

Közzététel: 2021. november 8.

A tanulmány címe:

**Miről árulkodnak az osztályzatok?**

**Képzési struktúra fejlesztése a tanulók teljesítménye alapján**

Szerzők:

**KOVÁCS LÁSZLÓ,**

a Budapesti Corvinus Egyetem tanársegédje

E-mail: laszlo.kovacs2@uni-corvinus.hu

**FODOR SZABINA,**

a Budapesti Corvinus Egyetem

egyetemi docense

E-mail: szabina.fodor@uni-corvinus.hu

**VAS RÉKA FRANCISKA,**

a Budapesti Corvinus Egyetem

egyetemi docense

E-mail: reka.vas@uni-corvinus.hu

DOI: <https://doi.org/10.20311/stat2021.11.hu1080>

**Az alábbi feltételek érvényesek minden, a Központi Statisztikai Hivatal (a továbbiakban: KSH) Statisztikai Szemle c. folyóiratában (a továbbiakban: Folyóirat) megjelenő tanulmányra. Felhasználó a tanulmány vagy annak részei felhasználásával egyidejűleg tudomásul veszi a jelen dokumentumban foglalt felhasználási feltételeket, és azokat magára nézve kötelezőnek fogadja el. Tudomásul veszi, hogy a jelen feltételek megszegéséből eredő valamennyi kárért felelősséggel tartozik.**

1. A jogszabályi tartalom kivételével a tanulmányok a szerzői jogról szóló 1999. évi LXXVI. törvény (Szt.) szerint szerzői műnek minősülnek. A szerzői jog jogosultja a KSH.
2. A KSH földrajzi és időbeli korlátozás nélküli, nem kizárólagos, nem átadható, térítésmentes felhasználási jogot biztosít a Felhasználó részére a tanulmány vonatkozásában.
3. A felhasználási jog keretében a Felhasználó jogosult a tanulmány:
  - a) oktatási és kutatási célú felhasználására (nyilvánosságra hozatalára és továbbítására a 4. pontban foglalt kivétellel) a Folyóirat és a szerző(k) feltüntetésével;
  - b) tartalmáról összefoglaló készítésére az írott és az elektronikus médiában a Folyóirat és a szerző(k) feltüntetésével;
  - c) részletének idézésére – az átvevő mű jellege és célja által indokolt terjedelemben és az eredetihez híven – a forrás, valamint az ott megjelölt szerző(k) megnevezésével.
4. A Felhasználó nem jogosult a tanulmány továbbértékesítésére, haszonszerzési célú felhasználására. Ez a korlátozás nem érinti a tanulmány felhasználásával előállított, de az Szt. szerint önálló szerzői műnek minősülő mű ilyen célú felhasználását.
5. A tanulmány átdolgozása, újra publikálása tilos.
6. A 3. a)–c.) pontban foglaltak alapján a Folyóiratot és a szerző(ke)t az alábbiak szerint kell feltüntetni:  
„*Forrás: Statisztikai Szemle c. folyóirat 99. évfolyam 11. számában megjelent, Kovács László, Fodor Szabina, Vas Réka Franciska által írt, 'Miről árulkodnak az osztályzatok? Képzési struktúra fejlesztése a tanulók teljesítménye alapján'* című tanulmány (link csatolása)”
7. A Folyóiratban megjelenő tanulmányok kutatói véleményeket tükröznek, amelyek nem esnek szükségszerűen egybe a KSH vagy a szerzők által képviselt intézmények hivatalos álláspontjával.

Kovács László – Fodor Szabina – Vas Réka Franciska

## Miről árulkodnak az osztályzatok? Képzési struktúra fejlesztése a tanulók teljesítménye alapján\*

What do grades say?

Training structure development based on student performance

KOVÁCS LÁSZLÓ,  
a Budapesti Corvinus Egyetem tanársegédje  
E-mail: laszlo.kovacs2@uni-corvinus.hu

FODOR SZABINA,  
a Budapesti Corvinus Egyetem  
egyetemi docense  
E-mail: szabina.fodor@uni-corvinus.hu

VAS RÉKA FRANCISKA,  
a Budapesti Corvinus Egyetem  
egyetemi docense  
E-mail: reka.vas@uni-corvinus.hu

A hallgatók teljesítményének modellezése az egyik legnagyobb kihívást jelentő és legizgalmasabb adatelemzési terület a felsőoktatásban. Ezt a teljesítményt több tényező komplex módon befolyásolja, ráadásul mértékét a hagyományos ötfokozatú skálán elért érdemjegy nem adja meg pontosan. Az oktatási adathalmazok széles körű elérhetősége tovább fokozza a téma népszerűségét.

A szerzők a BCE (Budapesti Corvinus Egyetem) gazdaságinformatikus alapképzésen a 2011, 2012 és 2013 őszen tanulmányaikat megkezdő hallgatók matematika és informatika tárgyú kurzusokon nyújtott teljesítményét vizsgálják a Neptun-rendszerből elérhető változók segítségével. A pontosabb mérés érdekében kialakítottak egy új teljesítménymetriát, amely szélesebb értékkészleten írja le a hallgatói teljesítményt, mint a hagyományos érdemjegy. A strukturális egyenletek módszerének (structural equation modelling, SEM) segítségével tárják fel a tantárgyakban nyújtott hallgatói teljesítmények közötti összefüggéseket. Eredményeik azt mutatják, hogy a SEM alkalmazásával feltárhatók a képzés tantárgyai közötti tényleges kapcsolatok, melyek ismeretében valós, egymásra épülő előkövetelmény-rendszer alakítható ki. A tanulmányban bemutatott módszertan alkalmas lehet arra is, hogy előre jelezze a hallgatók tantárgyakkal kapcsolatos esetleges nehézségeit, és ezekre egyénre szabott segítséget kínáljon.

TÁRGYSZÓ: akadémiai adatok elemzése, hallgatói teljesítménymetrika, SEM

\* A szerzők köszönetet mondanak *Bartha Annának* és *Galambos Ágnesnek* az adatgyűjtést, -feldolgozást és -elemzést segítő fáradhatatlan munkájukért.

Modelling students' performance is one of the most challenging and exciting research areas of data analytics in higher education. This performance is influenced by multiple factors and is not accurately measured by the traditional five-point scale thus making this field attractive. The widespread availability of educational datasets further catalyses its popularity.

In the present work, the authors investigate the performance of students starting their studies in the autumns of 2011, 2012, and 2013 at Corvinus University of Budapest, in the undergraduate business informatics training program, using variables available from the Neptun Education System. To accurately measure student performance, a new metric was developed that describes student performance on a broader set of values than the traditional five-point grade.

This new metric is used to investigate the correlations between students' performances in subjects, applying structural equation models (SEM). The results show that through SEM, substantial relationships can be revealed between the investigated courses. A proper, interdependent system of prerequisites in the curriculum may be developed based on these results. The methodology presented in this study can also be used to anticipate possible difficulties students may face in terms of certain subjects and to offer tailored help.

KEYWORD: academic data analytics, student performance metrics, SEM

A növekvő adatmennyiség következtében egyre több, az adatok tisztítását, átalakítását, feldolgozását és vizsgálatát támogató megoldás jelenik meg, lehetővé téve akár rejtett mintázatok és összefüggések feltárását is. A felsőoktatási intézmények számára adott a lehetőség, hogy a rendelkezésre álló adatok elemzésével korábban elképzelhetetlen mélységű betekintést nyerhessenek a tanulási folyamatokba, illetve az így kapott eredmények alapján döntéseket hozzanak. Felismerve ennek jelentőségét mind több felsőoktatási intézmény alkalmazza, és építi be a tanuláselemzés eszközeit tervezési és minőségbiztosítási folyamataiba. *Siemens et al.* ([2011] 4. old.) meghatározása szerint – mely a szakirodalom leggyakrabban idézett definíciója – a tanuláselemzés „a tanulókról és környezetükről szóló adatok mérése, gyűjtése, elemzése és riportolása a tanulás és a tanulási környezet megértése, valamint optimalizálása céljából”. A tanuláselemzés segítségével tehát az intézményeknek lehetőségük nyílik, hogy a tanulókkal, illetve oktatókkal kapcsolatos adatok feldolgozásával meghatározzák azokat a cselekvési irányokat, amelyek elősegítik az eredményesebb tanulást.

A tanuláselemzés elméleti hátterét, valamint a gyakorlati tapasztalatokat bemutató szerzők közül sokan állítják, hogy ezen elemzési módszerek és eszközök hatékonyabbá tehetik a tanulási folyamatot, javíthatják a hallgatói eredményeket vagy akár a szervezet egészének működését. Ugyanakkor – az újra felhasználható jó gyakorlatok hiányában – a megvalósítás, az adatok felhasználási lehetőségeinek, illetve az alkalmazható elemzési módszereknek az azonosítása és kidolgozása jelentős erőforrásokat

igényelhet egy erőforrás-korlátozott környezetben. Tovább nehezíti a tanuláselemzés mindennapi alkalmazását, hogy a felsőoktatásban a rendelkezésre álló adatok köre számos esetben korlátozott, vagy etikai, illetve szabályozási okokból nem használható fel erre a célra. Éppen ezért az intézmények részéről egyre nagyobb az igény olyan elemzési megoldások kidolgozására, melyek az intézmény egészére, minden képzésre, kurzusra vagy a hallgatók döntő többségére egységesen kiterjeszthetők.

## 1. Tanuláselemzés

A *tanuláselemzés* kapcsán számos fogalom, illetve kutatási irány alakult ki az elmúlt évek során. Az akadémiai elemzés fogalmát *Goldstein* és *Katz* [2005] vezette be, melynek fókuszában a szervezeti hatékonyság javítása áll az üzleti intelligencia eszközeinek és módszereinek felhasználásával. Ez azt jelenti, hogy az akadémiai elemzés esetében csak közvetett célkitűzésként jelenik meg a tanulás eredményességének, a tanuló sikerének biztosítása. Az akadémiai analitika elsődleges célja ugyanis a „szervezeti folyamatok, illetve munkafolyamatok, az erőforrás-elosztás és az intézményi teljesítmény javítása a tanulmányi, tudományos és intézményi adatok felhasználása révén” (*Siemens et al.* [2011] 4. old.). Az *akadémiai elemzés* tehát a tanuláselemzés azon kutatási területe, mely azt vizsgálja, hogy a szervezeti folyamatok javítása milyen szerepet játszik a tanulói eredmények javításában.

A kapcsolódó kutatási területek közül ki kell emelni az *oktatási adatbányászatot* (educational data mining, EDM) is, mely ellentétben az akadémiai elemzéssel, önálló területként jelent meg és fejlődött az elmúlt években. Az oktatási adatbányászat nem más, mint adatbányászati technikák alkalmazása oktatási környezetből származó adathalmazokon, kiemelt oktatási kérdések megválaszolása érdekében (*Romero–Ventura* [2013]). Az oktatási adatbányászat tehát elsősorban a tanulóktól és oktatóktól származó adatok vizsgálatára koncentrál, és alapvetően abban különbözik a tanuláselemzéstől, hogy a klasszikus gépi tanulási és adatbányászati megoldásokat alkalmazza. Ehhez képest a tanuláselemzés a módszerek tágabb köréből merít, az alapvető statisztikai, adatvizualizációs technikáktól kezdve a gépi tanuláson át a közösségi hálózatelemzésig.

A szakirodalom számos szerzőjéhez hasonlóan a következőkben a három területre együttesen tanuláselemzésként hivatkozunk. *Chatti et al.* ([2012] 322. old.) megközelítését tekintjük irányadónak: a tanuláselemzés olyan „általános, mindent magában foglaló terület, ... amely az oktatási környezetből gyűjtött adatok elemzésére és minták azonosítására összpontosít, és az így kialakított módszereket a tanulási élmény támogatására használja fel.”

A tanuláselemzés a tanulási környezet különböző szintjeire fókuszálhat, így a tanulókra, a kurzusokra, az egyes szakokra vagy akár a teljes intézményre. Az elemzés célját tekintve *Romero és Ventura* már 2013-ban is részletes leírást készítettek a tanuláselemzés fő alkalmazási területeiről, melyek a következők: a tanulói teljesítmény előrejelzése; tudományos vizsgálat, visszajelzés az oktatók támogatására; személyre szabás/ajánlás a hallgatóknak; valós idejű figyelmeztetések az érdekeltek számára; a tanulók modellezése; adott szakterület modellezése; a hallgatók csoportosítása/profilozása; tananyag összeállítása; kurzusok, illetve tananyagok tervezése és ütemezése, valamint paraméterbecslés. Későbbi kutatásukban ezt a listát átalakították és tovább bővítették, az így már 23 alkalmazási terület között a korábbiaknál sokkal speciálisabbakat is azonosítottak: például a nyelvtanulás elemzését, a hangulataelemzést vagy akár az íráselemzést (*Romero–Ventura [2020]*). Az alkalmazási területek sokszínűsége és magas száma miatt csoportosításukra is több kísérletet tettek a kutatók, aszerint, hogy a tanuláselemzés technikái milyen tanulási problémák esetén használhatók. Ennek egy példája az az átfogó kategóriarendszer, mely a következő 4 csoportba sorolja a tanuláselemzés alkalmazási technikáit és módszereit:

*1. Számítógéppel támogatott tanuláselemzés:* a tanulók közötti interakciók elemzése áll a középpontban, azzal a céllal, hogy meghatározzák, milyen beavatkozásra van szükség ahhoz, hogy a tanulók tudatosabban végezzék tanulási tevékenységeiket a jobb eredmények elérése érdekében.

*2. Számítógéppel támogatott előrejelző elemzés:* célja a tanulók teljesítményét, esetleges lemorzsolódását meghatározó tényezők azonosítása.

*3. Számítógéppel támogatott viselkedéselemzés:* a tanulók online tanulási tevékenységeik során tanúsított viselkedési mintáit és preferenciáit elemzi, elsősorban adatbányászati eszközökkel.

*4. Számítógéppel támogatott vizualizációs elemzés:* az információ megjelenítésére vizualizációs technikákat alkalmaz, ezzel egészítve ki az adatbányászati elemzést. A vizualizációs eszközök használatának célja, hogy betekintést nyújtsanak a tanulási folyamatba és a diákok tapasztalataiba (*Aldowah–Al-Samarraie–Fauzy [2019]*).

A tanuláselemzésben alkalmazott módszerek köre ugyan folyamatosan fejlődik, de nem bővül olyan mértékben, mint az alkalmazási területeké. A szakirodalomban egyetértés van abban, hogy a következő módszerek jellemzők a tanuláselemzésben: leíró és következtető statisztika, klasszifikáció, klaszterelemzés, vizuális adatbányászat, asszociációelemzés, regresszióelemzés, szekvenciális minta-elemzés, korrelációelemzés, kiugró értékek azonosítása, előrejelző modellezés, szövegbányászat, folyamatbányászat,

kapcsolatelemzés, hálózatelemzés, diskurzuselemzés, fogalomelemzés, értelemalkotási modellek, feltárási adatelemzés és adatvizualizáció (Chatti *et al.* [2012], Romero–Ventura [2013], Calvet Liñán–Juan Pérez [2015], Aldowah–Al-Samarraie–Fauzy [2019]).

Bodily és Verbert [2017] ugyanakkor arra is felhívták a figyelmet, hogy még akár ugyanazon alkalmazási cél esetében is eltérő lehet az egyes intézmények által felhasznált adatok, a megcélzott felhasználók, illetve az adatok feldolgozásához választott módszerek és eszközök köre a tanuláselemzésben. Az eltérő adatkörök, illetve módszerek következtében pedig az elemzés kimenete is jelentősen eltér az egyes intézményeket tekintve, még azonos célok esetében is. Mindez pedig azt jelenti, hogy nem alakultak ki olyan általános, jó gyakorlatok, megoldások a tanuláselemzésben, melyek széles körben alkalmazhatók, illetve újra felhasználhatók lennének, valamint a hatékonyabb erőforrás-felhasználást is lehetővé tennék.

Jelen tanulmányban kiemelt figyelmet fordítunk arra, hogy olyan adatkört válasszunk, amely bármely felsőoktatási intézmény számára könnyen hozzáférhető és felhasználható a hallgatóik tanulási folyamatainak és eredményeinek jobb megértéséhez. Elemzésünket éppen ezért a következő változók vizsgálatával kezdjük: végső érdemjegy, vizsgázások és tárgyfelvételek száma. Célunk pedig olyan megoldás kidolgozása, melynek segítségével a tantárgyakban nyújtott hallgatói teljesítmények közötti összefüggéseket azonosítani tudjuk, annak szem előtt tartásával, hogy a módszer bármely felsőoktatási intézmény gyakorlatába egyszerűen beépíthető legyen.

## 2. A kutatásban használt adatok

Az elemzésünkben használt adatokat a magyarországi felsőoktatási intézményekben egyetemesen használt Neptun Egységes Tanulmányi Rendszerből (Neptun [2021]) gyűjtöttük. Kutatásunkhoz a BCE-n közel két évtizede oktatott gazdaságinformatikus alapképzésen a 2011, 2012 és 2013 őszen tanulóikat megkezdő hallgatók matematika és informatika tárgyú kurzusokon szerzett érdemjegyeit gyűjtöttük össze. Érdekes megjegyezni, hogy a bemutatott módszertan könnyen kiterjeszhető további kurzusokra, illetve más képzésekre is, mivel az itt használt adatok a teljes magyar felsőoktatásban rendelkezésre állnak, így nincs akadálya annak, hogy ezt a metodikát az egyetemek más szakjai esetén alkalmazzák.

A hallgatók érdemjegyei alapján azt szeretnénk volna vizsgálni, hogy a képzés operatív tantervében meghatározott tantárgyi előfeltételek<sup>1</sup> tárgyai között látunk-e

<sup>1</sup> Egy tantárgy előfeltétele egy másik tárgynak, ha a másik tárgy felvételéhez előzetesen legalább elégséges jegyet kell szerezni az előfeltétel tárgyából.

valamilyen kapcsolatot, illetve az érdemjegyek sejtetnek-e ezeken túl is a tantárgyak között korrelációt. Így a Neptun-rendszerből lekért adatok mellett a BCE honlapján publikusan elérhető operatív tantervekből (2021) kigyűjtöttük a gazdaságinformatikus alapképzésben a tárgyak egymás utáni elvégzésére vonatkozó információkat. A kutatásunkhoz kiválasztott 13 tantárgy legfontosabb jellemzőit az 1. táblázatban foglaltuk össze.

1. táblázat

*A kutatásba bevont matematika és informatika tantárgyak legfontosabb jellemzői*  
(Most important features of the subjects Mathematics and Informatics involved in the research)

Tantárgy neve	Oktatott félév	Érdemjegy típusa	Előfeltétel
Analízis	1. félév	vizsgajegy	–
Informatika alapjai	1. félév	vizsgajegy	–
Statisztika I.	1. félév	vizsgajegy	–
Lineáris algebra	2. félév	vizsgajegy	–
Számítástudomány	2. félév	vizsgajegy	–
Szoftver-technológia I.	3. félév	gyakorlati jegy	–
Valószínűségszámítás	3. félév	vizsgajegy	–
Adatbázisrendszerek	4. félév	vizsgajegy	–
Operációkutatás	4. félév	vizsgajegy	–
Statisztika II.	4. félév	vizsgajegy	–
Szoftver-technológia II.	4. félév	gyakorlati jegy	Szoftver-technológia I.
Informatikai rendszerek fejlesztése	5. félév	gyakorlati jegy	Szoftver-technológia I. Szoftver-technológia II.
Üzleti intelligencia	7. félév	gyakorlati jegy	–

A Neptun-rendszerből kinyerhető adattáblák minden hallgatóról tartalmaztak egy egyedi azonosítót, az érdemjegyek típusát (gyakorlati vagy vizsgajegy-e), a szerzett érdemjegyet vagy érdemjegyeket, ha a hallgató ismétlő- vagy javítóvizsgát is tett az adott félévben. A vizsgált képzés hét féléves, azaz három és fél évig tart. Annak érdekében, hogy a teljes évfolyam érdemjegyeit minél teljesebben tudjuk elemezni, a 2011 és 2012 őszén tanulmányaikat kezdő hallgatók esetén még a hivatalos diplomaszerezés után három évig, míg a 2012-ben kezdő hallgatóknál további két évig vizsgáltuk az esetlegesen évismétlésre kényszerülő diákok eredményeit. Így az egyetlen tantárgy, az utolsó félévben oktatott *Üzleti intelligencia*, amelyet tekintve lehettek olyan hallgatók, akiknek az egyetemi vizsgaszabályzat (BCE [2020]) szerint még két tárgyfelveletési lehetőségük maradt.

Mindezek figyelembevételével a 2011-es évfolyam esetén 112, a 2012-es évfolyamban 197 és a 2013-as évfolyamban 223 kezdő hallgatói létszámmal számoltunk.

A Neptun-rendszer ellenőrzött formában engedélyezi az adatok felvitelét, és szigorú struktúrában tárolja azokat, így feltételeztük, hogy csak minimális mennyiségű adatminőségi hibával kell dolgoznunk. Adataink elemzésekor azonban számos problémával szembesültünk. A legkiterjedtebb adatminőségi gondot a *hiányzó adatok* okozták, ami azt jelentette, hogy az évfolyam bizonyos hallgatói egyes tantárgyak esetén nem szerepeltek a rendszerben. A jelenségnek különböző okai lehetnek. Egyrészt itt olyan hallgatókról van szó, akik bizonyos kurzusokból elégtelen érdemjegyet szereztek, és ezért nem tudtak más tárgyakat felvenni, másrészt az is előfordulhat, hogy a hallgató másik szakon már teljesítette az adott tárgyat, és az átjelentkezésnél ezt elfogadták.

A problémák további körét a rendellenes adatok alkották: például, ha egy hallgató a tantervtől eltérő módon teljesített egy adott kurzust, amikor az még nem lett volna számára lehetséges, vagy ha egy hallgató azonosítója egynél több évfolyamban jelent meg (ez akkor fordulhat elő, ha a hallgató párhuzamosan több képzésre jár, illetve újra felvételizett). Az adatminőségi problémák kiterjedtségét a 2. táblázatban foglaltuk össze.

2. táblázat

*A vizsgált tantárgyak adatminőségi problémáinak jellege és mértéke*  
(Nature and extent of data quality problems of the examined subjects)

Tantárgy	2011. évfolyam (112 hallgató)			2012. évfolyam (197 hallgató)			2013. évfolyam (223 hallgató)		
	Hiányzó adatok	Rendelle- nes adatok	Elem- szám	Hiányzó adatok	Rendelle- nes adatok	Elem- szám	Hiányzó adatok	Rendelle- nes adatok	Elem- szám
	száma			száma			száma		
Analízis	17	0	95	19	0	178	24	0	199
Informatika alapjai	10	0	102	9	0	188	10	0	213
Statisztika I.	12	0	100	13	1	183	15	0	208
Lineáris algebra	16	0	96	16	0	181	19	0	204
Számítástudomány	10	0	102	15	0	182	20	0	203
Szoftver-technológia I.	20	0	92	26	0	171	35	0	188
Valószínűségszámítás	24	0	88	24	2	171	36	0	187
Adatbázisrendszerek	21	0	91	26	1	170	35	3	185
Operációkutatás	24	0	88	27	2	168	39	3	181
Statisztika II.	26	0	86	28	2	167	40	3	180
Szoftver-technológia II.	25	0	87	33	0	164	41	1	181
Informatikai rendszerek fejlesztése	26	0	86	35	0	162	48	2	173
Üzleti intelligencia	29	0	83	20	1	176	54	2	167



Az adatminőségi problémák megoldásait mérlegelve arra jutottunk, hogy a rendellenes adatok csak kis elemszámban, 0–1,67 százalék között fordulnak elő, így ezeket az értékeket/hallgatókat kivettük az adataink közül.

A hiányzó adatok kezelése azonban már egy komplexebb kérdés: ha egyszerűen elhagyjuk az adatokat, akkor ez nagyon sok hallgató kiválogatását jelenti, a három évfolyam esetén a sokaság 27,10 százalékát, ami komoly torzulást eredményezhet a vizsgálatban. Különösen akkor, ha hozzávesszük azt is, hogy az esetek nagy részében olyan hallgatókról van szó, akik elégtelen érdemjegyet szereztek bizonyos kurzusokból, és ezért nem tudtak más tárgyakat felvenni. Így vélhetően a leggyengébb hallgatók adatait hagytuk el. A statisztikai változóink eloszlásának további vizsgálatával végül arra jutottunk, hogy a legkevesebb torzulást azzal okozzuk, ha a hiányzó adatainkat üres értékkel benne hagyjuk az adatbázisban. A kutatásunk végleges adatstruktúrája így a következő, ahol a hallgató nemének meghatározása a keresztnéve alapján történt:

- tantárgy neve (analízis/.../üzleti intelligencia): nominális mérési szintű változó;
- egyedi hallgatói azonosító: nominális mérési szintű változó;
- nem (férfi/nő): nominális mérési szintű változó;
- évfolyam (2011/2012/2013): nominális mérési szintű változó;
- bejegyzés típusa (vizsgajegy/gyakorlati jegy): nominális mérési szintű változó;
- tárgyfelvételek száma: arányskála mérési szintű változó;
- vizsgafelvételek száma: arányskála mérési szintű változó;
- vizsgák száma: arányskála mérési szintű változó;
- végső jegy (0/1/2/3/4/5): ordinális mérési szintű változó;
- végső bejegyzés (nem vizsgázott/elégtelen/elégséges/közepes/jó/jeles): ordinális mérési szintű változó.

Az adatok fontos jellemzője, hogy a diákok teljesítményét az 1–5 skálán megszerzhető érdemjegynél sokkal több dimenzió jellemzi. Egy diák teljesítményének a megítélése szempontjából ugyanis fontos, hogy a tárgyat elsőre vagy többszöri felvételre sikerült-e teljesítenie, illetve egy adott féléven belül a megszerzett jegyet hányadik nekifutásra kapta meg. Fontosnak tartottunk ezért kialakítani egy olyan új teljesítménymetrikát, amely szélesebb értékészleten tudja elhelyezni a hallgatói teljesítményt, mint a hagyományos ötfokozatú skálán elért érdemjegy.

A metrika kialakításkor a következő négy szempontot vizsgáltuk.

*a) Gyakorlati és vizsgajegyves tárgyak esetén a tárgyfelvételek száma.* A szerzett érdemjegyek mellett fontos információt hordoz egy tantárgy elvégzésével kapcsolatban, hogy a hallgató hány tárgyfelvé-

tellet és vizsgázással érte el az adott eredményt. Gyakorlati jegyes tárgynál a kiugró esetektől eltekintve – amikor a hallgató a vizsgaidőszakban javítási vagy pótlási lehetőséget kapott – a tárgyfelvételhez egy vizsgázás és egy vizsgafelvétel tartozik. Így, ha a próbálkozások számával is akarunk számolni, akkor lényeges különbség mutatkozhat a gyakorlati és a vizsgajegyes tantárgyak között, mivel az előbbihez kevesebb próbálkozás, azaz vizsgázás tartozik. Tehát a tárgyfelvételek számát a két jegytípusnál különböző mértékben kell majd figyelembe venni.

Az eltérést még jobban növelné, ha nemcsak a vizsgázások, hanem a vizsgafelvételek számát is számításba vennénk a metrika kialakításakor, ezért ezt a változót a továbbiakban nem vizsgáltuk.

*b) Jutalmazó vagy büntető metrika kialakításának kérdése.* Döntenünk kellett, hogy jutalmazó vagy büntető modellt alkalmazzunk-e, azaz csökkentsük-e az érdemjegyek értékét a tárgyfelvétel- és vizsgaszámok növekedésével, vagy inkább a lehető legtöbb próbálkozással elért érdemjegyek legyenek az adott jegyhez tartozó minimális értékek, és minden ennél kevesebb próbálkozást jutalmazzunk. A vizsgált adathalmazban voltak olyan hallgatók, akik az egyetem tanulmányi és vizsgaszabályzatában meghatározott maximális tárgyfelvétel- és vizsgaszámnál több próbálkozással érték el a végső érdemjegyet. Ez azt jelentette, hogy a maximális tárgyfelvétel értékkészlete bizonytalan, lényegében meghatározhatatlan. Mindezeket figyelembe véve a büntető módszer mellett döntöttünk. Ezt a választást az is indokolja, hogy az új metrikánkat általános érvényűre, egyetemi szabályozástól függetlenül kívántuk kialakítani. A megoldás további előnye, hogy az 1 vizsgázás és 1 tárgyfelvétel kombinációhoz azok a metrikaértékek tartoznak, amelyek a ténylegesen elért érdemjegyeknek felelnek meg. Így ebben az esetben egyértelműen meghatározható az 5,0 maximális érték.

A próbálkozások számának büntetése miatt jogosan vetődik fel a kérdés, hogy megszabhatunk-e olyan értéket – jelen esetben a 0-t –, amelynél biztosan nem lehet kisebb a metrika értéke. A kérdés ebben az esetben, hogy lehetséges-e annyi próbálkozással elérni elégtelen érdemjegyet, vagy nem is kapni végső eredményt a tárgyra, amennyinél ekvivalens azzal az állapottal, amikor a hallgató fel sem vette a tárgyat. Több oktató véleményét kikérve, és más, például az egészségügyi közgazdaságtanban használt életminőségi mutató értékkészletét is figyelembe véve úgy döntöttünk, hogy negatív (az elégtelennél rosszabb) értéket is felvehet egy sok próbálkozással elért rossz érdemjegy.

c) *Különböző érdemjegyek esetén milyen mértékben büntessük az újabb próbálkozásokat?* Arra a kérdésre kerestük a választ, hogy vajon egyenlő mértékben kell-e büntetni az egyes érdemjegyek esetében az újabb próbálkozást. Vajon, aki sokadik próbálkozásra jól teljesíti a tárgyat, az a végső érdemjegyéhez képest kevesebbet érdemel-e, mint aki sokadik próbálkozásra sem teljesíti, vagy kevésbé jó vég eredménnyel zárja a kurzust? Ha valaki háromszor vette fel a tárgyat, és ötször ment el vizsgázni, majd jeles érdemjegyet ért el, annak a jegye ugyanolyan szintű ötösnek számítson-e, mint amilyen szintű elégségesnek annak az eredménye, aki ugyanennyi próbálkozással kap elégséges jegyet? Több oktató közös véleményét kikérve úgy döntöttünk, hogy jobb érdemjegnél nagyobb mértékben büntessük a próbálkozások számát, mint egy kevésbé kiemelkedőnél.

d) *A sokadik próbálkozásra megszerzett érdemjegy érhet-e kevesebbet, mint a kevesebbel elért rosszabb jegy?* Az előzőkhöz szorosan kapcsolódó kérdés, hogy a sokadik próbálkozásra megszerzett jó jegy lehet-e rosszabb, mint a kevesebb próbálkozással szerzett kevésbé jó eredmény, azaz például 4 tárgyfelvétellel és 6 vizsgával elért jeles érdemjegy kevesebbet ér-e, mint egy első próbálkozásra megszerzett jó bejegyzés. Végül arra jutottunk, hogy ez megengedhető, sőt kívánatos tulajdonsága kell, hogy legyen a kialakítandó új metrikának.

### 3. Teljesítménymetrika kialakítása

Az előző fejezetben tárgyalt szempontok figyelembevételével a következő teljesítménymetrikát alakítottuk ki:

a) vizsgajegyves tárgyak esetén:

$$x + 1 - \frac{(1,5y^c + 0,5z^d)}{2},$$

b) szorgalmi jegyes tárgyak esetén:

$$x + 1 - \frac{(1,5y^c + 0,5z^{1,3d})}{2},$$

ahol  $x$  az elért érdemjegy,  $y$  a tárgyfelvelelek száma,  $z$  a vizsgázások száma,  $c$  a tárgyfelvétel kitevő és  $d$  a vizsgázás kitevő, ez utóbbi két változó értékeit a 3. táblázatban foglaltuk össze.

3. táblázat

*A tárgyfelvétel és vizsgázás kitevők értékei különböző érdemjegyek esetén*  
(Values of course registration and examination exponents for various grades)

Érdemjegy ( $x$ )	Tárgyfelvétel kitevő ( $c$ )	Vizsgázás kitevő ( $d$ )
0	0,7	0,5
1	0,6	0,4
2	0,5	0,3
3	0,5	0,3
4	0,6	0,4
5	0,7	0,5

Az előbbi képletek szerint a gyakorlati jegyes tárgyaknál az 1,3-es szorzót alkalmaztuk, hogy kompenzáljuk a kevesebb vizsgázási számot, ami az előző fejezet *a)* pontjában megfogalmazottakra reflektál. A *b)* pontban javasolt büntető modellnek megfelelően a metrika értéke egyre csökken, minél több próbálkozás kell egy jegy megszerzéséhez. Érdeemes megjegyezni, hogy elégtelen jegy esetén a metrikánk negatív értékeket is felvehet, és minimuma – a tanulmányi és vizsgaszabályzatban megengedett maximális próbálkozásszám mellett – vizsgajegyes tárgynál  $-0,235$ , gyakorlati jegynél pedig  $-0,358$ .

A képletben az eltérő osztályzatokhoz használt kitevők pedig a *c)* pontban megfogalmazott pedagógiai megfontolásokra, azaz arra adnak megoldást, hogy más-más érdemjegyeknél különböző mértékben büntessük az egyes próbálkozásokat. Az elégtelen és jeles jegyek megszerzését vizsgálva az látjuk, hogy ha valaki rögtön megszerezte az adott érdemjegyet, akkor elégtelen esetén az 1, illetve jeles érdemjegynél az 5 érték adott. Azonban, ha az osztályzatot például csak 4 tárgyfelvelelből és 6 próbálkozásból sikerült elérnie, akkor attól függően, hogy ez vizsga- vagy gyakorlati jegy, a metrikánk értéke elégtelen esetben  $-0,235$ , illetve  $-0,358$ , míg jeles osztályzatnál 3,408 és 3,220. Tehát elégtelen jegynél a sok próbálkozás 1,235/1,358, míg jeles érdemjegynél már 1,592/1,780 „levonást” eredményez. Ez a példa megmutatja azt is, hogy a *d)* pontban megfogalmazott pedagógiai megfontolások szintén teljesülnek a metrikára, azaz a több próbálkozással megszerzett jeles jegy értéke kisebb, mint a rögtön megszerzett jó osztályzat.

Mindezek alapján az általunk javasolt metrika pontosabban leírja a diákok teljesítményét, és jól tükrözi a megfogalmazott pedagógiai elvárásainkat. Fontos megjegyeznünk: a kialakított teljesítménymetrika önkényes abban az értelemben, hogy a paraméterek szabadon változtathatók annak megfelelően, hogy miként kívánjuk hangsúlyozni a tárgyfelvétel és a vizsgázás számát. Összességében a metrikánk előnye, hogy ötfokozatúnál sokkal differenciáltabb skálát hoz létre, hátránya, hogy az új skála valósághoz kötöttsége kisebb, értelmezhetősége bonyolultabb, konkrét értékei 3 változótól és 2 paramétertől függenek.

#### 4. Osztályzatok elemzése

Az osztályzatelemzés a tanuláselemzés egy fajtája, amely a diákok teljesítményét a kapott érdemjegyekből kiindulva vizsgálja. Ennek célja – a tanuláselemzés többi ágához hasonlóan – a kapcsolatok feltárása és információk kinyerése az adatokból, melyekre alapozva döntések hozhatók az oktatásban. A 3. fejezetben ismertetett metrika segítségével képesek vagyunk a hallgatói teljesítményt az egyes tárgyakból az összes lehetséges Neptun-adat (végső érdemjegy, vizsga- és tárgyfelvételek száma) figyelembevételével egy változó segítségével leírni. Az osztályzatelemzésre a magyarázó modellt szokták a legtöbbször alkalmazni, melynek kialakításakor megfogalmazhatunk hipotéziseket azzal kapcsolatban, hogy az egyes tárgyak között milyen kapcsolat áll fenn. Ehhez jó kiindulási alap a már meglévő tantervi háló.

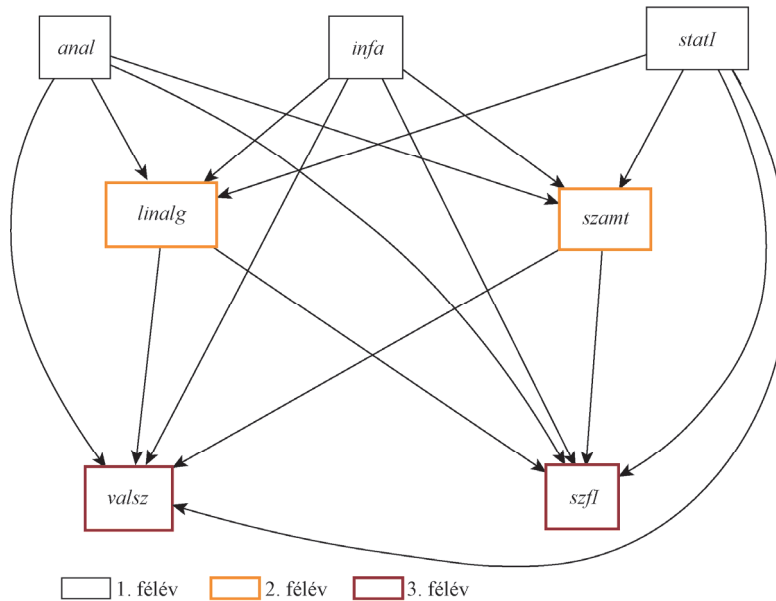
Jelen kutatásunkban a BCE gazdaságinformatika alapképzési szak matematika és informatika tárgyainak egymásra épüléseit kíséreljük meg feltárni. Az aktuális tantervi háló szerint a képzés 7 féléves. Az egyes félévekben oktatott tárgyak a következő rövidítésekkel szerepelnek a továbbiakban:

- 1. félév: analízis (*anal*), informatika alapjai (*infa*), statisztika I. (*statI*)
- 2. félév: lineáris algebra (*linalg*), számítástudomány (*szamt*)
- 3. félév: szoftver-technológia I. (*szfI*), valószínűségszámítás (*valsz*)
- 4. félév: szoftver-technológia II. (*szfII*), adatbázisrendszerek (*adatab*), operációkutatás (*opk*), statisztika II. (*statII*)
- 5. félév: informatikai rendszerek fejlesztése (*irf*)
- 7. félév: üzleti intelligencia (*ui*)

Jelölje az egyes félévek sorszámát  $t = 1, 2, \dots, 7$ . Feltételezésünk szerint a  $t$ -edik félévben – ahol  $t \geq 2$  – oktatott tárgy teljesítményét befolyásolhatja minden olyan tárgy teljesítménye, amelyet a tanterv szerint a  $t-1, t-2, \dots, t-(t-1)$  félévekben oktattak. A  $t$ -edik féléves tárgyak teljesítménye és a  $(t-1)$ -edik féléves tárgyak teljesítménye között értelemszerűen csak közvetlen összefüggés állhat fenn. A  $t$ -edik félév és a  $t-2, t-3, \dots, t-(t-1)$  félévek közötti kapcsolat esetén közvetlen és közvetett hatások is megengedettek a modellben. Például egy 5. félévben oktatott tárgy teljesítménye függhet az 1. féléves tárgy teljesítményétől közvetlenül vagy a 2., 3. és 4. félévben oktatott tárgyakon keresztül közvetetten is. Példánkban gyakorlatilag az 1. féléves tárgy teljesítményének hatását az 5. féléves tárgy teljesítményére mediálják a 2., 3. és 4. félévben oktatott tárgyak teljesítményei.

Az előző bekezdés elvei szerint magyarázó modellünk gráfjának egy részét mutatja az 1. ábra. Az átláthatóság érdekében az ábrán csak az 1., 2. és 3. félévek tárgyai szerepelnek, de az elv így folytatódik a 4–7. félévekre is.

1. ábra. Magyarázó modellünk gráfja az 1–3. félévekre szűkítve  
(Graph of our explanatory model limited to semesters 1–3)



Tekintsük az 1. ábrán a 3. féléves *valsz* és az 1. féléves *stat1* tárgyak esetét. A *stat1* tárgyból nyújtott teljesítmény hathat közvetlenül a *valsz*-ban nyújtott teljesítményre, de közvetetten is a 2. féléves *linalg* és *szamt* tárgyakon keresztül.

Az 1. ábra alapján magyarázó modellünkben az 1. félévben oktatott tárgyak exogén változóként szerepelnek. A 2–7. féléves tárgyak teljesítményei pedig a modell endogén változói.

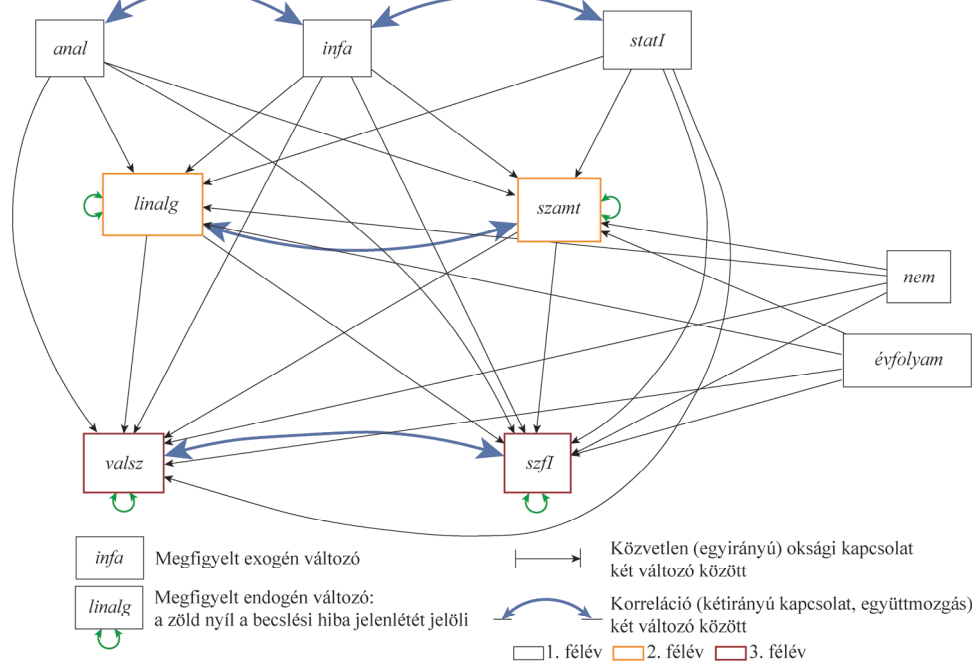
Feltáró elemzésünk során célunk, hogy az adatgyűjtésben résztvevő 3 évfolyam teljesítménymetrika-adatai alapján meghatározzuk, hogy magyarázó modellünk gráfjában mely élek mutatnak ki statisztikai értelemben szignifikáns közvetlen és közvetett hatásokat a tantárgyak között. A hatások statisztikai becslését SEM segítségével végezzük el. A SEM-eket a hazai szakirodalomban sikeresen alkalmazták már többek között fenntartható üzleti modellek (*Gosztonyi [2021]*), kriptovaluták elfogadottsága (*Aranyossy–Recskó [2021]*) és az árnyékgazdaság okainak (*Vakhal–Vékás [2021]*) vizsgálata során is.

A SEM elsősorban egy feltételezett oksági struktúra ellenőrzésére szolgál, információt ad a magyarázó modell illeszkedéséről valós adatokon (*Kline [2011]*). A SEM legegyszerűbb esetben egy adott mintán megfigyelt változók kapcsolatrendszerét jeleníti meg egyirányú gráfokkal úgy, hogy a hálózat minden éle egy regressziós együtthatót reprezentál. Ennek megfelelően a teljes hálózat felírható egy egyenletrendszer segítségével, ahol a csúcsok exogén és endogén változókat jelölnek. Ez pontosan olyan struktúra, amellyel mi is megadtuk a magyarázó modellünket. (Lásd az 1. ábrát.)

A SEM-ben ezen felül megadhatunk látens változókat is, amelyeket a rendszerbe faktormodell segítségével vihetünk be. Mivel célunk a konkrét tantárgyak megfigyelt teljesítménymetrikái közötti közvetlen és közvetett hatások becslése, így látens változókat nem alakítunk ki a modellünkben. Ugyanakkor alkalmazzuk a SEM-nek azt a lehetőségét, amely engedélyez korrelációt (azaz kétirányú kapcsolatot) az egymásra nem ható exogén és endogén változók között. Ez a mi szempontunkból azért fontos, mert így tudjuk kezelni azt a jelenséget, miszerint az azonos félévekben oktatott tárgyakban nyújtott teljesítményben együttmozgást is tapasztalhatunk. Például a 2. félévben könnyen előfordulhat az, hogy aki *linalg*-ból jobb teljesítményt nyújt, az várhatóan *szamt*-ből is magasabb érdemjegyet szerez. Továbbá minden egyes, endogén változót leíró egyenletben tisztán exogén változóként szerepeltetjük a hallgatók *nemét* és *évfolyamát*. Mivel az évfolyam három lehetséges értéket vehet fel (2011/2012, 2012/2013 és 2013/2014), így azt két dummy változó segítségével reprezentáljuk. Referenciakategóriának a 2011-es évfolyamot vesszük.

Ezekkel a kiegészítésekkel az 1–3. félévre vonatkozó SEM-részletet a 2. ábrán mutatjuk be, a SEM-ek ábrázolása során a szabványos LISREL- (linear structural relations – lineáris szerkezeti viszonyok) jelölésrendszert (*Jöreskog–Sörbom [1996]*) használva.

2. ábra. Megbecsülendő SEM gráfja az 1–3. félévekre szűkítve LISREL-jelölésrendszerrel ábrázolva  
(Graph of SEM to be estimated for semesters 1–3, using LISREL notation system)



Mivel a megfigyelt exogén és endogén változóink a teljesítménymetrikánk segítségével is csak ordinális skálán értelmezhetők, így a SEM-paraméterek becslését ennek figyelembevételével kell elvégezni.

Ordinális endogén változók esetén a SEM-paramétereket súlyozott legkisebb négyzetek (weighted least squares, WLS) módszerével javasolja becsülni a szakirodalom (Muthén [1984], Hoyle [2012], Bandalos [2014]). A becslés alapötletét Muthén [1984], Bandalos [2014] és Rosseel [2012] alapján ismertetjük.

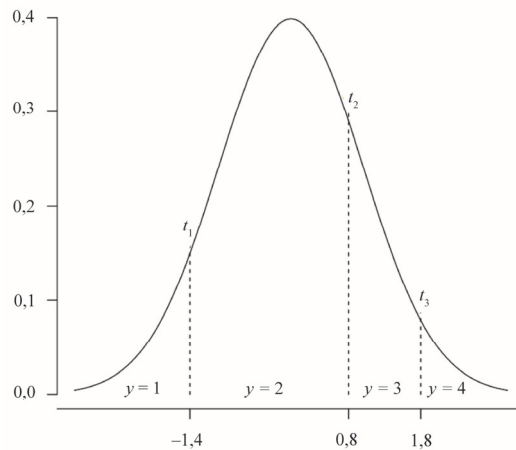
A WLS-becslés fő gondolata, hogy egy endogén változó a vele közvetlen összeköttetésben álló exogén és egyéb endogén változók segítségével, lineárisan becsülhető. Ezeket jelöljük  $x_1, x_2, \dots, x_p$ -vel. A lineáris modellben célváltozóként funkcionáló, ordinális skálán mért endogén változót jelöljük  $y$ -nal, amelynek  $K$  lehetséges kategóriája van. Az ordinális mérési skála miatt  $y$ -ra úgy tekintünk, mint egy látens, nem megfigyelt folytonos változó nyers, diszkrét közelítésére. Ez a feltevés a mi esetünkben helytálló, mivel az osztályzatok mögött egy 0–100 pontig terjedő skála áll, amelyen különböző ponthatárokat kell elérni az egyre jobb jegyekhez. Jelöljük ezt az  $y$  mögötti látens folytonos változót  $y^*$ -gal. Formálisan a kapcsolatot  $y$  és  $y^*$  között az (1) formulával adhatjuk meg.



$$y = k \Leftrightarrow \tau_{k-1} < y^* < \tau_k, \text{ ahol } k = 1, 2, \dots, K-1, \quad (1)$$

továbbá  $\tau_0 = -\infty$  és  $\tau_K = +\infty$ . A  $\tau_k$ -kat jellemzően küszöbértékeknek nevezi a szakirodalom. Gyakori feltételezés, hogy  $y^* \sim N(0,1)$ . A  $K=4$  esetben az ordinális  $y$  mögötti normális eloszlású  $y^*$  alakulását a 3. ábrán figyelhetjük meg.

3. ábra. Ordinális  $y$  változó mint egy látens normális eloszlású változó diszkrét közelítése  
(Discrete approximation of the ordinal  $y$  variable as a latent normally distributed variable)



Forrás: Rosseel [2012].

A lineáris modellt így valójában az  $y^*$  folytonos változóra írjuk fel (2) szerint.

$$y^* = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_p x_p + \varepsilon = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \varepsilon, \quad (2)$$

ahol  $\varepsilon$  a modell reziduuma,  $\mathbf{X}$  a magyarázó változókból mint oszlopokból képzett  $n \times p$  dimenziós mátrix, míg  $\boldsymbol{\beta}$  a  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$  együtthatókból képzett oszlopvektor.

Felhasználva azt, hogy  $y = k$ , amikor  $y^*$   $\tau_{k-1}$  és  $\tau_k$  közé esik, (2) a következő alakba írható át:

$$P(y = k|\mathbf{X}) = P(\tau_{k-1} < y^* < \tau_k|\mathbf{X}) = P(\tau_{k-1} < \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \varepsilon < \tau_k|\mathbf{X}).$$

Ezt a formulát  $\varepsilon$ -ra rendezzük az  $\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$  kivonásával:

$$P(y = k|\mathbf{X}) = P(\tau_{k-1} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} < \varepsilon < \tau_k - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}|\mathbf{X}).$$

Annak a valószínűsége, hogy az  $\varepsilon$  mint valószínűségi változó két érték közé esik, nem más, mint a két kérdéses értékhez tartozó  $\varepsilon$  eloszlásfüggvény (feltételezés szerint  $\Phi$  az  $y^*$  normális eloszlása miatt) értékének különbsége :

$$\begin{aligned} P(y = k|\mathbf{X}) &= P(\varepsilon < \tau_k - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} | \mathbf{X}) - P(\varepsilon < \tau_{k-1} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} | \mathbf{X}) = \\ &= \Phi(\tau_k - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) - \Phi(\tau_{k-1} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}), \end{aligned}$$

ahol  $\Phi(\tau_0 - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) = 0$  és  $\Phi(\tau_K - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) = 1$ . Ezzel  $y$  kumulált eloszlásfüggvénye a (3) alakba írható fel:

$$P(y \leq k | \mathbf{X}) = \Phi(\tau_k - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} | \mathbf{X}). \quad (3)$$

Vegyük észre, hogy (3) azonos az ordinális probit regresszióval (Ierza [1985]), ahol a lineáris felírásban az ordinális változó minden  $k$  szintjéhez külön tengelymet-szet-paramétert becsülünk (ezt a mi formulánkban a különböző  $\tau_k$ -kal jelöljük).

A becslés következő lépésében megadjuk a SEM szerinti kétváltozós korrelációk mátrixát: a modellben szereplő endogén változókat az ordinális probit regresszióból származó becsléseikkel reprezentáljuk. Mivel az endogén változók ordinálisak, így a korrelációk alatt rangkorrelációt értünk.

A következő lépésben a SEM szerinti  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1(\boldsymbol{\beta})$  korrelációs mátrixot kiegészítjük a modell alapján becsült küszöbértékek oszlopvektorával  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_2(\boldsymbol{\beta})$ , és megkapjuk a strukturális egyenletünket leíró statisztikák  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\beta}) = (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1(\boldsymbol{\beta}), \hat{\boldsymbol{\sigma}}_2(\boldsymbol{\beta}))$  mátrixát. Ezt vetjük össze a tényleges megfigyelt mintaadatokból számított  $\mathbf{s}_1$  korrelációs mátrix és az endogén változók egyváltozós információjából becsült küszöbértékek  $\mathbf{s}_2$  vektorából képzett  $\mathbf{s} = (\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)$  mátrixszal (tehát az endogén  $y$  változókat is a megfigyelt értékükkel és nem a probit regressziókból származó becsléseikkel reprezentáljuk). Minél kisebb a tisztán mintainformációból számított statisztikák  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1(\boldsymbol{\beta})$  mátrixa és a SEM-kapcsolatok alapján megadott statisztikák  $\mathbf{s}$  mátrixa közötti eltérés, annál jobban illeszkedik a SEM a megfigyelt mintára. Ebből adódóan a modell paramétervektorát (4) minimalizálása segítségével adjuk meg.

$$F_{WLS} = (\mathbf{s} - \hat{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\beta}))^T \mathbf{W}(\mathbf{s} - \hat{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\beta})) \quad (4)$$

A (4)-ben  $\mathbf{W}$  mátrix az  $\mathbf{s}$  mátrixban szereplő statisztikák aszimptotikus becslési kovarianciáit tartalmazza.

A SEM-paraméterek klasszikus WLS-becslése a mi szempontunkból azért nem lesz célravezető, mert az egyes tantárgyakban elért teljesítményt leíró metrika értékészlete elég tág lehet. Például a *szamt* esetében 49 különböző értéket vehet fel. Mivel (3) alapján minden értékhez külön tengelymetszet becslése szükséges, így a paraméterek száma még egy olyan modell esetén is 350 lenne, amely csak az 1–4. félév tárgyait tartalmazza. A rendelkezésre álló megfigyelések száma 532, így a modellünk mindenképpen túlparaméterezett lenne, bőven meghaladjuk a „megfigyelések száma legyen a paraméterek számának ötszöröse” ajánlást (*Moshagen–Musch* [2014]).

A SEM túlparaméterezését elkerülendő, a klasszikus WLS-becslést módosított formában végezzük el. Az ordinális probit regressziókban csak két szélső küszöbértéket becsülünk minden endogén változó esetén, így elkerüljük a példaként említett 49 tengelymetszet problémáját. Ezzel a tárgyak teljesítményét leíró metrikát a két szélén cenzorált változónak tekintjük, amely a határok között normális eloszlásúként viselkedik. Természetesen a normális eloszlás feltevése a határok között több tárgy esetében nem helytálló. Továbbá, vannak olyan tárgyak, ahol az értékészlet nem elég tág (például *szfl* esetben 26) ahhoz sem, hogy teljesen folytonosnak kezeljük a határok között az adatokat. Azonban *Bandalos* [2014] és *Yilmaz* [2019] alapján alapvetően a WLS-paraméterbecslések varianciái válnak lefelé torzítottá olyan esetekben, amelyekben a mögöttes látens változó nem normális eloszlású. Ezt pedig a bootstrap szimulációkkal számított standard hibák alkalmazásával és a modellparaméterek parciális tesztelésekor szigorúbb  $p$ -értékekkel lehet kezelni. Ezen megfontolásból jelen tanulmányban csak a 0,001 alatti  $p$ -értékű paramétereket tekintjük szignifikáns hatást kifejezőeknek. Ezzel az alacsonyabb küszöbértéket használó WLS-becslési eljárással 103 paramétert kell megbecsülni az 1–4. féléves tárgyakat tartalmazó modellben, ami még némileg kisebb, mint az 532 megfigyelésszám ötöde.

A SEM-illeszkedések jóságát három mérőszámmal javasolja jellemezni a szakirodalom (*MacCallum–Austin* [2000]). Mindhárom mérőszám a (4) alakban adott  $F_{WLS}$  modellilleszkedést mérő célfüggvényből indul ki, és ezt transzformálják a modellek közötti könnyebb összehasonlítást lehetővé tevő értéktartományba.

Jelölje  $F_A$  az aktuálisan illesztett modell, míg  $F_N$  a nullmodell minimalizált célfüggvényértékét. A nullmodell nulla korrelációt feltételez a modellbe bevont változók között. Jelölje  $szf_A$  és  $szf_N$  az aktuális és a nullmodell szabadságfokainak számát. A SEM-ben a szabadságfok a modell exogén és endogén változói közötti korrelációs mátrix méretének (a szimmetria miatt ismétlődő párokat csak egyszer számolva) és a becsült paraméterek ( $bp$ ) számának különbsége. Ez  $p$  darab változó esetén a

következő összefüggést jelenti:  $szf = \frac{p(p+1)}{2} - bp$  (*Steiger* [1990]).

A becslés átlagos négyzetes hibája (root mean square error of approximation, RMSEA) *Tennant* és *Pallant* [2019] alapján  $RMSEA = \sqrt{\frac{F_A}{szf_A}}$  módon adott, amely a SEM illeszkedésének átlagos relatív hibáját adja meg. A szakirodalomban az  $RMSEA < 0,1$  határérték jelent elfogadható illeszkedést (*Yu* [2002]).

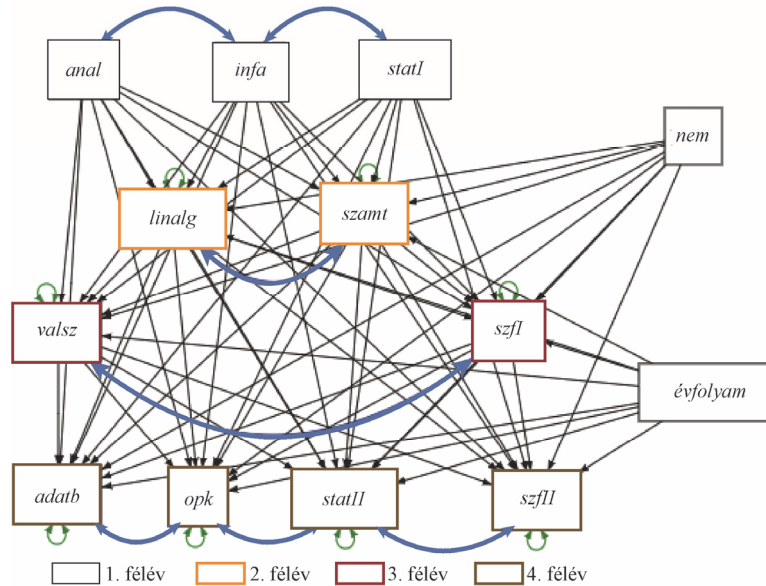
Az összehasonlító illeszkedési index (comparative fit index, CFI) az aktuális modell relatív teljesítményét méri az előzőekben ismertetett nullmodellhez képest:  $CFI = 1 - \frac{F_A}{F_N}$ . Az általános javaslatok alapján a modell  $CFI > 0,95$  esetén elfogadható (*Hu–Bentler* [1999]).

A Tucker–Lewis-index (TLI) lényegében a CFI szabadságfokokkal normált verziója:  $TLI = 1 - \frac{F_A / szf_A}{F_N / szf_N}$ . Ebből adódóan a modell elfogadhatósági határa ebben az esetben is a  $TLI > 0,95$  (*Hu–Bentler* [1999]).

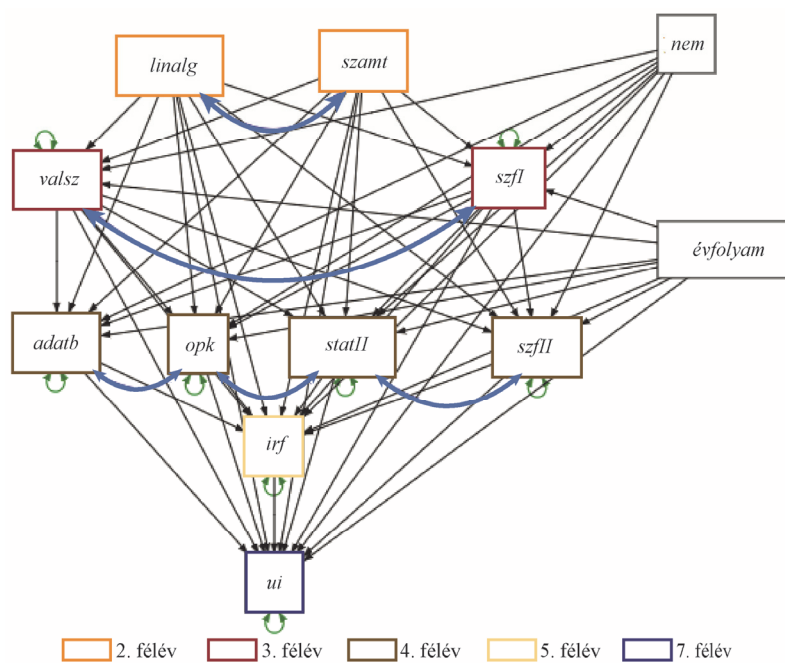
Fontos megjegyezni, hogy az eddigiekben megadott helyett a mintából való számítások során a legtöbb programcsomag alapértelmezés szerint a változók eloszlásának becsült helyzet- és skálaparaméterével korrigált illeszkedési mutatókat határozza meg. A korrekció ahhoz szükséges, hogy a szintén  $F_{WLS}$ -ből számított  $\chi^2$  modellilleszkedést leíró próbatesztstatistika nullhipotézise valóban  $\chi^2$ -eloszlású legyen. Mivel adatainkra nem áll fenn a  $\chi^2$ -próba többdimenziós normális eloszlást igénylő előfeltétele, így az illeszkedési mutatókat az eloszlásparaméterekkel nem korrigált módon számítjuk. A modell sokasági illeszkedését az RMSEA-mutató 90 százalékos bootstrap módszerrel meghatározott konfidenciaintervalluma alapján jellemezzük.

A számításokat az R 4.0.2. programjában a lavaan csomag 0.6-8 verziójával végezzük el (*Rossee* [2012]). A csomagban lehetőség van a kevesebb tengelymetszetet eredményező WLS-becslést alkalmazni, amely az eredményváltozót cenzorálnak tekinti. A modellparaméterek standard hibáját, így a parciális tesztek  $p$ -értékét bootstrap szimulációkkal is tudjuk becsülni. A csomag technikai korlátja a WLS-becslés esetén, hogy egyszerre csak legfeljebb háromszintű oksági hálót tud modellezni, azaz egy endogén változó és egy exogén változó közé legfeljebb egy köztes endogén változó ékelhető be. Ezért egyszerre mindössze 3 egymást követő félév tárgyainak teljesítményét modellezhetjük endogén változóként. Amiatt, hogy a képzés végén szereplő *irf* és *ui* tárgyak teljesítményét is modellezni tudjuk, és a paraméterek száma ne haladja meg a megfigyelések számának ötödét, két SEM-et is becsülünk. Az 1. modellben csak az 1–4. félév tárgyait modellezzük (lásd a 4. ábrát), míg a 2. modellben az 1. félév tárgyait nem, de a képzés utolsó 2 félévben oktatott *irf* és *ui* tárgyakat szerepeltetjük (lásd az 5. ábrát).

4. ábra. Az 1. SEM gráfja (1–4. félévek) LISREL-jelölésszerrel ábrázolva  
(Graph of SEM 1 [semesters 1–4], using LISREL notation system)



5. ábra. A 2. SEM gráfja (2–7. félévek) LISREL-jelölésszerrel ábrázolva  
(Graph of SEM 2 [semesters 2–7], using LISREL notation system)



## 5. Eredmények

A módszertani fejezet leírása alapján két modellt vizsgáltunk meg. Az 1. modellel a 4. ábrán, míg a 2. modellel az 5. ábrán látható oksági háló paramétereit becsültük meg. A modellek illeszkedésének jóságát leíró paraméterek értékeit a 4. táblázat tartalmazza.

4. táblázat

*A vizsgált két modell illeszkedésének jóságát leíró mérőszámok*  
(Metrics describing the goodness of fit of the two study models)

Mutató	1. modell	2. modell
RMSEA	0,087	0,027
RMSEA (90 százalékos alsó konfidenciaintervallum)	0,039	0,001
RMSEA (90 százalékos felső konfidenciaintervallum)	0,144	0,064
CFI	0,999	0,999
TLA	0,957	0,997

A megfigyelt adatokra mindkét modell illeszkedése elfogadható mindhárom mérőszámunk alapján. A 2. modell, amelyben az 1. félèves tárgyak nem szerepelnek, háromból kettő mutatót tekintve jobban illeszkedik a megfigyelt 3 évfolyam adataira. Az 1. modell illeszkedése az RMSEA 90 százalékos konfidenciaintervalluma alapján a sokaságban nem tekinthető elfogadhatónak, mivel az intervallum felső határa meghaladja a 0,1-es értéket. Tehát, az első modelltől levont következtetések inkább a megfigyelt 3 évfolyamra jellemzők, és nem általánosíthatók nagy megbízhatósággal a hallgatók teljes sokaságára.

Az 1. modell becsült regressziós együtthatóit az 5. táblázat tartalmazza. A módszertani fejezetben leírtak szerint csak a 0,001 alatti  $p$ -értékű paramétereket tekintjük szignifikáns hatást kifejezőknek a WLS-becslés lehetséges torzítása miatt (ami a cenzorálási határok közötti normális eloszlás feltételének sérülése következtében állhat fenn). Az 5. táblázatban jelzésértékkel közöljük a 0,01 és 0,05 szignifikanciaszinteken szignifikáns hatásokat is, ám ezeket nem elemezzük a lehetséges torzítás miatt. A 0,05 szinten sem szignifikáns együtthatókat nem jelenítjük meg.

5. táblázat

*Az 1. modell WLS-módszerrel becsült együtthatói*  
(Coefficients of Modell 1 estimated by WLS)

Változó	Nők	Évfolyam 2012/2013	Évfolyam 2013/2014	anal	infa	statl	lin	szamt	szfl	valsz
lin	0,372***			0,379***	0,557***					
szamt	0,256*			0,256***	0,465***	0,153*				
szfl	-0,360*	0,436*	0,522**	-0,340***		0,162*	0,756***	0,749***		
valsz				-0,268***	-0,248*	0,156*	0,812***	0,582***		
adatb		0,383**	-0,496***						0,294***	0,294*
opk						0,254**			0,304***	0,359***
statll	0,531***					0,418***			0,333***	0,446***
szfl	0,336*			0,225***	0,319***				0,662***	0,680***

\*  $p < 0,05$ -os, \*\*  $p < 0,01$ -os, \*\*\*  $p < 0,001$ -es szinten szignifikáns hatás. A 0,05 szinten sem szignifikáns együtthatókat nem tüntetjük fel.

Az 5. táblázat alapján az első megfigyelhető tényező, hogy az 1. féléves *anal* és *infa* tárgyakból elért eredményeknek szignifikáns közvetlen hatásuk van az összes 2. féléves tárgy eredményére és a 4. féléves *szfII* tárgyból elért teljesítményre. Az *anal* ezen kívül a 3. féléves *valsz* és *szfI* tárgyakra is, valamint az elsőéves tárgyak közül a *statI* csak a közvetlen folytatására, a 4. féléves *statII*-re gyakorol szignifikáns közvetlen hatást.

A 2. féléves tárgyak csak a 3. félévesekre, míg a 3. féléves tárgyak a 4. félévesek mindegyikére szignifikáns közvetlen hatással vannak. Ez alól csak egy kivétel van: a *valsz* nincs szignifikáns közvetlen hatással az *adatb* tantárgyra.

Fontos látni, hogy a 3. féléves tárgyak közvetlen hatása a 4. félévesekre közvetíti a 2. féléves *linalg* és *szamt* tárgyak közvetett hatásait, amelyek pedig az 1. féléves tárgyak három féléven átívelő közvetett hatásait adják át. Továbbá a 3. féléves tárgyak 4. félévesekre gyakorolt közvetlen hatása az *anal* 3. féléves tárgyakra gyakorolt közvetlen hatását is közvetíti, nem csak a 2. féléves tárgyakon keresztül közvetett hatását.

Az 5. táblázat szignifikáns együtthatóinak előjele a legtöbb esetben pozitív, ami megerősíti az előzetes várakozásokat: az egymással közvetlen vagy közvetett kapcsolatban álló tárgyak teljesítménye egyirányú kapcsolatban áll: ha jó eredményt ért el a hallgató a korábbi félév tárgyából, akkor várhatóan a következő félév tárgyából is jobb teljesítményt fog elérni. Mint már említettük, egyetlen kivétel az *anal* tárgy szignifikáns közvetlen hatása a 3. féléves *valsz* és *szfI* tárgyakra. Ezekben az esetekben az együttható szignifikánsan negatív. Tehát a jobb *anal* teljesítmény várhatóan rosszabb *valsz* és *szfI* teljesítménnyel jár együtt a közvetlen hatásokat tekintve, ami első olvasatra meglepő. Ugyanakkor nem szabad elfeledkezni arról, hogy az *anal* hatása a két 3. féléves tárgyra a *linalg* és *szamt* tárgyakon keresztül közvetetten is megjelenik. Ezt is figyelembe véve, a 6. táblázat alapján az *anal* teljes hatása a *valsz* és *szfI* tárgyakra már pozitív. Az *infa* tárgy *valsz*-ra gyakorolt nem szignifikáns negatív hatása esetén is hasonló helyzet áll fenn.

6. táblázat

*Az anal közvetlen és közvetett hatásai a valsz és szfI tárgyakra*  
(Direct and indirect effects of the subject Analysis on the subjects Probability and Software technology I)

Változó	Közvetlen hatás	Közvetett hatás	Teljes hatás
<i>anal</i> → <i>valsz</i>	-0,268	$0,379 \cdot 0,812 + 0,256 \cdot 0,582 = 0,450$	$-0,268 + 0,457 = 0,189$
<i>anal</i> → <i>szfI</i>	-0,340	$0,379 \cdot 0,756 + 0,256 \cdot 0,749 = 0,478$	$-0,340 + 0,478 = 0,138$



A negatív előjelű közvetlen hatás úgy értelmezhető, hogy amennyiben egy hallgató jó *anal* teljesítményt nyújt az 1. félévben, de ez nem jár együtt jó *szamt* és *linalg* teljesítményekkel a 2. félévben, akkor a 3. félévben már rosszabb *valsz* és *szfl* eredményre számíthat. A hatás azt a jelenséget tükrözheti, hogy sok hallgató erős középiskolai alapokkal kerül az egyetemre, aminek köszönhetően az 1. féléves tárgyakat jó teljesítménnyel képesek abszolválni. Viszont, amennyiben az erős alapokat nem viszik tovább, és „csak túlélésre játszanak”, akkor teljesítményük a képzés későbbi szakaszán várhatóan romlani fog.

Az exogén *nem* és *évfolyam* változók hatását vizsgálva három szignifikáns együttthatót találunk a modellben. Egyrészt a női hallgatók szignifikánsan jobb teljesítményt nyújtottak *linalg* és *statII* tárgyakból. Másrészt a 2013/2014 tanévben kezdett évfolyam *adatb* eredménye szignifikánsan rosszabb volt, mint a 2011/2012-ben kezdett évfolyamé. Ez utóbbi eredmény háttérében a tantárgyat 2013/2014 tanévben kezdő évfolyam oktatóváltása állhat.

A 2. modell becsült regressziós együttthatóit a 7. táblázat tartalmazza. Továbbra is csak a 0,001 alatti *p*-értékű paramétereket tekintjük szignifikáns hatást kifejezőnek, de jelzésértékkel közöljük a 0,01 és 0,05 szignifikanciaszinteken szignifikáns hatásokat is.

A 7. táblázatban megfigyelhető hatások kapcsán a legfontosabb észrevétel, hogy a 2. féléves *linalg* és *szamt* tárgyak közvetítik a 2. modellben nem szereplő 1. féléves tárgyak hatásait is. Ennek következménye lehet, hogy a *linalg*-ból elért teljesítmény negatív együttthatóval hat közvetlenül a 3. féléves tárgyakra, noha az 1. modellben a *linalg* nem fejtett ki szignifikáns hatást a 4. féléves tárgyakra. Feltehetően ez előbbi hatás az 1. modellben megjelenő *anal* tárgy negatív közvetlen hatása a 3. féléves tárgyakra. Viszont a 2. modell erre nem tud kontrollálni azzal, hogy szerepelteti az *anal* változót. A *linalg* negatív közvetlen hatása a 4. féléves tárgyakra pozitív közvetett hatások mellett pozitív teljes hatássá alakul az 1. modellben látott módon. Például az *adatb* esetében:  $-0,434 + (0,692 \cdot 0,436 + 0,826 \cdot 0,757) = 0,493$ .

A képzés informatika jellegű tárgyait lezáró *irf* tárgy teljesítménye közvetlenül az *adatb* és *szfl* tárgyakban nyújtott teljesítménytől függ szignifikánsan pozitív előjelű együttthatóval, de ebben a két közvetlen hatásban megjelenik az összes 3. és 2. féléves tárgyban nyújtott teljesítmény közvetett hatása is, amely az 1. modell közvetetése alapján az 1. féléves *infa* és *anal* tárgyakban nyújtott teljesítmény hatásait is magukban hordozza.

7. táblázat

A 2. modell WLS-módszerrel becsült együtthatói  
(Coefficients of Modell 2 estimated by WLS)

Változó	Nők	Évfolyam 2012/2013	Évfolyam 2013/2014	ltnlg	szamt	szfl	valsz	adatb	opk	statII	szfII
szfl	-0,276*	0,299*	0,497**	0,692***	0,503***						
valsz				0,826***	0,253***						
adatb	0,360**	0,280*	-0,602***	-0,434***		0,436***	0,757***				
opk	0,402*			-0,718***		0,453***	1,086***				
statII	0,779***			-1,010***		0,543***	1,386***				
szfII	0,308*			-0,593***		0,692***	0,931***				
irf								0,411***			0,521***
ui				1,525*		-0,930**	-1,876*	0,515*	0,594***	0,651***	0,482*

\*  $p < 0,05$ -os, \*\*  $p < 0,01$ -os, \*\*\*  $p < 0,001$ -es szinten szignifikáns hatás. A 0,05 szinten sem szignifikáns együtthatókat nem tüntetjük fel. Az *irf* → *ui* hatás nem szignifikáns 0,05 szinten, így ezt a táblázatból kihagytuk helytakarékosági okokból.

A képzés matematikai és informatikai jellegű tárgyainak lezárásaként tekinthető *ui* tárgy közvetlen módon az *szfl*, az *opk* és a *statII* tárgyaktól függ szignifikánsan. Az *opk* és *statII* tárgyak esetén az együttható pozitív előjellel szignifikáns, és ez a két 4. féléves tárgy közvetíti az *irf* esetében tapasztalt módon a korábbi félévek tárgyaiban nyújtott teljesítmény közvetett hatásait is. Annyi bővítés történik, hogy a nem modellezett 1. féléves tárgyak közül a *statI* teljesítmény hatása megjeleNIK a *statII* tárgy hatásában is az 1. modell eredményei alapján. Az *ui* erősebb függése a matematikai jellegű tárgyaktól nem meglepő, mivel a tárgy tananyagát képezi a gépi tanulás témaköre, melynek elsajátításához a hallgatóknak statisztikai és operációkutatási ismereteik alkalmazására egyaránt szükségük van. További érdekesség, hogy az *adath* tárgyban nyújtott teljesítmény közvetlen hatása csak 5 százalékon szignifikáns, noha a tárgy az *ui* logikus előkövetelménye lehet a tantervben, elsősorban az adattárház-technológiák kapcsán. Az erősebb közvetlen kapcsolat hiánya felvetheti a két tárgy tananyagának hatékonyabb összehangolására irányuló igényt.

A *nem* és *évfolyam* exogén változók hatásai egybevágnak az 1. modellben tapasztaltakkal: a 2013/2014-es évfolyam szignifikánsan rosszabb teljesítményt nyújtott *adath*-ből, mint a 2011/2012-es, míg a női hallgatók várhatóan jobban teljesítettek *statII*-ből. Mivel a 2. modellben a *linalg* exogén változóként szerepel, így itt a *nem* változó hatását erre a tárgyra nem becsültük meg.

## 6. Következtetések

Tanulmányunkban a tanuláselemzés eszközeit alkalmazva a BCE gazdaságinformatikus alapképzésen a 2011, 2012 és 2013 őszén tanulóikat megkezdő hallgatók matematika és informatika tárgyú kurzusokon nyújtott teljesítményét vizsgáltuk három, a Neptun-rendszerből könnyen elérhető változó – a végső érdemjegy, a vizsgázások és a tárgyfelvételek száma – segítségével. A három teljesítményt leíró változó alapján kialakítottunk egy új teljesítménymetriát, amely szélesebb érték-készleten tudja elhelyezni a hallgatói teljesítményt, mint a hagyományos, ötfokozatú skálán elért érdemjegy.

A javasolt teljesítménymetrika négy elvárásnak felel meg:

- a) Gyakorlati jegyes tárgyak esetén kompenzálja a kevesebb vizsgázási számot.
- b) Értéke annak függvényében csökken, hogy hány próbálkozás kellett a jegy megszerzéséhez.

c) Különböző érdemjegyek esetén eltérő mértékben büntethetők az egyes próbálkozások.

d) A több próbálkozással megszerzett jeles jegy értéke kisebb, mint az első alkalommal megszerzett jó osztályzat.

Az új teljesítménymetrika segítségével a vizsgált tantárgyakban nyújtott hallgatói teljesítmények közötti összefüggéseket SEM-ek segítségével azonosítottuk. A SEM-ek becslését egy speciális WLS-módszerrel valósítottuk meg, és a javasolt teljesítménymetrikát a felvehető legkisebb, illetve legnagyobb értékeinél cenzorált változónak tekintettük.

A felépített és megbecsült két SEM alapján kijelenthetjük, hogy az 1. félévben oktatott *anal* és *infa* tárgyakban nyújtott teljesítmény kiemelt fontosságú a képzés további eredményes teljesítése szempontjából, mivel az nemcsak a 2. féléves tárgyra, hanem a 4. féléves *szfII* tárgyra is szignifikáns, közvetlen pozitív hatást gyakorol a begyűrűző közvetett hatások mellett. A szintén 1. félévben oktatott *statI* tárgy viszont csak a közvetlen folytatására, a 4. féléves *satII*-re van szignifikáns, közvetlen pozitív hatással.

Az *anal* tárgy kapcsán egy érdekes jelenséget is azonosítottunk. Amennyiben egy hallgató jó teljesítményt nyújt ebben a tantárgyban az 1. félévben, de ez nem jár együtt jó *szamt* és *linalg* teljesítményekkel a 2. félévben, akkor a 3. félévben már rosszabb *valsz* és *szfI* eredményre számíthat. Mindez azt a jelenséget tükrözi, hogy az a hallgató, aki erős középiskolai alapokkal kerül az egyetemre, az az 1. féléves tárgyakat jó teljesítménnyel képes abszolválni.

Az azonosított kapcsolatokról általánosságban elmondható, hogy a matematika és informatika jellegű tárgyak egymásra hatásai jellemzően nem különülnek el a 4. félévig.

A SEM-ek segítségével tehát feltárhatók a képzés tantárgyai közötti tényleges kapcsolatok. Ezek ismeretében pedig valós egymásra épülésen alapuló előkövetelmény-rendszer hozható létre. Az új előfeltételek javaslata mellett a már meglévők jóságát is segítik felmérni a SEM-ek. Ezzel elkerülhető, hogy felesleges előkövetelményekkel gátolják a hallgatók előrehaladását, azonban ne engedjék továbblépni őket, amíg a szükséges készségeket legalább elégséges szinten el nem sajátították. Ez azt jelenti, hogy az 1. táblázatban szereplő előfeltételek az *szfII* és az *irf* tárgyak esetében jogosak, mivel a SEM is igazolta ezen tárgyaknál az egymásra épülést. Ám megfontolandó lehet a *szamt* előfeltétel megkövetelése az *szfI* esetén. Mivel a SEM alapján a teljesítményekben kimutatható szignifikáns egymásra épülés, ezért a tárgyak tartalmilag is egymásra építhetők. Továbbá megfelelő kommunikációval felhívható a hallgatók figyelme arra, hogy az erős középiskolai alapok önmagukban hosszú távon nem eredményezik az egyetemi tanulmányok sikeres teljesítését.

Az általunk választott módszertan fontos tulajdonsága a bemutatott alkalmazási lehetőségei mellett, hogy kizárólag a Neptun-rendszerből elérhető három változóra (a végső érdemjegyre, a vizsgázások és a tárgyfelvételek számára) épít. Ebből adódóan új teljesítménymetrikánk és a SEM-alapú tanulmányiháló-vizsgálat a Neptun-rendszert használó felsőoktatási intézmények tetszőleges szakjára ugyancsak alkalmazható.

## Irodalom

- ALDOWAH, H. – AL-SAMARRAIE, H. – FAUZY, W. M. [2019]: Educational data mining and learning analytics for 21<sup>st</sup> century higher education: A review and synthesis. *Telematics and Informatics*. Vol. 37. April. pp. 13–49. <https://doi.org/10.1016/j.tele.2019.01.007>
- ARANYOSSY M. – RECSKÓ M. [2021]: Konzisztens PLS-modellezés alkalmazása egy lehetséges közösségi kriptovaluta felhasználói elfogadásának vizsgálatában. *Statistikai Szemle*. 99. évf. 9. sz. 844–873. old. <https://doi.org/10.20311/stat2021.9.hu0844>
- BANDALOS, D. L. [2014]: Relative performance of categorical diagonally weighted least squares and robust maximum likelihood estimation. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*. Vol. 21. No. 1. pp. 102–116. <https://doi.org/10.1080/10705511.2014.859510>
- BODILY, R. – VERBERT, K. [2017]: Trends and issues in student-facing learning analytics reporting systems research. In: *Proceedings of the Seventh International Learning Analytics & Knowledge Conference*. March 13–17. Association for Computing Machinery. Vancouver. pp. 309–318. <https://doi.org/10.1145/3027385.3027403>
- BCE (BUDAPESTI CORVINUS EGYETEM) [2020]: *Hallgatói követelményrendszer (SZMSZ III. kötet) 3. rész. Tanulmányi és Vizsgaszabályzat*. [https://www.uni-corvinus.hu/contents/uploads/2020/11/HKR\\_3\\_TV SZ\\_2020\\_szeptember\\_1.cf1-1.d23.pdf](https://www.uni-corvinus.hu/contents/uploads/2020/11/HKR_3_TV SZ_2020_szeptember_1.cf1-1.d23.pdf)
- BCE [2021]: *Operatív tantervek*. <https://www.uni-corvinus.hu/fooldal/let-a-corvinuson/hallgatoi-tanulmanyi-ugyek/operativ-tantervek/>
- CALVET LIÑÁN, L. – JUAN PÉREZ, Á. A. [2015]: Educational data mining and learning analytics: Differences, similarities, and time evolution. *RUSC. Universities and Knowledge Society Journal*. Vol. 12. No. 3. pp. 98–112. <http://dx.doi.org/10.7238/rusc.v12i3.2515>
- CHATTI, M. A. – DYCKHOFF, A. L. – SCHROEDER, U. – THÜS, H. [2012]: A reference model for learning analytics. *International Journal of Technology Enhanced Learning*. Vol. 4. Nos. 5–6. pp. 318–331. <https://doi.org/10.1504/IJTEL.2012.051815>
- GOLDSTEIN, P. J. – KATZ, R. N. [2005]: *Academic Analytics: The Uses of Management Information and Technology in Higher Education*. ECAR (EDUCAUSE Center for Applied Research) Research Study. Vol. 8. December. <https://er.educause.edu/-/media/files/articles/2007/7/ekf0508.pdf?la=en&hash=72921740F4D3C3E7F45B5989EBF86FD19F3EA2D7>
- GOSZTONYI M. [2021]: A magyarországi középállalkozások fenntartható üzleti modelljei a PLS-SEM tükrében. *Statistikai Szemle*. 99. évf. 4. sz. 333–361. old. <https://doi.org/10.20311/stat2021.4.hu0333>
- HOYLE, R. H. (ed.) [2012]: *Handbook of Structural Equation Modeling*. Guilford Press. New York.

- HU, L. T. – BENTLER, P. M. [1999]: Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Structural Equation Modeling: A Multi-disciplinary Journal*. Vol. 6. No. 1. pp. 1–55. <https://doi.org/10.1080/10705519909540118>
- IERZA, J. V. [1985]: Ordinal probit: A generalization. *Communications in Statistics – Theory and Methods*. Vol. 14. No. 1. pp. 1–11. <https://doi.org/10.1080/03610928508828893>
- JÖRESKOG, K. G. – SÖRBOM, D. [1996]: *LISREL 8: User's Reference Guide*. Scientific Software International. Chicago.
- KLING, R. B. [2011]: *Principles and Practice of Structural Equation Modeling (3rd Edition)*. Guilford Press. New York.
- MACCALLUM, R. C. – AUSTIN, J. T. [2000]: Applications of structural equation modeling in psychological research. *Annual Review of Psychology*. Vol. 51. No. 1. pp. 201–226. <https://doi.org/10.1146/annurev.psych.51.1.201>
- MOSHAGEN, M. – MUSCH, J. [2014]: Sample size requirements of the robust weighted least squares estimator. *Methodology*. Vol. 10. No. 2. pp. 60–70. <https://doi.org/10.1027/1614-2241/a000068>
- MUTHÉN, B. [1984]: A general structural equation model with dichotomous, ordered categorical, and continuous latent variable indicators. *Psychometrika*. Vol. 49. No. 1. pp. 115–132. <https://doi.org/10.1007/BF02294210>
- NEPTUN [2021]: *Termékportál*. <https://neptun.org.hu/>
- ROMERO, C. – VENTURA, S. [2013]: Data mining in education. *WIREs: Data Mining and Knowledge Discovery*. Vol. 3. No. 1. pp. 12–27. <https://doi.org/10.1002/widm.1075>
- ROMERO, C. – VENTURA, S. [2020]: Educational data mining and learning analytics: An updated survey. *WIREs: Data Mining and Knowledge Discovery*. Vol. 10. No. 3. Article No. e1355. <https://doi.org/10.1002/widm.1355>
- ROSSEEL, Y. [2012]: lavaan: An R package for structural equation modeling and more. Version 0.5–12 (BETA). *Journal of Statistical Software*. Vol. 48. No. 2. pp. 1–36. <https://doi.org/10.18637/jss.v048.i02>
- SIEMENS, G. – GASEVIC, D. – HAYTHORNTHWAITE, C. – DAWSON, S. – SHUM, S. B. – FERGUSON, R. – DUVAL, E. – VERBERT, K. – BAKER, R. S. J. D. [2011]: *Open Learning Analytics: An Integrated and Modularized Platform*. 28 July. <https://cmappublic3.ihmc.us/rid=1KC16KK3Y-1DGTXY-H2/OpenLearningAnalytics.pdf>
- STEIGER, J. H. [1990]: Structural model evaluation and modification: An interval estimation approach. *Multivariate Behavioral Research*. Vol. 25. No. 2. pp. 173–180. [https://doi.org/10.1207/s15327906mbr2502\\_4](https://doi.org/10.1207/s15327906mbr2502_4)
- TENNANT, A. – PALLANT, J. F. [2012]: The root mean square error of approximation (RMSEA) as a supplementary statistic to determine fit to the Rasch model with large sample sizes. *Rasch Measurement Transactions*. Vol. 25. No. 4. pp. 1348–1349. <https://www.rasch.org/rmt/rmt254d.htm>
- YILMAZ, F. N. [2019]: Comparison of different estimation methods used in confirmatory factor analyses in non-normal data: A Monte Carlo study. *International Online Journal of Educational Sciences*. Vol. 11. No. 4. pp. 131–140. <https://doi.org/10.15345/iojes.2019.04.010>
- VAKHAL P. – VÉKÁS P. [2021]: Az árnyékgazdaság okai Kelet-Közép-Európában. *Statistikai Szemle*. 99. évf. 2. sz. 115–141. old. <https://doi.org/10.20311/stat2021.2.hu0115>