

ESTUDIO DE LA ENTROPIA Y COMPLEJIDAD WAVELET EN LA FRAGMENTACIÓN DEL COMPLEJO QRS

Clemente, Gisela V.^{a,b}, Vampa, Victoria^a, Valverde, Esteban R.^{b,c,d} y Arini, Pedro D.^{b,c,e}

^aUIDET, Matemática Aplicada, Depto. de Cs. Básicas, Fac. de Ing., UNLP

^bCONICET

^cInstituto de Ingeniería Biomédica (IIBM), FIUBA

^dInstituto de Fisiología y Biofísica "Bernardo Houssay" (IFIBIO-Houssay), Grupo de Neurociencia de Sistemas

^eGrupo de Investigación en Cardioseñales, Instituto Argentino de Matemática, 'Alberto P. Calderón' CONICET.

Lugar de ejecución: Unidad de Investigación, Desarrollo, Extensión y Tránsito (UIDET), Matemática Aplicada. Departamento de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata. Dirección electrónica del autor de contacto: investigar1matematica@gmail.com

1. INTRODUCCIÓN

Se ha demostrado que aquellos individuos que han sufrido un infarto de miocardio (IM) tienen una alta probabilidad de desarrollar arritmias ventriculares malignas y/o muerte súbita cardíaca. Las anomalías de la conducción eléctrica que aparecen en la región de cicatrizado del miocardio se reflejan en el electrocardiograma (ECG) como fragmentaciones del complejo QRS (fQRS), que no siempre son posibles de detectar visualmente.

Hay pocas técnicas no invasivas para capturar dichas inestabilidades eléctricas en el caso en que los pacientes no presenten taquicardia o fibrilación ventricular (VT/VF). Los mismos son potencialmente riesgosos y pueden desarrollar la arritmia inesperadamente.

Por ello, hemos evaluado la señal del ECG a partir de su entropía normalizada (\mathcal{H}) y la complejidad wavelet (\mathcal{C}) de complejos QRS, utilizando la transformada wavelet continua, como un método eficaz para cuantificar alteraciones anormales en la actividad eléctrica cardíaca en pacientes post IM.

Palabras clave: *transformada wavelet continua, energía wavelet relativa, entropía wavelet, complejidad estadística, infarto de miocardio.*

2. DESARROLLO Y DISCUSIÓN

2.1. TRANSFORMADA WAVELET CONTINUA

Una familia wavelet $\psi_{a,b}$ es un conjunto de funciones

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0 \quad (1)$$

donde a y b son los parámetros de escala y traslación respectivamente, y ψ es una función fija, llamada *wavelet madre*, que está bien localizada tanto en tiempo como en frecuencia.

Para ser clasificada como wavelet, debe satisfacer la siguiente *condición de admisibilidad*:

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\widehat{\psi}|^2}{w} dw < +\infty \quad (2)$$

donde $\widehat{\psi}(w)$ es la Transformada de Fourier de ψ .

La transformada wavelet continua (CWT) de una señal $s(t) \in L^2(\mathbb{R})$ se define como

$$W_\psi s(a, b) = \langle s, \psi_{a,b} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \overline{\psi_{a,b}(t)} dt \quad a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0 \quad (3)$$

La CWT se utiliza para construir una representación de tiempo-frecuencia de una señal.

El cálculo de la CWT generalmente se realiza tomando valores discretos para el parámetro de escala a y el parámetro de traslación b . Por lo tanto, se puede obtener la siguiente representación wavelet de la señal

$$s(t) = \sum_j \sum_k c_j(k) \psi_{j,k}(t) \quad (4)$$

donde j y k corresponden a valores discretos de a y b respectivamente.

2.2. ENERGÍA WAVELET RELATIVA

Si la familia $\{\psi_{j,k}(t)\}$ es una base ortonormal de $L^2(\mathbb{R})$, los coeficientes wavelet en Eq. (4) están dados por $c_j(k) = \langle s, \psi_{j,k} \rangle$. En cada nivel de resolución j , la *energía wavelet* de la señal es

$$E_j = \sum_{k=0}^{K-1} |c_j(k)|^2 \quad (5)$$

donde K es la longitud de la señal y la *energía wavelet total* se obtiene como

$$E_{tot} = \sum_j E_j. \quad (6)$$

Finalmente, la *energía wavelet relativa* se define, para cada nivel de resolución j , como

$$\rho_j = E_j / E_{tot}. \quad (7)$$

ρ_j permite, a diferentes niveles de resolución j , definir una distribución de probabilidad de la energía.

La distribución $P \equiv \{\rho_j\}$ puede considerarse como una función de densidad de probabilidad a escala temporal, y constituye una herramienta adecuada para detectar y caracterizar fenómenos específicos tanto en el plano temporal como en el plano de frecuencia.

2.3. CUANTIFICADORES BASADOS EN LA ENERGÍA WAVELET RELATIVA

La *entropía de Shannon* da un criterio útil para analizar y comparar distribuciones de probabilidad. Provee una medida de la información contenida en cualquier distribución y denota la cantidad de desorden.

La *entropía wavelet de Shannon* se define como

$$S[P] = - \sum_j \rho_j \ln(\rho_j) \quad (8)$$

y

$$\mathcal{H}[P] = \frac{\mathcal{S}[P]}{\mathcal{S}_{max}} \quad (9)$$

es la *entropía wavelet normalizada* donde $\mathcal{S}_{max} = \ln(J)$ si se consideran J niveles de resolución.

La complejidad es un concepto relacionado con estructuras ocultas en la dinámica del sistema; por lo tanto, una medida de complejidad estadística es una especie de indicador del orden oculto. Una medida de complejidad estadística adecuada necesita usar cierta distancia \mathcal{D} de la distribución de probabilidad dada P a la distribución uniforme P_e de los estados accesibles del sistema. Por esta razón, la llamada *distancia de desequilibrio* $\mathcal{Q}[P]$ se introduce como

$$\mathcal{Q}[P] = \mathcal{Q}_0 \mathcal{D}[P, P_e] \quad 0 \leq \mathcal{Q} \leq 1 \quad (10)$$

donde \mathcal{Q}_0 es una constante de normalización igual a la inversa del valor máximo posible de la distancia $\mathcal{D}[P, P_e]$. Esta distancia máxima se obtiene cuando uno de los componentes de P , digamos p_m , es igual a uno, mientras que los componentes restantes son iguales a cero.

Usamos la distancia proporcionada por la divergencia de Jensen, que en términos de la entropía de Shannon se puede escribir como

$$\mathcal{D}[P^{(1)}, P^{(2)}] = \mathcal{S} \left[\frac{P^{(1)} + P^{(2)}}{2} \right] - \frac{\mathcal{S}[P^{(1)}]}{2} - \frac{\mathcal{S}[P^{(2)}]}{2} \quad (11)$$

La *complejidad estadística wavelet* $\mathcal{C}[P]$ está dada por

$$\mathcal{C}[P] = \mathcal{Q}[P] \mathcal{H}[P] \quad (12)$$

$\mathcal{C}[P]$ una función no trivial de la entropía que mide el grado de correlación entre estructuras. Para un valor dado de $\mathcal{H}[P]$, hay un rango posible de valores para $\mathcal{C}[P]$ entre un valor mínimo \mathcal{C}_{min} y un valor máximo \mathcal{C}_{max} .

Para caracterizar la dinámica de las series, una vez calculados los cuantificadores $\mathcal{H} = \mathcal{H}[P]$ y $\mathcal{C} = \mathcal{C}[P]$, los representamos en el plano \mathcal{HC} .

2.4. IMPLEMENTACIÓN DE LA ENTROPÍA Y COMPLEJIDAD

Utilizamos la base de datos de ECG *Physikalisch Technische Bundesanstalt* (PTB) que incluye los registros de 12 derivaciones de ECG estándar de 52 sujetos sanos y 148 pacientes con IM sin VT/VF.

Para cada sujeto y derivación, y para cada $n = 1, \dots, N$ latidos, se calcularon mediante la CWT los coeficientes $c_j(k)$, $k = 0, \dots, K - 1$. Elegimos la Daubechies de orden 6 como wavelet madre porque se adapta a la morfología del complejo QRS. Se consideraron las primeras 16 escalas que cubren un ancho de banda de 32 – 500 Hz, donde se encuentran los contenidos de interés de alta frecuencia relacionados con el IM. Después de eso, se calculan la entropía wavelet normalizada y la complejidad estadística wavelet. Para representar un cuantificador único para cada derivación, obtenemos los valores medios

$$\bar{\mathcal{H}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathcal{H}(n) \quad (13)$$

$$\bar{\mathcal{C}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathcal{C}(n). \quad (14)$$

3. CONCLUSIONES

Los pacientes con IM presentan mayor entropía y menor complejidad que los pacientes sanos ya que, debido al área infartada después del IM, los fQRS están presentes en los complejos QRS y pueden considerarse de comportamiento aleatorio.

A modo de ejemplo presentamos la siguiente figura en donde se muestran los cuantificadores \mathcal{H} y \mathcal{C} calculados, incluidos sus valores medios, $\bar{\mathcal{H}}$ y $\bar{\mathcal{C}}$, de un sujeto sano y de un paciente con IM. Como se observa en la Fig. 4-d, las energías wavelet relativas sobre los niveles de resolución del paciente con IM están distribuidas de manera más uniforme; este fenómeno aumenta la entropía y disminuye la complejidad, al aumentar la incertidumbre causada por estos patrones de fQRS.

Podemos decir que la entropía wavelet y la complejidad estadística aplicadas a los registros de electrocardiograma (ECG) brindan una nueva perspectiva del análisis de inestabilidades eléctricas en pacientes que no han sufrido taquicardia o fibrilación ventricular (TV/FV) después de un infarto de miocardio y que siguen siendo de riesgo.

4. BIBLIOGRAFÍA

- Boggers A. and Narcowich F. (2009), A First Course in Wavelets with Fourier Analysis, 2nd Edition.
- Martínez J.P., Salvador Olmos R.A., Rocha A.P. and Laguna P. (2004), A Wavelet-Based ECG Delineator: Evaluation on Standard Databases, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, Vol. 51.
- Valverde E.R. and Arini P.D. (2019), Assessment of delayed ventricular activation after myocardial infarction, Biomedical Signal Processing and Control , 48 161–170.

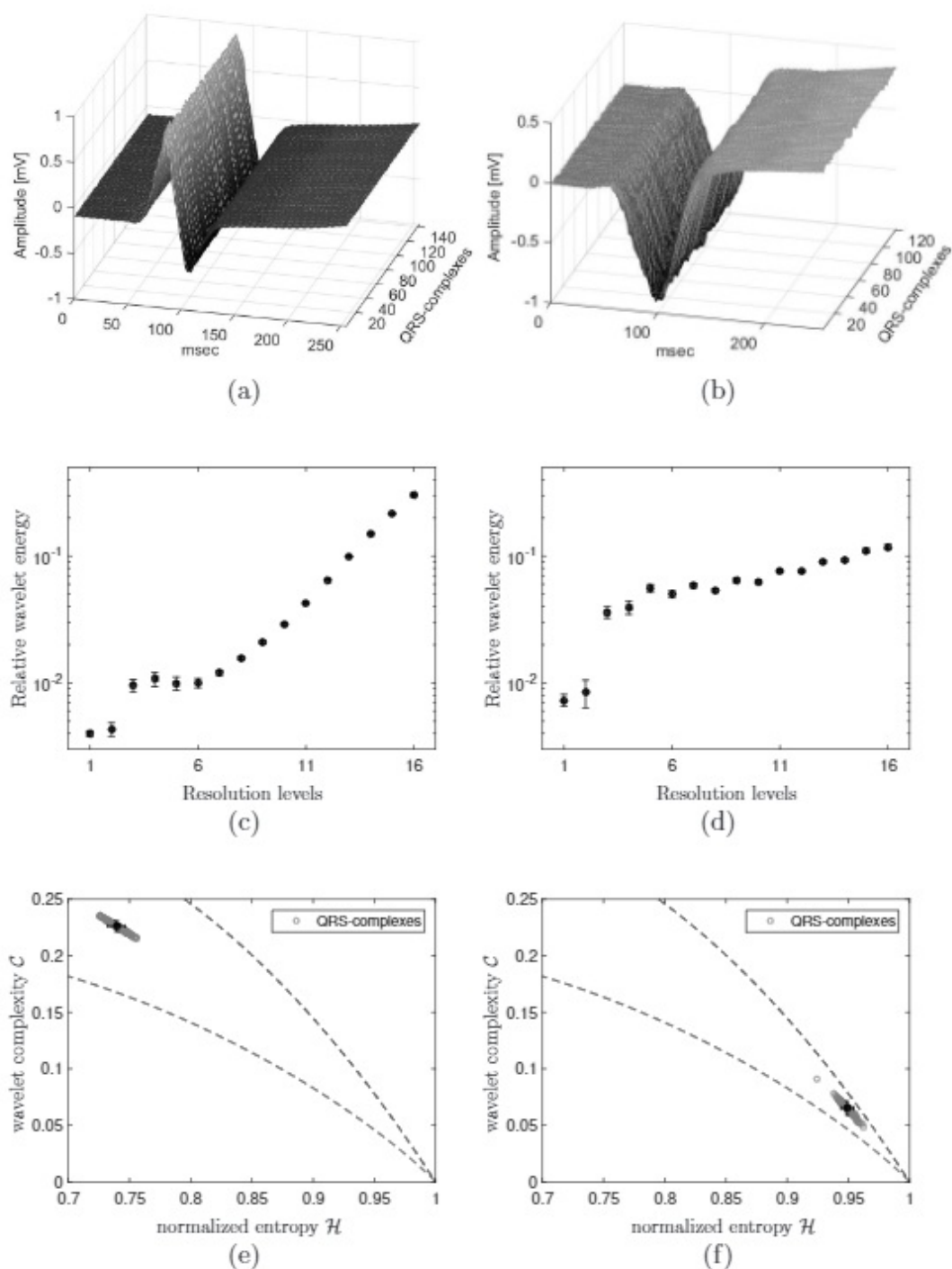


Figura 1: Ejemplo de un sujeto sano (izquierda) y un paciente con IM (derecha), derivación V4. (a) y (b) muestran los complejos QRS alineados. (c) y (d) muestran la energía wavelet relativa para cada nivel de resolución (media \pm D). En (e) y (f) se grafican los planos $\mathcal{H}\mathcal{C}$ para cada complejo QRS (círculos grises) incluyendo $\bar{\mathcal{H}}$ y $\bar{\mathcal{C}}$ (marca \bullet) con su correspondiente SD. \mathcal{C}_{min} y \mathcal{C}_{max} se grafican en líneas punteadas.