

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/322339061>

# Modelado y control de un robot manipulador utilizando las técnicas de control estándar y H infinito

Article in *Espacios* · January 2018

CITATIONS

0

READS

410

3 authors:



**Olmer Garcia-Bedoya**

Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano

30 PUBLICATIONS 69 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



**Jose Fernando Noguera Polania**

Universidad del Norte (Colombia)

8 PUBLICATIONS 5 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



**Carlos Robles**

University of Magdalena

33 PUBLICATIONS 143 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Proyectos de Investigación [View project](#)



Sistemas de Control Inteligente [View project](#)

# Modelado y control de un robot manipulador utilizando las técnicas de control estándar y H infinito

## Modeling and control of a robot manipulator using standard control techniques and H infinity

Jose NOGUERA Polania [1](#); Olmer GARCÍA Bedoya [2](#); Carlos ROBLES Algarin [3](#)

Recibido: 03/08/2017 • Aprobado: 01/09/2017

### Contenido

[1. Introducción](#)

[2. Metodología](#)

[3. Resultados](#)

[4. Conclusiones](#)

[Referencias bibliográficas](#)

#### RESUMEN:

Se presenta el diseño de un control estándar basado en la norma H2 y de un control H-infinito aplicados en un manipulador de dos grados de libertad. El manipulador se modeló con las ecuaciones de Euler-Lagrange y la función de disipación de Rayleigh. Se utilizó un modelo en el Toolbox SimMechanics exportando la geometría y propiedades físicas desde SolidWorks. Los resultados demuestran que la respuesta transitoria en el control H infinito es más suave que en el control estándar.

**Palabras clave** Control H Infinito, Control Estándar, Manipulador Robótico, SolidWorks

#### ABSTRACT:

This paper presents the design of a standard control based on the H2 standard and an H-infinity control applied in a manipulator of two degrees of freedom. The manipulator was modeled with the Euler-Lagrange equations and the Rayleigh dissipation function. A model was used in the SimMechanics Toolbox by exporting geometry and physical properties from SolidWorks. The results obtained show that transient response in H infinity control is smoother than the standard control.

**Keywords** H Infinity Control, Standard Control, Robotic Manipulator, SolidWorks

## 1. Introducción

Los robots industriales son dispositivos mecánicos multifuncionales programables, diseñados para mover materiales, piezas, herramientas, entre otro tipo de elementos (Craig, 2006). En el sector industrial se emplean estos sistemas robóticos para el desarrollo de tareas que típicamente son peligrosas, inseguras, altamente repetitivas o no placenteras para el ser humano (Robles, Román, & Polo, 2016). Han tenido diversas aplicaciones tales como manejo de

materiales, ensamble, soldadura, pintura y fumigación.

Dado que cada vez es necesario mayor exactitud y precisión en estos dispositivos, en este artículo se presentan dos técnicas de control Robusto: control estándar y control H infinito ( $H_\infty$ ). El control estándar es una metodología de control basada en la minimización de la norma  $H_2$  sobre la representación en variables de estado (De Larminat, 2000). El método se desarrolla por medio de una estimación de los estados del proceso y de los estados de un modelo del entorno como las perturbaciones y las señales de referencia.

El control  $H_\infty$  consiste en la minimización de una determinada función de costo formulada en el dominio del tiempo a partir de ciertas especificaciones de diseño (Rodríguez & López, 1996). Una medida para la minimización de esta función de costo empleada en los problemas de control óptimo y robusto es la norma  $H_\infty$ . En esta técnica se obtiene un controlador de la misma dimensión de la planta ampliada. Este modelo es determinado por el sistema y un conjunto de filtros que permiten cumplir con los parámetros de diseño en ciertos rangos de frecuencia (Rigatos, Siano, & Raffo, 2016).

El modelo del robot manipulador a controlar posee dos grados de libertad y dadas las características no lineales el diseño de los controladores se realiza bajo el modelo linealizado sobre un punto de operación (Appala & Ghosal, 2015). El brazo articulado es realizado en la herramienta de diseño asistido CAD (Computer Aided Design) Solidworks y exportado al Toolbox de Matlab SimMechanics para realizar las simulaciones de los controladores (Chikhi, Amine, Chaoui, & Khireddine, 2016).

La organización del artículo inicia con la descripción del modelado matemático del brazo manipulador a través de las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange (Feynman, 1999) y de la función de disipación de Rayleigh (Minguzzi, 2015), (Genta, 2009). Luego, se evalúa el modelo en SimMechanics Simulink según los datos exportados de SolidWorks. Posteriormente, se describe la teoría de control estándar y  $H_\infty$ . Finalmente, se presentan los resultados de los controladores en Simulink y las conclusiones.

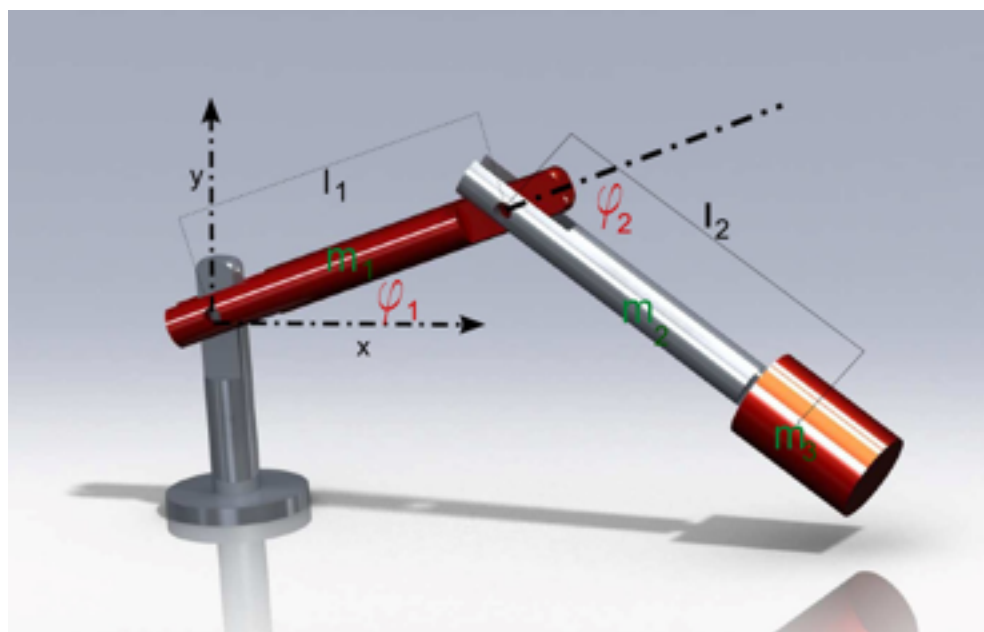
---

## 2. Metodología

### 2.1. Modelado matemático

Para la obtención del modelo matemático de la Figura 1, se simplificó el sistema por medio de una masa ubicada en el centro de cada eslabón y una masa puntual al final del eslabón dos que representa la carga del manipulador.

**Figura 1**  
Esquema del sistema modelado en SolidWorks.



El primer paso para la obtención del modelo dinámico es conocer la ubicación de las masas, con respecto al origen  $r_i$ , que componen el sistema; como se puede observar en las Ecuaciones 1, 2 y 3.

El primer paso para la obtención del modelo dinámico es conocer la ubicación de las masas, con respecto al origen  $r_i$ , que componen el sistema; como se puede observar en las Ecuaciones 1, 2 y 3.

$$r_1 = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\varphi_1)/2 \\ l_1 \sin(\varphi_1)/2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$r_2 = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\varphi_1) + l_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2)/2 \\ l_1 \sin(\varphi_1) + l_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2)/2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$r_3 = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\varphi_1) + l_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2) \\ l_1 \sin(\varphi_1) + l_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2) \end{bmatrix} \quad (3)$$

Donde:

$l_i$  y  $m_i$  son las longitudes en metros y las masas en kilogramos del eslabón  $i$  respectivo.

$\varphi_1$  es la posición angular en radianes del eslabón uno con respecto a la horizontal.  $\varphi_2$  es la posición angular en radianes del eslabón dos con respecto al eslabón uno.

A partir de estas posiciones se encuentra la energía potencial del sistema. Ver Ecuación 4.

$$U = m_1 g r_{1y} + m_2 g r_{2y} + m_3 g r_{3y} \quad (4)$$

Donde:

$g$  es la gravedad en  $m/s^2$ .

Finalmente, se describe la energía cinética del sistema asumiendo los eslabones como barras que tienen momento de inercia  $I = (1/12)m_i l_i^2$ . Ver Ecuación 5.

$$K = \frac{1}{2} (m_1 (\dot{r}_1 x^2 + \dot{r}_1 y^2) + m_2 (\dot{r}_2 x^2 + \dot{r}_2 y^2) + m_3 (\dot{r}_3 x^2 + \dot{r}_3 y^2) + I_1 \dot{\varphi}_1^2 + I_2 (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2)^2) \quad (5)$$

La Ecuación 6 muestra la función de Lagrange definida.

$$L(\varphi_1, \varphi_2) = K - U \quad (6)$$

Una vez definida la función de Lagrange, la obtención de las ecuaciones de movimiento del sistema se convierte en un problema matemático que solo necesita derivadas (Abdalá & Ñeco, 2003). De esta forma se obtiene el modelo dinámico del sistema. Es importante resaltar que este procedimiento no permite tener en cuenta fuerzas disipativas como el rozamiento, que en este caso se modelan por la ecuación de Rayleigh asumiendo que ésta es directamente proporcional a la velocidad angular de la articulación analizada ( $v_1$  y  $v_2$ ). Por lo tanto, en la Ecuación 7 se muestra el modelo final.

$$T_1 = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi_1} + v_1 \dot{\varphi}_1; \quad T_2 = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi_2} + v_2 \dot{\varphi}_2 \quad (7)$$

Una vez obtenido el modelo se procede a representar el sistema por medio de las variables de estado definidas en la Ecuación 8.

$$x = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \dot{\varphi}_1 \\ \varphi_2 \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Este modelo es no lineal, por lo tanto, se busca linealizarlo alrededor de un punto de operación que para este caso es  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$  con velocidad y aceleración angular nula. El sistema linealizado se muestra en la Ecuación 9.

$$\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx \quad (9)$$

Donde A, B y C se pueden observar en las Ecuaciones 10, 11 y 12.

$$A = J_{f,x} |_{x=x_e, u=u_e} = \begin{bmatrix} 0 & 1,0 & 0 & 0 \\ 0 & -3,319 & 0 & 6,93 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0 \\ 0 & 6,93 & 0 & -15,62 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$B = J_{f,u} |_{x=x_e, u=u_e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 16,59 & -34,65 \\ 0 & 0 \\ -34,65 & 78,08 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

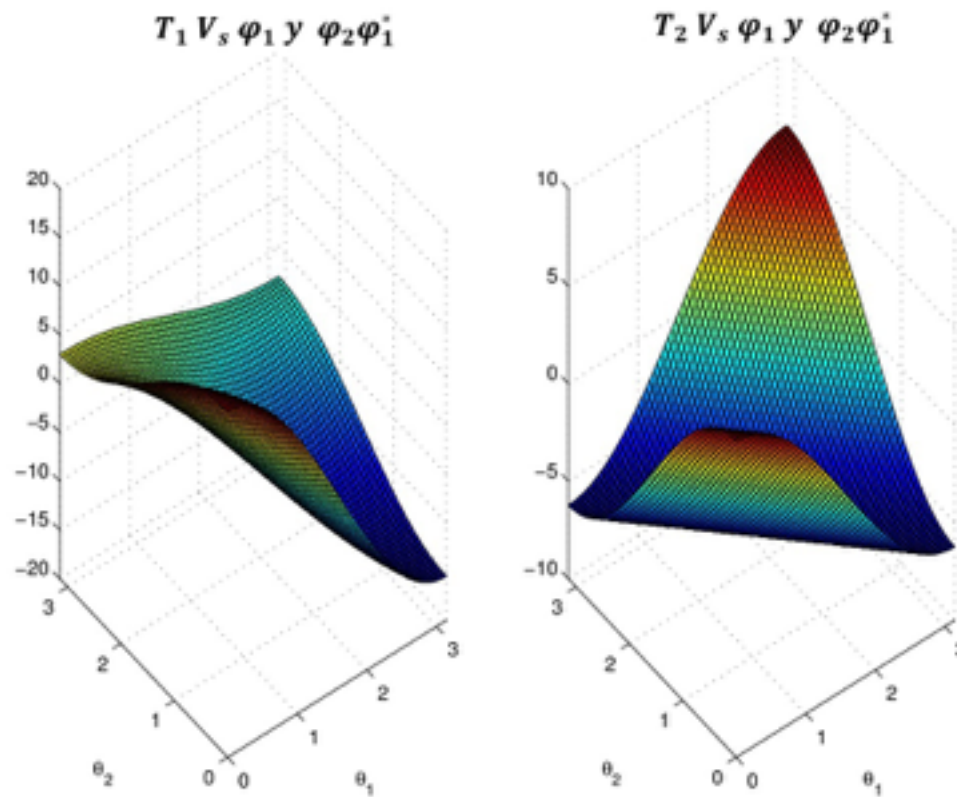
Donde:

$J_{f,x}$  es el Jacobiano de  $f(x,u)$  con respecto a  $x$ .

$J_{f,u}$  es el Jacobiano de  $f(x,u)$  con respecto a  $u$ .

Finalmente, se obtienen las saturaciones de los torques de entrada determinados por medio de los valores de los torques estáticos máximos en el espacio de trabajo por un factor de dos. Ver Figura 2. A continuación, a partir del modelo lineal y teniendo en cuenta las saturaciones, se realiza el diseño de los controladores estándar y  $H_\infty$ .

**Figura 2**  
Valores de torque estático del sistema.

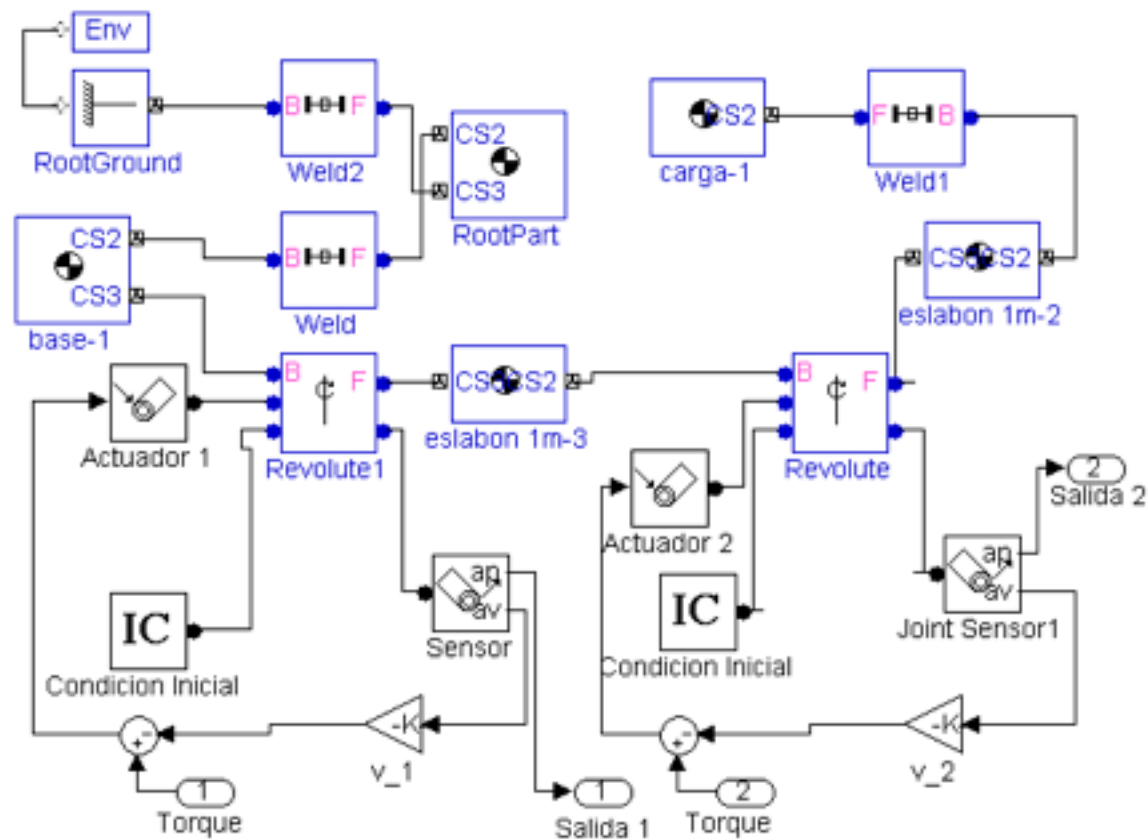


## 2.2. Simulación solidworks-simulink

El modelo CAD desarrollado en SolidWorks como se observa en la Figura 1 se exporta al Toolbox de Simulink-SimMechanics (Danek, Turevskiy, & Denery, 2007). La exportación consiste en las propiedades de los cuerpos rígidos como son la matriz de momentos de inercia, la masa y los vectores necesarios para representar cada uno de los objetos. La exportación obtenida se observa en la Figura 3.

**Figura 3**  
Modelo en Simulink del manipulador.





Para obtener el modelo completo sobre el cual se simulan los controladores, se requiere adicionar sensores en cada una de las articulaciones que transforman a variables de Simulink la información de interés como lo son para el caso particular, posiciones y velocidades angulares de cada eslabón. Por otro lado, se conectan actuadores permitiendo enviar variables de Simulink a SimMechanics. Una vez realizado esto se simula el rozamiento multiplicando la velocidad angular de cada articulación por un factor  $v_i$  que hace referencia al coeficiente de rozamiento, el resultado se resta al torque de entrada  $T_i$ .

### 2.3. Aspectos generales del control estándar

El control estándar se basa en la norma  $H_2$ , donde se emplean los algoritmos LQG (Linear Quadratic Gaussian). La dificultad en la implementación del control radica en la definición de la función a minimizar. Esta función se obtiene a partir de la construcción de un modelo de control estándar. El modelo incluye las dinámicas del proceso y la información sobre su entorno y objetivos de control (De Larminat, 2000), (De Larminat, 2007).

Como se mencionó antes, dado el problema de optimización  $H_2$ , la cuestión es encontrar un valor  $K$  de acuerdo a la Ecuación 13.

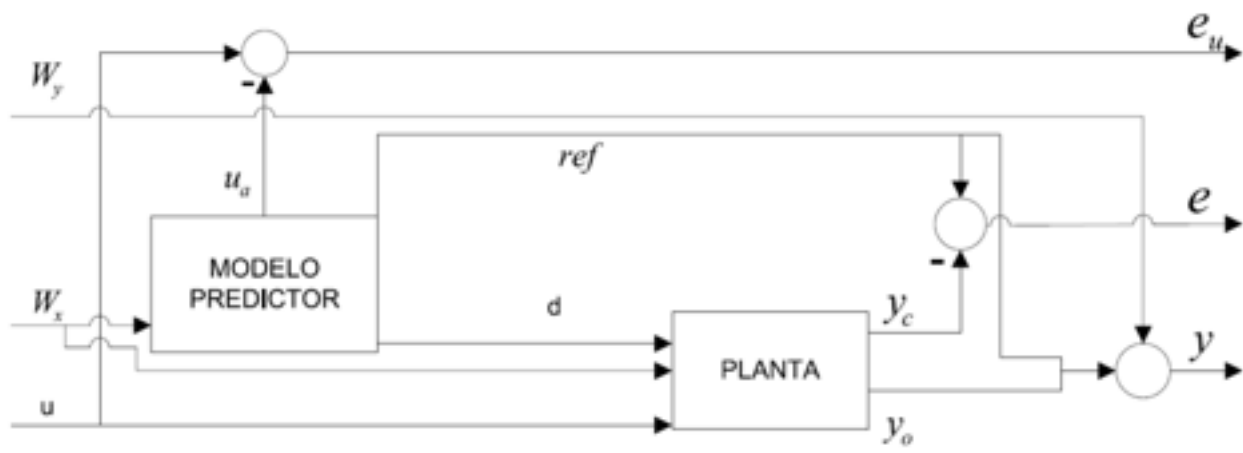
$$K_{\text{óptimo}} = \arg_k \min \|H(P, K)\|_2 \quad (13)$$

Donde  $H$  se muestra en la Ecuación 14.

$$H(P, K) = \frac{Z}{W} \quad (14)$$

Se puede comentar entonces que  $P$  hace referencia al proceso o la planta,  $K$  corresponde a la ganancia de realimentación que brinda la solución  $K_{\text{óptimo}}$ ,  $Z$  equivale a las diferencias ponderadas  $e$  y  $e_u$ , mientras que  $W$  correspondiente a las perturbaciones, se ramifica en  $W_x$  y  $W_y$  dados unos valores de ponderación como se verá más adelante. Lo anterior se aprecia en la Figura 4.

**Figura 4**  
Diagrama del control Estándar.



## 2.4. Control estándar aplicado al manipulador

Dadas las matrices del modelo obtenido del manipulador ( $A=A_p$ ,  $B=B_p$ ,  $C=C_p$ ), guardando la notación observada en (De Larminat, 2000), se obtiene a partir de éstas un modelo ampliado ( $A_r$ ,  $B_r$  y  $C_{ry}$ ) que corresponde a la unión de los predictores, dos puntos de referencia (*ref*) y cuatro perturbaciones dadas por los puntos de operación,  $T_{1oper}$ , correspondiente al torque 1,  $T_{2oper}$ , correspondiente al torque 2,  $\varphi_{1oper}$ , correspondiente al ángulo del primer eslabón y  $\varphi_{2oper}$ , correspondiente al ángulo del segundo eslabón. Cabe aclarar que en el modelo aumentado no se incluyen las referencias porque son observables, por lo tanto, las matrices obtenidas se muestran en la Ecuación 15.

$$A_r = \begin{bmatrix} A_p & B_p & 0_{4 \times 2} \\ 0_{2 \times 4} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 4} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix}, B_r = \begin{bmatrix} B_p \\ 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} \end{bmatrix}, C_{ry} = [C_p \quad 0_{2 \times 2} \quad 0_{2 \times 2}] \quad (15)$$

Se procede a realizar una descomposición según la observabilidad, como se observa en la Ecuación 16.

$$\bar{A}_r = \begin{bmatrix} A_{rno} & A_{r12} \\ 0 & A_{ro} \end{bmatrix}, \bar{B}_r = \begin{bmatrix} B_{rno} \\ B_{ro} \end{bmatrix}, \bar{C}_r = [0 \quad C_{ro}] \quad (16)$$

Donde el subíndice (*no*) corresponde a los estados no observables y el subíndice (*o*), corresponde a los estados observables. Dado lo anterior, se toman los estados observables y se procede a construir la forma observable agregando dos puntos de referencia *ref* al sistema, por lo que se encuentra la Ecuación 17.

$$A_o = \begin{bmatrix} A_{ro} & 0_{n \times 2} \\ 0_{2 \times n} & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix}, B_o = \begin{bmatrix} B_{ro} \\ 0 \end{bmatrix}, C_{oy} = \begin{bmatrix} C_{roy} & 0_{n \times 2} \\ 0_{2 \times n} & I_{2 \times 2} \end{bmatrix}, C_{oe} = \begin{bmatrix} -C_{roy} \\ I_{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Se procede entonces a encontrar la ganancia del filtro Kalman, para lo cual es preciso transformar el sistema acorde a la observabilidad sobre un determinado horizonte  $T_0$  basándose en el gramian parcial de observabilidad (De Larminat, 2000). Ver Ecuación 18.

$$Q_0 = \left[ T_0 \int_0^{T_0} e^{A_{ro}^T t} C_{roy}^T C_{roy} e^{A_{ro} t} \right]^{-1} \quad (18)$$

Es preciso mencionar que el valor de  $T_0$  se escoge según la sintonización que se desea dadas las especificaciones de diseño y el ancho de banda en el cual se pretende trabajar, razón por lo cual se usó  $T_0=0.1$  segundos.

Seguidamente se escoge la covarianza del ruido en medida  $R_0 = I$ , como en (De Larminat, 2000), por lo cual la matriz de ganancias del observador  $K_0$ , se encuentra fácilmente a través de la función "lqe" que ofrece Matlab, donde el filtro de Kalman estacionario se representa por la Ecuación 19.

$$\dot{\hat{x}} = A_{ro} \hat{x} + B_{ro} u + K_0 (y - C_{roy} \hat{x}) \quad (19)$$

Se permite considerar la implementación de un regulador  $H_2$  diseñado de antemano en tiempo continuo, utilizando el computador, razón por la cual seguidamente se discretizan las ecuaciones de estado del observador tipo euler, para lo cual se toma  $\Delta T=0.005s$ . Ver Ecuación 20.

$$A_f = I + \Delta T (A_{ro} - K_0 C_{roy}), B_f = \Delta T [B_{ro}, K_0], C_f = I_{nn}, D_f = 0_{04} \quad (20)$$

Tales datos son utilizados en el modelo del observador. En lo siguiente se procede a desarrollar una descomposición según la controlabilidad. Ver Ecuación 21.

$$\bar{A}_o = \begin{bmatrix} A_{onc} & 0 \\ A_{021} & A_{oc} \end{bmatrix}, \bar{B}_o = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{oc} \end{bmatrix}, \bar{C}_{oe} = [C_{oenc} \quad C_{oec}] \quad (21)$$

Donde el subíndice (*onc*) corresponde a los estados no controlables de la matriz observable y el subíndice (*oc*) corresponde a los estados controlables de la matriz observable. En ese sentido, se quiere encontrar ahora un control asintótico  $u_a$  que es producto del modelo predictor de la Figura 4, necesario para encontrar el valor  $Z$  de la Ecuación 14. Se procede ahora para tal efecto a computar las matrices de rechazo asintótico  $T_a$  y  $G_a$  que dan solución a la ecuación de Sylvester, según se ve en las Ecuaciones 22 y 23.

$$T_a A_{onc} - A_{oc} T_a - B_{oc} G_a + A_{021} = 0 \quad (22)$$

$$C_{oc} T_a - C_{onc} = 0 \quad (23)$$

Por lo que, encontrados los valores antes mencionados, el control asintótico ejercido por el modelo de predictores es  $u_a = -G_a x_2$ , establecida la matriz global del sistema de las Ecuaciones 24, 25 y 26.



$$\dot{x}_1 = A_{oc}x_1 + A_{o21} + B_{oc}u \quad (24)$$

$$\dot{x}_2 = A_{onc}x_2 \quad (25)$$

$$y = C_{oc}x_1 + C_{onc} \quad (26)$$

Una vez obtenido el control asintótico, lo que se busca es que éste cancele las diferencias de error  $e$  y  $e_u$  según se ve en la Figura 4, por lo que para tal efecto se selecciona, según lo establecido en (De Larminat, 2000). Ver Ecuaciones 27 y 28.

$$S = I, Q_c = C_{oc}^T S_c C_{oc} \quad (27)$$

$$R_c = T_c B_{oc}^T \left[ \int_0^{T_c} e^{A_{oc}^T t} C_{oc}^T C_{oc} e^{A_{oc} t} \right] B_{oc} \quad (28)$$

Donde  $S_c$  y  $R_c$  son factores de ponderación que permiten encontrar  $Z$ , según la Ecuación 29.

$$Z = \begin{bmatrix} S_c^{1/2} & 0 \\ 0 & R_c^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ e_u \end{bmatrix} \quad (29)$$

Por lo cual se puede establecer también la Ecuación 30.

$$\begin{bmatrix} W_x \\ W_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_o^{1/2} & 0 \\ 0 & R_o^{1/2} \end{bmatrix} W \quad (30)$$

Con los datos anteriores, se hace ahora más visible el problema estándar formulado en la Ecuación 13. Los subíndices ( $o$ ) y ( $c$ ) corresponden a observable y controlable. Cabe mencionar que el valor del horizonte de control  $T_c$ , se escogió igual a 0.04 segundos, teniendo en cuenta que éste debe ser aproximadamente 10 veces menor que  $T_o$ . Ahora utilizando la función "lqr" de Matlab, se soluciona el problema LQ, encontrando una ganancia  $G_1$  estabilizante para el par  $(A_{oc}, B_{oc})$ , de modo que minimice la función de costo de la Ecuación 31.

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q_c x + u^T R_c u) dt \quad (31)$$

Ahora, la ganancia de realimentación de estado completo que equivale al valor deseado  $K_{\text{óptimo}}$  que soluciona el problema estándar, se encuentra según la Ecuación 32.

$$K_{\text{óptimo}} = K_c = [G_1 \quad (G_a + G_1 T_a)] \quad (32)$$

## 2.5. Diseño usando la técnica de control H infinito

$$F_1(P, K) = \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2(I - S) \end{bmatrix} \quad (33)$$

Donde se escogen los filtros  $w_1$  y  $w_2$  como matrices de peso independientes, tomadas por simplicidad de diseño, como filtros de primer orden de las Ecuaciones 34 y 35.

El filtro pasa alto:

$$w_1(s) = \frac{(s+20)}{s+0.1} \quad (34)$$

Y el filtro pasa bajo:

$$w_2(s) = \frac{100(s+0.1)}{s+1000} \quad (35)$$

Posteriormente, a partir de la planta linealizada se obtiene su función de transferencia y se aplica el algoritmo de Glover-Doyle utilizando Matlab, con la matriz de la Ecuación 36.

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \quad (36)$$

Y se obtiene  $P$  como realización de la Ecuación 37.

$$P: (A_p, B_p, C_p, D_p) \quad (37)$$

Teniendo  $A_p, B_p, C_p$  y  $D_p$  según las Ecuaciones 38, 39, 40 y 41.

$$A_p = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ B_1 C & A_1 & 0 \\ B_2 C & 0 & A_2 \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 0 & B \\ -B_1 & B_1 D \\ 0 & B_1 D \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$C_p = \begin{bmatrix} -D_1 C & -C_1 & 0 \\ D_2 C & 0 & C_2 \\ -C & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$D_p = \begin{bmatrix} D_1 & -D_1 D \\ 0 & D_2 D \\ I_3 & -D \end{bmatrix} \quad (41)$$

Donde  $A_1, B_1, C_1, D_1$ , corresponden a una realización mínima de  $w_1$ . De la misma forma  $A_2, B_2, C_2, D_2$  corresponden a una realización mínima de  $w_2$ . A continuación se busca un control estabilizante  $K(s)$ , que cumpla con el teorema de Glover-Doyle satisfaciendo las siguientes condiciones:

Un controlador estabilizante existe cuando  $\|F_1(P, K)\|_{\infty} < \gamma$  y sí y solo si se cumple la Ecuación 42.

$$\gamma > \max\{\bar{\sigma}[D_{1111}, D_{1112}], \bar{\sigma}[D_{1111}^T, D_{1121}^T]\}. \quad (42)$$

De acuerdo a la función de sensibilidad y de la función de sensibilidad complementaria, se busca bajar el sobrepico y forzar a un "roll-off" más rápido, por este motivo se incrementa el filtro de entrada al controlador  $W_1(s) = 4W_1(s)I$ , se modifican de nuevo las matrices  $A_p, B_p, C_p, D_p$ . A partir de las matrices se obtiene una nueva realización de  $P$  y se halla un controlador  $K(s)$  que minimiza  $\gamma$ . Se encuentra que se disminuye el sobrepico en la función de sensibilidad, sin embargo, se desplaza en un radian el ancho de banda deseado, manteniendo  $\gamma$  cercano a uno, como se plantea en la hipótesis.

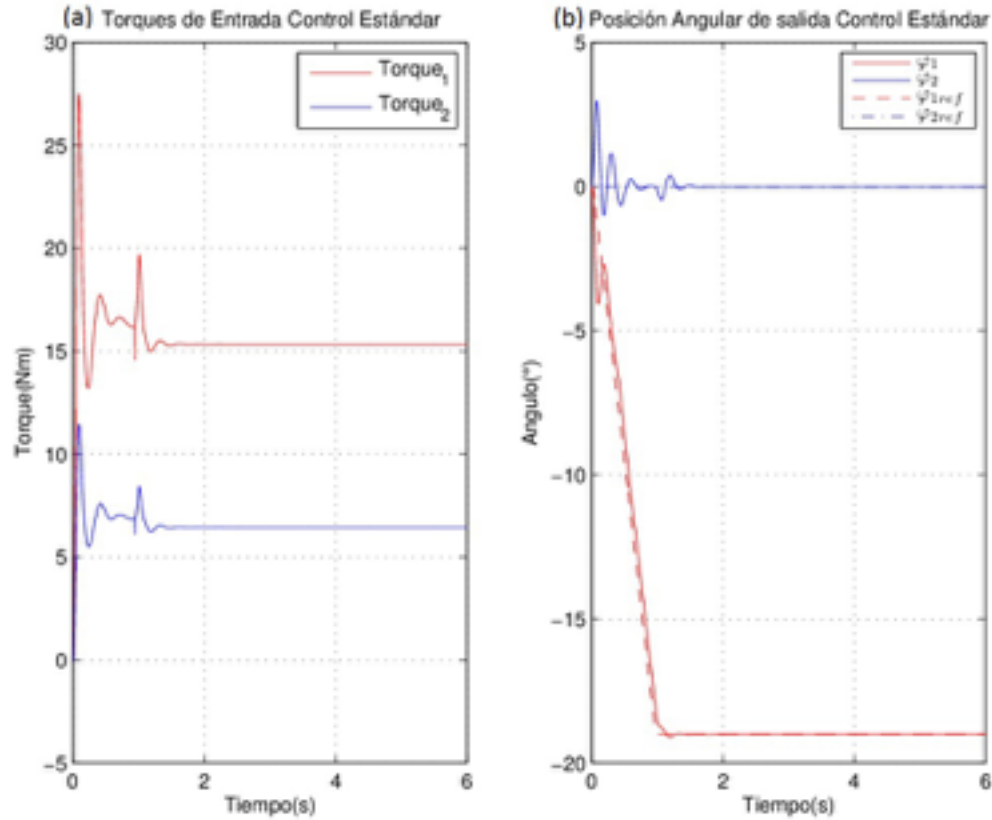
## 3. Resultados

### 3.1. Resultados con el control estándar

Con  $K_{\text{óptimo}}$  de la Ecuación 32, es posible encontrar un control  $u=-(K_{\text{óptimo}})x$  que cancele el error  $e$ . Lo anterior se desarrolló en Matlab-Simulink y la respuesta de control obtenida ante una señal de referencia a partir de un perfil de velocidad se puede ver en la Figura 5. Se puede notar que el perfil de velocidad establecido como referencia es seguido por el sistema (b) mediante la acción de control visible en los valores del torque de entrada (a). Aunque también se observa que el sistema logra un estado estable continuo en aproximadamente 1 segundo, se puede afirmar que es tiempo suficiente para desarrollar diferentes tipos de aplicaciones para una señalización sobre la acción de control.

**Figura 5**

Respuesta del controlador diseñado por la técnica de control estándar.

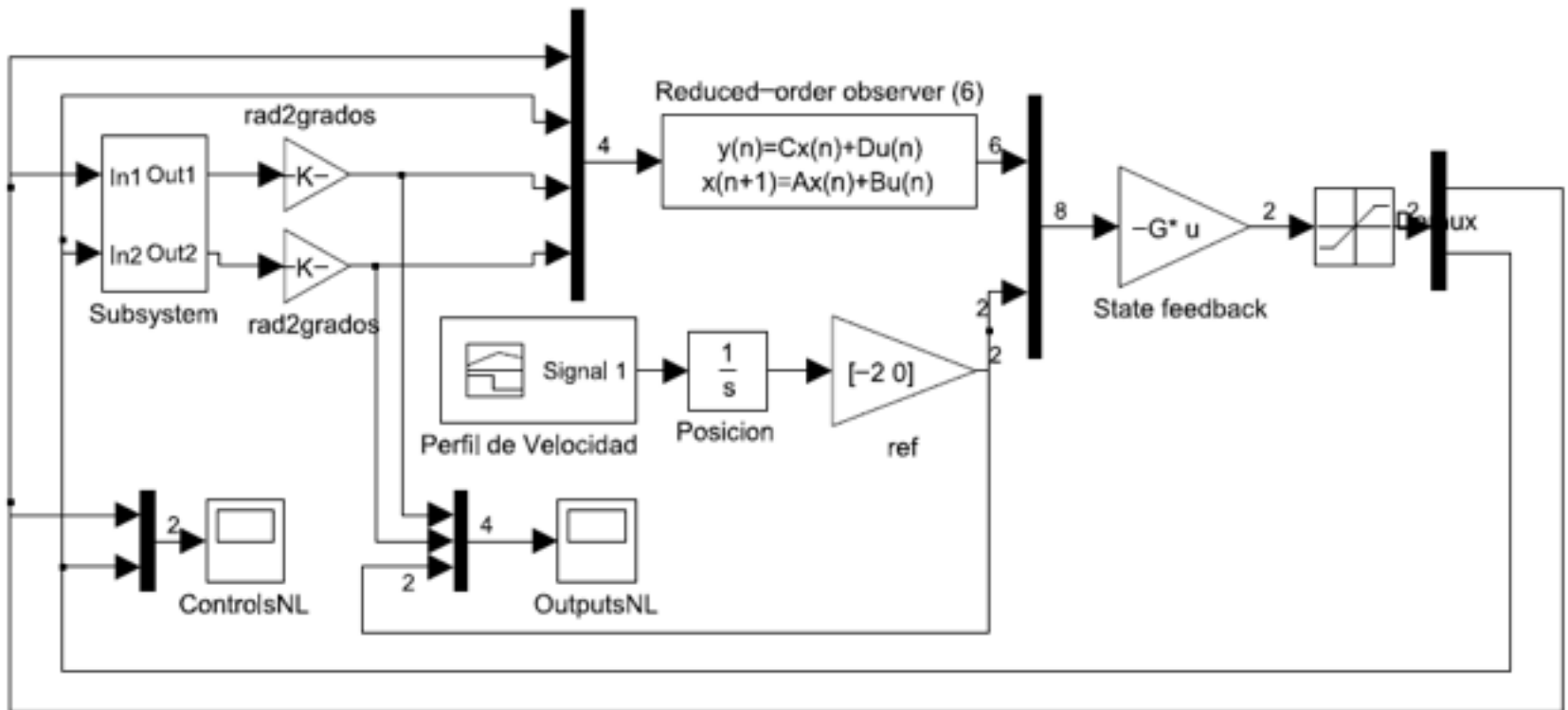


### 3.2. Resultados con el control H infinito

El controlador obtenido se simula con la planta no lineal como se puede observar en la Figura 6. Los resultados obtenidos con el controlador diseñado por la técnica de control  $H_{\infty}$  a una referencia dada planteada a partir de un perfil de velocidad se evidencian en la Figura 7. Específicamente, en la Figura 7.a se observa que la señal de control es más suave que la obtenida por el control estándar. La respuesta del sistema en lazo cerrado, Figura 7.b, ante una señal de referencia con una trayectoria trapezoidal de  $\phi_1$  presenta un bajo sobrepaso, puesto que el sistema de control se desarrolló para obtener una mejor estabilidad sobre la planta.

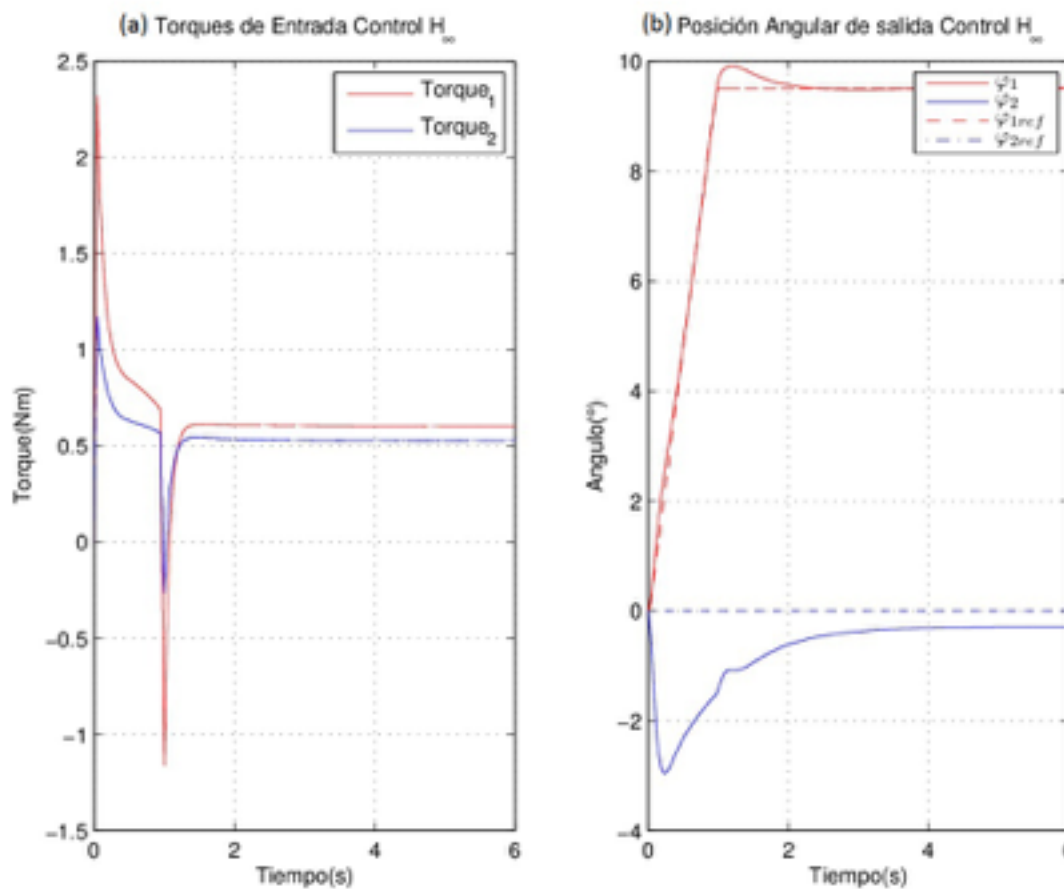
**Figura 6**

Modelo en Simulink del controlador  $H_{\infty}$ .



-----  
**Figura 7**

Respuesta del sistema con el controlador diseñado por la técnica de control  $H_{\infty}$ .



## 4. Conclusiones

1. La exportación de modelos de CAD a Simulink, genera una ventaja para los dos programas, pues esto permite realizar un proceso de diseño de controladores mucho más aproximado y para el CAD puede servir para tomar estos resultados de las señales de control para analizar por medio de elementos finitos los esfuerzos en las piezas.
2. El diseño de controladores estándar que minimizan la norma  $H_2$  como el realizado en este artículo tienen la cualidad de ser fácilmente sintonizables al solo depender de dos parámetros y adicionalmente al permitir incluir en el modelo las perturbaciones que rodean el sistema como en este caso que fueron los puntos de operación.

3. Es preciso tener en cuenta que el valor de sintonización  $T_0$  debe ser generalmente mayor que  $T_c$  dado que este fijará los modos dominantes de control
  4. El diseño de controladores  $H_\infty$  permite relacionar muy fácilmente los parámetros de diseño frecuenciales en el controlador. Esto se realiza por medio de un correcto diseño de los filtros y un adecuado entendimiento de los requerimientos de robustez y sensibilidad requeridos.
  5. Como comparación entre el controlador  $H_\infty$  y el control estándar implementado se encontró que el primero tiene un error en estado estable que el segundo no tiene. La respuesta transitoria en el control  $H_\infty$  es mucho más suave que en el control estándar.
- 

## Referencias bibliográficas

- ABDALÁ, S., & Ñeco, R. (2003). Caracterización de un Robot Manipulador Articulado. *Tesis de Maestría*. Cuernavaca, México: Cenidet.
- APPALA, T., & Ghosal, A. (2015). A mobile robot with a two-degree-of-freedom suspension for traversing uneven terrain with minimal slip: Modeling, simulation and experiments. *Mechanism and Machine Theory*, 93, 83-97.
- CHIKHI, S., Amine, A., Chaoui, A., & Khireddine, M. E. (2016). *Modelling and Implementation of Complex Systems*. Constantine: Springer.
- CRAIG, J. (2006). *Robótica*. México DF: Prentice Hall.
- DANEK, J., Turevskiy, A., & Denery, T. (2007). Simulation and Animation of Mechanical Systems. *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit, Guidance, Navigation, and Control and Co-located Conferences*, 1-10.
- DE LARMINAT, P. (2000). *Contrôle d'état standard*. Paris: Hermès science publications.
- DE LARMINAT, P. (2007). *Analysis and Control of Linear Systems*. Nantes: Wiley.
- FEYNMAN, R. (1999). *Fisica Volumen 2 - Electromagnetismo y y Materia*. Massachusetts: Addison Wesley Longman.
- GENTA, G. (2009). *Vibration Dynamics and Control*. New York: Springer.
- MACIEJOWSKI, J. (1989). *Multivariable Feedback Design*. Padstow: Addison-Wesley.
- MINGUZZI, E. (2015). Rayleigh's dissipation function at work. *European Journal of Physics*, 36(3), 14-35.
- RIGATOS, G., Siano, P., & Raffo, G. (2016). An H-infinity nonlinear control approach for multi-DOF robotic manipulators. *IFAC-PapersOnLine*, 49(12), 1406-1411.
- ROBLES, C., Román, D., & Polo, A. (2016). Brazo robótico con dieciocho grados de libertad teleoperado por un guante electrónico. *Revista Espacios*, 38(3), 22.
- RODRÍGUEZ, F., & López, M. (1996). *Control adaptativo y robusto*. Sevilla: Universidad de Sevilla.
- SHUKLA, P., Ghodki, D., Suresh, N., & Singru, P. (2016). A Study of H infinity and H2 synthesis for Active Vibration Control. *IFAC-PapersOnLine*, 49(1), 623-628.
- 

1. Magíster en Ingeniería. Profesor Catedrático y Estudiante de Doctorado en Ingeniería, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad del Norte. Email: [jfnoguera@uninorte.edu.co](mailto:jfnoguera@uninorte.edu.co)
  2. Doctor en Ingeniería. Profesor Tiempo Completo, Departamento de Ingeniería, Universidad Jorge Tadeo Lozano Bogotá. Email: [olmer.garciab@utadeo.edu.co](mailto:olmer.garciab@utadeo.edu.co)
  3. Doctor en Ciencias. Profesor Tiempo Completo, Facultad de Ingeniería, Universidad del Magdalena. Email: [carlosarturo.ing@gmail.com](mailto:carlosarturo.ing@gmail.com)
-



