_{(\alpha, \beta)}(n))$, $S_{rq}(\underline{x}_{(\alpha, \beta)}(n))$, $Sa_{rq}(\alpha, \beta)$, $Sd_{rq}(\alpha, \beta)$, $(\alpha, \beta) \in U$, $n=1, \dots, M(\alpha, \beta)$, ограничение (19) может быть заменено эквивалентной системой линейных ограничений относительно этих переменных и дополнительных булевых переменных. Следовательно, вся система ограничений (4)–(21) задачи А может быть заменена эквивалентной системой линейных ограничений.

В целевой функции $\Phi(\mathbf{X}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\tau})$ первый член линейно зависит от переменных задачи, второй член в целевой функции может быть выражен произведением годовых затрат на одну СЗС и суммы дополнительных дискретных переменных количеств СЗС для базовых узлов с введением дополнительных линейных неравенств для этих дискретных переменных, третий член является взвешенной суммой произведений булевых переменных и кусочно-линейных функций переменных расположения секций КС.

Таким образом, задача А может быть сведена к задаче математического программирования с квадратичной целевой функцией и линейной системой ограничений. Для решения задачи А могут быть использованы стандартные решатели типа IBM ILOG CPLEX, предназначенные для задач линейного, квадратичного и целочисленного программирования, либо зачастую используемые для такого типа задач эвристики и метаэвристики [14]. Среди метаэвристик перспективным представляется метод «роя частиц» (Particle Swarm Optimization Algorithm, PSO). Достоинством эвристического метода численной оптимизации PSO является то, что он не требует специальных свойств оптимизируемой функции. Этот метод нашел применение во многих областях [15–17]. PSO оптимизирует функцию, поддерживая популяцию возможных решений, называемых частицами, и перемещая эти частицы в области поиска решений согласно итера-

тивно вычисляемой простой формуле. Перемещения частиц учитывают наилучшее найденное в этой области положение, которое изменяется от итерации к итерации при нахождении частицами более выгодных положений.

Заключение. Разработана математическая модель задачи оптимизации зарядной инфраструктуры парка АТ. Особенности предложенной математической модели являются учет износа батареи каждого АТ в течение гарантийного срока ее эксплуатации и обеспечение зарядной инфраструктурой условия сохранения ресурса батареи при функционировании АТ в течение этого срока. Функционирование АТ осуществляется в соответствии с заданными расписаниями с учетом выделенных типов режимов его работы в рамках различных категорий дней в течение года. Модель сформулирована в виде задачи математического программирования с квадратичной целевой функцией и линейными ограничениями. Для решения задачи предполагается использовать стандартное программное обеспечение типа IBM ILOG CPLEX, а также эвристический метод «роя частиц».

Полученные результаты могут быть использованы, в частности, для создания систем поддержки принятия решений при проектировании зарядной инфраструктуры парков АТ различных типов.

Вклад авторов. Б. М. Розин предложил структуру и состав компонент математической модели оптимизации зарядной инфраструктуры парка АТ. М. Я. Ковалев скорректировал, обобщил и проанализировал результаты. И. А. Шатерник принял участие в обсуждении и верификации компонент модели, а также в подготовке иллюстративного материала.

Список использованных источников

1. Analysis of limiting factors of battery assisted trolleybuses / D. Grygar [et al.] // *Transportation Research Procedia*. – 2019. – Vol. 40. – P. 229–235.
2. System optimization for dynamic wireless charging electric vehicles operating in a multiple-route environment / I. Hwang [et al.] // *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*. – 2017. – Vol. 19, iss. 6. – P. 1709–1726. <https://doi.org/10.1109/TITS.2017.2731787>
3. Ensuring sustainable development of urban public transport: A case study of the trolleybus system in Gdynia and Sopot (Poland) / M. Wołek [et al.] // *J. of Cleaner Production*. – 2021. – Vol. 279. <https://123807.doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.123>
4. Bartłomiejczyk, M. Practical application of in motion charging: Trolleybuses service on bus lines / M. Bartłomiejczyk // 18th Intern. Scientific Conf. on Electric Power Engineering (EPE), Kouty nad Desnou, 17–19 May 2017. – Kouty nad Desnou, 2017. – P. 1–6. <https://doi.org/10.1109/epe.2017.7967239>
5. Jang, Y. J. Survey of the operation and system study on wireless charging electric vehicle systems / Y. J. Jang // *Transportation Research Part C*. – 2018. – Vol. 95. – P. 844–866.
6. Chen, Z. Deployment of stationary and dynamic charging infrastructure for electric vehicles along traffic corridors / Z. Chen, W. Liu, Y. Yin // *Transportation Research Part C*. – 2017. – Vol. 77. – P. 185–206.
7. Sevcik, J. A Vehicle device tailored for hybrid trolleybuses and overhead wires implementation in SUMO / J. Sevcik, J. Prikryl // *SUMO User Conf. 2019, EPiC Series in Computing, Berlin, Germany, 13–15 May 2019*. – Berlin, 2019. – Vol. 62. – P. 145–157.
8. Ko, Y. D. The optimal system design of the online electric vehicle utilizing wireless power transmission technology / Y. D. Ko, Y. J. Jang // *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*. – 2013. – Vol. 14(3). – P. 1255–1265.
9. Goehlich, D. Conceptual design of urban e-bus systems with special focus on battery technology / D. Goehlich, T.-A. Fay, S. Park // *Proc. of the 22nd Intern. Conf. on Engineering Design (ICED19), Delft, The Netherlands, 5–8 Aug. 2019*. – Delft, 2019. <https://doi.org/10.1017/dsi.2019.289>
10. Han, S. K. A practical battery wear model for electric vehicles charging applications / S. K. Han // *Applied Energy*. – 2014. – Vol. 113. – P. 1100–1108.
11. Millner, A. Modeling lithium ion battery degradation in electric vehicles / A. Millner // *2010 IEEE Conf. on Innovative Technologies for an Efficient and Reliable Electricity Supply, Waltham, MA, 27–28 Sept. 2010*. – Waltham, 2010. – P. 349–356.
12. Pelletier, S. Charge scheduling for electric freight vehicles / S. Pelletier, O. Jabali, G. Laporte // *Transportation Research Part B*. – 2018. – Vol. 115. – P. 246–269.

13. Guschinsky, N. N. Optimization of slow-charging infrastructure for electric buses of one depot / N. N. Guschinsky, M. Y. Kovalyov, B. M. Rozin // Танаевские чтения : докл. Девятой Междунар. науч. конф., Минск, 30 марта 2021 г. – Минск : ОИПИ НАН Беларуси, 2021. – С. 153–157.
14. Скобцов, Ю. А. Метаэвристики / Ю. А. Скобцов, Е. Е. Федоров. – Донецк : Ноулидж, 2013. – 426 с.
15. Poli, R. Analysis of the Publications on the Applications of Particle Swarm Optimisation / R. Poli // J. of Artificial Evolution and Applications. – 2008. – Vol. 2008. – P. 1–10. <https://doi.org/10.1155/2008/685175>
16. Гущинский, Н. Н. Оптимизация размещения детали на многопозиционном поворотном столе агрегатного станка / Н. Н. Гущинский, В. Е. Зданович, Б. М. Розин // Информатика. – № 4(48). – 2015. – С. 57–72.
17. Fleet and charging infrastructure decisions for fast-charging city electric bus service / N. Guschinsky [et al.] // Computers and Operations Research. – 2021. – Vol. 135. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2021.105449>

References

1. Grygar D., Koháni M., Štefún R., Drgoňa P. Analysis of limiting factors of battery assisted trolleybuses. *Transportation Research Procedia*, 2019, vol. 40, pp. 229–235.
2. Hwang I., Jang Y. J., Ko Y. D., Lee M. S. System optimization for dynamic wireless charging electric vehicles operating in a multiple-route environment. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 19, iss. 6, pp. 1709–1726. <https://doi.org/10.1109/TITS.2017.2731787>
3. Ensuring sustainable development of urban public transport: A case study of the trolleybus system in Gdynia and Sopot (Poland) / M. Wołek [et al.] // *J. of Cleaner Production*, 2021, vol. 279. <https://123807.doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.123>
4. Bartłomiejczyk M. Practical application of in motion charging: Trolleybuses service on bus lines. *18th International Scientific Conference on Electric Power Engineering (EPE), Kouty nad Desnou, 17–19 May 2017*. Kouty nad Desnou, 2017, pp. 1–6. <https://doi.org/10.1109/epe.2017.7967239>
5. Jang Y. J. Survey of the operation and system study on wireless charging electric vehicle systems. *Transportation Research Part C*, 2018, vol. 95, pp. 844–866.
6. Chen Z., Liu W., Yin Y. Deployment of stationary and dynamic charging infrastructure for electric vehicles along traffic corridors. *Transportation Research Part C*, 2017, vol. 77, pp. 185–206.
7. Sevcik, J., Prikryl J. A Vehicle device tailored for hybrid trolleybuses and overhead wires implementation in SUMO. *SUMO User Conference 2019, EPiC Series in Computing, Berlin, Germany, 13–15 May 2019*. Berlin, 2019, vol. 62, pp. 145–157.
8. Ko Y. D., Jang Y. J. The optimal system design of the online electric vehicle utilizing wireless power transmission technology. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2013, vol. 14(3), pp. 1255–1265.
9. Goehlich D., Fay T.-A., Park S. Conceptual design of urban e-bus systems with special focus on battery technology. *Proceedings of the 22nd International Conference on Engineering Design (ICED19), Delft, The Netherlands, 5–8 August 2019*. Delft, 2019. <https://doi.org/10.1017/dsi.2019.289>
10. Han S. K. A practical battery wear model for electric vehicles charging applications. *Applied Energy*, 2014, vol. 113, pp. 1100–1108.
11. Millner A. Modeling lithium ion battery degradation in electric vehicles. *2010 IEEE Conference on Innovative Technologies for an Efficient and Reliable Electricity Supply, Waltham, MA, 27–28 September 2010*. Waltham, 2010, pp. 349–356.
12. Pelletier S., Jabali O., Laporte G. Charge scheduling for electric freight vehicles. *Transportation Research Part B*, 2018, vol. 115, pp. 246–269.
13. Guschinsky N. N., Kovalyov M. Y., Rozin B. M. *Optimization of slow-charging infrastructure for electric buses of one depot*. Tanaevskie chteniya: Doklady Devyatoj Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii, 30 marta 2021 g. [Proceedings of 9th International Scientific Conference "Tanaev's Readings", Minsk, 30 March 2021], Minsk, Ob"edinennyj institut problem informatiki Nacional'noj akademii nauk Belarusi, 2021, pp. 153–157.
14. Scobtsov Yu. A., Fedorov E. E. Metae`vristiki. *Metaheuristics*, Donetsk, Noulidzh, 2013, 426 p. (In Russ.)
15. Poli, R. Analysis of the Publications on the Applications of Particle Swarm Optimisation / R. Poli // *Journal of Artificial Evolution and Applications*, 2008, vol. 2008, pp. 1–10. <https://doi.org/10.1155/2008/685175>

16. Guschinsky N. N., Zdanovich V. E., Rozin B. M. *Optimization of part placement on a multi-position rotary table of a machine-tool*. Informatika [Informatics], 2015, no. 4(48), pp. 57–72 (In Russ.)

17. Guschinsky N., Kovalyov M. Y., Rozin B., Brauner N. Fleet and charging infrastructure decisions for fast-charging city electric bus service. *Computers and Operations Research*, 2021, vol. 135. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2021.105449>

Информация об авторах

Ковалев Михаил Яковлевич, доктор физико-математических наук, профессор, зам. генерального директора по научной работе, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси.

<http://orcid.org/0000-0003-0832-0829>

E-mail: kovalyov_my@newman.bas-net.by

Розин Борис Матвеевич, кандидат технических наук, заведующий сектором, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси.

<http://orcid.org/0000-0003-3814-6569>

E-mail: rozin@newman.bas-net.by

Шатерник Илья Андрианович, инженер-программист, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси.

E-mail: shatoby.i@gmail.com

Information about the authors

Mikhail Ya. Kovalyov, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Deputy General Director, The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus.

<http://orcid.org/0000-0003-0832-0829>

E-mail: kovalyov_my@newman.bas-net.by

Boris M. Rozin, Cand. Sci. (Eng.), Head of the sector, The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus.

<http://orcid.org/0000-0003-3814-6569>

E-mail: rozin@newman.bas-net.by

Ilya A. Shatarnik, Engineer-programmer, The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus.

E-mail: shatoby.i@gmail.com