

*А.А. ЛОБАТЫЙ, А.Ю. БУМАЙ, А.М. АВСИЕВИЧ*

## ФОРМИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИИ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПРИ ОБЛЕТЕ ЗАПРЕТНЫХ ЗОН

*Белорусский национальный технический университет*

*Рассматривается задача облета запретных зон беспилотным летательным аппаратом (БЛА), имеющих различную форму и ограничения, задаваемых на основе международной система классификации воздушного пространства для авиации согласно Чикагской конвенции и рекомендуемых принципов формирования запретных зон, правил создания маршрута пролета вдоль запретных зон и действий при нарушении границ запретных зон. Решается задача аналитического синтеза управляющего ускорения беспилотного летательного аппарата (БЛА) при пролете его по маршруту, проходящему вдоль границ запретной зоны заданной формы, по заданной траектории, которая состоит из последовательных отрезков, находящихся на одинаковой высоте относительно земной поверхности, в заданной системе координат. Задача синтеза оптимального управления решается как аналитическое определение оптимального управления линейной нестационарной системой на основе квадратического функционала качества. Предложена математическая модель движения БЛА в горизонтальной плоскости, в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений в форме Коши. Получен закон изменения управляющего ускорения центра масс БЛА на основе задания минимизируемого функционала качества и соответствующих ограничений, что является особенностью рассмотренной методики решения задачи. Предложенный функционал качества учитывает параметры координат и скорости БЛА, которые соответствуют заданным точкам в воздушном пространстве, характеризующим необходимую траекторию для облета запретной зоны. Полученные математические зависимости дают возможность реализовать их на борту БЛА и минимизируют энергетические затраты при управлении БЛА, движущемся через заданные точки пространства. Было проведено компьютерное моделирование полученных аналитических результатов, математических зависимостей, представляющих собой оптимальную траекторию пролета БЛА вдоль границ запретной зоны, а также соответствующих процессов изменения управляющего ускорения и скорости движения БЛА, что позволило сделать выводы о работоспособности предложенной методики и целесообразность ее дальнейшего использования в качестве основы для первоначального этапа синтеза системы управления БЛА.*

**Ключевые слова:** *запретные зоны, беспилотный летательный аппарат, оптимальный закон управления, траектория полета, минимизируемый функционал, математическое моделирование.*

### Введение

Настоящее время характеризуется бурным развитием беспилотной авиационной техники в нашей стране и во всем мире. Сферы использования вышеназванной техники, в общем случае разделяют на научные и прикладные, которые в свою очередь имеют разделение в соответствии с гражданским и военным применением.

Беспилотные летательные аппараты (БЛА) позволяют получать данные для научных исследований и в дальнейшем полученные знания могут быть применены для изучения как самих БЛА (их конструкции, динамики полета) так и для мониторинга природных явлений, оказания определенного вида услуг.

Задачи которые позволяет решить БЛА, можно распределить на несколько групп: задачи мониторинга, включающие видеонаблюдение охраняемых объектов и областей; картографирование земной поверхности и ландшафтов; геологическая разведка полезных ископаемых; инспектирование строительных объектов; видеонаблюдение за труднодоступными промышленными объектами; метеорологическая разведка; экологическая разведка атмосферы и водоёмов; радиационная и химическая разведка; мониторинг опасных природных явлений; оценка результатов после стихийных бедствий и т.п. Новая развивающаяся группа задач применения БЛА доставка грузов, почты, комплектующих, продуктов а также трансляция различных сигналов.

Таким образом применение БЛА охватывает все больше областей человеческой деятельности. В тоже время применение БЛА требует наличие однозначных стандартов в отношении эксплуатационных маршрутов, обеспечивающих соответствующие меры безопасности, при недостаточной мировой практике использования БЛА, в отличие, например, от применения пилотируемой гражданской авиации. Так для гражданской авиации в свое время была создана, так называемая, «Чикагская конвенция о международной гражданской авиации», где даны рекомендации по принципам использования летательных аппаратов [1]. К сожалению, в данном случае, БЛА оказались вне международного правового поля и каждое государство устанавливает свои правила использования БЛА исходя из внутренних нормативно правовых документов и частично применяя положения конвенции.

Существуют четко определенные международные стандарты и рекомендуемая практика, в отношении эксплуатационных маршрутов, разработанных с учетом действующих в каждом государстве нормативных документов и внешних факторов, соответствующие минимумы подлежат утверждению государством эксплуатанта и разрабатываются эксплуатантом воздушного судна с учетом типа воздушного судна, сложности установленного на борту оборудования, характеристик средств обеспечения захода на посадку, оборудования взлетно-посадочной полосы, а также – квалификации операторов. Согласно этим рекомендациям, на аэронавигационных картах вводится общее понятие запретных зон для полетов авиации. Запретная зона – воздушное пространство установленных размеров над территорией или территориальными водами государства, в пределах которого полеты воздушных судов запрещены. Также следует отметить наличие понятия «зон ограничения полетов», которые представляют собой воздушное пространство установленных размеров над территорией или территориальными водами государства, в пределах которого полеты воздушных судов ограничены определенными условиями, кроме того существует термин «опасных зон» – воздушное пространство установленных размеров, в пределах которого в определенные периоды времени

может осуществляться деятельность, представляющая опасность для полетов воздушных судов [2].

Наличие электронной аэронавигационной информации, внедрение навигационных систем, обеспечивающих предоставление точной информации о местонахождении летательных аппаратов, создали предпосылки быстрой разработки надежных электронных карт для отображения этой информации. Система отображения электронных аэронавигационных карт позволяет обеспечить непрерывное отслеживание местоположения летательного аппарата в зависимости от этапа полета и с учетом соответствующих эксплуатационных требований. Принимая во внимание вышеизложенное при формировании маршрута БЛА, стоит задача облета «запретных зон» в автоматическом режиме.

Согласно международным стандартам и рекомендуемой практике при первоначальном установлении государством запретных зон, опасных зон или зон ограничения полетов каждой зоне присваивается обозначение и об этих зонах публикуются подробные сведения. Эти зоны должны быть как можно меньше и *иметь простые геометрические очертания* для облегчения ссылок на них всеми заинтересованными сторонами [3].

Выделяется несколько визуальных форм границ запретных зон для полета, которые представлены на рис. 1 [4].

На рис. 2 представлена кинематическая схема наведения БЛА в заданной  $(O^{(k)}X^{(k)}Y^{(k)}Z^{(k)})$  изменяющейся системе координат, где  $k$  – номер точки пространства, через которую должна пройти траектория БЛА [5]. В данном случае  $k = 1, 3$ .

Рассматривается наведение в горизонтальной плоскости, при этом можно отметить, что, пространственная модель принципиальных отличий иметь не будет. На рис. 2 обозначено  $\vec{v}$  – вектор скорости БЛА. С учетом реальных условий применения БЛА принято, что  $|\vec{v}| = \text{const}$ .  $\vec{v}_z^{(k)}$  – проекция вектора скорости БЛА на ось  $Z^{(k)}$ .  $\varphi^{(k)}$  – угол ориентации вектора скорости БЛА в  $k$ -й точке пространства.  $\vec{D}^{(k)}$  – вектор дальности от начальной ( $k-1$ -й) до конечной ( $k$ -й) точки  $k$ -го интервала траектории.  $O^{(k)}$  – начало заданной инерциальной системы координат на  $k$ -м интервале траектории полета БЛА. В общем случае  $k = \overline{0, N}$ .

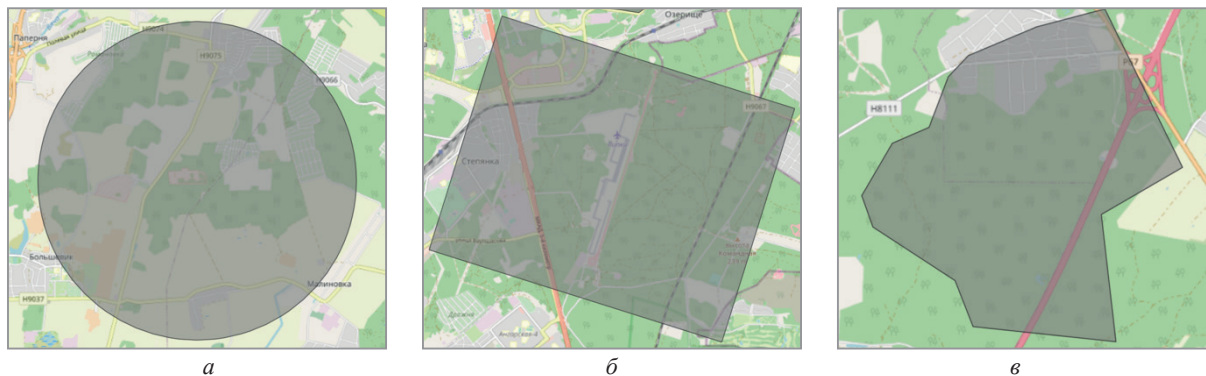


Рис. 1. Формы границ запретных зон: а – круглая форма; б – прямоугольная форма; в – многогранная форма

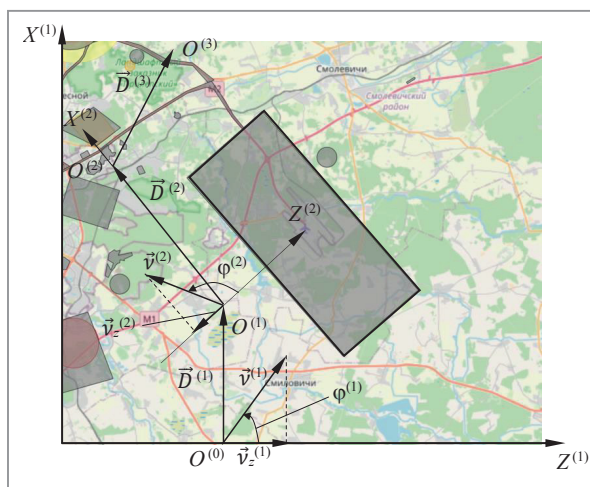


Рис. 2. Кинематическая схема наведения БЛА

В данной постановке задачи особенностью является задание на каждом заданном интервале траектории полета БЛА новой инерциальной системы ординат  $(O^{(k)}X^{(k)}Y^{(k)}Z^{(k)})$ . При этом начало системы координат  $O^{(k)}$  на каждом  $k$ -м интервале совпадает с предыдущей заданной точкой траектории полета. При рассмотрении пространственной модели траектории ось  $O^{(k)}X^{(k)}$  направлена на следующую  $k+1$ -ю точку траектории, ось  $O^{(k)}Y^{(k)}$  направлена вертикально вверх, ось  $O^{(k)}Z^{(k)}$  составляет с осями  $O^{(k)}X^{(k)}$  и  $O^{(k)}Y^{(k)}$  правую систему координат.

При математическом моделировании запретная зона представляет собой некую область пространства, описываемую множеством точек с заданными координатами. Формирование пространственной траектории БЛА для облета запретной зоны можно представить как решение задачи в двух плоскостях с последующим их объединением. В работе [6] решается задача аналитический синтеза управляющего ускорения беспилотного летательного аппарата с учетом формирования траектории

в вертикальной плоскости. Такая задача может иметь место в ситуации, когда БЛА осуществляет полет на большой высоте, затем снижается для выполнения задачи и опять набирает высоту, необходимую для предотвращения столкновения с наземными объектами [6].

Как правило ограничения в горизонтальной плоскости представляются наиболее важными так как могут иметь сложную конфигурацию и находиться в непосредственной близости друг от друга, а в некоторых случаях – сосредотачиваться на малых площадях, что усложняет процесс маневрирования летательного аппарата, требуя четкой и выверенной траектории облета, исключающей незапланированного нарушения границ запретных зон и возможности заблаговременного маневра БЛА.

### Формирование оптимальной траектории полета БЛА

Рассмотрим решение задачи по формированию траектории БЛА при облете запретной зоны с учетом того, что необходимо обеспечить такое наведение БЛА, при котором оптимальным образом выполняются основные требования, предъявляемые к облику системы управления БЛА и обеспечивается заданная точность приближения траектории полета БЛА к заданным точкам пространства. В качестве запретной зоны будем рассматривать запретную зону № 181 Минского национального аэропорта «Минск 2», входящего в юрисдикцию Министерства транспорта и коммуникаций [4]. Ограничения по высоте в данном случае не рассматриваются так как стоит задача горизонтального облета запретной зоны на безопасном расстоянии. Дополнительные

ограничения по высоте могут быть учтены при необходимости.

В общем случае математическое моделирование полета БЛА включают в себя большое число математических выражений, которые описывают перемещение БЛА как твердого тела в пространстве, включающие уравнения кинематики и динамики движения центра масс и относительно центра масс. Математическая постановка задачи оптимизации представляет собой векторно-матричное управление состоянием:

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)U(t), \quad X(t_0) = X_0 \quad (1)$$

и квадратичный функционал Летова-Калмана [7]:

$$J = X_k^T R X_k + \int_{t_0}^{t_k} [X(t)^T Q(t) X(t) + U(t)^T S(t) U(t)] dt. \quad (2)$$

В выражении (1,2)  $X_k = [\Delta x_k, \Delta y_k, \Delta z_k]^T$  – вектор, включающий минимальные отклонения относительно промежуточной  $k$ -й точки маршрута;  $X(t) = [x(t), y(t), z(t)]^T$  – вектор координат центра масс БЛА;  $U(t) = [a_x(t), a_y(t), a_z(t)]^T$  – вектор управлений, состоящий из нормальных ускорений центра масс;  $A(t)$ ,  $B(t)$  – матрицы коэффициентов.

Задачу вывода беспилотного летательного аппарата в заданную точку пространства (в том числе подвижную) необходимо рассматривать аналогично задачам, которые решаются известными методами синтеза системы самонаведения летательного аппарата на цель [8]. Задача формирования траектории полета БЛА по заданному заранее маршруту подробно рассматриваются в работе [9].

Рассмотрим для наглядности движение БЛА относительно заданной системы координат на  $k$ -м интервале траектории полета в горизонтальной плоскости. Это движение описывается следующей системой линейных дифференциальных уравнений [9]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}^{(k)} &= v_x^{(k)}, & x^{(k)}(0) &= x_0^{(k)}, \\ \dot{z}^{(k)} &= z_x^{(k)}, & z^{(k)}(0) &= z_0^{(k)}, \\ \dot{v}_x^{(k)} &= a_x^{(k)}, & v_x^{(k)}(0) &= v_{x0}^{(k)}, \\ \dot{v}_z^{(k)} &= a_z^{(k)}, & v_z^{(k)}(0) &= v_{z0}^{(k)}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

В выражениях (3) обозначено:  $x^{(k)}$ ,  $z^{(k)}$  – координаты центра масс БЛА в заданной  $k$ -й системе координат;  $v_x^{(k)}$ ,  $v_z^{(k)}$  – проекции вектора скорости  $\vec{v}$  БЛА на оси  $k$ -й системы координат;  $a_x^{(k)}$ ,  $a_z^{(k)}$  – ускорения центра масс БЛА в  $k$ -й системе координат. В качестве параметра управления БЛА в данном случае будем рассматривать боковое ускорение БЛА  $a_z^{(k)}(t)$ . Так как в реальных условиях на этапе выполнения БЛА своей основной задачи по мониторингу земной поверхности скорость его полета, как правило, постоянна, то в системе уравнений (3) можно допустить, что  $v_x^{(k)} = \sqrt{v^2 - (v_z^{(k)})^2}$ , где  $v = |\vec{v}|$ .

Определим оптимальное управление БЛА (ускорение  $a_z^{(k)}(t)$ ) на  $k$ -м интервале траектории полета. Критерий оптимизации (2) в данном случае будет иметь вид:

$$J = \frac{1}{2} \left[ c_1 (v_z^{(k)} - v_{\text{зад}}^{(k)})^2 + c_2 (z^{(k)} - z_{\text{зад}}^{(k)}) \right]_{t=t_k} + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_k} c_3 (a_z^{(k)})^2 dt, \quad (4)$$

где  $t_k$  – момент времени, при котором БЛА достигает заданной  $k$ -й точки пространства.  $v_{\text{зад}}^{(k)}$  – заданное значение проекции скорости БЛА на ось  $O^{(k)}Z^{(k)}$  соответствующей инерциальной системы координат на  $k$ -м интервале в момент  $t_k$ .  $z_{\text{зад}}^{(k)}$  – боковая координата заданной  $k$ -й точки траектории полета БЛА в момент  $t_k$ .  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  – коэффициенты, которые задаются с учетом размерности параметров функционала (3).

В работе [9] на основе известных результатов аналитического решения подобных задач [10] получено выражение для бокового ускорения  $a_z^{(k)}$ , обеспечивающего полет БЛА по оптимальной траектории:

$$a_z(v_z, z, t) = -\Lambda_v(t) [v_z(t) - v_{\text{зад}}] - \Lambda_z(t) [z(t) - z_{\text{зад}}], \quad (5)$$

$$\text{где } \Lambda_v(t) = \frac{(1/c_2) + (1/c_1)(t_k - t)^2 + 1/3(t_k - t)^3}{D(t_k - t)}, \quad (6)$$

$$\Lambda_z(t) = \frac{(1/c_1)(t_k - t) + 1/2(t_k - t)^2}{D(t_k - t)}, \quad (7)$$

$$D(t_f - t) = \left[ \frac{1}{c_2} + \frac{1}{3}(t_k - t)^3 \right] \left[ \frac{1}{c_1} + t_k - t \right] - \frac{1}{4}(t_k - t)^4. \quad (8)$$

В выражениях (4)-(8) обозначено  $v_{зад} = v_{зад}^{(k)} = v_z^{(k)}(t_k) \sin \varphi_{зад}^{(k)}$  [10], где  $v_z^{(k)}(t_k)$  – значение проекции скорости БЛА на ось  $O^{(k)}Z^{(k)}$  в момент окончания наведения  $t_k$  на  $k$ -м интервале.  $\varphi_{зад}^{(k)}$  – заданный угол подлета БЛА к очередной заданной точке траектории  $O^{(k)}$ , определяемый ориентацией вектора  $\vec{v}$  относительно системы координат  $(O^{(k)}X^{(k)}Z^{(k)})$  в соответствии с рис. 2.  $t_k - t = t_{ост}$  – время, которое необходимо для достижения БЛА очередной заданной  $k$ -й точкой пространства.

$$t_{ост} = t_{ост}^{(k)} = \frac{D^{(k)}}{|\dot{D}^{(k)}|}. \quad (9)$$

$D^{(k)}$  – в данном случае представляет собой текущую дальность от центра масс БЛА до заданной точки  $O^{(k)}$  на  $k$ -м интервале наведения,  $|\dot{D}^{(k)}|$  – модуль скорости сближения БЛА с точкой  $O^{(k)}$ .

В некоторых случаях интегральным слагаемым функционала (4) можно пренебречь. Данное допущение справедливо, когда БЛА обладает достаточным запасом топлива на всей траектории полета БЛА при относительно небольшой скорости полета [11].

Заметим, что выражения (4)-(8) могут быть справедливы в некоторых случаях и для соответствующей пространственной задачи наведения БЛА. При этом двумерные векторы координат, скоростей и ускорений БЛА заменяются соответствующими трехмерными векторами [11].

В качестве примера рассмотрим изменение траектории полета БЛА в горизонтальной плоскости при облете БЛА запретной зоны № 181 через заданные точки пространства со следующими координатами:  $x^{(0)} = z^{(0)} = 0$ ;  $x^{(1)} = 17000$  м,  $z^{(1)} = 13000$  м;  $x^{(2)} = 40000$  м,  $z^{(2)} = 7000$  м;  $x^{(3)} = 53000$  м,  $z^{(3)} = 13000$  м. Моделирование проведено в компьютерной среде Mathcad для математической модели траектории БЛА. На рис. 3 представлена траектория облета БЛА запретной зоны.

Как показали результаты моделирования данного примера, величины отклонений траектории БЛА от заданных промежуточных точек пространства составили от 7 до 20 метров в зависимости от углов и ориентации вектора скорости  $\vec{v}$ . В реальных условиях применения БЛА для решения задач облета запретных зон

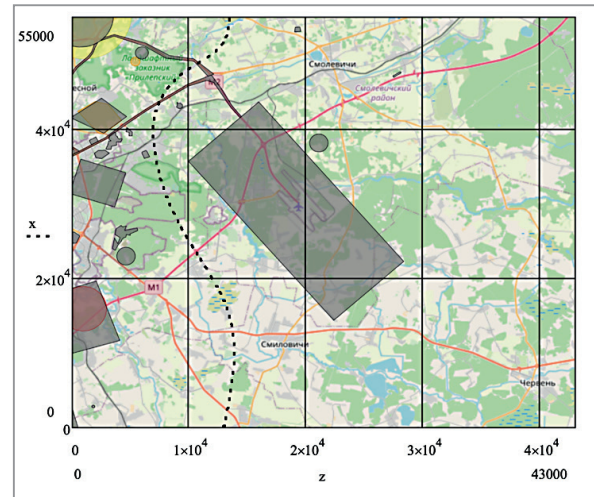


Рис. 3. Траектория БЛА при облете запретной зоны

на безопасном расстоянии, такой результат может быть вполне приемлемым.

### Заключение

На основе разработанного метода синтеза параметров управления БЛА предложена методика формирования траектории автоматического облета БЛА заданной запретной зоны в виде последовательности конкретных точек воздушного пространства позволяет путем формирования соответствующей системы координат решать задачу синтеза закона управления БЛА аналитически, получая оптимальное решение при соответствующей математической постановке задачи. Проведение исследования путем математического моделирования наглядно показали работоспособность данного подхода, который может быть использован при разработке алгоритмов систем автоматического управления (автопилота) БЛА. Изменение задач, состоящих при формировании оптимальной траектории полета БЛА (максимальное быстродействие или экономия затрат) в математической постановке задачи учитывается в формализации соответствующей целевой функции (минимизирующего функционала качества). Полученные результаты могут быть использованы для решения других близких задач, например – формирование траектории полета БЛА при мониторинге заданного участка земной поверхности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Конвенция о международной гражданской авиации [Электронный ресурс]: [заключена в г. Чикаго 07.12.1944] / ИКАО Объединение авиации. – Режим доступа: [https://www.icao.int/publications/Documents/9790\\_ru.pdf](https://www.icao.int/publications/Documents/9790_ru.pdf). – Дата доступа: 08.10.2021.
2. Конвенция о международной гражданской авиации. Приложение 4: Аэронавигационные карты. [Электронный ресурс]: [заключена в г. Чикаго 07.12.1944] / ИКАО Объединение авиации. – Режим доступа: [http://www.6pl.ru/asmap/Annexes/an04\\_cons\\_ru.pdf](http://www.6pl.ru/asmap/Annexes/an04_cons_ru.pdf). – Дата доступа: 08.10.2021.
3. Конвенция о международной гражданской авиации. Приложение 11: Обслуживание воздушного движения [Электронный ресурс]: [заключена в г. Чикаго 07.12.1944] / ИКАО Объединение авиации. – Режим доступа: [http://www.6pl.ru/asmap/Annexes/an11\\_cons\\_ru.pdf](http://www.6pl.ru/asmap/Annexes/an11_cons_ru.pdf). – Дата доступа: 08.10.2021.
4. Национальное кадастровое агентство [Электронный ресурс]: Публичная кадастровая карта / Дополнительные слои: Зоны ограничений/запретные/опасные/запрещенные для использования авиамоделей. – Режим доступа: <https://map.nca.by/layers>. – Дата доступа: 14.10.2021.
5. **Моисеев, В. С.** Прикладная теория управления беспилотными летательными аппаратами / В. С. Моисеев. – Казань: ГБУ РЦМКО, 2013. – 768 с.
6. **Лобатый А. А.** Аналитический синтез управляющего ускорения беспилотного летательного аппарата / А. А. Лобатый, А. Ю. Бумай, С. С. Прохорович // Наука и Техника, – 2021. – Т. 20. – № 4. – С. 338–344.
7. Методы классической и современной теории автоматического управления: в 5 т. / под ред. К. А. Пупкова и Н. Д. Егулова. – М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 5 Т. Методы современной теории автоматического управления. – 784 с.
8. **Лобатый, А. А., Икуас Ю. Ф.** Оптимальное программное управление беспилотным летательным аппаратом / А. А. Лобатый, Ю. Ф. Икуас // Наука и Техника, – 2012. – № 73. – С. 17–20.
9. **Лобатый А. А.** Формирование оптимальных параметров траектории пролета беспилотного летательного аппарата через заданные точки пространства / А. А. Лобатый, А. Ю. Бумай, Ду Цзюнь // Доклады БГУИР, – 2019. – № 7–8. – С. 50–57.
10. **Брайсон, А.** Прикладная теория оптимального управления / А. Брайсон, Хо Ю-ши. – М.: Мир, 1972. – 544 с.
11. **Красовский, А. А.** Системы автоматического управления летательных аппаратов / А. А. Красовский А. А., Ю. А. Вавилов, А. И. Сучков. – М.: ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1986. – 477 с.

## REFERENCES

1. Convention on International Civil Aviation [Electronic resource]: [signed in l. Chicago 07.12.1944] / ICAO Aviation organization. – Mode of access: [https://www.icao.int/publications/Documents/9790\\_ru.pdf](https://www.icao.int/publications/Documents/9790_ru.pdf). – Date of access: 08.10.2021.
2. Convention on International Civil Aviation. Application 4: Aeronautical charts [Electronic resource]: [signed in l. Chicago 07.12.1944] / ICAO Aviation organization. – Mode of access: [http://www.6pl.ru/asmap/Annexes/an04\\_cons\\_ru.pdf](http://www.6pl.ru/asmap/Annexes/an04_cons_ru.pdf). – Date of access: 08.10.2021.
3. Convention on International Civil Aviation. Application 11: Air traffic service [Electronic resource]: [signed in l. Chicago 07.12.1944] / ICAO Aviation organization. – Mode of access: [http://www.6pl.ru/asmap/Annexes/an11\\_cons\\_ru.pdf](http://www.6pl.ru/asmap/Annexes/an11_cons_ru.pdf). – Date of access: 08.10.2021.
4. National Cadastral Agency [Electronic resource]: Public cadastral map / Addition layers: Zones restricted/forbidden/dangerous/prohibited for using UAV. – Mode of access: <https://map.nca.by/layers>. – Date of access: 14.10.2021.
5. **Moiseev V. S.** Applied theory of control of unmanned aerial vehicles / V. S. Moiseev. – Kazan: GBU RCMKO, 2013. – 768 p.
6. **Lobaty A. A.** Analytical synthesis of the control acceleration of an unmanned aerial vehicle / A. A. Lobaty, A. Y. Bumai, S. S. Prohorovich // Nauka i Tehnika, – 2021. – V. 20. – № 4. – PP. 338–344.
7. Methods of classical and modern theory of automatic control: in 5 v. / ed. K. A. Pupkova and N. D. Egupova. – M.: Izdatelstvo MGTU im. N. E. Baumana, 2004. – 5 V. Methods of classical and modern theory of automatic control. – 784 p.
8. **Lobaty, A. A., Ikuas Y. F.** Optimal software control of the unmanned aerial vehicle / A. A. Lobaty, Y. F. Ikuas // Nauka i Tehnika, – 2012. – № 73. – PP. 17–20.
9. **Lobaty A. A., Bumai A. Y., Du J.** Formation of optimal parameters of the flight path of an unmanned aerial vehicle through specified points in space / A. A. Lobaty, A. Y. Bumai, J. Du // Doklady BGUIR, – 2019. – № 7–83. – PP. 50–57.
10. **Bryson A., Ho Yushi** Applied optimal control theory / A Bryson, Y. Ho. – M.: Mir, 1972. – 544 p.
11. **Krasovskiy, A. A.** Automatic aircraft control systems / A. A. Krasovskij, Y. A. Vavilov, A. I. Suchkov. – M.: VVIA im. N. E. Zhukovskogo, 1986. – 477 p.

Поступила  
27.10.2021

После доработки  
09.11.2021

Принята к печати  
01.12.2021

*LOBATY A. A., BUMAI A. Y., AVSIEVICH A. M.*

## FORMATION OF UNMANNED AIRCRAFT TRAJECTORY WHEN FLYING AROUND PROHIBITED AREAS

*Belarusian National Technical University*

Considered the problem of flying over restricted areas by an unmanned aerial vehicle (UAV), which have various shapes and restrictions, set on the basis of the international airspace classification system for aviation in accordance with the Chicago Convention and the recommended principles for the formation of forbidden zones, rules for creating a flight route along forbidden zones and actions in case of border violations of restricted areas. The problem of analytical synthesis of the control acceleration of an unmanned aerial vehicle (UAV) is solved during its flight along a route passing along the boundaries of the forbidden zone of a given shape, along a given trajectory, which consists of subsequent segments located at the same height relative to the earth's surface, in a given coordinate system. The optimal control synthesis problem is solved as an analytical definition of the optimal control of a linear non-stationary system based on the quadratic quality functional. A mathematical model of UAV motion in the horizontal plane is proposed, in the form of a system of ordinary differential equations in the Cauchy form. A law for measuring the control acceleration of the UAV's center of mass is obtained on the basis of specifying the minimized quality functional and the corresponding constraints, which is a feature of the considered method of solving the problem. The proposed quality functional takes into account the parameters of coordinates and speed of the UAV, which correspond to the given points in the airspace, which characterize the necessary trajectory for flying around the restricted area. The derived mathematical dependences make it possible to implement them on board a UAV and minimize energy costs when guiding a UAV moving through specified points in space. Computer modeling of the derived analytical results, mathematical dependencies representing the optimal trajectory of the UAV flight along the boundaries of the forbidden zone, as well as the corresponding processes of changing the control acceleration and speed of the UAV movement was carried out, which made it possible to draw conclusions about the efficiency of the proposed method and the feasibility of its further use as a basis for the initial stage of the synthesis of the UAV control system.

**Keywords:** prohibited areas, unmanned aerial vehicle, optimal control law, flight trajectory, minimized functional, mathematical modeling.



**Лобатый Александр Александрович**, доктор технических наук, профессор. Проводит исследования в области анализа и синтеза систем управления, в том числе – беспилотными летательными аппаратами. Автор и соавтор множества статей в научных журналах и конференциях, автор ряда книг и учебных пособий.

**Lobaty A. A.**, Doctor of Science, Professor. Conducts research in the areas of analysis and synthesis of control systems including unmanned aerial vehicles. He is the author and co-author of many articles in scientific journals, conferences and books.

E-mail: lobaty@bntu.by



**Бумай Андрей Юрьевич**, аспирант кафедры «Информационные системы и технологии» Белорусского национального технического университета. Проводит исследования в области анализа и синтеза стохастических систем управления применительно к беспилотным летательным аппаратам.

**Bumai A. Y.**, PhD student of « Information Systems and Technologies» department of Belarusian National Technical University. Conducts research in the areas of analysis and synthesis of stochastic control systems applying to unmanned aerial vehicles.

E-mail: andrei.bumai@gmail.com



**Авсиевич Андрей Михайлович**, кандидат технических наук. Декан факультета «Информационных технологий и робототехники» Белорусского национального технического университета. Проводит исследования в области надежности механических систем. Автор и соавтор ряда статей в научных журналах и конференциях.

**Avsievich A. M.**, Ph.D in Technology. Head of the department «Information Technology and Robotics» at the Belarusian National Technical University. Conducts research in the field of reliability of mechanical systems. Author and co-author of a number of articles in scientific journals and conferences.

E-mail: fitr@bntu.by