



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS



Función ahusamiento-volumen comercial de *Abies religiosa* (Kunth) Schltl. & Cham. en varias regiones de México

Commercial taper-volume function of *Abies religiosa* (Kunth) Schltl. & Cham. in several regions of Mexico

Juan Carlos Guzmán-Santiago^{1*} , Benedicto Vargas-Larreta² ,
Martín Gómez-Cárdenas³  y Gerónimo Quiñonez-Barraza⁴ 

Guzmán-Santiago, J. C., Vargas-Larreta, B., Gómez-Cárdenas, M. y Quiñonez-Barraza, G. (2022). Función ahusamiento-volumen comercial de *Abies religiosa* (Kunth) Schltl. & Cham. en varias regiones de México. *Colombia Forestal*, 25(1), 77-94.

Recepción: 27 de marzo 2021

Aprobación: 11 de agosto 2021

Resumen

La relación ahusamiento-volumen es indispensable para la planeación del manejo silvícola en los bosques con la finalidad de favorecer la distribución de los productos. Por esta razón, el objetivo del presente estudio fue generar un modelo compatible que permitiera estimar de forma precisa el volumen-ahusamiento de *Abies religiosa* en varias regiones de México. Se utilizaron 2608 datos en el análisis de la información y el modelo se ajustó simultáneamente mediante la regresión aparentemente no relacionada (RAN) para la estimación de los parámetros compatibles. El modelo generó coeficientes de determinación ajustados superiores al 97 %, raíces del medio cuadrático menores al 0.40, sesgos menores a 0.11, con certeza para modelar cada región forestal; datos que fueron complementados con sus respectivos criterios de información Akaike (AIC). En la mayoría de los casos el factor de forma de la especie fue de neiloide a paraboloid, información que será de utilidad para la elaboración de inventarios forestales.

Palabras clave: altura, bondad de ajuste, diámetro, factor de forma, regresión aparentemente no relacionada.

Abstract

The taper-volume relationship is an essential tool for planning silvicultural management in forests with the final aim of promoting the distribution of products. The objective of this study is the generation of a compatible model that allows an accurate estimation of the taper-volume of *Abies religiosa* in several regions of Mexico. A data set of 2608 values was considered for the analysis of the information; the model was simultaneously adjusted by seemingly unrelated regression (SUR) for the estimation of compatible parameters. The model generated coefficients of determination with fit levels higher than 97 %, roots mean square less than 0.40, biases lower than 0.11, with certainty to model each forest region, which are complemented with their respective Akaike information criteria (AIC). In most cases, the shape factor of the species went from neiloid to paraboloid. This information will be useful for timber forest inventories.

Keywords: height, goodness of fit, diameter, factor of shape, seemingly unrelated regression.

1 Centro de Investigación, Divulgación y Asesoría Técnica Forestal y Agropecuaria (SC). Tlaxiaco, Oaxaca, México.

2 Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de El Salto, Pueblo Nuevo, Durango, México.

3 Campo experimental Uruapan, Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias, Michoacán, México.

4 Campo experimental Valle del Guadiana, Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias, Camino Real, Durango, México.

* Autor para correspondencia: charly.230584@gmail.com

INTRODUCCIÓN

Las actividades silvícolas que se implementan en el bosque tienden a mejorar las condiciones, garantizando de esta manera un alto porcentaje de aprovechamiento en volumen forestal maderable (Valencia-Manzo *et al.*, 2017). Ante esto, las regresiones lineales y no lineales son herramientas que brindan información confiable sobre las variables de interés, facilitando así su análisis e interpretación (Guzmán-Santiago *et al.*, 2020a).

Este tipo de sistemas realizan predicciones de volumen en distintas alturas del árbol, lo que permite hacer clasificaciones de productos, y que se define como la disminución del diámetro con base al aumento de la altura del árbol (Kozak, 1988). Los tipos de modelos se clasifican en árboles individuales, segmentados y de exponente variable (Burkhardt y Tomé, 2012), y se caracterizan por ser flexibles y precisos para generar información de volumen comercial de un árbol en pie (Milena-López *et al.*, 2015).

El sistema compatible permite describir los distintos segmentos del árbol, desde un neiloide en la base a formas cilíndricas o paraboloides truncadas (en la zona de mayor aprovechamiento comercial), hasta terminar en su forma cónica o paraboloides en la punta del árbol (Tamarit-Urías *et al.*, 2014), por lo que los diferentes factores ambientales y las actividades silvícolas son claves en la forma geométrica que toma el fuste de cada especie (Uranga-Valencia *et al.*, 2015). Demaerschalk (1972) menciona que se puede tener un modelo compatible siempre que estén definidos los mismos parámetros, así como una estructura geométrica común. Además, por ser de tipo no lineal, facilitan la descripción de los datos de las especies (Urbano *et al.*, 2018).

En este sentido, el modelo de Fang *et al.* (2000) puede emplearse sin problemas en la planificación forestal, dado que incorpora de manera implícita la ecuación de volumen total de Schumacher y Hall (1933) y, a su vez, puede ser reemplazada por otra similar, según sea conveniente, lo que permite

generar una mayor ganancia en el aprovechamiento (Niño-López *et al.*, 2018). El modelo es capaz de describir el conjunto de datos del fuste y el volumen de cualquier especie sin ningún inconveniente (Özçelik y Göçeri 2015; Quiñonez-Barraza *et al.*, 2014), además de las especies tropicales, lo que facilita su incorporación a los sistemas biométricos (López-Martínez *et al.*, 2020).

Durante décadas, diferentes entidades federativas de México han utilizado ecuaciones no apropiadas para cada especie (Cruz-Cobos *et al.*, 2016), por lo que no existe una confianza general en las estimaciones deseadas (Azevêdo *et al.*, 2014). De ahí que varios investigadores e instituciones mostrarán interés por generar ecuaciones propias para algunas especies de tipo comercial con la finalidad de apoyar a los manejadores del bosque y, a su vez, obtener información verídica sobre los rendimientos maderables para tomar decisiones sobre su manejo (Vargas-Larreta *et al.* 2017).

En México, el género *Abies* es la segunda pínacea maderable, siendo *A. religiosa* la especie de mayor importancia económica y la más aprovechable, pues contribuye con el 2.8 % de la producción maderable anual (SEMARNAT, 2016). La superficie que ocupa dentro del territorio del país oscila entre 0.07 % y 0.16 %, y su distribución se presenta en forma de parches aislados (INEGI, 2017). Considerando lo anterior, el objetivo del presente estudio fue generar un sistema compatible que permitiera estimar de forma precisa el ahusamiento-volumen comercial, además de analizar los tipos dendrométricos de *Abies religiosa* (Kunth) Schltdl. & Cham. en varias regiones de México.

MATERIALES Y MÉTODOS

Área de estudio

El estudio se desarrolló en ocho entidades federativas que corresponden a 20 Unidades de Manejo Forestal (UMAFOR). Estas fueron: Guerrero (1203),

Hidalgo (1303), Jalisco (1404, 1406, 1410), Estado y Ciudad de México (1503, 1507, 1508, 1510), Michoacán (1604, 1605, 1607, 1608), Puebla (2101, 2105, 2108), Tlaxcala (2901, 2902) y Veracruz (3004, 3012) (Tabla 1).

Tamaño de muestra

El tamaño de muestra fue constituido por 2608 árboles de análisis ahusamiento a partir de un muestreo aleatorio por cada UMAFOR en las zonas bajo aprovechamiento forestal y en áreas sin autorización. Para el primer caso se derribaron, seccionaron y midieron cada una de las trozas, mientras que en las áreas no autorizadas se tomaron datos en forma escalonada con una forcípula laser que proporcionó información confiable para hacer la medición del diámetro a distintas alturas (Diéguez-Aranda *et al.*, 2005), considerando en todo momento las diferentes categorías diamétricas. En cada sitio, el diámetro normal fue medido con cinta diamétrica y en ocasiones con forcípulas, y para la medición de las alturas en pie se utilizó un Hipsómetro haga (los árboles derribados se midieron usando el flexómetro). En cada árbol se registraron las variables siguientes: diámetro normal medido a 1.3 m sobre el nivel del suelo (D_n , cm), altura total (H_t , m), diámetros con corteza a

diferentes alturas (d , cm) y la altura de la sección del fuste respecto al suelo (h_m , m).

Las dos primeras mediciones se realizaron cada 0.30 m por encima del tocón y la tercera hasta el diámetro normal (1.30 m); posterior a esto, las secciones fueron cortadas de manera constante a 2.54 m de longitud hasta un diámetro de sección específico ubicado en la punta delgada del árbol. Las distintas secciones que tienden a la forma de un cilindro y paraboloides fueron cubiertas por la fórmula de Smalian (1), mientras que para la punta del árbol se utilizó la del cono (2). El volumen de fuste consideró la suma de los volúmenes de las trozas.

$$V_s = \left[\frac{S_0 + S_1}{2} \right] * L \quad 1$$

$$V_p = \frac{S_0 * H_0}{3} \quad 2$$

Donde: V_s = volumen por Smalian (m^3); S_0 y S_1 (cm^2) = áreas de las secciones transversales de la troza; L = longitud de la troza (m); V_p = volumen de la última sección del árbol (punta del árbol) (m^3); S_0 = área de la base de la última sección del árbol (cm^2); H_0 = longitud de la última sección del árbol (m).

A continuación, se muestran las variables utilizadas para llevar a cabo el ajuste del sistema compatible (Tabla 2).

Tabla 1. Características silvícolas y biológicas de las áreas de estudio

| Entidad federativa | Tipo de bosques | Edad promedio (años) | Superficie (%) | Clima | Suelo |
|---------------------------|-----------------|----------------------|----------------|--|--|
| Guerrero | Irregular | 43 | 0.46 | | |
| Hidalgo | Irregular | 70 | 6.95 | | |
| Jalisco | Irregular | 51 | 0.33 | | |
| Estado y Ciudad de México | Irregular | 49 | 28.81 | Semicálidos ((A)C), templado subhúmedo C(w), templado (C), semifrío (Cb) y frío (E(T)) | Suelos profundos y someros (textura limo-arenosa, arcillo-arenosa o arenosa) |
| Michoacán | Irregular | 37 | 14.96 | | |
| Puebla | Irregular | 49 | 10.51 | | |
| Tlaxcala | Irregular | 48 | 6.91 | | |
| Veracruz | Irregular | 22 | 3.31 | | |

Tabla 2. Estadísticas descriptivas de las variables analizadas

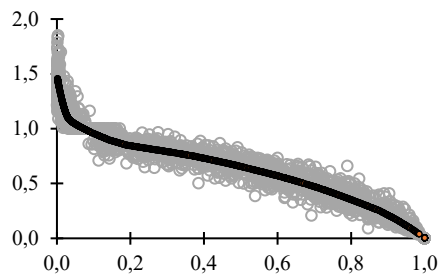
| Entidades federativas | No. de árboles | UMAFOR | Mínimo | Promedio | Máximo | Desviación estándar |
|---------------------------------|----------------|--------|--------|----------|--------|---------------------|
| Diámetro normal (Dn, cm) | | | | | | |
| Guerrero | 162 | 1203 | 8.15 | 27.71 | 70.00 | 14.50 |
| Hidalgo | 180 | 1303 | 8.60 | 37.35 | 64.00 | 11.27 |
| Jalisco | 52 | 1404 | 8.50 | 36.73 | 70.00 | 16.17 |
| | 49 | 1406 | 9.00 | 44.75 | 70.00 | 13.55 |
| Estado y Ciudad de México | 52 | 1410 | 9.70 | 41.01 | 79.00 | 16.60 |
| | 133 | 1503 | 8.75 | 44.95 | 85.50 | 22.71 |
| | 84 | 1507 | 8.00 | 49.15 | 90.25 | 22.38 |
| | 151 | 1508 | 8.95 | 45.94 | 86.50 | 20.32 |
| Michoacán | 135 | 1510 | 7.75 | 34.32 | 79.50 | 19.06 |
| | 142 | 1604 | 13.00 | 40.91 | 72.50 | 12.95 |
| | 108 | 1605 | 9.00 | 38.31 | 74.50 | 13.69 |
| | 148 | 1607 | 7.75 | 31.52 | 91.65 | 16.13 |
| Puebla | 133 | 1608 | 7.75 | 42.70 | 88.15 | 19.05 |
| | 148 | 2101 | 7.95 | 42.61 | 94.50 | 22.35 |
| | 175 | 2105 | 5.40 | 40.58 | 94.00 | 21.07 |
| Tlaxcala | 156 | 2108 | 9.05 | 41.81 | 83.20 | 19.04 |
| | 205 | 2901 | 8.50 | 28.10 | 62.30 | 13.91 |
| Veracruz | 97 | 2902 | 7.60 | 30.44 | 79.00 | 15.03 |
| | 150 | 3004 | 8.20 | 29.55 | 52.00 | 9.67 |
| | 148 | 3012 | 12.20 | 33.48 | 97.00 | 13.19 |
| Altura (At, m) | | | | | | |
| Guerrero | 162 | 1203 | 7.62 | 21.56 | 44.80 | 7.97 |
| Hidalgo | 180 | 1303 | 9.50 | 31.83 | 43.30 | 6.68 |
| Jalisco | 52 | 1404 | 7.26 | 23.45 | 39.06 | 8.92 |
| | 49 | 1406 | 9.70 | 28.65 | 36.72 | 5.00 |
| Estado y Ciudad de México | 52 | 1410 | 10.88 | 26.06 | 37.59 | 6.56 |
| | 133 | 1503 | 7.20 | 28.72 | 52.46 | 11.11 |
| | 84 | 1507 | 7.81 | 30.55 | 50.50 | 10.19 |
| | 151 | 1508 | 10.80 | 27.86 | 44.55 | 9.11 |
| Michoacán | 135 | 1510 | 10.51 | 21.13 | 50.00 | 6.14 |
| | 142 | 1604 | 13.83 | 28.27 | 46.27 | 6.43 |
| | 108 | 1605 | 9.80 | 24.16 | 39.55 | 5.60 |
| | 148 | 1607 | 10.12 | 26.54 | 41.30 | 7.84 |
| | 133 | 1608 | 6.60 | 26.68 | 45.40 | 9.68 |

| Entidades federativas | No. de árboles | UMAFOR | Mínimo | Promedio | Máximo | Desviación estándar |
|-------------------------------------|----------------|--------|--------|----------|--------|---------------------|
| Puebla | 148 | 2101 | 7.33 | 26.47 | 50.17 | 9.35 |
| | 175 | 2105 | 6.10 | 26.37 | 41.30 | 8.75 |
| | 156 | 2108 | 9.87 | 26.98 | 40.56 | 7.86 |
| Tlaxcala | 205 | 2901 | 5.13 | 17.89 | 40.57 | 9.13 |
| | 97 | 2902 | 6.27 | 21.03 | 37.25 | 8.03 |
| Veracruz | 150 | 3004 | 7.30 | 16.50 | 25.40 | 3.60 |
| | 148 | 3012 | 8.25 | 18.30 | 32.92 | 4.83 |
| Volumen (Vol, m³) | | | | | | |
| Guerrero | 162 | 1203 | 0.02 | 0.96 | 6.34 | 1.16 |
| Hidalgo | 180 | 1303 | 0.03 | 1.88 | 5.73 | 1.17 |
| Jalisco | 52 | 1404 | 0.02 | 1.74 | 6.00 | 1.68 |
| | 49 | 1406 | 0.03 | 2.42 | 5.72 | 1.37 |
| | 52 | 1410 | 0.04 | 1.94 | 5.94 | 1.54 |
| Estado y Ciudad de México | 133 | 1503 | 0.03 | 3.20 | 11.43 | 3.09 |
| | 84 | 1507 | 0.02 | 3.52 | 11.31 | 2.93 |
| | 151 | 1508 | 0.04 | 2.95 | 11.03 | 2.50 |
| | 135 | 1510 | 0.02 | 1.39 | 7.19 | 1.67 |
| Michoacán | 142 | 1604 | 0.08 | 2.12 | 8.79 | 1.49 |
| | 108 | 1605 | 0.04 | 1.62 | 7.30 | 1.37 |
| | 148 | 1607 | 0.04 | 1.28 | 9.09 | 1.53 |
| | 133 | 1608 | 0.02 | 2.34 | 13.52 | 2.36 |
| Puebla | 148 | 2101 | 0.03 | 2.48 | 10.66 | 2.76 |
| | 175 | 2105 | 0.01 | 2.33 | 12.25 | 2.41 |
| | 156 | 2108 | 0.03 | 2.40 | 9.34 | 2.17 |
| Tlaxcala | 205 | 2901 | 0.02 | 0.98 | 5.14 | 1.19 |
| | 97 | 2902 | 0.03 | 1.22 | 5.56 | 1.32 |
| Veracruz | 150 | 3004 | 0.02 | 0.65 | 1.97 | 0.44 |
| | 148 | 3012 | 0.05 | 0.98 | 10.87 | 1.22 |

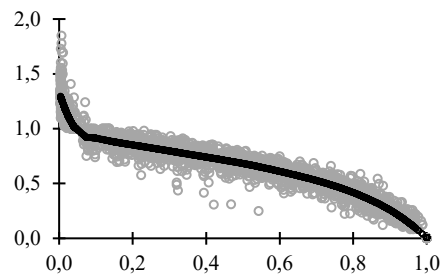
Descripción del perfil de los árboles

Para una mayor comprensión de los datos, se describió el perfil de los árboles mediante el diámetro relativo (d/D , cm) y la altura relativa (hm/H , m) (Figura 1). De igual forma, se realizó el ajuste local

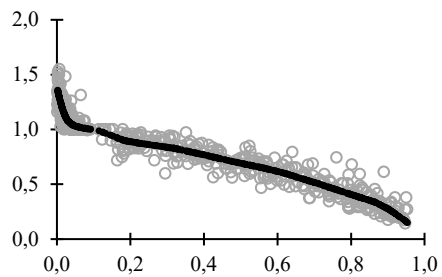
cuadrático no paramétrico a través de la regresión local LOESS o LOWESS del paquete estadístico SAS, con un parámetro suavizado de 0.3. Más tarde, los residuales fueron divididos en diez intervalos de altura relativa para observar el comportamiento de los datos (López-Martínez *et al.*, 2020).



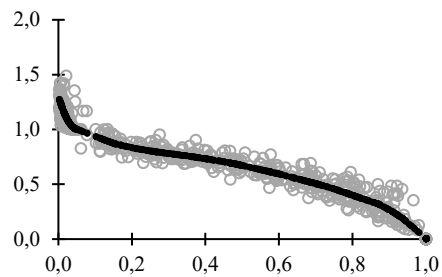
A



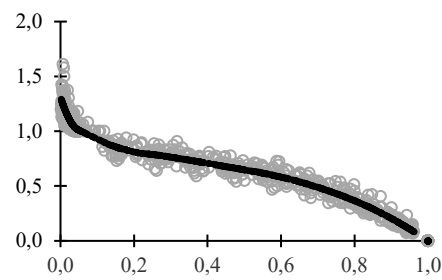
B



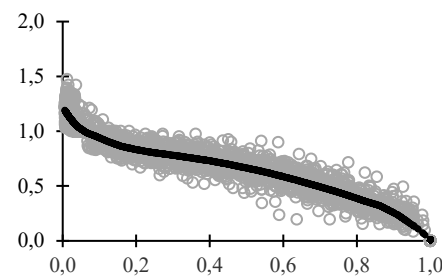
C



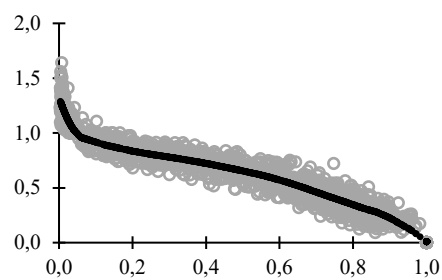
D



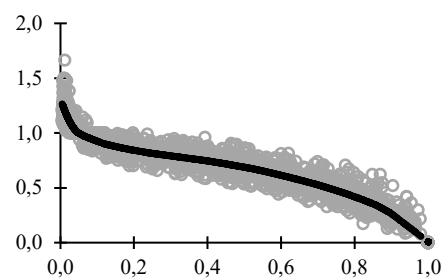
E



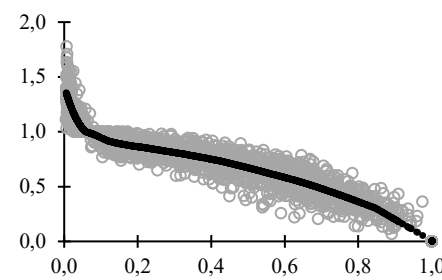
F



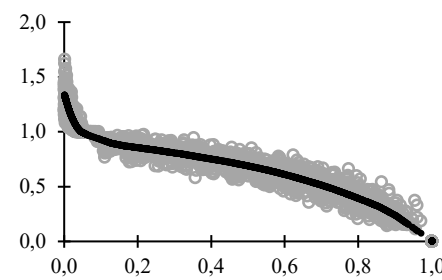
G



H



I



J

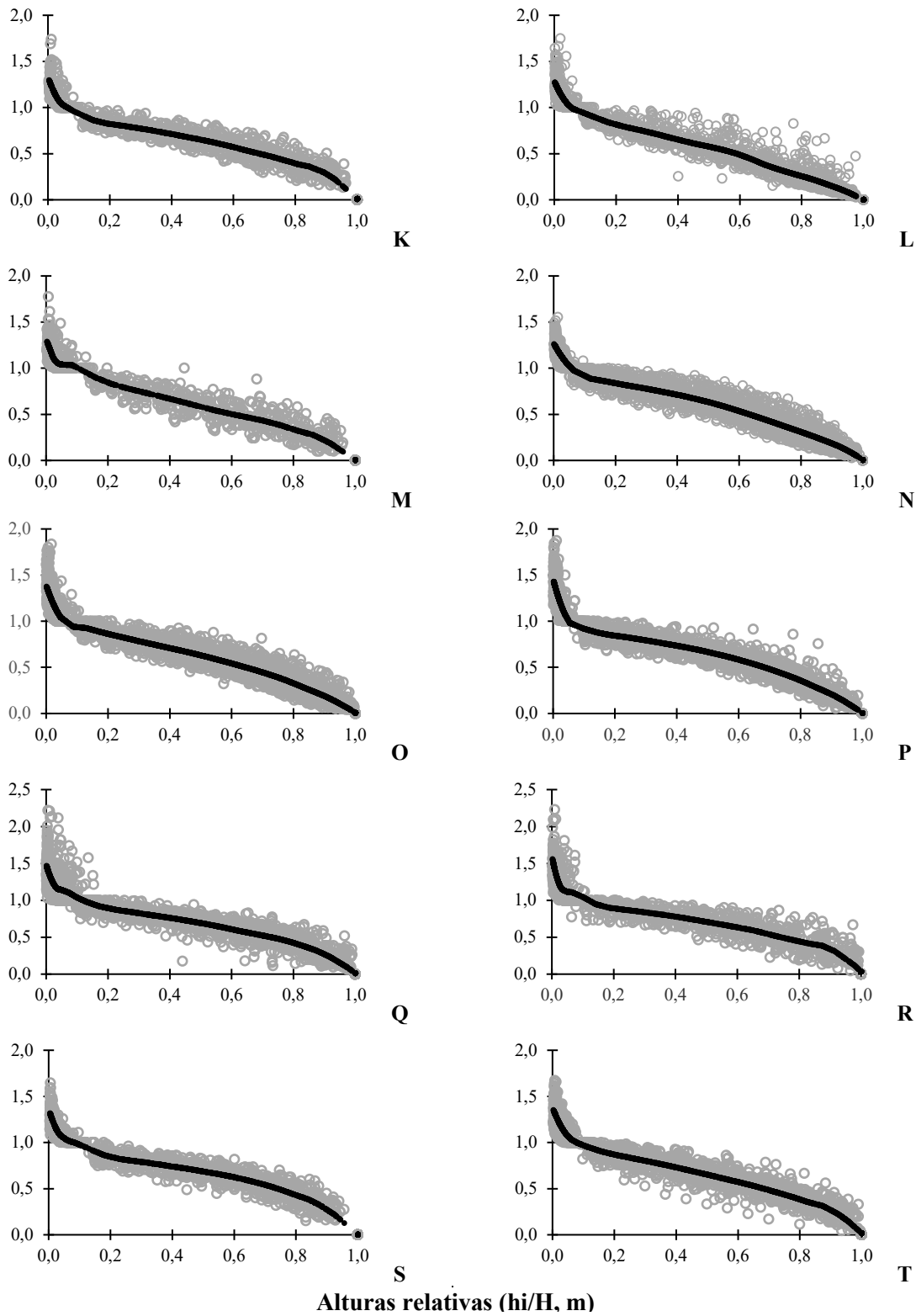


Figura 1. Alturas relativas contra diámetros relativos de las UMAFOR: A=1203; B=1303; C=1404; D=1406; E=1410; F=1503; G=1507; H=1508; I=1510; J=1604; K=1605; L=1607; M=1608; N=2101; O=2105; P=2108; Q=2901; R=2902; S=3004; T=3012.

Ajuste del sistema

El modelo ajustado fue el de [Fang et al. \(2000\)](#), para describir el perfil del árbol o ahusamiento (3), así como para estimar el volumen comercial (4) por UMAFOR. La función es de tipo polinomial segmentada, está integrada por ecuaciones injertadas y, además, cumple la condición de que $h=H$, cuando $d=0$, como se muestra a continuación:

$$d = C_1 \sqrt{H^{\frac{k-b_1}{b_1}} (1-q)^{\frac{k-b}{b}} \alpha_1^{1+l_2} \alpha_2^{l_2}}$$

donde $\begin{cases} l_1=1 & \text{si } p_1 \leq q \leq p_2; \text{ de lo contrario } 0 \\ l_2=2 & \text{si } p_2 \leq q \leq 1; \text{ de lo contrario } 0 \end{cases}$ 3

$$b = b_1^{1-(l_1+l_2)} b_2^{l_1} b_3^{l_2} \quad \alpha_1 = (1-p_1)^{\frac{(b_2-b_1)k}{b_1 b_2}}$$

$$\alpha_2 = (1-p_2)^{\frac{(b_3-b_2)k}{b_2 b_3}}$$

$$r_0 = (1-h_b/H)^{\frac{k}{b_1}} \quad r_1 = (1-p_1)^{\frac{k}{b_1}} \quad r_2 = (1-p_2)^{\frac{k}{b_2}}$$

$$C_1 = \sqrt{\frac{\alpha_0 D^{\alpha_1} H^{\frac{\alpha_2 K}{b_1}}}{b_1(r_0-r_1)+b_2(r_1-\alpha_1 r_2)+b_3 \alpha_1 r_2}}$$
 4

$$Vc = C_1^2 H^{\frac{k}{b_1}} \left[\frac{b_1 r_0 + (l_1+l_2) + (b_1-b_2)r_1 + l_2}{(b_3-b_2)\alpha_1 r_2 - b(1-q)^{\frac{k}{b}} \alpha_1^{1+l_2} + \alpha_1^{l_2}} \right]$$

Donde: D = diámetro normal (cm); D = diámetro a la altura h (m) desde el nivel del tocón (cm); H = altura total del árbol (m); h_b = altura del tocón (m); Vc = volumen comercial variable (m^3); $k = \pi/40000$; $q = h_i/H$; α_i , b_i , p_i = parámetros a ser estimados.

Método y bondad de ajuste

Se utilizó el procedimiento MODEL de SAS ([SAS Institute Inc, 2008](#)) para la estimación de los parámetros. A través del método de regresión

aparentemente no relacionada (RAN) se realizó el ajuste en forma simultánea para minimizar errores de los parámetros.

La eficiencia del modelo para cada UMAFOR se midió mediante los siguientes criterios:

$$R_{adj}^2 = 1 - (1-R^2) \left[\frac{n-1}{n-p-1} \right]$$
 5

$$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-p}}$$
 6

$$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)}{n}$$
 7

$$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)}{n}$$
 8

Donde: SCR = Suma de Cuadrado del Error; R^2 = coeficiente de determinación; p = número de parámetros a estimar; n = es el tamaño de muestra; ln = logaritmo natural; Y_i = valores observados; \hat{Y}_i = valores predichos.

De manera adicional se realizó un análisis gráfico de los residuos frente a los valores predichos del volumen, ya que es una forma eficiente de evaluar la capacidad de ajuste de un modelo ([Guzmán-Santiago et al., 2019](#)).

Corrección de heterocedasticidad

La heterocedasticidad en las funciones volumétricas ocurre porque la varianza en el volumen del árbol crece con las variables explicativas, por lo que se realizó la corrección aplicando una ponderación con los mismos pesos a la inversa de la varianza de cada observación para garantizar las estimaciones de los parámetros. La varianza desconocida se estimó con la función potencial $\sigma_2^2 = Y * X^k$. Los valores de Y y del exponente k se optimizaron empleando los errores del modelo ajustado sin pesos como variable dependiente en el modelo potencial de varianza del error.

Finalmente, el peso considerado fue $\frac{1}{D^2} * H$ para la ecuación de volumen rollo total árbol.

Análisis de los cuerpos dendrométricos

La flexibilidad del modelo permitió analizar los diferentes segmentos del fuste de los árboles utilizando el siguiente criterio, que consiste en partir de un cuerpo geométrico con una base circular, cuyo valor está dado por d_i en cm y la altura definida por h en m:

$$V = ff_i \frac{\pi}{40000} * d_i^2 * h \quad 9$$

Donde: ff define el tipo del cuerpo dendrométrico, es decir, cuando $ff \sim 1$ es un cilindro; si $ff = 0.50$ se tiene un paraboloides; cuando $ff = 0.33$ es un cono; y si $ff = 0.25$ es un neiloide. En este sentido, el parámetro B_i del modelo calcula cada segmento y se obtiene de esta manera:

$$\beta_i = ff_i \frac{\pi}{40000} \quad 10$$

En consecuencia, se deriva la siguiente expresión para calcular los diferentes puntos del fuste:

$$ff_i = \beta_i \frac{40000}{\pi} \quad 11$$

Por último, la fórmula que se muestra a continuación permitió calcular el coeficiente de forma con base al promedio B_i , aplicable para el modelo de volumen.

$$\bar{ff} = \beta_i \frac{40000}{\pi} \quad 12$$

RESULTADOS

Bondad de ajuste entre las UMAFOR

Como se vio en la [Tabla 2](#), los estimadores de cada parámetro fueron reportados con sus respectivas

UMAFOR en la forma simultánea, así como la bondad de ajuste generada (ahusamiento, volumen de fuste, volumen comercial, volumen de ramas, volumen total) que resultó altamente significativa ($P < 0.0001$), lo cual mostró que las variables independientes explicaron más del 97 % del volumen comercial y del ahusamiento. En ambas variables se generaron valores convincentes para describir los conjuntos de datos, evidenciados en el resto de las bondades de ajuste (\bar{e} , REMC y CIA).

Factores de forma entre las UMAFOR

Se obtuvieron resultados con formas geométricas muy semejantes, donde la mayoría se aproximaron del neiloide (tocón) al paraboloides (fuste central) y que ocurren a distintas secciones del fuste ([Tabla 3](#)). Por ejemplo, en la UMAFOR 2902 los árboles mostraron un factor de forma donde $ff_1 = 0.06$ (b_1), que tiende al neiloide (arriba del primer punto de inflexión), seguida por la sección media con $ff_2 = 0.47$ (b_2), muy próximo a ser un paraboloides, y la sección superior del fuste ($ff_3 = 0.64$ (b_3)) pasa por un paraboloides que tiende aproximarse a un cilindro.

Los casos con valores más bajos en los dos puntos de inflexión (p_1, p_2) se dieron para las UMAFOR 1508 (H) con valores de 3.5 % a 8.3 %, 2105 (O) con 1.7 % y 4.1 %, y 3004 (S), que mostró 2.7 % a 14 %, ocurriendo cerca de la base del árbol; excepto para el p_2 de la UMAFOR (S), al ser levemente superior por la unidad de manejo 1605 y 1510. Por el contrario, las zonas con valores más altos para el primer punto fueron las 2101, 1406 (5.8 %) y 1410 (6.9 %). Por otra parte, los primeros valores de p_1 (4.4 % y 4.8 %) fueron similares en las UMAFOR 1404 (C) y 1507 (G) que, sin embargo, arrojaron el segundo punto de inflexión más alto ($p_2 = 90$ %), describiendo así el cambio geométrico de un neiloide a un cilindro a pesar de que proceden de distintas entidades federativas.

Tabla 3. Estimadores de los parámetros y bondad de ajuste del modelo compatible

| UMAFOR | Parámetro | Estimación de parámetros | Error estándar | Valor t | Aprox Pr > t | Factor de forma promedio | Vc (volumen comercial) | | | d (diámetro) | | | | |
|----------------|----------------|--------------------------|----------------|---------|---------------|--------------------------|------------------------|-------------------------|----------|--------------------|----------|------------|-----------|--------------------|
| | | | | | | | CIA | Sesgo (m ³) | REMC (m) | R ² adj | CIA | Sesgo (cm) | REMC (cm) | R ² adj |
| 1203 | a ₀ | 0.00005400 | 0.00000192 | 28.31 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₁ | 1.68658000 | 0.01167550 | 144.45 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₂ | 1.20751600 | 0.01537038 | 78.56 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₁ | 0.00000400 | 0.00000009 | 45.87 | <0.0001 | 0.3055 | 1727.75 | 0.00002 | 0.11 | 0.99 | 22921.03 | -0.1221 | 2.54 | 0.98 |
| | b ₂ | 0.00003600 | 0.00000038 | 95.97 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₃ | 0.00003200 | 0.00000067 | 48.73 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₁ | 0.04508000 | 0.00101022 | 44.62 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| p ₂ | 0.65388700 | 0.04404292 | 14.85 | <0.0001 | | | | | | | | | | |
| 1303 | a ₀ | 0.00002000 | 0.00000107 | 19.00 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₁ | 1.60277600 | 0.00956422 | 167.58 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₂ | 1.57936800 | 0.01795778 | 87.95 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₁ | 0.00000400 | 0.00000007 | 57.83 | <0.0001 | 0.3225 | 1142.54 | 0.00075 | 0.16 | 0.98 | 37165.26 | -0.0675 | 2.16 | 0.98 |
| | b ₂ | 0.00004000 | 0.00000023 | 174.03 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₃ | 0.00003200 | 0.00000049 | 66.01 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₁ | 0.04460000 | 0.00067803 | 65.78 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| p ₂ | 0.74983300 | 0.01254858 | 59.75 | <0.0001 | | | | | | | | | | |
| 1404 | a ₀ | 0.00012300 | 0.00000900 | 13.68 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₁ | 1.85747900 | 0.02905067 | 63.94 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₂ | 0.80094600 | 0.03496563 | 22.91 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₁ | 0.00000500 | 0.00000021 | 25.89 | <0.0001 | 0.3565 | 5946.73 | 0.00445 | 0.19 | 0.98 | 63239.54 | -0.2854 | 2.29 | 0.98 |
| | b ₂ | 0.00003700 | 0.00000040 | 92.25 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₃ | 0.00004200 | 0.00000459 | 9.05 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₁ | 0.04853800 | 0.00185216 | 26.21 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| p ₂ | 0.90203300 | 0.03663402 | 24.62 | <0.0001 | | | | | | | | | | |
| 1406 | a ₀ | 0.00008600 | 0.00000825 | 10.44 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₁ | 1.84495000 | 0.01686188 | 109.42 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₂ | 0.91292000 | 0.02891174 | 31.58 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₁ | 0.00000700 | 0.00000029 | 22.29 | <0.0001 | 0.3437 | 3874.53 | -0.0005 | 0.14 | 0.99 | 11751.91 | -0.1928 | 2.61 | 0.98 |
| | b ₂ | 0.00003800 | 0.00000106 | 35.94 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₃ | 0.00003600 | 0.00000066 | 55.04 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₁ | 0.05878800 | 0.00259814 | 22.63 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| p ₂ | 0.48185800 | 0.14166453 | 3.40 | 0.0007 | | | | | | | | | | |

| UMAFOR | Parámetro | Estimación de parámetros | Error estándar | Valor t | Aprox Pr > t | Factor de forma promedio | Vc (volumen comercial) | | | d (diámetro) | | | | |
|----------------|----------------|--------------------------|----------------|---------|---------------|--------------------------|------------------------|-------------------------|----------|--------------------|----------|------------|-----------|--------------------|
| | | | | | | | CIA | Sesgo (m ³) | REMC (m) | R ² adj | CIA | Sesgo (cm) | REMC (cm) | R ² adj |
| 1410 | a ₀ | 0.00004100 | 0.00000368 | 11.18 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₁ | 1.70842500 | 0.01438439 | 118.77 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₂ | 1.26919100 | 0.03004534 | 42.24 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₁ | 0.00000700 | 0.00000028 | 67.10 | <0.0001 | 0.3225 | 1587.44 | 0.00238 | 0.14 | 0.99 | 13509.51 | -0.1942 | 2.15 | 0.99 |
| | b ₂ | 0.00003800 | 0.00000057 | 24.83 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₃ | 0.00003100 | 0.00000069 | 44.51 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₁ | 0.06961900 | 0.00295815 | 23.53 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| p ₂ | 0.66094700 | 0.02357689 | 28.03 | <0.0001 | | | | | | | | | | |
| 1503 | a ₀ | 0.00009300 | 0.00000401 | 23.30 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₁ | 1.73589800 | 0.01469059 | 118.16 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₂ | 1.01587900 | 0.01837714 | 55.28 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₁ | 0.00000600 | 0.00000016 | 35.08 | <0.0001 | 0.3480 | 1650.92 | 0.00596 | 0.32 | 0.98 | 13804.78 | -0.2071 | 2.35 | 0.99 |
| | b ₂ | 0.00003700 | 0.00000043 | 86.53 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₃ | 0.00003900 | 0.00000039 | 100.29 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₁ | 0.04685500 | 0.00109790 | 42.68 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| p ₂ | 0.52293800 | 0.06616724 | 7.90 | <0.0001 | | | | | | | | | | |
| 1507 | a ₀ | 0.00012200 | 0.00000810 | 15.09 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₁ | 1.78133200 | 0.01679609 | 106.06 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₂ | 0.88231700 | 0.02494533 | 35.37 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₁ | 0.00000500 | 0.00000014 | 33.71 | <0.0001 | 0.3649 | 13550.7 | -0.0067 | 0.39 | 0.98 | 47007.57 | -0.2269 | 2.71 | 0.99 |
| | b ₂ | 0.00003400 | 0.00000025 | 136.48 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₃ | 0.00004700 | 0.00000277 | 16.99 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₁ | 0.04462600 | 0.00108422 | 41.16 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| p ₂ | 0.90835900 | 0.00997065 | 91.10 | <0.0001 | | | | | | | | | | |
| 1508 | a ₀ | 0.00011300 | 0.00000522 | 21.55 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₁ | 1.74578000 | 0.01214935 | 143.69 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₂ | 0.95499800 | 0.01686748 | 56.62 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₁ | 0.00000500 | 0.00000016 | 32.35 | <0.0001 | 0.2461 | 8878.69 | 0.00795 | 0.29 | 0.98 | 30849.91 | -0.0998 | 2.67 | 0.98 |
| | b ₂ | 0.00001400 | 0.00000083 | 16.59 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₃ | 0.00003900 | 0.00000020 | 192.96 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₁ | 0.03566300 | 0.00101950 | 34.98 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| p ₂ | 0.08356800 | 0.00332998 | 25.10 | <0.0001 | | | | | | | | | | |

| UMAFOR | Parámetro | Estimación de parámetros | Error estándar | Valor t | Aprox Pr > t | Factor de forma promedio | Vc (volumen comercial) | | | d (diámetro) | | | | |
|--------|----------------|--------------------------|----------------|---------|---------------|--------------------------|------------------------|-------------------------|----------|--------------------|----------|------------|-----------|--------------------|
| | | | | | | | CIA | Sesgo (m ³) | REMC (m) | R ² adj | CIA | Sesgo (cm) | REMC (cm) | R ² adj |
| 1510 | a ₀ | 0.00012900 | 0.00000490 | 26.23 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₁ | 1.96004800 | 0.01262129 | 155.30 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₂ | 0.62920100 | 0.01498672 | 41.98 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₁ | 0.00000400 | 0.00000013 | 30.59 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₂ | 0.00002000 | 0.00000099 | 19.69 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₃ | 0.00003400 | 0.00000026 | 130.54 | <0.0001 | 0.2461 | 11447.50 | -0.0165 | 0.17 | 0.98 | 47086.86 | -0.0908 | 2.55 | 0.98 |
| | p ₁ | 0.03013600 | 0.000069690 | 43.24 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₂ | 0.13700600 | 0.00851002 | 16.10 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| 1604 | a ₀ | 0.00006900 | 0.00000291 | 23.64 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₁ | 1.61509100 | 0.01152570 | 140.13 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₂ | 1.24464000 | 0.01481613 | 84.01 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₁ | 0.00000500 | 0.00000011 | 50.36 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₂ | 0.00003900 | 0.00000039 | 98.83 | <0.0001 | 0.3310 | 10830.30 | 0.00017 | 0.18 | 0.98 | 40124.92 | -0.1431 | 2.26 | 0.98 |
| | b ₃ | 0.00003400 | 0.00000044 | 76.74 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₁ | 0.05050500 | 0.00102015 | 49.51 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₂ | 0.59689400 | 0.02402229 | 24.85 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| 1605 | a ₀ | 0.00004700 | 0.00000314 | 14.97 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₁ | 1.90290500 | 0.02054328 | 92.63 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₂ | 1.02109000 | 0.02825924 | 36.13 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₁ | 0.00000600 | 0.00000023 | 25.77 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₂ | 0.00001700 | 0.00000144 | 11.49 | <0.0001 | 0.2631 | 4752.64 | -0.001 | 0.24 | 0.96 | 39732.76 | -0.1763 | 2.21 | 0.98 |
| | b ₃ | 0.00003900 | 0.00000032 | 123.06 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₁ | 0.03935700 | 0.00164531 | 23.92 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₂ | 0.12058000 | 0.01028651 | 11.72 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| 1607 | a ₀ | 0.00010200 | 0.00000520 | 19.53 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₁ | 2.03071300 | 0.00593717 | 34.03 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₂ | 0.61666000 | 0.01423654 | 43.32 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₁ | 0.00000600 | 0.00000018 | 33.23 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₂ | 0.00002800 | 0.00000043 | 64.40 | <0.0001 | 0.2843 | 2734.37 | -0.0174 | 0.13 | 0.98 | 26804.75 | -0.2656 | 2.19 | 0.98 |
| | b ₃ | 0.00003300 | 0.00000045 | 74.07 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₁ | 0.04637500 | 0.00138493 | 33.49 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₂ | 0.45234100 | 0.02800635 | 16.15 | <0.0001 | | | | | | | | | |

| UMAFOR | Parámetro | Estimación de parámetros | Error estándar | Valor t | Aprox Pr> t | Factor de forma promedio | Vc (volumen comercial) | | | d (diámetro) | | | | |
|----------------|----------------|--------------------------|----------------|---------|--------------|--------------------------|------------------------|-------------------------|----------|--------------------|----------|------------|-----------|--------------------|
| | | | | | | | CIA | Sesgo (m ³) | REMC (m) | R ² adj | CIA | Sesgo (cm) | REMC (cm) | R ² adj |
| 1608 | a ₀ | 0.00003400 | 0.00000258 | 13.23 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₁ | 1.80838800 | 0.02452088 | 73.35 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₂ | 1.19402000 | 0.03258579 | 36.64 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₁ | 0.00000500 | 0.00000019 | 28.63 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₂ | 0.00002900 | 0.00000041 | 70.31 | <0.0001 | 0.3098 | 3089.93 | -0.0011 | 0.40 | 0.96 | 39872.46 | -0.0909 | 3.14 | 0.98 |
| | b ₃ | 0.00003900 | 0.00000080 | 48.17 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₁ | 0.04074000 | 0.00122537 | 33.25 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| p ₂ | 0.57724100 | 0.01721642 | 33.35 | <0.0001 | | | | | | | | | | |
| 2101 | a ₀ | 0.00007200 | 0.00000241 | 29.65 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₁ | 1.87013300 | 0.01149334 | 162.71 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₂ | 0.90991400 | 0.01455943 | 62.50 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₁ | 0.00000600 | 0.00000011 | 53.87 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₂ | 0.00003400 | 0.00000034 | 98.94 | <0.0001 | 0.3013 | 5479.19 | 0.0007 | 0.34 | 0.98 | 26213.63 | -0.1169 | 2.04 | 0.99 |
| | b ₃ | 0.00003100 | 0.00000030 | 101.25 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₁ | 0.05809600 | 0.00101663 | 57.15 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| p ₂ | 0.53368900 | 0.02501355 | 21.34 | <0.0001 | | | | | | | | | | |
| 2105 | a ₀ | 0.00003000 | 0.00000134 | 22.31 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₁ | 1.85548600 | 0.00883926 | 209.91 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₂ | 1.19034200 | 0.01709668 | 69.62 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₁ | 0.00000300 | 0.00000006 | 39.62 | <0.0001 | 0.1697 | 17363.00 | -0.0008 | 0.22 | 0.99 | 60299.22 | 0.1103 | 2.75 | 0.98 |
| | b ₂ | 0.00000600 | 0.00000029 | 20.04 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₃ | 0.00003100 | 0.00000014 | 219.39 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₁ | 0.01796000 | 0.00049859 | 36.02 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| p ₂ | 0.04109200 | 0.00107773 | 38.13 | <0.0001 | | | | | | | | | | |
| 2108 | a ₀ | 0.00004400 | 0.00000225 | 19.43 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₁ | 1.47526300 | 0.01191746 | 123.79 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₂ | 1.53566900 | 0.01999331 | 76.81 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₁ | 0.00000300 | 0.00000006 | 61.79 | <0.0001 | 0.2970 | 15044.40 | 0.00155 | 0.27 | 0.98 | 64513.14 | -0.178 | 2.74 | 0.98 |
| | b ₂ | 0.00003700 | 0.00000026 | 138.91 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₃ | 0.00003000 | 0.00000060 | 50.29 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₁ | 0.04142100 | 0.00063699 | 65.03 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| p ₂ | 0.73978400 | 0.01484714 | 49.83 | <0.0001 | | | | | | | | | | |

| UMAFOR | Parámetro | Estimación de parámetros | Error estándar | Valor t | Aprox Pr > t | Factor de forma promedio | Vc (volumen comercial) | | | d (diámetro) | | | | |
|----------------|----------------|--------------------------|----------------|---------|---------------|--------------------------|------------------------|-------------------------|----------|--------------------|----------|------------|-----------|--------------------|
| | | | | | | | CIA | Sesgo (m ³) | REMC (m) | R ² adj | CIA | Sesgo (cm) | REMC (cm) | R ² adj |
| 2901 | a ₀ | 0.00007700 | 0.00000293 | 26.44 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₁ | 1.81754300 | 0.01291949 | 140.68 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₂ | 0.99723000 | 0.01181764 | 84.38 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₁ | 0.00000500 | 0.00000014 | 31.96 | <0.0001 | 0.2334 | 11700.5 | -0.0020 | 0.12 | 0.99 | 51259.77 | -0.1576 | 2.52 | 0.98 |
| | b ₂ | 0.00001100 | 0.00000091 | 12.06 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₃ | 0.00003900 | 0.00000024 | 163.12 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₁ | 0.03128400 | 0.00130522 | 23.97 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| p ₂ | 0.07440800 | 0.00395228 | 18.83 | <0.0001 | | | | | | | | | | |
| 2902 | a ₀ | 0.00010300 | 0.00000831 | 12.42 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₁ | 1.76736600 | 0.01789997 | 98.74 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₂ | 0.96692200 | 0.02877671 | 33.60 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₁ | 0.00000500 | 0.00000019 | 26.84 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₂ | 0.00003700 | 0.00000048 | 76.72 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₃ | 0.00005100 | 0.00000175 | 29.08 | <0.0001 | 0.3947 | 18850.1 | -0.0031 | 0.21 | 0.97 | 45063.94 | -0.272 | 3.21 | 0.96 |
| | p ₁ | 0.05168800 | 0.00176829 | 29.23 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| p ₂ | 0.81093000 | 0.01865742 | 43.46 | <0.0001 | | | | | | | | | | |
| 3004 | a ₀ | 0.00007300 | 0.00000418 | 17.56 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₁ | 1.81715400 | 0.01418169 | 128.13 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₂ | 0.99282300 | 0.02257374 | 43.98 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₁ | 0.00000500 | 0.00000018 | 28.04 | <0.0001 | 0.2631 | -6861.30 | -0.0003 | 0.06 | 0.98 | 31806.86 | -0.1325 | 2.10 | 0.97 |
| | b ₂ | 0.00001800 | 0.00000101 | 17.79 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₃ | 0.00003900 | 0.00000029 | 133.49 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₁ | 0.02717200 | 0.00097607 | 27.84 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| p ₂ | 0.14927800 | 0.00926216 | 16.12 | <0.0001 | | | | | | | | | | |
| 3012 | a ₀ | 0.00004600 | 0.00000184 | 25.17 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₁ | 1.97461100 | 0.01175288 | 168.01 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | a ₂ | 0.94387000 | 0.02102148 | 44.90 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₁ | 0.00000700 | 0.00000019 | 36.13 | <0.0001 | 0.3225 | 1775.40 | 0.00025 | 0.12 | 0.99 | 36563.60 | 0.066 | 2.27 | 0.98 |
| | b ₂ | 0.00003000 | 0.00000038 | 78.59 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | b ₃ | 0.00003900 | 0.00000053 | 72.93 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| | p ₁ | 0.04946000 | 0.00130393 | 37.93 | <0.0001 | | | | | | | | | |
| p ₂ | 0.52357900 | 0.01678076 | 31.20 | <0.0001 | | | | | | | | | | |

DISCUSIÓN

Los resultados generados permiten modelar la relación ahusamiento-volumen de manera simultánea (Guzmán-Santiago *et al.*, 2020b), lo cual minimiza las pérdidas económicas en la estimación de los datos (Özçelik y Göçeri, 2015). Por ello, la técnica RAN o SUR hace posible obtener estimadores más consistentes y, por ende, coeficientes superiores al 97 %, que son respaldados en otros estudios (Vargas-Larreta *et al.*, 2017).

En cuanto a la información reportada por Vargas-Larreta *et al.* (2017) en la plataforma SiBiFor durante 2016, para *A. religiosa* se evidencian buenas estimaciones al tener coeficientes superiores al 96 % (R^2) y con una REMC menores a 2.72 cm. Sin embargo, con la calidad de depuración de los datos se logró mejorar los criterios de ajustes ya mencionados, así como de otros añadidos al sistema (CIA y \bar{e}) sobre existencias de volúmenes totales. Por otra parte, esta investigación se enriqueció al abordar los factores de forma respecto a las variables estimadas en cada uno de los sitios.

En consecuencia, los resultados muestran árboles con formas geométricas que van de un neiloide a un paraboloides con distintos puntos de inflexión, donde se observa que las podas en forma natural ocurren lentamente en los individuos. De ahí que una práctica de manejo bien desarrollada facilite el crecimiento de árboles con tallos rectos y de forma cilíndrica (Quiñonez-Barraza *et al.*, 2014), lo que sería deseable. Aun así, cabe mencionar que la mayoría de los sitios todavía no cuentan con un programa de manejo forestal, o quizás este se encuentra en trámite.

A pesar de tratarse de una sola especie y una serie de factores, sobre todo ambientales, es importante calcular los puntos de inflexión de las distintas regiones dado que difieren entre sí (Berhe y Arnoldsson, 2008). Lo anterior fue propuesto por López-Martínez *et al.* (2020), quienes investigaron las 11 especies tropicales más importantes del Sureste de México y encontraron resultados similares al explicar más del 94 % sobre la variabilidad en ahusamiento y volumen comercial, así como la tasa de cambios a distintas

alturas con base en las procedencias; por ejemplo, de la especie *Dendropanax arboreus* (L.) Decne. et Planch. encontraron que en las cuatro regiones los primeros puntos de inflexión fueron 6.0 %, 5.7 %, 5.0 % y 7.1 %, mientras que los puntos posteriores indicaron 60 %, 56 %, 57 % y 70 %.

Un resultado parecido se puede observar en el trabajo de Özçelik y Göçeri, (2015) con *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden y *E. camaldulensis* Dehnh. en la región de Turquía, al explicar más del 97 % sobre la variable volumen, donde los puntos de inflexión ocurren en 3.6 % y 6.4 % de la altura del árbol, siendo similar a lo encontrado por Sakici *et al.* (2008) para *Abies* sp en la misma región. Así mismo, Hernández-Pérez *et al.* (2013) consiguieron ganancias significativas del 97.06 % y 98.09 % en *Pinus patula* Schiede ex Schltld. et Cham., así como puntos de inflexión entre 1.34 % y 82.3 %, y que se asemejan a los resultados de Uranga-Valencia *et al.* (2015) en los valores de p_1 (1.36 %) y p_2 (96.52 %) en un bosque bajo manejo. Cabe resaltar que el primer punto de inflexión es casi imperceptible dado que se da prácticamente a nivel del tocón. Bajo este mismo enfoque también se aprecian las buenas estimaciones que obtuvieron Martínez-Ángel *et al.* (2019) para *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen.

Respecto a los resultados de *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México, se presentan puntos de inflexión aproximado de 4.1 % y 4.6 % (Corral-Rivas *et al.*, 2017; Quiñonez-Barraza *et al.*, 2014), que son semejantes para algunas UMAFOR de esta investigación. A su vez, Fang *et al.* (2000) reportaron el 54 % para *Pinus elliotii* Engelm. y 57 % en *P. taeda* L. en plantaciones de los Estados Unidos. Esta misma metodología ha dado buenas estimaciones en diámetros a distintas alturas de *Gmelina arborea* Roxb. en Colombia (Niño-López *et al.*, 2018), *Eucalyptus tereticornis* Smith en Argentina (Milena-López *et al.*, 2015) y *E. nitens* (Deane et Maiden) Maiden en la región de La Araucanía, Chile (Rodríguez-Toro *et al.*, 2016).

Finalmente, a pesar de que no se percibió ninguna transgresión al supuesto de heterocedasticidad

en los datos, se realizó el análisis de corrección, aunque no se encontró mejora en las bondades de ajuste, lo cual se confirma con otros estudios al señalar que en ocasiones no se requiere hacer correcciones (colinealidad, heterocedasticidad y autocorrelación) de las variables ya mencionadas, pues se trata de un modelo segmentado y a veces se pierden ajustes (además de que en la práctica no aporta información de gran relevancia) (Ramírez-Martínez *et al.*, 2018). Es preciso indicar que la varianza no constante en las perturbaciones del modelo es consecuencia de las características biológicas presentes, por lo que no afecta en gran medida durante el ajuste (Prodan *et al.*, 1997).

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos para cada UMAFOR mostraron excelentes estimaciones al hacer uso del modelo segmentado con características biológicas, lo cual facilita la descripción del perfil fustal y del volumen comercial a diferentes alturas.

Con este modelo es posible generar un sistema de ecuación que clasifique los tipos de productos para su comercialización.

A través de esta técnica se puede observar la forma del fuste de la especie, así como los efectos que influyen sobre el ahusamiento, pues depende del manejo del rodal.

En la mayoría de los casos las formas geométricas que toman los árboles van de un neiloide a un paraboloide.

Por último, destacar que es el primer modelo con este tipo de estructura que se genera a nivel de las UMAFOR para las ocho entidades federativas, y que sin duda será de utilidad en los inventarios forestales.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Dr. Benedicto Vargas Larreta, investigador del Instituto Tecnológico de El Salto, Durango, México, por aportar la información

de campo para este trabajo. De igual manera, al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por su apoyo económico durante el periodo en que los autores fueron estudiantes, entre 2017 y 2020.

CONFLICTO DE INTERESES

Los autores declaran no tener conflicto de intereses.

CONTRIBUCIÓN POR AUTOR

J. C. G.S.: planeación, análisis de la información y redacción del texto; B. V.L.: proporción de los datos de campo y revisión de la información; O. A. A.C., M. G.C., H. M. D.S.P. y G. Q.B.: revisión del documento.

REFERENCIAS

- Azevêdo, T. K. B., Paes, J. B., Calegari, L. y Nascimento, J. W. B. (2014). Relações entre volume e massa da madeira e casca de jurema-preta (*Mimosa tenuiflora*). *Revista Brasileira de Ciências Agrárias*, 9(1), 97-102. <https://doi.org/10.5039/agraria.v9i1a3066>
- Berhe, L. y Arnoldsson, G. (2008). Tree taper models for *Cupressus lusitanica* plantations in Ethiopia. *Southern Forests: a Journal of Forest Science*, 70(3), 193-203. <https://doi.org/10.2989/SF.2008.70.3.2.663>
- Burkhardt, H. y Tomé, H. (2012). *Modeling forest trees and stands*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-90-481-3170-9>
- Corral-Rivas, J. J., Vega-Nieva, D. J., Rodríguez-Soalleiro, R., López-Sánchez, C. A., Wehenkel, C., Vargas-Larreta, B., Álvarez-González, J. G. y Ruiz-González, A. D. (2017). Compatible system for predicting total and merchantable stem volume over and under bark, branch volume and whole-tree volume of pine species. *Forests*, 8(11), 417. <https://doi.org/10.3390/f8110417>

- Cruz-Cobos, F., Mendía-Santana, R., Jiménez-Flores, A. A., Nájera-Luna, J. A. y Cruz-García, F.** (2016). Ecuaciones de volumen para *Arbutus spp.* (madroño) en la región de Pueblo Nuevo, Durango. *Investigación y Ciencia*, 24(68), 41-47.
- Demaerschalk, J. P.** (1972). Converting volume equations to compatible taper equations. *Forest Science*, 18(3), 241-245.
<https://doi.org/10.1093/forestscience/18.3.241>
- Diéguez-Aranda, U., Castedo-Dorado, F., Barrio-Anta, M., Álvarez-González, J. G., Rojo-Alboreca, A. y Ruiz-González, A. D.** (2005). *Prácticas de Dasmetría*. Mundi-Prensa.
<http://www.untumbes.edu.pe/vcs/biblioteca/document/varioslibros/1480.%20Pr%C3%A1cticas%20de%20dasometr%C3%ADa.pdf>
- Fang, Z., Borders, B. E. y Bailey, R. L.** (2000). Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *Forest Science*, 46(1), 1-12.
- Guzmán-Santiago, J. C., Aguirre-Calderón, O. A., González-Tagle, M. A., Treviño-Garza, E. J., Jiménez-Pérez, J., Vargas-Larreta, B. y De los Santos-Posadas, H. M.** (2019). Relación altura-diámetro para *Abies religiosa* Kunth Schltdl. & Cham. en el centro y sur de México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 10(52), 99-120.
<https://doi.org/10.29298/rmcf.v10i52.483>
- Guzmán-Santiago, J. C., Aguirre-Calderón, O. A. y Vargas-Larreta, B.** (2020a). Forest volume estimation techniques with special emphasis on the tropics. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 26(2), 291-306.
<https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2019.07.061>
- Guzmán-Santiago, J. C., Aguirre-Calderón, O. A., Jiménez-Pérez, J. y Vargas Larreta, B.** (2020b). Estimación de volumen de *Abies religiosa* (Kunth) Schltdl. & Cham. en diferentes entidades federativas de México. *Colombia Forestal*, 23(2), 99-113.
<https://doi.org/10.14483/2256201X.15557>
- Hernández-Pérez, D., De los Santos-Posadas, H. M., Ángeles-Pérez, G., Valdez-Lazalde, J. R. y Volke-Haller, V. H.** (2013). Funciones de ahusamiento y volumen comercial para *Pinus patula* Schltdl. et Cham. en Zacualtipán, Hidalgo. *Revista mexicana de ciencias forestales*, 4(16), 34-45.
<https://doi.org/10.29298/rmcf.v4i16.439>
- INEGI. Instituto Nacional de Estadística y Geografía [México].** (2017). *Conjunto de datos vectoriales de uso de suelo y vegetación. Escala 1:250 000. Serie VI. Capa Unión*
<https://www.inegi.org.mx/app/biblioteca/ficha.html?upc=889463173359>
- Kozak, A.** (1988). A variable-exponent taper equation. *Canadian Journal of Forest Research*, 18(11), 1363-1368.
<https://doi.org/10.1139/x88-213>
- López-Martínez, J. O., Vargas-Larreta, B., Aguirre-Calderón, O. A., Aguirre-Calderón, C. G., Macario-Mendoza, P. A., Martínez-Salvador, M. y Álvarez-González, J. G.** (2020). Compatible taper-volume systems for major tropical species in Mexico. *Forestry: An International Journal of Forest Research*, 93(1), 56-74.
<https://doi.org/10.1093/forestry/cpz033>
- Martínez-Ángel, L., De los Santos-Posadas, H. M., Fierros-González, A. M., Cruz-Cobos, F. y Quiñonez-Barraza, G.** (2019). Funciones compatibles de ahusamiento y volumen en una plantación forestal comercial de *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen en Tlatlauquitepec, Puebla. *Agrociencia*, 53(3), 381-401.
- Milena-López, A. M., Barrios, A. y Trincado, G.** (2015). Modelos de perfiles fustales con una estructura de error autorregresiva para plantaciones de *Eucalyptus tereticornis* en Colombia. *Madera y Bosques*, 21(2), 73-88.
<https://doi.org/10.21829/myb.2015.212446>
- Niño-López, G. S., Ramos-Molina, P. A., Barrios, A. y López-Aguirre, A. M.** (2018). Modelos compatibles de ahusamiento-volumen para árboles de *Gmelina arborea* Roxb. en el Alto Magdalena, Colombia. *Colombia Forestal*, 21(2), 174-187.
<https://doi.org/10.14483/2256201X.12249>
- Özçelik, R. y Göçeri, M. F.** (2015). Compatible merchantable stem volume and taper equations for

- Eucalyptus sp.* plantations in the Eastern Mediterranean Region of Turkey. *Turkish Journal of Agriculture and Forestry*, 39(6), 851-863.
<https://doi.org/10.3906/tar-1501-27>
- Prodan, M., Peters, R., Cox, F. y Real, P.** (1997). *Mensura Forestal* (Serie Investigación y Educación en Desarrollo Sostenible). Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA).
<http://repiica.iica.int/docs/B4179e/B4179e.pdf>
- Quiñonez-Barraza, G., De los Santos-Posadas, H. M., Álvarez-González, J. G. y Velázquez-Martínez, A.** (2014). Compatible taper and merchantable volume system for major pine species in Durango, Mexico. *Agrociencia*, 48(5), 553-567.
- Ramírez-Martínez, A., Santiago-García, W., Quiñonez-Barraza, G., Ruiz-Aquino, F. y Antúnez, P.** (2018). Modelación del perfil fustal y volumen total para *Pinus ayacahuite* Ehren. *Madera y Bosques*, 24(2), 1-15.
<https://doi.org/10.21829/myb.2018.2421496>
- Rodríguez-Toro, A., Rubilar-Pons, R., Muñoz-Sáez, F., Cártes-Rodríguez, E., Acuña-Carmona, E. y Cancino-Cancino, J.** (2016). Modelo de ahusamiento para *Eucalyptus nitens*, en suelos de cenizas volcánicas de la región de La Araucanía (Chile). *Revista de la Facultad de Ciencias Agrarias UNCuyo*, 48(1), 101-114.
- Sakici, O. E., Misir, N., Yavuz, H. y Misir, M.** (2008). Stem taper functions for *Abies nordmanniana* subsp. *bornmulleriana* in Turkey. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 23(6), 522-533.
<https://doi.org/10.1080/02827580802552453>
- SAS Institute Inc.** (2008). *Statistical Analysis System (SAS/STAT)* (Versión 9.2) [Software de computador]. SAS Institute Inc.
https://www.sas.com/en_us/software/stat.html
- Schumacher, F. X. y Hall, F. S.** (1933). Logarithmic expression of timber-tree volume. *Journal Agriculture Research*, 47(9), 719-734.
- SEMARNAT. Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales [México].** (2016). *Anuario estadístico de la producción forestal*.
<https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/282951/2016.pdf>
- Tamarit-Urías, J. C., De los Santos-Posadas, H. M., Aldrete, A., Valdez-Lazalde, J. R., Ramírez-Maldonado, H. y Guerra De la Cruz, V.** (2014). Sistema de cubicación para árboles individuales de *Tectona grandis* L. f. mediante funciones compatibles de ahusamiento-volumen. *Revista mexicana de ciencias forestales*, 5(21), 58-74.
- Uranga-Valencia, L. P., De los Santos-Posadas, H. M., Valdez-Lazalde, J. R., López-Upton, J. y Navarro-Garza, H.** (2015). Volumen total y ahusamiento para *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. en tres condiciones de bosque. *Agrociencia*, 49(7), 787-801.
- Urbano, E., Machado, S. A., Figueiredo-Filho, A., Sanquetta, C. R. y Zea-Camaño, J. D.** (2018). Modelación del volumen de rodal para especies secundarias en bosques nativos de *Mimosa scabrella* en la región metropolitana de Curitiba, Paraná, Brasil. *Bosque*, 39(2), 227-237.
<https://doi.org/10.4067/S0717-92002018000200227>
- Valencia-Manzo, S., Trujillo-Gómez, S. A., Cornejo-Oviedo, E. H., Flores-López, C., Díaz-Balderas, J. A. y González-López, H. D.** (2017). Ecuación de pressler para estimar volumen de fuste en árboles de *Pinus patula* Schl. et Cham. var. *longepedunculata* Look. *Foresta Veracruzana*, 19(1), 29-34.
- Vargas-Larreta, B., Corral-Rivas, J. J., Aguirre-Calderón, O. A., López-Martínez, J. O., Santos-Posadas, H. M., Zamudio-Sánchez, F. J., Treviño-Garza, E. J., Martínez-Salvador, M. y Aguirre-Calderón, C. G.** (2017). SiBiFor: Forest Biometric System for forest management in Mexico. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 23(3), 437-455.
<https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2017.06.040>

