

Društvo građevinskih konstruktora Srbije

SIMPOZIJUM 2020

13-15. maj 2021- ARANĐELOVAC

# ZBORNIK RADOVA SA NACIONALNOG SIMPOZIJUMA DGKS



U SARADNJI SA



Република Србија  
Министарство  
просвете, науке и  
технолошког развоја

POKROVITELJ



PLATINASTI SPONZORI

Metal **ink** ara

ŠIRBEGOVIĆ®  
INŽENJERING

DELTA  
REAL ESTATE

baldini  
studio

INTERNATIONAL

**STRABAG**  
TEAMS WORK.

PUT INŽENJERING

ZLATNI SPONZORI



ProClub



DNEC

CIP - Каталогизација у публикацији  
Народна библиотека Србије, Београд

624(082)(0.034.2)  
69(082)(0.034.2)

ДРУШТВО грађевинских конструктора Србије. Симпозијум 2020 (2021 ; Аранђеловац)  
Zbornik radova sa Nacionalnog simpozijuma DGKS [Elektronski izvor] / Društvo  
građevinskih konstruktera Srbije, Simpozijum 2020, 13-15. maj 2021, Arandelovac ; [urednici  
Zlatko Marković, Ivan Ignjatović, Boško Stevanović]. - Beograd : Univerzitet, Građevinski  
fakultet : Društvo građevinskih konstruktera Srbije, 2021 (Arandelovac : Grafopak). - 1 USB  
fleš memorija ; 5 x 2 x 1 cm

Sistemska zahtevi: Nisu navedeni. - Nasl. sa naslovne strane dokumenta. - Radovi na srp. i  
engl. jeziku. - Tiraž 200. - Bibliografija uz svaki rad. - Summaries.

ISBN 978-86-7518-211-5 (GF)

a) Грађевинарство -- Зборници  
COBISS.SR-ID 37696777

<b>Izdavač:</b>	<b>Univerzitet u Beogradu Građevinski fakultet</b> Beograd, Bulevar kralja Aleksandra 73/I
<b>Suizdvač:</b>	<b>Društvo građevinskih konstruktera Srbije</b> Beograd, Bulevar kralja Aleksandra 73
<b>Urednici:</b>	prof. dr Zlatko Marković v.prof. dr Ivan Ignjatović prof. dr Boško Stevanović
<b>Tehnički urednik:</b>	v.prof. dr Jelena Dobrić
<b>Tehnička priprema:</b>	doc. dr Nina Gluhović doc. dr Marija Todorović Isidora Jakovljević
<b>Gafički dizajn:</b>	Tijana Stevanović
<b>Dizajn korica:</b>	Tijana Stevanović
<b>Štampa:</b>	Grafopak, Arandelovac
<b>Tiraž:</b>	200 primeraka

**Beograd, maj 2021.**

*Dorđe Đokić<sup>1</sup>, Aljoša Filipović<sup>2</sup>, Nenad Fric<sup>3</sup>*

## **UTICAJ PODUŽNOG KROVNOG SPREGA NA DUŽINU IZVIJANJA GLAVNIH STUBOVA INDUSTRIJSKE HALE**

### **Rezime:**

Rad prikazuje parametarsku analizu izvijanja uklještenih stubova industrijske hale uzimajući u obzir i postojanje podužnog krovno sprega. Primenom LBA (*Linear Buckling Analysis*) u prostornom modelu čelične konstrukcije određena je najpre kritična sila izvijanja, a zatim i koeficijent dužine izvijanja glavnih stubova industrijske hale. Analizom je obuhvaćeno osam različitih dispozicionih rešenja industrijske hale u smislu položaja podužnog krovno sprega i vertikalnog sprega u kalkanu. U okviru svakog dispozicionog rešenja varirana je dužina hale. Razmatran je slučaj kada se spregovi projektuju tako da njihova ispuna može da prihvati pritisak i zatazanje, kao i slučaj kada spreg čini ispuna koja prihvata samo sile zatezanja. Prikazana je vrednost koeficijenta dužine izvijanja glavnih stubova industrijske hale u funkciji uticajnih parametara.

*Ključne reči: dužina izvijanja, LBA, stub, podužni krovni spreg*

## **INFLUENCE OF LONGITUDINAL ROOF BRACING ON THE BUCKLING LENGTH OF THE MAIN COLUMNS IN INDUSTRIAL HALL**

### **Summary:**

This paper presents a parametric analysis of flexural buckling of cantilever columns of industrial hall with longitudinal roof bracing. Linear Buckling Analysis - LBA was performed in 3D hall model to determine critical buckling load and buckling coefficient of the main columns. The analysis included eight different industrial hall layouts in terms of longitudinal roof bracing and gable end bracing positions. Within each layout, the hall length was varied. Two cases of bracing structural behaviour were considered: bracing diagonals that can be loaded both in tension and compression and diagonals that can only be loaded in tension. Buckling coefficient values of the main columns of the industrial hall are presented in function of influencing parameters.

*Key words: buckling length, LBA, column, longitudinal roof bracing*

<sup>1</sup> BSc, Student, University of Belgrade, Faculty of Civil Engineering, [djokicdjordje95@gmail.com](mailto:djokicdjordje95@gmail.com)

<sup>2</sup> MSc, Civil Eng, Teaching assistant, Faculty of Civil Engineering University of Belgrade, [afilipovic@grf.bg.ac.rs](mailto:afilipovic@grf.bg.ac.rs)

<sup>3</sup> PhD, Civil Eng, Assistant professor, Faculty of Civil Engineering University of Belgrade, [fric@imk.grf.bg.ac.rs](mailto:fric@imk.grf.bg.ac.rs)

## 1. UVOD

Određivanje nosivosti pritisnutih elemenata na fleksiono izvijanje, može se izvršiti primenom opšte metode proračuna koja je data u EN 1993-1-1 [1], a koja se zasniva na zavisnosti između bezdimenzionalnog koeficijenta izvijanja, koji predstavlja odnos proračunske nosivosti elementa na fleksiono izvijanje i proračunske nosivosti poprečnog preseka na pritisak sa jedne strane i bezdimenzionalne relativne vitkosti, koja predstavlja odnos nosivosti poprečnog preseka na pritisak i elastične kritične sile izvijanja sa druge strane [2]. Dakle, metodi proračuna nosivosti pritisnutih elemenata na izvijanje prethodi postupak određivanja elastične kritične sile izvijanja. Tačnost u određivanju vrednosti kritične sile izvijanja zavisi od pouzdanosti interpretacije graničnih uslova oslanjanja. Kritična sila izvijanja ( $N_{cr}$ ) najčešće se određuje analitičkim izrazom u funkciji modula elastičnosti ( $E$ ), momenta inercije ( $I$ ) i dužine izvijanja ( $L$ ).

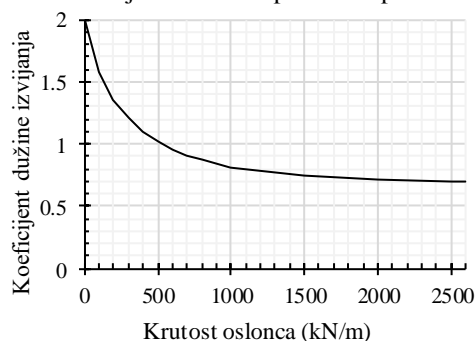
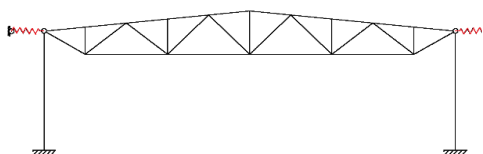
$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (1)$$

U fizičkom smislu dužina izvijanja predstavlja dužinu ekvivalentnog pritisnutog elementa konstantnog poprečnog preseka koji je zglobno oslonjen na svojim krajevima i ima istu kritičnu silu kao i razmatrani štap, odnosno to je rastojanje između susednih, realnih ili fiktivnih prevojnih tačaka izvijenog oblika elementa. Za četiri osnovna Ojlerova slučaja, sa različitim uslovima oslanjanja, date su vrednosti dužine izvijanja i one se mogu prikazati kao proizvod koeficijenta dužine izvijanja ( $\beta$ ) i dužine elementa [3]. Često se ponašanje nekog elementa u konstrukciji ne može opisati nekim od ova četiri Ojlerova slučaja izvijanja. Većina programa za analizu konstrukcija pruža mogućnost proračuna kritične sile izvijanja proizvoljnog elementa konstrukcije čime se može efikasno rešiti ovaj problem.

Najčešći primer konstruktivnog rešenja čelične konstrukcije industrijskih hala predstavljaju sistemi kod kojih se stabilizacija konstrukcije usled horizontalnih dejstava obezbeđuje sa uklještenim stubovima i spregovima. Ukoliko ne postoje zahtevi za ponavljanjem glavne noseće konstrukcije u kalkanskim zidovima, tako da se hala u budućnosti može produžiti bez ojačanja konstrukcije, tada kalkanske zidove, za uobičajne visine objekata, čine "pendel" stubovi čija se stabilnost u poprečnom pravcu postiže postavljanjem vertikalnih spregova u kalkanu. Funkcija podužnih krovni spregova je da prihvate reakcije fasadnih stubova u podužnim zidovima, međutim ukoliko su glavni stubovi na međusobnom rastojanju do 7.0 m tada izostaje potreba za fasadnim stubovima u podužnim zidovima. U konstruktivnim sistemima gde podužne zidove čine samo glavni stubovi, podužni krovni spregovi predviđaju se sa ciljem da obezbede sadejstvo svih glavnih nosača u prijemu i preraspodeli horizontalnih opterećenja. Postojanjem podužnog krovnog sprega se znatno smanjuje deformacija glavnog nosača i bitno poboljšava poprečna krutost hale [4].

Konzervativna metoda proračuna podrazumeva da se dužina izvijanja uklještenih stubova glavnih nosača, na koje se zglobno oslanja rešetkasti krovni nosač, odredi zanemarujući poboljšanje poprečne krutosti hale. Dakle, u tom slučaju kritična sila fleksionog izvijanja određuje se izrazom datim jednačinom (1) gde se za dužinu izvijanja usvaja dvostruka vrednost visine stuba. Realan statički sistem glavne noseće konstrukcije prikazan je na slici 1a. Uticaj podužnog krovnog sprega na deformabilnost glavnog nosača uzima se u obzir postavljanjem

elastičnih oslonaca na vrhu stubova. Vrednost kritične sile izvijanja, odnosno koeficijenta dužine izvijanja, zavisi od krutosti podužnog krovnog sprega. Varirajući krutost oslonca u vencu statičkog sistema prikazanog na slici 1a dobijen je dijagram prikazan na slici 1b, koji predstavlja zavisnost između koeficijenta dužine izvijanja i krutosti oslonca u vrhu stubova. Za beskonačnu krutost oslonca dobija se vrednost koeficijenta izvijanja  $\beta=0.7$  što odgovara Ojlerovom slučaju u kome je štap na jednom kraju uklješten, a na drugom zglobno oslonjen. Ukoliko oslonac ima zanemarljivu krutost tada vrednost koeficijenta dužine izvijanja teži vrednosti Ojlerovog slučaja za konzolu  $\beta=2$ . Krutost podužnog krovnog sprega, zavisi od oblika ispune sprega, aksijalne krutosti profila sprega, statičke visine sprega, dužine hale i krutosti vertikalnih spregova u kalkanu koji predstavljaju oslonac podužnim krovnim spregovima. Tačna vrednost koeficijenta dužine izvijanja glavnih stubova može se odrediti primenom linearne analize sopstvenih oblika izvijanja na prostornom modelu konstrukcije kojom se uzimaju u obzir svi pomenuti parametri.



a) Realan statički sistem glavne noseće konstrukcije

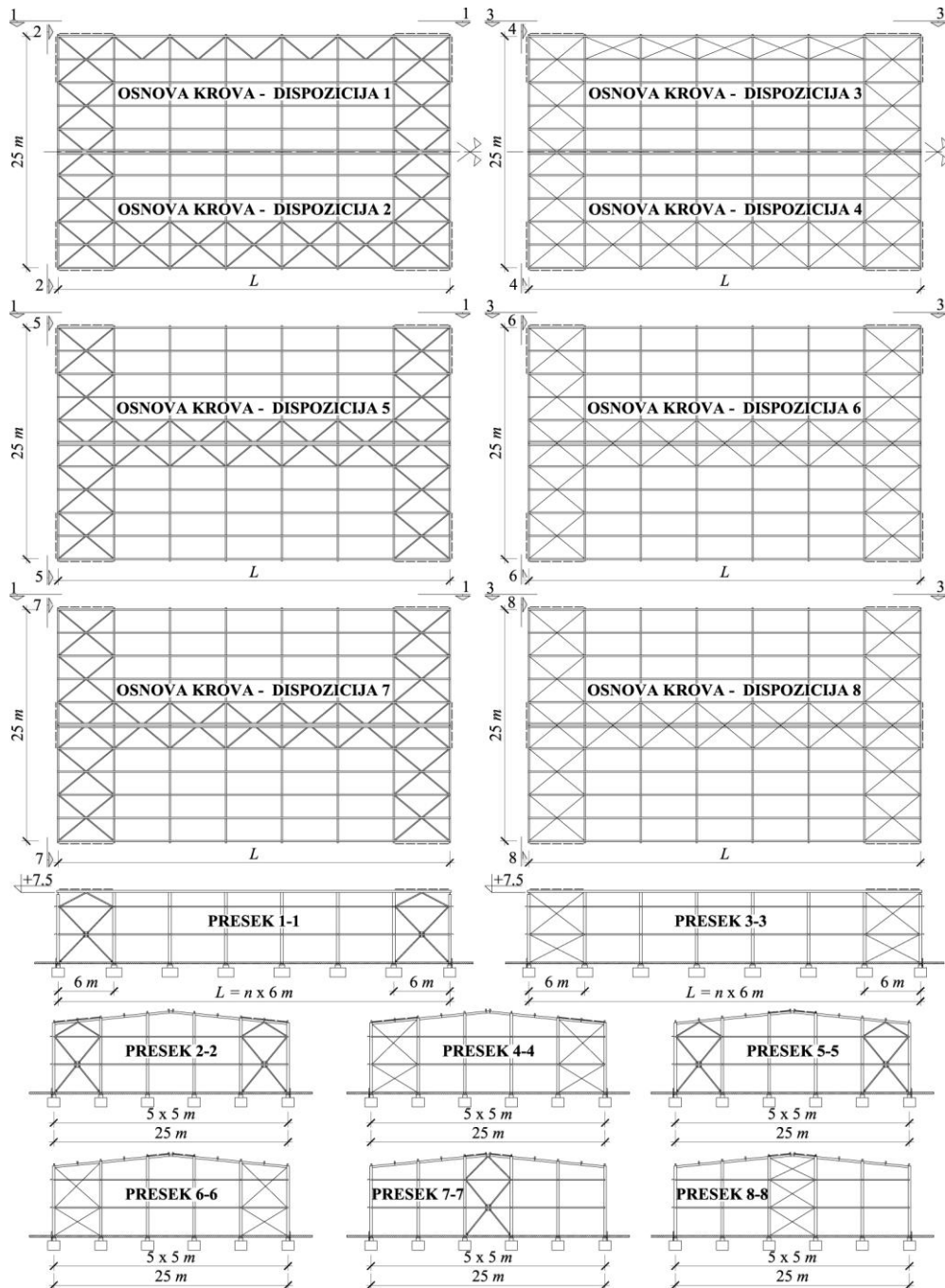
b) Uticaj krutosti podužnog krovnog sprega na koeficijent dužine izvijanja

Slika 1 – Uticaj podužnog krovnog sprega na deformabilnost glavnog nosača

Ovaj rad prikazuje parametarsku analizu određivanja koeficijenta dužine izvijanja glavnih stubova za različita dispoziciona rešenja. Osim variranja konstruktivnih rešenja u okviru osam različitih dispozicija varirana je i dužina objekta.

## 2. OPIS PARAMETARSKE ANALIZE

Uzimajući u obzir uticajne parametere na ponašanje stubova pri pritisku, urađena je parametarska analiza. Analizirano je 8 različitih konceptualnih rešenja dispozicije industrijske hale koja su prikazana na slici 2. Rešenja obuhvataju različite položaje i statičke visine podužnih krovnih spregova, različit položaj vertikalnih spregova u kalkanu, kao i različitu ispunu podužnih krovnih spregova i vertikalnih spregova u kalkanu. Analizirani su spregovi sa ispunom od ugaonika, koji su projektovani tako da mogu prihvatiti pritisak i zatezanje i ispuna od zatega kružnog poprečnog preseka, koje su projektovane da prihvate samo sile zatezanja. U okviru svakog dispozicionog rešenja varirana je dužina hale od 42.0 m do 78.0 m, tako što je dodavano po jedno polje hale. Raster glavne noseće konstrukcije iznosi 6.0 m, dakle za svako dispoziciono rešenje analizirano je 7 različitih dužina hale.



Slika 2 – Analizirana dispoziciona rešenja industrijskih hala

Napravljeno je ukupno 56 prostornih modela u kojima je primenom linearne analize sopstvenih oblika izvijanja (LBA - *Linear Buckling Analysis*) određena kritična sila izvijanja glavnih stubova za svaki model. Modeliranje sa ciljem određivanja kritične sile izvijanja urađeno je paralelno u dva programska paketa *Tekla Structures Designer* i *Robot Structural Analysis*. Na osnovu uticaja u prostornim modelima izvršeno je dimenzionisanje elemenata prema graničnim stanjima nosivosti i graničnim stanjima upotrebljivosti, kako bi svi elementi konstrukcije uključujući i glavne stubove imali dodeljene adekvatne poprečne preseke.

Globani oblik izvijanja je takav da se vrednost koeficijenta izvijanja  $\beta$  menja u zavisnosti od položaja stuba po dužini hale. Najmanju vrednost imaju stubovi u sastavu vertikalnog sprega i stubovi koji su bliže kalkanskom zidu. Stub koji je najbliži sredini dužine hale, zbog deformabilnosti podužnog krovnog sprega, predstavlja stub sa najmanjom kritičnom silom, odnosno najvećim koeficijentom dužine izvijanja. Rezultati koji će biti prezentovani u nastavku odnose se na taj stub.

Glavnu noseću konstrukciju svih razmatranih modela čine uklješteni stubovi na koje se zglobno oslanja rešetkasti krovni nosač. Raspon rešetkastog krovnog nosača iznosi 25.0 m. Glavni nosači postavljaju se na međusobnom rastojanju od 6.0 m. Visina glavnih stubova u vencu iznosi 7.5 m. Ukupna dužina objekta iznosi  $n \times 6$ , gde  $n$  predstavlja broj polja i u razmatranim modelima kreće se od 7 do 13. Između dva glavna stuba dispozicionim rešenjima nisu predviđeni fasadni stubovi u podužnim zidovima. Krovnu konstrukciju čine rožnjače, koje su postavljene na rastojanju od 2.5 m, podužni i poprečni krovni spregovi. U krajnjim osama predviđena je kalkanska konstrukcija, koju čine fasadni stubovi, fasadne rigle i vertikalni spregovi u kalkanskom zidu. Fasadni stubovi u kalkanskim zidovima su zglobno oslonjeni na temelj. U podužnim zidovima u ugaonim poljima predviđeni su vertikalni spregovi, koji predstavljaju oslonce poprečnim krovnim spregovima. Osnovni materijal elemenata čelične konstrukcije je čelik S235JR. Razlike između 8 različitih konceptualnih dispozicija sastoje su u položaju i rasponu podužnih krovnih spregova i vertikalnih spregova u kalkanu, kao i u ispuni spregova.

U dispoziciji označenoj sa rednim brojem 1 podužni krovni spreg nalazi se u prvom polju do venčanice i statičke je visine 2.5 m. Vertikalni spregovi u kalkanu nalaze se u dva ugaona polja, kao što je to prikazano na preseku 2-2 na slici 2. Ispuna spregova je od vrućevaljanih profila L poprečnog preseka. Za razliku od dispozicije 1, kod dispozicije koja je označena rednim brojem 2 statička visina podužnog krovnog sprega iznosi 5.0 m i on se nalazi u prva dva polja gledajući od venčanice. Poprečni preseki i položaj vertikalnih spregova u kalkanu je isti kao u dispoziciji 1. Dispozicije označene sa rednim brojevima 3 i 4 predstavljaju modifikaciju dispozicija 1 i 2, respektivno. U ovim dispozicijama poprečni preseki ispuna spregova su kružnog poprečnog preseka, projektovani da prihvate samo sile zatezanja. U skladu sa tim kod ovih dispozicija modifikovana je ispuna sa trougaone ispune na ispunu sa ukrštenim dijagonalama, kao što je to prikazano na osnovama krovne konstrukcije i preseku 4-4 na slici 2. Podužni krovni spreg kod dispozicija označenim sa rednim brojevima 5 i 6 nalazi se u sredini objekta i zauzima dva polja, po jedno sa svake strane slemenjače. U dispoziciji označenoj sa rednim brojem 5 ispuna je od vrućevaljanih profila L poprečnog preseka, dok je u dispoziciji 6 ispunu čine zatege od okruglog čelika. Kod ovih dispozicionih rešenja vertikalni spregovi zadržali su isti položaj koji su imali u prethodnim dispozicijama, kao što je to prikazano na presecima 5-5 i 6-6 na slici 2 za dispoziciju 5 i dispoziciju 6, respektivno. Osnova krovne konstrukcije dispozicija 7 i 8 identična je sa osnovama krovne konstrukcije dispozicija 5 i 6. Karakteristika za ove dve dispozicije jeste položaj

vertikalnih spregova u kalkanu koji se nalaze u srednjem polju kalkana, kao što je to prikazano na presecima 7-7 i 8-8 na slici 2 za dispoziciju 7 i dispoziciju 8, respektivno.

### 3. PRIKAZ REZULTATA PARAMETARSKE ANALIZE

Na osnovu formiranih modela za glavni stub koji je najbliži sredini dužine hale, određena je kritična sila fleksionog izvijanja oko jače ose inercije. Transformacijom izraza za kritičnu silu dobija se izraz za koeficijent dužine izvijanja  $\beta$ , koji je dat jednačinom:

$$\beta = \sqrt{\frac{\pi^2 EI_y}{L^2 N_{cr}}} \quad (2)$$

gde je:

$E$  modul elastičnosti, koji za konstruktivni čelik S235JR iznosi 210 GPa,

$I_y$  moment inercije stuba oko jače ose inercije,

$L$  sistemna visina stuba,

$N_{cr}$  kritična sila izvijanja za fleksiono izvijanje oko jače ose dobijena primenom LBA.

Za svih 56 razmatranih modela određen je koeficijent dužine izvijanja. Vrednost određenih koeficijenata dužine izvijanja prikazane su u tabeli 1. Grafička prezentacija dobijenih rezultata prikazana je na slici 3, na kojoj su date krive koje predstavljaju zavisnost između koeficijenta dužine izvijanja i dužine hale za svako dispoziciono rešenje posebno. Krive koje su prikazane isprekidanim linijama odnose se na dispozicije u kojima ispunu spregova čine zatege kružnog poprečnog preseka, dok su punom linijom prikazane krive za dispozicije u kojima ispunu spregova čine ugaonici.

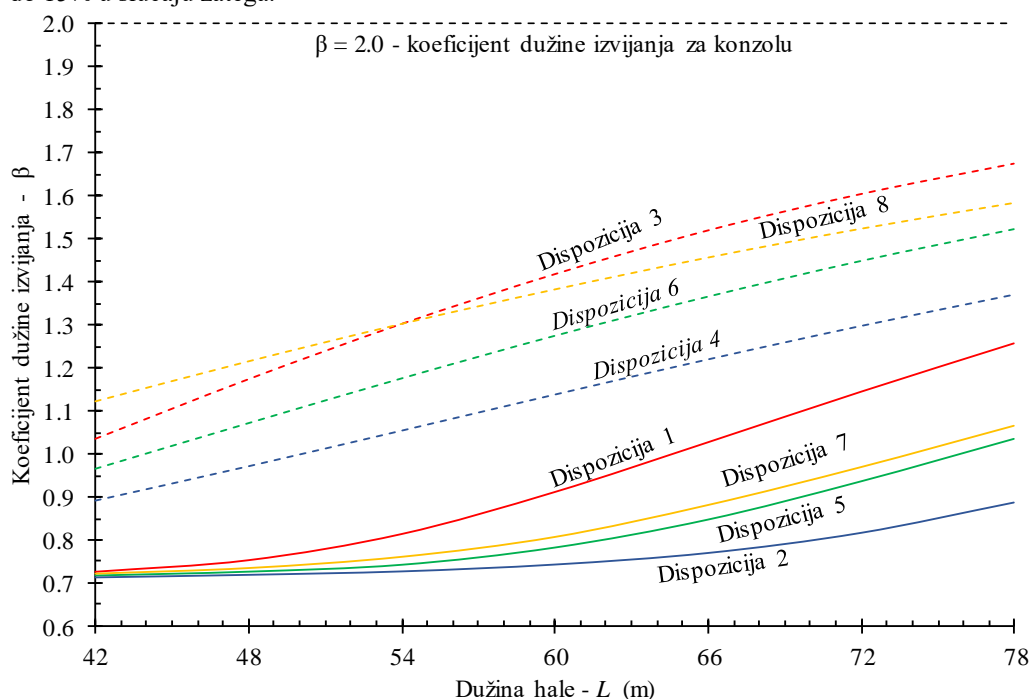
Tabela 1 – Vrednosti koeficijenta dužine izvijanja stubova -  $\beta$

Dužina hale $L$ (m)	42	48	54	60	66	72	78
Dispozicija 1	0.725	0.752	0.813	0.911	1.027	1.145	1.258
Dispozicija 2	0.712	0.718	0.726	0.742	0.769	0.816	0.887
Dispozicija 3	1.034	1.173	1.302	1.418	1.520	1.605	1.676
Dispozicija 4	0.892	0.972	1.055	1.139	1.221	1.299	1.372
Dispozicija 5	0.716	0.725	0.741	0.781	0.846	0.935	1.034
Dispozicija 6	0.966	1.072	1.176	1.275	1.366	1.449	1.523
Dispozicija 7	0.722	0.735	0.761	0.807	0.881	0.969	1.065
Dispozicija 8	1.124	1.217	1.304	1.384	1.458	1.525	1.585

Analizirajući prikazane rezultate možemo zaključiti da se za razmatrane modele koeficijent dužine izvijanja glavnih stubova kreće od 0.712 do 1.676. U slučaju dispozicija kod kojih je ispunu od ugaonika koeficijent  $\beta$  asimptotski teži vrednosti od 0.7 kako se dužina hale smanjuje. U slučaju kada su spregovi projektovani tako da primaju samo sile zatezanja, koeficijenti dužine izvijanja glavnih stubova su veći, što je bilo i za očekivati uzimajući u obzir manju krutost ovakvih spregova. Najmanje vrednosti koeficijenta dužine izvijanja, koje se kreću u opsegu od 0.712 do 0.887 javljaju se kod dispozicije sa rednim brojem 2, kod koje je krutost podužnog krovnog sprega najveća. Najveće vrednosti koeficijenta dužine izvijanja glavnih stubova za hale



male dužine, do 54.0 m, dobijene su za dispoziciono rešenje označeno sa brojem 3. Kod hala veće dužine od 54.0 m najveće vrednosti se dobijaju za dispoziciju 8, za koju vrednost koeficijenta izvijanja glavnog stuba dostiže vrednost u iznosu od 1.676. Poređenjem dispozicionih rešenja u kojima se nalazi jedan vertikalni spreg u srednjem polju kalkana u odnosu na dispoziciona rešenja u kojima u kalkanu postoje dva vertikalna sprega u krajnjim poljima kalkana, možemo zaključiti da u slučaju jednog vertikalnog sprega imamo veće vrednosti koeficijenta dužine izvijanja stubova do 5% ukoliko je ispunjena od ugaonika, odnosno do 15% u slučaju zatega.



Slika 3 – Grafički prikaz koeficijenta dužine izvijanja u funkciji dužine hale

#### 4. ZAKLJUČCI

Savremeni pristup projektovanja konstrukcije podrazumeva izradu prostornih modela konstrukcije sa ciljem određivanja presečnih sila u elementima konstrukcije, ali i određivanja sopstvenih oblika oscilovanja svakog pojedinačnog elementa uzimajući u obzir sadejstvo svih elemenata. Postojanje podužnog krovnog sprega kod čelične konstrukcije industrijske hale sa uklještenim stubovima, bez fasadnih stubova u podužnim zidovima, može značajno redukovati koeficijent dužine izvijanja glavnih stubova ukoliko se u oba kalkanska zida nalaze vertikalni spregovi u kalkanu.

Koeficijenti dužine izvijanja glavnih stubova u 56 razmatranih modela kreću se u opsegu od 0.712 do 1.676. Usled smanjenja krutosti podužnih krovnih spregova, koeficijent dužine

izvijanja kod svakog dispozicionog rešenja pokazao je veliku osetljivost na promenu dužine hale. Pokazano je da razmatrana ispuna koja može da prihvati sile pritiska i zatezanja daje veću krutost podužnom krovnom spregu, a samim tim i manji koeficijent dužine izvijanja glavnih stubova, u odnosu na ispunu koja prihvata samo zatezanje. Variranje položaja vertikalnih spregova u kalkanu kod hala velike dužine nije pokazalo značajan uticaj.

Vrednost kritične sile izvijanja glavnih stubova kod objekata koji su sličnog konstruktivnog sistema razmatranim dispozicijama zavisi od velikog broja parametara, od koji ključnu ulogu imaju krutosti i položaj podužnog krovnog sprega i vertikalnih spregova u kalkanu. Primenom linearne analize sopstvenih oblika izvijanja na prostornom modelu konstrukcije može se precizno odrediti vrednost kritične sile izvijanja čime se postiže projektovanje racionalnije konstrukcije u odnosu na konzervativne pristupe, koji podrazumevaju određivanje kritične sile izvijanja sa dužinom izvijanja jednakom dvostrukoj visini stuba.

#### LITERATURA

- [1] EN 1993-1-1: 2005 Eurocode 3: "Design of Steel Structures: General rules and rules for buildings", CEN, 2005.
- [2] Marković Z.: Granična stanja čeličnih konstrukcija prema Evrokodu, Akademska misao, Beograd, 2014.
- [3] Timoshenko S.P, Gere J.M.: Theory of elastic stability, NY: McGraw-Hill, 1985.
- [4] Buđevac D.: Metalne konstrukcije u zgradarstvu, Građevinska knjiga – AD, Beograd, 2003.