

# EL BOSÓN DE HIGGS Y LA RUPTURA ESPONTÁNEA DE SIMETRÍA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA TEÓRICA  
UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA

Autor :

*David Arruga Méndez*

Directora :

*Dra. Siannah Peñaranda Rivas*



**Universidad**  
Zaragoza



# ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	2
<b>1. SIMETRÍAS</b> .....	3
1.1 Principio de Gauge: .....	3
1.2 Ruptura espontanea de simetría:.....	4
1.3 Teorema de Goldstone:.....	4
<b>2. ELECTRODINÁMICA CUÁNTICA (QED)</b> .....	4
<b>3. RUPTURA DE SIMETRÍA</b> .....	7
3.1 Modelo simple rotura de simetría .....	7
3.2 Ruptura de simetría global.....	9
<b>4. MECANISMO DE HIGGS</b> .....	10
4.1 Rompiendo la invarianza gauge local .....	10
4.2 Reescribiendo el Lagrangiano utilizando el Gauge unitario .....	11
<b>5. MECANISMO DE HIGGS EN EL MODELO ESTANDAR</b> .....	13
5.1 Rompiendo la invarianza $SU(2)_L \times U(1)_Y$ .....	13
5.2 Parte escalar del Lagrangiano.....	14
5.3 Reescribiendo el Lagrangiano en función de $(W^+, W^-, Z, \gamma)$ .....	15
<b>6. MASA DE LAS PARTÍCULAS</b> .....	17
6.1 Masa de los bosones .....	17
6.2 Masa de los fermiones .....	18
<b>7. DECAIMIENTO DEL BOSÓN DE HIGGS</b> .....	20
<b>8. SUPERCONDUCTIVIDAD</b> .....	23
<b>9. CONCLUSION</b> .....	25
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	25
<b>ANEXO</b> .....	26
A.1 Términos de interacción del Lagrangiano .....	26
A.2 Superconductividad (ejercicio resuelto) .....	27

## INTRODUCCIÓN

La búsqueda del conocimiento de los constituyentes fundamentales del universo y sus interacciones ha motivado el desarrollo de la física, en particular la física de altas energías, y con ello ha generado modelos que permiten explicar las observaciones experimentales. Particularmente, el modelo más exitoso de la física contemporánea es el Modelo Estándar de las partículas elementales, que consiste en una teoría que describe las interacciones electrodébiles y fuertes. El éxito del Modelo Estándar reside no solo en la precisa descripción de los resultados experimentales, sino también en sus predicciones, como por ejemplo la existencia de los bosones mediadores de las interacciones débiles y la relación entre sus masas, que han sido verificados experimentalmente con mucha precisión, y la unificación de las interacciones débil y electromagnética, siendo este último uno de los mayores logros de este modelo desde un punto de vista teórico.

En este trabajo vamos a estudiar algunos aspectos formales del desarrollo matemático que describen el Modelo Estándar si trabajamos bajo unas ciertas condiciones, lo que posteriormente dará paso a la ruptura espontánea de simetría y el nacimiento del bosón de Higgs.

# 1. SIMETRÍAS

Las simetrías juegan un papel fundamental en la física. Para comprender bien qué es una ruptura de simetría, primero debemos conocer bien qué es una simetría y cómo se comporta.

Un sistema físico simétrico es aquel que exhibe propiedades de simetría, es decir, un sistema que mantiene sus propiedades bajo una transformación (rotacional, temporal ...). Podemos clasificarlas en dos tipos :

- 1) Simetrías Discretas: Describe cambios no continuos
- 2) Simetrías Continuas: Descritas por funciones continuas o continuamente diferenciables

Dentro de las simetrías continuas distinguimos: internas y espacio-temporales. Nos interesan las simetrías internas que actúan sobre los números cuánticos y las coordenadas espacio-temporales de una partícula, transformándola en otra con diferentes números cuánticos y diferentes coordenadas espacio-temporales, pero manteniendo la misma masa.

Dentro de las simetrías internas podemos diferenciar:

- Simetría global: donde los parámetros de la transformación no dependen de las coordenadas espacio temporales
- Simetría local: dónde sí que lo hacen.

Introducimos los conceptos teóricos básicos que fundamentan este trabajo.

## 1.1 Principio de Gauge:

Sea un sistema físico de partículas  $\psi$  cuya dinámica esté descrita por un Lagrangiano el cual es invariante bajo una simetría global  $U$ . Para formular una teoría invariante bajo transformaciones locales introducimos una derivada covariante que añadirá nuevos campos bosónicos, llamados campos de gauge, los cuales interaccionan con el campo de modo que el Lagrangiano sea invariante de gauge. El número de campos gauge depende del grupo de simetría, siendo el número de bosones de gauge igual al número de generadores del grupo de simetría.

## 1.2 Ruptura espontanea de simetría:

Por definición un sistema físico tiene una simetría espontáneamente rota si las interacciones que gobiernan la dinámica del sistema poseen tal simetría y el estado base (vacío) no la posee. Esta ruptura espontánea de simetría tiene repercusiones sobre la dinámica del sistema, una de estas consecuencias está descrita por el teorema de Goldstone.

## 1.3 Teorema de Goldstone:

Si una teoría de campos posee una simetría global del Lagrangiano que a su vez no es simetría del vacío (ruptura espontánea), entonces es necesario que exista un bosón escalar sin masa asociado a cada generador que no aniquile el vacío y que tiene sus mismos números cuánticos. Estos bosones son llamados *bosones de Goldstone*.

## 2. ELECTRODINÁMICA CUÁNTICA (QED)

La QED es la teoría de gauge más exitosa de física de partículas hasta el momento. Describe la dinámica de las partículas cargadas electromagnéticamente, cuya interacción está mediada por el fotón ( $\gamma$ ). Para construir el Lagrangiano del Modelo Estándar podemos comenzar considerando este modelo [1]:

Introducimos campo de Dirac  $\psi$ , sin masa, con spin  $s = 1/2$ , cuyo Lagrangiano es:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu)\psi$$

La demostración de que es invariante bajo una transformación global  $U(1)$  es inmediata:

$$\psi \rightarrow e^{i\theta Q}\psi \quad \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} e^{-i\theta Q} \quad \partial_\mu \psi \rightarrow e^{i\theta Q} \partial_\mu \psi$$

Donde  $\theta$  es un parámetro libre y  $Q$  es el generador del grupo  $U(1)$ .

Si ahora queremos que sea transformación local, entonces  $\theta$  depende de  $x$ , y las transformaciones son:

$$\begin{aligned} \psi &\rightarrow e^{i\theta(x)Q}\psi & \bar{\psi} &\rightarrow \bar{\psi} e^{-i\theta(x)Q} \\ \partial_\mu \psi &\rightarrow e^{i\theta(x)Q} \partial_\mu \psi + iQ[\partial_\mu \theta(x)]e^{i\theta(x)Q}\psi \end{aligned}$$

Y el Lagrangiano queda:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}\gamma^\mu[(\partial_\mu + iQ(\partial_\mu\theta(x)))]\psi$$

Como vemos, no es invariante porque aparece un término adicional, para restaurar la simetría acudimos al Principio de Gauge e introducimos un bosón vectorial gauge: el campo fotónico  $A_\mu$  que se transforma:

$$A_\mu \rightarrow A_\mu - \frac{1}{e}\partial_\mu\theta(x) \quad (1)$$

Esta transformación garantiza que se compensará el término adicional de  $\partial_\mu \neq 0$  de forma que el Lagrangiano total sea finalmente invariante gauge.

La manera más sencilla de construir un Lagrangiano invariante es simplemente reemplazando la derivada usual  $\partial_\mu$  por la derivada covariante  $D_\mu$  :

$$\partial_\mu\psi \rightarrow D_\mu\psi = (\partial_\mu - ieQA_\mu)\psi$$

$$D_\mu\psi \rightarrow e^{i\theta(x)Q}D_\mu\psi$$

Y por último, para incluir la propagación de dicho campo  $A_\mu$  (en QED es el fotón) debemos añadir el término cinético:

$$\mathcal{L}_{Kin} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

que es invariante de gauge, siendo  $F_{\mu\nu}$  el tensor de esfuerzo:  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$

De este modo el Lagrangiano total queda:

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu D_\mu)\psi(x) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2 \quad (2)$$

siendo el último término el llamado "fijado del gauge", para asegurar también invarianza de Lorentz.

Estudiaremos ahora el grupo de simetría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , pues es el grupo de simetría de la QED, que tiene cuatro generadores. Nos interesa este conjunto pues los multipletes de la QED están en esta base. Como hemos dicho si promovemos la transformación de fase de *global* a *local*, es decir, si hacemos que los parámetros pasen a tener dependencia de las coordenadas espacio-temporales, vemos que ya no se tiene invarianza gauge local, por tanto podemos, vía el principio de gauge, introducir la derivada covariante [2]:

$$D_\mu = \partial_\mu + ig \sum_{a=1}^3 T^a W_\mu^a + ig' \frac{Y}{2} B_\mu \quad (3)$$

Donde se han introducido los campos gauge  $W_\mu^a$  con  $a = 1,2,3$  y  $B$ , los primeros asociados a  $SU(2)_L$  y el ultimo a  $U(1)_Y$ , y las constantes de acople  $g$  y  $g'$ .

Como sabemos que  $T_a = \sigma_a/2$  siendo  $\sigma$  las matrices de Pauli:

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{ig}{2} \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} W_\mu^1 + \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} W_\mu^2 + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} W_\mu^3 \right\} + \frac{ig'}{2} \begin{pmatrix} Y & 0 \\ 0 & Y \end{pmatrix} B_\mu$$

Si ahora definimos:

$$W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)$$

encontramos una representación explícita de la derivada covariante  $D_\mu$ :

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{ig}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 + \frac{g'}{g} Y B_\mu & \sqrt{2} W_\mu^+ \\ \sqrt{2} W_\mu^- & -W_\mu^3 + \frac{g'}{g} Y B_\mu \end{pmatrix} \quad (4)$$

Anteriormente solo nos había hecho falta un bosón de gauge para la definición de la derivada ( $A_\mu$ ), sin embargo, ahora necesitamos cuatro campos,  $W^i$  y  $B_\mu$ , que estarán asociados a los bosones de gauge  $W^\pm, Z$  y  $\gamma$ .

Es necesario utilizar cuatro campos en este desarrollo porque tenemos cuatro generadores, las tres matrices de Pauli y la carga de isospín del electrón.

Una última herramienta a introducir es el llamado ángulo de Weinberg  $\theta_W$  [2], que relacionar la carga del electrón con las constantes de acople  $g$  y  $g'$  de forma que:

$$g = \frac{e}{\sin \theta_W} \quad ; \quad g' = \frac{e}{\cos \theta_W} \quad ; \quad \tan \theta_W = \frac{g'}{g}$$

Una vez introducidos los conceptos básicos y las herramientas matemáticas necesarias, procedemos a tratar más detalladamente el concepto de rotura de simetría.

### 3. RUPTURA DE SIMETRÍA

En este apartado veremos las condiciones bajo las que se produce el fenómeno de ruptura espontánea de simetría que hemos introducido brevemente en el primer capítulo. Presentaremos primero un modelo simple de ruptura de simetría que extendaremos a la ruptura de simetría global con un campo escalar complejo. Para ello, analizaremos el Lagrangiano del sistema correspondiente.

El Lagrangiano es la función escalar de la cual obtenemos todas las propiedades sobre la evolución de un sistema, donde la ecuación de Euler-Lagrange nos da las ecuaciones de movimiento de este sistema:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0 \quad (5)$$

En general, el Lagrangiano para una partícula escalar  $\phi$  es:

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^2 + C + \alpha \phi + \beta \phi^2 + \gamma \phi^3 + \delta \phi^4 + \dots \quad (6)$$

Donde podemos identificar, por orden, el término cinético, una constante  $C$  que será el potencial, y los términos de interacción a diferentes órdenes. Destacamos el término cuadrático que es el término de masa de la partícula ( $\propto \phi^2$ ).

#### 3.1 Modelo simple rotura de simetría

Para describir la idea de la rotura de simetría empezaremos con un modelo simple de un campo escalar real  $\phi$ , con Lagrangiano [2,3]:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 - V(\phi)$$

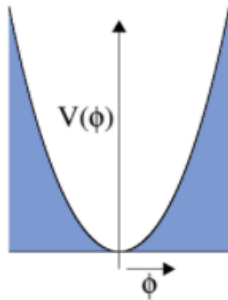
con un potencial específico  $V(\phi) = \frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda \phi^4$ , queda:  $\mathcal{L}$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 - \frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 - \frac{1}{4} \lambda \phi^4$$

$\mathcal{L}$  es simétrico bajo  $\phi \rightarrow -\phi$  y  $\lambda$  es positivo, así que dependiendo del signo de  $\mu^2$  podemos distinguir dos situaciones:



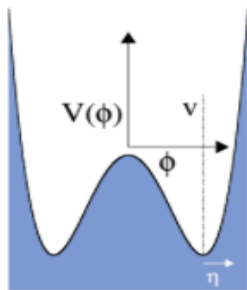
- $\mu^2 > 0$



Para analizar el espectro de la partícula introducimos pequeñas perturbaciones alrededor del mínimo (vacío). En este caso el vacío está en  $\phi = 0$  y es simétrico en  $\phi$ . Comparando con la ecuación (6) vemos que este Lagrangiano describe una partícula libre con masa  $\mu$  que tiene un término de interacción al cuarto orden

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 - \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 - \frac{1}{4}\lambda\phi^4$$

- $\mu^2 < 0$



La primera impresión es que el sistema describe una partícula  $\phi$  con masa imaginaria, si ahora nos fijamos en el potencial, vemos que no tiene sentido obtener el espectro de la partícula utilizando el campo  $\phi$  ya que en  $\phi = 0$  ya no tenemos un mínimo, sino que ahora el vacío está situado en:

$$\phi_0 = \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}} = v$$

Para ahora poder estudiar bien el espectro de la partícula, tendremos que estudiar las pequeñas perturbaciones alrededor de este mínimo. Para ello introducimos un nuevo campo  $\eta = \phi - v$ , y reescribimos el Lagrangiano en función de  $\eta$ :

$$\mathcal{L}(\eta) = \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)(\partial^\mu\eta) - \lambda v^2\eta^2 - \lambda v\eta^3 - \frac{1}{4}\lambda\eta^4 - \frac{1}{4}\lambda v^4$$

Aunque el Lagrangiano sigue siendo simétrico en  $\phi$ , las perturbaciones alrededor del mínimo NO son simétricas en  $\eta$ ;  $V(-\eta) \neq V(\eta)$ .

De nuevo comparamos este Lagrangiano con el de la expresión (6) y vemos que esta vez describe la cinemática de una partícula escalar con masa real.

$$\frac{1}{2}m_\eta^2 = \lambda v^2 \rightarrow m_\eta = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2} \quad \text{y como } \mu^2 < 0 \quad \text{nos queda } m_\eta > 0$$

Al trabajar en la situación ( $\mu^2 < 0$ ), vemos que, además de una partícula escalar masiva, adicionalmente tenemos términos de interacción de tercer y cuarto orden. En este caso el Lagrangiano original es simétrico, pero el estado de vacío no lo es, por tanto estamos ante una **ruptura espontánea de simetría**. Hemos añadido un grado de libertad a nuestra teoría: Tenemos una partícula escalar.

### 3.2 Ruptura de simetría global

Ahora añadiremos un campo escalar complejo ( $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$ ). El lagrangiano y el potencial serán:

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^* (\partial^\mu \phi) - V(\phi) \qquad V(\phi) = \mu^2(\phi^* \phi) + \lambda(\phi^* \phi)^2$$

Siendo el primero invariante bajo simetría global:

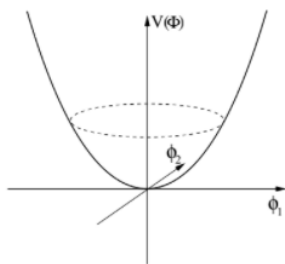
$$\phi' \rightarrow e^{i\alpha} \phi \qquad \phi'^* \phi' \rightarrow \phi^* \phi e^{-i\alpha} e^{i\alpha} = \phi^* \phi$$

que expresado en función de  $(\phi_1, \phi_2)$  queda:

$$\mathcal{L}(\phi_1, \phi_2) = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_1)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)^2 - \frac{1}{2}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{1}{4}\lambda(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2$$

Nuevamente hay dos casos:

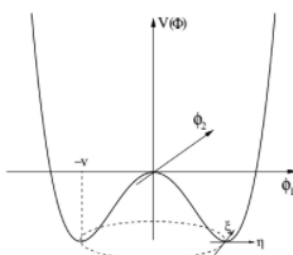
- $\mu^2 > 0$



La situación describe dos partículas masivas con sus términos de interacción, hay un punto de vacío estable en  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\mathcal{L}(\phi_1, \phi_2) = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_1)^2 - \frac{1}{2}\mu^2\phi_1^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)^2$$

- $\mu^2 < 0$



Al igual que antes, ya no hay un solo vacío situado en  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  sino que ahora tenemos infinitos vacíos que satisfacen:

$$\sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2} = \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}} = v$$

Tomamos por conveniencia  $\phi_1 = v$  ,  $\phi_2 = 0$  y vemos otra vez que pasa usando pequeñas oscilaciones. Definimos otras dos variables  $\eta, \xi$  de forma que  $\eta = \phi_1 - v$  ;  $\xi = \phi_2$  . Por tanto, las perturbaciones alrededor del vacío están descritas por:

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta + v + i\xi)$$

Despreciando los términos constantes y los términos de órdenes mayores que dos, el Lagrangiano en función de estas dos nuevas variables queda:

$$\mathcal{L}(\eta, \xi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2 - (\lambda v^2)\eta^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)^2 + 0 \cdot \xi^2$$

Donde podemos identificar una partícula con masa y otra sin masa

$$m_\eta = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2} > 0 \quad m_\xi = 0$$

A diferencia del campo  $\eta$ , que mide la dirección radial, en el campo  $\xi$  no hay "fuerzas" actuando en esta dirección. Esto es una consecuencia directa de la simetría  $U(1)$  del Lagrangiano y por el teorema de Goldstone sabemos que la partícula  $\xi$  será el bosón de Goldstone.

## 4. MECANISMO DE HIGGS

En el apartado anterior hemos visto como, al añadir un potencial determinado a nuestra teoría y estudiar el Lagrangiano en una situación particular ( $\mu^2 < 0$ ), los cálculos nos conducen a un sistema que experimenta una ruptura espontánea de simetría global. En este apartado iremos un paso más allá y estudiaremos qué es lo que sucede si rompemos una teoría invariante gauge local.

### 4.1 Rompiendo la invarianza gauge local

Partimos de una teoría  $U(1)$  invariante gauge y vemos cómo podremos añadir un término de masa para el bosón gauge (fotón). La invarianza gauge local  $U(1)$  implica la invarianza bajo  $\phi' \rightarrow e^{i\alpha(x)}\phi$ , en la parte de QED aprendimos que necesitamos aplicar la derivada covariante y la transformación pertinente para el campo vectorial:

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - ieQA_\mu$$

$$A'_\mu = A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha$$

Entonces el Lagrangiano invariante  $U(1)$  para un campo escalar complejo será:

$$\mathcal{L} = (D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - V(\phi)$$

Donde  $\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$  es el término cinético del campo gauge (fotón) y  $V(\phi)$  el potencial que vimos en el apartado "rotura de simetría global"  $V(\phi) = \mu^2(\phi^*\phi) + \lambda(\phi^*\phi)^2$ .

De nuevo, el comportamiento del sistema dependerá del signo de  $\mu^2$ :

- $\mu^2 > 0$

La simetría del Lagrangiano se mantiene en torno al vacío localizado en  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ , tenemos la QED con un fotón sin masa y dos partículas  $\phi_1$  y  $\phi_2$  cada una con masa  $\mu$ .

- $\mu^2 < 0$

Tenemos un número infinito de estados de vacío, cada uno satisfaciendo  $\phi_1^2 + \phi_2^2 = -\mu^2/\lambda = v^2$ . El espectro de la partícula se obtiene estudiando las pequeñas oscilaciones, mediante un procedimiento similar al que hemos visto de rotura de simetría global. La diferencia es que, debido a la invarianza *local*, van a aparecer algunas novedades.

Utilizando de nuevo los campos auxiliares  $\eta, \xi$  podemos definir el vacío  $\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta + v + i\xi)$ , y reescribir el Lagrangiano total en función de estos campos [2]:

$$\mathcal{L}(\eta, \xi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)^2 - \lambda v^2\eta^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\xi)^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}e^2v^2A_\mu^2 - evA_\mu^2(\partial^\mu\xi) + int \quad (7)$$

Analizamos cada término: El primero y el segundo describen una partícula masiva  $\eta$ , siendo el segundo su término de masa. El tercero describe la dinámica de una partícula  $\xi$ , que carece de masa pues no tiene en el Lagrangiano su término cuadrático asociado. El cuarto es la componente cinética del campo gauge, y por último el quinto y sexto término corresponden al campo fotónico  $A_\mu$ , siendo el quinto término su término de masa. El Lagrangiano contiene más términos de interacción que son mostrados en el anexo (A.1)

## 4.2 Reescribiendo el Lagrangiano utilizando el Gauge unitario

Como hemos visto anteriormente en el apartado de la QED, al imponer la invarianza del Lagrangiano, hemos exigido que la transformación de  $A_\mu$  sea (1). Dado que el parámetro  $\theta$  es arbitrario, podemos elegir  $\theta = -\xi/v$ , llamado **gauge unitario** que permite eliminar los términos que contienen el campo  $\xi$ .

Fijándonos en los términos que contienen el campo  $\xi$  en (7), vemos que podemos reescribirlos como.:

$$\frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)^2 - evA_\mu^2(\partial^\mu \xi) + \frac{1}{2}e^2v^2A_\mu^2 = \frac{1}{2}e^2v^2 \left[ A_\mu - \frac{1}{ev}(\partial_\mu \xi) \right]^2 = \frac{1}{2}e^2v^2(A'_\mu)^2$$

Y como consecuencia de la elección de este gauge unitario, el campo  $\phi$  cambiará acorde con él:

$$\phi' \rightarrow e^{-i\xi/v}\phi = e^{-i\xi/v}\frac{1}{\sqrt{2}}(v + \eta + i\xi) = e^{-i\xi/v}\frac{1}{\sqrt{2}}(v + \eta)e^{+i\xi/v} = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h)$$

Donde hemos introducido el campo real  $h$ , o campo de Higgs. Cuando escribimos el Lagrangiano con este gauge específico vemos que todos los términos que tenían el campo  $\xi$  desaparecen y que el grado adicional de libertad aparece como el término de masa del bosón gauge asociado a la rotura de simetría.

Reescribimos el Lagrangiano en función del nuevo campo real  $h$  :

$$\mathcal{L}(h) = \frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 - \lambda v^2\eta^2 + \frac{1}{2}e^2A_\mu^2(v + h)^2 - \lambda v h^3 - \frac{1}{4}\lambda h^4$$

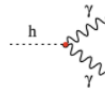
Y vemos que no sólo obtenemos términos proporcionales a  $A_\mu^2$ , es decir, un término de masa para el campo gauge (fotón), sino que también obtenemos términos que describen la interacción del campo gauge con el campo de Higgs, además de los términos de autointeracción del Higgs a tercer y cuarto orden. Si expandimos el término de interacción  $\frac{1}{2}e^2A_\mu^2(v + h)^2$  :

$$\mathcal{L}(h) = \frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 - \lambda v^2\eta^2 + \frac{1}{2}e^2v^2A_\mu^2 + e^2vA_\mu^2h + \frac{1}{2}e^2h^2A_\mu^2 - \lambda v h^3 - \frac{1}{4}\lambda h^4 \quad (8)$$

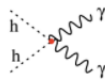
Obtenemos tres términos importantes:

1)  $\frac{1}{2}e^2v^2A_\mu^2$  : Término de masa para el campo gauge (fotón)  $m_\gamma = ev$  (9)

2)  $e^2vA_\mu^2h$  : Interacción Higgs/fotón 3 point.



3)  $\frac{1}{2}e^2h^2A_\mu^2$  : Interacción Higgs/fotón 4 point



Vemos como gracias a la elección de un gauge determinado (gauge unitario) hemos podido introducir un campo escalar  $h$  a la teoría gauge que teníamos y de esta forma eliminar los términos correspondientes al campo  $\xi$ , haciendo que el grado de libertad adicional aparezca como término de masa para el bosón de gauge (fotón). Este proceso se denomina mecanismo de Higgs, que es el mecanismo por el cual adquieren masa las partículas elementales.

## 5. MECANISMO DE HIGGS EN EL MODELO ESTANDAR

En este apartado aplicaremos la idea de rotura espontánea de simetría al modelo de las interacciones electrodébiles, y veremos que haciendo una elección adecuada de los parámetros podemos obtener los términos de masa de los bosones masivos  $W^\pm$  y  $Z$ , mientras dejamos al fotón sin masa,

### 5.1 Rompiendo la invarianza $SU(2)_L \times U(1)_Y$

El Modelo Estándar se rige por los grupos de simetría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , por tanto, para romper la invarianza gauge local necesitaremos seguir los siguientes pasos:

#### 1) Doblete de isospín

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}$$

Como queremos que el Lagrangiano mantenga todas sus simetrías, debemos añadir multipletes de  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , aquí añadiremos un doblete izquierdo (left-handed doublet) con isospín  $I = 1/2$ , de forma que las cargas eléctricas de ambas componentes, superior e inferior cumplan que la hipercarga sea  $Y = +1$ . Esta condición es fundamental.

#### 2) Potencial que rompa la simetría.

$$V(\phi) = \mu^2(\phi^\dagger\phi) + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2 \quad \text{con } \mu^2 < 0$$

Entonces el Lagrangiano queda

$$\mathcal{L} = (D^\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi) - V(\phi)$$

Donde  $D_\mu$  es la derivada covariante asociada a  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ :

$$D_\mu = \partial_\mu + ig\frac{1}{2}\vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu + ig'\frac{1}{2}YB_\mu$$

#### 3) Elegir un vacío.

Hemos visto que cualquier elección de vacío que rompa la simetría generará masa para el bosón de gauge correspondiente. Elegimos este vacío:

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix}$$

que es neutral, con  $I = 1/2$  y  $I_3 = -1/2$ . Veremos que esta elección de vacío rompe  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  pero deja  $U(1)_{EM}$  invariante, dejando solo al fotón sin masa.

Vamos a comprobar cómo actúan los generadores de  $SU(2)_L$ ,  $U(1)_Y$  y  $U(1)_{em}$  sobre este vacío que hemos elegido:

- $SU(2)_L$  :  $\tau_1 \phi_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v+h \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0 \rightarrow \text{simetría rota}$
- $\tau_2 \phi_0 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} = \frac{-i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v+h \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0 \rightarrow \text{simetría rota}$
- $\tau_3 \phi_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} \neq 0 \rightarrow \text{simetría rota}$
- $U(1)_Y$  :  $Y_{\phi_0} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} \neq 0 \rightarrow \text{simetría rota}$

La ruptura de estas simetrías indica que los 4 bosones de gauge ( $W_1, W_2, W_3, B$ ) adquieren masa a través del mecanismo de Higgs, como vimos en el apartado anterior, siendo  $W_1$  y  $W_2$  los  $W^\pm$ , mientras que  $W_3$  y  $B$  son el  $Z$  y el fotón. No obstante, vemos que hay una simetría que no se rompe, es decir, que permanece invariante, la simetría electromagnética  $U(1)_{EM}$  cuyo generador va asociado a la carga eléctrica:

- $U(1)_{EM}$  :  $Q \phi_0 = \frac{1}{2}(\phi_3 + Y)\phi_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} = 0 \rightarrow \text{simetría sana}$

Como consecuencia de esta invarianza, solo aparecerán tres bosones de Goldstone, por lo que solo podremos dar masa a tres de los cuatro bosones vectoriales ( $W_1, W_2, W_3, B$ ), quedando uno sin masa, que será el campo del fotón.

## 5.2 Parte escalar del Lagrangiano

Para obtener las masas para los bosones de gauge solo tenemos que estudiar la parte escalar del Lagrangiano:

$$\mathcal{L} = (D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) - V(\phi)$$

Donde recordamos que la derivada covariante actúa en  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  como:

$$D_\mu \phi = \left[ \partial_\mu + ig \frac{1}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu + ig' \frac{1}{2} Y B_\mu \right] \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} \quad (10)$$

El potencial dará masa a los términos de masa del Higgs y las autointeracciones del Higgs, mientras que el término de las derivadas covariantes dará las masas de los bosones de gauge (y sus interacciones con el bosón de Higgs).

En el apartado 3, al reescribir el Lagrangiano en función del campo de Higgs  $h$ , vimos que expandiendo el término  $(v + h)^2$  obtenemos 3 términos relevantes. Aquí estudiaremos el primero (9), el correspondiente a las masas para los bosones de gauge ( $\propto v^2$ ), por tanto, no nos interesan los términos de interacción con el campo de Higgs, así que podemos reescribir (10) :

$$D_\mu \phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \partial_\mu + ig \frac{1}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu + ig' \frac{1}{2} Y B_\mu \right] \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$$

$$D_\mu \phi = \frac{iv}{\sqrt{8}} \begin{pmatrix} g(W_1 - iW_2) \\ -gW_3 + g'Y_{\phi_0}B_\mu \end{pmatrix}$$

y entonces el término de derivadas  $(D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi)$  del Lagrangiano queda:

$$(D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) = \frac{1}{8} v^2 \left[ g^2 (W_1^2 + W_2^2) + (-gW_3 + g'Y_{\phi_0}B_\mu)^2 \right] \quad (11)$$

### 5.3 Reescribiendo el Lagrangiano en función de $(W^+, W^-, Z, \gamma)$

Ya tenemos la parte del Lagrangiano correspondiente a los términos de masa expresada en función de los campos bosónicos  $(W_1, W_2, W_3, B)$ , nuestro objetivo ahora es reescribir (11) en función de los bosones de gauge  $(W^+, W^-, Z, \gamma)$  que son los que se observan en la naturaleza y podemos medir experimentalmente. Lo haremos en dos pasos

#### 1) Términos con $W_1$ y $W_2$ .

La carga en dobletes  $SU(2)_L$  viene asociada a dos operadores de isospín dobletes  $\tau_+$  y  $\tau_-$ , que son combinaciones lineales de  $\tau_1$  y  $\tau_2$  :

$$\tau_+ = \frac{1}{2} (\tau_1 + i \tau_2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\tau_- = \frac{1}{2} (\tau_1 - i \tau_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

y que cada uno tiene asociado un bosón gauge  $W^+$ , y  $W^-$ , Por tanto podemos escribir los  $W_1$  y  $W_2$  en función de estos  $W^+$  y  $W^-$  :

$$W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_1 \mp iW_2) \quad \text{y se cumple} \quad \frac{1}{2} (\tau_1 W_1 + \tau_2 W_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\tau_+ W^+ + \tau_- W^-)$$

Finalmente, el primer término de (11) quedaría:

$$g^2 (W_1^2 + W_2^2) = g^2 (W^{+2} + W^{-2}) \quad (12)$$



2) Términos con  $W_3$  y  $B$

$$(-gW_3 + g'Y_{\phi_0}B_\mu)^2 = (W_3, B_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & -gg'Y_{\phi_0} \\ -gg'Y_{\phi_0} & g'^2 \end{pmatrix} \quad (13)$$

Analizando esta expresión podemos sacar importantes conclusiones. Primero nos dice que solamente si no es  $Y_{\phi_0} = 0$ , los campos  $W_3$  y  $B$  se mezclan. Y segundo que si la Hypercarga  $Y_{\phi_0} = \pm 1$  el determinante de la matriz se desvanece y una de las partículas no tendrá masa (el coeficiente para ese campo gauge al cuadrado será 0). Aquí vemos la importancia de elegir un vacío que cumpla  $Y_{\phi_0} = \pm 1$ . Para el resto del ejercicio simplemente tomaremos como  $Y_{\phi_0} = 1$ .

Si diagonalizamos la matriz de (13) podemos hallar sus autovalores con sus respectivos autovectores:

- $\lambda_1 = 0$  :  $\frac{1}{\sqrt{g^2+g'^2}} \begin{pmatrix} g' \\ g \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{g^2+g'^2}} (g'W_3 + gB_\mu) = A_\mu$  fotón ( $\gamma$ )
- $\lambda_2 = (g^2 + g'^2)$   $\frac{1}{\sqrt{g^2+g'^2}} \begin{pmatrix} g \\ -g' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{g^2+g'^2}} (gW_3 - g'B_\mu) = Z_\mu$  bosón Z

Y el segundo término de (11) queda:

$$(-gW_3 + g'Y_{\phi_0}B_\mu)^2 = (g^2 + g'^2)Z_\mu^2 + 0 \cdot A_\mu^2 \quad (14)$$

Una vez despejados estos dos términos, ya podemos reescribir la parte escalar del Lagrangiano en función de los bosones de gauge físicos ( $W^+, W^-, Z, \gamma$ ). Para ello, sustituimos las ecuaciones (12) y (14) en la expresión (11):

$$(D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) = \frac{1}{8} v^2 [g^2 (W^+)^2 + g^2 (W^-)^2 + (g^2 + g'^2) Z_\mu^2 + 0 \cdot A_\mu^2] \quad (15)$$

Este resultado nos muestra que aparecen términos de masa para los bosones  $W^\pm$  y el Z, y que se anula el término de masa para el campo del fotón  $A_\mu$ . Se confirma así que aplicando el mecanismo de Higgs a una teoría con simetría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , rompiendo la simetría a la  $U(1)_{EM}$ , podemos dotar de masa a los bosones de gauge. La masa de estas partículas se explica en el siguiente capítulo.

## 6. MASA DE LAS PARTÍCULAS

### 6.1 Masa de los bosones

En la expresión (15) podemos distinguir los diferentes términos que darán masa a cada uno de los bosones de gauge, identificamos cada uno:

Bosones masivos cargados y neutral ( $W^\pm, Z$ ) [3]:

- $M_{W^+} = M_{W^-} = \frac{1}{2} v g$
- $M_Z = \frac{1}{2} v \sqrt{g^2 + g'^2}$

El Modelo Estandar no puede predecir los valores de las masas  $W^\pm$  y  $Z$  porque los parámetros  $g$  y  $g'$  son parámetros libres. Los valores obtenidos experimentalmente para estas masas son:

- $M_{W^+} = M_{W^-} = 80.4 \text{ GeV}$
- $M_Z = 91.2 \text{ GeV}$

Aunque no haya una predicción absoluta de los valores de las masas de los bosones  $W^\pm$  y  $Z$ , sí que hay una clara predicción entre la relación de sus masas. De la parte de QED sabemos que el fotón se acopla a las cargas, cosa que nos ayuda a relacionar los valores  $e, g', g$ , como hemos visto anteriormente, con el ángulo de Weinberg:

$$e = g \sin(\theta_W) = g' \cos(\theta_W)$$

Veamos la relación de las masas:

$$\frac{M_W}{M_Z} = \frac{\frac{1}{2} v g}{\frac{1}{2} v \sqrt{g^2 + g'^2}} = \cos(\theta_W)$$

Bosón neutral sin masa ( $\gamma$ ) :

Le corresponde el último término de la expresión (14), el asociado al campo fotónico  $A_\mu$  :

$$\frac{1}{2} m_\gamma^2 = 0 \quad \rightarrow \quad m_\gamma = 0$$

Como hemos comentado al comienzo de esta sección, el término de derivadas nos da los términos de masa para los bosones de gauge, dejando al fotón sin masa.

### Bosón de Higgs:

Finalmente, quisiera incluir aquí el resultado que hemos obtenido de la teoría que hemos desarrollado para la masa del bosón de Higgs. Como hemos obtenido en la sección 4, los términos del potencial contienen la información necesaria para obtener tanto el término de masa de la partícula de Higgs, como los términos de sus autointeracciones. En concreto, el segundo término en la ecuación (8) nos permite obtener la masa del bosón de Higgs:

$$m_h = \sqrt{2\lambda v^2}$$

con  $v = 246 \text{ GeV}$ , Al ser  $\lambda$  un parámetro libre, la masa del bosón de Higgs NO está predicha en el SM. Los resultados experimentales para la masa del bosón de Higgs estiman un valor aproximado de  $125,3 \text{ GeV}$ .

## 6.2 Masa de los fermiones

En el apartado anterior hemos visto cómo el mecanismo de Higgs puede ser usado para dar masa a los bosones de gauge masivos manteniendo la invarianza gauge local, ahora estudiaremos cómo el mecanismo de Higgs también puede dar masa a los fermiones.

Introducimos una propiedad llamada quiralidad, según la cual términos como  $-m\bar{\psi}\psi$  se pueden descomponer en dos términos el diestro (right-handed) y el zurdo (left-handed):

$$-m\bar{\psi}\psi = -m[\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L]$$

Pero este término en el Lagrangiano NO es invariante gauge, porque los fermiones izquierdos forman un doblete de isospín  $\begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L$  y los derechos forman singletes de isospín  $e_R$ , por tanto se transforman diferente bajo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$

$$\chi_L \rightarrow \chi'_L e^{i\bar{W}\cdot\vec{T}+i\alpha Y}$$

$$\psi_R \rightarrow \psi'_R e^{i\alpha Y}$$

Si pudiéramos añadir un término en el Lagrangiano que sea singlete bajo  $SU(2)_L$  y bajo  $U(1)_Y$ , este quedaría invariante. Esto se puede conseguir usando el doblete complejo Higgs  $\phi$  introducido al comienzo del capítulo anterior.

Recordamos:

- Término  $\propto \bar{\psi}_L\psi_R$  NO es invariante bajo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$
- Término  $\propto \bar{\psi}_L\phi\psi_R$  SÍ es invariante bajo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$

Introducimos entonces un término en el Lagrangiano que acopla el doblete Higgs a los campos fermiónicos:

$$\mathcal{L}_{masa-fermion} = -\lambda_f [\bar{\psi}_L \phi \psi_R + \bar{\psi}_R \phi \psi_L] \quad (16)$$

Donde  $\phi$  es el campo escalar de Higgs y  $\lambda_f$  el coeficiente llamado "acople de Yukawa", que mide el acople del campo de Higgs con el campo fermiónico correspondiente.

Lo que vemos en este término es que no solo describe la interacción entre el campo Higgs y el fermión, sino que estos fermiones también adquieren una masa finita si el valor de expectación del doblete  $\phi$  no es nulo, caso que se cumple con nuestra elección:

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix}.$$

Veamos cómo la expresión (16) puede dotar de masa a los fermiones, con el ejemplo de los leptones, particularmente el electrón.

*Masa del electrón:*

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_e &= -\lambda_e \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (\bar{\nu}, \bar{e})_L \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R (0, v + h) \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L \right] \\ &= -\frac{-\lambda_e(v+h)}{\sqrt{2}} [\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L] \\ &= -\frac{-\lambda_e(v+h)}{\sqrt{2}} \bar{e} e \\ &= -\frac{\lambda_e v}{\sqrt{2}} \bar{e} e - \frac{\lambda_e}{\sqrt{2}} h \bar{e} e \end{aligned} \quad (16)$$

Distinguimos el primer término como el término de masa y el segundo como el término de interacción con el campo de Higgs. Podemos sacar algunas conclusiones de este último resultado:

- 1) El acople Yukawa se expresa normalmente como  $\lambda_f = \sqrt{2} \left( \frac{m_f}{v} \right)$  y el acople del fermión al campo Higgs como  $\frac{\lambda_f}{\sqrt{2}} = \frac{m_f}{v}$ , así que el acople de cada fermión será proporcional a su masa.
- 2) La masa del electrón NO es predicha porque  $\lambda_e$  es un parámetro libre. En ese sentido el mecanismo de Higgs no dice nada acerca la de masa del electrón exacta.
- 3) El acople del Higgs con el electrón es muy pequeño en comparación con el acople a los bosones cargados  $W$  :

$$\frac{\Gamma(h \rightarrow ee)}{\Gamma(h \rightarrow WW)} \propto \frac{\lambda_{eeh}^2}{\lambda_{WW}^2} = \left( \frac{gm_e/2M_W}{gM_W} \right)^2 = \frac{m_e^2}{4M_W^4} \approx 1.5 \cdot 10^{-21}$$

Para obtener la masa del resto de leptones, es decir,  $\mu$  y  $\tau$ , hacemos el procedimiento análogo. En el caso del resto de fermiones, los quarks, también podemos obtener sus masas de forma similar, introduciendo y resolviendo el término del Lagrangiano que los describe.

No obstante, el Modelo Estandar no otorga masa a los neutrinos, tienen masa nula, cosa que no es cierto porque se ha demostrado experimentalmente que sí tienen masa. Para explicar y entender la masa de los neutrinos se necesita un modelo alternativo llamado *seesaw model* que no trataremos en este trabajo.

Hemos visto como el mecanismo de Higgs dota de términos de masa a los bosones gauge y a los fermiones del Modelo Estándar. Con esto llegamos a la conclusión de que el mecanismo de Higgs es un proceso que nos permite solucionar el problema de las masas en este modelo, dotando de masa a todas las partículas elementales (a excepción de los neutrinos).

## 7. DECAIMIENTO DEL BOSÓN DE HIGGS

En la parte final de este trabajo trataremos el decaimiento del bosón de Higgs, que tras una vida media de  $1.56 \times 10^{-22}$  segundos, se descompone generalmente en dos cuerpos.

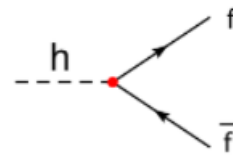
La expresión general para un decaimiento de dos cuerpos es:

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{32\pi^2 s} |\rho_f| S \quad (17)$$

Con  $M$  el elemento matriz,  $|\rho_f|$  el momento de las partículas finales, y  $S = \frac{1}{n!}$  para  $n$  partículas idénticas. En el decaimiento de dos cuerpos, partiendo del Higgs tenemos  $\sqrt{s} = m_h$   $|\rho_f| = \frac{1}{2}\beta\sqrt{s}$ .

Empecemos estudiando el caso del decaimiento a una pareja fermión-antifermión. Teniendo en cuenta la regla de Feynman del vértice de interacción de un Higgs a fermiones, y como el bosón de Higgs es un escalar, el elemento matriz queda:

$$\begin{aligned} -i\mathcal{M} &= \bar{u}(p_1) \frac{im_f}{v} v(-p_2) \\ i\mathcal{M}^\dagger &= \bar{v}(-p_2) \frac{-im_f}{v} u(p_1) \end{aligned}$$



Desarrollamos el elemento de matriz:

$$\begin{aligned}\mathcal{M}^2 &= \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 \sum_{s_1, s_2} (\bar{v})_{s_2} (-p_2) u_{s_1}(p_1) (\bar{u})_{s_1}(p_1) v_{s_2}(-p_2) \\ &= \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 [-4p_1 \cdot p_2 - 4m_f^2]\end{aligned}\quad (18)$$

Utilizando  $s = (p_1 - p_2)^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1 \cdot p_2$  y como tenemos fermiones en el estado final  $p_1^2 = p_2^2 = m_f^2$ . Si contamos que partimos del Higgs  $s = m_h^2$  por tanto juntando todo  $m_h^2 = 2m_f^2 - 2p_1 \cdot p_2$ . Seguimos con (18):

$$\begin{aligned}&= \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 [2m_h^2 - 8m_f^2] \\ &= \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 2m_h^2 \beta^2 \quad \text{con } \beta = \sqrt{1 - \frac{4m_f^2}{m_h^2}}\end{aligned}$$

Si también tenemos en cuenta el número de colores (para los quarks) queda:

$$\mathcal{M}^2 = \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 2m_h^2 \beta^2 N_c$$

Una vez conocida la expresión de este elemento de matriz, lo sustituimos en (17):

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{32\pi^2 s} |\rho_f| S = \frac{N_c m_h}{32\pi^2} \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 \beta^3$$

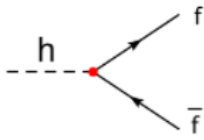
Hacemos la integración angular  $\int d\Omega = 4\pi$  y finalmente la tasa de decaimiento del boson de Higgs en una pareja fermión-antifermión es:

$$\Gamma(h \rightarrow f\bar{f}) = \frac{N_c}{8\pi v^2} m_f^2 m_h \beta^3 \quad (19)$$

Esta expresión nos informa de que la probabilidad de decaimiento es proporcional al cuadrado de la masa de los fermiones en los que decae, y como consecuencia cuanto más masivo sea un fermión mayor será la probabilidad de que el Higgs decaiga en él. Esto es verídico siempre que el proceso de decaimiento sea energéticamente factible, es decir, que la suma de las masas de las partículas en las que decae nunca superen la masa del Higgs primario. Siguiendo el mismo procedimiento podemos calcular la tasa de decaimiento en los bosones de gauge.

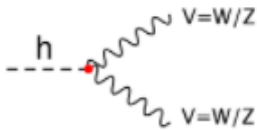
Cuando hablamos de tasa de decaimiento o probabilidad de desintegración del bosón de Higgs mediante un determinado canal estamos hablando de la razón entre la anchura de desintegración de ese mismo canal entre la anchura de desintegración total del bosón. Aquí se resumen los distintos canales de decaimiento del Higgs:

- Pareja de fermiones



$$\Gamma(h \rightarrow f\bar{f}) = \frac{N_c}{8\pi v^2} m_f^2 m_h \sqrt{1-x} \quad x = \frac{4m_f^2}{m_h^2}$$

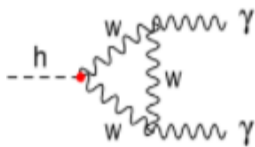
- Pareja de bosones



$$\Gamma(h \rightarrow VV) = \frac{g^2}{64\pi M_W^2} m_h^3 S_{VV} (1-x + \frac{3}{4}x^2) \sqrt{1-x}$$

con  $x = \frac{4M_W^2}{m_h^2}$  y  $S_{WW,ZZ} = 1, \frac{1}{2}$

- Pareja de fotones



$$\Gamma(h \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{\alpha^2}{256\pi^3 v^2} m_h^3 \left| \frac{4}{3} \sum_f N_c^{(f)} e_f^2 - 7 \right|^2$$

Un detalle relevante es que todas estas amplitudes de desintegración dependen del valor de la masa del Higgs, por tanto podemos representar cómo cambian estas amplitudes en función de  $m_h$  [2]:

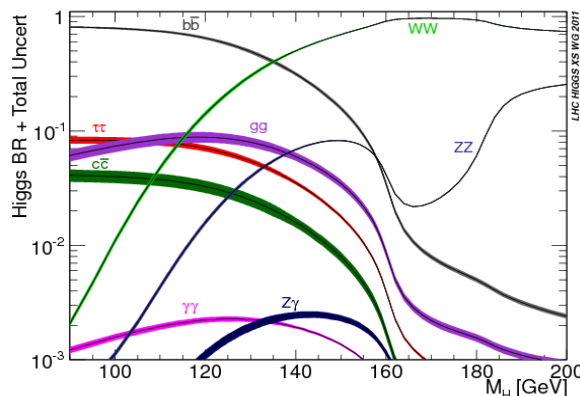


Figura 1. Canales de decaimiento del bosón de Higgs [2]

En esta representación incluimos todos los canales de decaimiento posibles para el bosón de Higgs, sin embargo, a lo largo de todo este trabajo solo hemos considerado los resultados de los cálculos a nivel árbol, es decir, a primer orden en teoría de perturbaciones.

Esto explica por qué en la gráfica aparecen canales como  $h \rightarrow gg$  o  $h \rightarrow \gamma Z$ , pues aparecen al desarrollar la teoría de perturbaciones a niveles superiores. Podemos extraer algunas conclusiones.

En la región de menor energía para el Higgs, más o menos por debajo de los 160 GeV, el canal de desintegración dominante es el del quark bottom, seguido por el tau y por el quark charm, lo cual es coherente con la expresión (19) y su dependencia con las masas de las partículas resultantes.

En la zona de mayor energía, por encima de los 160 GeV, dominan los canales de desintegración mediados por bosones de gauge, especialmente la desintegración a dos bosones  $W$ , que son imposibles de producirse con masas inferiores a los 160 GeV por la limitación energética.

## 8. SUPERCONDUCTIVIDAD

Finalmente, y una vez introducido el concepto de ruptura espontánea de simetría y sus consecuencias, me gustaría hacer un último comentario sobre la relación entre este fenómeno y el fenómeno de la superconductividad, que se observa en algunos materiales a bajas temperaturas. Los cálculos en detalle se muestran en el anexo (A.2)

Podemos definir la relación entre el campo eléctrico y la corriente eléctrica mediante

$$\vec{E} = \rho \vec{j} \quad (20)$$

dónde usamos la conductividad  $\rho$  como factor mediador de ambas cantidades.

Para que un material se considere superconductor es necesario que no presente resistencia al paso de corriente ( $\rho = 0$ ), de forma que desaparezca el flujo del campo magnético en su interior por debajo de su temperatura crítica tal que las líneas de campo no penetren (efecto Meissner).

Partiendo de Lagrangiano escalar de QED obtenemos las ecuaciones de movimiento de Euler Lagrange (5), donde, fijando restricciones que se adapten a las condiciones de nuestro sistema y considerando el gauge  $\partial^0 \phi = \partial^0 \vec{A} = 0$ ;  $A_0 \equiv 0$ , podemos distinguir la parte temporal  $\rho = 0$  y la parte espacial  $\rho = j = 1,2,3$  asociada a la corriente. Teniendo también en cuenta el tensor electromagnético  $F^{\mu\nu}$  y su contribución podemos expresar la corriente como:

$$\begin{aligned} \vec{j} &= -ie[\phi^\dagger(\vec{\nabla} - ie\vec{A})\phi - \phi(\vec{\nabla} + ie\vec{A})\phi^\dagger] \\ &= -ie[\phi^\dagger(\vec{\nabla}\phi) - (\vec{\nabla}\phi^\dagger)\phi] - 2e^2\phi^\dagger\vec{A}\phi \end{aligned}$$



En la aproximación clásica de la ruptura de simetría tenemos  $\phi = v/\sqrt{2} = \sqrt{\mu^2/2\lambda}$  por tanto:

$$\vec{j} = -e^2 v^2 \vec{A} \quad (21)$$

Si aplicamos un rotacional a esta corriente y hacemos uso de una identidad vectorial, podemos expresar la resultante como:

$$-\nabla^2 \vec{B} = -e^2 v^2 \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

Y como  $\vec{B} \equiv \vec{\nabla} \times \vec{A}$

$$\nabla^2 \vec{B} = e^2 v^2 \vec{B}$$

Expresión que describe el efecto Meissner de los superconductores.

Respectivamente, si desarrollamos la parte temporal se puede ver que  $F^{\sigma 0} = 0$ , que implica  $\vec{E} = 0$ . Suponiendo  $\vec{A} \neq 0$  para que  $\vec{j} \neq 0$  (21), sustituimos los resultados para el campo y la corriente en (20) y queda:

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{0}{J} = 0$$

La resistividad se anula, el material no presenta resistencia al paso de corriente por tanto estamos ante un material superconductor.

## 9. CONCLUSION

En este trabajo hemos expuesto los fundamentos del fenómeno conocido como ruptura espontánea de simetría, comenzando por un modelo simple hasta llegar al Mecanismo de Higgs, mecanismo que ha permite dotar de masa a las partículas elementales del Modelo Estándar. Este mecanismo lleva asociado la existencia de una nueva partícula, el bosón de Higgs, descubierto en el año 2012 en el Gran Colisionador de Hadrones (LHC) en el CERN

A partir del desarrollo del Lagrangiano hemos visto que el bosón de Higgs interactúa con el resto de partículas del Modelo Estándar con acoples proporcionales a la masa de estas partículas y a la masa del bosón de Higgs. El análisis del Lagrangiano nos permite derivar las reglas de Feynman y, por tanto, calcular los procesos de decaimiento de la partícula de Higgs. Hemos incluido algunos de estos procesos, calculados a nivel árbol. Comparando con los resultados existentes en la literatura está claro que un análisis completo necesita que se incluyan órdenes superiores en la teoría de perturbaciones.

Por otra parte, hemos terminado planteando la relación de lo estudiado sobre el fenómeno de la ruptura espontánea con una aplicación práctica en otra rama de la física, el fenómeno de la superconductividad.

## BIBLIOGRAFÍA

1. Notas Siannah electrodinámica cuántica 2020
2. The Standard Model Higgs Boson, Particle Physics II 2013-2014, Ivo van Vulpen
3. The Higgs system in and beyond the Standard Model 2014, Maria J Herrero

## ANEXO

### A.1 Términos de interacción del Lagrangiano

Partimos del campo  $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta + v + i\xi)$  con  $V(\phi) = \mu^2(\phi^*\phi) + \lambda(\phi^*\phi)^2$

Desarrollamos  $\phi^*\phi = \phi^2 = \frac{1}{2}(\eta^2 + v^2 + 2\eta v + \xi^2)$  y sabiendo  $\mu^2 = -\lambda v^2$

El potencial será:

$$V(\eta, \xi) = -\frac{1}{4}\lambda v^4 + \lambda v^2\eta^2 + \lambda v\eta^3 + \frac{1}{4}\lambda\eta^4 + \frac{1}{4}\lambda\xi^4 + \lambda\eta\xi^2 + \frac{1}{2}\lambda\eta^2\xi^2$$

Y el Lagrangiano total queda:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(\eta, \xi) = & \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)^2 - \lambda v^2\eta^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\xi)^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}e^2v^2A_\mu^2 - evA_\mu^2(\partial^\mu\xi) - \lambda v\eta^3 \\ & - \frac{1}{4}\lambda\eta^4 - \frac{1}{4}\lambda\xi^4\end{aligned}$$

Donde ya aparecen los términos de interacción de los campos  $\eta$  y  $\xi$ .

## A.2 Superconductividad (ejercicio resuelto)

Partiendo del Lagrangiano en QED escalar:

$$\mathcal{L}_{QED} = (D_\mu \phi^\dagger)(D^\mu \phi) + \frac{\mu^2}{2} \phi^\dagger \phi - \frac{\lambda}{4} (\phi^\dagger \phi)^2 - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$$

Con  $D_\mu \phi = (\partial_\mu - ieA_\mu)\phi$        $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$

Y considerando  $\partial^0 \phi = \partial^0 \vec{A} = 0$  ;  $A_0 \equiv 0$

**a) Demostrar que la ecuación de movimiento para  $\vec{A}$  es de la forma  $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mathbf{J}$  con  $\vec{\mathbf{J}} = -ie[\phi^\dagger(\vec{\nabla} - ie\vec{A})\phi - \phi(\vec{\nabla} + ie\vec{A})\phi^\dagger]$**

La ecuación que describe el movimiento de  $\vec{A}$  es la ecuación de Euler-Lagrange:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\rho} - \partial_\sigma \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\sigma A_\rho)} = 0 \quad (22)$$

Donde diferenciamos dos términos, buscamos qué términos del Lagrangiano contribuyen a cada uno de los dos:

*Primer término:*

El único que puede contribuir, dado que contiene términos en  $A_\rho$ , es el término  $(D_\mu \phi^\dagger)(D^\mu \phi)$ , lo desarrollamos para comprobarlo:

$$\begin{aligned} (D_\mu \phi^\dagger)(D^\mu \phi) &= [(\partial_\mu - ieA_\mu)\phi^\dagger][(\partial^\mu + ieA_\mu)\phi] \\ &= (\partial_\mu \phi^\dagger)(\partial^\mu \phi) + ie(\partial_\mu \phi^\dagger)A^\mu - ie\phi^\dagger A_\mu(\partial_\mu \phi) + e^2 A_\mu A^\mu (\phi^\dagger \phi) \end{aligned}$$

Y ahora derivamos para tener el primer término de (22):

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\rho} = ie(\partial_\mu \phi^\dagger) \frac{\partial A^\mu}{\partial A_\rho} - ie\phi^\dagger \frac{\partial A_\mu}{\partial A_\rho} (\partial_\mu \phi) + e^2 \frac{\partial (A_\mu A^\mu)}{\partial A_\rho} (\phi^\dagger \phi) \quad (23)$$

Aquí debemos hacer las derivadas de los campos por separado, introducimos unos coeficientes que nos ayudan a relacionar cómo cambian las  $A^i$ s y sus derivadas, los coeficientes  $\eta^{\mu\sigma}$  y  $\delta_{\mu\rho}$ , de manera que :

$$\frac{\partial A^\mu}{\partial A_\rho} = \eta^{\mu\sigma} \frac{\partial A_\sigma}{\partial A_\rho} = \eta^{\mu\sigma} \delta_{\mu\rho} = \eta^{\mu\rho} \quad \frac{\partial A_\mu}{\partial A_\rho} = \delta_{\mu\rho}$$

Aplicamos estos coeficientes en el desarrollo del último término de (23) y obtenemos

$$\frac{\partial (A_\mu A^\mu)}{\partial A_\rho} = 2A^\rho \text{ con } A^\rho = \delta_{\mu\rho} A^\mu = A_\mu \eta^{\mu\rho}$$

Reagrupando resultados y sustituyendo en (23) obtenemos

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\rho} = ie(\partial^\rho \phi^\dagger)\phi - ie\phi^\dagger(\partial^\rho \phi) + 2e^2 A^\rho (\phi^\dagger \phi) \quad (24)$$

*Segundo término:*

Ahora, el único término del Lagrangiano que tiene términos de  $\partial_\sigma A_\rho$ , y que por tanto puede aportar al segundo término de (22), es  $-\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ , así que hagamos lo mismo y desarrollémoslo:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} &= -\frac{1}{4}(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) \\ &= -\frac{1}{2}[(\partial^\mu A^\nu)(\partial_\mu A_\nu) - (\partial^\mu A^\nu)(\partial_\nu A_\mu)] \end{aligned}$$

Por lo que la derivada será:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\sigma A_\rho)} = -\frac{1}{2} \frac{\partial[(\partial^\mu A^\nu)(\partial_\mu A_\nu)]}{\partial(\partial_\sigma A_\rho)} + \frac{1}{2} \frac{\partial[(\partial^\mu A^\nu)(\partial_\nu A_\mu)]}{\partial(\partial_\sigma A_\rho)} \quad (25)$$

Nuevamente hacemos las derivadas por separado y, con la ayuda de los coeficientes antes mencionados  $\eta^{ij}$  y  $\delta_{jk}$ , obtenemos la expresión final de la derivada:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\sigma A_\rho)} = -\frac{1}{2} \cdot 2(\partial^\sigma A^\rho) + \frac{1}{2} \cdot 2(\partial^\rho A^\sigma) = -\partial^\sigma A^\rho + \partial^\rho A^\sigma = -F^{\sigma\rho} \quad (26)$$

Llegados a este punto ya tenemos calculados los dos términos de la ecuación (22), los juntamos y queda:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\rho} - \partial_\sigma \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\sigma A_\rho)} = 0 = ie(\partial^\rho \phi^\dagger)\phi - ie\phi^\dagger(\partial^\rho \phi) + 2e^2 A^\rho (\phi^\dagger \phi) + \partial_\sigma F^{\sigma\rho} \quad (27)$$

Ya tenemos la ecuación en función del cuatrivector  $\rho$ , descomponemos pues (27) en la parte temporal y la parte espacial:

- Parte temporal:  $\rho = 0$

$$ie(\partial^0\phi^\dagger)\phi - ie\phi^\dagger(\partial^0\phi) + 2e^2A^0(\phi^\dagger\phi) + \partial_\sigma F^{\sigma\rho}$$

Con las condiciones que fijamos al comienzo ( $\partial^0\phi = \partial^0\vec{A} = 0$ ;  $A_0 \equiv 0$ ) sacamos que:

$$\partial_\sigma F^{\sigma\rho} = 0 \Rightarrow \partial_\sigma(\partial^\sigma A^0 - \partial^0 A^\sigma) = 0 \Rightarrow F^{\sigma 0} = 0 \Rightarrow \vec{E} = \mathbf{0} \quad (28)$$

Campo eléctrico nulo!

- Parte espacial:  $\rho = j = 1,2,3$

$$ie(\partial^j\phi^\dagger)\phi - ie\phi^\dagger(\partial^j\phi) + 2e^2A^j(\phi^\dagger\phi) + \partial_\sigma F^{\sigma j}$$

Hemos sacado antes que  $F^{\sigma 0} = 0$ , por tanto  $-F^{0\sigma} = 0$ , que nos lleva a  $F^{0j} = 0$  y finalmente  $\partial_\sigma F^{\sigma j} = \partial_i F^{ij}$

Expresión fundamental  $\rightarrow \partial_i F^{ij} = (\vec{\nabla} \times \vec{B})^j$ , luego

$$(\vec{\nabla} \times \vec{B})^j = -ie(\partial^j\phi^\dagger)\phi + ie\phi^\dagger(\partial^j\phi) - 2e^2A^j(\phi^\dagger\phi) \quad (29)$$

Si ahora definimos la corriente de carga:

$$\begin{aligned} \vec{j} &= -ie[\phi^\dagger(\vec{\nabla} - ie\vec{A})\phi - \phi(\vec{\nabla} + ie\vec{A})\phi^\dagger] \\ &= -ie[\phi^\dagger(\vec{\nabla}\phi) - (\vec{\nabla}\phi^\dagger)\phi] - 2e^2\phi^\dagger\vec{A}\phi \end{aligned} \quad (30)$$

E igualamos expresiones matemáticas:  $\partial_i \equiv \vec{\nabla}$  ;  $\partial^j = \eta^{ij}\partial_i = -\vec{\nabla}$  tenemos que la corriente queda así:

$$J^j = -ie(\partial^j\phi^\dagger)\phi + ie\phi^\dagger(\partial^j\phi) - 2e^2A^j(\phi^\dagger\phi) \quad (31)$$

Si nos fijamos, podemos igualar las ecuaciones (30) y (31) dado que son iguales, cumpliéndose la igualdad:

$$(\vec{\nabla} \times \vec{B})^j = J^j \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{j}$$

**b) Demuestre que con la ruptura espontánea de simetría en la aproximación clásica ( $\phi = v/\sqrt{2} = \sqrt{\mu^2/2\lambda}$ ), la corriente está dada por  $\vec{j} = -e^2 v^2 \vec{A}$  y por tanto  $\nabla^2 \vec{B} = e^2 v^2 \vec{B}$**

Hemos dicho que la Corriente tiene la expresión (30):

$$\vec{j} = -ie[\phi^\dagger(\vec{\nabla}\phi) - (\vec{\nabla}\phi^\dagger)\phi] - 2e^2\phi^\dagger\vec{A}\phi$$

En ruptura de simetría  $\phi = \frac{v}{\sqrt{2}}$ , por tanto  $\phi^\dagger\phi = \frac{v^2}{2}$ , es decir,  $v^2 = 2\phi^\dagger\phi$ .  
Entonces:

$$\vec{j} = -e^2 v^2 \vec{A} \quad (32)$$

Si aplicamos un rotacional a la densidad de corriente  $\vec{j}$ :

$$\vec{\nabla} \times \vec{j} = \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B})$$

Y ahora con ayuda de la identidad vectorial

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} = -\nabla^2 \vec{B} \quad (33)$$

Puesto que  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$  como dice la Ley de Gauss para el campo magnético. Si ahora igualamos (32) y (33):

$$-\nabla^2 \vec{B} = -e^2 v^2 \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

Y como  $\vec{B} \equiv \vec{\nabla} \times \vec{A}$

$$\nabla^2 \vec{B} = e^2 v^2 \vec{B} \quad (\text{efecto Meissner})$$

**c) Si la resistividad  $\rho$  del sistema se define como  $\vec{E} = \rho \vec{J}$ , demuestre que, en caso de ruptura espontánea de simetría, tenemos que  $\rho = 0$  (superconductividad)**

- Sabemos de la ecuación (28) que  $F^{\sigma 0} = 0$ , que nos da la consecuencia de  $\vec{E} = 0$ .
- Por otro lado, en el apartado b) hemos visto que en ruptura espontánea de simetría con  $\phi = v/\sqrt{2} = \sqrt{\mu^2/2\lambda}$  podemos expresar la corriente eléctrica como:

$$\vec{J} = -e^2 v^2 \vec{A}$$

Que es distinta de cero siempre que  $\vec{A}$  lo sea también.

Suponemos  $\vec{A} \neq 0$  por tanto  $\vec{J} \neq 0$  y acudimos a la definición de resistividad

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{0}{J} = 0$$

La resistividad es nula  $\Rightarrow$  Superconductividad