

TÉCNICA DE SEGMENTACIÓN PARAMÉTRICA UN NUEVO MÉTODO DE SINTONÍA A LA SEGMENTACIÓN ESTÁNDAR

PARAMETRIC SEGMENTATION TECHNIQUE A NEW METHOD FOR TURNING TO STANDARD SEGMENTATION

Oswaldo Rojas Camacho¹

Manuel Guillermo Forero Vargas²

Jose Manuel Menendez³

Fecha de recepción: 17 de mayo 2016

Fecha de aceptación: 20 de setiembre 2016

Resumen

En este artículo se describe una nueva técnica de segmentación paramétrica (TSP) de imágenes formulada como un problema de optimización de una función objetivo, la solución factible está contenida en el espacio binario u -dimensional y está compuesta por un conjunto de imágenes binarias las cuales son generadas a partir de la imagen original y del ajuste de ciertos parámetros. La función objetivo es una función de similitud y el argumento del óptimo son los parámetros óptimos de la segmentación. La TSP minimiza el error de comparar la imagen segmentada en el paso n con la imagen segmentada en el paso $n-1$. La TSP emplea un algoritmo de segmentación basado en técnicas de morfología matemática como la transformada watershed. Esta técnica se utilizó para automatizar y optimizar los algoritmos clásicos de segmentación como: la detección de bordes de Canny, la binarización por umbralización del histograma de Otsu y la transformada watershed. La técnica se validó por el análisis ROC.

Palabras claves: Análisis ROC, Espacio binario u -dimensional, "ground-truth", Morfología, Segmentación.

Abstract

In this paper, we introduce a new automatic tune method to find the optimal parameters in an iterative procedure, called Parametric Segmentation Tuning (PST). Segmentation is formulated as an optimization problem with a feasible solution contained in the binary u -dimensional space, minimizing or maximizing an objective function. The technique compares successive results finding as best the one that gets the minimal distance to the ideal point in a ROC curve. The feasible solution consists of a set of binary images generated by means of the process to be tuned. Binary images are seen as a function of the images to be segmented and the algorithm parameters. The objective function is a similarity function such that the argument of the minimum or maximum are the segmentation optimal parameters. The PST is an iterative process intended to minimize the error of comparing the segmented images in consecutive steps. The technique was tested by finding the optimal parameters in the Canny edge detection method, the best threshold to binarize an image, and the optimal segmentation by using the Watershed transform. The effectiveness and performance of the technique and the similarity functions defined in the binary space were validated by ROC analysis. Results of the segmentation using the binarization algorithm were compared with the results of the Otsu algorithm.

¹ Universidad Politécnica de Madrid ESTI (PhD(c)), Universidad Nacional de Colombia (MIS, IE) Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia orojasc@unal.edu.co, grupo de investigación: Electromagnetismo, Salud y Calidad de Vida, Universidad el Bosque, Bogotá, Colombia, orojas@unbosque.edu.co.

² Université de Technologie de Compiègne (PhD, MIM), Universidad de los Andes (MIE), Pontificia Universidad Javeriana (IE), Semillero Lún, Grupo D+TEC, Facultad de Ingeniería, Universidad de Ibagué, Ibagué, Colombia, manuel.forero@unibague.edu.co.

³ Universidad Politécnica de Madrid ESTI (PhD). UPM Departamento de Señales, Sistemas y Radiocomunicaciones de la E.T.S. de Ingenieros de Telecomunicación de la Universidad Politécnica de Madrid desde 1996. Director del Grupo de Aplicación de Telecomunicaciones Visuales (G@TV) desde 2004. Escuela Superior de Ingenieros de Telecomunicación, Madrid, España, jmm@gatv.ssr.upm.es.

Keywords: ROC analysis, the binary space u-dimensional, mathematical morphology "ground-truth", segmentation.

1. Introducción

En este artículo se valida el algoritmo de segmentación desarrollado en el trabajo "Improved segmentation of meristem cells by an automated optimization algorithm" artículo enviado a Journal Microscopy (Rojas O. G., 2016). Se propone la técnica de segmentación paramétrica TSP como un nuevo método de sintonía a la segmentación estándar, la cual consiste en hallar el óptimo de un algoritmo de segmentación $T(I, \vec{p})$ a partir de una función objetivo. Se define el espacio binario u-dimensional el cual es generado por la transformación $T(I, \vec{p})$, y se propone los indicadores de similitud Ψ en este espacio.

El problema de segmentación de imágenes se trata como un problema de optimización (Rojas O. A., 2003). La solución factible está contenida en un espacio binario u-dimensional Z_2^u , la cual se halla minimizando (maximizando) una función objetivo Ψ . El espacio factible está compuesto por un conjunto de imágenes segmentadas $\alpha = T(I, \vec{p})$ en función de la imagen original I, y los parámetros $\vec{p} = \{p_1, p_2, \dots, p_k\}$. La función objetivo es una función de similitud Ψ tal que el argumento del óptimo de Ψ son los parámetros óptimos de la imagen segmentada. La técnica TSP es un proceso iterativo que minimiza el error de comparar la imagen segmentada en el paso n con la imagen segmentada en el paso n-1. La técnica se validó contrastando el error entre la imagen de referencia o "ground-truth", y la imagen segmentada.

La técnica es empleada para hallar la segmentación óptima de los siguientes algoritmos: 1.- la transformada watershed TW (Soille, 2003), (Wu, 2008), 2.- el algoritmo de Canny hallando los bordes del objeto (Soille, 2003), (Wu, 2008) y 3.- la binarización por umbralización de la función de similitud. Se emplearon imágenes que son referentes en la literatura de procesamiento de imágenes como las encontradas en (Soille, 2003), (Wu, 2008) al igual que imágenes de tejidos vegetales celulares como el meristema (Blázquez, 2011), obtenidas a partir de microscopía confocal.

La técnica TSP se emplea para hallar automáticamente los contornos de las células en la región de interés (imágenes de las células vegetales). En la literatura sobre este tema se encuentran algunos modelos óptimos basados en la forma regular de las células con el fin de obtener la segmentación óptima, en el caso general las células no tienen una forma específica particular, por tanto es importante desarrollar un nuevo método (Blázquez, 2011), (Dima, 2011).

Antecedentes

Los algoritmos de segmentación que usan técnicas matemáticas como la morfología matemática (Serra, Image Analysis and Mathematical Morphology, 1981), (Beucher S., These Morphologie Mathematique, 1009), lógica difusa (Forero, 2000), y teoría de grafos (Lotufo, 2002), (Falcao, 2004), permiten obtener buenos resultados a un bajo costo de procesamiento, sobre todo en el análisis de imágenes médicas, y de visión artificial.

Dima y Elliott (Dima, 2011), comparan nueve técnicas de segmentación aplicadas a diferentes líneas celulares con cinco condiciones en la formación de la imagen, observan que la variación de la segmentación se debe a las condiciones de formación de la imagen.

Parvati y Prakasa (Parvati, 2008), desarrollan un método de segmentación para imágenes de escala de grises e imágenes médicas MR. El método propuesto segmenta imágenes de escala de grises usando morfología matemática, éste es un algoritmo de detección de bordes mediante marcadores.

Jung, y Kim (Jung, 2010), aplican la transformada de H_{\min} basada en la extracción de marcadores sobre imágenes de células cervicales. Resuelven un problema de optimización de un modelo de segmentación basado en el conocimiento a priori del agrupamiento de los núcleos de células.

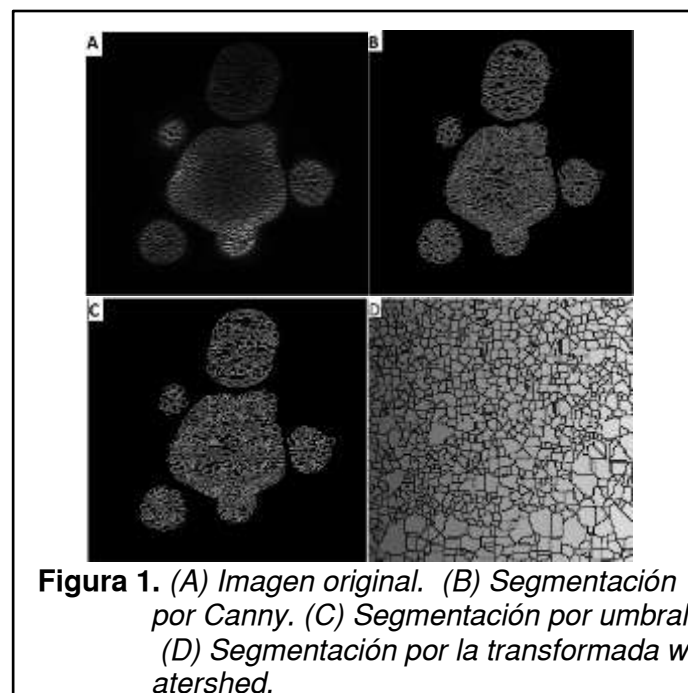
Cheng y Rajapakse (Cheng, 2009), formulan una técnica automática para segmentar agrupaciones de núcleos de células de imágenes de microscopía celular. Este método se basa en la geometría de la imagen, primero hacen una segmentación inicial analizando los contornos activos y luego aplican la TW mediante el uso de marcadores de forma.

K. Mkrtychyan, y otros (Mkrtychyan, 1982), desarrollan un algoritmo de ajuste del nivel de segmentación, asumiendo que las imágenes de entrada tienen una baja relación señal a ruido en la periferia y en el centro de la célula, aplican la TW para hallar los bordes de las células. El algoritmo de ajuste lo aplican a imágenes de microscopía confocal.

Técnicas clásicas de segmentación.

Los métodos clásicos de segmentación son manuales o semiautomáticos, esto hace que la segmentación no sea óptima y por tanto los resultados son deficientes por ejemplo, en la figura 1A se muestra una imagen de microscopía formada por tejidos vegetales celulares como el meristema. En la imagen de la figura 1B se muestra la detección de bordes por la técnica de *Canny* (Canny, 1986), se observa que los bordes no están bien definidos y no se identifican las células. La imagen de la fig. 1C se muestra la segmentación por umbralización local, en ella se observa bordes gruesos y regiones no distinguibles, (Wu, 2008), (Gonzalez, 2004). En la imagen de la figura 1D se muestra la transformada watershed, en esta imagen no se identifican los bordes de las células, (Beucher S. , *The watershed Transformation Applied to Image Segmentation*, 1991), (Vincent L. &, 1991). Cuando se aplican directamente estas técnicas de segmentación los resultados no son confiables.

En general los resultados no son buenos, los contornos son borrosos y la segmentación es de baja precisión debido a dos factores: el primero es la atenuación de la fluorescencia a través de la pila de imágenes, y el segundo se debe a que las células se ven más claramente en las primeras capas. Justamente por estos resultados no es apropiado usar el mismo umbral para binarizar toda la pila, se debe usar un umbral por imagen.



2. Materiales y métodos

Descripción general de las imágenes.

En la figura 1A, se muestra las células del meristema, estas imágenes presentan mayor dificultad en la segmentación que las imágenes clásicas descritas en (Gonzalez, 2004), (Blázquez, 2011). Un estudio comparativo de los algoritmos de segmentación clásica y los utilizados en las imágenes de microscopía se muestran en (Dima, 2011), (Forero, 2000), (Sezgin, 2004).

En la figura 2A se muestra un tipo de células del meristema de la *Arabidopsis Thaliana*, esta imagen se obtiene por la reconstrucción tridimensional del meristema, a partir de imágenes

bidimensionales por microscopía confocal, se observa la división celular. En la figura 2B se muestra un corte transversal de la imagen de microscopía confocal.

Para un observador experimentado que efectúe un análisis visual puede no identificar claramente los contornos de las células, este es un trabajo complejo y dispendioso y aun en las mejores condiciones resulta difícil identificar los contornos de cada célula.

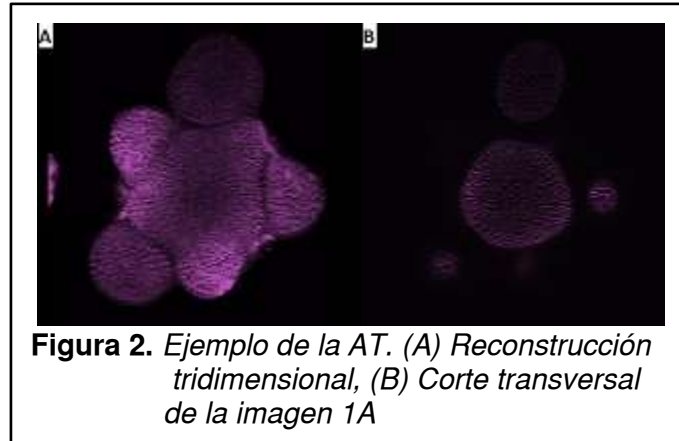


Figura 2. Ejemplo de la AT. (A) Reconstrucción tridimensional, (B) Corte transversal de la imagen 1A

Las células del meristema se caracterizan por ser irregulares y a medida que se profundiza en las capas del meristema se presenta bajo contraste, por tanto los criterios para la identificación de los bordes de las células son diferentes. En la figura 3 se muestra una imagen de las células del meristema. El segundo conjunto de imágenes es tomado de la referencia (Gonzalez, 2004)

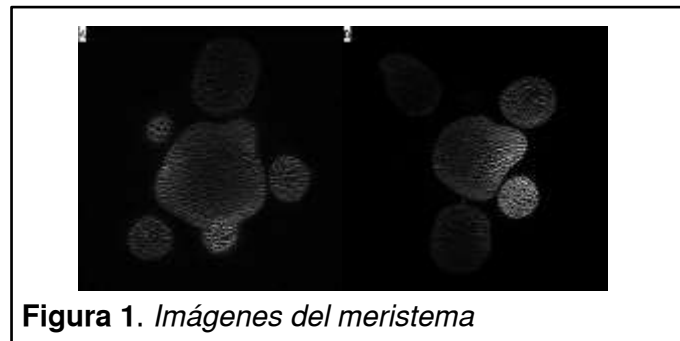


Figura 1. Imágenes del meristema

Algoritmos de segmentación empelados en la técnica paramétrica

Propuesta: Algoritmo Morfológico

En este artículo se propone un algoritmo de segmentación paramétrico en cual halla el óptimo de la TW (Beucher S. &, 1979), (Serra, Lecture Notes on Morphological Operations, 2001) a partir de la variación de tres parámetros. El algoritmo se desarrolló a partir de la teoría de morfología matemática (Vincent L. , Recent Developments in Morphological Algorithms, 1992), (Vincent L. , Morphological Grayscale Reconstruction in Image Analysis), (Shih, 2009).

Pseudocódigo del algoritmo morfológico: $T(I, B_R, h_k, h_r)$

Variable de entrada: Imagen g

Condiciones iniciales: Se fijan los parámetros $[B_R, h_k, h_r]$.

B_R : Elemento estructural. h_k, h_r : Niveles de gris.

1. Lectura de la Imagen: g
2. $f = g - \gamma_{B_R} = g - \delta_{B_R}(\epsilon_{B_R}(g))$
3. $f_c = f'$
4. $mask = f_c$

5. $marker = mask - h_k$
 6. $f_r = \mathcal{R}_{f_c}^{\delta}(marker) = \delta_{f_c}^k(marker)$
 8. $f_{dc} = f'_d$
 9. Filtro: $h(x, y) = 1/|d| \left(\alpha(\vec{d}) \right)$. $f_F = f_{dc} * h$ Convolución
 10. $RBW_{min}(f_F) = \mathcal{R}_{f_{dc}}^{\varepsilon}[f_F + h_r] - f_F = \varepsilon_{f_F}^k(f_F + h_r) - f_F$
 Criterio de convergencia: $\varepsilon_{f_F}^k(f_F + h_r) = \varepsilon_{f_F}^{k+1}(f_F + h_r)$
-
- Parámetros óptimos $[B_{Ropt}, h_{kopt}, h_{ropt}]$.
 11. $D = \Psi_D(RBW_{min}(f_F))$
 12. $L = \Psi_{WS}(D)$
 13. Imagen de las líneas divisorias. L
 14. Imagen segmentada
-

Algoritmo de Canny. $T_C(I, h_{min}, h_{max}, \sigma)$

El algoritmo de *Canny* (Canny, 1986) se describe en tres pasos: el primer paso suaviza la imagen original con un filtro gaussiano, y calcula el gradiente en magnitud y dirección en cada píxel. El segundo paso (supresión no máxima) consiste en adelgazar los bordes hasta el ancho de un píxel. El tercero (histéresis de umbral) elimina el ruido y reduce la posibilidad de la aparición de contornos mediante la una función de histéresis basada en dos umbrales.

Algoritmo de binarización por umbral. $T_{th}(I, t_h)$

Esta técnica de segmentación consiste en separar o hacer una partición en 2 clases: los píxeles o estructuras de alto contraste y los píxeles de bajo contraste. Esta técnica transforma una imagen $I(x,y)$ en niveles de gris en una imagen binaria $I_{BW}(x,y)$. Permite diferenciar los objetos del fondo, mediante la identificación un umbral t_h , (Wu, 2008), (Sezgin, 2004).

Definición del problema de segmentación.

Sea $\alpha = T(I, \vec{p}) \in Z_2^u$ el conjunto factible o de soluciones posibles generadas por la transformación, $T(I, \vec{p})$ que pertenecen al espacio binario u-dimensional Z_2^u , (Rojas O. A., 2003), (Forero, 2000).

La función objetivo se define como:

$$\Psi_{ind}: Z_2^u \times Z_2^u \rightarrow \mathbb{R}$$

La función Ψ es un índice que se asocia a cada par (α_n, α_{n-1}) de $Z_2^u \times Z_2^u$ un número en el conjunto de los reales \mathbb{R} .

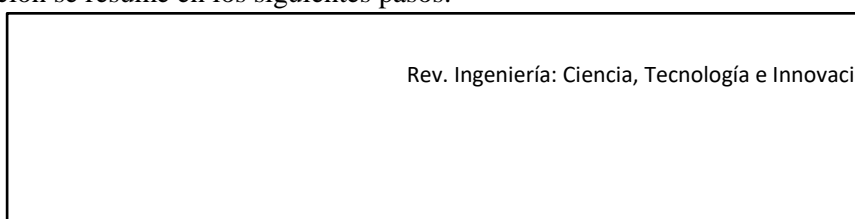
Los parámetros óptimos se hallan a partir de la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} & \arg(\text{óptimo}(\Psi_{Ind}(\alpha_n, \alpha_{n-1}))) \\ & \text{Sujeto a: } \alpha \in Z_2^n \end{aligned}$$

Técnica de segmentación paramétrica TSP

La técnica de segmentación paramétrica TSP encuentra los parámetros óptimos del algoritmo morfológico, optimiza la TW, encuentra los parámetros óptimos del detector de bordes de Canny y halla la binarización óptima por umbralización a partir de las funciones de similitud. Los valores óptimos de los parámetros se hallan a partir de los indicadores de similitud, los cuales comparan dos imágenes sucesivas, la imagen I_n en el paso n con la imagen I_{n-1} en el paso n-1.

En la figura 4 se muestra el diagrama de bloques de la técnica segmentación TSP. La técnica de segmentación se resume en los siguientes pasos:



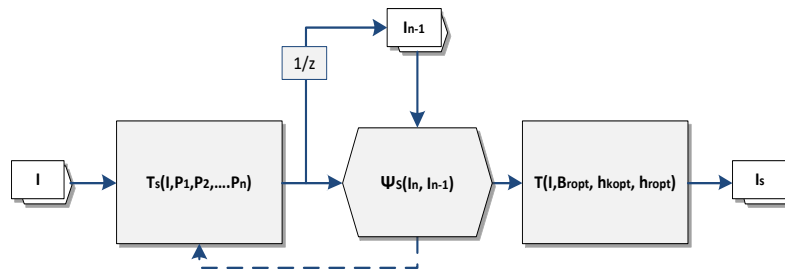


Figura 2. Diagrama de bloques de la técnica de segmentación paramétrica TSP.

1. I es la imagen a segmentar.
2. $T_s(I, \vec{p})$ Representa el algoritmo de segmentación y es función de la imagen de entrada I y de parámetro \vec{p} .
3. El proceso de optimización es iterativo y consiste en comparar la imagen I_n , con la imagen I_{n-1} , (la imagen de referencia), variando los parámetros y formando así un conjunto de imágenes. $\{T_s([I_n, \vec{p}_n])\}$, se emplea la función de similitud $\Psi_{Ind}(I_n, I_{n-1})$ y los parámetros óptimos se hallan a partir de la siguiente expresión:

$$\vec{p}^* = Arg\{Optimo \Psi_s([I_n, \vec{p}_n], [I_{n-1}, \vec{p}_{n-1}])\}$$

4. La segmentación óptima de la imagen halla como:

$$I^* = T_s(I, \vec{p}^*)$$

La técnica automática se aplicó a los siguientes algoritmos:

1. Algoritmo morfológico. $T(I, B_R, h_k, h_r)$, es una función de tres parámetros, el cual identifica los bordes de las células del meristema.
2. El algoritmo de detección de bordes de *Canny*.
 $I_S = T_C(I, h_{min}, h_{max}, \sigma)$, que es una función de tres parámetros: la desviación estándar σ y dos parámetros umbrales de histéresis: h_{min} y h_{max} .
3. Algoritmo de binarización por selección umbrales, es función de solo un parámetro t_h .

$$I_S = T_{th}(I, t_h) = \begin{cases} 1, & \text{si } I(x, y) > T_h \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Resultado de la segmentación por algoritmo de binarización se comparó con el resultado del algoritmo de *Otsu*.

Espacio binario u- dimensional Z_2^u

Se propone las siguientes definiciones, las cuales son empleadas para formalizar e implementar las funciones de similitud y de la técnica de segmentación paramétrica TSP. Una imagen binaria I de talla $N \times M$, se puede representar como un vector binario α de talla $u = N \times M$.

Definición 1. Sea el conjunto binario $Z_2 = \{0,1\}$, se define el espacio binario u-dimensional como:

$$Z_2^u = Z_2 \times Z_2 \times \dots \times Z_2 \text{ u-veces.}$$

Definición 2. Un elemento α de Z_2^u es una u-upla formada por elementos de Z_2 así: $\alpha = (\alpha_1, \alpha_1, \dots, \alpha_u)$, con $\alpha_i \in Z_2$.

Definición 3. Si $\alpha \in Z_2^u$ el complemento de α se define como: $\bar{\alpha} = (\bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2, \dots, \bar{\alpha}_u)$ tal que si $\alpha_i = 1$ entonces $\bar{\alpha}_i = 0$, o $\alpha_i = 0$ entonces $\bar{\alpha}_i = 1$.

Definición 4. Si $\alpha \in Z_2^u$, y $\alpha = (0,0, \dots, 0)$ entonces α se llama elemento nulo y es el origen del espacio binario u-dimensional.

Definición 5. Si $\alpha \in Z_2^u$, y $\alpha = (1,1, \dots, 1)$ entonces α se llama elemento unitario del espacio binario u-dimensional.

Definición 6. Sea el siguiente conjunto de elementos de Z_2^u así:

$$B_2^u = \{(0,0,0, \dots, 0), (1,0,0, \dots, 0), \dots, (1,1,0, \dots, 0), \dots, (1,1, \dots, 1)\}$$

El complemento de B_2^u genera todo el espacio Z_2^u

Definición 7. Si $\alpha \in Z_2^u$ la dimensión de α se define como una función del espacio binario u-dimensional a los enteros positivos \mathbb{Z}^+ : $\dim(\alpha) = u$

Definición 8. Si $\alpha \in Z_2^u$ el número de elementos o longitud de α se define como la sumatoria de los elementos α_i de α

Definición 9. Si $\alpha \in Z_2^u$ la norma de α se define como la raíz cuadrada de la sumatoria de los elementos α_i de α

Operaciones entre los elementos definidas en el espacio Z_2^u

1. Operación adición \oplus .

Si $\alpha, \beta \in Z_2^u$ es la operación \oplus y se define:

$$\alpha_i \oplus \beta_i = \{(1 \oplus 1), (1 \oplus 0), (0 \oplus 1), (0 \oplus 0)\} = \{1, 1, 1, 0\}$$

2. Operación multiplicación \otimes

Si $\alpha, \beta \in Z_2^u$ la operación \otimes se define:

$$\alpha_i \otimes \beta_i = \{(1 \otimes 1), (1 \otimes 0), (0 \otimes 1), (0 \otimes 0)\} = \{1, 0, 0, 0\}$$

3. Operación producto punto \odot .

Si $\alpha, \beta \in Z_2^u$ la operación \odot se define:

$$\alpha \odot \beta = \langle \alpha, \beta \rangle = \alpha \cdot \beta^t = \|\alpha\| \|\beta\| \cos \phi$$

Relaciones de orden entre los elementos del espacio Z_2^u

Si $\alpha, \beta \in Z_2^u$ se define una relación de orden entre α, β como $\mathcal{R}(\alpha, \beta)$ para cada elemento de α, β . Las relaciones de orden son:

$$\mathcal{R}(\alpha, \beta) = \begin{cases} [\alpha > \beta] \\ [\alpha < \beta] \\ [\alpha = \beta] \end{cases}$$

Las relaciones de orden indican el grado de congruencia que existe entre dos elementos α, β de Z_2^u . La congruencia se expresa en términos de la diferencia o distancia (ver Definición 10.) entre la posición de cada elemento α_i, β_i de α, β , y de la longitud (Definición 8.) de la relación de orden.

Las siguientes operaciones son necesarias para definir las relaciones de orden entre los elementos del espacio Z_2^u : a.- Operación de diferencia \ominus y b.- Operación de longitud.

Definición 10. Operación diferencia \ominus .

Si $\alpha, \beta \in Z_2^u$ la operación \ominus es una aplicación definida como:

$$\ominus: Z_2^u \times Z_2^u \rightarrow \{-1, 0, 1\}$$

Esta aplicación es una operación que compara a α con β .

Tomando a α como referencia, la operación se define para cada elemento α_i, β_i de α, β , así:

$$\alpha_i \ominus \beta_i = \{(1 \ominus 1), (1 \ominus 0), (0 \ominus 1), (0 \ominus 0)\} = \{1, 1, -1, 0\}$$

Esta operación \ominus permite interpretar las relaciones de orden entre los elementos del espacio Z_2^u así:

Si $\mathcal{R}(\alpha, \beta) = [\alpha_i = \beta_i]$, entonces $\alpha_i - \beta_i = 0$. Significa que cada elemento de α y β coincide en posición. Cuando $\alpha_i = \beta_i = 1$ se dice que son verdaderos positivos, y si $\alpha_i = \beta_i = 0$ se dice que son verdaderos negativos.

Si $\mathcal{R}(\alpha, \beta) = [\alpha_i > \beta_i]$, entonces $\alpha_i - \beta_i = 1$. Significa que en la posición i , $\alpha_i = 1$ y $\beta_i = 0$, y en esta posición hay un falso negativo.

Si $\mathcal{R}(\alpha, \beta) = [\alpha_i < \beta_i]$, entonces $\alpha_i - \beta_i = -1$. Significa que en la posición i , $\alpha_i = 0$ y $\beta_i = 1$, y en esta posición hay un falso positivo.

Definición 11. Operación longitud Δ .

Si $\alpha, \beta \in Z_2^u$, la operación Δ es una aplicación definida en los enteros positivos \mathbb{Z}^+ y se define como:

$$\Delta: Z_2^u \times Z_2^u \rightarrow \mathbb{Z}^+$$

Es una operación que cuenta las coincidencias que cumplen la condición de la operación diferencia \ominus . Se compara al elemento α , con el elemento β tomando a α como referencia, (ver tabla 1). Se define entonces el número de coincidencias entre los elementos de α, β así:

$\langle \alpha, \beta \rangle$ es el número de coincidencias entre los elementos de α, β cuando $\alpha_i = \beta_i = 1$.

$\langle \bar{\alpha}, \bar{\beta} \rangle$ es el número de coincidencias entre los elementos de α, β cuando $\alpha_i = \beta_i = 0$.

$\langle \bar{\alpha}, \beta \rangle$ es el número de elementos que pertenecen a β tal que: $\alpha_i = 0, \beta_i = 1$.

$\langle \alpha, \bar{\beta} \rangle$ es el número de elementos que pertenecen a α tal que: $\alpha_i = 1, \beta_i = 0$.

Tabla 1
Operación Δ

		α	
		1	0
β	1	$\langle \alpha, \beta \rangle$	$\langle \bar{\alpha}, \beta \rangle$
	0	$\langle \alpha, \bar{\beta} \rangle$	$\langle \bar{\alpha}, \bar{\beta} \rangle$

Funciones de similitud

Los índices de similitud están basados en datos binarios (Hubalek, 1982); los siguientes índices se deducen a partir de la tabla 1.

Una función de similitud está definida sobre el conjunto $Z_2^u \times Z_2^u$ a los reales \mathbb{R} así:

$$\Psi: Z_2^u \times Z_2^u \rightarrow \mathbb{R}$$

Tal que:

$$0 \leq \Psi(\alpha, \beta) \leq 1$$

$$\Psi(\alpha, \alpha) = 1$$

Si α es la referencia en la relación de orden, entonces:

$$\Psi(\alpha, \beta) = \Psi(\beta, \alpha)$$

El valor de $\Psi(\alpha, \beta)$ es una medida del grado de semejanza entre dos elementos α, β del espacio binario u -dimensional.

1. Indicador de co-linealidad

Se propone el siguiente indicador de similitud basado en la relación $\mathcal{R}(\alpha, \beta)$ de longitud $\langle \alpha, \beta \rangle$, o relación de verdaderos positivos.

$$\Psi_{ICo}(\alpha, \beta) = \lambda = \frac{\langle \alpha, \beta \rangle}{\sqrt{\mathcal{N}(\alpha)}\sqrt{\mathcal{N}(\beta)}}$$

Si $\lambda = 1$, α, β coinciden o son co-lineales. Si $\lambda = 0$, α, β son ortogonales.

2. Indicador de sensibilidad

Este indicador relaciona la razón de verdaderos positivos VPR y la razón de falsos positivos FPR. La relación entre VPR y FPR se conoce como espacio ROC, (acrónimo de Receiver Operating Characteristic).

Si la relación VPR tiende a 1 y la relación FPR tiende a cero, entonces existe una alta correlación entre α, β . Las siguientes relaciones definen la métrica del indicador.

$$VPR = \frac{1}{1+k_1} \quad FPR = \frac{1}{1+k_2}$$

$$k_1 = \frac{\langle \alpha, \bar{\beta} \rangle}{\langle \alpha, \beta \rangle} \quad k_2 = \frac{\langle \bar{\alpha}, \beta \rangle}{\langle \bar{\alpha}, \beta \rangle}$$

$$\Psi_{IS}(\alpha, \beta) = 0.5 \left(1 - \frac{1}{1+k_1} + \frac{1}{1+k_2} \right)$$

Si: k_1 tiende a 0 y k_2 tiende a infinito, entonces $\Psi_{IS}(\alpha, \beta)$ tiende a 1.

Si $\Psi_{IS}(\alpha, \beta) > 0.5$, entonces los resultados obtenidos en la clasificación son menos dispersos, (ver la figura 4A).

3. Indicador de la distancia mínima

La métrica de este indicador mide en el plano ROC (ver figura 5A) la distancia mínima entre el punto p(FPR,VPR) y el punto (0,1). Como se indica en la figura 5B.

$$\Psi_{dmin}(\alpha, \beta) = \sqrt{\left(\frac{1}{1+k_2}\right)^2 + \left(1 - \left(\frac{1}{1+k_1}\right)\right)^2}$$

Ψ_{dmin} tiende al punto (0, 1) si: k_1 tiende a 0 y k_2 tiende a infinito.

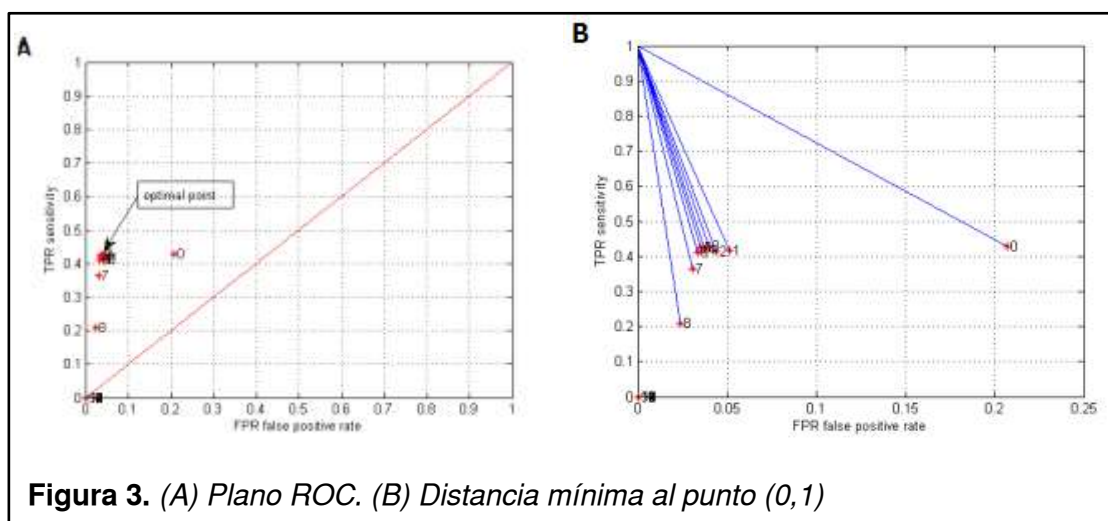


Figura 3. (A) Plano ROC. (B) Distancia mínima al punto (0,1)

4. Indicador de cobertura del área segmentada

El índice de cobertura o de superposición, compara el conjunto de referencia α con el conjunto segmentado β , e indica la correspondencia uno a uno entre los píxeles de los conjuntos. El índice $\Psi_{IC}(\alpha, \beta)$ se define: (Malisiewicz, 2007).

$$\Psi_{IC}(\alpha, \beta) = \frac{2 \langle \alpha, \beta \rangle}{\|\alpha\| + \|\beta\|}$$

Medida del error en la segmentación

La medida del error entre la imagen segmentada y la imagen de referencia o "ground-truth" se define como:

$$Error(i, j) = \alpha(i, j) - \beta(i, j)$$

La raíz del error cuadrático medio permite estimar la varianza del error en la imagen.

$$RMSE(\alpha, \beta) = \sqrt{\frac{\langle \bar{\alpha}, \beta \rangle + \langle \alpha, \bar{\beta} \rangle}{\dim(\alpha)}}$$

3. Resultados y Discusión

Zona óptima en el plano ROC de la técnica de segmentación paramétrica

De las definiciones 10 y 11, se infiere el análisis ROC y se obtienen dos indicadores de similitud: Indicador de sensibilidad y de distancia mínima. Si la razón de falsos positivos tiende a cero y la sensibilidad tiende a uno se puede decir que hay una relación de correspondencia uno a uno entre la imagen en el paso n o de referencia y la imagen segmentada en el paso $n+1$, entonces la imagen segmentada por el algoritmo es la óptima.

En la figura 6 se muestra un ejemplo del análisis ROC. Se muestran tres zonas: en la primera zona se indica la región de sobre-segmentación, la cual se caracteriza por tener la razón de falsos positivos es alta y la razón de verdaderos positivos es relativamente baja. En la segunda zona se indica la región de sub-segmentación, la cual está caracterizada por tener una razón de falsos positivos y verdaderos positivos baja. La tercera zona muestra la región óptima. La zona ideal óptima tiene una relación de falsos positivos igual a cero y una relación de verdaderos positivos igual a 1, en este caso la zona óptima se encuentra entre la sub-segmentación y la sobre-segmentación.

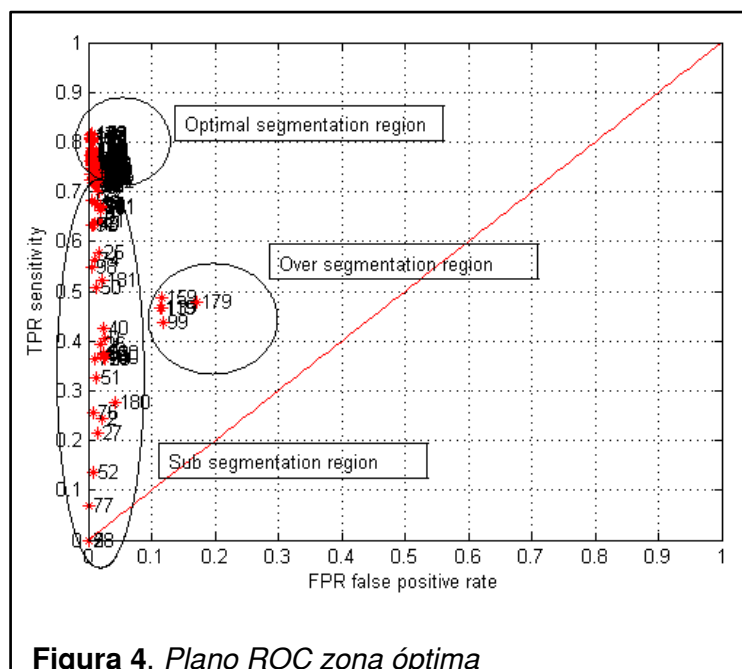


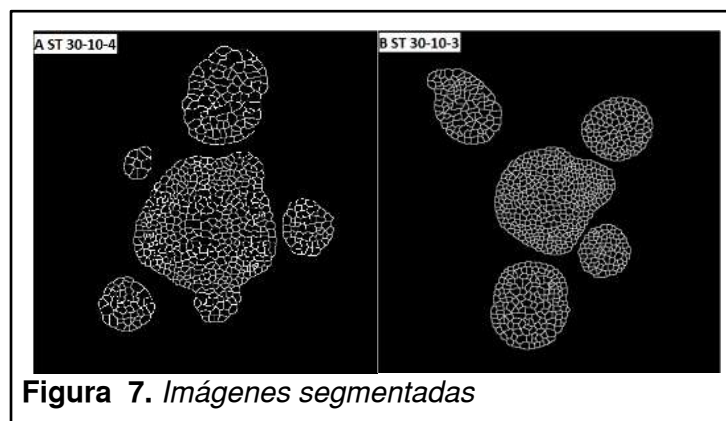
Figura 4. Plano ROC zona óptima

Técnica de segmentación paramétrica aplicada con el algoritmo morfológico

A partir del análisis ROC se observa la variación y la tendencia de los parámetros hacia el punto (0,1), o punto de máxima similitud entre la imagen segmentada en el paso n y la imagen segmentada en el paso $n-1$. Los parámetros óptimos se hallan a partir de la siguiente expresión:

$$\vec{p}^* = [B^*, h^*, d^*] = \text{Arg}\{\text{Optimo } \Psi_s([I_n \vec{p}_n], [I_{n-1} \vec{p}_{n-1}])\}$$

En la figura 7 se muestran los resultados de la segmentación de las imágenes de las células del meristema que se muestran en la figura 3, en cada imagen se indica los parámetros óptimos correspondientes al algoritmo morfológico.



Análisis y conclusión de los resultados al aplicar de la técnica de segmentación paramétrica y el algoritmo morfológico

En la tabla 2 se muestra los parámetros óptimos $[B_R, h_k, h_r]$ y los indicadores de similitud para cada una de las imágenes de la figura 3 tratadas con la técnica de segmentación paramétrica TSP y el algoritmo morfológico. Un conjunto más amplio de segmentación de estas imágenes es tratado en [1].

Tabla 2

Parámetros óptimos (PST) – Indicadores de similitud - RMSE

Images	Br	hk	hr	Sensitivity Indicator	Indicator of Coverage	Minimum Distance Indicator	Indicator of Collinearity	RMSE
A	30	10	4	0.856	0.737	0.273	42.48	0.170
B	30	10	3	0.852	0.736	0.279	42.52	0.175

Aplicación de la técnica TPS y el algoritmo morfológico a otras imágenes.

La técnica de segmentación paramétrica TPS y el algoritmo morfológico se aplicó a las imágenes de las células del meristema, obteniendo buenos resultados. No obstante la técnica se aplicó a imágenes que son referentes en la literatura de procesamiento de imágenes como las que se muestran en la referencia [5]. Estas imágenes se escogieron con dos criterios: (1) Los niveles de intensidad de los objetos contenidos en la imagen deben de tener un valor cercano a cero (oscuros), y (2) Los niveles de intensidad de los bordes del objeto deben tener valores cercanos

a uno (claros). Los criterios de selección de las imágenes son similares a las características generales que tienen las imágenes de las células del meristema.

La técnica de segmentación paramétrica encuentra el óptimo en el espacio binario u-dimensional y es un nuevo aporte a las herramientas clásicas de segmentación. En la figura 8 se muestran ejemplos de la aplicación de esta técnica a las imágenes clásicas. En la tabla 3 se muestran los parámetros óptimos.

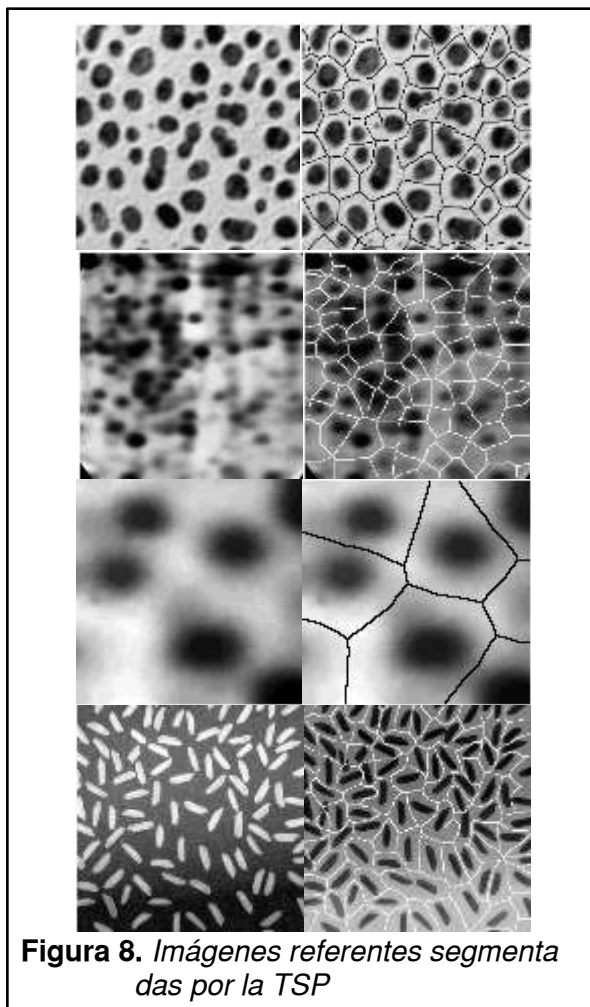


Figura 8. Imágenes referentes segmentadas por la TSP

Tabla 3
Parámetros óptimos empleando la técnica PST

Imagen original	Imagen segmentada	Parámetros
A	B	(50,50,41)
C	D	(30,40,3)
E	F	(35,35,5)
G	H	(40,20,14)

Optimización de la técnica de Canny empleando la Técnica de Segmentación Paramétrica

La TSP optimiza la técnica así: se define la función de transformación T_C de la técnica de Canny.

$$I_S = T_C(h_{min}, h_{max}, \sigma) \square$$

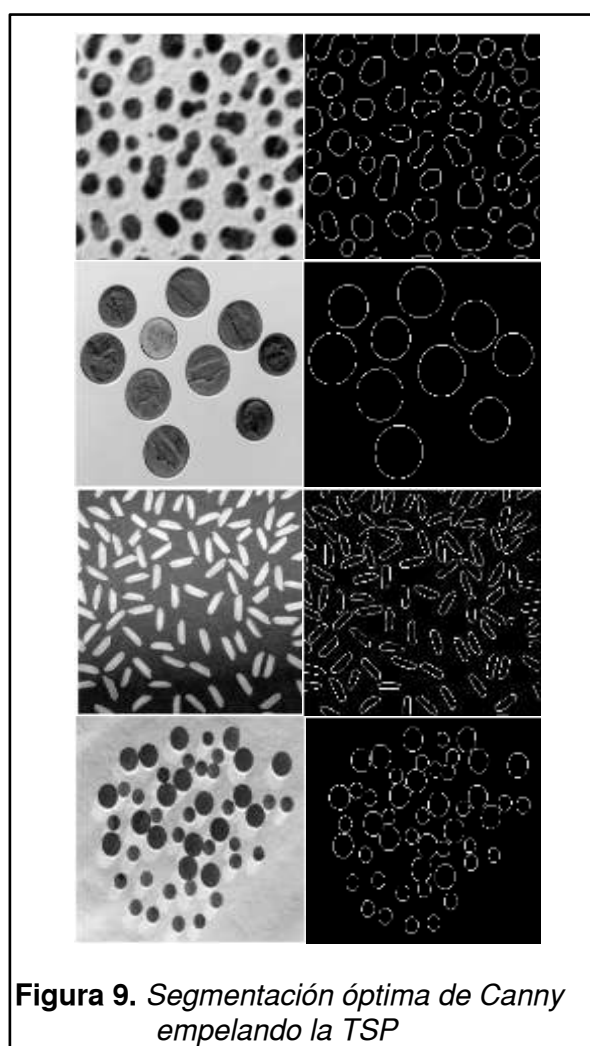
Luego se fija el parámetro h_{min} , y se varía el parámetro h_{max} , para diferentes valores de σ . En este proceso se obtienen regiones para σ , y para cada región se halla el máximo de h_{max} .

El proceso consiste en imponer un umbral, si los niveles de gris de los pixeles son mayores que este umbral, entonces estos se consideran bordes, si el umbral es muy alto se pierden los bordes, y si es muy bajo aparece ruido, por esto se precisa el uso de dos umbrales: h_{min}, h_{max} .

Se implementó la técnica de segmentación paramétrica con la técnica de *Canny* y se aplicó sobre las imágenes clásicas hallando los parámetros óptimos del algoritmo de *Canny*. En la tabla 4 se resumen los parámetros óptimos y en la figura 9 se muestra los resultados de la segmentación.

Ejemplo de la detección óptima de bordes de Canny a partir de la técnica TSP

En la figura 9 se muestra la segmentación óptima de las imágenes de referencia utilizando la técnica de segmentación paramétrica y la técnica de *Canny*. Los parámetros óptimos de *Canny* se estimaron automáticamente.



Análisis de los resultados.

En la columna 2 de la figura 9 se observa la detección de bordes de las imágenes de la columna 1. Los parámetros óptimos de *Canny* son hallados con la técnica de segmentación paramétrica. El óptimo de *Canny* no se puede aplicar a las imágenes del meristema que se

muestran en figura 3, puesto que se producen bordes falsos. La técnica TSP con el algoritmo morfológico es más eficiente.

En la tabla 4 se muestran los valores óptimos de $h_{m\acute{a}x}$ y σ a partir de la técnica de segmentación paramétrica TSP y la técnica de detección de bordes de *Canny*. Se fijó $h_{m\acute{i}n} = 0.01$, y los parámetros se estimaron automáticamente.

Tabla 4
Parámetros óptimos de Canny empleando la técnica PST

Imágenes		Parámetros	
Original	Segmentation	$h_{m\acute{a}x}$	σ
A	B	1,00	0,10
C	D	0,80	0,60
E	F	0,71	0,87
G	H	0,70	0,90

Optimización del algoritmo de binarización empleando la Técnica de Segmentación Paramétrica

El proceso de optimización del algoritmo de binarización por umbralización empleando la técnica de segmentación paramétrica es la siguiente: La función de transformación para el modelo de segmentación paramétrica TSP está dada por la siguiente expresión:

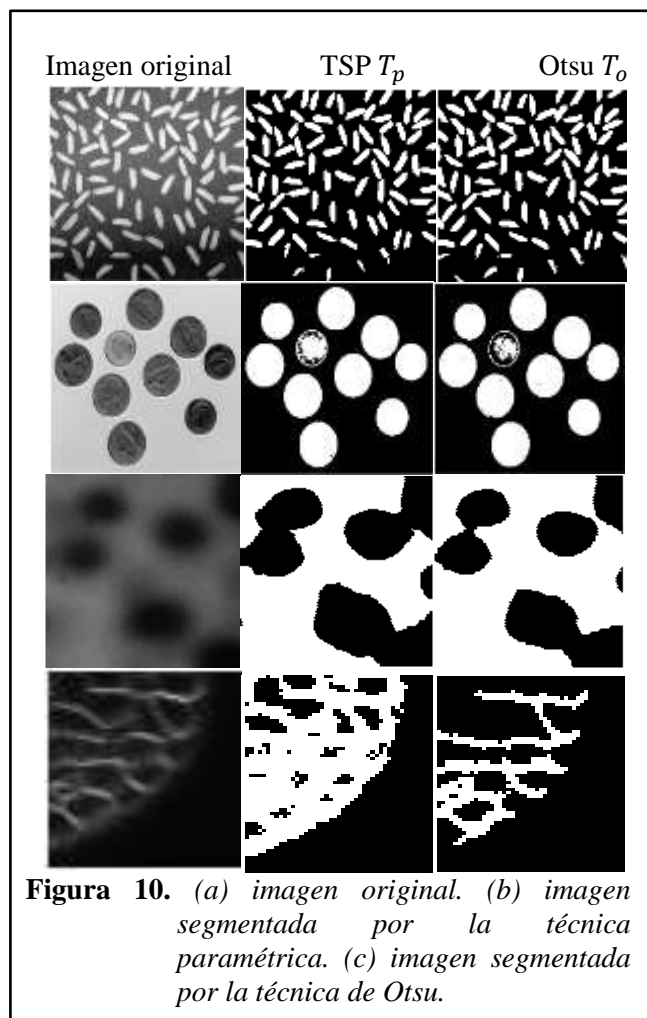
$$I_{\tau} = T_s(I, T_{\tau}, \kappa) = \begin{cases} 1, & \text{si } I(x, y) > T_{\tau} \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Se propone el siguiente modelo para hallar el valor óptimo del umbral de binarización de una imagen a partir de las funciones de similitud. El valor del umbral T_p óptimo es el argumento del máximo de la función de similitud y sujeto a una de las siguientes condiciones.

$$\begin{aligned} \text{si } \max(\arg(\Psi_s(I_{\tau}, I_{\tau-1}))) \leq \mu &\Rightarrow T_p = \max(\arg(\Psi_s(I_{\tau}, I_{\tau-1}))) + \kappa \cdot \sigma \\ \text{si } \max(\arg(\Psi_s(I_{\tau}, I_{\tau-1}))) > \mu &\Rightarrow T_p = \max(\arg(\Psi_s(I_{\tau}, I_{\tau-1}))) - \kappa \cdot \sigma \end{aligned}$$

Definiendo a: μ como la media de la imagen, σ como la desviación estándar de la imagen, y κ un factor de moralización heurístico (factor o parámetro de ajuste) comprendido en el intervalo: $0.6 < \kappa < 1$.

La figura 10 muestra las imágenes binarizadas por la técnica paramétrica y por la técnica de *Otsu*. En la primera columna se muestra las imágenes originales, en la segunda columna se muestra la binarización por la técnica paramétrica, y en la tercera columna las imágenes binarizadas por la técnica de *Otsu*.



En la tabla 5 se comparan los resultados de umbrales obtenidos por la técnica paramétrica, y los obtenidos por el algoritmo de *Otsu*. Se observa que los umbrales son similares.

Tabla 5

Resultados obtenidos con la técnica PST comparada con la técnica de OTSU

Original	Imágenes		Parámetros		Error $\frac{ T_o - T_p }{T_o}$
	TSP	Otsu	T_p	T_o	
A	B	C	0.5382	0.5137	4.76%
D	E	F	0.4506	0.4941	8.80%
G	H	I	0.2754	0.2411	14.23%
J	K	L	0.1054	0.1804	41.57%

4. Conclusiones

En este artículo de investigación el problema de segmentación de imágenes se trató como un problema de optimización y la solución se halló en el espacio de soluciones factibles contenidas en el espacio binario u -dimensional Z_2^u . Se definió la función objetivo, las operaciones y relaciones entre los elementos del conjunto binario. Los parámetros asociados a los algoritmos

se optimizaron por la Técnica Segmentación Paramétrica partir de la función de similitud $\Psi_{Ind}(I_{\tau}, I_{\tau-1})$. La Técnica de Segmentación Paramétrica genera el espacio binario u-dimensional, y las funciones de similitud comparan los elementos del vector imagen tanto en posición como longitud.

La eficiencia y la funcionalidad de la Técnica de Segmentación Paramétrica empleado las funciones de similitud definidas en el espacio binario se validaron a partir del análisis ROC. El análisis ROC de la TSP concluye que la razón de verdaderos positivos tiende a 1 y la razón de falsos positivos tiene al origen del plano ROC.

Del análisis ROC se concluyó que la técnica de segmentación paramétrica optimiza la función de similitud a través del proceso de comparar la imagen segmentada con la imagen de referencia o "ground-truth", en este caso se presenta una relación de verdaderos positivos moderada y una relación de falsos positivos muy cercana a cero, lo que significa que la segmentación no es tan precisa a lo mas en un 50%, esto se debe a que la solución al problema de la segmentación no está contenida en el espacio binario n-dimensional, es decir: la imagen de referencia o "ground-truth", es un modelo aproximado de la imagen real hecha por un observador, como también difiere con los modelos hechos por otros observadores.

Del análisis ROC se concluyó que la técnica de segmentación TSP que optimiza la función de similitud a través del proceso de comparar la imagen segmentada en el paso n con la imagen segmentada en el paso $n+1$, presenta una relación de verdaderos positivos más cercana a uno y una relación de falsos positivos muy cercana a cero, esto significa que la segmentación es precisa a lo menos en un 80%, esto se debe a que la solución al problema de segmentación está contenida en el espacio binario n-dimensional.

Se empleó la técnica paramétrica con el algoritmo de detección de bordes de *Canny*, y los resultados obtenidos identifican correctamente los bordes de los objetos. Se concluye que la técnica de segmentación paramétrica TSP encuentra el óptimo de Canny de forma automática.

Se empleó la técnica paramétrica con el modelo de binarización por umbralización y se comparó con el modelo de *Otsu*, obteniendo excelentes resultados. En la tabla 5 se comparan los umbrales obtenidos por los dos algoritmos, se observa que los umbrales son aproximadamente iguales.

Referencias

- Beucher, S. &. (September de 1979). Use Watershed in Contour Detection. *Proc.Int. Workshop on Image Processing*, 17,21.
- Beucher, S. (1009). *These Morphologie Mathematique*. Paris: Ecole Nationale Superieure des Mines de Paris.
- Beucher, S. (September de 1991). The watershed Transformation Applied to Image Segmentation. *10th Conference on Signal and Image Processing in Microscopy and Microanalysis*, 16,19.
- Blázquez, M. A. (Mayo de 2011). Base Moleculares de la Floración. *Investigacion y Ciencia*.
- Canny, A. (1986). Computational Approach to Edge Detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 679,698.
- Cheng, J. &. (march de 2009). Segmentation of Clustered Nuclei with Shape Markes and Marking Function. *IEEE Transactions on Biomedical Rngineering*, 56(3).
- Dima, A. E. (2011). Comparison of Segmentation Algorithms for Fluorescence Mycroscopy Images of Cells. *Part A*, 545, 559.
- Falcao, A. S. (January de 2004). The Image Foresting Transform: Theory, Algorithms, and Applications. *IEEE Transactions on Parttern Analysis and Machine Intelligence*, 26(1).
- Forero, M. G. (Mayo de 2000). New Formulation in Image Thresholding Using Fuzzy Logic. *11 th Portuguese Conference on Pattern Recognition*.
- Gonzalez, R. C. (2004). *Digital Image Processing Using MatLab*. Pearson Prentice Hall.

- Hubalek, Z. (1982). Coefficients of Association and Similarity, Based on Binary (Presence - Absence). *Biolog*, 669,689.
- Jung, C. K. (October de 2010). Segmenting Clustered Nuclei Using H-minima Transform -Based Marker Exytaction and Contour Parameterization. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* , 57(10).
- Lotufo, R. A. (2002). IFT Watershed from Gray-Scale Marker. *Proceedings of the XV Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing* .
- Malisiewicz, T. &. (2007). Improving Spatial Support Forobjects Via Multiple Segmentations.
- Mkrtychyan, K. S.-C. (1982). Efficient Cell Segmentation and Tracking of Developing Plant Meristem. *Biolog*(57), 669,689.
- Parvati, P. &. (2008). Image Segmentation Usung Gray Scale Morphology and Marker Controlled Watershed Transformation. *Hindawi Publishing Corporation, Discrete Dynamics in Mature and Societe*. doi:10.1155/2008/384346
- Rojas, O. A. (Julio de 2003). Simulación Gráfica del Concepto de Gradiente en Optimización de Funciones. (U. P. Madrid, Ed.) *I Encuentro de Computación Simbólica*.
- Rojas, O. G. (2016). Improved Segmentation of Meristem Cells by an Automated Optimization Algrithm.
- Serra, J. (1981). *Image Analysis and Mathematical Morphology*. Academic Press.
- Serra, J. (2001). Lecture Notes on Morphological Operations. *First French- Nordic Summer Course in Mathematics*.
- Sezgin, M. &. (January de 2004). Survey Over Image Thresholding Tecniques and Quantitative Performance Evaluation. *Jouernal of Electronic Imaging*, 146,165.
- Shih, F. Y. (2009). *Image Processing and Mathematical Morphology*. CRC Press Taylor & Francis Group.
- Soille, P. (2003). *Morphological Image Analysis principles and Applications*. Springer.
- Solomon, C. &. (2011). *Fundamentals Of Digital Image Processing a Practical Approach with Examples in MatLab*. Wiley-Blackwell.
- Vincent, L. &. (1991). Watersheds in Digital Space: And Efficient Añgorithm Based on Immersions Simulations. *IEEE Transactions on PAMI*(6), 583, 598.
- Vincent, L. (August de 1992). Recent Developments in Morphological Algorithms. *8th International Congress for Stereology*, 11, 521,532.
- Vincent, L. (s.f.). Morphological Grayscale Reconstruction in Image Analysis. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2(2), 176,201.
- Wu, Q. M. (2008). *Microscopy Image Processing* . Academic Press.