

Introducción al concepto de fractal en enseñanza secundaria usando realidad virtual inmersiva

Introduction to the fractal concept in secondary education using immersive virtual reality

Dante Yván Chavil Montenegro¹

Universidad Nacional Tecnológica de Lima Sur, Lima, Perú
dcm358@inlumine.ual.es, dchavil@untels.edu.pe
ORCID 0000-0001-9621-2881

Isabel María Romero Albaladejo²

Universidad de Almería, Almería, España
imromero@ual.es
ORCID 0000-0002-4557-5284

José L. Rodríguez Blancas³

Universidad de Almería, Almería, España
jlrodr@ual.es
ORCID 0000-0002-2237-2513

Citar como: Chavil, D., Romero, I. y Rodríguez, J. (2020). Introducción al concepto de fractal en enseñanza secundaria usando realidad virtual inmersiva. *Desde el Sur*, 12(2), pp. 615-629.

RESUMEN

El concepto de fractal no se introduce en secundaria a pesar de su potencial a nivel matemático y de su aplicabilidad. La realidad virtual es una herramienta adecuada que facilita dicha introducción. Nuestro interés radica en conocer la influencia del uso del *software* de realidad virtual inmersiva NeoTrie VR en el aprendizaje y la motivación de los fractales en estudiantes de primer año de educación secundaria. Se sigue un esquema de investigación de orientación cualitativa y de tipo descriptivo, con tres

1 Magíster en Educación con mención en Educación Matemática por la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle (Perú) y licenciado en Matemáticas por la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo (Perú). Docente ordinario en la categoría de auxiliar de la Universidad Nacional Tecnológica de Lima Sur. Ponente en eventos nacionales e internacionales en el campo de la matemática aplicada y en la educación matemática. Cuenta con publicaciones en la *MapleReport*.

2 Doctora en Ciencias de la Educación en la especialidad de Educación Matemática y licenciada en Ciencias Matemáticas por la Universidad de Granada. Profesora titular de la Universidad de Almería (UAL). Miembro del Departamento de Educación de la UAL en el área de Educación Matemática. Tiene diversos artículos publicados en revistas indexadas en el contexto de la enseñanza matemática.

3 Doctor en Matemática y licenciado en Matemáticas por la Universidad Autónoma de Barcelona (España). Profesor titular de la UAL. Miembro del Departamento de Matemáticas de la UAL y especialista en Topología Algebraica. Alterna su docencia en el grado en Matemáticas y en el máster en Profesorado con la investigación y la divulgación.

grupos de estudiantes de cuatro integrantes cada uno. Los resultados muestran que NeoTrie VR facilita la construcción de fractales y observamos que ello incide positivamente en la asimilación de la noción de fractal. Además, los estudiantes manifiestan concentración y disfrute, acorde con la experiencia de flujo, al hacer uso de este *software*.

PALABRAS CLAVE

Realidad virtual, geometría fractal, educación secundaria

ABSTRACT

The fractal concept is not introduced in high school despite its mathematical potential and applicability. Virtual reality is a tool suitable for the facilitating of such an introduction. Our interest lies in understanding the influence of the use of NeoTrie VR immersive virtual reality software on the teaching of the fractal concept to first-year secondary school students. A descriptive and qualitative research method is employed, with three groups of students of four members each. The results show that NeoTrie VR facilitates the construction of fractals, and we observe that this positively impacts assimilation of the fractal concept. In addition, students display concentration and enjoyment, consistent with the flow experience, when using this software.

KEYWORDS

Virtual reality, fractal geometry, secondary education

Introducción

La geometría fractal consiste en el estudio de conjuntos irregulares, que aparecieron a finales del siglo XIX y poseen propiedades geométricas y analíticas especiales que sorprendieron a la comunidad científica matemática de aquellos tiempos. El término *fractal* (del latín *fractus*, que significa «fragmentado, irregular») fue acuñado en 1975 por el doctor Benoît Mandelbrot, profesor de la Universidad de Yale, considerado como el padre de la geometría fractal (Crespo, 2016). Un fractal se representa como un conjunto que tiene una o varias de las siguientes propiedades (Braña, 2003; Mandelbrot, 2006, p. 32):

- Es demasiado irregular para ser descrito en términos geométricos tradicionales.

- Es autosemejante, es decir, el todo está formado por copias más pequeñas de sí mismo.
- Tiene una definición algorítmica recursiva sencilla.
- Tiene dimensión topológica menor que su dimensión de Hausdorff.

Merece la pena destacar que los fractales tienen un gran potencial tanto en las ciencias (por ejemplo, en el análisis de fenómenos considerados caóticos como lo es el movimiento browniano y la formación de nebulosas siderales), en las ingenierías (por ejemplo, en el análisis y la predicción de condiciones ambientales, terremotos y volcanes), así también como en las artes (por ejemplo, la creación de paisajes para películas animadas).

A pesar de su potencial, esta nueva geometría está escasamente explorada a nivel educativo y a nivel de investigación (Sinclair *et al.*, 2017). Por ello, y ante la importancia del tema, el objetivo de nuestro trabajo es brindar una introducción al concepto de fractal usando la realidad virtual y explorar los resultados de esta intervención en enseñanza secundaria. Con ese fin, llevamos a cabo un estudio exploratorio con 12 estudiantes de primer año de educación secundaria (1.º de ESO) del Instituto de Educación Secundaria (IEP) El Parador de la provincia de Almería, España, durante el curso académico 2018-2019.

Fundamentación

La elección del uso de la realidad virtual como recurso educativo en el proceso de la enseñanza y aprendizaje de la geometría se debe principalmente a que vivimos en una sociedad inmersa en el uso diario de dispositivos electrónicos como tabletas, *smartphones*, etc., tanto para actividades laborales como recreativas, y cuyas bondades tecnológicas pueden aplicarse también en las actividades educativas. Además, hay que tener en cuenta que los alumnos que hoy encontramos en el aula son los nativos digitales con habilidad consumada y atraídos por todo lo relacionado con las nuevas tecnologías, según describen García, Portillo, Romo y Benito (2007).

Al tener alumnos nativos digitales, se hace necesario que el profesor conozca y haga uso de las distintas tecnologías con la finalidad de guiar a los alumnos hacia un uso adecuado en el contexto de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y en especial de la geometría. Bajo este hecho, la realidad virtual, como parte de estas nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TIC) emergentes, deben ser también aprovechadas en nuestra labor docente. Juanes y Espinel (1995) afirman:

Todo profesional de la enseñanza debe concienciarse que educar para el futuro incluye introducir a los alumnos en el uso y manejo de

los recursos informáticos, de lo contrario reforzarán un modelo de enseñanza desconectado de la realidad social en la que nos movemos (p. 59).

El factor motivacionalmente del uso —no abuso— de las TIC es algo que se debe tener en cuenta en las actividades cotidianas del aula. En palabras de Cataldi, Donnamaría y Lage (2009):

El uso de programas de aplicación permite incrementar el interés de los estudiantes al «aprender haciendo». Se busca que los estudiantes recuperen la satisfacción respecto de sus aprendizajes utilizando estos complementos virtuales, que les abren nuevas opciones y [...] pudiéndola aprender con motivación (p. 80).

La realidad virtual es una TIC muy reciente, por lo que el docente debe conocer su funcionamiento y el potencial que puede brindarle en el aula. En palabras de Otero y Flores (2011):

Las ventajas que se pueden obtener de la realidad virtual aplicada al mundo de la educación son discernibles de forma directa, puesto que el hecho de ser, por concepción, sistemas inmersivos le otorgan un valor como fuente de información muy importante, ya que captan totalmente la atención del participante [...] La realidad virtual ofrece un espectacular y efectivo modo de generar nuevas experiencias y emociones en los participantes (p. 188).

Además del componente motivacional que supone esta tecnología en su uso en el aula, la «gran potencia de la realidad virtual reside en los medios que utilizan para comunicarse con el usuario, denominados interfaces [...] que incluyen todo el *software* y el *hardware* [utilizados] para representar los objetos y recibir las órdenes del usuario» (Juanes y Espinel, 1995, p. 54). La comunicación con los sistemas de realidad virtual es natural e intuitiva, debido a la interfaz existente, que hace sencilla la adaptación a la aplicación informática.

Como podemos observar, «la realidad virtual supone un cambio cualitativo con respecto a otras tecnologías, como la televisión o la pantalla de un ordenador, ya que permite una inmersión total en una simulación de la realidad donde el usuario puede interactuar con el mundo virtual, de una forma similar a como interactúa con el mundo real» (Botella *et al.*, 2006, p. 18).

En nuestra experiencia, el *software* de realidad virtual que utilizamos fue el NeoTrie VR, en tanto que el *hardware* del que dispusimos fueron unas gafas de realidad virtual Oculus Rift (con dos sensores de posicionamiento y dos mandos) y un portátil con procesador IntelCore I7, RAM 16 GB y tarjeta gráfica GTX 1060.

NeoTrie VR, actualmente desarrollado por Virtual Dor y la Universidad de Almería, enmarcado en el proyecto educativo europeo Scientix «NeoTrie VR: Geometría 3D en Realidad Virtual», es un nuevo *software* gratuito de geometría dinámica de realidad virtual, que permite al usuario crear, manipular e interactuar con objetos geométricos y modelos 3D en general, el cual desarrolla la habilidad de la percepción espacial, a través del descubrimiento y la inducción, al poder acceder amigablemente a los conceptos y procedimientos relevantes en geometría, de forma más fácil con respecto a los instrumentos tradicionales (Cangas, Crespo, Rodríguez, Zarauz, 2019). Por otro lado, las últimas versiones del *software* incluyen funciones que ayudan al profesorado a diseñar y generar actividades fácilmente, y le permiten preparar actividades para distintos niveles educativos del currículo de matemáticas (Cangas, Morga, Rodríguez, 2019).

Es bien conocido el potencial de las nuevas tecnologías para la motivación del aprendizaje geométrico de los escolares (García, 2011). En particular, la motivación intrínseca surge cuando se realiza una actividad por el placer y la satisfacción que se experimentan y está íntimamente conectada a las experiencias de flujo (Csikszentmihalyi, 1975; Gil, Torres y Montoro, 2017). Estas son experimentadas por personas que se enfrentan a situaciones con una meta bien definida y reciben información sobre lo cerca que se está de alcanzarla. Su grado de concentración en la actividad es tan alto que se aíslan de lo que sucede alrededor y pueden llegar a perder la noción del tiempo. Aparece una sensación de control y actuación sin esfuerzo. De acuerdo con Gil, Torres y Montoro (2017), cuando los estudiantes experimentan flujo realizando una actividad, obtienen una mayor calidad en el trabajo realizado y eligen cursos que involucran dicha actividad en años posteriores o en tareas extraescolares. Dichos autores encontraron que las experiencias de flujo en la enseñanza de la matemática dependen de la tarea propuesta: el grado de disfrute con la actividad se ve afectado principalmente por el interés, la utilidad y la claridad de la meta propuesta, y el nivel de concentración alcanzado con la tarea por su nivel de desafío y por la retroalimentación recibida.

Contextualización del estudio y objetivos

El presente trabajo se llevó a cabo con 12 estudiantes del 1.º de ESO, previamente seleccionados por el director del IEP El Parador, ubicado en la provincia de Almería, España. Los estudiantes fueron distribuidos en tres grupos, cada uno de los cuales estaba formado por cuatro integrantes, entre alumnas y alumnos. Se propuso trabajar con fractales a raíz de la invitación recibida por el director del instituto, con miras a que los alumnos comunicaran las bondades de las matemáticas, y en especial de la

geometría, en un evento divulgativo que iban a celebrar en sus instalaciones. Los fractales no se enseñan a los estudiantes de ese nivel educativo, ya que no están incluidas dentro de la Programación de Matemática para estudiantes del 1.º de ESO.

Aceptada la invitación, vimos imprescindible que los estudiantes aprendieran la noción básica de los fractales de manera amena, puesto que el objetivo final del evento divulgativo era que esos estudiantes explicaran el concepto de los fractales a los demás estudiantes del IEP El Parador. No había mejor manera de explicar el tema de los fractales cuando se realizan sus construcciones, sobre todo cuando se hace uso de la tecnología que nos brinda la realidad virtual inmersiva del NeoTRie VR. Para alcanzar tal fin, se prepararon tres sesiones de clases:



FIGURA 1. Dentro del templo de geometría del entorno NeoTRie VR



FIGURA 2. Mesa de herramientas de NeoTRie VR

Primera sesión. Tuvo una duración de una hora académica y presentó a los estudiantes el concepto de fractal, haciendo hincapié en el criterio de autosemejanza. Se mostró la importancia y la aplicabilidad de esta nueva geometría. En esta sesión también se presentaron a los estudiantes ejemplos y contraejemplos de fractales.

Segunda sesión. Tuvo una duración de dos horas académicas. Se enseñó al alumnado a acceder al programa NeoTrie VR. Dentro del programa los estudiantes se visualizarán en un templo en el que aparece la figura de Euclides, que les brindará ayuda en caso la necesiten.

Posteriormente se les enseñó a usar los botones de los mandos y modos básicos de NeoTrie VR, como construir puntos, segmentos, líneas poligonales, borrarlos, unirlos, cambiar su tamaño, o desplazarse mediante la teletransportación o la opción de vuelo. Luego se les enseñó a utilizar algunas de las herramientas necesarias para llevar a cabo las actividades propuestas con NeoTrie VR, como el copiado y pegado, rotación, entre otras.

Una de las bondades que ofrece NeoTrie VR es el reconocimiento de voz, utilizado para hacer aparecer figuras geométricas como el triángulo (usado en la construcción del triángulo de Sierpiński), el cuadrado (para la alfombra de Sierpiński), el tetraedro con caras (para el tetraedro de Sierpiński) y el hexaedro con caras (para la esponja de Menger). El reconocimiento de voz permite instanciar cuerpos geométricos con caras si se termina su nombre diciendo «[...] con caras». En caso de omitirlo, solo aparece la figura con sus vértices y aristas. Aparte, y por cuenta propia, los alumnos exploraron otras herramientas y opciones disponibles en el entorno virtual de NeoTrie VR.



FIGURA 3. Alumna haciendo uso del NeoTrie VR.

Tercera sesión. Tuvo una duración de una hora académica. En esta sesión los estudiantes usaron NeoTrie VR para la construcción de fractales en 2D y 3D. Para la construcción de los fractales en 3D llevamos modelos físicos, con la finalidad de que los estudiantes los examinen previamente antes de usar el programa. Terminamos la actividad retando a los estudiantes a construir el hexágono de Sierpiński en NeoTrie VR.

El objetivo de este trabajo es explorar:

- 1) Los procesos de aprendizaje del alumnado en torno a los fractales a través del uso de NeoTrie VR, así como las dificultades que encontraron.
- 2) La motivación intrínseca que experimenta el alumnado usando NeoTrie VR, vinculada a la experiencia de flujo.

Metodología

La investigación que presentamos es de tipo descriptivo, con una orientación cualitativa, y nos centramos en variables apropiadas sin control sobre ellas. La orientación es cualitativa, pues utilizamos la observación directa, las notas de campo, la grabación en video y una entrevista semiestructurada para la recolección de la información. Estos no constituyen datos, sino información que nos permite establecer puntos de reflexión constante con objeto de dar mayor validez y fiabilidad a las observaciones (Mouly, 1978).

Aquí prestamos especial atención a las actividades realizadas durante la segunda y tercera sesión, ya que en ellas los alumnos hacen uso de NeoTrie VR. Además, tras finalizar la tercera sesión, se realizó una entrevista grabada a cada grupo para tener su apreciación sobre lo trabajado y, a la vez, reconocer la motivación que experimentaron.

Análisis y resultados

Concentraremos este espacio al análisis y la discusión de las observaciones realizadas durante las sesiones segunda y tercera.

¿Qué fractales construyeron?

Todos los grupos construyeron los cuatro fractales solicitados en la segunda sesión (triángulo y alfombra de Sierpiński, tetraedro de Sierpiński y esponja de Menger). Acorde con nuestro análisis previo, y constatando *in situ* con los alumnos, hemos notado el nivel de dificultad en la construcción de los fractales designados para la segunda sesión:

- Dificultad baja: triángulo y alfombra de Sierpiński
- Dificultad media: tetraedro de Sierpiński
- Dificultad alta: esponja de Menger

En la tercera sesión retomamos a los grupos para que construyan, usando el NeoTrie VR, el hexágono de Sierpiński. Este fractal también es de dificultad alta.

Sobre la experiencia en la construcción de los fractales

El primer paso consistió en mostrar a los estudiantes los fractales que debían construir con NeoTrie VR (ver figura 4). Durante una breve reunión de grupo, ellos acordaban las estrategias que debían seguir en la construcción de los fractales, para posteriormente elegir al integrante del grupo que iba a empezar con la construcción de al menos las dos primeras iteraciones (ver figura 5). Una vez realizadas estas dos primeras iteraciones, el primer integrante entregaba los mandos y las gafas de realidad virtual al segundo integrante para que este hiciera las otras dos iteraciones, y así sucesivamente, hasta que todos los integrantes interactuaban con NeoTrie VR. Durante el tiempo que uno de los integrantes usaba el programa, los demás integrantes estaban atentos a la construcción de los fractales y brindaban indicaciones o sugerencias a su compañero (ver figura 6).



FIGURA 4. Muestra de algunos fractales a construir



FIGURA 5. Reunión de grupo para buscar estrategias en la construcción de fractales

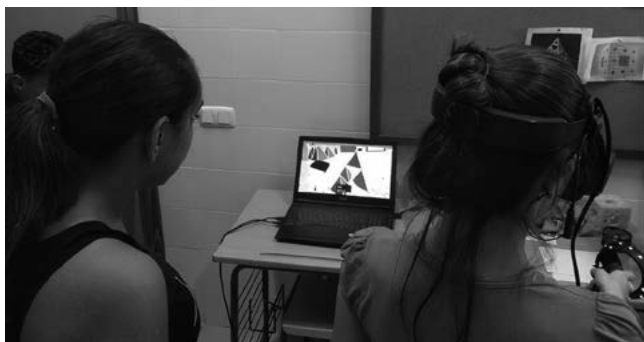


FIGURA 6. Grupo de estudiantes construyendo el fractal tetraedro de Sierpiński

Papel de NeoTrie VR en la construcción de fractales

Estrategias: los grupos se reunieron para que, mediante el diálogo, la observación (reconocimiento de patrón de recursividad de los fractales), la reflexión y la crítica constructiva buscaran el camino adecuado en la construcción de los fractales asignados.

Herramientas del *software*: comando de voz para llamar a las figuras geométricas necesarias, la de copiar y pegar, la homotecia, y la de rotación (según comodidad del alumno).

Dificultades y soluciones

De tipo humano:

- Destacamos la dificultad al comunicarse entre ellos para consensuar el antes y el durante la construcción de los fractales encargados.
- La solución a este problema radicó en el uso de vocabulario geométrico «informal», acompañado de lenguaje corporal (contacto físico entre ellos) para explicar lo que deben hacer. Hay que tener en cuenta que el que lleva las gafas solo escucha lo que hablan sus compañeros, mas no puede ver sus gestos.



FIGURA 7. Segunda iteración del tetraedro de Sierpiński



FIGURA 8. Comunicación entre los estudiantes del mismo grupo

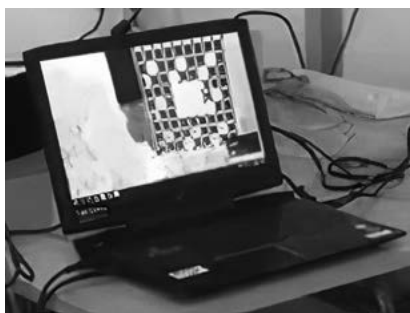


FIGURA 9. Error de NeoTrie VR durante el pegado de iteraciones de la alfombra de Sierpiński

En el *software*:

- La problemática más importante radicó en que el programa fallaba en algunos procesos de construcción de los fractales, y presentaba bajo rendimiento al trabajar con iteraciones y figuras grandes. Por otro lado, aparecían también errores cuando se quería unir ciertas figuras para formar iteraciones mayores.
- La solución fue avisar a los programadores de NeoTrie VR sobre dichos fallos, que fueron solventados en posteriores versiones del *software*.

Logros

Durante esta actividad, observamos que algunos de los miembros de los grupos construyeron, por ejemplo, el triángulo de Sierpiński uniendo triángulo a triángulo, pero justo en ese mismo proceso de construcción, el grupo, haciendo uso del pensamiento estructural, notó la existencia de iteraciones que permiten construir los fractales y de su característica recursividad. Así, una vez reconocida la iteración existente en los fractales, y usando la herramienta de copiar y pegar ofrecida por el *software*, los estudiantes construyeron los fractales con mayor rapidez.

La esponja de Menger presentó la mayor dificultad en su construcción. Esto se debe a que en un principio los alumnos habían construido solo la parte frontal de dicho fractal. Algunos miembros del grupo, al darse cuenta de que faltaba gran parte del fractal, y tras un breve diálogo, dieron indicaciones al que llevaba las gafas y así lograron la construcción completa. Entre los medios de apoyo que usaron para la corrección, contaron con materiales manipulativos, en este caso un modelo físico de la esponja de Menger (ver figura 4).

En la tercera sesión, como reto final, se propuso la construcción del hexágono de Sierpiński, el cual tiene una mayor complejidad, puesto que requiere un procesamiento más analítico (ver figura 6). Siguiendo las estrategias vistas en la segunda sesión, todos los grupos lograron conseguir el objetivo solicitado.



FIGURA 10. Construyendo el hexágono de Sierpiński

Al concluir las actividades descritas anteriormente, realizamos una entrevista semiestructurada a cada grupo. En ellas hicieron repetidas alusiones a las distintas componentes asociadas a las experiencias de flujo anteriormente mencionadas, vinculadas al uso de NeoTrie VR. En la tabla 1 presentamos algunas intervenciones de los alumnos relacionadas con dichos componentes.

TABLA 1. Experiencia de flujo

Componente de flujo	Intervención del alumnado
Disfrute	«Me gustó», «Me divertí».
Interés	«Se aprende igual, incluso un poco más, podría decir yo, porque, claro, juntas formas, y es como además que “me abro”, porque nunca había cogido las gafas virtuales en la ESO».
Claridad de metas	«Luego vi que tenía forma y dije “¡ya está!” como que me autoconvencía de que estaba bien».
Concentración	«A veces en la clase me distraigo un poco, pero en la realidad virtual no, porque, por ejemplo, si está un compañero haciendo algo, yo me quedo mirando para ver si puedo hacerlo yo».
Desafío	«Es más fácil»; «Simplemente es como si fuera más fácil»; «Yo me imagino dibujando y tantas cosas, cuando allí [en NeoTrie VR] tienes que decir una palabra y ya lo tienes»; «Empezamos por un fractal fácil, y acabamos haciendo el del hexágono, eso que es mucho más difícil, entonces el reto es llegar hacia el difícil, al menos para mí»; «Yo quería hacer más cosas».
Retroalimentación	«A diferencia del álgebra, aquí te das cuenta de adónde tienes que llegar».
Pérdida de la noción de tiempo	«Las clases se me pasan superrápido»; «Las clases normales son un poquito más aburridas, pero aquí se me ha pasado más rápido».

Conclusiones

Durante esta experiencia, concordamos con García (2011) en que el uso adecuado de las nuevas tecnologías despierta la motivación del aprendizaje geométrico de los escolares. Durante la actividad con el empleo de NeoTrie VR, se observó que los estudiantes estaban motivados intrínsecamente, puesto que realizaban la actividad con placer y satisfacción, ya que se enfrentaron a situaciones con metas muy bien definidas y a la vez recibían información sobre lo cerca que estaban por alcanzarla. Además, tenían un alto grado de concentración, de modo que perdían la noción del tiempo y también buscaban hacer frente a más desafíos. Es decir, se evidenció que los estudiantes estaban experimentando y desarrollando las componentes de los flujos motivacionales descritos por Csikszentmihályi (1975) y Gil, Torres y Montoro (2017).

Estamos de acuerdo con lo manifestado por Otero y Flores (2011) en el contexto de que cuando aplicamos la realidad virtual inmersiva al campo educacional captamos totalmente la atención del participante, puesto que generamos en ellos nuevas emociones y experiencias.

NeoTrie VR favoreció la introducción de los fractales y su aprendizaje, puesto que los estudiantes identificaron la existencia de la autosemejanza y de la naturaleza recursiva de la geometría fractal, y esto se evidenció cuando empezaban a construir los fractales con mayor rapidez.

El llevar modelos físicos del tetraedro de Sierpiński y de la esponja de Menger a la actividad fue enriquecedor, puesto que los estudiantes examinaron con modelos reales los fractales en 3D que debían construir usando el NeoTrie VR.

Por último, creemos que nos encontramos en una quinta revolución educativa marcada por el avance tecnológico que proporciona la realidad virtual inmersiva. Esta nueva tecnología no solo es aplicable a la enseñanza de la geometría fractal, como estamos mostrando en este artículo, sino que puede ser aplicada a otros campos del quehacer humano debido al amplio potencial que en ella se desarrolla.

Contribución de los autores

Los autores hemos participado en la redacción del presente artículo.

Fuente de financiamiento

De los propios autores.

Conflicto de interés

Los autores manifestamos que no tenemos conflicto de interés.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Braña, J. (2003). *Introducción a la geometría fractal*. Recuperado de http://matema.ujaen.es/jnavas/web_modelos/pdf/CursoGeometriaFractal.pdf
- Botella, C., García-Palacios, A., Quero, S., Baños, R. M. y Bretón-López, J. M. (2006). Realidad virtual y tratamientos psicológico: una revisión. *Psicología Conductual*, 14(3), pp. 491-509. Recuperado de https://www.behavioralpsycho.com/wp-content/uploads/2020/04/09.Botella_14-3oa.pdf
- Cangas D., Crespo D., Rodríguez J. L. y Zarauz, A. (2019). NeoTrie VR: nueva geometría en realidad virtual. *Pi-InnovaMath*, 2, pp. 1-8. Recuperado de <http://revistas.uned.es/index.php/pIM/article/view/24143/19139>
- Cangas D., Morga G. y Rodríguez J. L. (2019). Geometric teaching experience with NeoTrie VR. *Psychology, Society, & Education*, 11(3), pp. 355-366. Recuperado de <http://ojs.ual.es/ojs/index.php/psy/article/view/2270>
- Cataldi, Z., Donnamaría, M. C. y Lage, F. J. (2009). Didáctica de la química y TICs: laboratorios virtuales, modelos y simulaciones como agentes de motivación y de cambio conceptual. *IV Congreso de Tecnología En Educación y Educación en Tecnología*, 80-89. Recuperado de <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/18979>
- Crespo, D. (2018). *Mandelbrot. En busca de la geometría de la naturaleza. Colección genios de las matemáticas*. Barcelona: RBA.
- Csikszentmihályi, M. (1975). *Beyond boredom and anxiety*. San Francisco: Jossey-Bass.
- García, F., Portillo, J., Romo, J. y Benito, M. (2007). Nativos digitales y modelos de aprendizaje. Recuperado de <http://ceur-ws.org/Vol-318/Garcia.pdf>
- García, M. (2011). *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en un estudiante de secundaria al introducir Geogebra en el aula*. Almería: Editorial Universidad de Almería.
- Gil, F., Torres, T. y Montoro, A. (2017). Motivación en matemáticas de estudiantes de primaria. *INFAD Revista de Psicología*, 1, pp. 85-94.
- Juanes, J. A. y Espinel, J. L. (1995). Realidad virtual ¿futuro en la enseñanza? *Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales*, 9, pp. 53-62. Recuperado de <https://doi.org/10.7203/DCES..2961>
- Mandelbrot, B. (2006). *La geometría fractal de la naturaleza*. Barcelona: Tusquets.
- Mouly, G. J. (1978). *Educational research: the Artand science of investigation*. Boston: Allyn and Bacon.
- NeoTrie VR (2019). Sitio web. Recuperado de <http://virtualdor.com/NeoTrie-VR/>

Otero, A. y Flores, J. (2011). Realidad virtual: un medio de comunicación de contenidos. Aplicación como herramienta educativa y factores de diseño e implantación en museos y espacios públicos. *Revista ICONO14. Revista científica de comunicación y tecnologías emergentes*, 9(2), pp. 185-211. <https://doi.org/10.7195/ril4.v9i2.28>

Sinclair, N., Bartolini Bussi, M., de Villiers, M., Jones, K., Kortenkamp, U., Leung, A. y Owens, K. (2017). Geometry education, including the use of new technologies: A survey of recent research. G. Kaiser (Ed.), *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education, ICME-13 Monographs* (pp. 277-287). DOI: 10.1007/978-3-319-62597-3_18

Recibido: 19/05/2020

Aceptado: 27/10/2020