

Revisión de la formulación SPRESSO del problema de reasignación del espectro en redes ópticas flexigríd

Carlos E. Testuri

Depto de Investigación Operativa, Inst. de Computación, Facultad de Ingeniería, Universidad de la República. J.Herrera y Reissig 565, 11.300 Montevideo, Uruguay

Febrero 2018

Resumen

En las redes ópticas con asignación flexible de espectro deben gestionar condiciones de diseño de los sistemas de ruteo y la asignación del espectro de las conexiones que demanda el tráfico en la red. En este trabajo se realiza un análisis y revisión de la formulación SPRESSO [1], basada en programación entera mixta del problema. Se propone la ampliación de las conexiones a reasigna considerando no solo las conexiones que se vinculan directamente, sino además aquellas conexiones de segundo o superior grado de vínculo. Se sugiere permitir reasignar conexiones hacia canales que originalmente se encuentran ocupados, pero que su vez van a quedar disponibles debido a otra reasignación que los libera simultáneamente. Se propone sustituir la variable que determina conexiones de reasignación por una expresión sin afectar la fortaleza de la formulación. Además, se plantea sustituir la cota superior del valor objetivo por un control del tiempo de resolución. Finalmente, se realizan experimentos computacionales para una red óptica, a partir de cuyos resultados se pueden confirmar la ventajas de la revisión.

Keywords: routing and spectrum allocation, spectrum defragmentation, flex-grid optical networks

1. Introducción

Las redes ópticas con asignación flexible de espectro permiten la remoción del espacio de espectro asignado a las conexiones ópticas independientemente del ancho de banda requerido [2]. El espectro óptico disponible en la red se divide en

slots de frecuencia de un ancho fijo establecido; de tal forma que una conexión óptica se puede asignar a un conjunto de slots disponibles que coincidan con el ancho de banda real de la demanda de la conexión. Debido a la tecnología disponible, dicha asignación debe cumplir dos condiciones: los slots deben estar contiguos en el dominio del espectro, y deben mantener la contigüidad a lo largo de los enlaces en el camino de la conexión. Estas condiciones determinan el diseño de los sistemas de gestión del ruteo y la asignación del espectro de las conexiones que demanda el tráfico en la red.

Los autores Alberto Castro et al. han establecido una formulación del problema de asignación de espectro flexible, denominada SPRESSO, mediante programación entera mixta [1]. En la cual la topología de la red óptica es representada mediante un grafo. La capacidad de cada enlace óptico se puede dividir en un conjunto de slots de frecuencia disponible, denominado S . Dado un requisito de conexión d por un ancho de banda $B(d)$ Gb/s, el espacio del espectro requerido es una función de la eficiencia espectral, B_{mod} en b/s/Hz, del formato de modulación elegido y del ancho del slot, $F(S)$ en GHz. Por lo que la cantidad de slots contiguos de un requerimiento d es $S(d) = \lceil \frac{B(d)}{B_{mod}F(S)} \rceil$. El requerimiento de contigüidad de los slots de una conexión puede representarse mediante conjuntos de slots pre-establecidos denominados canales [3]. A modo de ejemplo, para un conjunto (ordenado) de n slots $S = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ se tienen $n - 1$ canales de tamaño de dos slots contiguos, $C_2 = \{(s_1, s_2), (s_2, s_3), \dots, (s_{n-1}, s_n)\}$ y en general se tienen $n - q + 1$ canales de tamaño q slots contiguos, $C_q = \{(s_1, \dots, s_q), (s_2, \dots, s_{q+1}), \dots, (s_{n-q+1}, \dots, s_n)\}$. Por lo que para un conjunto de tamaños de canales de cardinalidad m , se tiene una cota superior de nm canales posibles de comunicación. Dada la representación implícita de la contigüidad de los slots en los canales, las conexiones pueden asignarse directamente a los canales. No obstante, los canales se superponen fuertemente en términos de sus slots, por lo que será necesario imponer restricciones de exclusión a partir de los slots que componen los canales a los que las conexiones pueden asignarse.

A modo de ejemplo se tiene una asignación de 8 conexiones, p_1, \dots, p_8 , en un espectro de 16 slots sobre una red constituida por 11 enlaces según se muestra en la Figura 1. Las conexiones tienen un ancho de banda compuesto por slots contiguos y se establecen para algunos enlaces de la red (los que, sin pérdida de generalidad, se representan contiguos para facilitar la interpretación). En el cual se plantea el ingreso de una nueva conexión, $newP$ sobre los enlaces 4, 5 y 6. Para la reasignación se consideran como candidatas a reasignar las conexiones que comparten enlaces con $newP$, es decir p_2, p_4, p_5, p_6, p_7 y p_8 . El ingreso de $newP$ implica la reasignación de 3 conexiones, p_6, p_7 y p_8 , según se muestra en Figura 2.

El problema tiene como datos de entrada, una red óptica representada por un

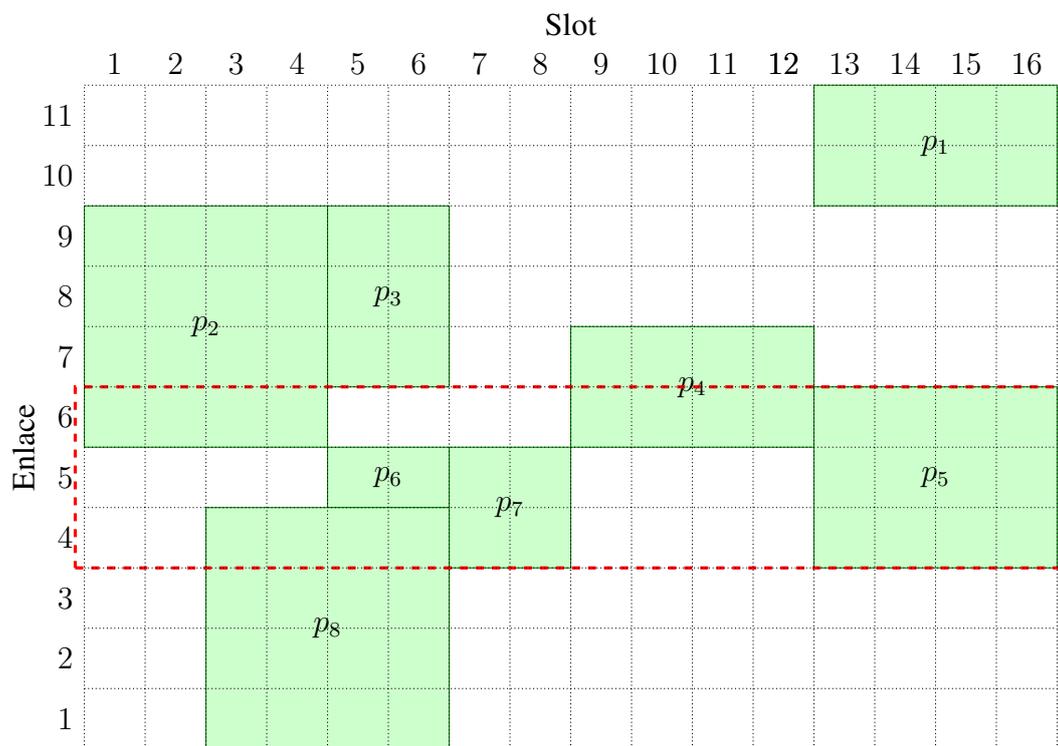


Figura 1: Ejemplo de asignación de espectro en el que se considera el ingreso de $newP$ en enlaces 4, 5 y 6 (punteado rojo). Con la posible reasignación de las conexiones que comparten sus enlaces, p_2, p_4, p_5, p_6, p_7 y p_8 .

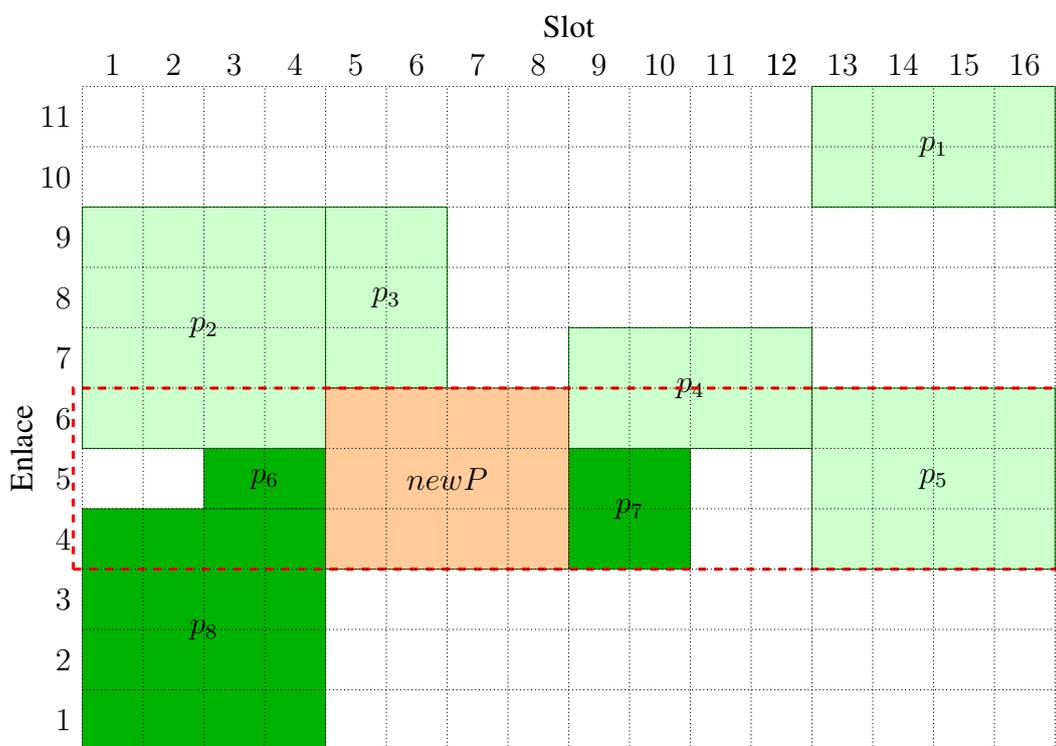


Figura 2: Reasignación del espectro en el que ingresa $newP$ y se reasignan las conexiones que comparten sus enlaces, p_6 , p_7 y p_8 .

grafo $G(N, E)$, donde N y E son los conjuntos de nodos y enlaces, respectivamente, el conjunto de slots de frecuencia disponible para cada enlace, denominado S , el conjunto de conexiones ya establecidos, denominadas P , y la conexión a establecer, denominada $newP$. Se asume que la conexión ya tiene un camino de enlaces determinado pero no tiene una asignación de espectro. La solución al problema busca establecer el nuevo espectro de cada conexión reasignada y la asignación de espectro para $newP$ de forma de minimizar el total de reasignaciones de espectro. Las entidades y los parámetros del problema se establecen en la Tabla 1.

Tabla 1: Entidades y parámetros de modelo SPRESSO

E	conjunto de enlaces
P	conjunto de conexiones establecidas
E_p	subconjunto de enlaces E con los enlaces de la conexión p
P_e	subconjunto de conexiones P que usan el enlace e
P_p	subconjunto de conexiones P que comparten al menos un enlace con el camino p , $P_p := \bigcup_{e \in E_p} P_e$
$newP$	conexión candidata
Pm	conjunto de P con las conexiones candidatas a reasignar $Pm := P_{newP} \cup \{newP\}$
S	conjunto de slots de frecuencia
C	conjunto de canales
C_p	subconjunto de canales C asociados a la conexión p
δ_{cs}	1 si el canal c utiliza el slot s , 0 en o.c.
ω_{pc}	1 si la conexión p estaba usando el canal c , 0 en otro caso
η_{es}	1 si el slot s en el enlace e se encuentra libre, 0 en otro caso
$maxR$	máxima cantidad de conexiones que se permite reasignar

Las variables del problema se establecen en la Tabla 2.

Tabla 2: Variables de modelo SPRESSO

x_{pc}	1 si el canal c es asignado a la conexión p , 0, en otro caso
y_p	1 si la conexión p es reasignada, 0, en otro caso
r	cantidad de conexiones a reasignar

La formulación mediante programación entera mixta del modelo es

$$\text{(SPRESSO) : } \min \quad r \quad (1)$$

s.a.

$$r = \sum_{p \in Pm \setminus \{newP\}} y_p, \quad (2)$$

$$\sum_{c \in C_p} x_{pc} = 1, \quad \forall p \in Pm, \quad (3)$$

$$x_{pc} - \omega_{pc} \leq y_p, \quad \forall p \in Pm, c \in C_p \quad (4)$$

$$\sum_{p \in P_e} \sum_{c \in C_p} \delta_{cs} x_{pc} \leq \eta_{es}, \quad \forall e \in E, s \in S \quad (5)$$

$$0 \leq r \leq maxR, \quad (6)$$

$$x_{pc}, y_p \in \{0, 1\}, \quad \forall p \in Pm, c \in C_p,$$

La función objetivo (1) minimiza la cantidad de conexiones que se necesitan reasignar al asignar la conexión *newP*. La restricción (2) determina la cantidad de conexiones reasignadas. La restricción (3) asigna un canal a cada conexión. La restricción (4) establece si una conexión es reasignada. La restricción (5) garantiza que a cada slot de todo enlace que se encuentra libre se le asigna a lo sumo una conexión. La cantidad de conexiones a reasignar está limitada según la restricción (6). El problema incluye $O(|Pm|(|C| + 1))$ variables y $O(|Pm||C| + |E||S|)$ restricciones.

2. Revisión del modelo

En esta sección se trata la revisión del modelo SPRESSO. Para la revisión se asume que cada conexión ya tiene determinado un camino, es decir se asume que el problema de ruteo se resolvió previa e independientemente mediante por ejemplo el camino más corto.

2.1. Alcance de conexiones a reasignar

El modelo SPRESSO considera como conexiones candidatas a reasignar las que comparten enlaces solo con la conexión que se asigna. La estrategia reduce el tiempo de resolución del modelo a expensas de reducir el espacio de soluciones factibles. Una alternativa es considerar no solo las conexiones que se vinculan, mediante enlaces, directamente con la que se asigna, sino considerar además aquellas conexiones de segundo orden o superiores en grado de vínculo. A partir del

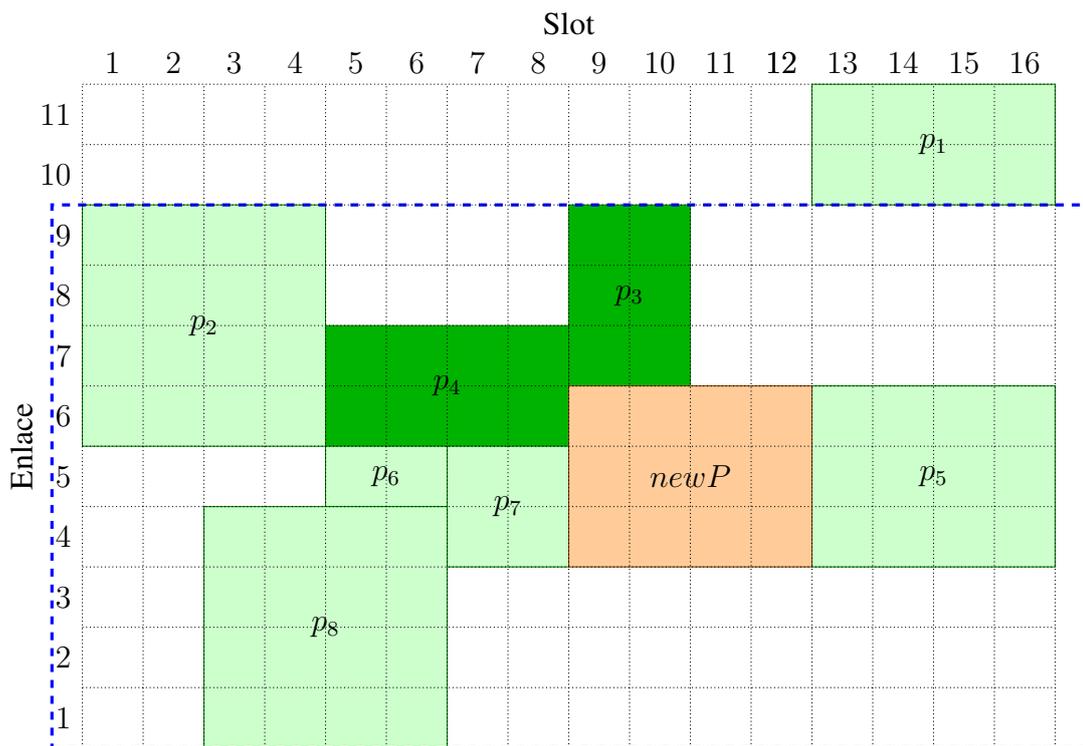


Figura 3: Reasignación del espectro en el que ingresa $newP$ y se reasignan las conexiones p_3 y p_4 , que comparten enlaces con $newP$. Donde se consideran las conexiones que comparten enlaces con $newP$ y las conexiones que comparten enlaces con las conexiones que comparte enlaces con $newP$, es decir $p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7$ y p_8 (punteado azul).

ejemplo establecido en la Figura 1. La nueva estrategia considera aquellas conexiones que comparten enlaces con $newP$ o comparten enlaces con las conexiones que comparten algún enlace con $newP$, es decir $p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7$ y p_8 , o sea hasta el segundo orden de vínculo. Por lo cual el ingreso de $newP$ en la nueva estrategia acarrea la reasignación de dos conexiones, p_3 y p_4 , según se muestra en Figura 3. La nueva estrategia, al considerar mayor cantidad de conexiones que la original, permite incorporar la conexión $newP$ con una menor reasignación de conexiones existentes. Este esquema se puede generalizar hasta incluir el máximo grado de vínculo, que en el ejemplo coincide con el de segundo orden. La conexión p_1 no esta contenida en el conjunto de conexiones de máximo grado de vínculo, por lo que no será considerada candidata a reasignar al tratar el ingreso de $newP$. Como revisión se propone ampliar el alcance del conjunto de conexiones a considerar Pm según su nivel de vínculo k -ésimo con la notación $Pm(k) := \bigcup_{p \in Pm(k-1)} P_p \cup Pm(k-1)$ donde $Pm(1) := P_{newP} \cup \{newP\}$. Existe un valor de $k = \bar{k}$, tal que $Pm(k) = Pm(k-1)$, en el cual se consideran la máxima cantidad de conexiones relevantes.

2.2. Intercambio del uso de slots en enlaces

La restricción (5) solo permite reasignar conexiones a canales cuya composición de parejas de enlaces y slots no se encuentren en uso. Los autores no explican a que se debe (necesidad operativa de área de buffer, etc); no obstante, en el ejemplo presentado en la Figura 2 del trabajo de los autores si se permite la reasignación de la conexión p_5 , es decir su traslado, entre canales que se superponen para algunas parejas de enlaces y slots. Indudablemente, esta restricción reduce el tiempo de resolución a expensas de reducir el espacio de soluciones factibles. Ante lo cual se propone revisar el modelo permitiendo reasignar conexiones hacia canales que originalmente se encuentran ocupados, pero que su vez van a quedar disponibles debido a otra reasignación que los libera simultáneamente. Por lo cual el modelo revisado prescinde del parámetro η_{es} , estableciendo que la reasignación sea solo excluyente a un único uso de cada slot según enlace.

2.3. Eliminación de la variable y_p

La restricción (4) permite determinar que conexiones se reasignaron mediante la activación de la variable y_p . Una forma alternativa de detectar dichas conexiones es hacerlo directamente mediante una expresión sobre la variable x_{pc} . Dada la conexión p , la suma para todo $c \in C_p$ tal que $\omega_{pc} = 0$ de x_{pc} determina si la conexión que no se usa se pasa usar. De esta forma se puede prescindir de la variable y_p . Es de destacar que esta revisión no afecta la fortaleza de la formulación

original.

2.4. Sustitución de cota superior

El modelo propone una cota superior del valor del objetivo en la restricción (6). No queda claro si es debido al costo de implementación de la solución o debido a que se quiere limitar el tiempo de resolución del modelo. Una forma alternativa que podría abarcar ambos criterios sería acotar el tiempo de resolución del modelo y eliminar dicha restricción. Luego de obtenida la solución se puede tomar una decisión ex-post de implementación según el valor del objetivo. Esto permite eliminar la variable r , la cota $maxR$ y su restricción asociada.

2.5. Conversión de parámetros en conjuntos

El parámetros ω_{pc} tiene una densidad de valores no nulos de orden $\frac{1}{|C|}$. Una forma alternativa, que solo incluye la información en casos de que $\omega_{pc} = 1$, es mediante la existencia del par (p, c) en el conjunto $\Omega \subseteq P \times C$. De forma similar, el parámetro δ_{cs} puede representarse alternativamente como la existencia del par (c, s) en el conjunto $\Delta \subseteq C \times S$

3. Modelo revisado

En esta sección se sintetizan las revisiones (cf. sección 3) del modelo SPRESSO en una nueva formulación, denominada SPRESSO-R. Esta versión tiene por parámetro el nivel de conexiones que se consideran k . Para $k = 1$ ambos modelos son equivalentes en términos de su solución.

$$(\text{SPRESSO-R}(k)) : \min \sum_{p \in Pm(k) \setminus \{newP\}} \sum_{c \in C_p : (p,c) \notin \Omega} x_{pc} \quad (7)$$

s.a.

$$\sum_{c \in C_p} x_{pc} = 1, \quad \forall p \in Pm(k), \quad (8)$$

$$\sum_{p \in P_e} \sum_{c \in C_p : (c,s) \in \Delta} x_{pc} \leq 1, \quad \forall e \in E, s \in S \quad (9)$$

$$x_{pc} \in \{0, 1\}, \quad \forall p \in Pm(k), c \in C_p.$$

La función objetivo (7) minimiza la cantidad de conexiones que se necesitan reasignar al asignar la conexión $newP$. La restricción (8) asigna un canal a cada conexión. La restricción (9) garantiza que a cada slot de todo enlace se le

asigna a lo sumo una conexión. La formulación incluye $O(|Pm||C|)$ variables y $O(|Pm|+|E||S|)$ restricciones; ambas cantidades menores que las correspondientes a la formulación original. El problema de cobertura de cortes se puede reducir a la formulación, por lo que esta pertenece a la clase de problemas NP-hard.

4. Experimentos computacionales

Con el objetivo de evaluar el modelo revisado y compararlo con el modelo original se trabajó sobre la red de Telefónica de España. La topología de la red se muestran en la Figura 4 a partir de donde se determina el conjunto de enlaces E . Para cada par de nodos distintos de la red se establece una conexión posible. Por lo que para los 21 nodos se tiene un universo de $\frac{20 \cdot 21}{2} = 210$ conexiones posibles, a partir del cual se sortea la conexión candidata, $newP$, para simular el proceso. Para cada conexión se determina el camino más corto de enlaces en la red, a partir de las cuales se establecen los conjuntos E_p , P_e y P_p . Se establece un conjunto de slots de frecuencia, S , con 32 elementos (e.g. espectro de 800 GHz con slots de 25 GHz de ancho). Se establecen dos configuraciones de canales, una con dos slots contiguos y otra con cuatro slots contiguos. Por lo que, a partir de los 32 slots, hay 31 canales de dos slots de tamaño, y 29 canales de cuatro slots de tamaño; lo que totaliza un conjunto de $|C| = 60$ canales posibles.

El experimento computacional consiste en un simulador que de forma iterada elige las conexiones del universo posible para asignarles aleatoriamente un espectro de tamaño dos o cuatro, según cada modelo. A medida que se asignan conexiones se determinan los conjuntos Pm , C_p , Δ y Ω . Los cálculos se llevan a cabo con el algoritmo de resolución “branch and cut” de GUROBI 6.5 en un equipo Intel Core i7 5960X 3.5MHz con 20MB cache y 64GB RAM, operando en sistema Linux CentOS-7.

La Tabla 3 muestra un resumen de los resultados y los tiempos de ejecución de cada modelo a medida que se agregan conexiones identificadas por la columna p , las conexiones que no dan soluciones factibles se descartan. Para cada modelo se muestran dos variantes, una en la que se consideran las conexiones del primer orden de vínculo ($k=1$) y otra en que se consideran las conexiones del máximo orden de vínculo ($k = \bar{k}$). En la columna $\#$ se establece el valor del óptimo más uno, la cantidad de las conexiones reasignadas y la asignada, y en la columna Tiempo el correspondiente a la ejecución en segundos. En la última fila de la tabla incluye el total de la cantidad de conexiones y el promedio del tiempo de ejecución para cada variante de modelo. Se puede apreciar para el primer orden de vínculo el modelo revisado se ejecuta en promedio en un tiempo del 73 % del correspondiente al modelo original. En particular en los casos que no se reasignan conexiones los tiempos de ambos modelos casi no difieren, pero en el caso de que

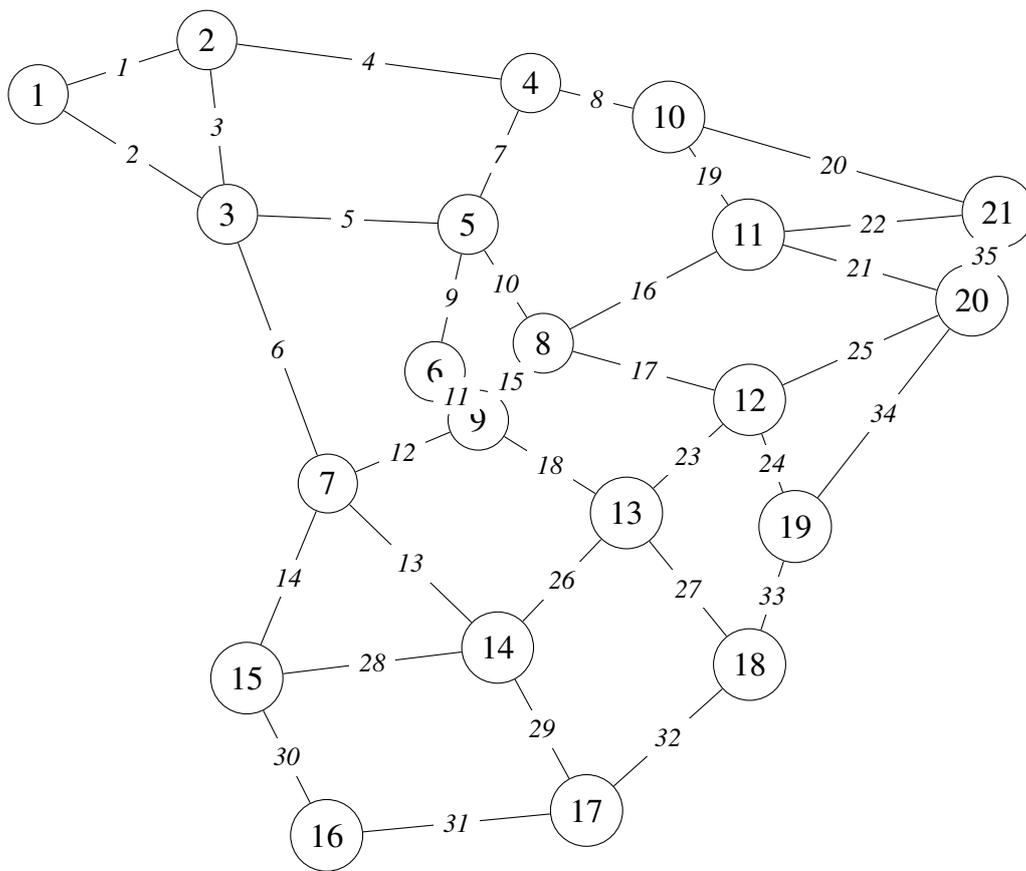


Figura 4: Topología de la red óptica de Telefónica de España

se reasignan conexiones el modelo revisado se ejecuta en promedio en un tiempo del 18 % del correspondiente al modelo original. Por otra parte, para el máximo orden de vínculo el modelo revisado se ejecuta en promedio en un tiempo del 67 % del correspondiente al modelo original.

La Tabla 4 muestra un resumen de los resultados y los tiempos de ejecución de una variante de cada modelo relajada a programación lineal para el caso de máximo orden de vínculo. La columna p muestra el identificador de conexión que se agrega, en la columna $\#$ se establece la cantidad de soluciones con valor fraccionario y en la columna Tiempo el correspondiente a la ejecución en segundos. De los resultados se puede observar que para la instancia el modelo revisado muestra una mayor integralidad de las soluciones para la formulación relajada que la correspondiente del modelo original. Por lo que para el caso del modelo revisado, se podría establecer una pre-resolución relajada a programación lineal para la que luego en caso de no dar solución integral se ejecute la versión de programación entera. Para el caso de estudio, esto determinaría un tiempo de ejecución promedio de 0.0431 s, es decir un 75 % del tiempo promedio de resolución de los problemas enteros.

5. Conclusión

Se revisó el modelo algebraico propuesto por los autores para resolver el problema de asignación de espectro. La revisión propuesta incluye parametrizar del alcance de las conexiones a asignar, habilitar el intercambio del uso de slots en enlaces, la eliminación de una variable y restricciones correspondientes, y la conversión de parámetros en conjuntos. A partir de la revisión se propone una nueva formulación del modelo. Se realizan experimentos computacionales para una red óptica, a partir de cuyos resultados se pueden confirmar la ventajas de la revisión.

Referencias

- [1] Alberto Castro, Luis Velasco, Marc Ruiz, Mirosław Klinkowski, Juan Pedro Fernández-Palacios, and Davide Careglio. Dynamic routing and spectrum (re)allocation in future flexgrid optical networks. *Computer Networks*, 56(12):2869 – 2883, 2012.
- [2] M. Jinno, H. Takara, B. Kozicki, Y. Tsukishima, Y. Sone, and S. Matsuo-ka. Spectrum-efficient and scalable elastic optical path network: architecture, benefits, and enabling technologies. *IEEE Communications Magazine*, 47(11):66–73, November 2009.

- [3] L. Velasco, M. Klinkowski, M. Ruiz, and J. Comellas. Modeling the routing and spectrum allocation problem for flexgrid optical networks. *Photonic Network Communications*, 24(3):177–186, Dec 2012.

Tabla 3: Resumen de resultados según modelo

p	SPRESSO(1)		SPRESSO-R(1)		SPRESSO(\bar{k})		SPRESSO-R(\bar{k})	
	#	Tiempo(s)	#	Tiempo(s)	#	Tiempo(s)	#	Tiempo(s)
1	1	0.0095	1	0.0158	1	0.1411	1	0.0093
5	1	0.0128	1	0.0116	1	0.0135	1	0.0125
9	1	0.0152	1	0.0154	1	0.0192	1	0.016
13	1	0.0142	1	0.013	1	0.0212	1	0.0174
17	1	0.0182	1	0.0166	1	0.0244	1	0.0199
21	1	0.0102	1	0.013	1	0.0211	1	0.0218
25	1	0.0168	1	0.0194	1	0.0234	1	0.0237
29	1	0.0136	1	0.0136	1	0.0257	1	0.0266
33	1	0.0217	1	0.0242	1	0.0284	1	0.0265
37	1	0.0224	1	0.0252	1	0.0268	1	0.0325
41	1	0.0159	1	0.0185	1	0.026	1	0.0263
45	1	0.0201	1	0.0227	1	0.0266	1	0.0258
49	1	0.0279	1	0.0261	1	0.036	1	0.0412
53	1	0.021	1	0.0284	1	0.0373	1	0.0336
57	1	0.0155	1	0.0185	1	0.0391	1	0.0365
61	1	0.019	1	0.0164	1	0.0416	1	0.0385
65	1	0.015	1	0.0191	1	0.0447	1	0.0374
69	1	0.022	1	0.0249	1	0.0397	1	0.0385
73	1	0.0136	1	0.0191	1	0.0523	1	0.0346
77	1	0.0198	1	0.024	1	0.0461	1	0.0363
81	1	0.0166	1	0.0221	1	0.0503	1	0.0542
85	1	0.019	1	0.0237	1	0.0459	1	0.0435
89	1	0.0231	1	0.0227	1	0.0438	1	0.0386
93	1	0.0138	1	0.0213	1	0.0486	1	0.0442
97	1	0.0181	1	0.0226	1	0.0624	1	0.046
101	1	0.0284	1	0.0274	1	0.0558	1	0.0478
105	1	0.0209	1	0.0198	1	0.0596	1	0.0677
109	1	0.0241	1	0.0302	1	0.0629	1	0.0714
113	1	0.018	1	0.0193	1	0.0619	1	0.0543
117	2	0.0318	1	0.0452	2	0.0758	2	0.0711
121	1	0.0235	1	0.0171	1	0.0812	1	0.0722
125	1	0.0331	1	0.0321	1	0.0627	1	0.0575
129	1	0.0348	1	0.0372	1	0.0762	1	0.0841
133	1	0.0266	1	0.0333	1	0.0675	1	0.071
137	1	0.0259	1	0.0212	1	0.0597	1	0.0545
141	1	0.0227	1	0.0271	1	0.0681	1	0.0845
145	1	0.0164	1	0.0165	1	0.0601	1	0.0665
149	2	0.1259	3	0.061	3	0.7161	2	0.07
153	1	0.0183	1	0.0243	1	0.0873	1	0.0726
157	3	0.2465	3	0.0478	2	0.0736	4	0.0903
161	3	0.2547	3	0.0524	4	0.744	2	0.0647
165	1	0.0115	1	0.0163	1	0.0795	1	0.057
169	1	0.0162	1	0.0145	1	0.0691	1	0.0602
173	1	0.0108	1	0.0152	1	0.0759	1	0.0986
177	1	0.0164	1	0.0196	1	0.1092	1	0.0819
181	1	0.0161	1	0.0151	1	0.083	1	0.1111
185	1	0.0157	1	0.0214	1	0.1082	1	0.1101
189	1	0.0987	1	0.0264	1	0.1065	1	0.102
193	2	0.0749	2	0.0409	1	0.1108	1	0.1079
197	1	0.0158	1	0.0163	1	0.1063	1	0.0971
201	1	0.0174	1	0.0141	1	0.0815	1	0.0816
205	1	0.0133	1	0.0173	1	0.0906	1	0.1148
209	1	0.0153	1	0.0202	1	0.1167	1	0.1267
Tot/Prom	60	0.0322	60	0.0235	60	0.0856	59	0.0572

Tabla 4: Resumen de resultados relajados a LP según modelo

p	SPRESSO(\bar{k})		SPRESSO-R(\bar{k})	
	#	Tiempo(s)	#	Tiempo(s)
1	0	0.0092	0	0.0093
5	0	0.0119	0	0.0117
9	0	0.0134	0	0.0115
13	0	0.0125	0	0.0118
17	0	0.0133	0	0.0125
21	0	0.013	0	0.0122
25	0	0.016	0	0.0152
29	0	0.0135	0	0.0129
33	0	0.0153	0	0.013
37	0	0.0174	0	0.0127
41	0	0.0169	0	0.0127
45	0	0.0184	0	0.0127
49	0	0.0219	0	0.0164
53	0	0.0245	0	0.0138
57	0	0.0256	0	0.0143
61	0	0.026	0	0.014
65	0	0.0297	0	0.0158
69	0	0.0311	0	0.0184
73	0	0.0313	0	0.0163
77	0	0.0355	0	0.0163
81	0	0.0344	0	0.0165
85	0	0.037	0	0.0165
89	0	0.0414	0	0.0216
93	0	0.0524	0	0.0171
97	0	0.0527	0	0.0168
101	0	0.0607	0	0.0163
105	0	0.0517	0	0.016
109	0	0.0625	0	0.0191
113	0	0.0452	0	0.0159
117	677	0.105	0	0.0178
121	67	0.0275	0	0.0185
125	35	0.0874	0	0.0219
129	0	0.0895	0	0.0191
133	0	0.0908	0	0.021
137	2	0.1297	0	0.0201
141	0	0.0848	0	0.0238
145	0	0.0742	0	0.0201
149	990	0.2246	0	0.022
153	122	0.0608	0	0.0211
157	80	0.1591	7	0.0238
161	68	0.1634	8	0.0204
165	65	0.2238	8	0.0225
169	67	0.242	8	0.0221
173	67	0.2274	8	0.0273
177	67	0.2208	8	0.0226
181	67	0.2062	8	0.026
185	70	0.2711	8	0.0252
189	73	0.2234	8	0.0271
193	75	0.2681	10	0.0233
197	74	0.2271	10	0.0254
201	74	0.2602	10	0.0285
205	74	0.219	10	0.0258
209	74	0.3222	10	0.025
Tot/Prom	2888	0.0968	121	0.0187