

## Optimización dinámica basada en Fourier. Aplicación al proceso de producción de biodiesel

Pantano, M. N.\* , Fernández, M. C., Rodríguez, L., Scaglia G. J. E.

*Instituto de Ingeniería Química, Universidad Nacional de San Juan (UNSJ), CONICET, Av. Libertador San Martín (O) 1109, San Juan J5400ARL, Argentina.*

**To cite this article:** Pantano, M. N., Fernández, M. C., Rodríguez, L., Scaglia G. J. E. 2021. Dynamic optimization based on Fourier. Application to the biodiesel process. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 18, 32-38. <https://doi.org/10.4995/riai.2020.12920>

### Resumen

Este trabajo presenta una novedosa metodología para la optimización dinámica del proceso de producción de biodiesel a partir de aceites vegetales en modo discontinuo. La metodología propuesta tiene la particularidad de emplear la serie de Fourier para la parametrización de la acción de control, y algoritmos evolutivos para la optimización de parámetros. Las ventajas principales de esta estrategia son, por un lado, que los perfiles obtenidos son suaves, es decir, continuos y diferenciables, por lo tanto pueden implementarse directamente en sistemas reales, sin necesidad de filtrar o suavizar la señal de control; por otro lado, se requiere una mínima cantidad de parámetros para la optimización, evitando la sobre-parametrización, la cual puede disminuir la calidad de la respuesta. Los algoritmos propuestos han sido evaluados a través de simulaciones, obteniendo resultados muy satisfactorios comparados con los existentes en bibliografía.

*Palabras clave:* Control óptimo, parametrización, sistemas no lineales, sistemas de energía renovable, trayectoria óptima.

### Dynamic optimization based on Fourier. Application to the biodiesel process.

#### Abstract

This work presents a novel methodology for the dynamic optimization of the biodiesel production process from vegetable oils in discontinuous mode. The proposed methodology has the particularity of using the Fourier series for the parameterization of the control action, and evolutionary algorithms for the optimization of parameters. The main advantages of this strategy are, on the one hand, that the profiles obtained are smooth, that is, continuous and differentiable, therefore they can be directly implemented in real systems, without the need to filter or soften the control signal; on the other hand, a minimum amount of parameters is required for optimization, avoiding over-parameterization, which can decrease the quality of the response. The proposed algorithms have been evaluated through simulations, obtaining very satisfactory results compared to those published in the literature.

*Keywords:* Optimal control, parameterization, nonlinear systems, renewable energy systems, optimal trajectory.

### 1. Introducción

El consumo de energía es un hecho inevitable para la existencia humana en la actualidad. El petróleo es la fuente de energía más importante de la sociedad actual. A pesar de lo indispensable que resulta, el uso extensivo del petróleo está seriamente cuestionado. Uno de los problemas que se le atribuye está relacionado con el calentamiento global y la necesidad de frenar el cambio climático; otro punto, no menos importante, está referido al agotamiento de los combustibles

fósiles y la necesidad de encontrar nuevas fuentes de energía. Estas dos problemáticas han conducido a la carrera en busca de alternativas energéticas renovables, sostenibles y rentables. En este sentido, los triglicéridos (aceites vegetales y grasas animales) se constituyen en uno de los recursos de biomasa que se emplean como materia prima en la producción de combustible alternativo, conocido como biodiesel. El biodiesel es un combustible líquido similar al diesel derivado del petróleo en propiedades de combustión, pero esencialmente menos contaminante, por lo que es un combustible más limpio

(Cantrell et al., 2005). Sin embargo, la falta de competitividad frente a los costos de los combustibles convencionales es un inconveniente para el desarrollo de este proceso. Por lo tanto, las tecnologías y metodologías existentes en la elaboración de biodiesel tienen que ser optimizados constantemente para hacer más competitiva su producción (Nasir et al., 2013). Una de las herramientas que permitirá alcanzar dicha capacidad es la Ingeniería de Sistemas. En consecuencia, diversas técnicas de optimización y control pueden aplicarse en estos procesos en busca del objetivo mencionado.

Los reactores de transesterificación de biodiesel implican un conjunto complejo de reacciones químicas y características de transferencia de calor. La no linealidad inherente a la dinámica de este proceso requiere un algoritmo de optimización eficiente (Mjalli et al., 2009).

El estudio de la dinámica, optimización y control de los procesos de producción de biodiesel ha sido abordado en varios trabajos de investigación (Brásio et al., 2013), tanto en el ámbito de la industria como del mundo académico. Extensa información sobre los recursos de biodiesel, los aspectos técnicos de la producción y del análisis de la calidad del mismo a partir de aceite de cocina usado ha sido investigada (Zhang et al., 2016, Salvi and Panwar, 2012, Santori et al., 2012, Zhang et al., 2003). La literatura muestra un creciente interés en el control basado en modelos avanzados para la reacción de transesterificación (Ho et al., 2010, Ignat and Kiss, 2013, Mjalli et al., 2009, Wali et al., 2013, Wali et al., 2012). En (Benavides and Diwekar, 2012a), se trabajó sobre la optimización de la concentración de biodiesel bajo el control de la temperatura del reactor, aplicando el principio de máximo para el control óptimo. Mostraron que un perfil variable de temperatura ofrece mejor operación del reactor respecto a temperatura constante, mejorando el rendimiento de biodiesel. Luego, en un trabajo posterior (Benavides and Diwekar, 2012b), tuvieron en cuenta la incertidumbre en la composición de la alimentación.

El objetivo de este trabajo es encontrar el perfil óptimo de temperatura que maximice la producción de biodiesel en un reactor batch. Para lograr dicho objetivo, se propone una novedosa estrategia que está basada en la serie de Fourier para la parametrización de la acción de control y en algoritmos evolutivos para la optimización de parámetros. La técnica tiene dos ventajas principales: se obtienen perfiles suaves, continuos y diferenciables, y además, se requiere una mínima cantidad de parámetros para lograrlo. La metodología se evalúa en el sistema de producción batch de biodiesel, el cual fue optimizado previamente por (Benavides and Diwekar, 2012a) empleando el principio del Máximo de Pontriagyn. Las simulaciones se llevan a cabo en el entorno de Matlab® y Simulink®, donde se programa el algoritmo de optimización por completo, incluyendo el algoritmo genético. Se comparan los resultados con los obtenidos en publicaciones previas.

## 2. Modelo matemático para la producción batch de biodiesel

El modelo matemático que tiene en cuenta la cinética de la reacción para la producción de biodiesel, se toma de (Benavides and Diwekar, 2012a), y se presenta a continuación:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{dx_1}{dt} = -k_1 x_1 x_5 + k_2 x_2 x_4 \\ \dot{x}_2 &= \frac{dx_2}{dt} = k_1 x_2 x_5 - k_2 x_2 x_4 - k_3 x_2 x_5 + k_4 x_3 x_4 \\ \dot{x}_3 &= \frac{dx_3}{dt} = k_3 x_2 x_5 - k_4 x_3 x_4 - k_5 x_3 x_5 + k_6 x_6 x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{dx_4}{dt} = k_1 x_1 x_5 - k_2 x_2 x_4 + k_3 x_2 x_5 + \dots \\ &\dots - k_4 x_3 x_4 + k_5 x_3 x_5 - k_6 x_6 x_4 \\ \dot{x}_5 &= \frac{dx_5}{dt} = -\frac{dx_4}{dt} \\ \dot{x}_6 &= \frac{dx_6}{dt} = k_5 x_3 x_5 - k_6 x_6 x_4 \end{aligned} \tag{1}$$

donde,  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$  son concentraciones de Triglicéridos (materia prima), Diglicéridos, Monoglicéridos, Metil Éster (biodiesel), Alcohol (reactivo) y Glicerol respectivamente, todas medidas en mol/L. Los coeficientes cinéticos están dados por la siguiente expresión:

$$k_i = A_i e^{(-b_i/T_i)}; \quad i = 1, 2, \dots, 6 \tag{2}$$

donde  $A_i$  y  $b_i$  son coeficientes de la ecuación de Arrhenius para cada componente. Los valores de dichos coeficientes se pueden ver en la Tabla 1.

Tabla 1: Parámetros de Arrhenius y Energía de Activación (Benavides and Diwekar, 2012a).

$A_1^*$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$
3.92e7	5.77e5	5.88e12	0.98e10	5.35e3	2.15e4
$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$	$b_6$
6614.83	4997.98	9993.96	7366.64	3231.18	4824.87

\* Los parámetros son reportados a una temperatura constante de 323 K.

## 3. Planteo del problema de optimización dinámica

En esta sección se formula el problema de control óptimo para el proceso de producción batch de biodiesel con un tiempo final de reacción fijo,  $t_f = 100min$ .

En este problema de control óptimo, el objetivo es maximizar la concentración de biodiesel en el tiempo final de reacción, encontrando el perfil óptimo de temperatura en función del tiempo. Es importante aclarar que se trata de una optimización dinámica en lazo abierto, es decir, el perfil óptimo para la acción de control se calcula fuera de línea para ser aplicado luego en el proceso real. El planteo del problema es el siguiente:

Encontrar el perfil de temperatura (vector) del reactor en función del tiempo:

$$u(t) = T_R(t) \tag{3}$$

que maximice la concentración de biodiesel (escalar) en el tiempo final de reacción:

$$J = \max [x_4(t_f)] \tag{4}$$

Sujeto a las restricciones de igualdad (matriz) que vienen dadas por el modelo matemático (Ec. 1):

$$\dot{X} = f(x_i, t, T_R) \tag{5}$$

las condiciones iniciales del proceso (vector):

$$x(0) = [0.3226; 0; 0; 1.9356; 0] \tag{6}$$

y las restricciones de desigualdad (escalar) que aplican a la acción de control:

$$298K \leq T_R(t) \leq 338K \tag{7}$$

#### 4. Estrategia basada en Fourier para la parametrización de la acción de control. Fundamentos

Basándose en la idea de que la acción de control puede ser una señal continua o continua por partes, la metodología propuesta supone que el perfil óptimo de la variable manipulada (desconocido) puede aproximarse mediante una función que pertenece al espacio  $L_2$ , como se detalla más adelante. Sin embargo, para manejar la sobre-parametrización y el problema de lidiar con los límites de la acción de control, se propone un desarrollo en serie de Fourier de esta función.

La hipótesis general en la que se basa la técnica propuesta es la siguiente: teniendo en cuenta que la convergencia de la serie de Fourier, en general, hace que los armónicos sucesivos tengan una amplitud cada vez menor (desigualdad de Bessel, identidad de Parseval (Kreyszig, 1978)), entonces, la suma de los primeros términos de la serie son suficientes para obtener una buena aproximación de la función.

Considerando que el perfil de operación para la acción de control  $u(t)$ , es desconocido, y que debe estar naturalmente acotado, ser continuo y suave (para ser implementado directamente en un proceso real), entonces la función será una señal con bajo contenido de armónicos, es decir, de baja frecuencia. Por lo tanto, se pretende aprovechar la capacidad que tiene la serie de Fourier para representar el contenido frecuencial de la señal, empleando los primeros términos solamente.

##### 4.1. Parametrización basada en Fourier

La idea principal de la metodología propuesta es que cualquier señal continua o continua por partes pertenece al espacio de Hilbert  $L_2 [0, t_f]$ , donde  $t_f$  es un tiempo final fijo. Por lo tanto, cualquier señal con estas características se puede construir a través de una combinación lineal de las bases que pertenecen al espacio.

En el espacio  $L_2 [0, t_f]$ , el producto interno entre dos funciones  $x, y \in L_2 [0, t_f]$ , se define como (Kreyszig, 1978):

$$\langle x, y \rangle = \int_0^{t_f} x(t)y(t)dt \tag{8}$$

y la norma inducida al cuadrado:

$$\|x\|^2 = \langle x, x \rangle = \int_0^{t_f} x(t)x(t)dt \tag{9}$$

$$\|y\|^2 = \langle y, y \rangle = \int_0^{t_f} y(t)y(t)dt$$

Una de las bases que pertenecen al espacio  $L_2 [0, t_f]$ , es la llamada base ortogonal trigonométrica de Fourier. La serie de Fourier establece que cualquier función que pertenezca  $L_2 [0, t_f]$  puede escribirse como una serie infinita de senos y cosenos (Nearing, 2006).

Sea  $f(t)$  una función continua o continua por partes, el desarrollo de la serie de Fourier de  $f(t)$  es (Nagle et al., 2001):

$$f(t) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \underbrace{a_k \cos\left(\frac{2k\pi}{P}t\right)}_{v_k} + \underbrace{b_k \sin\left(\frac{2k\pi}{P}t\right)}_{v_k} \right] \tag{10}$$

Donde,  $P$  es el periodo de tiempo para el desarrollo de la serie,  $k$  representa los términos senos y cosenos de la serie y  $a_0, a_k, b_k$  son los coeficientes de Fourier.

Si el perfil a optimizar es suave, por ende, de baja frecuencia, la mayor parte de la energía de la señal estará representada por el desarrollo de los primeros términos de la serie de Fourier. Lo que significa una gran ventaja ya que se obtendrá una buena representación con un mínimo número de parámetros a optimizar. De esta manera se puede ver que la serie de Fourier es útil para cumplir con la premisa de una función naturalmente delimitada y también que garantiza un número reducido de parámetros para la aproximación.

##### 4.2. Cambio de base

Otra de las bases que pertenece al espacio  $L_2 [0, t_f]$  es la base polinómica ortonormal, que se obtiene por medio de un procedimiento de ortogonalización de Gram-Schmidt de la base polinómica  $B = \{1, t, t^2, t^3, \dots\}$  en el intervalo  $[0, t_f]$  y luego se normaliza. De esta manera, se obtiene la base ortonormal:

$$B' = \{p_0, p_1, p_2, \dots\} \tag{11}$$

donde,

$$\langle p_i, p_j \rangle = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}; \forall i, j \in \{1, 2, 3, \dots\} \tag{12}$$

Entonces, una vez propuesta una aproximación de Fourier, se pretende encontrar el polinomio ortonormal de orden  $l$  que tiene ese desarrollo de Fourier, es decir, que tiene exactamente esos coeficientes de Fourier para representar finalmente la acción de control propuesta. Este paso se lleva a cabo para eliminar la característica oscilatoria de las funciones seno-coseno. Entonces, para encontrar los coeficientes del polinomio que se corresponden con los de Fourier, se lleva a cabo una “anti-transformación” de la base de Fourier a la base del polinomio.

Luego, para cada desarrollo de la serie truncada, con sus respectivos parámetros  $\{a_0, a_1, b_1, \dots, a_m, b_m\}$ , siendo  $m$  el número de términos senos y cosenos considerados, existe solo un polinomio de orden  $l$ , con sus respectivos coeficientes  $\{c_0, c_1, \dots, c_l\}$ , tal que represente una acción de control propuesta:

$$u(t) = c_0p_0 + c_1p_1 + c_2p_2 + \dots + c_l p_l \cong f(t) \tag{13}$$

donde  $p_0, p_1, p_l$  son los polinomios que surgen del proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt de  $\{1, t, t^2, \dots\}$ . La Ec. (13) representa directamente la acción de control propuesta en función del tiempo, que será evaluada como variable manipulada en el sistema, considerando el planteo de control óptimo mostrado en la Sección 3.

En síntesis, la serie de Fourier originalmente generada con  $n = (2m + 1)$  parámetros, se transforma en un polinomio suave de orden  $l$ , cuyos coeficientes se calculan reemplazando la Ec. (13) en Ec. (10) (considerando que  $f(t) \cong u(t)$ ), luego despejando los coeficientes del polinomio, se tiene:

$$c_0 = \frac{a_0}{p_0}; \quad c_1 = b_1 \frac{\langle v_1, v_1 \rangle}{\langle p_1, v_1 \rangle}; \quad c_2 = a_1 \frac{\langle w_1, w_1 \rangle}{\langle p_2, w_1 \rangle}; \dots \quad (14)$$

donde, el símbolo " $\langle \cdot, \cdot \rangle$ " indica el producto interno (Kreyszig, 1978).

De esta manera, si se logra obtener los parámetros óptimos de Fourier, tal que se encuentre el mejor vector de control  $u(t)$  (Ec. (13)) que minimice el funcional  $J$  (función objetivo, Ec. (4)), entonces se logra el control óptimo del sistema.

#### 4.3. Procedimiento general

En síntesis, el procedimiento genérico de la estrategia propuesta es el siguiente:

- 1) Parametrizar la entrada considerando la serie de Fourier, utilizando un número finito de variables de decisión (parámetros de Fourier:  $a_0, a_1, b_1, \dots, a_m, b_m$ ), con  $n=2m+1$ , siendo  $n$  el número de parámetros a optimizar.
- 2) Elegir una estimación inicial para las variables de decisión (mediante una búsqueda de distribución uniforme de tipo aleatorio, por ejemplo, Montecarlo).
- 3) Por medio de Gram-Schmidt, ortogonalizar la base B teniendo en cuenta el intervalo de tiempo  $[0-t_f]$ . Luego, llevar a cabo la transformación de bases calculando los coeficientes del polinomio, teniendo en cuenta la Ec. (14) según corresponda. El polinomio de orden  $l$  (Ec. (13)) resultante es directamente el perfil propuesto para la variable de control.
- 4) Resolver el sistema de ecuaciones (el modelo matemático, en el intervalo  $[0-t_f]$ ), usando como entrada el polinomio encontrado en el paso anterior. Luego, calcular la función objetivo  $J$ .
- 5) Mediante algún algoritmo estocástico, como por ejemplo, algoritmos genéticos (Fernández et al., 2019a) o algoritmo de colonia de hormigas, optimizar los parámetros de Fourier.

Finalmente, los pasos 4 y 5 se repiten hasta lograr la convergencia del algoritmo. De esta manera, se encuentra el mejor polinomio que representa a la acción de control óptima que minimiza/maximiza la función objetivo.

Es importante tener en cuenta que, al considerar solo los primeros términos del desarrollo de la serie de Fourier, la condición de suavizado para el perfil de control se está utilizando implícitamente. Sin embargo, esta característica no condiciona la técnica propuesta, ya que se puede encontrar un perfil no uniforme agregando términos senos y cosenos en la aproximación de Fourier.

#### 4.4. Optimización de parámetros con algoritmos evolutivos

De acuerdo a lo expuesto anteriormente, el procedimiento de optimización comienza con la suposición de los coeficientes de Fourier, con los cuales se encuentran luego los coeficientes del polinomio ortonormal que representará la acción de control propuesta. Éste perfil de control se simula en el modelo matemático y se calcula la función objetivo.

La metodología de optimización de parámetros que se emplea en este trabajo fue originalmente diseñada por el grupo de trabajo (Fernández et al., 2019a). Se trata de un algoritmo híbrido que combina el método de Montecarlo con algoritmos genéticos, en el cual, con el primero se genera una población inicial de individuos, luego se seleccionan los mejores y finalmente se refina ese grupo de individuos seleccionados a través de algoritmos genéticos.

El algoritmo de Montecarlo consiste en un algoritmo aleatorio que hace elecciones al azar para producir un resultado. Esto implica que pueda dar un índice mayor o menor, es decir, está sujeto a probabilidad.

En esta metodología, la probabilidad de encontrar el óptimo es limitada. Una forma de aumentar dicha probabilidad es simplemente ejecutar el algoritmo repetidamente ( $N$  veces) con opciones aleatorias independientes de los parámetros en cada momento (ver Teorema 2 de (Tempo and Ishii, 2007)).

Por lo tanto, para generar la población inicial de individuos, en primer lugar se definen los parámetros a optimizar, es decir, parámetros de Fourier:  $a_0, a_1, b_1, \dots, a_m, b_m$ . Luego se determina el número de simulaciones a efectuar ( $N$ ), es decir, el tamaño de la población inicial. De forma aleatoria se asigna un valor para cada parámetro, teniendo la ventaja de que, al ser parámetros de Fourier y de amplitud decreciente, estos valores están acotados aproximadamente entre los límites permitidos para la acción de control. Para cada conjunto de parámetros (individuo) propuesto, se simula el proceso y se calcula  $J$ . Finalmente los individuos se ordenan en orden decreciente según el valor de  $J$ .

De esta manera se ha generado la población inicial de  $N$  individuos, de la cual se seleccionan los primeros  $M$ , generalmente  $M=50$ , que corresponden a la generación de "padres" que se utiliza para comenzar la optimización con algoritmos genéticos.

Los algoritmos genéticos son métodos evolutivos que se emplean para resolver problemas de búsqueda y optimización. Básicamente, el algoritmo consiste en trabajar con una población de individuos, cada uno de los cuales representa una solución factible al problema dado. A cada individuo se le asigna un valor o puntuación (selección), relacionado con la bondad de dicha solución y, mediante operaciones propias del algoritmo (cruzamiento, mutación), los individuos modificados forman nuevas generaciones que permiten la evolución del sistema en búsqueda del valor óptimo (Rajarithnam et al., 2016).

Los parámetros de Fourier, se asume son números reales, por lo tanto, se trabaja con una codificación por valor directo. Es decir, se empleó directamente el valor del parámetro, sin emplear codificación binaria. Por lo tanto, cada individuo está formado por un conjunto de parámetros que tienen su valor real, y que son afectados por las operaciones del algoritmo. La metodología para la selección de los individuos más capacitados en cada generación se efectúa a través de una

selección elitista, en la cual se copia el mejor individuo o alguno de los mejores en la nueva población. El elitismo mejora el funcionamiento de los algoritmos genéticos al evitar que la pérdida de la posible mejor solución. Para el cruzamiento o reproducción, se emplea la técnica de un punto, donde los dos cromosomas (parámetros) padres se cortan por un punto, se copia la información genética de uno de los padres desde el inicio hasta el punto de cruce y el resto se copia del otro progenitor. El objetivo del cruce es conseguir que el descendiente mejore la aptitud de sus padres. Para la operación de mutación, se elige una posición en el cromosoma y se cambia dicho valor aleatoriamente. Para alcanzar la solución del problema se puede fijar un número máximo de iteraciones antes de finalizar el algoritmo o detenerlo cuando no se produzcan más cambios en la población (convergencia del algoritmo).

## 5. Optimización dinámica del proceso batch de biodiesel

Como se planteó en la Sección 3, el objetivo de optimización es encontrar el mejor perfil de temperatura que maximice la producción de biodiesel. Por lo tanto, en esta sección se pretende parametrizar el vector de control (Temperatura en función del tiempo) aplicando el desarrollo que se mostró en la Sección 4.

- 1- En primer lugar, se establece que serán necesarios los primeros tres términos de Fourier, es decir, será necesario optimizar  $a_0$ ,  $a_1$  y  $b_1$ . Se considera que, al tratarse de una señal suave (perfil de temperatura), con estos términos, se capta más del 85 % de la energía de la señal real.
- 2- Empleando un algoritmo completamente aleatorio (Montecarlo) se genera una serie de conjuntos de parámetros, formando con ellos una matriz inicial que se define como:  $AB_{500 \times 3}$ . Dicha matriz contiene 500 conjuntos de parámetros (individuos) completamente aleatorios.
- 3- Para lograr un perfil uniforme es necesario encontrar el polinomio correspondiente a cada uno de los individuos encontrados anteriormente. Para esto, es necesario llevar a cabo la transformación de la base por única vez. A continuación se define el orden del polinomio  $l=2$ , es decir, se considera que el perfil de temperatura óptimo está bien representado con un polinomio de segundo orden:  $T(t) = u(t) = c_0 p_0 + c_1 p_1 + c_2 p_2$ . Donde, los coeficientes  $c_i$  se calculan según las Ecs. (14).
- 4- Se resuelve el sistema de ecuaciones (1) para los 500 perfiles  $T(t)$  encontrados en el paso anterior. Luego se calcula  $J$  (Ec. (4)) para cada simulación.
- 5- En este paso se aplica un algoritmo genético (que fue desarrollado previamente por el grupo de trabajo (Fernández et al., 2019a)) para optimizar los parámetros de Fourier, el cual se programa completamente en código Matlab®. Para llevar a cabo el algoritmo, mediante la evaluación de la función objetivo se seleccionan los 50 mejores individuos, los

cuales se toman como el conjunto de individuos a optimizar con el algoritmo genético.

- 6- Luego de una serie de operaciones de selección, mutación y cruzamiento (repetición de los pasos 4 y 5), el algoritmo converge y se obtiene el conjunto de parámetros óptimos, por ende, el perfil óptimo de Temperatura con el que se logra la máxima concentración de biodiesel.

Es importante resaltar que los perfiles óptimos son obtenidos en lazo abierto, por lo tanto, es necesario aplicar luego alguna estrategia control para el seguimiento de dichos perfiles óptimos en lazo cerrado, por ejemplo, empujando control de seguimiento basado en álgebra lineal (Fernández et al., 2020, Fernández M. C., 2020, Cecilia Fernández et al., 2019, Fernández et al., 2019b, Fernández et al., 2019c, Pantano et al., 2018, Pantano et al., 2017)

## 6. Resultados y Discusión

El procedimiento de optimización se lleva a cabo en el entorno de simulación de Matlab® y Simulink®. Los resultados obtenidos se comparan con aquellos publicados en (Benavides and Diwekar, 2012a). Es válido aclarar que, para poder llevar a cabo una correcta comparación, se han empleado los mismos parámetros de modelo, condiciones iniciales y tiempo final. Estos valores se pueden encontrar en (Benavides and Diwekar, 2012a).

En el trabajo de (Benavides and Diwekar, 2012a), la estrategia de control óptimo que se utilizó está basada en el Principio del Máximo de Pontryagin. Los resultados numéricos mostraron que fueron necesarias doce iteraciones para alcanzar la concentración máxima de biodiesel, empleando seis parámetros (variables adjuntas) para optimizar. El valor óptimo de la Función Objetivo que consiguieron fue de  $0.7944 \text{ mol/L}$ . Por otro lado, aplicando la metodología propuesta en este trabajo, que está basada en Fourier para la parametrización de la acción de control, el máximo valor de la función objetivo (Ec. (4)) que se obtuvo es  $0.8153 \text{ mol/L}$  de biodiesel, empleando solamente tres parámetros de Fourier.

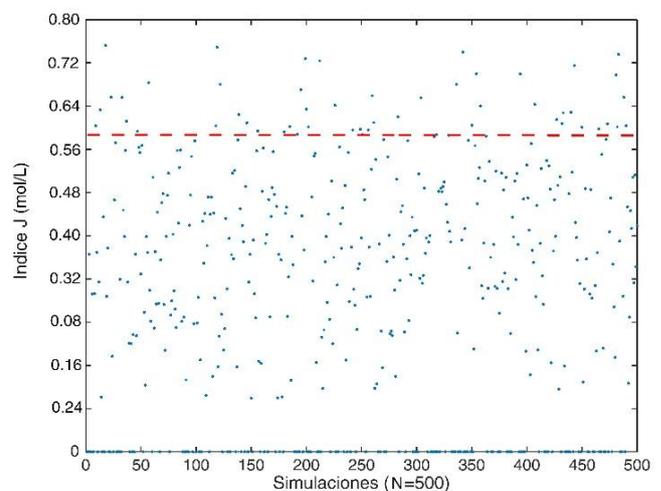


Figura 1: Simulaciones de Montecarlo. La línea punteada separa los 50 mejores valores (parte superior).

En la Figura 1 se pueden observar los valores de la función objetivo para las 500 simulaciones de Montecarlo, por encima

de la línea punteada se encuentran los 50 mejores que pasan al siguiente algoritmo de refinamiento, es decir, algoritmo genético.

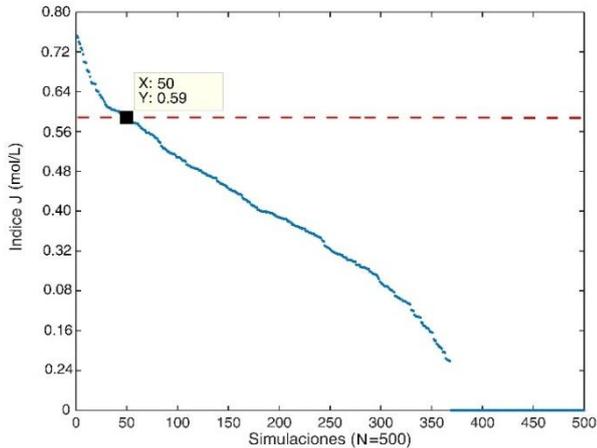


Figura 2: Simulaciones de Montecarlo. Valores de J ordenados de mayor a menor. La línea punteada separa los 50 mejores valores (parte superior).

La Figura 2 muestra los índices ordenados de forma decreciente, se pueden notar una serie de valores nulos, éstos corresponden a aquellos índices que han sido penalizados por violar alguna restricción.

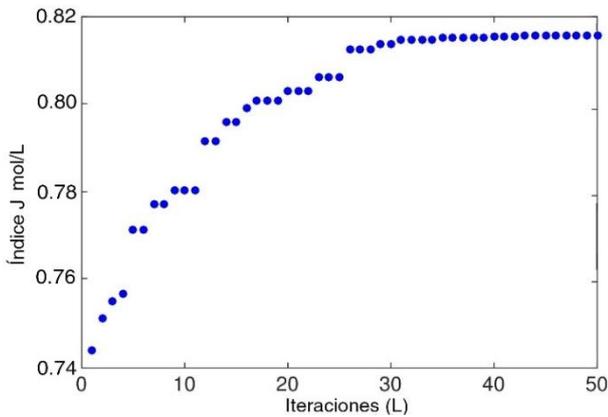


Figura 3: Optimización aplicando algoritmos genéticos. Se muestran 50 iteraciones.

En la Figura 3 se puede observar el refinamiento logrado luego de aplicar algoritmos genéticos, donde se consiguió aumentar el índice desde 0.75 hasta 0.8153 mol/L. Como puede observarse, luego de la iteración número 35 ya no se consiguen cambios significativos, por lo que se considera que el algoritmo converge.

El perfil óptimo de operación para la acción de control (Temperatura) que se obtuvo con ambas técnicas, se puede observar en la Figura 4. Como se puede ver, el perfil de temperatura obtenido con la estrategia basada en Fourier es suave, continuo y diferenciable, y además, implica menor esfuerzo en la acción de control que el obtenido por (Benavides and Diwekar, 2012a). Es decir, la norma cuadrado de la acción de control (Ec. 9) del perfil propuesto es notablemente menor que el de referencia.

La Figura 5 muestra el perfil óptimo de biodiesel en función del tiempo, comparado con el obtenido en (Benavides and Diwekar, 2012a). Se puede observar una mejora de aproximadamente el 2.5% en concentración de biodiesel aplicando la estrategia basada en Fourier.

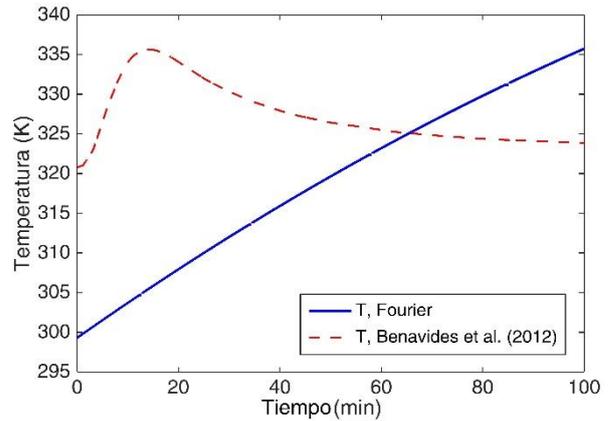


Figura 4: Perfil óptimo de temperatura que maximiza la concentración de biodiesel al final del tiempo de reacción.

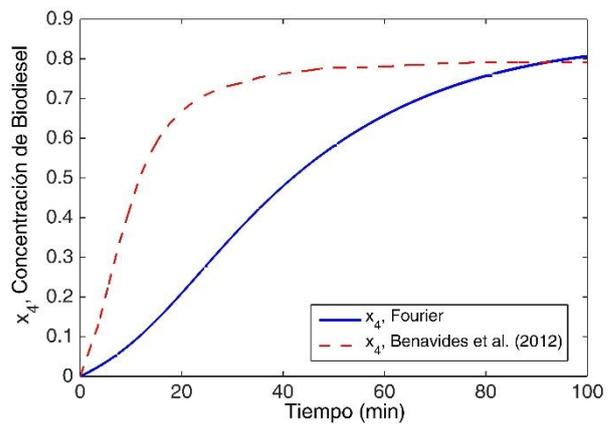


Figura 5: Perfil óptimo de temperatura que maximiza la concentración de biodiesel al final del tiempo de reacción.

Los resultados que se exponen en esta sección, demuestran la eficiencia de la metodología propuesta para lograr el objetivo planteado en este trabajo, consiguiendo optimizar el proceso de biodiesel empleando solamente tres parámetros.

## 7. Conclusiones

En este trabajo se presenta una estrategia basada en la serie de Fourier para la parametrización de la acción de control del proceso de producción de biodiesel. La metodología se evaluó a través de simulaciones y los resultados se compararon con los publicados previamente. El valor de concentración de biodiesel en el tiempo final de reacción que se obtuvo, es aproximadamente un 2.5 % superior que el reportado en bibliografía, con la ventaja de emplear solamente tres parámetros para la optimización dinámica del proceso, además de asegurar que el perfil óptimo para la acción de control es suave, continuo y diferenciable. Se considera que la estrategia propuesta en este trabajo es prometedora a la hora de optimizar, no solo el proceso de producción de biodiesel, sino también sistemas no lineales multivariables en general. Cabe destacar que los autores no han encontrado hasta la fecha, antecedentes sobre la aplicación de la serie de Fourier para la parametrización de la acción de control.

## Agradecimientos

Agradecemos al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas (CONICET) por financiar este proyecto, y al Instituto de Ingeniería Química (IIQ) de la Universidad Nacional de San Juan (UNSJ) por su continua colaboración.

## Referencias

- Benavides, P. T. & Diwekar, U., 2012a. Optimal control of biodiesel production in a batch reactor: Part I: Deterministic control. *Fuel*,94, 211-217. doi:10.1016/j.fuel.2011.08.035.
- Benavides, P. T. & Diwekar, U., 2012b. Optimal control of biodiesel production in a batch reactor: Part II: Stochastic control. *Fuel*,94, 218-226. doi:10.1016/j.fuel.2011.08.033.
- Brásio, A. S., Romanenko, A., Leal, J., Santos, L. O. & Fernandes, N. C., 2013. Nonlinear model predictive control of biodiesel production via transesterification of used vegetable oils. *Journal of Process Control*,10,23, 1471-1479. dx.doi.org/10.1016/j.jprocont.2013.09.023.
- Cantrell, D. G., Gillie, L. J., Lee, A. F. & Wilson, K., 2005. Structure-reactivity correlations in MgAl hydrotalcite catalysts for biodiesel synthesis. *Applied Catalysis A: General*,2,287, 183-190. doi.org/10.1016/j.apcata.2005.03.027.
- Fernández, Cecilia, M., Nadia Pantano, M., Rossomando, F. G., Alberto Ortiz, O. & Scaglia, G. J., 2019. State estimation and trajectory tracking control for a nonlinear and multivariable bioethanol production system. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*,1,36, 421-437. dx.doi.org/10.1590/0104-6632.20190361s20170379.
- Fernández, C., Pantano, N., Godoy, S., Serrano, E. & Scaglia, G., 2019a. Optimización de Parámetros Utilizando los Métodos de Monte Carlo y Algoritmos Evolutivos. Aplicación a un Controlador de Seguimiento de Trayectoria en Sistemas no Lineales. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*,1,16, 89-99. doi.org/10.4995/riai.2018.8796.
- Fernández M. C., P. M. N., Rodríguez L., Scaglia G. , 2020. State Estimation and Nonlinear Tracking Control Simulation Approach. Application to a Bioethanol Production System. *Bioprocess and Biosystems Engineering*, In press.
- Fernández, M. C., Pantano, M. N., Machado, R. A. F., Ortiz, O. A. & Scaglia, G. J., 2019b. Nonlinear multivariable tracking control: application to an ethanol process. *International Journal of Automation and Control*,4,13, 440-468. doi.org/10.1504/IJAAC.2019.100470.
- Fernández, M. C., Pantano, M. N., Rómoli, S., Patiño, H. D., Ortiz, O. A. & Scaglia, G. J., 2019c. An algebra approach for nonlinear multivariable fed-batch bioprocess control. *International Journal of Industrial and Systems Engineering*,1,33, 38-57. doi.org/10.1504/IJISE.2019.102041.
- Fernández, M. C., Pantano, M. N., Serrano, E. & Scaglia, G., 2020. Multivariable Tracking Control of a Bioethanol Process under Uncertainties. *Mathematical Problems in Engineering*,2020. doi.org/10.1155/2020/8263690.
- Ho, Y., Mjalli, F. & Yeoh, H., 2010. Multivariable adaptive predictive model based control of a biodiesel transesterification reactor. *Journal of Applied Sciences*,12,10, 1019-1027. 10.3923/jas.2010.1019.1027.
- Ignat, R. M. & Kiss, A. A., 2013. Optimal design, dynamics and control of a reactive DWC for biodiesel production. *Chemical Engineering Research and Design*,9,91, 1760-1767. doi.org/10.1016/j.cherd.2013.02.009.
- Kreyszig, E. 1978. *Introductory functional analysis with applications*, wiley New York.
- Mjalli, F. S., Kim San, L., Chai Yin, K. & Azlan Hussain, M., 2009. Dynamics and control of a biodiesel transesterification reactor. *Chemical Engineering & Technology*,1,32, 13-26. doi.org/10.1002/ceat.200800243.
- Nagle, R. K., Saff, E. B. & Snider, A. D. 2001. *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera*, Pearson Educación.
- Nasir, N., Daud, W. R. W., Kamarudin, S. & Yaakob, Z., 2013. Process system engineering in biodiesel production: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*,22, 631-639. 10.1016/j.rser.2013.01.036.
- Nearing, J., 2006. *Mathematical tools for physics*.
- Pantano, M. N., Fernández, M. C., Serrano, M. E., Ortiz, O. A. & Scaglia, G. J. E., 2018. Tracking Control of Optimal Profiles in a Nonlinear Fed-Batch Bioprocess under Parametric Uncertainty and Process Disturbances. *Industrial & Engineering Chemistry Research*,32,57, 11130-11140. 10.1021/acs.iecr.8b01791.
- Pantano, M. N., Serrano, M. E., Fernández, M. C., Rossomando, F. G., Ortiz, O. A. & Scaglia, G. J., 2017. Multivariable Control for Tracking Optimal Profiles in a Nonlinear Fed-Batch Bioprocess Integrated with State Estimation. *Industrial & Engineering Chemistry Research*,20,56, 6043-6056. doi.org/10.1021/acs.iecr.7b00831.
- Rajarithnam, K., Gomm, J. B., Yu, D.-L. & Abdelhadi, A. S., 2016. PID controller tuning for a multivariable glass furnace process by genetic algorithm. *International Journal of Automation and Computing*,1,13, 64-72. doi.org/10.1007/s11633-015-0910-1.
- Salvi, B. & Panwar, N., 2012. Biodiesel resources and production technologies—A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*,6,16, 3680-3689. 10.1016/j.rser.2012.03.050.
- Santori, G., Di Nicola, G., Moglie, M. & Polonara, F., 2012. A review analyzing the industrial biodiesel production practice starting from vegetable oil refining. *Applied energy*,92, 109-132. 10.1016/j.apenergy.2011.10.031.
- Tempo, R. & Ishii, H., 2007. Monte Carlo and Las Vegas Randomized Algorithms for Systems and Control: An Introduction. *European Journal of Control*,2-3,13, 189-203. http://dx.doi.org/10.3166/ejc.13.189-203.
- Wali, W., Al-Shamma'a, A., Hassan, K. H. & Cullen, J., 2012. Online genetic-ANFIS temperature control for advanced microwave biodiesel reactor. *Journal of Process Control*,7,22, 1256-1272. 10.1016/j.jprocont.2012.05.013
- Wali, W., Hassan, K., Cullen, J., Shaw, A. & Al-Shamma'a, A., 2013. Real time monitoring and intelligent control for novel advanced microwave biodiesel reactor. *Measurement*,1,46, 823-839.
- Zhang, M., Gao, Z., Zheng, T., Ma, Y., Wang, Q., Gao, M. & Sun, X., 2016. A bibliometric analysis of biodiesel research during 1991–2015. *Journal of Material Cycles and Waste Management*, 1-9. doi.org/10.1007/s11356-018-2598-6.
- Zhang, Y., Dube, M., McLean, D. & Kates, M., 2003. Biodiesel production from waste cooking oil: 1. Process design and technological assessment. *Bioresource technology*,1,89, 1-16. 10.1016/S0960-8524(03)00040-3.