



UvA-DARE (Digital Academic Repository)

E.W. Beth als logicus

van Ulsen, P.

Publication date
2000

[Link to publication](#)

Citation for published version (APA):

van Ulsen, P. (2000). *E.W. Beth als logicus*. [, Universiteit van Amsterdam]. ILLC dissertation series 2000-04.

General rights

It is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), other than for strictly personal, individual use, unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

Disclaimer/Complaints regulations

If you believe that digital publication of certain material infringes any of your rights or (privacy) interests, please let the Library know, stating your reasons. In case of a legitimate complaint, the Library will make the material inaccessible and/or remove it from the website. Please Ask the Library: <https://uba.uva.nl/en/contact>, or a letter to: Library of the University of Amsterdam, Secretariat, Singel 425, 1012 WP Amsterdam, The Netherlands. You will be contacted as soon as possible.

Hoofdstuk 3

Methodologie en filosofie

"Als wetenschap wordt aangemerkt een geheel van wetenschapsgebieden dat in ieder geval de wiskunde, de astronomie, de physica, de klassieke philologie en de vergelijkende en historische taalwetenschap omvat; tot de wetenschap wordt mede gerekend ieder gebied van intellectuele activiteiten en van daaruit voortvloeiende uitspraken, dat tot stand komt op grond van dezelfde of soortgelijke methoden als de reeds genoemde, dat een vergelijkbare mate van autonomie bezit, en dat in staat is tot een onbevangen verkeer met andere wetenschapsgebieden." ¹

3.1 Filosofie en wetenschap

Als titel van het hoofdstuk is voor methodologie en filosofie gekozen. Bij Beth is de waardering voor filosofie nogal eens afhankelijk van zijn methodologische eisen. Dit primaat van de methodologie komt ook vanwege de algemene lijn van deze dissertatie van pas. Ook hierom wordt bovenstaand citaat gegeven: het laat zien, wat Beth in een later stadium van zijn leven onder wetenschap rangschikte.² Filosofische bedrijvigheid komt in bovenstaand citaat in het geheel niet ter sprake, maar in dit hoofdstuk willen wij toch kort op Beths werk op dit gebied ingaan — meer beoogt dit 'tussenhoofdstuk' ook niet. Bij Beth valt algemene filosofie in eerste instantie in twee afdelingen uiteen. Zijn waterscheiding wordt door bovenstaande citaat geleverd, in 1943 heette het: ³ "[Wetenschappelijke wijsbegeerte], te weten een wijsbegeerte die zich ontwikkelt in nauw verband met de vakwetenschappen en die slechts van de in de vakwetenschappen gangbare werkwijze en betoogtrant gebruik maakt" Daarnaast heeft men tal van

¹Uit ms. E.W. Beth, *Nieuwere opvattingen aangaande het begrip wetenschap*, voordracht voor Natuurfilosofische Faculteits Vereniging, Amsterdam, 7 februari 1958.

²De aard van deze dissertatie staat niet toe al te diep in te gaan op diversiteit van Beths denkbeelden, zelfs een oppervlakkige kennisneming staat niet op het programma. Dit genus wordt goedge maakt door Beth (1959b), waar uitgebreid op de diverse onderdelen wordt ingegaan. Daarnaast levert Beth (1953a) de nodige aanvullingen.

³Brief Beth — L. Hoyack, 28 augustus 1943, (Amersfoort).

mengvormen. Vaak zijn de grenzen niet altijd even scherp te trekken. Een voorbeeld betreft wetenschapsfilosofie: wetenschapsfilosofie kan wetenschappelijk op de wijze van het citaat [dat is niet bovenstaand citaat] bedreven worden, maar hoeft dit niet.

Toch zal het bij de lezer bevreemding wekken, dat in het citaat takken van geesteswetenschap onder wetenschap gerangschikt worden. In de beginperiode van zijn carrière had Beth op eenzelfde wijze gereageerd: ⁴ "In die tijd hechtte ik vooral waarde aan objectieve wetenschappelijkheid [...] Ik bleef afwijzend staan tegenover de geesteswetenschappelijke methodeleer zowel als tegenover de levensbeschouwelijke wijsbegeerte; hierin kwam mijn aanvankelijke positivistische en neo-critische oriëntering tot uiting." ⁵ Hierna is Beth zich breder gaan oriënteren, o.a. op het gebied van de ideeëngeschiedenis — dit werd door Beth zijn derde periode, van 1942 tot 1950, genoemd. Daarover zei hij later: ⁶ "Deze ontwikkeling stelde mij in staat, terug te komen op de reeds vermelde afwijzing van de geesteswetenschappelijke methodeleer en van de levensbeschouwelijke wijsbegeerte, al blijf ik sterk gekant tegen irrationalistische uitwassen."

In het geval van Beth is ook de plaats de logica van belang. Valt logica onder wiskunde en heeft zij alleen daarop betrekking of is logica breder toepasbaar en niet zeer eng bij wiskunde alleen onder te brengen. Bovendien had men te maken met toenemende breukvlakken tussen verschillende wetenschappen onderling en tussen deze en filosofie: ⁷

"Deze vruchtbare wisselwerking werd echter tussen 1750 en 1850 door de ontwikkeling van de wijsbegeerte en de exacte wetenschap onderbroken: 1. De filosofie brak met de wiskunde (Kant, Hegel) en met de natuurwetenschap (Hegel, Schopenhauer). 2. De wiskunde brak met de wijsbegeerte (niet-euclidische meetkunde, verzamelingenleer). 3. Wiskunde en natuurwetenschap werden zich van hun uiteenlopend karakter bewust (G. Boole, W. Whewell)."

Het valt op, dat Beth in zijn latere periode een ruime opvatting had van wat onder wetenschap is te verstaan. Daarnaast was hij niet volsterkt afwijzend jegens levensfilosofie — al kan men, ook volgens Beth, deze niet direct onder wetenschap rangschikken. Bovendien wordt er al aangegeven, zij het soms in negatieve zin, dat er diverse soorten van wetenschap zijn. Beth heeft getracht deze denkbeelden uit te drukken in een theorie: de complementaire kengebieden.

⁴Ms. E.W. Beth, *Selbstdarstellung*, Amsterdam, 10 oktober 1958.

⁵In die tijd (en ook daarna) lagen Beths bezigheden niet in het beoefenen van niet-wetenschappelijke wijsbegeerte zoals door hem omschreven. Maar zoals de brief Beth - L. Hoyack van 28 augustus 1943 laat zien, was hij er niet op uit anderen hun bezigheden te ontnemen: "Dat er naast de wetenschappelijke wijsbegeerte in dezen zin, die ik in mijn artikel bij uitsluiting op het oog had, behoefte bestaat en plaats is voor een niet-wetenschappelijke (maar daarom niet noodzakelijk onwetenschappelijke) wijsbegeerte, geef ik gaarne toe."

⁶Ms. E.W. Beth, *Selbstdarstellung*, Amsterdam, 10 oktober 1958.

⁷Typoscript E.W. Beth, *Zuivere rede en hare werkelijkheid, Over de wisselwerking tussen het wijsgerig en het wiskundig-natuurwetenschappelijk denken*, p. 1. Arthur Schopenhauer, 1788 - 1860; Immanuel Kant, 1724 - 1804.

3.1.1 Complementaire kengebieden

Beth heeft rond het midden van de jaren vijftig van de twintigste eeuw een begin gemaakt met het formuleren van een algemene wetenschapsfilosofie en kennistheorie in de vorm van een theorie van de *complementaire kengebieden*. Die theorie is door Beth evenwel nooit uitgewerkt en geadstrueerd, alleen een speculatieve basis rest ons. Historisch is het onjuist om hiermee te beginnen, maar het geeft wel een goede indruk van zijn liberale houding en van zijn algemeen wetenschappelijke denkbeelden die wel impliciet voorkomen in zijn andere arbeid.

Beth onderscheidde een aantal kengebieden, waarvan sommige clusters kunnen vormen. Een voorbeeld hiervan is het cluster logica en wiskunde. Voorbeelden van andere kengebieden zijn de fysica, het zelfbewustzijn en het maatschappelijke leven.⁸ Volgens Beth bestaan er onderlinge relaties, maar dat hoeft nog niet volledige herleidbaarheid of afhankelijkheid in te houden. En omgekeerd:⁹ "De wederkerige onherleidbaarheid der gebieden kan pas blijken uit het mislukken van de pogingen tot herleiden." Beth zwakte enigszins zijn theorie af door te zeggen dat men een beroep kan doen vanuit een kengebied op andere kengebieden, die complementair zijn:¹⁰ "Maar zij zullen zich uitsluitend beroepen op gegevens van zeer elementaire aard [...] en zullen het steeds zó inrichten, dat zij niet behoeven te treden in dieper gaande beschouwingen." Beth (1959b), p. 644, vormt een laatste publicatie over dit onderwerp: daar noemt Beth het een nieuwe versie van het realisme.

In het kader van dit werk gaat de belangstelling in de eerste plaats uit naar logica en wiskunde. Volgens Beth heeft men het hier voortdurend over de hoge graad van zekerheid van de verkregen kennis, maar anderzijds is het kenobject moeilijk te localiseren. Maar is dit cluster wel een onafhankelijk kengebied? Het antwoord hierop is, dat de beginselen van logica en wiskunde wel voor verheldering vatbaar zijn, maar dan alleen door de ontwikkeling van logica en wiskunde zelf. Introspectie, bijvoorbeeld over het principe van het uitgesloten

⁸Deze tendens tot het erkennen van diverse naast elkaar staande gebieden, die soms met elkaar verweven kunnen zijn, komt ook tot uiting in de diverse onderwerpen, waarover Beth publiceerde of van plan was dit te doen. Al vermeld zijn het niet uitgegeven *Natuur en Geest* (Beth had wel de intentie dit alsnog, zij het in herschreven vorm, op de markt te brengen) en het niet te achterhalen boek over economie. Maar ook wenste hij een boek te schrijven over de Nederlandse wijsbegeerte (brief Beth - H.J. Prakke (van Gorcum Uitg.), 11 oktober 1957): "In de eerste plaats wil ik het wijsgerige leven van onze tijd (te beginnen met, zeg 1900) in zijn volle omvang behandelen, zonder eenzijdig de nadruk te leggen op de een of andere school of richting, en ten tweede wil ik de nodige aandacht geven aan de niet-wijsgerige (sociale, wetenschappelijke, godsdienstige, politieke, ...) factoren in de beoefening van de wijsbegeerte, en aan de invloed van onze geschiedenis en van ons onderwijs-stelsel, om maar enkele punten te noemen." Met betrekking tot zichzelf wilde hij ooit nog eens een boek laten verschijnen over de relaties tussen wijsbegeerte en wetenschap, waarin zijn werk hierover uitgemeten kon worden. Door zijn overlijden is dit, door anderen verzorgd, als Beth (1964a) uitgegeven. Tenslotte wenste hij een boekje met als titel *Praktische logica* het licht laten zien. Hier waren o.a. de taalkundigen de doelgroep. Posthuum is dit als Beth (1967) verschenen.

⁹(Beth 1953/54a).

¹⁰(Beth 1953/54a).

derde, biedt daarentegen geen dieper inzicht.

De gedachte van complementaire kengebieden stond ook Heyting aan:¹¹

“Het idee van complementaire kengebieden is verbazend interessant en verdient geloof ik nadere uitwerking. Hoe je een beslissing over de geldigheid van het uitgesloten derde voorstelt, is mij niet helder. Ik geloof veeleer, dat een zekere onbepaaldheid aan dit kengebied eigen zal blijven, in deze zin, dat verschillende standpunten met een verschillende mate aan zekerheid, die door verschillende personen op verschillende wijze zal worden geschat, kunnen worden ingenomen. De ontwikkeling van de verhouding tussen klassieke wiskunde en finiete methoden wijst in die richting.”

Heyting vraagt om een nadere uitwerking, en in het begin van deze paragraaf is al gewag gemaakt van ‘nooit uitgewerkt’ en ‘geadstrueerd’. Men kan hierop afdingen. Als men ‘kengebieden’ opvat als theorieën heeft Beth in de loop der tijden wel het een en ander uitgewerkt. Zeker is dit het geval met zijn, nog later in dit hoofdstuk aan te roeren, bespreking van natuurkundige theorieën. Het complementariteitsbeginsel zal daar naar voren treden nml. in de bespreking van deeltjes en golftheorieën: wat hebben ze gemeen, wat scheidt ze? In de eerste plaats heeft men hiertoe Beth (1948*d*) en Beth (1949*b*), een korte bespreking treft men in Beth (1948*b*), maar ook in Beth (1953*a*) p. 113 e.v. aan. In Beth (1948*b*) laat Beth de deeltjes en golftheorie in ieder vier deeltheorieën uiteenvallen. Vervolgens gaat hij bepaalde verenigingen en doorsneden van de deeltheorieën beschouwen: soms levert dit wat op, soms ook niets.¹² Bovenstaande is natuurlijk louter interpretatie. In de diverse behandelingen van dit onderwerp treft men geen verwijzingen naar dit soort materiaal aan.

Bovenstaande laat zien, dat Beth geen strikt lineair geordende afhankelijkheden voortstond. Dit herhaalde zich met betrekking tot filosofische denkbeelden. Tegenover onverdraagzaamheid, d.w.z. het naar voren brengen van een bepaalde theorie met uitsluiting van andere of zelfs het zonder nadere bestudering van andere, stond Beth afwijzend. Beth zou daardoor vele aanvaringen hebben, vooral binnen de filosofie. Toch verbond Beth eisen aan het beoefenen op academisch niveau van filosofie, en die eisen waren niet anders die men aan andere op academisch niveau te beoefenen disciplines oplegt. Daarnaast kan men naar hartelust allerlei denkbeelden er op na houden, als men maar het één niet met het ander verwacht. Voor zichzelf verwoordde Beth dit als volgt:¹³

“Onder de filosofen uit het verleden bewonder ik vooral Aristoteles en Leibniz; na hen komen voor mij Plato en Spinoza. Mijn kritiek op deze denkers (en bijvoorbeeld

¹¹Brief A. Heyting – Beth, 9 januari 1954, (Laren). Zie ook Heyting (1968*b*), i.h.b. p. 151: E.W. Beth en de filosofie der wiskunde.

¹²Zie later in dit hoofdstuk voor enkele van deze problemen. Zie ook Visser (1999).

¹³Brief Beth – F.L.R. Sassen, 11 november 1958. Beth vroeg in de brief Sassen om discretie te betrachten, want: “Ik bedoel daarmee natuurlijk niet, dat ik van mijn opvattingen ter zake een geheim zou willen maken. Maar deze opvattingen vallen buiten het terrein van mijn wijsgerige activiteit en de formulering ervan is dan ook noodgedwongen zeer inadequaat.” (Cursivering door Beth). Beth wenste alleen op zijn wetenschappelijke merites beoordeeld te worden, niet op grond van de hem al dan niet terecht toegeschreven levensovertuiging; duidelijk komt dit tot uiting in Beth (1964*b*): *Het recht op eigen mening*. Aristoteles, 384-322; Plato, 4287-347; Edmund Husserl, 1859-1938.

ook op Husserl) geldt hun wetenschapsleer en meer i.h.b. het verband dat zij leggen tussen wetenschap aan de ene en wijsheid en mystiek aan de andere kant. Ik heb echter niet zozeer bezwaar tegen wijsheid en mystiek, als wel tegen het streven, wijsheid en mystiek op wetenschap te funderen of, om het anders uit te drukken, de wetenschap geheel dienstbaar te maken aan wijsheid en mystiek. Ik beschouw overigens wijsheid en mystiek, waaronder ik (vrijblijvend geformuleerd) vormen van communicatie met het transcendentie versta, als reële verschijnselen, en als menselijk levensdoel. Hierover spreek ik echter niet graag."

Een voorbeeld van hoe het volgens Beth niet moet valt af te lezen uit zijn controversie met A.G.M. van Melsen. Van Melsen stond een tweesporenbeleid voor ten opzichte van de relatie tussen een vakgebied en de filosofie van zo een vakgebied. D.w.z. de eisen, die gesteld worden om de gedane beweringen te staven, kunnen vanuit het gezichtspunt van van Melsen bij een vakgebied anders liggen dan bij de filosofie van zo een vakgebied. In het bijzonder met betrekking tot de relatie tussen natuurkunde en de filosofie van de natuurkunde was van Melsen deze mening toegedaan. Bovendien meende hij, dat binnen de wijsbegeerte de eisen gesteld aan presentatie lossen, dan wel anders zijn vergeleken met andere vakken. Veelal vonden dergelijke gedachten hun oorsprong in de mening, dat de wijsbegeerte de werkelijke grondslagen van de wetenschap levert en uitgaat van algemenere, diepere en constant geldig blijvende feiten. Een voorbeeld hiervan is het door Beth bestreden, voor eeuwig en altijd voor waar te houden, evidentie-postulaat. De eveneens door Beth (1946) bestreden van Benthem verduidelijkte de geclaimde uitzonderingspositie van de wijsbegeerte als volgt: ¹⁴ "Het objekt der wijsbegeerte is te algemeen om aan speciale theorieën op natuurkundig gebied gebonden te kunnen zijn." Dit is een wijsbegeerte, die staat boven de waan van de dag, d.w.z. boven de wetenschap en hare modes. Beth dacht m.b.t. zijn wetenschappelijke wijsbegeerte daar anders over: ¹⁵

"Ik denk me de wetenschappelijke wijsbegeerte als een philosophia perennis, niet in dien zin echter, dat alle essentiële waarheden reeds eeuwenlang bekend zouden wezen, maar in de overtuiging, dat denkers als Parmenides, Plato, Aristoteles, de stoïcijnen, Descartes, Leibniz inderdaad inzichten hebben verworven, die den toets ook van een [?] met moderne wetenschappelijke hulpmiddelen kunnen doorstaan, maar die niettemin voor uitbreiding, fundeering, systematisering vatbaar blijven. [...] [Ik betwist niet, dat er iets is, of dat men daarvan zeker kan zijn (ik ben geen scepticus en geen idealist), maar ik stel de vraag, wat men ermee bedoelt en welke argumenten men ervoor kan aanvoeren."

Tegen van Melsen bracht Beth in: ¹⁶

¹⁴(van Benthem 1938/1939), pp. 12-13.

¹⁵Brief Beth L. Hoyack, 28 augustus 1943, (Amersfoort). René Descartes 1595 - 1650; Parmenides, 5e eeuw v.Chr.

¹⁶E.W. Beth, *Verklaring*, KNAW, dd. 9 april 1956. Tot deze verklaring kwam Beth doordat van Melsen voorgedragen was voor het lidmaatschap van de KNAW. Dit noopte Beth tot tegenmaatregelen waarmee hij dit lidmaatschap afwendde. Pas veel later, toen van Melsen voor Beth niet meer al te stuitende ideeën verspreidde, was Beth's oordeel milder en stond hij alsnog van Melsens verheffing toe. Het ongenoegen van Beth werd vooral opgewekt door van Melsen (1954), i.h.b. pp. 17-18 (zie hiertoe ook *Het Handelsblad* van 15 november 1954).

"[D]eze [de wetenschappelijke werkwijze] bestaat niet alleen in de zogenaamde exacte wetenschappen, maar ook daarbuiten [dus ook in de 'academische' filosofie], steeds hierin, dat men de problemen, die men wil behandelen, eerst zo exact mogelijk formuleert, en daarna deze exact geformuleerde problemen met de daartoe voorhanden modellen tracht op te lossen. Zowel de formulering van een wetenschappelijk probleem als de oplossing ervan zijn dus altijd tijdgebonden. [...] Op grond daarvan moet de spreker [van Melsen] dus aan alle wetenschappen elke rechtstreekse waarde voor de kern der wijsgerige probleemstellingen ontzeggen, zodat wijsbegeerte en wetenschap principiëel volstrekt gescheiden worden."

In Beth (1949b), pp. 178, 179, werd al opgemerkt:

"The major theme of the work¹⁷ is the increasing discrepancy between science and philosophy, which is conspicuously demonstrated by the rejection [...] of fundamental concepts quite unanimously accepted by men of science. This discrepancy is, in the author's mind, one of the main causes of the downfall of contemporary philosophy which is manifest e.g. in existentialism, and which seriously menaces the future development of Western civilisation."

Voor een deel is volgens Beth dit alles inherent aan de studie van de filosofie:¹⁸ "Er zijn namelijk aan de studie van de wijsbegeerte enkele zeer grote gevaren verbonden. Het komt voor dat reeds na korte tijd een bepaalde zienswijze zich in zodanige mate van de student meester maakt, dat hij in het vervolg alles wat tot hem komt aan deze ene maatstaf meet en naar vermogen ook de denkbeelden van anderen, met behulp van een zakelijk niet verantwoorde interpretatie, aan de eigen vooropgezette mening assimileert. Het komt vaak voor dat een wijsgeer niet bij machte is, zijn opvattingen op een door anderen begrijpelijke manier uiteen te zetten. Een kenmerkend symptoom van intellectuele vereenzaming is ook de afwezigheid van elk begrip voor de bedenkingen van anderen tegen de eigen opvatting. Dit zijn de *beroepsziekten* die heel goed kunnen worden voorkomen door een verstandige en zinrijke inrichting van de opleiding."

Eens te meer ziet men een slecht onderscheid tussen academisch te beoefenen filosofie en levenshouding bij de bijzondere hoogleraarschappen in de wijsbegeerte, die door allerlei stichtingen en belangengroepen in het leven worden geroepen, juist om hun denkbeelden als 'academisch erkend' onder het volk aan de man te brengen.¹⁹ Beth vond het er op na houden van een niet uitgedragen levenshouding best, alleen had men op academisch niveau niet wetenschap en

En van Melsens lezing *De onderlinge verhouding van natuurfilosofie, algemene wijsbegeerte en natuur-wetenschap* voor de Ned.Ver.Logica van 20 november 1954 (er bestaat een samenvatting, dd. 10 november 1954 (zie Beth-archief).

¹⁷'the work', d.w.z. Beth (1948d).

¹⁸E.W. Beth, *Nota n.a.v. de termen theoretische en systematische wijsbegeerte*, september 1956, (cursief door Beth) (en als *Nota*, Amsterdam, september 1956). Zie ook Beth (1961d), pp. 75-87, i.h.b. paragrafen 6, 7.

¹⁹Een aardig voorbeeld verschaffen de professoraten ten bate van het nationaal-socialistisch gedachtengoed — die vervuld zouden worden door T. Goedewaagen en R. van Genechten —, maar in dit opzicht zijn ze niet erger dan andere. Ook Beth kreeg in later tijd te maken met voorstellen tot het instellen van bijzondere hoogleraarschappen in zijn eigen faculteit. Hij was daar niet altijd gelukkig mee. Over pseudowetenschap, zie de brief Beth - G. van den Bergh, 30 april 1953.

levenshouding met elkaar te verstrengelen.²⁰

3.1.2 Afwijkingen van het rechte pad

In het bovenstaande zijn Beths ideeën over filosofie weergegeven. Men kan deze opvattingen als Beths ijklat m.b.t. diverse filosofische stromingen gaan gebruiken. Beth zelf hield er zeer consequent aan vast, eigenlijk heeft men hem op dit punt verder niet meer nodig. Tegen deze bewering kan worden ingebracht, dat wegens Beths grote belangstelling voor ideeëngeschiedenis het interessant is om die voor- of afkeuren in zijn eigen woorden uitgedrukt te zien.²¹ Zij commentaren zullen hier beperkt blijven tot Kant, Hegel en hun opvolgers.

Kant, was volgens Beth niet alleen een bron voor het uit elkaar gaan van wetenschap (wiskunde) en filosofie, maar ook had hij het nodige op diens methodologische denkbeelden af te dingen:²²

“In de laatste jaren ben ik evenwel door historische studie tot het inzicht gekomen, dat de actuele betekenis van de traditionele wijsbegeerte in haar geheel genomen d.w.z., afgezien van op zichzelf bestaande beschouwingen – veel geringer is, dan men gewoonlijk meent. De actuele betekenis van het kantianisme echter is nog veel geringer dan die van de leer van Plato, Leibniz of Hume, al was het alleen maar, omdat het zoo buitengewoon moeilijk is, te weten te komen, wat Kant's meening met betrekking tot een bepaalde kwestie eigenlijk is, en omdat dientengevolge ten aanzien van zijn meening zoo vaak misverstanden en verschil van opvatting bestaat.”

Een voorbeeld hiervan werd volgens Beth gevormd door het door Kant geïntroduceerde onderscheid in synthetisch en analytisch. Dit was te danken aan het dooreen halen van begrippen, bovendien lagen in Kants voorstelling van zaken teveel onduidelijkheden opgesloten:²³ “de onderscheiding van analytische en synthetische oordelen [...] is altijd verkeerd opgevat. En daarop berust alles! Men zakt dan ook in Kant weg als in drijfzand.” De in later tijd door Beth aangeschreven Stegmüller vond, dat het niet zo eenvoudig was om hier iets definitiefs over te zeggen. Volgens hem kwam het begrip ‘analytisch’ bij Kant in wel vijf verschillende betekenissen voor. Het was Stegmüller evenwel niet duidelijk of deze begrippen met elkaar samenhangen.²⁴

²⁰Brief Beth - H. Oldewelt, 9 november 1957: “Ik ben dus van mening, dat wij nooit bezwaar kunnen maken tegen iemand op grond van zijn levensbeschouwing, maar dat we alleen iemand, die zijn werk dienstbaar maakt aan zijn levensbeschouwing, als ongeschikt voor onze Universiteit kunnen aanmerken. Door een andere houding rechtvaardigen we de exclusiviteit van anderen en ondergraven ons eigen fundament.”

²¹Beth had wel eens afwijkende meningen op het zuiver wetenschappelijke vlak van de ideeëngeschiedenis. Een voorbeeld hiervan is zijn opvatting – hierin stond hij overigens niet alleen – , dat de juiste interpretatie van de presocratici niet uit een zijnsleer bestond, maar uit een poging om tot een beschrijving van de ruimte en verhoudingen te komen. Echt iets bewijzen m.b.t. deze spaarzame fragmenten kan geen enkele partij; het blijft, ook van Beths kant, grotendeels interpretatie.

²²Brief Beth - G. Mannoury, 1 januari 1946, (Amersfoort). David Hume, 1711 - 1776.

²³Brief Beth - B. Stonebrink, 25 februari 1945, (Amersfoort).

²⁴Brief W. Stegmüller Beth, (?) 1960. (München). Brief Beth W. Stegmüller, 23 augustus 1960. Wolfgang Stegmüller, *1923

Beths belangstelling concentreerde zich in zijn vroege periode op de problematiek van inzichtelijk versus formeel. Dat is overigens een punt van discussie gebleven.²⁵ Ook Beths promotor J.C. Franken, aanvankelijk kritisch tegenover Beths opstelling, ging tenslotte in voor Beth gunstige zin overstag:²⁶

“Ik ben geheel overtuigd geworden van de juistheid van uw standpunt, zoals dit in de hoofdstukken I en II is uiteengezet.²⁷ Duidelijk blijkt uit uw uiteenzetting de grote vooruitgang, sedert Kant, welke is bereikt ten aanzien van het mathematische en fysieke ruimtebegrip. Kant zelf heeft de verschillende aspecten niet helder uit elkaar gehouden en deze zelfs, dat blijkt nu, op ontoelaatbare wijze vermengd en verward. In zoverre zijn we dus, mede door uw voortreffelijke behandeling een stap vooruit gekomen, daar het zuiver ‘philosophische’ aspect een duidelijke beperking heeft ondergaan.”²⁸

Er was nog een ander punt, waarop door Beth indertijd niet zo sterk is ingegaan, maar wel — met bijval van Beth²⁹ — door M. Aebi tot uitdrukking gebracht.³⁰ Ook volgens haar waren de voorstellingen van Kant onduidelijk en was het bestuderen van Kant in Duitsland tot een substituut van godsdienst geworden. Bovendien kon men volgens haar een lijn trekken van Kant naar

²⁵Vooraf tijdens de nationaal-socialistische periode is deze tegenstelling in Duitsland opgeklopt. De ‘inzichtelijke’ wiskunde werd als Duits naar voren gebracht. De formelere wiskunde (abstracte algebra, logica) werd als decadent en niet Duits (joods) ter zijde geschoven. Ook Beth kreeg nadien hierover het nodige te horen van zijn Duitstalige correspondenten. Brief H.R. Müller - Beth, 27 september 1949, (Graz): “Ich selbst hatte mich vor meinem Militärdienst (1941-1945) ob der Schwierigkeiten, die ich unter dem damaligen Regime mit meiner logistischen Arbeit hatte — wurde dies doch vielfach als ‘Judenmathematik’ abgetan — anderen Dingen zugewandt und beschäftigte mich auch seit Kriegsende eigentlich nur mehr mit Geometrie, Differentialgeometrie, Nicht-Euklidischer Geometrie usw.” Brief H. Scholz - Beth, 24 augustus 1946, (Münster): “Unsere Grundlagenforschung ist während des Krieges durch Herrn Steck von der T.H. München und seinen Münchener Freunden auf das schwerste bedroht worden.” Zie hiertoe: M. Steck, *das Hauptproblem der Mathematik*, Berlin, (Georg Lüttke), 1942 (partijdrukkerij); hierin werden Hilbert en navolgers verantwoordelijk gesteld voor de decadentie ‘des mathematischen Geistes im Deutschen Raum und in der Welt’ Voor de positie van Th. Vahlen, L. Bieberbach (Deutsche Mathematik) en de psychologen E.R. Jaensch en F. Althoff (typen-psychologie), etc.: zie de artikelen van H. Mehrrens (in 1987, 1989) en S.L. Segal (in 1986). Ook Beth had belangstelling voor de typenpsychologie van Jaensch en Althoff, zie hiertoe Beth (1939/40).

²⁶Citaat uit brief J.C. Franken - Beth, 8 maart 1941, (Utrecht). Aanvankelijk had Franken zijn bedenkingen tegen de denkbeelden van Beth: brief J.C. Franken - Beth, 5 juli 1935, (Utrecht). Maar Franken ging zich al snel heroriënteren (brief J.C. Franken - Beth, 3 juni 1936, (Utrecht)) en al eerder ging hij er toe over Beths ideeën in zijn onderwijs te gebruiken: brief J.C. Franken - Beth, 21 oktober 1935.

²⁷‘hoofdstukken I en II’ uit (Beth 1940).

²⁸Niet overtuigd bleef van der Waerden. Al in van der Waerden (1926) wordt in stelling XI, p. 4, opgemerkt: “De bewering, dat Kant’s opvattingen van ruimte (neergelegd in zijn ‘Transcendentale Aesthetik’) weerlegd zijn door de ontdekking der niet-Euklidiese meetkunde is onjuist; integendeel: dat de niet-Euklidiese meetkenden in zichzelf niet tegenstrijdig zijn, bewijst slechts dat de axioma’s van Euklides geen analytische oordelen zijn; en dat elke Euklidiese ruimte door verandering der maatbepaling als niet-Euklidiese ruimte kan worden opgevat, bewijst slechts dat de axioma’s van Euklides geen oordelen a posteriori zijn. Van der Waerden baseerde zich hiermee op Brouwer (1919) en Kants *Kritik der reinen Vernunft*. In latere correspondentie met Beth bleef hij op zijn standpunt staan.

²⁹(Beth 1948c). H. Scholz viel Beth bij m.b.t. Aebi.

³⁰(Aebi 1947).

Hegel en na Hegel komende filosofen. De haar evenzeer waarderende psychiater C.G. Jung formuleerde dit na lezing als volgt: ³¹

“Wenn schon Hegel für das deutsche Denken in ganz ungewöhnlichem Ausmass verderblich war, so trifft dies vollends für die Existenzialphilosophie zu: Sie ist in der Tat in Parallele zu setzen mit der weltfremden, politischen Phantasterei, wofür Sie [i.e. Aebi] mit Recht auf Rauchings Buch hinweisen. Das pathologische fängt schon in der Hegel'schen Sprache an und erklimmt die Höhen schizophrener Sympathologie bei Heidegger und seinen Nachbetern.”

Beth uitte zijn bezwaren in de volgende woorden: ³²

“Chez nous [Nederland] l'existentialisme sous sa forme heideggerienne et jaspersienne a été en vogue il y a quinze ans environ. Il va sans dire, que depuis l'invasion boche le crédit de cette sorte de philosophie a beaucoup diminué chez nous. Aussi ce n'est que dans des milieux littéraires très avant-garde (je n'ose dire: snobbiste) que le sartrisme ait causé une sensation. Je suis très heureux de pouvoir faire cette constatation, puisque l'existentialisme, tant allemand que français, me semble constituer un signe de décadence. Par conséquent je crois bien que la situation spirituelle en France soit assez critique.”

Dit zijn natuurlijk de ergste uitwassen. Loslaten zal men de speculatie in Duitsland wel niet, zoals Tarski tijdens zijn bezoek aan de ‘Internationale Tagung Wissenschaft und Freiheit’ te Hamburg (23 – 26 juli 1953) aan Beth voorstelde: ³³ “I see that ‘German metaphysics’ has survived nazism and — if it comes to the worst — will survive communism as well”. Maar ook de ideeën van N. Hartmann en Husserl konden Beth niet bekoren, zij het dat er volgens hem met Husserl meer aan te vangen was dan met Hartmann.³⁴ De inhoudelijke logica, waar Husserl om vroeg, werd volgens Beth niet door de filosofie, maar wel door de mathematische logica geleverd.³⁵

In Beth (1961*d*) wordt met een indeling in vier groepen als volgt de balans opgemaakt:

- “ 1. Een reactionnaire groep erkent eenvoudig de nieuwe stand van zaken niet of acht hem wijsgerig niet relevant; deze houding maakt het vertegenwoordigers van verschillende scholen mogelijk aan één van de overgeleverde filosofische stelsels vast te houden.

³¹Brief (fotocopie) C.G. Jung - M. Aebi, 2 juli 1948, (Kübnacht-Zürich). Carl Gustav Jung, 1875 - 1961.

³²Brief Beth - Bochenski, 24 juni 1946. Zie voor Beth over Hegeliaanse logica ook de Lange noten op het einde van dit hoofdstuk. Karl Theodor Jaspers, 1883 - 1969. Martin Heidegger, 1889 - 1976.

³³Brief A. Tarski - Beth, 23 juli 1953, (Hamburg, Hotel Reichshof).

³⁴Brief Beth - H. Scholz, 8 juni 1951: “In 1948 hörte ich ihn [Hartmann] zufällig in Zürich sprechen; es war ganz unerträglich.” Nicolai Hartmann, 1882 - 1950

³⁵Volgens Beth lagen Husserls studietijd en dissertatie vóór de grote ontwikkelingen binnen de grondslagen van de wiskunde en de logica. De nieuwere ontwikkelingen in deze vakgebieden zijn de man voorbijgegaan, meer nog, alles aan exacte wetenschap en moderne filosofie is aan hem en het grootste deel van de fenomenologen voorbijgegaan. Zie hiertoe ins. E.W. Beth, *De phaenomenologie in verband met de wijsbegeerte der exacte wetenschappen*, voordracht voor ‘Genootschap Plato’, Utrecht, 3 februari 1953.

2. Sommige fenomenologen en vele analytici trachten te komen tot de opbouw van een nieuwe kennisleer van meer beperkte strekking die zich bezighoudt met de inhouden van het natuurlijke bewustzijn en met de formulering daarvan in termen van de gewone omgangstaal en zich niet inlaat met het wetenschappelijke denken en redeneren.³⁶
3. Vele vertegenwoordigers van de existentiële richting blijven zich weliswaar bedienen van de traditionele fraseologie van de systematische wijsbegeerte maar hebben niet meer de pretentie, een stelselmatige fundering te leveren voor de eenheid der wetenschappen en daarmee voor de eenheid der beschaving.⁷
4. Beths eigen parochie, d.w.z. de logisten, neopostivisten en grondslagenonderzoekers. Hierover was Beths oordeel milder, maar daar zal hier niet verder op worden ingegaan.

De resultaten van Beths eigen parochie, punt 4, kunnen dienstbaar gemaakt worden aan de filosofie. Beth vond de toepassing van logica binnen de filosofie een onderdeel van zijn concept van wat onder de werktuigen van wetenschappelijke filosofie valt. Er zijn tal van kwesties, waarin het gebruik van de logica oplossingen biedt of in ieder geval het probleem duidelijker onder woorden brengt. Een voorbeeld daarvan, het probleem van Locke - Berkeley, treft men aan in het hoofdstuk over deductieve tableaux.

Een verhaal apart vormen de paradoxen. Aan de bestudering hiervan hechte Beth groot filosofisch belang. Omdat Beths eigen bijdrage aan dit onderwerp te verwaarlozen is, zal er verder geen aandacht aan geschonken worden.

3.1.3 Significa en taal filosofie

Een tijd lang heeft Beth sympathie gehad voor de signfici.³⁷ Volgens Beth hebben zij een lichte mate van vermenging van wetenschap en speculatie voortbracht. De signfici hielden zich met semiotisch onderzoek bezig: taal gecombineerd met gedrag dat voortvloeit uit een 'talige' communicatie. Taal werd overigens gezien als een onderdeel van het gedrag. Men benoemde het onderzoek ook wel als onderzoek naar 'taal-daden' en een leer der onderlinge verstandhoudingen. Binnen het semiotische ontwikkelingskader gebruikte men het begrip van taal-trap (horizontale taal-gradatie), waarbij de 'grond-taal' de primitieve begrippen leverde. Betekenis-omschrijving van woorden op een hogere taal-trap

³⁶ Dit was ongenoegen, dat Beth ook ten dele tegen de Engelse analytische filosofen had.

³⁷ De 'Kring van Significisten' is voortgekomen (1922) uit het 'Internationaal Instituut voor Wijsbegeerte' te Amsterdam. Vanaf 1937 de 'Internationaal Signifische Studiegroep', na de oorlog 'Internationaal Signifisch Genootschap'. Zij waren met hun soort onderzoek niet de enigen. Als verwante groepen kan men volgens Beth de Engelse analytische filosofie, Lady Victoria Welby, de Wiener Kreis, Ernst Mach, 1838 - 1916, het Amerikaanse pragmatisme (John Dewey, 1859 - 1952, William James, 1842 - 1910, C.S. Peirce), Charles Morris aandragen. Brief G. Mannoury Beth, 15 januari 1942: in tijd en ruimte kan men de voorlopers van de signfica van ver weg halen: Indiërs en Grieken: Volgens Beth (in de brief Beth - G. Mannoury, 21 januari 1942, (Amersfoort)) geldt dit voor Grieken meer dan voor Indiërs; In de brief Beth - G. Mannoury, 13 januari 1942, (Amersfoort) wordt nader ingegaan op de 'signifische' positie van Plato (i.h.b. Meno, 7; De Staat, 14). Ten onzent werd de signfica in de eerste plaats gedragen door G. Mannoury.

kan men geven door middel van woorden uit een lagere. Bij de grond-taal houdt dit reductie-proces op. Voor de betekenis-elementen kan men ook bij Mannoury terecht met de door hem uitgedachte transformatie-methode of de exhaustie-methode. Hiernaast onderscheidde men een verticale taal-gradatie: de ik-, hij-, het-taal.

Men had ook een eigen logica ontwikkeld:³⁸ “en het *waarheidsbegrip*, waarin ik niet anders dan een *relatie* tussen spreker en hoorder kan zien en niet een *interne* eigenschap van een oordeel op zichzelf”. De signifiſche logica kende twee soorten negatie, de uitsluitingsnegatie (Het ‘ $\mu\eta$ ’ der Ouden: emotioneel-volitionele betekenis) en de keuze-negatie (‘ $\sigma\nu$ ’: indicatieve betekenis). Het onderscheid diende zoals zoveel bij de signifiſci in de eerste plaats psychologisch begrepen te worden — dit tot ongenoegen van de beoefenaren van de exacte vakken en zeker van Beth, die geen psychologismen in de logica duldde.

Beth nam al vrij snel afstand van de signifiſca. Dit blijkt uit een brief uit 1949 van Beth aan de besturen van het studiegenootschap van psychische mas-sahygiëne en het ISG. Beth bracht daarin drie punten van kritiek naar voren.³⁹

- o Men trachtte signifiſche methoden toe te passen op gebieden, zoals het wiskundig grondslagen-onderzoek, waar ze geen vrucht konden afwerpen.
- o Bij de toepassingen op gebieden — zoals taalkunde, psychologie en sociologie — waar dit wellicht wel het geval was, hadden de signifiſci zich teveel laten leiden door vooropgezette ideeën en heeft men niet in voldoende mate kennis genomen van de ideeën van niet-signifiſche wetenschappers.
- o Wat betreft contact leggen met niet-signifiſci is het bij pogingen gebleven.

Beths suggestie was, dat men tezeer met een klein groepje op eenzelfde spoor was gebleven. Wel werd steeds meer samenwerking met anderen gezocht. Dit blijkt al uit de deelnemers aan en de onderwerpen van hun naoorlogse conferenties en colloquia. Bovendien had men door het voeren van de redactie van het blad *Synthese* een spreekbuis.⁴⁰ Ondanks dat is de signifiſca met Mannoury een kalme dood gestorven. Voorzover de signifiſca aansluiting zocht bij relevante wetenschappen was de signifiſca voor die wetenschappen overbodig, en voorzover de signifiſca dit niet deed was ze eveneens overbodig. Er was nog een positieve beoordeling — eigenlijk meer een Judaskus — van Beth:⁴¹

“Heel anders zal het oordeel echter luiden, als we Mannoury’s signifiſca beschouwen als een oorspronkelijke speculatief-wijsgerige constructie. Dan kunnen we er vrede mee hebben, dat introspectie en begripsanalyse een empirische fundering moeten vervangen, en dan kunnen we ook de synthese, tot stand gebracht tussen gegevens, aantal van wetenschappen ontleend, en de resultaten van eigen onderzoek, ten volle waarderen.”

³⁸Brief G. Mannoury - Beth, 6 april 1950, (Amsterdam).

³⁹Brief Beth Besturen ISG, etc., 2 maart 1949.

⁴⁰Dit blad bevatte ook mededelingen en artikelen, die verschenen zijn onder het gezag van het I.S.S., het Unity of Science Forum, de Nederlandse Vereniging van Logica en het Industrial Relations Institute.

⁴¹Beth besturen ISG, 2 maart 1949.

Beths belangstelling voor natuurlijke talen was op een andere grondslag gebaseerd. Hij wenste de logica als werktuig te gaan gebruiken. Bovendien had Beth een driehoek van relaties voor ogen, tussen logica, taal en wiskunde. In tegenstelling tot Brouwer was Beth de mening toegedaan, dat doordacht formaliseren binnen de wiskunde inherent is aan de wiskunde en meteen een middel om wiskunde te bevatten. Volgens Beth is "De wiskundige taal een integrerend deel van de wiskunde, ze dankt haar bestaan aan het feit, dat men in de gewone taal de wiskunde niet op adequate wijze kan uitdrukken. Daarom moet de leerling van den beginne de wiskundige taal (actief en passief) leren gebruiken."⁴² Dat de formalisering een goed middel is om de wiskunde te bevatten blijkt volgens Beth vooral voor het doorredeneren bij die onderdelen, waar men aanschouwelijk begint maar vervolgens tot abstractere vormen overgaat:⁴³

1. Het gebruik van een geformaliseerde taal, waardoor de bij de gewone meetkundige termen bestaande associaties met bepaalde voorstellingen althans verzwakt worden.
2. De constructie van arithmetische voorstellingen voor de meetkunde.
3. De studie van meer abstract wiskundige theorieën, waarbij de geassocieerde aanschouwelijke voorstellingen zwakker en vooral minder specifiek zijn."

Het gebruik van formele en/of wiskundige taal loopt volgens Beth op met een goede beheersing van omgangstaal:⁴⁴ "Logisch denken en de beheersing van de taal zijn naar mijn mening niet te scheiden; [...] dat voor mij taalbeheersing iets geheel anders is dan eloquentie." Meer nog:⁴⁵ "Immers, het logische denken en redeneren is, zoals reeds werd uiteengezet, een verschijnsel van maatschappelijke, niet van individueel-psychologische aard." En:⁴⁶ "Het formeel logisch redeneren berust op een (zoals bekend, in hoge mate onvolledig) parallellisme tussen de regelmatigheden in het denken en in die van het spreken." Beth was natuurlijk niet een voorstander om al vanaf het begin in het onderwijs met een formeel-wiskundig systeem te komen.⁴⁷

⁴²Citaat uit de brief Beth - S.J. Geursen, 13 augustus 1951. Het citaat is een onderdeel van de vraag of men bij het wiskunde-onderwijs dit moet aanpassen aan de taal van het kind.

⁴³Brief Beth - L.N.J. Bunt, 11 oktober 1954; n.a.v. het uitkomen van Bunts schoolboek *Van Ahmes tot Euclides*, Groningen (Wolters) 1954 en n.a.v. Bunts werkzaamheden voor de onderwijssectie. Voor het verkrijgen van een beter ruimtelijk inzicht was het volgens Beth niet altijd de beste weg om nog meer aanschouwelijke wiskunde te geven. Beter ontwikkelt men dit door tekenen, handenarbeid en lichamelijke oefening (Beth in 1940 in diverse reacties op de denkbeelden van J. Waterink).

⁴⁴Brief Beth - J. Waterink, 29 maart 1940, (Amersfoort).

⁴⁵Uit Beth (1937/38).

⁴⁶Uit Beth (1937/38).

⁴⁷Beth (1962/63): "Men zal derhalve de naïeve wiskunde niet onbeperkt kunnen besnoeien en men zal de kritische wiskunde zeker niet ongestraft kunnen overslaan [...] Een en ander stemt mij skeptisch ten aanzien van het welslagen van de geruchtmakende pogingen, de verzamelingenleer in te voeren bij het kleuteronderwijs." Hiermee ontsnapt Beth aan de verdachtmakingen van H. Freudenthal (*NRC-Handelsblad*, 13 oktober 1987); deze maakte gebruik van de aloude truc iemand iets in de mond te leggen, wat hij nooit beweerd heeft, om dit dan vervolgens te gaan bestrijden.

Maar niet alleen vanwege de relatie tot de wiskunde was Beth in talen geïnteresseerd. Hij had wel degelijk belangstelling voor het onderzoek naar de natuurlijke talen. Dit duidelijk tot uiting doordat hij in zijn, in het hoofdstuk over bewijsmechanisatie te bespreken, Euratom-project ook een werkgroep voor het bestuderen van natuurlijke talen onderschoof. Naast natuurlijke talen ging hij ook niet aan kunstmatige talen en hun structuur voorbij.

Bij het zich afwenden van de significante verdween bij Beth niet de zin tot toepassingen van psychologie. Hij bleef geïnteresseerd in didactiek van de wiskunde de daartoe strekkende psychologie. Dit vertaalde zich in zekere aandacht voor de opvattingen van de leerpsycholoog en kenner van de kinderonwikkeling, J. Piaget, in Genève. Met dit contact met Piaget deed Beth niet heel erg veel, ook niet in het strikt in tweeën gedeelde boek Beth & Piaget (1961) (een psychologisch deel voor Piaget, een logisch deel voor Beth), dat hij samen met Piaget publiceerde.⁴⁸ Gezien de aard van dit proefschrift zijn wij echter in de eerste plaats geïnteresseerd in de plaats van de logica in Piagets psychologie en niet in diens verdere psychologische ideeën. Beth stond daar niet bepaald welwillend tegenover, soms dekte hij het toe met de mantel der liefde. Met Quine's⁴⁹ "[T]he misgivings induced by Piaget's persistent and evidently incorrigible stupidity over matters of logic" stemde Beth als volgt in:⁵⁰ "I certainly do not agree with Piaget's views on logic. He continues the traditional French doctrine that logic is a kind of more refined psychology of thought." Van psychologie in de logica — wat iets anders is dan de bestudering van lerende systemen — moest Beth niets hebben.

3.2 Logica en methodologie

3.2.1 Logica en wiskunde

Een tolerant-klassiek mens. Voor men aan Beths denkbeelden aangaande de relatie tussen logica en wiskunde begint zal men wellicht Beths algemene standpunt willen weten: was hij een platonist, een formalist, een intuïtionist? Een intuïtionist was hij zeker niet, zo leert ons een citaat uit een brief naar K. Schröter:⁵¹

"In Ihrem Brief bezeichnen Sie mich als 'gegebenen Vertreter der intuitionistischen Begründung der Mathematik.' Ich bin zwar lebhaft am Intuitionismus interessiert und kenne diesen Standpunkt aus geographischen Gründen besser als viele Fachgenossen, möchte aber nicht als Anhänger, geschweige denn als Vertreter betrachtet werden. Ich möchte meinen Standpunkt etwa als tolerant-klassisch bezeichnen."

Volgens eigen zeggen was Beth een tolerant-klassiek wiskundige, gezien de

⁴⁸In de recensie van Mendelson (1969) wordt er zware kritiek geleverd op Piagets deel: het berust niet op experimenteel verkregen gegevens, geen beschrijving van herhaalbare experimenten; bovendien was Piagets werk onduidelijk en slecht gedefinieerd.

⁴⁹Brief W.V. Quine - Beth. 26 februari 1960. (Cambridge, Mass.).

⁵⁰Brief Beth - W.V. Quine. 3 maart 1960.

⁵¹Brief Beth - K. Schröter, 16 juli 1960.

inhoud van zijn eigen geschriften was hij vooral pragmatisch en eclectisch ingesteld. Men kan dan ook uitgaan van de omkering van de vraagstelling: welke filosofische stroming of combinatie daarvan leent zich er het beste toe om te gebruiken als een 'fundering' van de wiskunde, een tolerant-klassieke houding brengt dit al snel met zich mee. Beth onderkende in de verschillende stromingen voors en tegens.⁵² Het platonisme is handig als leidraad bij de wiskundige productie, soms gaat men daarin weer te ver. Het nominalisme daarentegen is als principe heel fraai, maar vanuit productief oogpunt weer minder.⁵³

"Als Grundlage für die klassische Mathematik, Logik und Grundlagenforschung ist, wie es mir scheint, der Platonismus kaum zu ersetzen; vom Platonismus kommt man zwangsläufig und natürlich auf die Konzeption einer reinen Mathematik und auf die Ausführung derselben. Vom Nominalismus aus kommt man in natürlicher Weise nur zu einem Bruchteil der klassischen Mathematik; für einen mehr oder weniger vollständigen Aufbau muss man auf Kunstgriffe verfallen."⁵⁴

Als Grundlage für die Erfahrungswissenschaften aber ist der Platonismus viel weniger akzeptabel. Er lässt eigentlich den Aufbau derselben nicht zu, wenn man nicht auch wieder auf Kunstgriffe verfällt. Philosophisch erscheint mir somit der Platonismus als problematisch. Es sollte nach m.E. möglich sein, ihn in einer gewissen Synthesis 'aufzuheben', welche dann auch den Erfahrungswissenschaften ihren gebührenden Platz einräumen sollte.

In diesem Zusammenhang ist nun aber, glaube ich, der Versuch einer nominalistischen Grundlegung der reinen Mathematik und Logik, wenn auch in sich nicht ganz befriedigend, sehr wichtig. Denn er wird vielleicht eine Art Umdeutung des Platonismus ermöglichen."⁵⁵

Intuitionisme. Wij zullen niet ingaan op Brouwers, volgens Beth idealistisch getinte, filosofische denkbeelden, daar wilde Beth zeker niets mee te maken

⁵²Ms. E.W. Beth, *Remarks on the philosophy of mathematics*, (ongepubl.; na 1959): "a new version of ontological realism". Maar zie vooral Beth (1959b), hfdst. 'Philosophy of mathematics and general philosophy'.

⁵³Brief Beth Scholz, 21 februari 1956. Scholz was een platonist, die volgens Beth vaak veel te ver doordraafde, jazelfs de wiskunde als een soort zijnsleer beschouwde (brief Beth H. Meyer, 5 januari 1941, (Amersfoort), maar zie ook Beth (1965b), p. 68, met een citaat van Scholz, dat sterk op een geloofsbelijdenis lijkt).

⁵⁴Kunstgriffe: dit was de werkwijze van de 'nominalist' Tarski om toch nog iets met het nominalisme te kunnen beginnen. Zie hiertoe Beths verslagen van het in 1953 te Amersfoort gehouden congres *Nominalisme en Platonisme in de moderne logica*, waaraan naast de nominalist Quine, de intuïtionist Heyting en de realist Beth ook Tarski deelnam. Zie voor een algemener overzicht ms. E.W. Beth, *La reconstruction nominaliste de la logique*, voordracht aan Centre National de Recherches de Logique [Het instituut van R. Feys], Bruxelles, 24 januari 1953.

⁵⁵Beth onderscheidde met betrekking tot de grondslagen van wiskunde naast het platonisme en het nominalisme nog andere stromingen. Binnen de filosofie in bredere zin komen deze stromingen volgens Beth niet zo pregnaat naar voren. In bijvoorbeeld Beth (1961/1962c), p. 229, onderscheidde hij:

(a) intuïtionisme: geen klassieke logica; (b) klassiek constructivisme: klassieke elementaire logica, bestaan van predicatieve klassen en verzamelingen, de principes conceptueel of ook operatief geformuleerd; (c) operationalisme in engere zin: alleen intuïtionistische logica en bestaan van predicatieve klasse; (d) operationalisme in bredere zin: gaat uit van de intuïtionistische logica, maar verwerpt niet de klassieke logica.

hebben.⁵⁶ Met betrekking tot Brouwers andere inzichten was Beths houding rekkelijker:⁵⁷ "As a matter of fact, the greater part of intuitionistic mathematics, as developed by Brouwer, can be understood as deriving from an urgent demand of complete constructivity, without reference to his idealistic doctrines. In Heyting's work, the influence of these [idealistic] doctrines can hardly be found, though occasionally he expresses his agreement with the views of idealistic philosophers like Natorp."⁵⁸ Beth (1959c), p. 15: "In order to achieve this end [klip en klaar weergeven van intuïtionistische wiskunde] we must, in particular, try to eliminate such subjective, and sometimes even mystical, elements as can be found in most intuitionistic writings."

De filosofische positie van het intuïtionisme werd in Beth (1967), p. 47, nauwer omschreven als: "Anderzijds moet echter worden vermeld dat een opvatting, nauw verwant met de zienswijze van Descartes en van Kant, in verband met het wiskundig grondslagenonderzoek door L.E.J. Brouwer, A. Heyting en hun volgelingen met grote consequentie wordt verdedigd. Dit Amsterdamse intuïtionisme is zeker niet onder te brengen bij het rationalisme, maar past evenmin bij de meer gangbare vormen van het hedendaagse irrationalisme." Met 'de zienswijze van Descartes en van Kant' bedoelde Beth:⁵⁹ "Hiermee valt Kant, streng genomen, terug op de reeds door Descartes verdedigde leer volgens welke men in de wiskunde slechts in schijn logisch redeneert maar in werkelijkheid een 'Kette von Schlüssen' uit een met een voortschrijdende constructie gepaard gaande reeks van aanschouwelijke inzichten afleest. Die constructie en die inzichten vereisen echter een in de aanschouwing gegeven en dus bijzonder object." Over intuïtionisme gecombineerd met kenleer had Beth zo zijn eigen ideeën:⁶⁰

"In het licht van bovenstaande beschouwingen [Beths bespreking van nominalisme, formalisme, platonisme en intuïtionisme] wil ik tot slot nog een enkel woord wijden aan de vraag, welk soort kenvermogen aansprakelijk is voor onze kennis van de beginselen van logica en wiskunde. [...] Ik merk thans op, dat termen als 'weten' en 'kennen' met grote omzichtigheid dienen te worden gebruikt. Maar vóór ik op dit punt inga, memoreer ik enkele opvattingen over de aard van de logisch-mathematische kennis. De

⁵⁶Het is wel eens anders geweest, vooral in de jaren dertig. In bijvoorbeeld Beth (1935a) wordt met meer sympathie tegen Brouwer wordt aangekeken. In deze paragraaf (en in deze dissertatie) gaat de aandacht voornamelijk uit naar Beths denkbeelden, die iets te maken hebben met zijn werk m.b.t. de intuïtionistische logica, zodat er geen aandacht aan vroegere denkbeelden van Beth geschouken kan worden. Wel wordt dit gedaan in Visser (1999).

⁵⁷(Beth 1959b), p. 619.

⁵⁸Beth vervolgde: "It is mainly in Griss' radicalism [van negatie-vrije wiskunde] and in the curious constructions, given by Brouwer to illustrate the rôle of essentially-negative predicates in intuitionistic mathematics, that the influence of idealism manifests itself." De basis van Griss laat zich kennen uit zijn artikelen 'Over de negatie' in de feestbundel aangeboden aan H.J. Pos in 1948, zijn monografie *Idealistische filosofie* uit 1946 en 'Mathématiques, mystique et philosophie' tijdens het filosofiecongres in 1948 te Amsterdam. Bergsons verwerping van de negatie in de wetenschap speelt daarin een rol. Brouwer (1948) introduceerde in zijn verweer tegen Griss het creatieve subject. George Francois Cornelis Griss, 1898 - 1953; Henri Louis Bergson, 1859 - 1941; Paul Gerhard Natorp, 1854 - 1924 (neokantiaan, Marburger School).

⁵⁹Beth (1967), p. 46.

⁶⁰Beth (1953/54a).

intuitionist vat haar op als een vorm van zelfkennis.⁶¹ [...] Om tot een juister inzicht te komen, maak ik, voor een ogenblik, als volgt onderscheid tussen kennen en weten: *kennen* veronderstelt een transcendent ken-object, *weten* niet. We kunnen dan zeggen, dat logica en wiskunde volgens de intuitionist tot het weten, volgens de formalist en platonist veeleer tot het kennen behoort.”

Heyting verzette zich tegen deze opvatting:⁶²

“Wiskunde als vorm van zelfkennis, lijkt mij, een star dogmatische, bekrompen, onhoudbare opvatting van het intuitionisme. Brouwer heeft dit ook nooit zo gezegd. Ikzelf zie de intuïtionistische wiskunde als een cultuurverschijnsel en de kennis er van als vergelijkbaar met de kennis en waardering van wetenschap en kunst in het algemeen. Een bepaald persoon kan aan die cultuuruiting, evenals een andere, actief of passief deel hebben. Ik ben het wel eens, dat de actieve beoefening van het intuitionisme in jouw zin tot het weten en niet tot het kennen gerekend moet worden.”

Beth stond m.b.t. taal en logica diametraal tegenover Brouwers denkbeelden, zoals verwoord in diens *Eerste handeling van het intuitionisme*:⁶³ ‘de losmaking van de wiskunde van de wiskundige taal en logica en de onbegrensde zelfontplooiing van de wiskundige oerintuïtie’. Brouwers *Tweede handeling van het intuitionisme* omschreef ‘de wijze, waarop men nieuwe wiskundige entiteiten kan scheppen’. De tweede handeling was wel een voortzetting van de eerste, maar toch concreter in die zin, dat men van daaruit begon met een wiskundige opbouw. Hieronder vielen de keuzerijen als grondstenen van een intuïtionistische wiskunde.

Beth, hoewel geen intuitionist, heeft zich uitgebreid met de semantische kant van de intuïtionistische logica beziggehouden en ondanks afwijzing van bepaalde elementen uit de logica, werd logica door Heyting als relevant beschouwd. Voor de formele kant van het intuitionisme was Heyting voor Beth het meest voor de hand liggende aanspreekpunt. Door de mogelijkheid van mondeling contact tussen Beth en Heyting is er weinig relevant schriftelijk materiaal bewaard. De correspondentie tussen Heyting en de voortdurend om verduidelijking vragende Kreisel, kan deze lacune ten dele vullen. Kreisel was door zijn houding ook voor Beth degene, die hem tot verduidelijking aanzette. Heyting beschreef in zijn brief naar Kreisel van 22 september 1970 als volgt zijn positie m.b.t. het intuitionisme:⁶⁴ “I do not consider myself a worshipper of Brouwer, though it is possible that many years of struggle against misunderstanding and superficial depreciation have somewhat stiffened my mental attitude.”

De relaties, zoals Beth die zag, tussen logica en wiskunde, en tussen wiskunde

⁶¹Introspectie (of ook directe aanschouwing, inner experience, etc.) is een vaak door Brouwer gehanteerd begrip, maar er wordt niet zelfkennis mee bedoeld.

⁶²Brief A. Heyting - Beth, 9 januari 1954, (Laren).

⁶³Zie de recentere publicaties Brouwer (1954), Brouwer (1956).

⁶⁴Brief Heyting - G. Kreisel, 22 september 1970, (Archief A. Heyting: brieven). Intuitionisme houdt overigens niet in, dat men geen determinist kan zijn. In zijn verhandeling ‘Paradoxen van de mens’ stelt Heyting zich op het standpunt, dat er geen vrije wil is (ms. A. Heyting, *Paradoxen van de mens*, Archief Heyting onder nr. F23 group F: philosophical notes). Er is in het Heyting Archief geen expliciete correspondentie tussen Kreisel en Heyting aangetroffen aangaande Beths denkbeelden.

en de intuitionistische variant daarvan, worden binnen de correspondentie het best onder woorden gebracht in de volgende brief aan Brouwer.⁶⁵

“Wiskunde en logica zijn niet rechtstreeks als afzonderlijke entiteiten gegeven. Wat ons historisch gegeven is, doet zich voor als een complex van heterogene, maar toch bij elkaar passende, tendenties, activiteiten en resultaten. Uit dit complex laat zich, door een soort abstractie, een component afzonderen, die bij passende theoretische bewerkingen ontwikkeld kan worden tot een algemene logica. Door toepassing van deze algemene logica kan vervolgens het aanvankelijk gegeven complex worden geordend en zodoende doorzichtig gemaakt.

- a. Het logisch-mathematisch complex kan niet restloos tot algemene logica worden herleid. Wat weerstand biedt aan deze herleiding kan worden omschreven als de wiskundige conceptie van het oneindige. Een logische opbouw van de wiskunde veronderstelt, behalve de apparatuur der algemene formele logica, op allerlei punten ook een beroep op de wiskundige conceptie van het oneindige.

Hoewel de algemene logica haar oorsprong vindt in een soort abstractie, toegepast op het aanvankelijk gegeven logisch-mathematisch complex, kan zij toch tot een zelfstandig systeem worden ontwikkeld, dat ook los van zijn verband met dat complex begrepen kan worden.

- b. Ook de wiskundige conceptie van het oneindige heeft, zoals onder [punt a] reeds gezegd, een hoge mate van zelfstandigheid, maar deze uit zich op geheel andere wijze. Een logische opbouw van ‘de’ wiskunde moet op deze conceptie steeds een beroep doen, maar put deze conceptie nooit uit en omvat dus steeds ook maar een deel van de wiskunde. Anderzijds is de conceptie van het oneindige ook slechts in zoverre duidelijk, als ze in een logische opbouw van een deel van ‘de’ wiskunde verwerkt is.

Punt b verklaart, dat er tussen het deel van de wiskunde dat tot een logisch (deductief of axiomatisch) systeem verwerkt is en het in dat systeem nog niet verwerkte ‘deel’ van de conceptie van het oneindige steeds een zekere spanning bestaat; zulk een partiëel systeem kan ons dus ook nooit blijvend bevredigen. Anderzijds is een verruiming van zulk een systeem alleen mogelijk voorzover we erin slagen een nieuw ‘deel’ van de conceptie van het oneindige met behulp van passende begripsconstructies toegankelijk te maken voor het logisch redeneren.”

En verder in de brief aan Brouwer:⁶⁶

“Er zijn wel punten van aanraking met het intuitionisme, maar ook tal van verschilpunten. Dit houdt mede verband met het feit, dat ik me niet ten doel stel, bepaalde vormen van logisch redeneren of van wiskundig denken ten detrimente van andere vormen aan te prijzen; het is veeleer mijn bedoeling, na te gaan, hoe verschillende vormen van logisch redeneren, c.q. van wiskundig denken, tot al dan niet rechtstreeks beoogde resultaten leiden.”

Keuzerijen. Ondanks de afwijzing van bepaalde aspecten binnen het intuitionisme, is Beth er toch toe overgegaan zich technisch daarmee te bemoeien. Gaf dit discrepanties?

⁶⁵Brief Beth - L.E.J. Brouwer 15 december 1959. Er is geen antwoord van Brouwer aan schrijver dezes bekend.

⁶⁶Brief Beth - L.E.J. Brouwer, 15 december 1959.

Beths bezigheden lagen in het vlak van het verschaffen van semantiek en een volledigheidsbewijs voor intuïtionistische logica. Het plan was om dit op een voor intuïtionisten acceptabele wijze uit te voeren, maar niet alles uit het intuïtionisme droeg Beths goedkeuring weg. Op het punt, waar men een gebruik van de 'grondstenen' — de keuzerijen — van de intuïtionistische wiskunde verwacht, krijgt men door hem een equivalent van het topologische begrip van omgeving opgediend. Wel werd door Beth een poging ondernomen zijn theorie uit te laten monden in een spreiding tezamen met Brouwers waaierstelling.

De ontwikkeling van een rij (sequens) kan men zien als een proces, dat in de tijd plaatsvindt. De omschrijvingen door Brouwer op dit punt waren van invloed op Beths latere besluit om de invloed van deze entiteiten in zijn geldigheidsdefinitie niet direct te verwoorden. Beth stond ambivalent tegenover het gebruik van dit in zijn ogen subjectieve element; zo wordt in Beth (1956*d*), pp. 384–385, het woord anthropomorfisme gebezigd; Kleene (1957) was het daar overigens niet mee eens.

De door intuïtionisten aangedragen rijen kunnen ontwikkeld worden met of zonder restricties. Het is mogelijk om tijdens de ontwikkeling restricties te veranderen (toe te voegen, weg te halen). Zo kan een aanvankelijk zonder restricties aangroeiende rij vanaf een gegeven moment een rij met restricties worden.

Wat was Brouwers bedoeling met de keuzerijen? Volgens Heyting, in een brief aan Kreisel, onder andere:⁶⁷

"It was known for a long time that methods for defining individual sequences (such as have later on be specified by the definition of recursive functions) will never yield more than a set of sequences which is in some sense enumerable. Thus the classical continuum is inaccessible by these methods. The Wahlfolge [keuzerij] meets this requirement: in an entirely free Wahlfolge every element of the continuum is present so to say in potentia. (Of course this is not an exact explanation, and I do not content that it is relevant in Brouwer's proofs; it only illustrates that a Wahlfolge not intended to be restricted to definition in any formal system)."

De vrije keuzerijen waren voor Beth de geëigende interpretatie voor de constructie van zijn Beth-modellen. Dientengevolge kan er dan ook een link gelegd worden met het intuïtionistische continuum en analyse.⁶⁸

Men vindt de vraag naar de constructies terug binnen de intuïtionistisch aanvaardbare verzamelingen (*soort, species*). Om hun bestaan te rechtvaardigen wordt meer geëist dan bij klassieke verzamelingen; ze zijn niet los te zien van hun constructievoorschriften. De constructies moeten natuurlijk wel intuïtionistisch aanvaardbare constructies zijn. Dit geldt met name voor de welgeordende verzamelingen, die de grondslag vormen voor de bar-stelling, bar-inductie en de waaier-stelling: een geordende verzameling is een geordende verzameling tezamen met de constructie, die een dergelijke verzameling karakteriseert als een welgeordende verzameling. Deze inzichten wilde Beth verwerken in zijn intuïtionistische volledigheidsbewijs.

⁶⁷Brief A. Heyting G. Kreisel, 5 mei 1952, (Oud-Blaricummerweg 5 [Laren]).

⁶⁸Zie ook (van Dalen 1978).

Beths houding deed ambivalent aan, maar dat lag al besloten in zijn denkbeelden: het willen leveren van een intuïtionistisch aanvaardbaar bewijs zonder al te zeer het intuïtionisme als grondslag voor de wiskunde daarin te willen mengen.

Zuiverheid van bewijzen. Bij onderzoekers, die zich niet ideologisch met het intuïtionisme wensten te identificeren worden klassieke en intuïtionistische bewijzen vaak afwisselend gebruikt. Voor Beth en Kreisel waren formeel gezien klassieke bewijzen ook interessant. Kreisel was al eerder de mening toegedaan, dat men klassieke bewijzen kon gebruiken om, indien mogelijk, intuïtionistische bewijzen te produceren. Hij was geïnteresseerd in de transformaties (algemene wetmatigheden), die men daarbij moest gebruiken en de metamathematische eigenschappen van die transformaties.⁶⁹ Ook had hij geen bezwaar tegen het behalen van klassieke m.b.v. intuïtionistische resultaten.⁷⁰ Heyting stond niet de systematiserende methode van Kreisel voor en evenmin het met elkaar vervlechten van klassiek en intuïtionistisch:⁷¹

"[T]he purpose of intuitionists is to take the notion of constructiveness in its widest sense and to build up as much as possible of mathematics on this basis. A fundamental difference is that we do not admit that classical mathematics has a clear sense; hence it would produce confusion to express our results in classical terms. A sharp distinction between small emendations in classical proofs and genuinely new proofs cannot be made."

Volstrekt afwijzend was Heyting ook weer niet, want in dezelfde brief aan Kreisel van 17 april 1952 merkte hij op: "Though there is considerable divergence in aims, I am convinced that your method will give rise to considerable simplifications and to new results also in intuitionistic mathematics, but as yet I am not convinced that they can completely replace the older, more direct methods."

In een later hoofdstuk zullen we zien in hoeverre Beth zich aan al deze adagia hield en hoe hij laverend tussen Scylla en Charibdes bezig was het geleerde in praktijk te brengen. In Beth (1959c), p. 15 meende hij: "[W]e ought to beware of premature transfer of methods and results, and we must keep in mind that intuitionistic mathematics is entitled to a formalisation which is fully adapted to its own peculiar character."

⁶⁹Brief G. Kreisel – A. Heyting, 5 maart 1952, (Reading), (Archief A. Heyting: brieven): "you take classical proofs as hints, indications, for constructing intuitionistic proofs, and do not set up *systematic rules* for making the transformations required [...]; instead you write up the proofs in the subject from scratch. On the other hand, I aim at setting up such rules, but on the whole, I am less concerned with the precise methods of proof used, but rather with the *form* the theorem to be proved (only free variables). The fact on which my transformation rules hinge is this: If $\exists n.A(n)$ has been proved, and $A(n)$ is *decidable*, then one can find a recursive integer n such that $A(n)$ holds. A method of doing this is provided by the Hilbert-Ackermann elimination of ϵ -symbols." (cursief door Kreisel)

⁷⁰Kreisel – Heyting, 5 maart 1952: "I should say that one may produce confusion "

⁷¹Brief A. Heyting – G. Kreisel, 17 april 1952, (Laren), (Archief A. Heyting: brieven).

3.2.2 Logica en andere wetenschappen

Toepassingen van formalismen

Het was niet zo, dat Beth in alles wat op zijn weg kwam een prooi voor formalisering zag. In dit opzicht kan hij als een tegenpool van P. Suppes gezien worden. Illustratief is Beths briefwisseling met Suppes over algemene meettheorie. Bij het vergelijken van diverse meetssystemen belandt men al snel in algebra en topologie, daar deze beide disciplines zich er zo goed toe lenen om er algemene eigenschappen over meten in uit te drukken. Suppes was hier een groot voorstander van, en het zinde hem niet dat mensen zoals P. Destouches-Février niet op deze wijze te werk gingen. Zijn recensies laten dit zien. Beth was een andere mening toegedaan:⁷²

“As far as I can see, the real difficulties [binnen volkshuishoud-, ziel- en natuurkunde] are not of a kind which is to be treated by means of an application of axiomatic methods. The same sort of thing happens when a pure mathematician works in applied mathematics; he quickly goes beyond what may be useful in view of the applications, and he neglects matters which for the application are essential.”

Eerder was Beth zelf in deze val getrapt. Zo had Beth lang daarvoor enkele van zijn stukken over economie ter controle naar J. Tinbergen gestuurd. Deze vond, dat door Beth te weinig uitgegaan was van de denkwereld van de econoom. Naast de formele en wiskundige uitweidingen was er door Beth niet voldoende aandacht besteed aan de economische premissen zelf:⁷³

“Er worden op enkele punten verstrekkende stellingen uitgesproken, die m.i. ten dele afhankelijk zijn van premissen, die echter niet genoemd worden. Bij de veelheid van mogelijke premissen omtrent het aantal variabelen dat het systeem vormt en tussen die variabelen bestaande relaties is het echter wel gewenst om op die premissen in te gaan, zelfs met enige uitvoerigheid.”

Beth heeft zelf in de loop der tijden pogingen gedaan delen uit andere vakken m.b.v. logica te onderzoeken of te formuleren. Afgezien van natuurkunde en taalkunde heeft hij dit nooit systematisch gedaan. Beth heeft derhalve buiten de natuurkunde nooit meegeedaan aan het bedenken van passende ‘empirische’ logica’s. Hij had daar niets op tegen, zoals zal blijken uit een brief aan H.A. Kramers, maar zelf conformeerde hij zich voornamelijk aan de klassieke logica. Een uitzondering vormde zijn beantwoording van de door het Wiskundig Genootschap in 1942 uitgeschreven prijsvraag: *Men vraagt een intuïtionistisch correcten en voor de toepassingen geschikten opbouw van de waarschijnlijkheids-*

⁷²Brief Beth - P. Suppes, 12 mei 1954. Patrick Colonel Suppes, *1922

⁷³Brief J. Tinbergen - Beth, 20 oktober 1942, (Den Haag). Jan Tinbergen, 1903 - 1994. In Brouwer (1919) wordt op een amusante wijze gewezen op een soms wel eens te stringente en het doel voorbij schietende formalisering: “trachten dan ook de formalisten het gebruik van de gewone taal in de wiskunde te vermijden. Hoe goed dit mogelijk is, bewijst de tegenwoordige Italiaansche formalistische school, wier aanvoerder Peano zelfs één zijner belangrijkste ontdekkingen omtrent het bestaan der integralen van reële differentiaalvergelijkingen in de taal der symbolische logica in de Mathematische Annalen publiceerde, met het gevolg, dat ze slechts door enkele ingewijden kon worden gelezen, en eerst nadat één hunner de verhandeling in het Duitsch vertaald had, algemeen toegankelijk werd.” Guiseppe Peano, 1858 - 1932.

rekening te geven. Beth trachtte een aan de empirie aansluitende waarschijnlijkheidsleer te ontwikkelen met een inbedding in een logische theorie.⁷⁴ Hij wilde hierin een semantische component op de wijze van Tarski verweven. Beths syntax was als volgt: "Deze syntax is niets anders dan de algemene wiskundige theorie van de systemen van kansrekening." De semantiek bestaat uit een tweewaardige valuatie op de kansproposities: $P(p) = m$ is waar, als de kans op p van grootte m is. Beth introduceerde een theorie van prognosen, waarmee hij de additieve verzamelingsfuncties hoopte te omzeilen. Von Mises' frequentie-limes theorie geeft aan elke kanspropositie $P(p) = m$ een empirische interpretatie, terwijl Beth deze empirische interpretatie alleen wilde toekennen aan de door een scherpte h begrensde kansproposities ($m - h, m + h$).

Beth baseerde zich op van Dantzig (1941) en Evans & Kleene (1939). Deze berustten op een combinatie van Kolmogoroff (1933), von Mises (1919) en Church (1940).⁷⁵ Church is interessant in verband met de extra eisen op de deelrijen: ⁷⁶ een aan Turing-machines gekoppelde effectieve berekenbaarheid of primitieve recursiviteit. Bij van Dantzig (1941) heeft men de eis dat een rij volledig empirisch bepaald moet worden of een vrije keuzerij in de zin van Brouwer moet vormen.

Beth wilde niet von Mises' onregelmatigheidsaxioma of andere op oneindigheid berustende constructies gebruiken.⁷⁷ Bovendien wenste hij tal van axioma's en stellingen (die ook van oneindigheid uitgingen) van de axiomatici buiten zijn theorie te houden. Dit levert dan de vraag op hoe in de algemene vorm stellingen zoals die van Bayes en Bernoulli binnen zijn theorie te formuleren zijn. Juist hierin schoot Beth volgens het jury-rapport te kort: ⁷⁸ Beth was te schematisch, werkte het geheel niet voldoende uit en bewees te weinig. Het door Beth naar voren geschoven eigenschap van deductief niet-afgesloten zijn werd niet voldoende uitgewerkt, de klassieke stellingen werden niet met zijn methode bewerkt, de multiplicatie-stelling werd niet behandeld. En om in de woorden van de beoordelingscommissie te eindigen: "Het blijft dus de vraag, of dit gelukt, zonder als hulpmiddel oneindige rijen van gebeurtenissen of althans eindige rijen van onbepaalde lengte in de beschouwingen te betrekken, waardoor hij van intuïtionistisch standpunt in moeilijkheden zou geraken."

⁷⁴Zie onder de 'lange noten' van dit hoofdstuk.

⁷⁵Andrej Nikolaewitsj Kolmogoroff, 1903 - 1987; Richard, edeleer von Mises, 1883 - 1953.

⁷⁶Deelrijen: keuze van indices voor een sub-rij (deelrij) van een gegeven stochastische rij.

⁷⁷Ook von Mises (1928) ging er niet van uit, dat men bij gebruikmaking van delen verzamelingenleer ertoe gedwongen werd de volledige verzamelingenleer toe te laten: "Ein Teil der Mengenlehre? Nein! . . . So ist die Wahrscheinlichkeitstheorie niemals ein Teil der Mengenlehre, sondern sie ist die Theorie beobachtbarer Erscheinungen, die in dem Bild des 'Kollektivs' idealisiert wurden." Maar niet alleen van Mises had bedenkingen. In Kolmogoroff (1933) treft men, zij het op bescheidener schaal, bedenkingen aan met betrekking op het als reëel aannemen van alles wat als een uitbreiding uit de verzamelingtheoretische pot komt van de afsluitingen op Borelse lichamen (de volledig additieve lichamen).

⁷⁸D.w.z. in de eerste plaats A. Heyting (zijn schrijfmachine), en verder F. Zernike en A. Droste. Jury-rapport en oplossing van de prijsvraag 12, zie archief van het Wiskundig Genootschap (aanvankelijk opgeslagen op Mathematisch Centrum (Centrum voor Wiskunde en Informatica), tegenwoordig op het Rijksarchief Noord Holland te Haarlem).

Logica en natuurkunde

Ook binnen natuurkunde kan men trachten formele theorieën, met daarin gebruik van logica, op te stellen. Vooral de quantum-mechanica had Beths aandacht. Juist door de opkomst van de quantummechanica had men op een duidelijke en leerzame wijze te maken met een verandering van dat soort inzichten, waar Beth al langer op hamerde: verandering van fysische inzichten, die, naast het aspect van dynamiek in wetenschap en filosofie, verandering in logische en filosofische inzichten met zich draagt. In Beth (1948*d*) diende de klassieke mechanica voornamelijk om de weg te bereiden voor de quantummechanica, de bij de quantummechanica passende logica en wetenschapsfilosofie.

Beth behoorde tot diegenen, die in op natuurkundige theorieën passende logica's naast een syntactische ook een semantische component probeerden te construeren. Beths inbreng was de semantische methode naar Tarski. Als een eerste variant op Tarski's 'is waar' gebruikte Beth (1948*d*) 'is in overeenstemming met de empirie', hetgeen hij verantwoordde met:⁷⁹ "Het systeem van de semantische regels [m.b.t. logica voor natuurkundige theorieën] is een zeer gecompliceerde deductieve theorie, die we het best als *theorie van de natuurkundige meting* kunnen aanduiden." En voor de quantumlogica stelde Beth (1948*d*), p. 165: "Er bestaat dus een volledig parallelisme tussen de syntaxis en de semantiek van de quantumtheorie. Alleen niet-complementaire uitdrukkingen kunnen als praemissen aan een deductief quantumtheoretisch betoog ten grondslage worden gelegd, en de bij zulk een betoog getrokken conclusies zijn steeds met elkaar en met de praemissen niet-complementair; alleen niet-complementaire uitdrukkingen zijn voor een gelijktijdige interpretatie vatbaar." Door Beth wordt hier bovendien nog aan toegevoegd: "De volledige opbouw van een semantiek der natuurkundige theorieën vereist een interpretatie van de waarschijnlijkheidsrekening: deze eis is door de ontwikkeling van de quantummechanica al bijzonder urgent geworden."

Er is echter een zekere discrepantie tussen Beth (1948*d*) en de artikelen Beth (1949*b*) en Beth (1960*f*).⁸⁰ De eerste, die op deze verandering van Beth ingaat is van Fraassen (1970), p. 323.⁸¹ In Beth (1948*d*) gebruikte Beth bovenstaande omschrijving van de verhouding tussen semantiek en syntax en baseerde hij zich voor de quantummechanica op de lineaire operatoren, voor Beth (1949*b*) lag dit anders. Daar werd uitgegaan van Birkhoff & von Neumann (1936) met lineaire deelruimten en was de verhouding tussen semantiek en syntax duidelijker en eenvoudiger gedefinieerd.⁸² Hiermee werd nauwkeuriger van Tarski's praktijk uitgegaan. Beth probeerde nu meer in de geest van von Neumann, Strauss en Destouches te werken — de toepassing van meerwaardige logica zoals bij Reichenbach vond hij overigens een doodlopende weg.⁸³ Deze werd dan ook

⁷⁹(Beth 1948*d*), p. 163, cursief door Beth.

⁸⁰Er is nog een Beth (1948/49), maar dit wijkt niet af van Beth (1949*b*).

⁸¹Voor een algemene bespreking van Beths theorie zij men naar Bastiaan C. van Fraassen, *1941, verwezen.

⁸²John von Neumann, 1903-1957.

⁸³Brief Beth H.A. Kramers, 7 september 1948.

niet in Beth (1948*d*), en later, gebruikt.

Beth (1948*d*) was natuurlijk al veel eerder dan 1948 bedacht:⁸⁴ "Het enkele jaren geleden geschreven[c] herlezend, hel ik over tot de opvatting, dat het met behulp van de ruimte van Hilbert mogelijk is, een semantische opbouw van de quantumlogica te geven." De desbetreffende literatuur, waaronder Birkhoff & von Neumann (1936), wordt in Beth (1948*d*), p. 76, vermeld, maar niet in alle duidelijkheid gebruikt. Op p. 133 van Beth (1948*d*) wordt in verband hiermee ook afstand genomen van in hetzelfde boek opgestelde strenge syntactische deductieregels naar Gentzen en geeft hij de voorkeur aan al eveneens door hem geformuleerde 'gevolgtrekkingen' naar Tarski. En hieraan voegt Beth nog toe: "De in hoofdstuk 7 ['De ontwikkeling van de natuurwetenschappelijke theorieën'] ontwikkelde interpretatie is bijgevolg géén analogon van de semantiek." Meteen op Beth (1948*d*) verscheen Beth (1949*b*) als aanvulling en verbetering.

In de eerste instantie ging Beth uit van de klassieke mechanica en haar logica.⁸⁵ Er waren geen extra voorwaarden op de samengestelde formules en de deductieregels. De dynamiek wordt gegeven door Hamiltons bewegingsvergelijkingen en de Hamilton-functie H ,⁸⁶ de observabelen door potentiële en kinetische energie. Door Beth werd hieraan een mechanisch causaliteitsbeginsel toegevoegd. De causaliteitsregels deden dienst als extra deductieregels aan een verder normaal deductief systeem.

In de herformulering Beth (1949*b*) worden de atomaire formules geformuleerd als $m(m^*, t)$, d.w.z. met de bedoelde interpretatie als 'meting van grootheid m op tijd t geeft waarde m^* '. Deze algemene formulering wordt in Beth (1949*b*) gebruikt voor zowel klassieke alsook quantummechanica.⁸⁷

In de in Beth (1949*b*) gebruikte semantiek voor de klassieke mechanica gaat hij uit van $q = Q(t, k, l)$ en $p = P(t, k, l)$, met (k, l) een paar reële getallen, als algemene oplossingen voor de Hamilton vergelijkingen. Deze substitueert Beth voor de q en p in $m = m(q, p, t)$ en levert $m = M(t, k, l)$ op. Overeenkomstig Tarski's inkleding van syntax gecombineerd met semantiek definieerde Beth: de propositie $m(m^*, t)$ wordt door het paar reële getallen (k, l) vervuld d.e.s.d., als $M(t, k, l) = m^*$. Hiermee verkrijgt men verzamelingen van reële

⁸⁴Beth (1948*d*), p. 133

⁸⁵Men kan met enkele uitbreidingen er een relativistische mechanica van maken. En met inkrimpingen vanuit de relativistische een klassieke: Het kinematische deel blijft hetzelfde. De invoering van een vaste constante wordt door een juiste definitie weer ongedaan gemaakt. De Lorentz-contractie wordt opgeschoond.

⁸⁶Bewegingsvergelijkingen: $\frac{dq}{dt} = \frac{\delta H}{\delta p}$; $\frac{dp}{dt} = -\frac{\delta H}{\delta q}$. En verder de Hamilton-functie $H(q; p; t)$ [q plaats, p moment, t tijd].

⁸⁷Beth (1948*d*) werkte voor de klassieke mechanica met een systeem, waarin de atomaire formules van de vorm $(q; p; t)$ waren met de bedoelde interpretatie: de bewegingstoestand van een deeltje (stoffelijk punt) wordt op tijdstip t door de grootheden q (positie) en p (moment) bepaald. Men kan dit generaliseren naar $(q_1, \dots, q_n; p_1, \dots, p_n; t)$ met een interpretatie van een n -dimensionale ruimte met n vrijheidsgraden. Bovenstaand causaliteitsbeginsel formuleerde Beth hiermee als volgt: uit de premisse $(q; p; t)$ trekt men de conclusie $(q + \frac{1}{m} p dt; p - \frac{1}{m} q dt; t + dt)$, en met de Hamilton-functie H : uit premisse $(q_1, \dots, q_n; p_1, \dots, p_n; t)$ de conclusie $(q_1 + \frac{\delta H}{\delta p_1} dt, \dots, q_n - \frac{\delta H}{\delta p_n} dt; p_1 - \frac{\delta H}{\delta q_1} dt, \dots, p_n - \frac{\delta H}{\delta q_n} dt; t + dt)$.

getallenparen.⁸⁸

Deductieregel: proposities $A = n(n^*, t')$ en $B = o(o^*, t')$ geven als conclusie $C = m(m^*, t)$ d.c.s.d., als elk geordend paar (k, l) van reële getallen, dat A, B vervult, dit ook met C doet.

Quantumlogica. Het klassieke en het quantum-mechanische systeem verschillen zozeer van elkaar, dat er met twee soorten logica gewerkt moet worden. Beth had hiertoe een pragmatisch standpunt, dat ook al aan zijn logische formulering van de klassieke mechanica en de waarschijnlijkheidsrekening af te lezen valt:⁸⁹

“Onder logica in het algemeen versta ik het onderzoek van deductieve theorieën en onder ‘een logica’ de deductieve structuur van een bepaalde theorie of van een groep samenhangende theorieën. Met een leer van het denken heeft dit niets te maken. In de laatste instantie gaat het over de exacte formulering van een bepaald gebied van kennis. [...] Nu is het eigenlijk niet geheel juist van ‘de’ deductieve structuur van een bepaalde theorie te spreken. Men kan een gegeven theorie vaak op meer dan één manier deductief formuleren.”

De (propositionele) logica binnen de formele theorie van quantum-mechanica kenmerkt zich door het ontbreken van de distributieve wetten (die zijn er wel bij de klassieke natuurkundige theorieën).⁹⁰ Beter gezegd, quantumlogica's gebruiken distributieve wetten onder zekere voorwaarden. Alles wordt bekeken vanuit het oogpunt van de gebruikte (projectieve) meetkenden en de daarmee samenhangende tralies.

Niet iedereen zag meteen het nut hiervan in. Na lezing van Beth (1948d) vond Beths vroegere leermeester op het einde van de twintiger jaren, H.A. Kramers, dit verschil in logica maar vreemd:⁹¹ “Vooral interesseert me wat je precies met een ‘logica’ bedoelt. Ik wil niet zeggen, dat ik precies weet wat ik zelf daar onder zou willen verstaan; het wil er echter niet bij mij in dat klassieke natuurkunde en quantentheorie een verschillende ‘logica’ aanhangen, al zijn de regels die P_Q, M_Q, W_Q in samenhang brengen natuurlijk andere dan in de klassieke natuurkunde.”

De afkortingen P, M, W , met P_Q, M_Q, W_Q in het bijzonder voor de quantumtheorie, komen uit Beth (1948d), p. 91. Beth onderscheidt binnen de quantumtheorie drie stelsels van beweringen:

- o W_Q : de beweringen, die geformuleerd worden m.b.v. macrofysische terminologie. Zij beschrijven de uitslag van experimenten (de waarnemingsresultaten).
- o P_Q : de beweringen, waarmee m.b.v. W_Q de inwendige toestand van de atomaire structuren beschreven wordt. Volgens Beth was dit de eigenlijke quantummechanica.

⁸⁸Vergelijk ook van Fraassen (1970), p. 328 e.v.

⁸⁹Brief Beth H.A. Kramers, 7 september 1948.

⁹⁰Zie Birkhoff & von Neumann (1936), p. 831.

⁹¹Briefkaart H.A. Kramers - Beth, 4 juli 1948, (Oegstgeest).

- o M_Q : de beweringen vanuit de gebruikte mathematische formalismen. Ofwel: het gebruikte mathematische apparaat.

Het verband tussen P_Q en M_Q werd volgens Beth (1948*d*), p. 135, geleverd door de configuratie-ruimte [toestanden-ruimte] (in dit geval van de quantumtheorie de Hilbert-ruimte)⁹², het verband tussen P_Q en W_Q door de fysische ruimte en tijd. Hier geven de observabelen moeilijkheden, daar men te maken heeft met een waarschijnlijkheidsdistributie en met observabelen, die niet altijd simultaan gemeten kunnen worden.

Naast het zoeven gegeven citaat, waarin sprake is van 'logica' en 'een logica' meldde Beth verder aan Kramers, dat, in dit bijzondere geval, bij een deductieve formulering van beide theorieën er punten van overeenstemming (correspondentie-beginsel) en van verschil (complementariteits-beginsel) zijn. Er zijn volgens Beth twee mogelijkheden om dit in te richten.

- o Men houdt voor alles klassieke logica aan, maar dan heeft men:
 - Klassieke fysica met klassieke wetten.
 - Quantum-mechanica met gequantiseerde wetten. Maar er rollen dan wel vreemd lijkende natuurwetten uit.
- o Men maakt onderscheid tussen 'Newtoniaanse' klassieke logica en quantumlogica. In dat geval sluit men beter aan bij de quantum-mechanica zoals door Bohr en Heisenberg bedreven.⁹³

Wij zullen hier niet ingaan op alle details van het systeem uit Beth (1948*d*), voornamelijk zijn algemene denkbeelden zullen ter sprake komen. Aan het volgende willen wij echter niet voorbijgaan: de vorm van zijn atomen, de voorwaarden om aan samengestelde formules te komen en zijn deductieve apparaat.⁹⁴ Wij zullen hier beurtelings gebruik maken van gegevens uit Beth (1948*d*) en uit Beth (1949*b*). Zoals bij Beths behandeling van de klassieke mechanica de Hamilton-functie een hoofdrol speelde zal dit hier de vergelijking van Schrödinger (met Hamilton-operator) zijn.⁹⁵

⁹²(Beth 1948*d*), p. 106 e.v.

⁹³Beth had - in de lijn van zijn vroegere docent H.A. Kramers - een voorkeur voor de Kopenhaagse interpretatie.

⁹⁴Mittelstaedt (1978) geeft quantumlogica weer met dialoogtableaus. Dialoogtableaus zijn gebaseerd op Beths semantische tableaus, op de relatie tussen dialoogtableaus en semantische tableaus wordt ingegaan in het hoofdstuk over deductieve tableaus.

⁹⁵De algemene formulering hiervan gaat uit van de Hamilton-functie $H(q_1, \dots, q_n; p_1, \dots, p_n; t)$ met $E = H(q_1, \dots, q_n; p_1, \dots, p_n; t)$. Hiermee correspondeert een golf-functie $\Psi(q_1, \dots, q_n, t)$ en wordt $i\hbar \frac{\delta}{\delta t}$ voor E en $\frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta q_i}$ voor p_i gesubstitueerd (\hbar constante van Planck, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$). Nu heeft men de algemene gedaante van de Schrödinger-vergelijking $i\hbar \frac{\delta}{\delta t} \Psi(q_1, \dots, q_n, t) = H(q_1, \dots, q_n; \frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta q_1}, \dots, \frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta q_n}; t) \Psi(q_1, \dots, q_n, t)$. Hierin is $H(q_1, \dots, q_n; \frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta q_1}, \dots, \frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta q_n}; t)$ de Hamilton-operator (vgl. Messiah (1961), p. 68 e.v.). Al naargelang de context, waarin men werkt, kan de Schrödinger-vergelijking diverse gedaantes aannemen. De variant, die door Beth in zijn boek en latere geschriften gebruikt wordt, is $d\vec{x} = \frac{2\pi i}{h} \mathbf{H}\vec{x}.dt$ [en $\mathbf{H}\vec{x} = h\nu\vec{x}$ als vector \vec{x} richting behoudt, waaronder $d\vec{x} = \lambda\vec{x}$, $\lambda = 2\pi i\nu dt$, ν frequentie]. Beth (1948*d*), p. 108, geeft geen nette afleiding vanuit de algemene gedaante van de vergelijking.

In Beth (1949b) maakte Beth eveneens gebruik van $m(m^*, t)$ als grondvorm voor zijn atomaire formules m.b.t. de quantumlogica. Als algemene oplossing voor Schrödingers vergelijking geeft Beth $\vec{x} = \vec{x}(t, \vec{y})$. De observabele m wordt nu gerepresenteerd door de lineaire operator \mathbf{M} met eigenwaarde m^* .

Naar analogie met Tarski legt Beth nu zijn voorwaarden voor zijn waarheidsdefinitie vast: propositie $m(m^*, t)$ wordt door vector \vec{y} vervuld d.e.s.d., als $\mathbf{M}\vec{x}(t, \vec{y}) = m^*\vec{x}(t, \vec{y})$. Dus ook hier verzamelingen, ditmaal met vectoren.⁹⁶

Beth (1949b), p. 182, 183 geeft de relatie weer van zijn voorstelling met een formulering in deelruimten naar von Neumann:

(a) "The vectors \vec{x} which satisfy a given phrase [propositie] A , constitute a linear subspace \mathcal{A} of the Hilbert space, which in special cases may be void."

(b) En nu het gebruik van de operatoren. Voor de negatie van A met zijn lineaire deelruimte \mathcal{A} , Beth (1949b), p. 182: "The vectors \vec{x} , which satisfy its negation $\neg A$, will be orthogonal to any vector \vec{x}' of \mathcal{A} and will constitute a linear subspace \mathcal{A}' . The linear subspaces \mathcal{A} and \mathcal{A}' are uniquely determined by the phrase A ."

Beth definieerde zijn systeem vanuit de aanname voor de quantumlogica van interdefineerbaarheid van de logische operatoren. Beth (1949b), p. 182 geeft het gedrag aan onder de Shefferstroke: "The vector \vec{x} satisfies the phrase $A|B$ if, and only if, it is orthogonal to any vector \vec{x}' which satisfies both phrases A and B . In zoverre heeft Beth hiermee gelijk, als hij voor de implicatie niet de klassieke implicatie aanneemt, maar één waarin de voorwaarden van het systeem verwerkt zijn. Voor de hier gebruikte logica is dit $A \rightarrow B = \neg A \vee \neg(\neg A \vee \neg B)$, en vanwege $A \wedge B = \neg(\neg A \vee \neg B)$ ook $A \rightarrow B = \neg A \vee (A \wedge B)$. Voor de Shefferstroke heeft men: $\neg A := A|A$, $A \vee B := (A|A)|(B|B)$. Met deze gegevens kan men de Shefferstroke voor $A \rightarrow B$ formuleren.

(c) Deductieregel: proposities $A = n(n^*, t')$ en $B = o(o^*, t')$ geven als conclusie $C = m(m^*, t)$ d.e.s.d., als elke vector \vec{x} , die A, B vervult, dit ook met C doet.⁹⁷

Beth (1948d) geeft een verder niet nagevolgd systeem. Met Beth (1949b) nam hij er zelf ook nog eens afstand van. Toch is zijn persoonlijke inbreng in Beth (1948d) groter en daarom zullen wij een korte samenvatting van enkele punten geven. In Beth (1948d) waren atomaire formules van de vorm $P(p, t)$, waarbij P een observabele, p een eigenwaarde van de met P gelieerde (lineaire) operator \mathbf{P} (observabele H staat voor energie, \mathbf{H} is een gelieerde operator en E een eigenwaarde daarvan) en t een reëel getal (tijd). De bedoelde interpretatie was: ⁹⁸ "de observabele P heeft op tijdstip t de waarde p ." (en Beth vervolgt: "Op deze interpretatie zullen we evenwel geen beroep doen.")

Notatie: H, P, Q, \dots , staan voor observabelen, $\mathbf{H}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}, \dots$ voor (lineaire) operatoren, E, p, q, \dots voor de eigenwaarden van de operatoren. Nu is er een aantal voorwaarden, waaraan het predicaat van 'niet-complementair' wordt

⁹⁶Vergelijk ook van Fraassen (1970), p. 328 e.v.

⁹⁷Een voorbeeld van het werken met Beths deductieve regel vindt men in Beth (1949b), p. 183, waar een voorbeeld in de vorm van een bespreking van de Einstein-Podolsky-Rosen paradox wordt gegeven.

⁹⁸(Beth 1948d), p. 111, e.v.

gehecht. Het niet complementair zijn speelt een rol in de aanvaarding van samengestelde formules en het trekken van conclusies:

- a Als er een vector \vec{x} bestaat, die eigenvector is voor de observabelen H, P, Q, \dots , en E, p, q, \dots de eigenwaarden van de met de observabelen gelieerde lineaire operatoren $\mathbf{H}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}, \dots$ zijn, dan zijn $H(E, t_i), P(p, t_j)$ niet complementair.
- b Als er een vector $\vec{x}(t)$ bestaat, die volgens Schrödingers vergelijking in tijd verandert, waarbij $\vec{x}(t_1), \vec{x}(t_2), \dots$ eigenvectoren voor de operatoren $\mathbf{P}, \mathbf{Q}, \dots$ zijn en p, q, \dots de eigenwaarden, dan zijn onderling de atomaire formules $P(p, t_1), Q(q, t_2), \dots$ niet complementair.
- c Alles, dat niet onder de punten a en b valt, is complementair.

Stel, dat men een samengestelde formule heeft. Dan mogen de atomaire bestanddelen binnen zo een formule alleen uit niet-complementaire proposities bestaan. Verder zijn de formatie-regels normaal.

Beth (1948*d*), p. 165: "De verwisselingsrelaties [zie ook Beth (1948*d*), p. 107] bepalen welke uitdrukkingen van de theorie complementair zijn. Alleen niet-complementaire uitdrukkingen zijn voor een gelijktijdige interpretatie vatbaar. De verwisselingsrelaties zijn dus niet alleen voor de syntaxis, doch ook voor de semantiek van de quantumtheorie van belang; ze beheersen de overgang van de quantumtheoretische naar de klassieke terminologie. De onbepaaldheidsrelaties [van Heisenberg] daarentegen hebben we nodig, als we van de klassieke naar de quantumtheoretische terminologie willen overgaan."

De deductie-regels valt uiteen in tweeën:

A. Normale deductieregels, maar met de volgende extra voorwaarde. Alleen uit wederkerig niet-complementaire premissen valt een conclusie te trekken. De conclusie is niet complementair ten opzichte van haar premissen en ten opzichte van elke uitdrukking, die gerelateerd aan die premissen niet complementair is. Een illustratie uit de klassieke natuurkunde: a. klassieke corpusculaire theorie en b. de klassieke golftheorie zijn in hun totaliteit onderling tegenstrijdig. Men kan de onderling niet-complementaire premissen afzonderen en evenzo redeneringen die zich alleen daarvan bedienen: dan heeft men volgens Beth niet langer onderling tegenstrijdige redeneringen. Met quantisering (de in de klassieke vergelijkingen optredende grootheden worden vervangen door operatoren) vervalt de strijdigheid tussen de deeltjes- en de golftheorie.

B. Beth (1948*d*), p. 113, bediende zich van de volgende extra deductie-regels:

- a Als er slechts één vector \vec{x} is, die tegelijk eigenvector is voor operatoren $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_k$ met eigenwaarden p_1, p_2, \dots, p_k , én deze vector \vec{x} tevens eigenvector is voor lineaire operator \mathbf{Q} met eigenwaarde q , dan geven de premissen $P_1(p_1, t), P_2(p_2, t), \dots, P_k(p_k, t)$ de conclusie $Q(q, t)$.
- b Als er slechts één vector \vec{x} is, die volgens de vergelijking van Schrödinger met de tijd verandert, waarbij $\vec{x}(t_1), \vec{x}(t_2), \vec{x}(t_{k-1}), \vec{x}(t_k)$ eigenvectoren zijn van respectievelijk de operatoren $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_{k-1}, \mathbf{P}_k$, dan geven de premissen $P_1(p_1, t_1), P_2(p_2, t_2), \dots, P_{k-1}(p_{k-1}, t_{k-1})$ de conclusie $P_k(p, t_k)$.

c Als energie H een eigenwaarde E heeft, dan geeft $H(E, t)$ de conclusie $H(E, t')$.

Met het totale pakket kan men een afleidbaarheidsbegrip vaststellen. En hiermee kan men zeggen dat:⁹⁹ "In de eigenaardigheden van de vormregels en deductieregels komt de voor de quantumtheorie kenmerkende verzwakking van het mechanisticische causaliteitsbeginsel duidelijk tot uiting."

Met betrekking tot de technische ins en outs, en dit ook gerelateerd aan de quantumlogica, zijn Beths boek en artikelen — opgezet in de veertiger jaren met betrekking tot theorievorming uit de twintiger en dertiger jaren — verouderd. De door hem gepropageerde algemene methode, toepassing van een aan Tarski gelieerde semantiek, minder. Voor het latere belang van Beth kunnen we Wójcicki (1979), p. 49, citeren:¹⁰⁰

"The multi-referential approach has been suggested by E.W. Beth (1949, 1960).¹⁰¹ It underlies the account of empirical theories adopted by R. Montague [in 1962], B. van Fraassen [in 1970], J. Sneed [in 1971], F. Suppe [in 1971], W. Stegmüller [in 1973]. It is also intrinsically incorporated in P. Suppes's method of defining empirical theories as set theoretic predicates, cf. e.g. the definition given in his 'Introduction to logic' on p. 294 which starts: 'A system $\mathcal{P} = \langle P, T, m, f, [g], s \rangle$ is a system of particle mechanics if and only if the following seven axioms are satisfied'."¹⁰²

Proposities vs. quantoren. Bovenstaande sectie heeft betrekking op een propositioneel-logische benadering. Dit leverde controversen op. Sommige logici begrepen niet wat de bedoeling was, en bleven naar het predicat-logische deel vragen. Beths pijn m.b.t. de hem onder ogen gekomen — en tot zijn verontwaardiging telkens maar weer in de JSL gepubliceerde — kritiek op het niet aanwezig zijn van quantificatie was groot. Tot Beths ongenoegen liep de hoofdredacteur van de JSL, A. Church, hierin voorop in zijn recensie¹⁰³ van Birkhoff & von Neumann (1936): "But it to be regretted that they have confined their attention entirely to what they call the 'calculus of propositions' (really an analogue of the Boolean algebra of classes), and give no indication how quantifiers might be introduced so as to obtain adequate use of them without reestablishing the distributive law." Daar bleef het niet bij, want m.b.t. Strauss (1936) merkte Church¹⁰⁴ op: "There is also a discussion of the Reichenbach probability calculus from this point of view, but no treatment of quantifiers."¹⁰⁵ Onder de

⁹⁹Beth (1948d), p. 113.

¹⁰⁰Voor een verdere uitleg van Beth, zie o.a. van Fraassen (1970), van Fraassen (1974).

¹⁰¹(Beth 1949b), (Beth 1960f). Het zijn dus wel de artikelen na Beth (1948d).

¹⁰²(Suppes 1957): P : eindige niet-lege verzameling deeltjes; T : tijd (reële getallen of interval op de reëlen); m : waarde van de massa van een deeltje; f : de (interne) kracht, dat deeltje p op deeltje q op tijdstip t uitoefent; g : de (externe) kracht van p op tijdstip t ; s : positie van deeltje p op tijdstip t . P, T, s zijn kinematische begrippen, m, f, g zijn dynamische begrippen.

¹⁰³JSL 2 (1937), p. 44.

¹⁰⁴JSL 2 (1937).

¹⁰⁵Van eenzelfde aard m.b.t. quantoren waren de recensies door A. Bennett (JSL 13, (1948), p. 212) over Beth zelf en over J.C.C. McKinsey, † 1953, door P. Suppes (JSL 19, (1954), p. 52)

vragenstellers was later ook C.G. Hempel met zijn recensie¹⁰⁶ van werk door C.F. von Weizsäcker. Hempel kreeg er persoonlijk van langs:¹⁰⁷

"It is true that complementarity logic, as discussed by von Neumann, is a kind of sentential calculus, but it does not follow that it should (or could) be extended into a kind of quantification theory. Such a theory would be required of the calculus of von Neumann where concerned with, say, the description of the properties or states of single particles. Then we could, starting from expressions describing the states of single particles, pass on to expressions describing the properties and states of the particles in a system by introducing (preferably) numerical quantifiers. However, on account of the special structure of quantum theory, such a step is neither necessary nor (strictly speaking) admissable. In quantum theory we have two procedures for passing on from one-particle to many-particle problems, namely, composition and second quantization. The second procedure is superior to the first.¹⁰⁸ [...] Therefore, I feel ought to draw your attention on the importance of composition and second quantization as substitutes for ordinary quantification. Unfortunately the physicists, besides showing no particular interest with respect to quantum logic, have so far failed to give a satisfactory account to these procedures,"¹⁰⁹

Hempel gaf enerzijds toe:¹¹⁰ "Your point is most intriguing to me because I have indeed been under the impression that any serious proposal to formulate quantum-theory in the framework of a non-Aristotelian logic would have to provide, not only for some plurivalued logic of statement composition, but also for a corresponding modification of quantification theory." Maar vond ook: "[I]t seems to me at any rate that an advocate of non-Aristotelian logic for the formulation of quantum mechanics must indicate that and how the need for a logic of quantification can be avoided, and why a logic of statement compo-

over P. Destouches-Février.

¹⁰⁶JSL 23, (1958), pp. 65, 66.

¹⁰⁷Brief Beth - C.G. Hempel, 6 december 1958.

¹⁰⁸Beth (1960f): If second quantization is applied, then the number n of the elementary particles of which a given system is composed is considered as a physical magnitude and thus characterized by a linear operator N . (This is, presumably, connected with the fact that, from the point of view of classical physics, the energetic effect of adding or removing a single object can be made arbitrarily small and hence, in principle, neglected; thus the *number* of the objects in a system is not properly a physical magnitude. From the point of view of quantum mechanics this is, of course, not correct.)" Onder quantiseren verstaat Beth (1948d), p. 108, het toevoegen van operatoren aan de observabelen en het opstellen van verwisselingsrelaties tussen de operatoren. Onder tweede quantisatie kan men verstaan het nemen van een operator N voor 'er zijn n deeltjes zodat, ...'. Hiermee vervalt de noodzaak er quantoren op na te houden. Vergelijk verder de constructie-operatoren in Messiah (1961), p. 434 e.v. (i.h.b. p. 439): Messiah's creatie-operator a^\dagger : transformeert een toestand van n deeltjes in één van $n + 1$; Messiah's destructie-operator a : transformeert een toestand van n deeltjes in één van $n - 1$; en de al genoemde operator N ; Jauch (1968) onder 'creating operator' met op p. 282 de getal-operator N . J de Boer, Aanvullingsdictaat College Quantummechanica, Cursus 1969-1970, Constructie operatoren in de quantum mechanica, i.h.b. p. 20 e.v. Er is door mij bij Beth geen precieze omschrijving gevonden van compositie (tensor-product?).

¹⁰⁹Beth (1960f) eindigde met: "It is somewhat depressing that, with respect to the problems under discussion, so little progress is made; it is still more depressing to realize that this may partly due to the fact that some logicians have raised objections by which prospective authors on the subject have been led astray."

¹¹⁰Brief C.G. Hempel - Beth, 16 december 1958, (Princeton).

sition, together with the quantum-theoretical procedures you mention, should be sufficient: and as far as I can see, neither Reichenbach nor von Weizsäcker even considers the problem." Dit is een fraai voorbeeld van de omkering van de bewijslast. Beth (1948*d*) bedoelde in de eerste plaats een onderkenning te zijn van (en aanval op) een nog steeds onder tal van mensen in zwang zijnde op Aristoteles en zijn navolgers gebaseerde, en in het huidige tijdsbestek verouderde en onjuiste, natuurfilosofie en logica.¹¹¹ Ook op dit punt kreeg Beth kritiek: teveel greep hij terug op vroeger tijden. Het onbegrip m.b.t. de quantumlogica laat zien, dat het niet ten onrechte was, dat hij dit aspect naar voren bracht. Helaas had Hempel niet kennis genomen van de geschriften van Beth, zij het dat die ten dele in het Nederlands waren, waar dit alles in behandeld werd.¹¹² De wassende lijst van onbegrip m.b.t. het uiterlijk van de quantumlogica zal voor Beth een rol hebben gespeeld om Beth (1960*f*) op te stellen om daarmee de leemten op te vullen. Overigens had men rond 1960 te maken met een oprisping van Beth, zijn echte belangstelling voor dit onderwerp was toen al zeker tien jaar vervloden.

3.3 Lange noten

Hegeliaanse logica. Uit de brief Beth - J. Clay, 12 mei 1942, (Amersfoort): "Onder logica verstaan dezen geheel iets anders dan wat logici daaronder verstaan. Het gaat hier niet zozeer om een leer van het redeneren alswel om: een leer van het redelijke, zoals zich dit in de werkelijkheid manifesteert, waarbij in het bijzonder aan dat deel van de werkelijkheid is te denken, dat men als het cultuurleven zou kunnen aanduiden.

Vervolgens tracht men dit te gaan extrapoleren zoals naar 'de loop van de geschiedenis', 'de ontwikkeling van de wijsbegeerte'.

In tweede instantie passen de hegelianen het bedoelde verklareingsbeginsel [overbrugging van tegenstrijdige belangen], nu echter toe op gebieden, waar het zijn zin verliest reeds inzoverre, dat de toepassing ervan in het geheel geen verklaring oplevert. Dat ondanks belangenstrijd een ordelijke samenleving mogelijk blijkt, kan worden verklaard uit de redelijkheid van den menschegeest, de regelmatigheid van de planetenbeweging klaarblijkelijk niet. De hegeliaanse natuurfilosofie is op dien grond dan ook geheel onhoudbaar. Ten tweede verliezen de hegelianen uit het oog, dat het feit, dat een leerstelsel het optreden van een ermee strijdig systeem induceert, niet inhoudt, dat dat tweede leerstelsel uit het eerste logisch (in den gebruikelijke betekenis!) zou voortvloeien. Het beginsel van Hegel kan dan alleen het successieve-lijke optreden van onderling tegenstrijdige leerstelsels verklaren (althans tot op zekere hoogte), maar niet het logische verband tusschen de verschillende stellingen in elk leerstelsel afzonderlijk. Het pogen dit toch te doen, brengt de hegelianen tot het uitspreken van onzinnigheden als: 'Alles Wirkliche ist ein Schluss' e.d."

Beths theorie van de prognosen. Beth ging uit van een verzameling elementaire (mogelijke) gebeurtenissen $G = \{p, q, \dots\}$ en de afsluiting G^* hierover onder \vee, \rightarrow, \neg en \wedge , maar zonder \exists en \forall . Hiernaast voerde hij de verzameling P^* , de

¹¹¹Zie ook de brief Beth - A. Bennett, 26 januari 1950.

¹¹²Zelfs voor Church was dit niet altijd even duidelijk, ondanks de periode, die hij voor zijn afreis naar David Hilbert, 1862 - 1943, in Nederland doorgebracht had.

kansproposities op G^* , in. Met een kanspropositie $P(A) = m$ wordt bedoeld, dat de kans dat $A \in G^*$ zich voordoet m bedraagt, met m op het reële $[0, 1]$ -interval. Men kan dit axiomatiseren, en hiermee volgt Beth grotendeels Evans & Kleene (1939). Enkele voorbeelden uit de axioma's en stellingen: (a) axioma: als $P(A \wedge B) = m$ en $P(A \wedge \neg B) = n$, dan $P(A) = m + n$; (b) stelling: $P(\neg A) = 1 - P(A)$; (c) stelling: $P(A \vee \neg A) = 1$. Tot op dit punt verschilde Beth niet van zijn voorgangers. Beth vond de gevormde verzameling P^* te groot, en wenste alleen kansproposities van een bepaald type te accepteren. Hiertoe legde hij enkele beperkingen op. Dit had gezien de aard van zijn beperkingen zijn systeem niet meer afgesloten was, alleen met een extra eis op een beperking was dit weer wel mogelijk.

Beths extra eisen op $P(A) = m$ bestonden uit: $m = 1/2 + 1/2 \cdot k \cdot (1 - \vartheta h)$, met $0 \leq h \leq 1, 0 \leq \vartheta \leq 1$ en $k = \pm 1$; h heet scherpte en ligt na keuze van te voren vast; ϑ varieert naar de gevallen. Men verkrijgt na de keuze van scherpte h de nu ingeperkte verzameling $P_h \subseteq P^*$, maar $P_{h=1}$ levert de volledige P^* , $P_{h=0}$ levert een deductief systeem. Gebeurtenis A met genomen scherpte h heet *positief voorspelbaar* als voor zekere ϑ : $P(A) = 1 - \vartheta h$; *negatief voorspelbaar* als voor zekere ϑ : $P(A) = \vartheta h$.

Al naargelang de keuze van k heeft men (a) $P(A)$ is *empirisch juist* onder (i) $k = +1$ en A doet zich voor, (ii) $k = -1$ en gebeurtenis A doet zich niet voor; (b) $P(A)$ is *empirisch onjuist* onder (i) $k = +1$ en gebeurtenis A doet zich niet voor, (ii) $k = -1$ en A doet zich voor.

Beth beschouwde die combinaties, waarbij voor gekozen scherpte h men $m \leq h$ of $m \geq 1 - h$ heeft. Allen de kansproposities, die -- gerelateerd aan de gekozen h -- voldoende dicht tegen 0 of 1 aanliggen, noemde hij empirisch verifieerbaar. Men omzeilt quantoren, doordat empirisch verifieerbare generalisaties (verbijzonderingen) zich alleen over eindig veel gebeurtenissen kunnen uitstrekken, dus een eindige conjunctie (disjunctie) vormen.

Met de leer van de prognosen heeft men geen gesloten systeem onder de regels: $p, p \rightarrow q$ geeft bijvoorbeeld niet automatisch q . Men kan hiermee een koppeling aanleggen tussen verwachting en beslissing met aan preferenties gekoppelde afwegingen. Als volgt kan men naar Beth een voorbeeld construeren: "Het kan voorkomen, dat een boer komt tot een prognose: de wind zal wel gaan liggen, en dus een bepaalden knecht een dienovereenkomstige opdracht geeft; dat hij ook komt tot de prognose: als de wind gaat liggen, zal het wel gaan regenen, en een anderen knecht een opdracht geeft, die daar mee in overeenstemming is; terwijl hij ook de prognose, het zal gaan regenen, niet aandurft. De logische deductie kan dus in haar gewoone vorm niet dienen voor het systematiseren van dergelijke prognosen. Er is blijkbaar een opmerkelijk parallelisme tusschen de prognosen, die men in het dagelijksch leven stelt, en de gebeurtenissen, die met behulp van een systeem van kansrekening met zekere scherpte h positief voorspelbaar zijn. Dit opent de mogelijkheid van succes voor een poging, de bedoelde prognosen met behulp van dergelijke systemen van kansrekening te systematiseren."

