

Diseño óptimo de recorridos y frecuencias para transporte público

Antonio Mauttone¹, María E. Urquhart²

^{1,2} Departamento de Investigación Operativa, Instituto de Computación, Facultad de Ingeniería,
Universidad de la República. J. Herrera y Reissig 565 Piso 5, Montevideo, Uruguay.
¹mauttone@fing.edu.uy, ²urquhart@fing.edu.uy

21 de Marzo de 2007

Palabras clave: transporte público, optimización de recorridos y frecuencias, GRASP

Resumen: Se estudia el problema del diseño óptimo de recorridos y frecuencias en sistemas de transporte público colectivo urbano, conocido como el TNDP (Transit Network Design Problem) que se modela como un problema de optimización multiobjetivo cuyos objetivos reflejan los intereses contrapuestos de los usuarios (pasajeros) y los operadores (empresas de transporte). El TNDP se resuelve en forma aproximada mediante un algoritmo basado en la metaheurística GRASP, calculando un conjunto de soluciones no dominadas (frente de Pareto). Como caso de prueba se usa el sistema de transporte público colectivo urbano de la ciudad de Rivera, Uruguay. Los resultados numéricos permiten caracterizar las soluciones con diferentes grados de compromiso entre los objetivos, en términos tanto de la cantidad, duración y frecuencia de recorridos, como de la utilización de los buses.

1. Introducción

El diseño de los recorridos es la primera de las cinco etapas de la división propuesta por Ceder y Wilson (1986) para la planificación de un sistema de transporte público, a saber:

1. Diseño de los recorridos, como una secuencia de calles de la red vial.
2. Determinación de las frecuencias, implica la determinación del tiempo entre el comienzo de dos viajes consecutivos correspondientes a un mismo recorrido.
3. Construcción de las tablas de horarios, determinando los horarios de salida y llegada de cada viaje.
4. Asignación de flota, para la realización de los servicios.
5. Asignación de personal, a la conducción de los vehículos asignados en la etapa 4.

En contextos donde existe regulación en el sistema de transporte público, las etapas 1 y 2 son ejecutadas generalmente por las autoridades (municipalidad, intendencia) y las etapas 3, 4 y 5 por los operadores (empresas de transporte). Las decisiones tomadas en las etapas 1 y 2 influyen en los resultados obtenidos en las etapas siguientes.

El TNDP (Transit Network Design Problem) consiste en encontrar un conjunto de recorridos para el sistema de transporte público colectivo urbano, en base a información de la red vial y de la demanda de viajes (Baaj y Mahmassani, 1991). Se busca optimizar objetivos contrapuestos, los de los usuarios (pasajeros) y los de los operadores (empresas de transporte); las restricciones generalmente son, pero no se restringen a, la satisfacción de la demanda, los niveles de servicio y la disponibilidad de recursos. Las frecuencias usualmente se incluyen como variable de decisión en los modelos de optimización de recorridos, dado que tienen una influencia directa en la determinación de los costos tanto de los usuarios del sistema como de los operadores del mismo.

La resolución del TNDP presenta las siguientes dificultades (Baaj y Mahmassani, 1991; Chakroborty, 2003):

- Alta complejidad combinatoria. Israeli y Ceder (1993) lo catalogan como una variante compleja del problema generalizado de diseño de redes de transporte (Magnanti y Wong, 1984), el cual es un problema NP difícil.
- Naturaleza multiobjetivo. El planteo de objetivos contrapuestos implica la estimación a priori de la importancia relativa de los mismos, o el cálculo de varias soluciones con diferentes niveles de compromiso entre los objetivos del problema.
- Requiere de un modelo subyacente de asignación. La evaluación de una solución para el TNDP implica el contar con un *modelo de asignación* de pasajeros a recorridos. El modelo especifica cómo se distribuye la demanda entre los recorridos de una solución y su resolución constituye un problema en sí mismo, en este caso figura como un subproblema del TNDP (Desaulniers y Hickman, 2003).

El TNDP se ha formulado en la literatura según los dos enfoques del esquema presentado en la Figura 1. Z_1 y Z_2 son las funciones objetivo (en conflicto) de usuarios y operadores respectivamente, S es una solución al TNDP y E es el espacio de soluciones factibles.

El enfoque de *suma ponderada* (Figura 1a) utiliza los coeficientes a y b para formar una combinación lineal de las diferentes funciones objetivo; estos coeficientes representan la importancia relativa de los objetivos y dependiendo del modelo, además cumplen la función de conversión entre unidades (Baaj y Mahmassani, 1991; Ngamchai y Lovell, 2003; Fan y Machemehl, 2004). El enfoque de *optimización multiobjetivo* (Figura 1b) consiste en la minimización en forma simultánea de las dos funciones objetivo, cuyo único antecedente encontrado para el TNDP es el de Israeli y Ceder (1993).

$\min \quad a Z_1(S) + b Z_2(S)$ s.a. $S \in E$	$\min \quad Z_1(S)$ $\min \quad Z_2(S)$ s.a. $S \in E$
--	---

(a) – Suma ponderada

(b) – Optimización multiobjetivo

Figura 1

El enfoque de modelado utilizado determina el algoritmo de resolución aplicado y el tipo de solución obtenida. Los algoritmos basados en el enfoque de suma ponderada son actualmente conocidos como *métodos clásicos* de optimización multiobjetivo (Deb, 2001); se utilizan algoritmos de resolución para objetivo único, los coeficientes a y b de ponderación son determinados *a priori*. En el caso de *optimización multiobjetivo*, no se calcula una única solución óptima, sino un conjunto de soluciones no dominadas que conforman un *frente de Pareto* (Deb, 2001).

Los algoritmos de resolución para el TNDP se pueden clasificar en dos grupos:

1. Heurísticas clásicas. Algoritmos que construyen una solución en base a procedimientos ávidos, generalmente tomando decisiones localmente óptimas (Baaj y Mahmassani, 1995).
2. Metaheurísticas. Algoritmos que intentan escapar de óptimos locales y realizar una búsqueda mejor distribuida en el espacio de soluciones, aunque sin garantizar encontrar óptimos globales. En la literatura mayormente se ha empleado Algoritmos Genéticos con diferentes esquemas de codificación de las variables de decisión (Krishna Rao *et al.*, 2000; Tom y Mohan, 2003; Ngamchai y Lovell, 2003). Recientemente se ha incursionado en la utilización de Tabu Search (Fan y Machemehl, 2004) y GRASP (Mauttone y Urquhart, 2004).

En este trabajo se proponen una formulación matemática del modelo según el enfoque de optimización multiobjetivo y un algoritmo aproximado de resolución basado en la metaheurística GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedures, Resende y Ribeiro, 2003). La formulación incorpora nuevas restricciones referidas a la proporción de demanda satisfecha por distintos tipos de viajes. Desde el punto de vista algorítmico y en relación a la resolución del TNDP, lo publicado refiere a heurísticas y metaheurísticas con un enfoque clásico multiobjetivo de suma ponderada, en este trabajo se adapta la metaheurística GRASP para resolver un TNDP construyendo un frente de Pareto.

En la Sección 2 se presenta el modelo de optimización, en la Sección 3 el algoritmo; en la Sección 4 se muestran algunos resultados numéricos con el caso de prueba y finalmente algunas conclusiones y trabajos futuros.

2. Formulación del modelo

La red sobre la cual se definen los recorridos se modela mediante un grafo no dirigido $G = (N, A)$. N es el conjunto de vértices que representan intersecciones de calles de la red vial o centroides de zonas, dependiendo del nivel de agregación adoptado tanto de la red como de la demanda de viajes. A es el conjunto de aristas, que representan calles de la red vial o conexiones entre centroides. Un centroide es un punto que contiene los atributos y propiedades que caracterizan a una zona de la región de estudio (Ortúzar y Willumsen, 1996).

Un recorrido es una secuencia de vértices adyacentes en el grafo G y se compone de aristas no dirigidas, por tanto tiene un sentido de ida y otro de vuelta. La red determinada por un conjunto particular de recorridos que utilizan un subconjunto de aristas $\bar{A} \subseteq A$, se denomina red de transporte público (Transit Network).

Una solución S al TNDP se compone del par (R, F) , donde

1. $R = \{r_1, \dots, r_r\} \subseteq \Omega$ es el conjunto de recorridos, donde Ω es el conjunto de todos los recorridos posibles.

2. $F = \{f_1, \dots, f_r\}$ es el conjunto de frecuencias, tal que $f_k \in \mathfrak{R}^+$ es la frecuencia de buses (pasadas por unidad de tiempo) operando en el recorrido $r_k \in R$.

Al par compuesto por un recorrido r_k y una frecuencia f_k se le denomina línea.

La formulación del modelo de optimización para el TNDP propuesto en este trabajo (ver Figura 2) es una extensión del modelo presentado por Baaj y Mahmassani (1991) y se diferencia de éste en cuanto al enfoque de formulación del problema multiobjetivo y a la incorporación de las restricciones (3) y (4).

La notación utilizada es:

- $D = \{d_{ij}, i, j \in [1..n]\}$ es la matriz origen-destino, que caracteriza la demanda; $n = |N|$.
- d_{ij} indica la demanda de viajes desde el vértice i hacia el vértice j , expresada en viajes por unidad de tiempo (a ser realizados por un pasajero que ocupará un lugar en un bus), en un determinado horizonte horario.
- $t_k = 2\sum_{a \in r_k} c_a$ es la duración total (ida y vuelta) del recorrido r_k .
- c_a es el costo de la arista $a = (i, j) \in A$, que representa el tiempo de viaje en vehículo para cualquier bus que viaja desde i a j .
- $f_k t_k$ es la cantidad de buses necesarios para cubrir el servicio en el recorrido r_k con frecuencia f_k .
- $tv_{ij} + te_{ij} + tt_{ij}$ es el tiempo total de viaje entre los vértices i y j para una solución dada S . tv_{ij} , te_{ij} y tt_{ij} son tiempo de viaje en vehículo (a bordo del bus), tiempo de espera y tiempo de penalización por transbordo respectivamente, percibidos por los usuarios que viajan de i a j . Estos valores dependen de las hipótesis de comportamiento asumidas para los pasajeros respecto a un conjunto de recorridos y frecuencias, por lo que son determinados por el modelo de asignación.
- $D_0(S) \in [0, 1]$ es la proporción del total de la demanda $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij}$ satisfecha con viajes directos (sin necesidad de transbordos) por los recorridos de la solución S .
- D_0^{min} es una constante y es la mínima proporción permitida de viajes directos para cualquier solución.
- $D_{01}(S) \in [0, 1]$ es la proporción del total de la demanda satisfecha con viajes directos o con al menos un transbordo por los recorridos de la solución S .
- D_{01}^{min} es una constante y es la mínima proporción permitida de viajes directos o con al menos un transbordo para cualquier solución.
- f_{min} y f_{max} son frecuencias mínima y máxima respectivamente.
- FC_k es el factor de carga de los buses en el recorrido r_k .
- FC_{max} es el máximo factor de carga permitido en cualquier solución.
- CAP es la capacidad de pasajeros sentados en los buses.
- $\phi_k^* = \max \left\{ \overset{\rightarrow}{\phi}_{a,k}, \overset{\leftarrow}{\phi}_{a,k}, a \in r_k \right\}$ es el flujo crítico en el recorrido r_k , donde $\overset{\rightarrow}{\phi}_{a,k}$ es el flujo de ida

en la arista a en el recorrido r_k y $\overset{\leftarrow}{\phi}_{a,k}$ es el flujo de vuelta. Los flujos representan la carga del recorrido en términos de la demanda D , son determinados por el modelo de asignación.

$$\begin{aligned}
\min \quad Z_1(S) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} (tv_{ij} + te_{ij} + tt_{ij}) & (1) \\
\min \quad Z_2(S) &= \sum_{r_k \in R} f_k t_k & (2) \\
\text{s.a.} \quad & & \\
D_0(S) &\geq D_0^{\min} & (3) \\
D_{01}(S) &\geq D_{01}^{\min} & (4) \\
f_{\min} &\leq f_k \leq f_{\max} \quad \forall f_k \in F & (5) \\
FC_k &= \frac{\phi_k^*}{f_k CAP} \leq FC_{\max} \quad \forall r_k \in R & (6) \\
r_k &\in \Omega & \\
f_k &\in \mathfrak{R}^+ &
\end{aligned}$$

Figura 2

La función objetivo (1) representa los intereses de los usuarios, la (2) representa los intereses de los operadores. Se trata de minimizar los tiempos totales de viaje (en vehículo, espera y penalización por transbordo) y la cantidad de buses necesarios para cubrir los servicios. Las restricciones (3) y (4) establecen aspectos de satisfacción de la demanda. La restricción (5) establece límites inferiores y superiores para las frecuencias; la (6) establece un aspecto del nivel de servicio relacionado a la ocupación de los buses, imponiendo valores mínimos factibles para las frecuencias f_k en cada recorrido $r_k \in R$.

El cálculo de $Z_1(S)$ requiere la aplicación de un modelo de asignación; dada una solución S , los valores de tv_{ij} , te_{ij} , tt_{ij} y también ϕ_k^* , se conocen una vez aplicado ese modelo.

2.1. Modelo de asignación

Dada una solución S al TNDP, el cálculo de la función objetivo $Z_1(S)$ y la verificación de la factibilidad de sus frecuencias requiere la aplicación de un modelo de asignación de pasajeros a recorridos. En el contexto de una planificación estratégica del TNDP los modelos de asignación *basados en frecuencias* (Florian, 2003) son los más usados, dado que la información acerca de las frecuencias (conjuntamente con los recorridos y datos del problema) es la requerida para efectuar la asignación de la demanda. Los modelos de asignación *basados en horarios* (Nuzzolo, 2003) modelan de forma más realista la conducta de los pasajeros, a un costo de disponibilidad y consideración de información desagregada por horarios, tanto para la demanda como para los servicios; estos modelos se utilizan usualmente en el contexto de una planificación operacional.

En este trabajo se utiliza el modelo de asignación basado en frecuencias de Baaj y Mahmassani (1990), dado que el caso de estudio se enmarca en un proceso de planificación estratégica. Originalmente este modelo se utiliza como una herramienta para analizar un conjunto de recorridos de transporte público y sus frecuencias asociadas, que considera:

- competencia entre líneas. Cuando los pasajeros que viajan de un determinado origen a un determinado destino tienen más de una opción, la asignación de la demanda a los diferentes recorridos se realiza de forma proporcional a las frecuencias operando en los mismos.
- costos constantes en las aristas. El costo de viaje en vehículo sobre una arista determinada de la red es el mismo para diferentes recorridos que la utilizan, incluso si en estos operan buses con diferentes condiciones de utilización. El costo de las aristas no depende del flujo de pasajeros por tanto no considera los efectos de la congestión (De Cea y Fernández, 1993).
- restricciones de capacidad de los buses. El modelo toma como entrada un conjunto de recorridos R y un conjunto inicial de frecuencias F_{ent} y determina el conjunto de frecuencias F_{sal} que representa un equilibrio entre oferta y demanda. Estos valores de frecuencias en

equilibrio deben ser tenidos en cuenta para determinar las mínimas frecuencias factibles según la restricción (6) del modelo de optimización.

- la posibilidad de transbordos para pares origen-destino con demanda no nula que no comparten una línea.

3. GRASP TNDP

GRASP es una metaheurística diseñada para resolver problemas de optimización combinatoria que consiste en la ejecución repetida de un procedimiento de construcción de soluciones, seguida de una búsqueda local. La construcción se realiza en forma ávida, agregando iterativamente a una solución, elementos que se seleccionan en forma aleatoria de una lista de candidatos. La búsqueda local requiere la definición de una estructura de vecindad, a través de la cual se avanza sucesivamente en la dirección de mejora de la función objetivo. La secuencia de construcción y búsqueda local (iteración GRASP) es repetida una cierta cantidad de veces, logrando diferentes trayectorias de exploración en el espacio de soluciones factibles. Finalmente se devuelve la mejor solución encontrada. Por una descripción de este método y de sus principales características referirse a (Resende y Ribeiro, 2003). Antecedentes en el uso de GRASP para optimización combinatoria multiobjetivo pueden encontrarse en (Baldoquín, 2002) y (Soares y Arroyo, 2004).

Este trabajo presenta un algoritmo basado en la metaheurística GRASP, denominado GRASP TNDP (Figura 3), que resuelve en forma aproximada el modelo de optimización multiobjetivo presentado en la Sección 2. Se entiende por metaheurística multiobjetivo, aquella diseñada para generar un frente de Pareto aproximado en una sola instancia de ejecución del algoritmo (Jaszkiewicz, 2004). GRASP TNDP produce como resultado un frente de Pareto aproximado, es decir, un conjunto de soluciones no dominadas que no coincide necesariamente con el frente de Pareto óptimo, por tanto se puede considerar una metaheurística multiobjetivo.

GRASP TNDP consta de un procedimiento de construcción de soluciones desarrollado en la Sección 3.1, que determina la estructura de los recorridos R según las restricciones (3) y (4) del modelo de optimización, y de un procedimiento de búsqueda local discutido en la Sección 3.2 que determina los valores de frecuencias F que verifican las restricciones (5) y (6). La construcción de soluciones se realiza sin considerar explícitamente el carácter multiobjetivo del problema, confiando en la diversificación en el espacio de las variables de decisión de la construcción aleatoria y en el valor del parámetro de duración máxima de recorridos t_{max} , como medios para lograr una diversificación en el espacio de los objetivos. En esta fase los recorridos se construyen en base a caminos más cortos entre pares de vértices en G , donde posteriormente se insertan nodos adicionales de forma de satisfacer la demanda especificada por la matriz D . La búsqueda local recibe como parámetro una dirección aleatoria $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$ en el espacio de los objetivos, que refleja un determinado compromiso entre los objetivos contrapuestos y avanza sucesivamente hacia el vecino que minimiza la función objetivo compuesta $\lambda_1 Z_1 + \lambda_2 Z_2$. La vecindad de una solución se define variando las frecuencias en un conjunto predeterminado de valores reales.

Los costos de las aristas de la red se consideran constantes e independientes de los flujos de pasajeros producidos por cualquier solución, por ello es posible calcular los caminos más cortos entre pares de vértices del grafo G antes de las iteraciones GRASP.

La duración máxima de recorridos t_{max} se determina en cada iteración GRASP, sorteando un valor aleatorio uniforme en un intervalo $[t_{max}^{ini}, t_{max}^{fin}]$ cuyos extremos deben ser dados; esta característica se introduce para obtener soluciones diversas, internamente con características homogéneas (todos los recorridos de una solución con la misma duración aproximada).

Dado un conjunto R de recorridos generado por el procedimiento de construcción, se construye una solución $S = (R, F)$, donde F son las mínimas frecuencias factibles según la restricción (6) del modelo de optimización, para cuyo cálculo es necesaria la aplicación del modelo de asignación.

La dirección aleatoria en el espacio de los objetivos $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$ se determina sorteando una muestra de una variable aleatoria uniforme en el intervalo $[0, 1]$ para λ_1 , estableciendo $\lambda_2 = 1 - \lambda_1$, y normalizando los valores de $Z_1(S)$ y $Z_2(S)$.

```

procedure GRASP_TNDP (in CantIteraciones, in  $\alpha$ , out  $P$ );
01  $P \leftarrow \{\}$ ;
02 Calcular caminos más cortos entre pares de vértices de  $G$ ;
03 for  $i = 1$  to CantIteraciones do
04    $t_{max} \leftarrow$  Valor aleatorio uniforme en el intervalo  $[t_{max}^{ini}, t_{max}^{fin}]$ ;
05   Construcción( $\alpha, i, t_{max}, S$ );
06    $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2) \leftarrow$  Dirección aleatoria en el espacio de los objetivos;
07   BúsquedaLocal( $\lambda, S$ );
08    $P \leftarrow$  Actualizar el frente con todas las soluciones de la trayectoria de búsqueda;
09   Eliminar soluciones dominadas de  $P$ ;
10 end for;
11 return  $P$ ;
end GRASP_TNDP;

```

Figura 3 – GRASP TNDP

3.1. Construcción de soluciones

El procedimiento de construcción de soluciones genera recorridos en forma iterativa, buscando satisfacer la demanda de cada par de vértices. En cada paso de la iteración se considera una lista restringida de candidatos (LRC) formada por los $\alpha|L|$ pares de vértices (i, j) con mayor valor de demanda d_{ij} en L . $\alpha \in [0, 1]$ es un parámetro propio de GRASP y L es la lista de pares de vértices cuya demanda no ha sido aún satisfecha con viajes directos (sin transbordos) por recorridos de la solución en construcción. Un par de vértices $(u, v) \in LRC$ es seleccionado al azar según una distribución uniforme.

La satisfacción de la demanda d_{uv} se resuelve mediante uno de los siguientes mecanismos:

1. Creando un nuevo recorrido con extremos en u y v , utilizando el camino más corto en G entre dicho par de vértices, medido en tiempo de viaje en vehículo (se precalcula en la inicialización del algoritmo, antes de comenzar con las iteraciones GRASP).
2. Insertando los vértices u y v en determinadas posiciones de un recorrido de la solución en construcción. Se evalúa la inserción de u y v entre todo par de vértices consecutivos de todos los recorridos de la solución en construcción. En un recorrido formado por p vértices, existen $(p+1)(p+2)$ posibilidades de inserción si ninguno de los dos vértices del par (u, v) pertenecen al recorrido, y $(p+1)$ posibilidades de inserción si uno de los dos vértices del par (u, v) pertenece al recorrido. El recorrido r y sus posiciones más convenientes para insertar un par de vértices, son aquellos que minimizan el incremento de r , medido en tiempo de viaje en vehículo.

El menor incremento en el costo debido a la inserción del par de vértices (u, v) de un recorrido de la solución en construcción según 2 es comparado con el costo del recorrido correspondiente al camino más corto según 1 (medidos en tiempo de viaje en vehículo), y se decide por el menor.

Dos restricciones se imponen sobre los recorridos de una solución en construcción: duración máxima t_{max} y factor cíclico máximo ρ_{max} . El factor cíclico de un recorrido con extremos en los vértices u y v , se define como la proporción entre el tiempo de viaje en vehículo entre u y v (utilizando ese recorrido) y el costo del camino más corto entre u y v en G (independientemente de cualquier recorrido). El procedimiento de construcción finaliza cuando se cumplen las restricciones (3) y (4) del modelo de optimización.

En líneas generales este procedimiento de construcción es similar al del algoritmo *RGA* (Route Generation Algorithm) de Baaj y Mahmassani (1995), pero difiere de éste en la forma en que se resuelve la satisfacción de la demanda. Mientras que en *RGA* se considera la inserción de vértices en recorridos en forma individual, en este trabajo se considera la inserción de pares de vértices.

3.2. Búsqueda local

El componente de búsqueda local opera sobre el conjunto de frecuencias $F = \{f_1, \dots, f_r\} \in \Theta^r$ de una solución $S = (R, F)$. La vecindad V_S de S se define:

$$V_S = \{S' = (R, F') \text{ con } F' = \{f'_1, \dots, f'_r\} \in \Theta^r / \\ \exists j \in [1..r] \text{ que cumple } f_j \text{ y } f'_j \text{ son valores consecutivos en } \Theta \text{ y } f_i = f'_i \forall i \in [1..r], i \neq j\}$$

$\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_r\} \in \mathfrak{X}^r$ es un conjunto ordenado en forma creciente de valores de frecuencias, que debe cumplir $\theta_1 \geq f_{min}$ y $\theta_r \leq f_{max}$.

Según esta definición de vecindad, se evalúan los costos de aumentar o disminuir las frecuencias en todo recorrido de la solución S . En cada paso de la búsqueda local, la cardinalidad de la vecindad puede ser como máximo $2|R|$, sin embargo este número se reduce cuando hay una restricción para las mínimas frecuencias factibles en la solución S (calculadas mediante la aplicación del modelo de asignación) o cuando hay recorridos con frecuencias en un extremo del conjunto Θ .

La evaluación de cada solución vecina implica una invocación al algoritmo que implementa el modelo de asignación explicado en la Sección 3.3. Todas las soluciones de la trayectoria de búsqueda son agregadas al frente de Pareto aproximado en construcción.

3.3. Implementación del modelo de asignación

El modelo de asignación de Baaj y Mahmassani (1990) se basa en la enumeración explícita de los recorridos entre distintos pares de vértices de la red y en la aplicación de reglas que establecen cómo se distribuye la demanda en esos recorridos. Aquí se describen los aspectos más relevantes para este trabajo; por mas información referirse a (Mauttone, 2005).

El algoritmo recibe una solución $S = (R, F_{ent})$, y para cada par de vértices (i, j) cuya demanda d_{ij} es no nula encuentra el conjunto de recorridos R_{ij} que van de i a j sin transbordo. Si este conjunto no es vacío, se asignan proporciones P_{ijk} de la demanda d_{ij} a cada recorrido $r_k \in R_{ij}$ de acuerdo a las frecuencias de cada uno, es decir

$$P_{ijk} = \frac{f_k}{\sum_{r_m \in R_{ij}} f_m}$$

Se calculan los siguientes valores de interés:

- $tv_{ij} \leftarrow \sum_{r_k \in R_{ij}} P_{ijk} t_k^{ij}$, donde t_k^{ij} es el tiempo de viaje en vehículo por r_k entre i y j ,
- $te_{ij} \leftarrow 1 / (2 \sum_{r_k \in R_{ij}} f_k)$,
- $\phi_{a,k} \leftarrow \phi_{a,k} + P_{ijk} d_{ij}$ para cada arista a de los recorridos $r_k \in R_{ij}$, que es utilizada para transportar la demanda d_{ij} . La actualización de los flujos debe tener en cuenta el sentido del recorrido, se actualizan solamente flujos en el sentido de ida $\vec{\phi}_{a,k}$ o de vuelta $\overleftarrow{\phi}_{a,k}$.

Si no es posible transportar la demanda d_{ij} con viajes directos, se buscan posibles transbordos y la demanda se distribuye de forma similar al caso sin transbordos; el cálculo de tv_{ij} , te_{ij} y $\phi_{a,k}$ es también análogo, asignándose además el valor $tt_{ij} \leftarrow p_t$, donde p_t es un parámetro que representa una penalización por cada unidad de demanda que debe realizar transbordo.

Una vez asignada la totalidad de la demanda D , se calcula F_{sal} , el conjunto de las mínimas frecuencias factibles $f_k^{sal} \leftarrow \phi_k^* / (FC_{max} CAP)$ para cada recorrido $r_k \in R$, de forma de respetar el factor de carga de los buses, FC_{max} . Si para un recorrido r_k se cumple $f_k^{sal} > f_k^{ent}$, la frecuencia f_k^{ent} no es suficiente para satisfacer la demanda asignada bajo las condiciones impuestas por la restricción (6) del modelo de optimización. Iterando el procedimiento de asignación, sustituyendo las frecuencias F_{ent} por las F_{sal} de la iteración anterior, se logra una convergencia hacia un conjunto de frecuencias F que representan un equilibrio entre la oferta (frecuencias de los recorridos) y la demanda (flujos de demanda asignada). Ese conjunto F es utilizado en el algoritmo GRASP TNDP para determinar las mínimas frecuencias factibles, antes de comenzar la búsqueda local.

4. Resultados numéricos

El algoritmo GRASP TNDP se probó con un caso real, el sistema de transporte público colectivo urbano de la ciudad de Rivera, capital del departamento del mismo nombre, ubicado en el Norte de Uruguay. Rivera tiene una población de aproximadamente 65000 habitantes. A la fecha de realización de este estudio (Agosto de 2004), el sistema se compone de 13 líneas operadas por 3 empresas privadas, con recorridos de un largo promedio 13,6 Kms, casi todos con una duración impuesta de 60 minutos (ciclo completo de ida y vuelta), con intervalos de pasada de 20, 30, 40 o 60 minutos, dependiendo de la línea. Para la definición de la red G y de la matriz origen-destino D se considera la información agregada, en base a una división de la ciudad en 84 zonas. Cada zona está representada unívocamente por un centroide que representa un vértice del grafo G . Cada arista de G representa una conexión entre zonas adyacentes geográficamente, y su costo está calculado en base a la distancia del camino más corto en la red vial entre los centroides extremos de la arista, y una velocidad promedio de desplazamiento de los buses. La matriz origen-destino D está construida en base a conteos realizados a bordo de los buses que operan las líneas del sistema de transporte público de Rivera, de acuerdo a la metodología planteada en (Stopher *et al.*, 1986). Los valores de D representan promedios en un horizonte horario de 12 horas.

GRASP TNDP se implementó en lenguaje C++. El modelo y el algoritmo de optimización se configuraron de la siguiente forma:

- $D_{01}^{min} = 1$, indicando que la totalidad de la demanda debe ser satisfecha.
- $D_0^{min} = 1$, indicando que además la totalidad de la demanda debe ser satisfecha sin transbordos.
- $f_{min} = 1/60$ y $f_{max} = 1/5$.
- $CAP = 28$, capacidad de los buses que poseen las empresas en Rivera.
- $FC_{max} = 1,5$, indicando que se permiten hasta 14 pasajeros parados en los buses.
- $t_{max}^{ini} = 40$, $t_{max}^{fin} = 120$ y $\rho_{max} = 2$.
- $\Theta = \{1/60, 1/50, 1/45, 1/40, 1/30, 1/20, 1/15, 1/10, 1/5\}$.
- $\alpha = 0,2$ y $CantIteraciones = 1000$.

Las pruebas se llevaron a cabo en un computador Pentium 4 con procesador de 2,6 GHz, con 512 MB de memoria RAM; la ejecución del algoritmo con la configuración de parámetros descrita insumió 196 minutos.

En la Figura 4 se muestra gráficamente el frente de Pareto aproximado obtenido P , compuesto por 238 soluciones no dominadas. Siendo $|R|$ la cantidad de recorridos, en la Tabla 1 se resumen los siguientes valores promedios referidos a recorridos para 20 soluciones de diferentes regiones de P :

- $1/f$: $\frac{1}{|R|} \sum_{k=1}^{|R|} \frac{1}{f_k}$ tiempo entre pasadas medido en minutos,

- $t: \frac{1}{|R|} \sum_{k=1}^{|R|} t_k$ duración medida en minutos,
- $\bar{U}: \frac{1}{|R|} \sum_{k=1}^{|R|} \frac{\bar{\phi}_k}{f_k CAP}$ utilización media de los buses, siendo $\bar{\phi}_k = \frac{\sum_{a \in r_k} (\bar{\phi}_{a,k} + \bar{\phi}_{a,k}^{\leftarrow}) c_a}{2 \sum_{a \in r_k} c_a}$ el flujo medio en el recorrido r_k ,
- $U^*: \frac{1}{|R|} \sum_{k=1}^{|R|} \frac{\phi_k^*}{f_k CAP}$ utilización crítica de los buses.

Observar que los valores de $|R|$, $1/f$, t , \bar{U} y U^* presentan tendencias a lo largo del frente de Pareto, que si bien no son monótonas, permiten caracterizar los diferentes grados de compromiso entre los objetivos contrapuestos. De esta forma, menor costo para los usuarios se caracteriza por valores mayores de $|R|$ y menores de t , $1/f$, \bar{U} y U^* y viceversa.

En la Tabla 2 se presentan los valores calculados para la solución que opera el sistema de Rivera a la fecha de realización de este trabajo; estos valores se obtuvieron expresando los recorridos de dicha solución en términos del grafo G . Se observa que la solución se puede considerar como valor del frente de Pareto aproximado calculado, y los valores de $|R|$, $1/f$, t , \bar{U} y U^* siguen la tendencia de los de la Tabla 1.

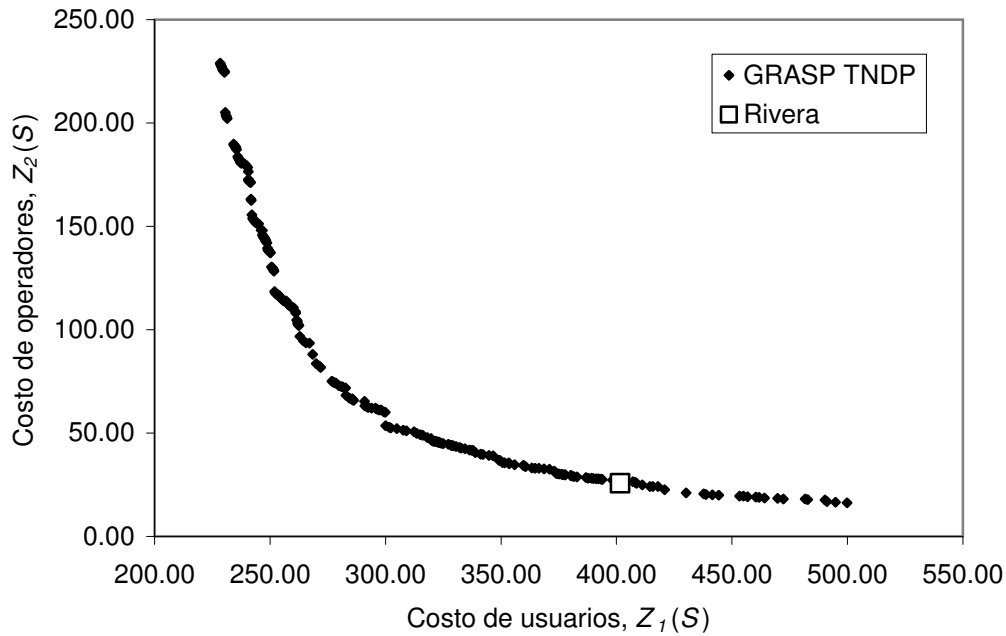


Figura 4

Por otro lado, para la función objetivo $Z_1(S)$ es posible definir una cota inferior en el componente de tiempo de viaje en vehículo tv^* , que se cumple cuando toda la demanda es transportada a través de su camino más corto en G independientemente de cualquier solución, $tv^* = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} t_{ij}^*$,

donde t_{ij}^* es el costo del camino más corto entre i y j en G . Para el tiempo de espera es posible definir una cota inferior te^* de forma análoga que tv^* , que se cumple cuando toda la demanda es

servida por un recorrido con la mayor frecuencia factible, $te^* = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} \frac{1}{2f_{max}}$. Sin embargo, dado que la demanda correspondiente a un mismo par de vértices (i,j) puede ser satisfecha en una solución particular por más de un recorrido con la frecuencia máxima, esta cota puede disminuir de forma inversamente proporcional a la cantidad de recorridos.

Solución	Z_1	Z_2	$ R $	$1/f$	t	\bar{U}	U^*
1	229,34	226,22	44	13	45	0,03	0,05
2	234,92	188,88	46	14	43	0,03	0,06
3	239,69	179,53	46	16	43	0,04	0,06
4	242,14	155,57	25	11	55	0,04	0,07
5	247,09	144,99	43	17	45	0,04	0,07
6	249,53	138,35	47	18	43	0,04	0,08
7	252,43	117,44	26	16	53	0,05	0,10
8	257,62	112,84	29	21	50	0,06	0,10
9	262,88	96,69	18	16	62	0,07	0,13
10	279,86	72,97	16	23	75	0,09	0,18
11	292,46	62,39	28	30	52	0,10	0,17
12	307,72	51,33	12	24	83	0,14	0,30
13	321,60	45,98	16	28	69	0,15	0,28
14	332,01	42,97	16	34	69	0,16	0,30
15	349,58	36,64	11	33	90	0,20	0,40
16	368,61	32,66	11	41	90	0,24	0,47
17	381,58	28,94	16	41	65	0,24	0,44
18	401,87	26,94	15	48	76	0,28	0,51
19	437,81	20,54	10	47	90	0,36	0,72
20	481,72	18,07	11	52	82	0,44	0,81

Tabla 1 – Soluciones GRASP TNDP

Solución	Z_1	Z_2	$ R $	$1/f$	t	\bar{U}	U^*
Rivera	401,56	25,65	13	37	63	0,32	0,58

Tabla 2 – Solución Rivera

En la Tabla 3 se presentan las distancias de los valores de tiempos de viaje y de espera a sus respectivas cotas inferiores, para las 20 soluciones seleccionadas de P . La distancia de un valor v a su cota inferior v^* , $dist(v, v^*)$ se define como $(v-v^*)/v^*$. Estas medidas reflejan la calidad de una solución desde el punto de vista de los usuarios, tanto en los componentes de tiempo de viaje como de espera. Los valores son coherentes con la ubicación de cada solución en el frente de Pareto, es decir, el grado de compromiso entre los objetivos en conflicto que representa. Para las soluciones 1 y 4, la medida $dist(te, te^*)$ carece de sentido dado que te es menor que te^* , debido a la alta cantidad de recorridos y los altos valores de las frecuencias operando en los mismos.

5. Conclusiones y trabajos futuros

En este trabajo se presenta una formulación para el problema del diseño de recorridos y frecuencias, con un enfoque de optimización combinatoria multiobjetivo que modela los intereses contrapuestos de usuarios y operadores en un sistema de transporte público colectivo urbano. Se propone un algoritmo basado en la metaheurística GRASP, que produce en una sola instancia de ejecución un frente de Pareto compuesto por soluciones no dominadas.

El algoritmo es probado con un caso de estudio real de porte mediano-chico, relativo a la ciudad de Rivera, Uruguay. Las soluciones obtenidas permiten caracterizar los diferentes grados de compromiso entre los objetivos contrapuestos, en base a la cantidad de recorridos, su duración y frecuencia, y la utilización de los buses.

<i>Solución</i>	<i>dist(tv,tv[̂])</i>	<i>dist(te,te[̂])</i>
1	0,05	†
2	0,03	0,19
3	0,03	0,32
4	0,11	†
5	0,06	0,40
6	0,03	0,60
7	0,09	0,38
8	0,08	0,60
9	0,15	0,37
10	0,13	0,94
11	0,09	1,54
12	0,17	1,55
13	0,15	2,04
14	0,15	2,33
15	0,29	2,08
16	0,30	2,60
17	0,15	3,73
18	0,19	4,11
19	0,29	4,64
20	0,32	5,74

Tabla 3

Se muestra que es posible generar en forma automática, soluciones de características comparables a la solución que opera el sistema de transporte público de Rivera a la fecha de realización de este trabajo, así como otras soluciones alternativas con diferentes grados de compromiso entre los objetivos contrapuestos. Como era de esperar, a menor costo para los usuarios, mayor cantidad de recorridos y menor duración de los mismos, tiempo entre pasadas y utilización de buses, y viceversa.

Como trabajos futuros se plantean: i) la incorporación al GRASP TNDP de mecanismos que explícitamente busquen una mejora en la diversidad del frente de Pareto producido (Deb, 2001), ii) utilizar un modelo de asignación que considere los efectos de la congestión, es decir, que el costo de una determinada arista en un recorrido sea dependiente del flujo de pasajeros que lo utilizan; es de interés evaluar la eficiencia del algoritmo GRASP TNDP en este nuevo contexto.

Agradecimientos

A la Comisión Sectorial de Investigación Científica (CSIC) por su apoyo financiero, a Héctor Cancela por sus aportes, a la Intendencia Municipal de Rivera por facilitarnos la información necesaria para la construcción del caso de estudio y al Programa de Desarrollo de Ciencias Básicas (PEDECIBA).

Referencias bibliográficas

- Baaj, M. H. y Mahmassani, H. S. (1990). TRUST: A LISP program for the analysis of transit route configurations. *Transportation Research Record* (1283), 125-135.
- Baaj, M. H. y Mahmassani, H. S. (1991). An AI-based approach for transit route system planning and design. *Journal of Advanced Transportation* 25(2), 187-210.
- Baaj, M. H. y Mahmassani, H. S. (1995) Hybrid route generation heuristic algorithm for the design of transit networks. *Transportation Research C* 3(1), 31-50.
- Baldoquín, G. (2002). Approximate solution of an extended 0/1 knapsack problem using GRASP. XI Congreso Latino-Iberoamericano de Investigación de Operaciones, Concepción, Chile.

- Ceder, A. y Wilson, N. H. M. (1986). Bus network design. *Transportation Research B* 20(4), 331-344.
- Chakroborty, P. (2003). Genetic Algorithms for optimal urban transit network design. *Computer Aided Civil and Infrastructure Engineering* 18(3), 184-200.
- De Cea, J. y Fernández, E. (1993). Transit assignment for congested public transport systems: An equilibrium model. *Transportation Science* 27(2), 133-147.
- Deb, K. (2001). *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*. John Wiley and Sons.
- Desaulniers, G. y Hickman, M. D. (2003). Public transit. Reporte Técnico G-2003-77, GERAD.
- Fan, W. y Machemehl, R. B. (2004). A Tabu Search based heuristic method for the transit route network design problem. 9th International Conference on Computer Aided Scheduling of Public Transport, San Diego, Estados Unidos.
- Florian, M. (2003). Frequency based transit route choice models. En Lam, W. y Bell, M. editores, *Advanced Modeling for Transit Operations and Service Planning*, Elsevier Science, 165-180.
- Israeli, Y. y Ceder, A. (1993). Transit route design using scheduling and multiobjective programming techniques. En Daduna, J. *et al.* editores, *Proceedings of the Sixth International Workshop on Computer Aided Scheduling of Public Transport*, Springer, 56-75.
- Jaszkiewicz, A. (2004) Evaluation of multiple objective metaheuristics. En Gandibleux, X. *et al.* editores, *Metaheuristics for Multiobjective Optimisation*, Springer, 65-89.
- Krishna Rao, K. V., Muralidhar, S. y Dhingra, S. L. (2000). Public transport routing and scheduling using Genetic Algorithms. 8th International Conference on Computer Aided Scheduling of Public Transport, Berlin, Alemania.
- Magnanti, T. L. y Wong, R. T. (1984). Network design and transportation planning: Models and algorithms. *Transportation Science* 18(1), 1-55.
- Mauttone, A. y Urquhart, M. E. (2004) GRASP para el diseño de recorridos en transporte público. XII Congreso Latino-Iberoamericano de Investigación de Operaciones, La Habana, Cuba.
- Mauttone, A. (2005) Optimización de recorridos y frecuencias en sistemas de transporte público urbano colectivo. Tesis de Maestría en Informática. Facultad de Ingeniería, Universidad de la República.
- Ngamchai, S. y Lovell, D. (2003). Optimal time transfer in bus transit route network design using a Genetic Algorithm. *Journal of Transportation Engineering* 129(5), 510–521.
- Nuzzolo, A. (2003) Schedule based transit assignment models. En Lam, W. y Bell, M. editores, *Advanced Modeling for Transit Operations and Service Planning*, Elsevier Science, 125-163.
- Ortúzar, J. de D. y Willumsen, L. (1996) *Modelling Transport*. John Wiley and Sons.
- Resende, M. y Ribeiro, C. (2003). Greedy randomized adaptive search procedures. En Glover, F. y Kochenberger, G. editores, *Handbook of Metaheuristics*, Kluwer Academic Publishers, 219-249.
- Soares, D. y Arroyo, J. (2004). A GRASP algorithm for the multi-objective knapsack problem. XXIV International Conference of the Chilean Computer Science Society, Arica, Chile.
- Stopher, P. R., Shillito, L., Grober, D.T. y Stopher, H.M.A. (1986). On-board bus surveys: No questions asked. *Transportation Research Record* (1085), 50-57.
- Tom, V. M. y Mohan, S. (2003). Transit route network design using frequency coded Genetic Algorithm. *Journal of Transportation Engineering* 129(2), 186-195.