
Planeamiento de la expansión de redes de transmisión a largo plazo usando una formulación basada en ciclos

Presentado por:
Pedro Pablo Cárdenas Alzate

Presentado como requisito parcial para optar
al título de Ph.D en Ingeniería

Director
Dr. Antonio Hernando Escobar Zuluaga

Línea de Planeamiento en Sistemas Eléctricos de Potencia
Programa de Doctorado en Ingeniería
Universidad Tecnológica de Pereira
Pereira, Octubre de 2020



Documento confidencial

Ni parte ni la totalidad de este documento puede reproducirse por algún medio electrónico, incluyendo fotocopias, grabaciones o cualquier otro medio de almacenamiento de información sin permiso expreso (escrito) de la Universidad Tecnológica de Pereira.

Este es un documento interno de la Universidad Tecnológica de Pereira. Al ser recibido no podrá pasar a otra persona, excepto las que se indiquen en la lista de distribución autorizada por la Universidad. Cualquier persona externa a esta institución que utilice la información consignada en este documento asumirá la responsabilidad de su manipulación.

Universidad Tecnológica de Pereira - 2020

Agradecimientos

El presente trabajo lo dedico principalmente a Dios y a la Virgen María, por ser los inspiradores y quienes me dieron la fortaleza para continuar en este proceso de obtener uno de los anhelos más deseados.

A mi esposa, mis hijas y Amadeo, por haber sido mi apoyo durante todo este tiempo.

De manera especial a Antonio Hernando Escobar Zuluaga, por haberme guiado, no solo en la elaboración de este trabajo, sino a lo largo de mi carrera universitaria. Por haberme brindado el apoyo para mi desarrollo profesional y así seguir cultivando mis valores como persona y maestro.

A los profesores miembros del jurado calificador de esta tesis por su atención y disposición para su evaluación.

Resumen

Desde que se hicieron las primeras referencias teóricas hasta nuestros días, el problema de planeamiento de la expansión de redes de transmisión de energía eléctrica siempre ha sido un tema de interés de investigación tanto desde el punto de vista de la forma de representar matemáticamente la red de transmisión, como de los aspectos que debe considerar el plan de expansión y de los métodos de solución que deben aplicarse para resolver los problemas de optimización resultantes.

Desde el punto de vista de su impacto en los sistemas eléctricos, en la literatura especializada este problema de planeamiento de la expansión ha sido representado considerando diferentes aspectos de interés para la adecuada operación futura de la red eléctrica. Los principales aspectos involucrados en los trabajos existentes incluyen los efectos de los mercados de electricidad, análisis de seguridad eléctrica considerando contingencias simples, confiabilidad, análisis en una sola etapa en el tiempo o estático, análisis de inversión considerando planeamiento multietapa coordinado, análisis con múltiples escenarios de generación y/o demanda, análisis con incertidumbre en la generación y/o demanda, des-planificación del sistema o posibilidad de retiro de elementos existentes, inversiones considerando diferentes alternativas de conductores para un mismo corredor de transmisión e inversiones considerando diferentes alternativas de nivel de tensión para un mismo corredor de transmisión, entre otros.

En la medida que el modelo matemático incluye más aspectos, la complejidad matemática y computacional del problema se incrementa de forma exponencial. Adicionar más aspectos de interés al problema permite acercarse más al problema de la vida real pero al mismo tiempo se convierte en un freno para la determinación de la solución del problema, ya que las técnicas de solución existentes presentan muchas limitaciones cuando el tamaño y la complejidad del problema que resuelven aumenta. Lo anterior hace necesario avanzar también en la forma de resolver el nuevo problema adecuando las técnicas de solución existentes o creando nuevas estrategias que saquen beneficio de los métodos existentes y los potencien hacia problemas de mayor tamaño y complejidad matemática.

En este trabajo se presenta una metodología para resolver el problema de planeamiento de la expansión de redes de transmisión de energía eléctrica, para el largo plazo, utilizando una formulación que utiliza expresiones matemáticas alternativas a la segunda ley de Kirchhoff y que se aplican sobre los *ciclos críticos* del grafo del sistema. El problema de planeamiento de sistemas de transmisión hace parte de los denominados problemas NP-completos, los cuales pertenecen a una categoría de problemas difíciles de resolver, para los cuales no se conocen algoritmos de solución polinomial. La

metodología propuesta se aplica a sistemas de prueba de la literatura especializada con muy buenos resultados.

De acuerdo a lo anterior, en este trabajo:

- Se pretende realizar una revisión del estado del arte en el problema de planeamiento donde se analicen los modelos utilizados en la literatura especializada con diversos enfoques y técnicas de solución.
- Analizar y aplicar el concepto de ciclo crítico y ciclos base en el problema de planeamiento.
- Desarrollar una metodología para resolver el problema de planeamiento a largo plazo utilizando formulaciones matemáticas alternativas a la segunda ley de Kirchhoff.

Abstract

Since the first theoretical references were made until today, the problem of planning the expansion of electrical power transmission networks has always been a subject of research interest both from the point of view of how to mathematically represent the transmission network, as well as from the point of view of what aspects should be considered in the expansion plan and what solution methods should be applied to solve the resulting optimization problems.

From the point of view of its impact on the electricity systems, in the specialized literature this problem of expansion planning has been represented considering different aspects of interest for the adequate future operation of the electricity network. The main aspects involved in the existing works include the effects of the electricity markets, electricity safety analysis considering simple contingencies, reliability, analysis in a single stage in time or static, investment analysis considering coordinated multi-stage planning, analysis with multiple generation and/or demand scenarios, analysis with uncertainty in generation and/or demand, system de-planning or possibility of withdrawal of existing elements, investments considering different alternatives of conductors for the same transmission corridor and investments considering different voltage level alternatives for the same transmission corridor, among others.

As the mathematical model includes more aspects, the mathematical and computational complexity of the problem increases exponentially. Adding more aspects of interest to the problem allows to get closer to the real life problem but at the same time it becomes a brake for the determination of the solution of the problem, since the existing solution techniques present many limitations when the size and complexity of the problem to be solved increases. This also makes it necessary to advance in the way of solving the new problem by adapting the existing solution techniques or creating new strategies that take advantage of the existing methods and enhance them towards problems of greater size and mathematical complexity.

This work presents a methodology to solve the problem of planning the expansion of electricity transmission networks, for the long term, using a formulation that uses alternative mathematical expressions to Kirchhoff's second law and that are applied over the critical cycles of the system's network. The planning problem of transmission systems is part of the so-called NP-complete problems, which belong to a category of problems difficult to solve, for which no polynomial solution algorithms are known. The proposed methodology is applied to test systems from the specialized literature with very good results.

According to the above, in this work:

- The aim is to carry out a review of the state of the art in the planning problem where the models used in the specialized literature are analyzed with different approaches and solution techniques.
- Analyze and apply the concept of critical cycle and cycle basis in the planning problem.
- To develop a methodology to solve the long-term planning problem using alternative mathematical formulations to Kirchhoff's second law.

Índice general

Documento confidencial	I
Agradecimientos	II
Resumen	III
Abstract	v
1. Introducción	1
1.1. Contenido y aspectos generales	1
1.2. Título	2
1.3. Área de investigación	2
1.4. Cursos asociados a la investigación	2
1.5. Motivación y justificación	3
1.6. Objetivos	4
1.6.1. Objetivo general	4
1.6.2. Objetivos específicos	5
1.7. Estructura del documento	5
2. Antecedentes	6
2.1. Introducción	6
2.2. Marco teórico y conceptual	7
2.3. Estado del arte	9
2.4. Definiciones y terminología	20
3. Modelos matemáticos	24
3.1. Introducción	24
3.2. Modelos Matemáticos	25
3.2.1. Modelo de transporte	25
3.2.2. Modelo DC tradicional	26
3.2.3. Modelo lineal disyuntivo	27
3.2.4. Modelo lineal disyuntivo reducido	29

4. Nuevos modelos y formulación de ciclos	31
4.1. Introducción	31
4.1.1. Modelo de transporte disyuntivo	31
4.1.2. Modelo de transporte disyuntivo mejorado	32
4.2. Modelos matemáticos que consideran múltiples etapas	33
4.2.1. Modelo de transportes mejorado multietapa	35
4.2.2. Modelo lineal disyuntivo multietapa	36
4.3. Formulación de los ciclos	38
4.3.1. Elementos de teoría de grafos	38
4.3.2. Ciclos base	39
4.4. Metodología de solución	40
4.4.1. Procedimiento de generación de ciclos críticos	41
5. Pruebas y resultados	43
5.1. Sistemas de Prueba	43
5.1.1. Sistema de prueba sur Brasileiro	43
5.1.2. Sistema Colombiano de 83 nodos y 155 corredores	46
5.1.3. Sistema de prueba IEEE 118	48
5.2. Planeamiento multietapa utilizando ciclos críticos	50
5.2.1. Sistema de prueba Sur Brasileiro multietapa	51
5.2.2. Sistema de prueba Colombiano multietapa	53
5.3. Aportes	58
Conclusiones y trabajos futuros	59
Apéndice	70

Índice de figuras

4.1. Planeamiento multietapa: Inversiones discretizadas.	34
4.2. Grafo no dirigido.	38
4.3. Grafo dirigido.	39
5.1. Corredores en su máxima capacidad.	43
5.2. Sistema sur Brasileiro.	44
5.3. Sistema de prueba Colombiano.	46
5.4. Sistema de prueba IEEE 118.	48
5.5. Sistema Colombiano con 3 etapas de planeamiento.	54
5.6. Porcentaje de reducción de los sistemas de prueba vs. Modelo Disyuntivo DC reducido.	58

Índice de tablas

2.1. Técnicas exactas.	10
2.2. Técnicas heurísticas.	14
2.3. Sistemas inteligentes	17
5.1. Ciclos críticos para el sistema Sur Brasileiro.	45
5.2. Ciclos críticos para el sistema Colombiano.	47
5.3. Ciclos críticos para el sistema IEEE-118.	49
5.4. Ciclos críticos para el sistema Sur Brasileiro.	52
5.5. Resultados Etapa 1.	53
5.6. Resultados Etapa 2.	53
5.7. Resultados Etapa 3.	53
5.8. Ciclos críticos para el sistema Colombiano.	55
5.9. Resultados Etapa 1.	56
5.10. Resultados Etapa 2.	57
5.11. Resultados Etapa 3.	57
5.12. Resumen de los resultados obtenidos	58

Introducción

1.1 Contenido y aspectos generales

El planeamiento de la expansión de los sistemas de transmisión de energía eléctrica tiene como objetivo fundamental determinar la red de transmisión a construirse para un escenario futuro de generación y demanda de forma tal que se minimice el costo de inversión, operación y mantenimiento. Igualmente, permite la transferencia adecuada de energía eléctrica entre los diferentes puntos de un sistema de potencia. Las opciones asociadas a este problema se caracterizan por sus altos costos de inversión, los largos periodos de construcción y los largos tiempos de recuperación de la inversión.

Es importante resaltar que un inadecuado planeamiento de largo plazo puede dar origen a un sistema futuro ineficiente con altos costos operativos e influir en el desarrollo de la expansión de la generación y del mercado de electricidad, puesto que estos dependen en gran medida de la topología y la capacidad de la red de transmisión, ya que permiten o no la libre competencia entre vendedores y compradores de energía. La principal consecuencia de un planeamiento inadecuado es la necesidad de mantener operando durante largos años un sistema ineficiente, debido a que una vez establecida y puesta en funcionamiento una inversión, no resulta fácil reconstruir o trasladar una línea de transmisión (o subestación) de alta tensión.

De otro lado, la población mundial actual es aproximadamente del orden de 7300 millones de personas con un consumo de energía aproximado de 350 millones de *MWh* y se estima que para el año 2050, la economía mundial aumente cuatro veces, donde la población mundial será de 10000 millones de personas con un consumo de energía 80 % mayor . Este fenómeno de crecimiento poblacional impactará el aumento de plantas de generación en el mundo, y en consecuencia, los sistemas de transmisión tendrán que evolucionar hacia sistemas más eficientes y confiables. El problema de planeamiento de la expansión involucra muchos aspectos y produce grandes implicaciones en la operación futura lo que incentiva la investigación tanto en lo relacionado con los aspectos a considerar, como en la forma de modelar el problema resultante y en las metodologías de solución que permitan encontrar su solución de forma eficiente.

Las opciones de inversión asociadas a este problema se caracterizan por sus altos costos, por los grandes periodos de tiempo requeridos para su construcción, por los largos periodos de recuperación

de la inversión y por la necesidad de mantener en operación la infraestructura construida hasta que se recupere dicha inversión. Este problema toma como referencia la red actual y considera el incremento futuro de la demanda en los nodos del sistema, la generación existente, las alternativas de nueva generación, la repotenciación de generación existente, el surgimiento de nuevos nodos de demanda, los requerimientos de subestaciones nuevas y la repotenciación de subestaciones existentes, en el horizonte de tiempo analizado.

El planeamiento de la expansión de redes de transmisión es un problema de optimización de programación no lineal entero-mixto (*PNLEM*). Es un problema multimodal, no convexo, que no puede resolverse exitosamente utilizando técnicas de optimización exactas cuando el sistema es de gran dimensión y tiene una cantidad importante de nodos aislados. En sistemas de dimensiones menores se encuentra la solución óptima usando métodos como *Branch and Cut* o *Branch and Bound* (Vinasco.G and Romero.R 2011; Bustamante.E and Arora.S 2009). En algunos de estos casos, se encuentra que los sistemas de cómputo requieren de grandes tiempos de cálculo en comparación con los requeridos por las técnicas metaheurísticas como (*Búsqueda Tabú (TS)* o *el algoritmo genético propuesto por Chu y Beasley (AGCB)*) (Romero.R and Sanchez.I 2005), las cuales no garantizan la obtención de la solución óptima global. Los problemas que son simultáneamente PNLEM y NP-completos se caracterizan por ser los de más difícil solución. Para resolver el problema de planeamiento de la expansión, se han utilizado diversas metodologías de solución que van desde las técnicas heurísticas y metaheurísticas, hasta los métodos exactos (Romero.R and Rocha.C 2007) .

1.2 Título

Planeamiento de la expansión de redes de transmisión a largo plazo usando una formulación basada en ciclos

1.3 Área de investigación

Planeamiento de la transmisión

1.4 Cursos asociados a la investigación

1. Programación lineal y no lineal.
2. Planeamiento de la expansión de redes de transmisión de energía eléctrica.
3. Técnicas metaheurísticas de optimización.
4. Modelamiento matemático.

1.5 Motivación y justificación

El problema de planeamiento de la expansión tiene dos presentaciones para la inversión en nuevas líneas de transmisión y subestaciones, cuando se analiza un horizonte de planeamiento predeterminado. La primera, es el planeamiento estático, el cual determina *qué, cuántos y dónde* instalar los nuevos elementos en la red; y la segunda, el planeamiento multietapa coordinado que, además de lo anterior, define *cuándo* deben ser instalados esos nuevos elementos de tal forma que la red existente se adecúe para satisfacer los requerimientos de generación y de demanda futura. Para esto, el horizonte de planeamiento debe dividirse en etapas o periodos. Esta forma de planeamiento es pseudo-dinámica y es denominada planeamiento multietapa coordinado ([Kucukyazici.B and Pokharrel.S 2005](#)).

La mayor parte de los estudios de planeamiento toman como referencia la red actual, es decir, asumen que la red existente hace parte de la solución futura y consideran el incremento de la demanda en los nodos del sistema, las alternativas de nueva generación y la repotenciación de generación existente en un horizonte de tiempo que normalmente es mayor a 10 años. De igual manera, considera que un agente planeador ha establecido previamente los siguientes aspectos ([Rathore.C and Patel.J 2013](#)):

- El crecimiento de la demanda en los nodos del sistema;
- La localización y la cantidad de demanda de nodos nuevos;
- La cantidad y localización de nueva generación;
- La capacidad adicional de plantas de generación existentes, las cuáles están siendo o serán repotenciadas;
- La localización geográfica, el costo y las características eléctricas de los nuevos corredores de transmisión;
- La localización, el tamaño y el costo de subestaciones nuevas;
- Los niveles de tensión a los que operarán los corredores nuevos y existentes;
- Los niveles de tensión asociados a las subestaciones nuevas.

De otra parte, la naturaleza de cualquier variante que se presente en el problema pertenece a la categoría de problemas no lineales entero-mixtos (*PNLEM*) que adicionalmente pueden ser del tipo *NP-completo* cuando se analizan sistemas de gran tamaño y complejidad.

El planeamiento estático determina la solución de costo mínimo considerando un único periodo de tiempo en el horizonte de planeamiento, y asume que la red existente hace parte de la solución óptima futura, lo que significa que no se considera la posibilidad de retirar, trasladar o dejar desconectados en forma definitiva elementos que se encuentran operando en la red actual ([Mendonca.I and Marcato.A 2014](#)).

Actualmente, el problema estático es abordado con técnicas heurísticas las cuales resuelven el problema por partes y/o usan estrategias de adición de circuitos o la aplicación de métodos basados en índices de sensibilidad; técnicas metaheurísticas basadas en alguna estrategia de búsqueda mediante la optimización combinatoria y técnicas exactas, que se basan en métodos de optimización y modelamiento matemático.

Adicionalmente se usan métodos híbridos que combinan técnicas heurísticas, metaheurísticas y exactas. Una de las formas híbridas que se están usando es la optimización distribuida, en la cual un sistema de gran tamaño es subdividido en sistemas más pequeños, usando conocimiento experto o heurísticas o metaheurísticas, y los problemas menores se resuelven de forma exacta (Barreto.W and Castro.C 2013).

En esta tesis se propone una nueva formulación del problema original reemplazando la segunda ley de Kirchhoff por restricciones asociadas a los ciclos críticos del sistema, las cuáles producen la misma solución óptima con menor esfuerzo computacional. La idea es establecer una metodología nueva sobre un modelo como el de transporte (el cual es mucho más relajado) dónde se permita llegar a través de este camino a la misma solución del modelo DC evitando el uso de la segunda ley de Kirchhoff. Así pues, se resuelve inicialmente el problema utilizando el modelo de transporte. Luego, se identifican en este modelo los corredores existentes que se encuentran en su límite superior y los corredores nuevos con adiciones. Estos corredores se identifican y se incluyen en una restricción de ciclo o de trayectoria cerrada que debe cumplir dos condiciones: debe contener al corredor identificado y debe asociar este corredor con los corredores que conformen un ciclo con él a través de la menor suma de productos potencia-reactancia, en los que se lleva en cuenta el sentido relativo de los flujos de potencia activa. Los ciclos identificados se agregan al modelo de transporte, y se resuelve de nuevo el problema, repitiendo el proceso anterior hasta que no aparecen corredores en su límite superior o corredores nuevos en la solución. Este procedimiento permite identificar ciclos críticos, y además encontrar la solución óptima obtenida con el modelo DC para este problema, sin incluir la segunda ley de Kirchhoff de la manera tradicional. A través de esta metodología se logra hallar la respuesta del flujo DC sin usar la segunda ley de Kirchhoff, lo que produce realmente un avance en las metodologías de solución de este problema.

El modelo matemático propuesto es implementado en *AMPL* y resuelto usando el solver *CPLEX*. La idea principal es desarrollar y aplicar una metodología que reduzca el tiempo de cómputo permitiendo encontrar las mismas respuestas que las halladas con los modelos que involucran la segunda ley de Kirchhoff.

1.6 Objetivos

1.6.1 Objetivo general

Proponer una nueva formulación del problema de planeamiento original reemplazando la segunda ley de Kirchhoff por restricciones asociadas a los ciclos críticos del sistema, las cuáles producen la misma solución óptima.

1.6.2 Objetivos específicos

- Realizar una revisión del estado del arte en el problema de planeamiento.
- Estudiar los diferentes modelos matemáticos que han sido descritos para la resolución de los aspectos considerados en el objetivo general.
- Implementar la metodología propuesta a sistemas de prueba que verifiquen la eficiencia de esta.
- Proponer y usar modelos alternativos basados en el modelo de transportes que permitan resolver el modelo DC y que permitan reducir el tiempo de cómputo los cuáles se basen en indicadores de sensibilidad.
- Comparar la calidad de las soluciones y los tiempos de cómputo de la metodología propuesta con las obtenidas utilizando la segunda ley de Kirchhoff con el fin de verificar su validez y efectividad.

1.7 Estructura del documento

Este documento está organizado de la siguiente manera: Primero se presenta el estado del arte del problema de planeamiento, luego, en los capítulos siguientes, están asociados al tema central de esta tesis, los modelos y resultados utilizando la metodología propuesta. En la parte final, se hace referencia a las publicaciones y participación en eventos realizadas durante el doctorado. Posteriormente, se presentan los sistemas de prueba que son utilizados como referencia en el desarrollo y aplicación del objetivo principal de este trabajo y los resultados obtenidos.

Antecedentes

2.1 Introducción

Actualmente y dado el continuo crecimiento de la demanda, existe una gran tendencia a nivel mundial en la inversión en redes que sean más eficientes en el transporte de energía para mejorar la calidad del servicio. Como se mencionó antes, el planeamiento de la expansión de las redes de transmisión permite determinar la red más adecuada para el sistema eléctrico futuro. El planeamiento a largo plazo, realiza las mayores inversiones y se determinan en gran medida los comportamientos económicos futuros (beneficios). Si este planeamiento no se realiza convenientemente, es decir, si las decisiones que se toman hoy para la red futura son inadecuadas o lo que es lo mismo, hay un mal planeamiento, entonces en el futuro existirá muy poco margen para mejorar la red. En este caso deben realizarse grandes inversiones futuras para obtener pequeños beneficios (Leite da Silva.A and Manso.L 2011; Vilaca.P and Saraiva.J 2015).

Un elemento muy importante a tener presente en el proceso de diseño de una red de transmisión futura eficiente, es la seguridad, es decir, la influencia de la salida de operación de circuitos por causas planeadas (mantenimientos) o no planeadas (fallas). Las salidas afectan los ingresos de las empresas y afectan sus indicadores de calidad, lo que también se traduce en menores ingresos por las penalizaciones económicas que pueden producir.

El proponer una nueva formulación del problema original en la cual se reemplaza la segunda ley de Kirchhoff por un conjunto de restricciones asociadas a los ciclos críticos del sistema resulta ser muy atractiva ya que permite encontrar la misma solución que el modelo de flujo de carga DC adicionando al modelo de transportes un subconjunto de restricciones válidas, que reemplazan el efecto de la segunda ley de Kirchhoff, para un grupo reducido de trayectorias cerradas, y no considera plantear estas restricciones válidas a trayectorias cerradas en las que la segunda ley de Kirchhoff resulta inoperante. Esta metodología permite identificar ciclos críticos, los cuales permiten encontrar la solución óptima obtenida con el modelo DC sin incluir la segunda ley de Kirchhoff de la forma tradicional (Khodaei.A 2010; Da Silva.A and Honório.L 2016).

2.2 Marco teórico y conceptual

Para contextualizar el problema de planeamiento, se define la terminología usada en el problema y dos modelos básicos utilizados, de los cuales se derivan los modelos usados en los trabajos de planeamiento como son el modelo DC y el modelo lineal disyuntivo (Delgado.M and Rider.M 2013).

El *Modelo DC* es considerado como *el modelo ideal* para el problema de planeamiento de la expansión de la red de transmisión y su desempeño ha sido probado en diferentes investigaciones reportadas en la literatura especializada. Este modelo considera la primera y la segunda ley de Kirchhoff y está dado por:

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} C_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_{i \in \Omega_1} r_i \quad (2.1)$$

s.a.

$$Sf + g + r = d \quad (2.2)$$

$$f_{ij} x_{ij} - (\theta_i - \theta_j)(n_{ij} + n_{ij}^o) = 0 \quad (2.3)$$

$$|\theta_i - \theta_j| \leq \bar{f}_{ij} x_{ij} \quad (2.4)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (2.5)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad (2.6)$$

$$0 \leq r \leq d \quad (2.7)$$

$$n_{ij} \text{ entero} \quad (2.8)$$

$$n_{ij}^o \text{ entero} \quad (2.9)$$

$$f_{ij}, \theta_j \text{ irrestrictos} \quad (2.10)$$

$$(i, j) \in \Omega \quad (2.11)$$

En este modelo, C_{ij} representa el costo de adicionar un circuito en el corredor ij . Ω es el conjunto de los corredores existentes en la red base y corredores nuevos. Ω_1 representa el subconjunto de nodos (de carga). α es un parámetro de penalización asociado a la potencia no servida. r es el vector de generadores artificiales que representan la potencia no servida en cada nodo del sistema. S es la matriz de incidencia nodo-rama del sistema. f es el vector de flujos cuyos elementos representan el flujo total en el corredor ij . g es el vector de generaciones nodales. d es el vector de demandas. θ es el vector de ángulos. f_{ij} es el flujo máximo permitido para un circuito en el corredor ij . \bar{g} es el vector de máxima generación. n_{ij} es el número de circuitos adicionados en el corredor ij . \bar{n}_{ij} es el número máximo de circuitos que pueden ser adicionados en el corredor ij . El parámetro x_{ij} corresponde a la reactancia de cada circuito en el corredor ij . Finalmente, n_{ij}^o es el número de circuitos existentes en el corredor ij en la configuración base (Rahmani.M and Rider.M 2013; Tejada.D and Vinasco.G 2015; Escobar.A and Romero.R 2004).

Las restricciones (2.2) – (2.3) representan la primera y la segunda ley de Kirchhoff respectivamente; las restricciones (2.4) – (2.7) son operativas o de inversión, es decir, límites de flujo de potencia por

las líneas, límites de generación y de adición de circuitos y las restricciones (2.8) – (2.11) corresponden a declaración de las variables. El problema es *PNLEM*, debido a la presencia de variables de tipo entera, como son el número de circuitos adicionados en cada corredor y a la existencia de las restricciones correspondiente a la segunda ley de Kirchhoff, las cuáles son no lineales (Da-Silva.E 2013).

Las variables r_i representan los generadores ficticios que se adicionan al sistema original en todos los nodos donde existe carga con el objetivo de satisfacer esta demanda en los casos en que la red de transmisión no tenga la capacidad suficiente para transportar la potencia hacia dichos nodos. Esto facilita la solución del problema en los casos en que la red propuesta es insuficiente y al mismo tiempo permite determinar la potencia que el sistema no está atendiendo. Estos generadores ficticios no operan cuando la red existente tiene capacidad suficiente, ya que su inclusión incrementaría el costo de la solución obtenida y el proceso de optimización los elimina automáticamente (Goswami.A and Monalisa 2013a; Obio.E and Mutale.J 2015; Moreira.A and Arroyo.J 2015).

El *Modelo Lineal Disyuntivo* al igual que el modelo *DC*, se utiliza en la caracterización del comportamiento de la red de transmisión en el problema de planeamiento de la expansión. Es importante resaltar que este modelo presenta la misma solución óptima del modelo *DC*, a través de un sistema equivalente que linealiza el modelo *DC* convencional. El modelo está representado por el siguiente sistema:

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} \sum_{k \in \Omega_1} C_{ij} y_{ij,k} + \alpha \sum_{i \in \Omega_2} r_i \quad (2.12)$$

s.a.

$$S_o f^o + S_1 f^1 + g + r = d \quad (2.13)$$

$$f_{ij}^o x_{ij} - (\theta_i - \theta_j) n_{ij}^o = 0, \quad \forall (i, j) \in \Omega_3 \quad (2.14)$$

$$f_{ij,k}^1 x_{ij} - (\theta_i - \theta_j) \leq M(1 - y_{ij,k}) \quad (2.15)$$

$$f_{ij,k}^1 x_{ij} - (\theta_i - \theta_j) \geq -M(1 - y_{ij,k}) \quad (2.16)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (2.17)$$

$$0 \leq r \leq d \quad (2.18)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in \Omega_1 \quad (2.19)$$

$$f_{ij}^o, f_{ij}^1, \theta_i, g_i, r_i \quad \text{irrestringidos} \quad (2.20)$$

En este modelo, M es un parámetro con un valor muy grande, incluido en el proceso de linealización. Ω representa el conjunto de los corredores de transmisión existentes en la red base y corredores de transmisión nuevos. Ω_1 representa el subconjunto de posibles adiciones binarias en cada corredor y Ω_2 el conjunto de nodos de carga. Ω_3 es el conjunto de corredores existentes en la red base. $y_{ij,k}$ es una variable binaria que representa la adición de un circuito en la posición k del corredor ij , con valor 1 en el caso que se realice una adición y 0 en caso contrario. S_o es la matriz de incidencia nodo-rama de los corredores existentes en la configuración base con flujos f^o y S_1 es la matriz de incidencia de nodo-rama de los corredores candidatos considerados como variables binarias y con

flujos f^1 .

Es importante realizar las siguientes aclaraciones en el modelo inmediatamente anterior.

- La restricción (2.13) representa de forma compacta todas las restricciones asociadas a la primera ley de Kirchhoff, cuando esta se aplica a los nb (nodos) del sistema. Estas son restricciones de tipo lineal de igualdad.
- La restricción (2.14) representa la segunda ley de Kirchhoff aplicada a los n_{ij}^o circuitos existentes en el corredor ij de la red actual. S_o es la matriz de incidencia nodo-rama de los circuitos existentes en la configuración base.
- El grupo de restricciones (2.15) – (2.16) representan la segunda ley de Kirchhoff para cada circuito candidato el cuál ha sido seleccionado para ser adicionado, es decir, si el elemento $y_{ij,k}$ asume el valor 1. Si el elemento $y_{ij,k}$ no es seleccionado para adición, entonces $y_{ij,k} = 0$ y no se aplica la segunda ley de Kirchhoff (Alizadeh-Mousavi.O and Zima-Bockarjova.M 2016; Silva.E and Rider.M 2014).
- Las restricciones (2.17) y (2.18) representan los límites de generación y de generadores ficticios que son adicionados al sistema original respectivamente.
- Finalmente, las restricciones (2.19) y (2.20) corresponden a las declaraciones de las variables.

2.3 Estado del arte

El problema de planeamiento de la expansión de la red de transmisión ha tenido una evolución tanto en el modelo matemático usado para representar el problema como en la forma de resolver el problema resultante. Garver (Garver.L 1970) fue el primero en proponer un modelo basado en el concepto de flujo de carga y también fue el primero en sugerir el uso de técnicas de optimización para resolver el problema resultante. Luego, se desarrollaron métodos de optimización matemática exacta que combinan programación lineal y programación dinámica y los denominados métodos heurísticos constructivos basados en sensibilidad (Majidi-Qadikolai.M and Baldick.R 2015).

De los anteriores trabajos, surgen en la literatura especializada varias investigaciones con el propósito de desarrollar modelos para resolver este problema utilizando técnicas exactas, técnicas basadas en heurísticas y después se desarrollaron los métodos clasificados como sistemas inteligentes (Vinasco.G and Rider.M 2014).

El planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión usando ciclos formados por productos capacidad-reactancia es un tema en desarrollo y esta tesis es el primer trabajo que evalúa la posibilidad de desarrollar una metodología sistemática que permita resolver el problema de planeamiento usando ciclos base, tanto para el problema de planeamiento estático como para el planeamiento multietapa. Los trabajos más relevantes en el problema de planeamiento de la transmisión y los diferentes enfoques se resumen a continuación: (ver tablas (2.1),(2.2) y (2.3)).

Tabla 2.1: Técnicas exactas.

Campo o técnica	Descripción
Programación lineal	En (Villasana.R and Salon.S 1985) se revuelve el problema estático utilizando el modelo híbrido lineal. En (Sánchez Martín.P and Alonso.J 2005) el enfoque es en el mercado de electricidad y planeamiento estático basado en el flujo DC, incluyendo el análisis estocástico, y una evaluación outline de las contingencias, lo que significa que no están implícitamente incluidas en el modelo matemático. En (Hashimoto.S and Mantovani.J 2003) el análisis se enfoca en el planeamiento estático y se propone resolver el problema mediante un algoritmo de programación lineal eficiente.
Programación no lineal	En (Sanchez.I and Mantovani.J 2005) y (Xu.Z and Wong.K 2006) se resuelve el modelo DC aplicando el método de punto interior en planeamiento estático. En (Xu.Z and Wong.K 2006) el enfoque es planeamiento estático minimizando la inversión y el corte de carga (con ambiente de mercados), y aplicado entre un grupo de planes de inversión factibles construidos por la experiencia humana de forma previa. La evaluación de las contingencias se realiza outline para luego agregar líneas si resulta infactible el plan de expansión; y se usa una aproximación a las ecuaciones del flujo de carga AC, que lo vuelve no lineal, sin embargo el óptimo no es garantizado ya que los planes de inversión son previamente construidos.
Programación lineal entera	En (Choi.J and Billinton.R 2005) el enfoque es estático y se propone un método de construcción de la red de transmisión basado en la minimización de la inversión con análisis probabilístico de contingencias. En (Choi.J and Thomas.R 2007) se usa el planeamiento estático teniendo en cuenta la inversión y la minimización de los costos de generación. Solo usan la primera ley de Kirchhoff y tienen en cuenta contingencias. En (Yu.Q and Duan.X 2007) el enfoque es estático y en mercados de electricidad considerando elasticidad en las restricciones usando lógica difusa.

Programación lineal entera mixta	<p>En (Romero.R and Monticelli.A 1994) se resuelve el problema de planeamiento estático en varios niveles utilizando cada vez modelos mas completos, pasando por el modelo de transporte, luego el modelo híbrido y al final el modelo DC con una versión lineal. En (Alguacil.N and Conejo.A 2003) se utiliza el modelo lineal disyuntivo y se realiza una linealización de las pérdidas mediante el ángulo de tensión en el planeamiento estático. En (De la Torre.S and Contreras.J 2008) el enfoque es estático con conceptos de mercado, se incluyen escenarios de demanda, ofertas de generación y las pérdidas linealizadas por partes mediante el ángulo de tensión como en (Alguacil.N and Conejo.A 2003). En (Wei.P and Tang.G 2006) el enfoque es estático con aspectos de mercado, e incluyen el costo de congestión. En (Roh.J and Fu.Y 2007) se combina el planeamiento de la transmisión con el de la generación y tiene en cuenta aspectos de mercado. En (Oliveira.G and Pereira.M 2007) se combina el planeamiento estático de la transmisión con escenarios de generación y contingencias. En (Alizadeh.B and Jadid.S 2011) y (Pozo.D and Contreras.J 2013) pueden ser observadas propuestas interesantes sobre donde ubicar generación nueva para minimizar el costo del planeamiento de la red de transmisión. En (Kim.W and Yoon.Y 2018) se propone un marco novedoso para la TEP en un entorno incierto, que incluye opciones de inversión con diversos plazos de entrega. Se desarrolla un modelo multietapa para reflejar los diferentes plazos de entrega en el método de planificación. Se estudia la incertidumbre de la demanda en el modelo multietapa presentado y su influencia en la decisión óptima. El problema se formula como un problema lineal entero mixto. En (Gutierrez.G and Gil.E 2020) se propone un método eficiente basado en un modelo de programación lineal entera mixta para resolver el problema de planeamiento en varias etapas y con limitaciones de contingencia. Para tener en cuenta la seguridad, un algoritmo iterativo basado en los factores de distribución de desconexión de líneas examina la contingencia del peor y añade dinámicamente restricciones a la formulación de los planes de expansión. En (Garcés.L and Zapata.C 2007) se realiza el análisis de planificación a largo plazo de un sistema de transmisión de energía como un problema de optimización mixto entero no lineal el cual incluye en la función objetivo la potencia esperada no servida como índice para medir de forma explícita la fiabilidad. Dicho problema lo resuelven combinando las técnicas de los algoritmos genéticos para la parte de optimización y la enumeración del espacio de estado para la fiabilidad</p>
---	---

<p>Programación estocástica</p>	<p>En (Serna.C and Camargo.A 1978) el proceso de planeamiento se realiza con un algoritmo que busca minimizar la inversión y el corte de carga, se simula aleatoriamente la entrada y salida de líneas y centrales generadoras, y se asignan valores aleatorios al resto de variables siempre respetando las leyes de Kirchhoff. En (Jirutijaroen.P and Singh.C 2008) el enfoque es estático y aplicado al planeamiento de la transmisión y generación. Se usa simulación de montecarlo para introducir el comportamiento aleatorio. En (Akbari.T and Kazemi.A 2011) el enfoque es de múltiples etapas y se combina la inversión de líneas de transmisión con dispositivos de almacenamiento de energía (energy storage systems-ESS). La introducción del componente aleatorio esta en el comportamiento de la carga y la generación de energía renovable. En (Gbadamosi.S and Nwulu.N 2020) se propone un modelo multietapa de Markov para analizar la disponibilidad y fiabilidad de la naturaleza estocástica de los enlaces de transmisión de corriente continua. Desarrollaron un modelo de programación no lineal entera mixta para minimizar la inversión total y el costo de operación de las unidades generadoras y el costo asociado con el corte de energía, así como para mejorar la confiabilidad del sistema de energía. En (Arasteh.H and Shafie.M 2020) se formula un problema estocástico multiobjetivo, en el cual se propone un enfoque de solución de la restricción normal normalizada (NNC) para resolver el problema introducido de la planificación de la generación y la transmisión multiobjetivo estocástica (GTP). Se utiliza un marco de toma de decisiones de base difusa para seleccionar la mejor solución entre los puntos óptimos de solución no dominados.</p>
<p>Descomposición de Benders</p>	<p>En (Romero.R 1989) y (Romero.A 1993) se presenta el problema de planeamiento estático dividido en dos partes: operativo e inversión, los cuales se resuelven en forma escalonada. En (Binato.S and Granville.S 2001) se combina la descomposición de Benders con cortes de Gomory en el planeamiento estático. En (Dilwali.K and Mahata.K 2016) se acelera el proceso de solución mediante las la imposición de nuevas restricciones en el espacio de solución, restricciones local branching, minimizando el costo de inversión y el corte de carga en el problema estático.</p>

Branch and Bound	En (Bahense.L and Granville.S 2001; Haffner.S and Romero.R 2000; Rider.M and Romero.R 2008) se resuelve el planeamiento estático. En (Bahense.L and Granville.S 2001) se presenta el modelo lineal disyuntivo formalmente. En (Rider.M and Romero.R 2008) se resuelve el problema combinando la técnica de descomposición de Benders con el algoritmo Branch and Bound. En (Rider.M and Romero.R 2008), a diferencia de (Bahense.L and Granville.S 2001), se incluyen las pérdidas como en (Alguacil.N and Conejo.A 2003) y se usa el método de punto interior. En (Choi.J and Tran.T 2005) se usa lógica difusa combinada con Branch and Bound y enfocado al planeamiento estático con mercados de electricidad. En (Lesage.A and Taylor.J 2020) utilizan relajaciones y aproximaciones para formular un modelo de expansión de transmisión. En este trabajo se incluyeron las pérdidas y la colocación de la potencia reactiva. Este enfoque reduce el costo de expansión utilizando la relajación semidefinida del flujo óptimo.
-------------------------	---

Tabla 2.2: Técnicas heurísticas.

Campo o técnica	Descripción
Funciones de sensibilidad	<p>En (Monticelli.A and Pereira.M 1982) se establece el criterio de mínimo esfuerzo, que es un índice de sensibilidad para seleccionar líneas importantes en el sistema en el planeamiento estático. En (Pereira.M and Pinto.L 1985) se compara la eficiencia de los índices de sensibilidad de mínimo corte de carga y capacidad de suministro de demanda, en el planeamiento estático. En (Romero.R and Rocha.C 2007) y (Sanchez.I and Rider.M 2005) se adicionan líneas basado en el flujo de potencia por nuevos circuitos; luego se organizan las líneas de mayor a menor costo y se simula la salida de esas líneas en ese orden, si el sistema ante la salida de una línea sigue operando normal se decide entonces retirar el circuito. La diferencia es que en (Romero.R and Rocha.C 2007) se utilizan programas comerciales y en (Sanchez.I and Rider.M 2005) el método de punto interior. En (Bustamante-Cedeno.E and Arora.S 2009) se propone un algoritmo basado en el nivel de congestión de las líneas en el planeamiento estático. En (Zeinaddini-Maymand.M and Rahmani.M 2011) se utiliza directamente el modelo DC (no lineal), donde aparece la multiplicación de variables de posible adición de circuitos con variable de ángulo. Se relajan las variables enteras y el índice de sensibilidad es el número de líneas solución. En (Molzahn.D and Hiskens.I 2019) se presenta el primer estudio exhaustivo de las representaciones en el contexto de la optimización, mediante relajaciones del modelo las cuales mejoran la solución óptima del problema. En (Vilaca.P 2018) se formula el problema del TEP para establecer las decisiones óptimas en una gran red real con generadores clásicos para reducir al mínimo los costos de eliminación de la carga y facilitar el intercambio de energía entre los consumidores y los productores. Los resultados del análisis se obtuvieron considerando la variación del presupuesto de inversión para un cierto número de nuevas líneas de transmisión. Aquí utilizaron elementos de lógica difusa para lograr los óptimos deseados.</p>

Funciones sig- moides	<p>En (De Oliveira.E and Carneiro.J 2005) se resuelve el planeamiento estático y utiliza un algoritmo que adiciona líneas en base al mayor flujo de potencia y dependiendo si existe o no racionamiento. La función sigmoide tiene el objetivo de almacenar en memoria las líneas seleccionadas. En (Moulin.L and Sagastizabal.C 2019) demostraron que el cálculo de los valores mínimos para los coeficientes de <i>big-M</i> implica encontrar los caminos más cortos y más largos entre dos nodos. En (Khakpoor.M and Abdoos.A 2017) se presenta un nuevo modelo de planificación de la expansión dinámica en el mercado de la energía en el que se aborda la expansión simultánea de la generación y la transmisión sobre la base de un marco multiobjetivo. Los costos de inversión, la congestión y la pérdida de carga se consideran en la formulación del problema.</p>
Forward-backward strategy	<p>En (Seifi.H and Rae.S 2007) se hace ejecuta un algoritmo en dos pasos. El primer paso asume que todas las opciones están construidas, y gradualmente se retira una a una siempre calculando los costos para saber cual es mejor retirar. Este primer paso se detiene cuando el sistema es factible para condiciones de operación normal. Posteriormente, se inicia el segundo paso que consiste en colocar adiciones gradualmente una a una siempre verificando los costos y esta vez con contingencia $N - 1$. El algoritmo se detiene cuando el sistema es factible y las siguientes adiciones hagan el costo mas alto que el mejor encontrado. El enfoque es estático e incluye expansión de subestaciones y el nivel de tensión en la red. En (Goswami.A and Monalisa 2013b), un algoritmo similar al anterior es usado y se resuelve el problema estático considerando contingencias. En (Sima.C and Dumbrava.V 2017) se formula el problema del TEP para establecer las decisiones óptimas en una gran red real con generadores clásicos para reducir al mínimo los costos de eliminación de la carga y facilitar el intercambio de energía entre los consumidores y los productores. Los resultados del análisis se obtuvieron considerando la variación del presupuesto de inversión para un cierto número de nuevas líneas de transmisión.</p>

Cycle Flows	<p>En (Neumann.F and Brown.T 2020) se desarrolla una novedosa reformulación basada en ciclos para el problema del TEP con LOPF (optimal power flow) y se compara con la formulación estándar basada en ángulos. Se aplica herramientas de combinatoria para formalizar la técnica. En (Telikepalli.K and Zweig.K 2009) se estudia el estado del conocimiento sobre las bases de los ciclos y también obtienen algunos resultados nuevos. Introducen diferentes tipos de bases de ciclo, las caracterizan en términos de su matriz de ciclo, y demuestran resultados estructurales y límites de longitud a priori. Proporcionan algoritmos polinómicos para el problema en la base de ciclo mínimo. Inspirados en la Ley de Kirchoff, (Burak.C and Sun.X 2016) proporcionan una formulación basada en ciclos para DC-OTS (Direct-Current Optimal Transmission Switching Problem), y usan la nueva formulación para construir una relajación inducida por ciclos. Caracterizamos el casco convexo de la relajación inducida por el ciclo; esta caracterización proporciona fuertes desigualdades válidas que pueden ser usadas en un enfoque de plano de corte para resolver el DC-OTS. En (Manik.D and Witthaut.D 2017) se estudia la multiestabilidad en estados de bloqueo de fase en redes de osciladores de fase tanto en la dinámica de Kuramoto como en la dinámica de la ecuación de oscilación. A continuación describen los puntos fijos del sistema con diferencias de fase a lo largo de cada borde que no exceden $\pi/2$ en términos de flujos de ciclo, flujos constantes a lo largo de cada ciclo simple, en oposición a los ángulos de fase o flujos.</p>
--------------------	---

Tabla 2.3: Sistemas inteligentes

Campo o técnica	Descripción
Algoritmos genéticos	<p>En (Gallego.R 1997; Romero.R and Monticelli.A 1998; Da Silva.E and Areiza.J 2000), se resuelve el planeamiento estático incluyendo también la técnica de Simulated Annealing. En (Escobar.A and Gallego.R 2008) se incluyen múltiples escenarios de generación en el planeamiento. En (Escobar.A and Romero.R 2004) se establece el planeamiento en múltiples etapas realizando inversiones divididas en el tiempo. En (Garces.L and Romero.R 2017) se propone un algoritmo genético híbrido (HGA) de alto rendimiento para resolver el problema de la planificación de la expansión de la red de transmisión estática y multietapa (TNEP). Este procedimiento da lugar a una exploración inteligente de un gran espacio de búsqueda en menos tiempo. En (Oliveira.S 2004), para el problema estático, se presentan y comparan diversas variantes del algoritmo genético evaluando el rendimiento. En (Sisodia.S and Wadhvani.A 2016) se resuelve el problema estático y crean un híbrido de un algoritmo genético con un algoritmo Particle Swarm Optimization (PSO), mostrando que ambas técnicas se complementan mejorando las debilidades de cada una. En (Correa.C and Garcés.A 2015) se presenta un algoritmo genético NSGA II para optimización multi-objetivo teniendo en cuenta contingencias en el planeamiento estático. En (Correa.C and Escobar.A 2014) el algoritmo genético resuelve el problema considerando incertidumbre en la demanda y múltiples escenarios de generación. Otros estudios combinan el planeamiento de la red de transmisión con la red de gas (Hu.Y and Lin.Y 2016). En (Jafari.M and Addoos.A 2017) se utiliza una combinación eficiente de algoritmo genético y técnica difusa para hacer frente a la naturaleza no lineal del problema de optimización multiobjetivo propuesto. Esta técnica de resolución permite adoptar una solución perfecta según diferentes niveles de importancia para los objetivos de planeamiento. (Garces.L and Romero.R 2009) presentan una metodología para resolver el problema TNEP teniendo en cuenta la fiabilidad e incertidumbre de la demanda. La fiabilidad se evalúa para el sistema de transmisión mediante una técnica analítica basada en la enumeración utilizando un algoritmo genético especializado de Chu-Beasley modificado.</p>

<p>Simulated Annealing</p>	<p>En (Romero.R and Monticelli.A 1996) se resuelve el problema con enfoque en planeamiento estático y se obtienen buenos resultados para sistemas tan complejos como el conocido Nordeste de Brasil. En (Cortes-Carmona.M and Moya.O 2009) se incorpora una búsqueda local en el calibre de parámetros del SA, mas específicamente en la temperatura, resolviendo el planeamiento estático. En (Gupta.N and Patel.N 2018) se propone una aplicación real de la optimización evolutiva a dos niveles para optimizar la infraestructura de la industria eléctrica. Se presenta una planificación coordinada de la expansión de la generación y la transmisión desde la perspectiva de un operador de sistema independiente. La idea principal es mostrar el efecto de la optimización de los generadores en lo que respecta a la capacidad y la ubicación, tanto para reducir la inversión en transmisión como para aumentar la fiabilidad de la red.</p>
<p>Búsqueda Tabú</p>	<p>En (Gallego.R and Romero.R 2000) el enfoque es en el planeamiento estático e incluyendo en el análisis otras técnicas en el proceso de optimización como son el AG, búsquedas heurísticas y SA. En (Escobar.A and Toro.E 2009) el enfoque es orientado al planeamiento estático considerando la des-planificación del sistema, es decir, se considera que no existe red, se planifica la red por completo, para luego determinar que circuitos que están construidos son irrelevantes. En (Garcia-Martinez.S and Rico-Melgoza.R 2015) se resuelva el problema estático y tiene un enfoque en el nivel de tensión. En (Saldarriaga.S and Villada.F 2018) se presenta un modelo y un enfoque de solución para el problema de planeamiento (TNEP) que integra las limitaciones de seguridad dadas por los índices ponderados de alivio de la carga de la transmisión (WTLR). Esos índices integran los factores de desplazamiento y distribución de la energía y permiten medir la gravedad de las sobrecargas en condiciones normales y en una sola contingencia. En (Ghaddar.B and Jabr.R 2019) se emplean desigualdades válidas basadas en el conocimiento específico del problema de expansión para mejorar la calidad de la solución en cualquier nodo del árbol de búsqueda y por lo tanto, reducir significativamente el esfuerzo computacional global del algoritmo, el cual se basa en la ramificación y unión para el problema subyacente.</p>

Greedy Randomized Adaptive Search Procedure	En (Binato.S and Araujo.J 2001) el enfoque es en el planeamiento estático donde la fase de construcción y el método de búsqueda local establecidos permiten en los casos de prueba analizados encontrar las soluciones óptimas con esfuerzo de cómputo bajo. En (Peng.BW and Cheng.H 2010) el problema se enfoca en el planeamiento estático, con contingencias e incertidumbre en la demanda. En (Figueiredo.R and Poss.M 2012) se considera la desplanificación del sistema para obtener una red mejorada. En (Aredes.C and Fioresi.D 2020) se propone un análisis de la inversión posterior a la etapa de planeamiento teniendo en cuenta la intermitencia de las fuentes de energía renovable, especialmente las fuentes de energía eólica. Además analizaron los perfiles de voltaje en todos los nodos del sistema y el nivel de pérdidas eléctricas en las líneas que utilizan flujo AC, para lo cual mostraron el efecto en la etapa de inversión en las líneas de transmisión.
Teoría de juegos	En (Contreras.J and Wu.F 1999; Zolezzi.J and Rudnick.H 2002; Styczynski.Z 1999) los autores encuentran el plan de expansión incorporando mercados de electricidad en el planeamiento estático. Se analizan intereses de inversión en el sistema desde el lado de la demanda, los generadores o las líneas de transmisión.
Variable Neighborhood Search and Scatter Search	En (Tagliolenha.S 2008) se obtienen las soluciones en tiempos de cómputo bajos para el planeamiento estático y se comprueba que son técnicas robustas. Estas técnicas son basadas en un algoritmo de búsqueda local para analizar la vecindad y un algoritmo evolutivo que combina sistemáticamente conjuntos de solución para encontrar mejores alternativas.
Path Relinking	En (Junior.H 2005) se proponen dos metaheurísticas: búsqueda en vecindad variable y búsqueda dispersa, ambas con poco esfuerzo computacional y buen comportamiento de convergencia. El enfoque es para el planeamiento estático. En (Rahmani.M and Romero.R 2010) se mejora el método tradicional al implementar un algoritmo evolutivo de múltiples movimientos intensificando y mejorando la búsqueda en el espacio de solución.
Lógica difusa	En (Sousa.A 2009) se utiliza la Lógica Difusa para la toma de decisiones en el sistema de transmisión, incorporándola en un algoritmo heurístico constructivo influyendo en los índices de sensibilidad utilizados. El enfoque es para el planeamiento estático. En (Ugranli.F and Karatepe.E 2015) la lógica difusa se combina con un algoritmo genético multi-objetivo teniendo en cuenta incertidumbre de la demanda y generación en el planeamiento estático.

Colonia de Hormigas	En (Kocuk.B 2016) se resuelve el problema estático considerando análisis de contingencia $N - 1$. En (Limsakul.P and Leeprechaon.N 2009) se integran energías renovables (eólicas) en el planeamiento estático.
Particle Swarm Optimization (PSO)	En (Fuchs.I and Gjengedal.T 2011) se resuelve el problema estático de forma híbrida: heurística-metaheurística. Utiliza primero un algoritmo heurística constructivo para reducir el espacio de solución basado en los índices de sensibilidad de mínimo esfuerzo combinado con el modelo de transporte (Garver.L 1970), luego se soluciona el problema usando Particle Swarm Optimization. En (Leite da Silva.A and Manso.L 2011) se comparan la eficiencia de las diferentes versiones del PSO para resolver el problema de planeamiento estático. En (Gomes.P and Saraiva.J 2015) se muestra el PSO de una forma eficiente mediante computación paralela.
Differential Evolution Algorithm (DEA) y sistema inmune	En (Torres.S and Castro.C 2012) el enfoque es en el planeamiento estático y dinámico. Se comparan varias versiones del DEA, que es un algoritmo con los mismos principios de funcionamiento de un AG, con la particularidad de una búsqueda en paralelo, es decir, se tienen varios vectores de decisión al mismo tiempo. Cada versión del DEA se diferencia en la mutación. En (Sum-Im.T and Song.Y 2009) se comparan el DEA y los métodos basados en Sistema Inmune resolviendo el problema de planeamiento multi-etapa. En (Lumbreras.S and Pereda.M 2019) se propone un enfoque alternativo basado en el modelado basado en agentes (ABM) e inspirado en el comportamiento del molde de Plasmodium, que construye redes de transporte eficientes como resultado de su búsqueda de fuentes de alimento.

2.4 Definiciones y terminología

Algoritmo Genético: Es un método adaptativo que puede usarse para resolver problemas de optimización. Esta basado en el proceso natural de la evolución de las especies. Es una técnica clasificada como metaheurística.

Branch and Bound: Es una técnica de resolución de problemas de programación lineal entera y binaria basado en el concepto de árboles de búsqueda.

Búsqueda dispersa (Scatter Search): Es un algoritmo metaheurístico aplicado comúnmente a problemas de optimización combinatoria. Usa estrategias de diversificación e intensificación para mejorar la solución sin utilizar procesos aleatorios.

Búsqueda en vecindad variable (Variable Neighborhood Search): Es un algoritmo metaheurístico

aplicado comúnmente a problemas de optimización combinatoria. Se exploran vecindades distantes de la solución actual, y cambia el punto de solución a una nueva si y sólo si se produce una mejora. El método incorpora para el fin anterior una técnica de búsqueda local que se aplica varias veces para obtener mejoras en la solución.

Búsqueda golosa-aleatoria (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure, GRASP): Es un algoritmo metaheurístico aplicado comúnmente a problemas de optimización combinatoria. Consiste de un proceso iterativo que mejora cada vez mas la solución basado en índices de sensibilidad.

Búsqueda Tabú: Es un algoritmo metaheurístico que puede utilizarse para resolver problemas de optimización combinatoria. La búsqueda tabú utiliza un procedimiento de búsqueda local o por vecindades para moverse iterativamente desde una solución y hacia una solución x en la vecindad de x , hasta satisfacer algún criterio de parada. Para poder explorar regiones del espacio de búsqueda que serían dejadas de lado por el procedimiento de búsqueda local, la búsqueda tabú modifica la estructura de vecinos para cada solución a medida que la búsqueda progresa.

Colonia de Hormigas (Ant Colony Optimization, ACO): Es una técnica para solucionar problemas computacionales que pueden reducirse a buscar los mejores caminos o rutas en grafos, o en el caso de planeamiento el mejor conjunto de inversión. El algoritmo es basado en el comportamiento de las hormigas para encontrar alimento fuera de su colonia.

Descomposición de Benders: Se centra en la interpretación de un problema de optimización como un problema que se resuelve en dos etapas, donde, las variables aparecen claramente separadas en dos bloques: las variables de la primera etapa y las variables de la segunda etapa. De esta forma, un algoritmo iterativo de resolución en el que los problemas asociados a las variables de la primera etapa (problema maestro) y los asociados a las variables de la segunda etapa (problema esclavo) son resueltos consecutivamente.

Encadenamiento de trayectorias (Path Relinking): Es un mecanismo de intensificación que permite explorar los sub-espacios comprendidos entre soluciones parciales del problema y las mejores soluciones (llamadas de élite).

Evolución diferencial (Differential Evolution): Es una técnica metaheurística para solucionar problemas combinatoriales y que pertenece a la categoría de algoritmos genéticos. Se basa en medidas de calidad del proceso de optimización. A diferencia del AG, utiliza operaciones aritméticas en lugar de operaciones lógicas en el proceso de mutación.

Funciones de sensibilidad: Son utilizadas en los algoritmos heurísticos para identificar comportamientos en un problema específico y que permiten guiar el proceso de solución.

Funciones Sigmoideas: Muchos procesos naturales y curvas de aprendizaje de sistemas complejos muestran una progresión en el tiempo desde unos niveles bajos al inicio, hasta acercarse a un punto máximo luego de transcurrido un tiempo. La función sigmoide permite describir esta evolución.

Inducción Adelante/Atrás: Es un proceso heurístico que realiza un análisis dividido en dos partes. Cada parte del análisis determina cual es la mejor solución que debe ser considerada en el problema y analiza diferentes aspectos.

Lógica Difusa (fuzzy logic): Se define como un sistema matemático que modela funciones no lineales. La función básica es convertir entradas en salidas que sean consistentes con los planteamientos lógicos que usan el razonamiento aproximado.

Optimización por Nube de Partículas (Particle Swarm Optimization, PSO): Es una metaheurística que emula el comportamiento de las partículas en la naturaleza y que permite optimizar un problema a partir de una población de soluciones candidatas, denotadas como "partícula", moviendo éstas por todo el espacio de búsqueda según reglas matemáticas que tienen en cuenta la posición y la velocidad de las partículas.

Programación Estocástica: Se refiere cuando alguno de los problemas de programación matemática sin importar el tipo ya sea programación lineal, programación no lineal, etc., algunos de los parámetros son variables aleatorias o inciertas.

Programación lineal: Es un campo de optimización matemática que maximiza o minimiza una función lineal, denominada función objetivo, de tal forma que las variables de dicha función estén sujetas a una serie de restricciones expresadas mediante un sistema de ecuaciones e inecuaciones también lineales.

Programación lineal entera: Es el conjunto de problemas de programación lineal para los cuales todas o parte de sus variables pertenecen a los números enteros y positivos.

Programación lineal entera mixta: Es el conjunto de problemas de programación lineal que tienen combinación de variables enteras, continuas y binarias.

Programación no lineal: Es el proceso que resuelve un sistema de igualdades y desigualdades, con un conjunto de variables reales desconocidas, sujeto a una función objetivo que se debe maximizar o minimizar. La no-linealidad se presenta en algunas o todas restricciones o la función objetivo.

Recocido Simulado (Simulated Annealing): Es un algoritmo de búsqueda metaheurística para problemas de optimización. El proceso de optimización es basado en el recocido del acero y cerámicas, una técnica que consiste en calentar y luego enfriar lentamente el material para variar sus propiedades físicas. El calor causa que los átomos aumenten su energía y que puedan así desplazarse de sus posiciones iniciales; el enfriamiento lento les da mayores probabilidades de recrystalizar en configuraciones con menor energía que la inicial.

Sistema Inmune Artificial: Son sistemas adaptativos, inspirados en la inmunología teórica y las funciones inmunes, principios y modelos. El sistema inmune biológico presenta características de

procesamiento de información eficiente, como son: memoria, capacidad de aprendizaje, reconocimiento de patrones y procesamiento distribuido.

Teoría de juegos: Es un área de la matemática aplicada que utiliza modelos para estudiar interacciones en estructuras formalizadas de incentivos y llevar a cabo procesos de decisión.

Modelos matemáticos

3.1 Introducción

Es importante resaltar que modelar matemáticamente cualquier problema de la vida real consiste en representar (lo más preciso) el comportamiento del proceso, definiendo todas las posibles variables del problema y encontrando todas aquellas relaciones que hacen que dicho modelo funcione de forma adecuada y correcta. Este modelamiento se dificulta en la medida en que se desee una mejor aproximación al problema por medio de un ajuste más eficiente de las relaciones empleadas y de la adición de más variables y funciones.

En el problema de planeamiento, los modelos de prueba se utilizan para guiar el proceso de determinar las nuevas inversiones que requiere el sistema eléctrico en el futuro. Las instituciones encargadas de la planeación toman como referencia los resultados obtenidos con estos modelos para responder a los siguientes interrogantes: ¿dónde deben ser ubicados los nuevos elementos?; ¿qué elementos deben ser instalados?; ¿cuántos de estos elementos deben ser adicionados? y ¿cuál es el momento adecuado para ser adicionados?. Para responder estas preguntas, debemos apoyarnos en los modelos matemáticos apropiados que permitan cumplir con las restricciones de operación, demanda y de generación, que aparecen en el transcurso del tiempo de tal forma que se tenga un plan de inversiones de costo mínimo.

De acuerdo a las características del problema (ideal), se debería representar la red de transmisión a través del modelo de flujo de carga AC; no obstante, este modelo presenta algunas particularidades que dificultan su uso, como son:

- Se dificulta la implementación con sistemas que contienen nodos aislados, puesto que es común en la fase inicial del proceso de optimización del planeamiento tener cargas o generación futura no conexas, lo que origina inconvenientes en la convergencia del problema. Es importante resaltar que no es el modelo matemático del flujo AC el que no permite obtener convergencia en redes no conexas, sino las técnicas de programación no lineales necesarias para resolverlo, disponibles en la actualidad (Vinasco.G and Rider.M 2014).
- Se eligen de manera prematura las alternativas de abastecimiento de potencia reactiva, proporcionando poca importancia al uso de nueva tecnología e información futura más acorde

con la realidad (Da-Silva.A and Manso.L 2011).

En el problema de planeamiento, el factor más importante es la determinación de las rutas de transmisión que debe seguir la potencia activa del sistema. Desde este punto de vista, tradicionalmente se ha considerado el modelo de flujo de carga DC (modelo del tipo PNLEM) como el modelo ideal para realizar el planeamiento de largo plazo y como el más utilizado en la literatura especializada por los expertos ya que es una buena aproximación del modelo AC. El problema reactivo puede resolverse en una fase posterior, una vez determinadas las rutas óptimas de transmisión para los flujos de potencia activa. Así pues, puede plantearse un nuevo problema que involucre aspectos asociados a la potencia reactiva y utilizar un flujo de carga AC a un número reducido de casos identificados por el problema de optimización que usa el modelo DC. Por lo tanto, el modelo DC se utiliza para explorar exhaustivamente el espacio de soluciones en busca de las mejores alternativas de expansión, mientras que el modelo AC se utiliza para refinar la búsqueda de la mejor solución en subespacios reducidos de soluciones.

A lo largo de la historia del problema de planeamiento de la expansión de redes de transmisión se han propuesto diferentes modelos, los cuales pueden ser considerados versiones aproximadas del modelo DC, en los que se realizan diferentes simplificaciones que transforman el problema del tipo PNLEM hasta un problema del tipo PL en el caso más extremo. En algunos de estos modelos sólo se exige el cumplimiento la primera ley de Kirchhoff, en otros se exige el cumplimiento de la primera ley de Kirchhoff y/o la segunda Ley de Kirchhoff de forma específica e independiente a la red actual y las adiciones en la red.

El modelo matemático denominado *lineal disyuntivo* es la representación lineal del modelo de flujo de carga DC. Así, éste es considerado el modelo ideal para la exploración exhaustiva de opciones de inversión en el problema de la expansión de la red de transmisión, cuando se considera únicamente la potencia activa. Estos dos modelos son equivalentes desde el punto de vista matemático y por lo tanto presentan la misma solución óptima. El modelo lineal disyuntivo permite transformar un problema de PNLEM en un problema de PLEM, el cual es más fácil de resolver que el problema original. La gran desventaja que presenta es que tiene un mayor número de variables, pero como gran ventaja es que es lineal.

Existen técnicas exactas que logran resolver este tipo de problemas para sistemas de pequeña, mediana y gran complejidad. En esta tesis se usa el software comercial CPLEX que resuelve problemas del tipo lineal entero mixto (el cual corresponde a la naturaleza del modelo lineal disyuntivo) de forma eficiente.

3.2 Modelos Matemáticos

3.2.1 Modelo de transporte

El modelo de transporte fue la primera propuesta sistemática para modelar matemáticamente el problema de planeamiento de la transmisión. Dicho modelo fue propuesto por Garver (Garver.L 1970)

el cual representó el comienzo de una sistematización de los problemas de planeamiento de la transmisión, sugiriendo así el uso de diferentes modelos para los problemas de operación y planificación.

El modelo de transporte sugiere que en una red de transmisión sólo debe cumplirse la primera ley de Kirchhoff. Es importante resaltar que la segunda ley de Kirchhoff no es considerada. A través de este modelo, se pueden encontrar topologías atractivas que sirven como punto de partida para modelos más precisos. Dicho modelo presenta la forma siguiente:

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (3.1)$$

$$s.a. \quad Sf + g = d, \quad \forall (i, j) \in \Omega \quad (3.2)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij}, \quad \forall (i, j) \in \Omega \quad (3.3)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}, \quad \forall (i, j) \in \Omega \quad (3.4)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i, \quad \forall i \in B \quad (3.5)$$

$$n_{ij} \text{ entero}, \quad \forall (i, j) \in \Omega \quad (3.6)$$

En el modelo de transporte, v es la inversión debida a las adiciones de circuitos en el sistema, c_{ij} es el costo de agregar un circuito en el corredor ij , n_{ij} es el número de circuitos adicionados en el corredor ij , f es el vector de flujos cuyos elementos representan el flujo de potencia activa en el corredor ij . S es la matriz de incidencia de nodo-rama del sistema eléctrico completo, g es el vector de generaciones nodales, d es el vector de demandas nodales, n_{ij}^0 es el número de circuitos existentes en el corredor ij en la configuración inicial, \bar{f}_{ij} es el flujo máximo permitido para un circuito en el corredor ij . \bar{g} es el vector de generación máximo, \bar{n}_{ij} es el número máximo de circuitos que se pueden añadir en el corredor ij y Ω representa el conjunto de corredores de transmisión existentes en la red base y los nuevos corredores de transmisión y B representa el conjunto de los nodos del sistema.

3.2.2 Modelo DC tradicional

El modelo DC para el planeamiento de la transmisión (sin pérdidas de potencia) es el modelo más utilizado en el planeamiento de la transmisión y numerosas publicaciones discuten este modelo. Existen dos modelos matemáticos diferentes de optimización para el modelo de DC: uno es no lineal y el otro es un modelo disyuntivo lineal equivalente. El modelo de flujo de carga DC es considerado el modelo ideal para representar el sistema de transmisión en el problema del planeamiento y su rendimiento ha sido probado en diferentes investigaciones reportadas en la literatura especializada. El modelo DC considera las dos leyes de Kirchhoff y el cual presenta un problema de optimización del tipo no lineal entero mixto y asume la siguiente forma:

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (3.7)$$

$$s.a. \quad Sf + g = d, \quad \forall (i, j) \in \Omega \quad (3.8)$$

$$f_{ij} x_{ij} - (\theta_i - \theta_j)(n_{ij} + n_{ij}^0) = 0, \quad \forall (i, j) \in \Omega \quad (3.9)$$

$$|\theta_i - \theta_j| \leq \bar{f}_{ij} x_{ij}, \quad \forall (i, j) \in \Omega \quad (3.10)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i, \quad \forall i \in B \quad (3.11)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}, \quad \forall (i, j) \in \Omega \quad (3.12)$$

$$n_{ij} \text{ entero}, \quad \forall (i, j) \in \Omega \quad (3.13)$$

$$f_{ij}, \theta_n \text{ irrestrictos}, \quad \forall (i, j) \in \Omega \quad (3.14)$$

El modelo DC, define un subconjunto adicional de variables y restricciones, con respecto al modelo de transporte. En este modelo, c_{ij} representa el costo de agregar un circuito en el corredor ij , Ω representa el conjunto de corredores de transmisión existentes en la red base y los nuevos corredores de transmisión, S es la matriz de incidencia de nodo-rama del sistema eléctrico, f es el vector de flujos cuyos elementos representan el flujo de potencia activa en el corredor ij , g es el vector de las generaciones nodales, d es el vector de las demandas. θ es el vector de ángulos nodales, \bar{f}_{ij} es el flujo máximo permitido para un circuito en el corredor ij , \bar{g}_i es el vector de generación nodal máximo, n_{ij} es el número de circuitos añadidos en el corredor ij , \bar{n}_{ij} es el número máximo de circuitos que se pueden adicionar en el corredor ij , y n_{ij}^0 es el número de circuitos existentes en la rama ij en la configuración base o inicial. Las dos primeras restricciones del modelo representan la primera y la segunda ley de Kirchhoff, el resto de las restricciones son operacionales o de inversión: límites de flujo de energía para las líneas, límites de generación y límites de adición de circuitos. El problema es del tipo no lineal entero mixto, debido a la presencia de variables enteras, como el número de circuitos añadidos en cada corredor y la existencia de las restricciones correspondientes a la segunda ley de Kirchhoff, las cuales no son lineales.

En el modelo DC, la restricción (3.8) representa la primera ley de Kirchhoff; la restricción (3.9) representa la segunda ley de Kirchhoff ya sea para los circuitos existentes o para los circuitos candidatos a ser adicionados al sistema de transmisión; el conjunto de restricciones restantes (3.10 - 3.12) son límites operacionales (límites de flujo de potencia activa para los circuitos, límites de generación de potencia activa y límites de inversión). El problema es del tipo No Lineal Entero Mixto debido a la presencia de productos entre las variables enteras de inversión y las variables de ángulo nodal en la segunda ley de Kirchhoff.

3.2.3 Modelo lineal disyuntivo

El modelo considerado como una representación ideal del problema de planeamiento de la transmisión es el llamado modelo DC, que es un problema no lineal entero mixto; sin embargo, el modelo DC tiene la posibilidad de ser transformado en un problema equivalente cuyo modelo es lineal. Es posible transformar un problema cuadrático no lineal en un problema lineal con el uso de variables binarias; esto puede ser factible mediante una transformación que permite separar los términos

cuadráticos en relaciones lineales mediante restricciones disyuntivas. Este proceso se obtiene incorporando al problema un parámetro (“grande”) M , en el que la segunda ley de Kirchhoff puede representarse en dos partes para cada posible adición en una sección de la red. Dicha transformación se logra representando cada posible adición de líneas de transmisión y/o subestaciones mediante variables de decisión de tipo binario (1 para representar que el elemento adicionado y 0 en otro caso).

La inclusión de estas variables binarias implica una separación de los términos cuadráticos presentes en el modelo DC (productos entre θ_i y los $n_{i,j}$), el parámetro M de valor muy grande, para incluir la segunda ley de Kirchhoff asociada a las variables binarias cuyo valor es 1, o que no afecta de otra forma el modelo. El aspecto más interesante de este modelo lineal disyuntivo es que es un problema de programación lineal con variables binarias, el cual comparte su solución global óptima con la del modelo DC.

El modelo lineal disyuntivo presenta algunas ventajas y desventajas, siendo la principal ventaja el convertir un problema no lineal en un problema lineal y como desventaja la relacionada con el aumento de la dimensión del problema debido a la introducción de un gran número de variables binarias. Depende del tamaño del sistema y del número máximo de líneas candidatas en cada corredor. Otra desventaja que presenta el modelo es la selección del parámetro M , ya que representa un factor que puede desestabilizar la solución del modelo lineal disyuntivo. Su forma general es la siguiente:

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} C_{ij} \sum_{k \in K} y_{ij,k} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} s.a. \quad & \sum_{(p,i) \in \Omega} \left(f_{pi}^0 + \sum_{k=1}^K f_{pi,k} \right) - \sum_{(i,j) \in \Omega} \left(f_{ij}^0 + \sum_{k=1}^K f_{ij,k} \right) \\ & + g_i = d_i, \quad \forall i \in B, \forall (i,j) \in \Omega \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$f_{ij}^0 x_{ij} - (\theta_i - \theta_j) n_{ij}^0 = 0, \quad \forall (i,j) \in \Omega \quad (3.17)$$

$$-M(1 - y_{ij,k}) \leq f_{ij,k} x_{ij} - (\theta_i - \theta_j) \leq M(1 - y_{ij,k}), \quad \forall (i,j) \in \Omega, k = 1, \dots, K \quad (3.18)$$

$$-\bar{f}_{ij} n_{ij}^0 \leq f_{ij}^0 \leq \bar{f}_{ij} n_{ij}^0, \quad \forall (i,j) \in \Omega \quad (3.19)$$

$$|f_{ij,k}| \leq y_{ij,k} \bar{f}_{ij}, \quad \forall (i,j) \in \Omega, k = 1, \dots, K \quad (3.20)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i, \quad \forall i \in B \quad (3.21)$$

$$\sum_{k \in K} y_{ij,k} \leq \bar{n}_{ij}, \quad \forall (i,j) \in \Omega, k = 1, \dots, K \quad (3.22)$$

$$y_{ij,k-1} \geq y_{ij,k}, \quad \forall (i,j) \in \Omega, k = 2, \dots, K \quad (3.23)$$

$$y_{ij,k} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i,j) \in \Omega, k = 1, \dots, K \quad (3.24)$$

$$f_{ij}^0, f_{ij,k}, \theta_i, g_i \text{ irrestrictos} \quad (3.25)$$

En este modelo, M es un parámetro con un valor muy grande, incluido en las variables disyuntivas; $y_{ij,k}$ es una variable binaria que representa la adición de un circuito en la posición k del corredor ij , con el valor 1 en el caso de que se realice una adición y 0 en el caso contrario. El modelo lineal

disyuntivo, define un subconjunto adicional de variables y restricciones, con respecto al modelo de transporte y al modelo DC.

En este modelo, es importante resaltar que:

- La restricción (3.16) representa de forma compacta todas las restricciones asociadas con la primera ley de Kirchhoff, cuando esto se aplica a los nodos del sistema. Todas las restricciones son lineales.
- La restricción (3.17) representa la segunda ley de Kirchhoff aplicada a los circuitos existentes en el corredor ij de la red actual. En esta expresión, x_{ij} representa la reactancia de un circuito del corredor ij y se supone que todos los circuitos tienen la misma reactancia y la misma capacidad.
- Finalmente, la restricción (3.18) representa la segunda ley de Kirchhoff de cada circuito candidato que ha sido seleccionado para su adición. Es decir, si el elemento $y_{ij,k} = 1$. Ahora, si $y_{ij,k} = 0$, el elemento no es seleccionado para la adición, y la segunda ley de Kirchhoff no se aplica. Esta restricción se denomina restricción disyuntiva.

3.2.4 Modelo lineal disyuntivo reducido

El modelo lineal disyuntivo reducido es una transformación del modelo lineal disyuntivo. El modelo en cuestión es la mejor versión de la literatura especializada para resolver el problema de planeamiento de la expansión de la transmisión. Como en el caso anterior, es problema de tipo lineal entero mixto. En el modelo lineal disyuntivo reducido, el número de restricciones y el número de variables se reducen con respecto al modelo lineal disyuntivo. En el modelo disyuntivo reducido, cada variable binaria $y_{ij,k}$ activa 2^{k-1} circuitos simultáneamente. Por consiguiente, la cantidad de circuitos adicionados depende del valor de las variables binarias en cada problema. El número de circuitos en el corredor ij puede calcularse a través de la expresión:

$$n_{ij} = 2^0 y_{ij,1} + 2^1 y_{ij,2} + \cdots + 2^{K-1} y_{ij,K} \quad (3.26)$$

En el modelo disyuntivo reducido, el número de variables binarias necesarias para representar m opciones de inversión se reducen a $\log_2(m + 1)$. Por lo tanto, el modelo adopta la forma siguiente:

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} C_{ij} \sum_{k \in K} 2^{k-1} y_{ij,k} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} s.a. \quad & \sum_{(p,i) \in \Omega} \left(f_{pi}^0 + \sum_{k=1}^K f_{pi,k} \right) - \sum_{(i,j) \in \Omega} \left(f_{ij}^0 + \sum_{k=1}^K f_{ij,k} \right) \\ & + g_i = d_i, \quad \forall i \in B, \forall (i,j) \in \Omega \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$f_{ij}^0 x_{ij} - (\theta_i - \theta_j) n_{ij}^0 = 0, \quad \forall (i,j) \in \Omega \quad (3.29)$$

$$|f_{ij,k} x_{ij} - 2^{k-1} (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - y_{ij,k}), \quad \forall (i,j) \in \Omega, k = 1, \dots, K \quad (3.30)$$

$$-\bar{f}_{ij} n_{ij}^0 \leq f_{ij}^0 \leq \bar{f}_{ij} n_{ij}^0, \quad \forall (i,j) \in \Omega \quad (3.31)$$

$$|f_{ij,k}| \leq 2^{k-1} y_{ij,k} \bar{f}_{ij}, \quad \forall (i,j) \in \Omega, k = 1, \dots, K \quad (3.32)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i, \quad \forall i \in B \quad (3.33)$$

$$\sum_{k \in K} 2^{k-1} y_{ij,k} \leq \bar{n}_{ij}, \quad \forall (i,j) \in \Omega, k = 1, \dots, K \quad (3.34)$$

$$y_{ij,k} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i,j) \in \Omega, k = 1, \dots, K \quad (3.35)$$

$$f_{ij}^0, f_{ij,k}, \theta_i, g_i \text{ irrestrictos} \quad (3.36)$$

En este modelo, se utiliza la misma nomenclatura que la utilizada en el modelo lineal disyuntivo.

La ecuación que representa la restricción de abertura angular o segunda ley de Kirchhoff, para cada 2^{k-1} elementos candidatos a ser adicionados al sistema, se convierte en estricta dentro del sistema de ecuaciones cuando la variable de decisión toma el valor de 1. En caso contrario, el parámetro M asegura que la restricción particular es irrelevante para el modelo. La restricción de abertura angular es equivalente al producto entre el flujo máximo de potencia activa de un circuito (en p.u.) y su reactancia (en p.u.), y se denomina restricción de capacidad-reactancia. Representa una restricción más fuerte en el proceso de transmisión. Estas restricciones producen más costos de inversión en el planeamiento a largo plazo (modelo DC) que el planeamiento sin restricciones de capacidad-reactancia o el modelo de transporte.

Nuevos modelos y formulación de ciclos

4.1 Introducción

La gran desventaja del modelo disyuntivo es la segunda ley de Kirchhoff, la cual hace que el problema aumente en dificultad. Esta es la principal característica del comportamiento normal del problema de planeamiento de la transmisión utilizado en este trabajo para crear diferentes métodos para mejorar el esfuerzo computacional y construir el camino para encontrar mejores soluciones en el futuro. En este caso, el objetivo principal es hallar la mejor representación de la segunda ley de Kirchhoff para reemplazarla y tener como resultado un modelo más simple que pueda ser resuelto en menos tiempo. La naturaleza del impacto de esta restricción ha sido documentada en diferentes trabajos de la literatura especializada. Desafortunadamente, la forma más común de resolver estos problemas se basa en adicionar más restricciones al modelo, en algunos casos basadas en otras restricciones como la primera ley de Kirchhoff. Es importante puntualizar la diferencia entre cada sistema analizado y la cantidad de nueva información que puede ser utilizada con base a la naturaleza diversa de cada sistema que ha sido resuelto. Aunque toda esta información es bien conocida, podría resultar beneficiosa para orientar una búsqueda heurística o el desarrollo de nuevos métodos con el conocimiento del problema (Camponogara.E and Hardt.R 2015).

En este trabajo se presentan dos novedosos modelos relajados presentados en (Escobar.M 2018) y se propone una novedosa formulación de modelos basada en ciclos para resolver el problema de planeamiento de la transmisión utilizando el denominado: *modelo de transporte disyuntivo mejorado* y una formulación basada en ciclos. El modelo de transporte se puede presentar utilizando una forma alternativa: el modelo de transporte disyuntivo. Este modelo tiene más variables y limitaciones que el modelo de transporte tradicional, pero puede ser útil en otros contextos.

4.1.1 Modelo de transporte disyuntivo

Uno de los modelos más utilizados a la hora de resolver el problema de planeamiento de la transmisión es el modelo de transporte, el cual representa de forma más simple el problema de planeamiento y es fácil de resolver, en el cual la segunda ley de Kirchhoff no se utiliza, razón principal por la que incluso los problemas de gran tamaño tuvieron una solución en un tiempo relativamente corto

como tiempo total necesario para resolverlo. En esta versión disyuntiva presentada en (Escobar.M 2018), utilizamos variables binarias para las opciones de inversión y las restricciones disyuntivas. La formulación de este modelo es:

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} C_{ij} \sum_{k \in K} y_{ij,k} \quad (4.1)$$

$$s.a. \quad \sum_{(p,i) \in \Omega_1} \left(f_{pi}^0 + \sum_{k \in K} f_{pi,k} \right) - \sum_{(i,j) \in \Omega} \left(f_{ij}^0 + \sum_{k \in K} f_{ij,k} \right) + g_i = d_i \quad (4.2)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij}, \quad \forall (i,j) \in \Omega \quad (4.3)$$

$$|f_{ij,k}| \leq y_{ij,k} \bar{f}_{ij}, \quad \forall (i,j) \in \Omega, k \in K \quad (4.4)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i, \quad \forall i \in B \quad (4.5)$$

$$\sum_{k \in \Omega_1} y_{ij,k} \leq \bar{n}_{ij}, \quad \forall (i,j) \in \Omega \quad (4.6)$$

$$y_{ij,k-1} \geq y_{ij,k}, \quad \forall (i,j) \in \Omega, k \in K, k > 1 \quad (4.7)$$

$$f_{ij}^0, f_{ij,k}, \theta_i, g_i \quad \text{irrestringidos} \quad (4.8)$$

En este modelo se utiliza la misma nomenclatura presentada anteriormente.

4.1.2 Modelo de transporte disyuntivo mejorado

Teniendo como referencia el modelo de transporte disyuntivo, este modelo presentado en (Escobar.M 2018), adiciona un nuevo conjunto de restricciones que incluirá el comportamiento de la segunda ley de Kirchhoff sólo para circuitos en paralelo, sin usar esta ley. Esto se logra forzando a que el flujo de energía se distribuya equitativamente en cada circuito paralelo. Puede ser obvio que los circuitos de igual reactancia, conectados en paralelo, transportan igual flujo, sin embargo, en el modelo de transporte tradicional las soluciones presentan flujos diferentes en este caso. Esto se debe a que el modelo de transporte tradicional no incluye la segunda ley de Kirchhoff. El modelo de transporte disyuntivo mejorado que se utiliza en este trabajo es una versión relajada del modelo disyuntivo lineal y puede encontrar soluciones intermedias entre el modelo de transporte tradicional y el modelo lineal disyuntivo DC.

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega_1} C_{ij} \sum_{k \in \Omega_2} y_{ij,k} \quad (4.9)$$

$$s.a. \quad \sum_{(p,i) \in \Omega_1} \left(f_{pi}^0 + \sum_{k \in \Omega_2} f_{pi,k} \right) - \sum_{(i,j) \in \Omega_1} \left(f_{ij}^0 + \sum_{k \in \Omega_2} f_{ij,k} \right) + g_i = d_i \quad (4.10)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij}, \quad \forall (i,j) \in \Omega_1 \quad (4.11)$$

$$|f_{ij,k}| \leq y_{ij,k} \bar{f}_{ij}, \quad \forall (i,j) \in \Omega_1, k \in \Omega_2 \quad (4.12)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i, \quad \forall i \in B \quad (4.13)$$

$$\sum_{k \in \Omega_2} y_{ij,k} \leq \bar{n}_{ij}, \quad \forall (i,j) \in \Omega_1 \quad (4.14)$$

$$y_{ij,k-1} \geq y_{ij,k}, \quad \forall (i,j) \in \Omega_1, k \in \Omega_2, k > 1 \quad (4.15)$$

$$|f_{ij,k} - f_{ij,k-1}| \leq M(1 - y_{ij,k}), \quad \forall (i,j) \in \Omega_1, k \in \Omega_2, k > 1 \quad (4.16)$$

$$\left| (f_{ij}^0/n_{ij}^0 - f_{ij,1}) \right| \leq M(1 - y_{ij,1}), \quad \forall (i,j) \in \Omega_1, k \in \Omega_2, n_{ij}^0 > 0 \quad (4.17)$$

$$f_{ij}^0, f_{ij,k}, \theta_i, g_i \text{ irrestrictos} \quad (4.18)$$

En este modelo, C_{ij} es el costo de adicionar un circuito en el corredor ij . Ω_1 es el conjunto de corredores de transmisión existentes y Ω_2 el conjunto de corredores nuevos. $y_{ij,k}$ es la variable binaria asociada a la opción de inversión k del corredor ij . f_{ij}^0 es el flujo de potencia activa en la red base. $f_{ij,k}$ es el flujo de potencia activa en la opción de inversión k . \bar{f}_{ij} es el flujo máximo permitido para un circuito en el corredor ij . \bar{g} es el vector de máxima generación nodal. n_{ij} es el número de circuitos adicionados en el corredor ij . \bar{n}_{ij} es el número máximo de circuitos que se pueden adicionar en el corredor ij . M es un parámetro definido a priori de gran tamaño, el cual permite volver irrelevantes las restricciones disyuntivas cuando la variable $y_{ij,k} = 0$.

Puede verse que en el modelo anterior (4.9) representa la función objetivo y caracteriza el planeamiento tradicional como un problema de costo mínimo. La restricción (4.10) representa la primera ley de *Kirchhoff*. La restricción (4.11) permite establecer los límites de capacidad en los circuitos existentes y la (4.12) en los circuitos no existentes. A través de (4.13) se establecen los límites de generación y (4.14) establece el límite de inversión. La restricción (4.15) establece un orden de prioridad entre las opciones de inversión y elimina la simetría existente entre estas opciones en el modelo de transporte disyuntivo tradicional. Las restricciones (4.16) y (4.17) garantizan que los flujos de potencia activa sean iguales en los circuitos nuevos y existentes conectados en paralelo en el mismo corredor.

4.2 Modelos matemáticos que consideran múltiples etapas

En el planeamiento estático de la transmisión se realiza una única inversión definiendo *qué, dónde y cuántos* elementos (nuevos) deben ser instalados en el sistema para que este funcione de forma correcta en el horizonte de tiempo de estudio (t años). No obstante, durante dicho periodo de tiempo,

en la generación y demanda se presentan cambios que pueden ser asumidos por nuevas inversiones realizadas de forma gradual durante el horizonte de tiempo, permitiendo así que el sistema se acople de forma optimizada. A esta forma de asumir el problema se le conoce como *planeamiento multi-etapa*, ya que define *cuándo* deben ser instalados los nuevos elementos en el sistema.

En este tipo de planeamiento, las decisiones sobre las inversiones en la red de transmisión son separadas en periodos de tiempo inferiores al horizonte de planeamiento. Para cada uno de estos periodos es importante prever valores de capacidad de generación instalada y de demanda de potencia activa permitiendo determinar no sólo la cantidad y ubicación de los nuevos equipos sino a partir de cuál de las etapas es necesario instalarlos. Por lo tanto, este último aspecto es el que diferencia al planeamiento multietapa del planeamiento estático de redes de transmisión (Escobar.A and Gallego.R 2010).

La función objetivo del problema de planeamiento multietapa, tiene como objetivo minimizar el valor presente del costo total de expansión de la red de transmisión. Al postergar ciertas inversiones para etapas posteriores a la etapa inicial, el valor presente de dichas inversiones va ligado por una tasa de descuento (I), tal como se ilustra en la figura 4.1.

$$c(x) = (1 - I)^{t_1 - t_0} c_1(x) + (1 - I)^{t_2 - t_0} c_2(x) + \dots + (1 - I)^{t_T - t_0} c_T(x)$$

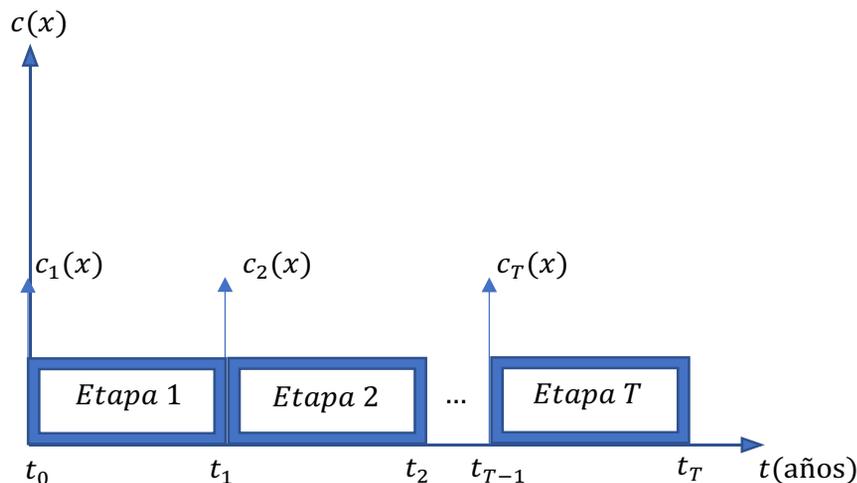


Figura 4.1: Planeamiento multietapa: Inversiones discretizadas.

Puede verse que en el planeamiento multietapa, se trata de aproximar el problema modelado al problema de la vida real, donde primero se hace la inversión y años después la etapa de construcción es terminada y el elemento entra en operación para cada etapa analizada. Otro elemento importante del modelo es que se considera que en cada periodo de operación la demanda siempre es constante, es decir, la proyección de demanda para un periodo inicial es constante y diferente que la proyección de demanda del periodo subsiguiente y así sucesivamente.

Ahora bien, respecto a la proyección de generación, esta puede ser igual o diferente entre los periodos de operación, de acuerdo al planeamiento de la expansión en generación, el cual se considera un dato de entrada en el planeamiento de la transmisión.

Finalmente, para el cálculo de valor presente de la inversión y el costo de la operación también llamado costo de las pérdidas, se considera una tasa de descuento anual α que representa el rendimiento económico esperado para el dinero en el tiempo. Ahora bien, para comparar el costo del modelo multietapa con el estático se utiliza el valor presente, siendo evidente que con la inclusión de la tasa de descuento anual, el planeamiento multietapa podría ser más económico. Lo anterior es posible debido al mismo supuesto que se hace en el análisis estático, donde se establece que el dinero para realizar la expansión del sistema esta disponible en el año inicial.

Así pues, la diferencia en el costo del análisis multietapa tiene su origen en que las inversiones son divididas en el tiempo y se puede saber el mejor momento en que son requeridas por el sistema, así es posible de alguna manera retrasar la puesta de nuevos elementos que no son urgentes (en el sistema) y los cuales pueden ser puestos en etapas posteriores.

De forma resumida, el dinero que queda disponible luego de realizar la inversión en la etapa inicial, y que esta asociado a etapas futuras, puede generar una rentabilidad durante el tiempo que el dinero no se necesite, y esto finalmente produce un capital futuro mayor.

Por lo tanto, la característica de la rentabilidad es aprovechada por el costo de nuevos elementos en el sistema, ya que si la inversión es necesitada y realizada hoy, se requiere disponer del costo total del elemento o elementos, en caso contrario, si la inversión se puede aplazar para el futuro, se requiere un capital presente menor al costo del elemento si el dinero es puesto a beneficio (renta). Por esta razón, las inversiones que se aplazan en el tiempo poseen una tasa de descuento.

4.2.1 Modelo de transportes mejorado multietapa

Este modelo en versión multietapa presenta la forma:

$$\min v = \alpha^0 \sum_{(i,j) \in \Omega} C_{ij} \sum_{k=1}^K y_{ij,k}^0 + \sum_{t=1}^T \alpha^t \sum_{(i,j) \in \Omega} C_{ij} \left(\sum_{k=1}^K y_{ij,k}^t - \sum_{k=1}^K y_{ij,k}^{(t-1)} \right) \quad (4.19)$$

$$s.a. \sum_{(p,i) \in \Omega} \left(f_{pi}^0 + \sum_{k=1}^K f_{pi,k}^t \right) - \sum_{(i,j) \in \Omega} \left(f_{ij}^0 + \sum_{k=1}^K f_{ij,k}^t \right) + g_i^t = d_i^t, \quad \forall i \in B, t \in T \quad (4.20)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij}, \quad \forall (i,j) \in \Omega, t \in T \quad (4.21)$$

$$|f_{ij,k}^t| \leq y_{ij,k}^{(t-1)} \bar{f}_{ij}, \quad \forall (i,j) \in \Omega, k = 1, 2, \dots, K, t \in T \quad (4.22)$$

$$\sum_{k=1}^K y_{ij,k}^{(t-1)} \leq \bar{n}_{ij}, \quad \forall (i,j) \in \Omega, t \in T \quad (4.23)$$

$$y_{ij,k}^{(t-1)} \leq y_{ij,k-1}^{(t-1)}, \quad k \geq 2, \forall (i,j) \in \Omega, t \in T \quad (4.24)$$

$$|f_{ij,k}^t - f_{ij,k-1}^t| \leq M \left(1 - y_{ij,k}^{(t-1)} \right), \quad \forall (i,j) \in \Omega, k = 1, 2, \dots, K, k > 1, t \in T \quad (4.25)$$

$$\left| \frac{f_{ij}^0}{n_{ij}^0} - f_{ij,1}^t \right| \leq M \left(1 - y_{ij,1}^{(t-1)} \right), \quad \forall (i,j) \in \Omega, t \in T \quad (4.26)$$

$$0 \leq g_i^t \leq \bar{g}_i^t, \quad \forall i \in B, t \in T \quad (4.27)$$

$$f_{ij}^0, f_{ij,k}^t, g_i^t \text{ irrestrictos} \quad (4.28)$$

$$y_{ij,k}^t \text{ binaria} \quad (4.29)$$

Este modelo matemático para el planeamiento multietapa, el cual es resultado del estudio detallado (aspectos) de los modelos estudiados en secciones anteriores, lo que permite presentarlo en la versión linealizada. En cuanto a los parámetros y variables utilizadas, estos presentan el sub-índice t indicando el tiempo en el periodo de inversión o de operación para el cual funcionan. Es claro resaltar que el índice t incrementa el número de variables y parámetros de acuerdo al número de etapas consideradas.

4.2.2 Modelo lineal disyuntivo multietapa

De acuerdo al modelo lineal disyuntivo reducido, la forma que toma el problema de planeamiento de la expansión de redes de transmisión multietapa es la siguiente:

$$\min v = \alpha^0 \sum_{(i,j) \in \Omega} C_{ij} \sum_{k=1}^K y_{ij,k}^0 + \sum_{t=1}^T \alpha^t \sum_{(i,j) \in \Omega} C_{ij} \left(\sum_{k=1}^K y_{ij,k}^t - \sum_{k=1}^K y_{ij,k}^{(t-1)} \right) \quad (4.30)$$

$$s.a. \sum_{(p,i) \in \Omega} \left(f_{pi}^0 + \sum_{k=1}^K f_{pi,k}^t \right) - \sum_{(i,j) \in \Omega} \left(f_{ij}^0 + \sum_{k=1}^K f_{ij,k}^t \right) + g_i^t = d_i^t, \quad \forall i \in B, t \in T \quad (4.31)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij}, \quad \forall (i,j) \in \Omega, t \in T \quad (4.32)$$

$$|f_{ij,k}^t| \leq y_{ij,k}^{(t-1)} \bar{f}_{ij}, \quad \forall (i,j) \in \Omega, k = 1, 2, \dots, K, t \in T \quad (4.33)$$

$$f_{ij}^0 x_{ij} - (\theta_i^t - \theta_j^t) n_{ij}^0 = 0, \quad \forall (i,j) \in \Omega, t \in T \quad (4.34)$$

$$-M \left(1 - y_{ij,k}^{(t-1)} \right) \leq x_{ij} f_{ij,k}^t - (\theta_i^t - \theta_j^t) \leq M \left(1 - y_{ij,k}^{(t-1)} \right), \quad (4.35)$$

$$\forall (i,j) \in \Omega, k = 1, 2, \dots, K, t \in T$$

$$0 \leq g_i^t \leq \bar{g}_i^t, \quad \forall i \in B, t \in T \quad (4.36)$$

$$\sum_{k=1}^K y_{ij,k}^{(t-1)} \leq \bar{n}_{ij}, \quad \forall (i,j) \in \Omega, t \in T \quad (4.37)$$

$$y_{ij,k}^{(t-1)} \leq y_{ij,k-1}^{(t-1)}, \quad k \geq 2, \forall (i,j) \in \Omega, t \in T \quad (4.38)$$

$$\theta_i^t = 0, \quad \forall i \in B, t \in T \quad (4.39)$$

$$f_{ij}^0, f_{ij,k}^t, \theta_i^t, g_i^t \text{ irrestrictos} \quad (4.40)$$

$$y_{ij,k}^t \text{ binaria} \quad (4.41)$$

Este modelo está construido de tal forma que las adiciones de una etapa anterior se acumulan en las variables de decisión de las etapas siguientes. El cálculo del costo de inversión o función objetivo se realiza en la expresión (4.30). Para diferenciar en que etapa se realiza cada una de las inversiones de nuevos elementos, se hace una comparación de las variables binarias del mismo elemento en las etapas siguientes, esto se logra a través de la diferencia de las variables binarias. El conjunto de restricciones (4.31) representa la primera ley de Kirchhoff, en la cual se exige el balance de flujos de potencia activa en cada uno de los nodos del sistema en cada una de las etapas del horizonte de planeamiento. Los conjuntos de restricciones (4.32) y (4.33) representan los límites de flujo de potencia activa de la red base y los nuevos elementos a adicionar en la red de transmisión durante cada una de las etapas. Las restricciones (4.34) y (4.35) exigen el cumplimiento de la segunda ley de Kirchhoff para todos los corredores de la red de transmisión durante todas las etapas del horizonte de planeamiento. Se hace una distinción entre elementos de la red base y elementos candidatos, para aplicar la linealización característica del modelo. Las restricciones de (4.36) y (4.37) representan los límites de generación e inversión. Las restricciones (4.38) dan prioridad para inversión a las variables binarias de menor índice k . Esto se hace para reducir el espacio de búsqueda y no afecta el valor de la solución. Finalmente, las condiciones (4.39)-(4.41) definen la naturaleza de cada una de las variables de decisión.

4.3 Formulación de los ciclos

Utilizamos a continuación la terminología básica de teoría de grafos, la cual nos orientará a la definición de ciclo. Presentamos los conceptos esenciales que nos servirán de guía para abordar los temas centrales de este trabajo como lo son los ciclos críticos y base de ciclos.

4.3.1 Elementos de teoría de grafos

Un grafo no dirigido G es un par (V, E) , donde V es un conjunto finito y E es una familia de pares (no ordenados) de elementos de V . Los elementos de V son llamados *nodos* o *vértices* y los elementos de E son llamados *caminos* o *corredores* de G . Dado un corredor entre dos vértices $i, j \in V$, con $i \neq j$, denotamos este corredor por (i, j) . Por lo tanto, para un corredor $e = (i, j) \in E$, i y j son llamados sus puntos finales o vértices finales. De igual forma decimos que el corredor e es *incidente* a los vértices i y j . Similarmente, decimos que el vértice i es *adyacente* al vértice j . Es importante resaltar que como asumimos un grafo no dirigido, la relación de adyacencia es simétrica. El grado de un vértice en un grafo no dirigido, es el número de enlaces incidentes a él, lo cual denotaremos como $deg(i_q)$. Un camino p de longitud k , que une un vértice i a un vértice j , en un grafo $G(V, E)$, es una sucesión $\langle r_0, r_1, \dots, r_k \rangle$ de vértices tales que:

$$i = r_0, j = r_k,$$

con $(r_{m-1}, r_m) \in E$ para $m = 1, 2, \dots, k$. Un camino es simple si todos sus vértices son distintos. En un grafo no dirigido, un camino $\langle r_0, r_1, \dots, r_k \rangle$ forma un *ciclo* si $r_0 = r_k$ y r_1, r_2, \dots, r_k son diferentes.

Un grafo $G' = (V', E')$ es un subgrafo de $G = (V, E)$ si $V' \subseteq V$ y $E' \subseteq E$. Dado un conjunto $V' \subseteq V$, el subgrafo de G *inducido* por V' es el grafo $G' = (V', E')$ donde $E' = \{(i, j) \in E : i, j \in V'\}$. Podemos decir que un grafo es un concepto matemático abstracto, pero sin embargo le podemos dar una representación geométrica como un *diagrama en el plano*. Así pues, representamos cada vértice con un punto, y representamos cada corredor por un segmento de línea o segmento de curva que se une a un par de puntos. Un grafo se llama *planar* si puede ser representado en el plano de manera que no se encuentren o crucen dos bordes excepto en un vértice. La figura 4.2 es un ejemplo de un grafico no dirigido planar.

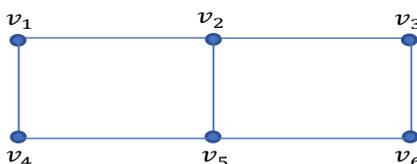


Figura 4.2: Grafo no dirigido.

Supongamos ahora que se asigna una dirección a los corredores de un grafo G no dirigido. Un *grafo dirigido* $D = (V, A)$ es un par de dos tipos de objetos donde V es un conjunto finito y A es una

familia de pares ordenados de elementos de V . Un grafo dirigido a menudo se llama un *digrafo*, y los elementos de V se llaman los vértices o nodos o puntos del grafo dirigido D . Los elementos de A se llaman los arcos o corredores dirigidos de D . En este caso, el arco (v, w) es la salida de v y la entrada de w . En consecuencia, nos referimos al vértice v como la cola del arco y w la cabeza del mismo. Las nociones de corredor múltiple, grafo simple y bucle son las mismas para los grafos dirigidos que para los no dirigidos. Un vértice v de un grafo dirigido tiene dos tipos de grado. El grado de entrada denotado $indeg(v)$ es el número de arcos que entran en el vértice v o equivalente al número de veces que el vértice v es la cabeza de un arco. El grado de salida de un vértice v denotado como $outdeg(v)$ es el número de arcos que salen del vértice v o equivalente al número de veces que el vértice v es la cola de un arco. El conjunto de arcos entrantes v es denotado por $\delta^-(v)$ mientras que el conjunto de arcos que salen de v es denotado por $\delta^+(v)$. Para un grafo, sin importar si es dirigido o no, usaremos n para representar el número de vértices o nodos y m para representar el número de corredores o arcos. En este orden de ideas, podemos escribir $n = |V|$ y $m = |E|$ o $m = |A|$.

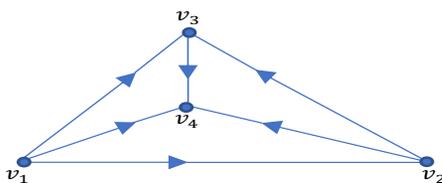


Figura 4.3: Grafo dirigido.

Cabe señalar que dado un grafo dirigido D podemos omitir la dirección de sus arcos y obtener así un grafo no dirigido $G = G(D)$. Este grafo $G(D)$ se llama el *grafo subyacente de D* , y cada digrafo tiene exactamente un grafo subyacente. Así pues, dado un grafo no dirigido G , podemos obtener un grafo dirigido D asignado de forma arbitraria dirección a cada corredor v, w de E y reemplazarlo por ambos: (v, w) o (w, v) . El digrafo resultante D es considerado una *orientación* del grafo G . Dada esta orientación D , si invertimos la dirección de tan sólo uno de sus arcos, el resultado es otra orientación digamos D' del grafo G . Un grafo no dirigido puede tener muchas orientaciones diferentes. La figura 4.3 muestra una orientación del grafo completo K_4 en cuatro vértices, un grafo simple con todos los corredores posibles.

4.3.2 Ciclos base

Sea $G = (V, E)$ un grafo no dirigido con m enlaces y n vértices. Un *ciclo* de G es un subgrafo de G . Las definiciones precisas en este trabajo, como en todos los campos de las matemáticas son esenciales. La noción de ciclo, por ejemplo, puede tener un significado ligeramente diferente en el estudio de la teoría de grafos que en otras áreas. Definimos un ciclo en un grafo no dirigido como un subgrafo de tal manera que cada vértice tiene un grado uniforme. Podemos ver que la definición de ciclo no requiere conectividad; sin embargo, cada componente conectado de un ciclo en un grafo no dirigido puede considerarse como un camino cerrado. Un circuito es un ciclo que está conectado y cada uno de sus vértices tiene grado dos. También podríamos pensar en un circuito en un grafo

no dirigido como un camino cerrado.

Podemos representar un ciclo de un grafo dirigido con un vector en el que las entradas de este están indexadas por los arcos del digrafo. Sea k un campo. Representamos el conjunto de ciclos por un conjunto de vectores en k^A que indican que los valores de k están asignados a los arcos en A . Así que k^A contiene $|A|$ -tuplas que están indexadas por los arcos del digrafo. Usaremos la convención de que los arcos están ordenados lexicográficamente. Definimos un ciclo k -ciclo C en un dígrafo D como un vector en k^A , de tal manera que para cualquier vértice v en el ciclo tenemos

$$\sum_{a \in \delta^+(v)} C(a) = \sum_{a \in \delta^-(v)} C(a),$$

dónde $C(a)$ denota la componente del ciclo C indexada por el arco a . Esta restricción, llamada conservación del flujo, significa que en cualquier vértice del ciclo el flujo total que entra en v es igual al flujo total que sale de v .

El espacio vectorial generado por los vectores incidentes de ciclos es denominado *espacio de ciclos* de G , el cual tiene como dimensión:

$$m - n + \alpha(G),$$

Donde m es el número de enlaces de G , n es el número de nodos o vértices y $\alpha(G)$ es el número de componentes conexas de G . Al conjunto *maximal* de ciclos linealmente independientes se les denomina *ciclos base*.

Es importante resaltar que los enlaces de G poseen un peso o valor asignado. Por lo tanto, una base de ciclos donde la suma de los pesos de los ciclos es mínimo se denomina *base de ciclos mínimo* de G . En nuestro caso el grafo G es no conexo y a través de un proceso iterativo se pueden adicionar nodos no conectados al sistema si esto permite soluciones de menor costo. Dado que el sistema final $G' = (V', E')$ obtenido es conexo pero de menor dimensión que G , denotaremos la dimensión del espacio final de ciclos como:

$$N = m - n + 1, \tag{4.42}$$

Donde m es el número de enlaces en la solución final de G' , n es el número de nodos o vértices en la solución final G' y $\alpha(G') = 1$ porque el subgrafo resultante en la solución final siempre es conexo en el problema de planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión.

4.4 Metodología de solución

A continuación se presenta la metodología utilizada para resolver el problema de planeamiento reemplazando la segunda ley de Kirchhoff por el concepto de ciclos críticos.

Un ciclo se denomina *ciclo crítico* si cumple una de las siguientes dos condiciones:

- Presenta circuitos con flujos de potencia en su capacidad máxima, forma ciclos con circuitos existentes y/o adicionados, y la suma de los pesos de los enlaces es mínimo.
- Presenta adiciones de circuitos en corredores nuevos, forma ciclos con circuitos existentes y/o adicionados, y la suma de los pesos de los enlaces es mínimo.

Dado que los ciclos críticos reemplazan el efecto de la segunda ley de Kirchhoff, en el modelo de planeamiento, los pesos de los enlaces se asocian a la abertura angular $(\theta_i - \theta_j)$ de los corredores del sistema de potencia. Si \mathcal{C} es un ciclo crítico del sistema, entonces:

$$\sum_{(i,j) \in \mathcal{C}} (\theta_i - \theta_j) = \sum_{(i,j) \in \mathcal{C}} w_{ij} f_{ij} x_{ij} = 0, \quad (4.43)$$

Donde \mathcal{C} es cualquier ciclo orientado y x_{ij} es la reactancia en el camino (i, j) . Por lo tanto, el modelo matemático para el problema de planeamiento de la expansión a largo plazo de sistemas de transmisión que involucre la segunda ley de Kirchhoff puede ser modificado utilizando el modelo dado por las ecuaciones (4.9)-(4.18) más los *ciclos mínimos* dados por (4.43).

Asociado a cada enlace $e \in E$, de un ciclo crítico \mathcal{C} , hay un valor w_{ij} definido como:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si el enlace } ij \in \mathcal{C} \text{ y tiene la orientación de } \mathcal{C} \\ -1, & \text{si el enlace } ij \in \mathcal{C} \text{ y tiene orientación opuesta a la de } \mathcal{C} \\ 0, & \text{si el enlace } ij \notin \mathcal{C} \end{cases}$$

4.4.1 Procedimiento de generación de ciclos críticos

En un problema de planeamiento de la expansión, dada la red inicial del sistema y los datos de generación futura, demanda futura y características eléctricas de las opciones de inversión en líneas y transformadores, se resuelve el problema utilizando el modelo de transporte disyuntivo (que no incluye la segunda ley de Kirchhoff), y se verifica en la respuesta si aparecen circuitos en su capacidad máxima o circuitos adicionados en corredores nuevos. Se determina a continuación el ciclo que contenga estos circuitos y que sea un ciclo con suma mínima de pesos. Estos ciclos, denominados ciclos críticos, se agregan al modelo de transporte y se repite el proceso hasta que no aparecen nuevos circuitos en su límite superior o no se adicionan más circuitos en corredores nuevos.

Cuando los ciclos críticos están formados exclusivamente por corredores existentes, su forma general es:

$$\sum_{(i,j) \in \mathcal{C}} w_{ij} \left(\frac{f_{ij}^0}{n_{ij}^0} \right) x_{ij} = 0. \quad (4.44)$$

Como ejemplo de aplicación, en el sistema de prueba *Sur Brasileiro* uno de los ciclos críticos asume la siguiente forma:

$$\left(\frac{f_{12}^0}{n_{12}^0} \right) x_{12} + \left(\frac{f_{25}^0}{n_{25}^0} \right) x_{25} + \left(\frac{f_{58}^0}{n_{58}^0} \right) x_{58} - \left(\frac{f_{78}^0}{n_{78}^0} \right) x_{78} - \left(\frac{f_{17}^0}{n_{17}^0} \right) x_{17} = 0,$$

Que corresponde a la sucesión de vértices: $\langle 1, 2, 5, 8, 7, 1 \rangle$. Los términos positivos corresponden a enlaces que tienen la misma orientación del ciclo y los negativos a los enlaces que tienen orientación opuesta al ciclo.

Cuando los ciclos críticos incluyen circuitos en corredores nuevos, la forma general de la ecuación (4.44) involucra una restricción disyuntiva:

$$\sum_{(i,j) \in C_1} w_{ij} \left(\frac{f_{ij}^0}{n_{ij}^0} \right) x_{ij} + \sum_{(i,j) \in C_2} w_{ij} f_{ij,1} x_{ij} \leq M \left(z - \sum_{(i,j) \in C_2} y_{ij,1} \right), \quad \forall (i,j) \in C, \quad (4.45)$$

Donde C_1 representa el subconjunto de enlaces del ciclo crítico C , asociados a circuitos en corredores existentes, C_2 representa el subconjunto de enlaces del ciclo crítico C , asociados a circuitos en corredores nuevos, z es el número de enlaces contenidos en C_2 a los cuales se encuentran asociadas las variables binarias de decisión $y_{ij,1}$ de corredores nuevos.

Para el sistema de prueba Sur Brasileiro, uno de los ciclos críticos que involucra corredores nuevos corresponde a la sucesión de vértices:

$$\langle 5, 6, 46, 19, 18, 13, 8, 5 \rangle.$$

Este ciclo asume la siguiente forma:

$$\left\{ (f_{5-6,1}) \cdot x_{5-6} + (f_{6-46,1}) \cdot x_{6-46} - \left(\frac{f_{19-46}^0}{n_{19-46}^0} \right) x_{19-46} - \left(\frac{f_{18-19}^0}{n_{18-19}^0} \right) x_{18-19} - \left(\frac{f_{13-18}^0}{n_{13-18}^0} \right) x_{13-18} - \left(\frac{f_{8-13}^0}{n_{8-13}^0} \right) x_{8-13} - \left(\frac{f_{5-8}^0}{n_{5-8}^0} \right) x_{5-8} \right\} \leq M (2 - y_{5-6,1} - y_{6-46,1})$$

Es importante resaltar que el proceso de identificación y adición al modelo de los ciclos críticos es un proceso que puede ser automatizado en el propio algoritmo.

Como se mencionó antes, el identificar los ciclos críticos no es un proceso inmediato, ya que este requiere hallar las trayectorias con menor suma de productos $f_{ij} x_{ij}$. Esto puede implementarse computacionalmente pero de igual forma puede hacerse manualmente verificando las trayectorias. Esta identificación requiere de un proceso no tan simple el cual debe hacerse con mucha atención a no cometer errores en la formulación de estos ya que en muchas ocasiones los ciclos que se creen críticos en realidad no lo son. Desde el punto de vista gráfico, esto puede causar confusiones con la topología de la red puesto que los ciclos que visualmente se ven cortos en tamaño y que creemos son buenos candidatos a ser críticos no lo son, pero los de mayor tamaño funcionan mucho mejor o son los candidatos perfectos para incorporar en el modelo.

Pruebas y resultados

5.1 Sistemas de Prueba

Cuando utilizamos el Modelo de Transporte Disyuntivo Mejorado y los ciclos base, el problema se resuelve con el modelo de transporte, con el objetivo de encontrar todos los corredores que presentan circuitos con flujo en la máxima capacidad. Ahora, con base a esto, los corredores que presentan dicha característica representarán el punto de partida en el análisis, es decir, primero se observa que corredores tienen el máximo flujo de potencia activa en los resultados hallados con el modelo de transporte. Posteriormente, estos corredores son identificados en el sistema de potencia para definir cuáles pueden cerrar un ciclo mínimo con el, y finalmente, con este ciclo se crean nuevas restricciones que se adicionan al modelo de transporte mejorado.

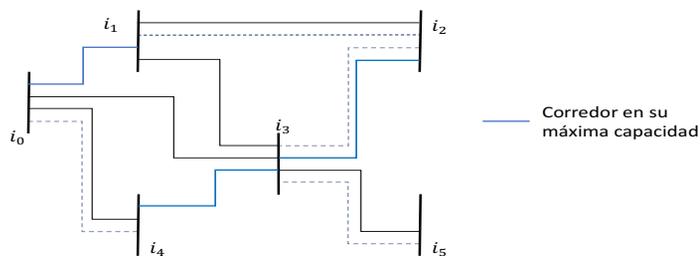


Figura 5.1: Corredores en su máxima capacidad.

Por ejemplo, en la Figura 5.1 el corredor (i_0, i_1) está en su límite de capacidad. Ahora, si se utiliza como guía, este corresponde a los corredores (i_0, i_1) , (i_1, i_3) , (i_0, i_3) . Así pues, esta será la base para escribir la nueva restricción. Finalmente, si se trata de un ciclo mínimo, este es el ciclo con el enlace (i_0, i_1) y que presenta la menor suma de productos capacidad-reactancia.

5.1.1 Sistema de prueba sur Brasilero

Al aplicar la metodología propuesta al sistema Sur Brasilero (Escobar.A and Gallego.R 2010), el cual consta de 46 barras, una demanda total igual a $6.880MW$ (y no tiene límite máximo de líneas que pueden ser adicionadas por corredor, ver figura 5.2 y Anexo B) se obtienen los ciclos críticos que se

presentan a continuación (ver tabla 5.1) encontrados para crear las nuevas restricciones añadidas al modelo, implementadas en AMPL y resueltas usando el solver CPLEX. En dicha tabla, el ciclo 4 por ejemplo involucra dos corredores nuevos, y corresponde a una restricción disyuntiva que se presenta en dos partes ciclo 4a y ciclo 4b. Al aplicar la metodología se obtienen 11 ciclos y al adicionarlos al modelo de transporte disyuntivo permite obtener la solución óptima conocida para este sistema de $US\$72,870 \times 10^6$ con un tiempo de ejecución de 0.48 *seg* y 591.56 *ticks*¹. Es importante resaltar que los tiempos de cómputo con esta metodología son menores que los obtenidos utilizando el modelo disyuntivo tradicional (incluida la segunda ley de Kirchhoff). En efecto, con este modelo obtenemos un tiempo de ejecución de 0.86 *seg* y 1188.97 *ticks*. Es importante destacar la mejora que se ha producido al sustituir la segunda ley de Kirchhoff por un nuevo conjunto de restricciones, encontrando la solución global óptima en menos tiempo y con menos esfuerzo de cómputo, aproximadamente el 49,75%² del modelo lineal disyuntivo DC. Esto también puede proporcionar una solución de alta calidad en problemas de gran tamaño y complejidad para los que no se conoce la solución óptima, y eventualmente pueden encontrar la solución óptima de estos problemas.

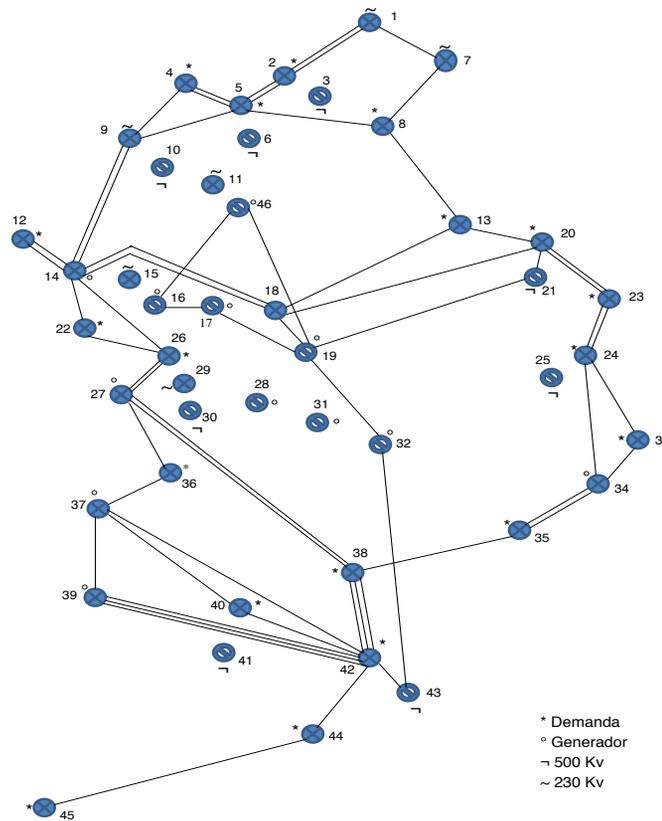


Figura 5.2: Sistema sur Brasileiro.

¹ Un tick es una unidad de tiempo muy pequeña que se utiliza para determinar la hora y la fecha correcta en una computadora. Un sólo tick representa cien nanosegundos o una diezmillonésima de segundo. Hay 10.000 ticks en un milisegundo y 10 millones de ticks en un segundo.

² Porcentaje respecto al esfuerzo computacional medido en ticks.

Tabla 5.1: Ciclos críticos para el sistema Sur Brasileiro.

Ciclo 1	$\left(\frac{f_{12}^0}{n_{12}^0}\right) x_{12} + \left(\frac{f_{25}^0}{n_{25}^0}\right) x_{25} + \left(\frac{f_{58}^0}{n_{58}^0}\right) x_{58} - \left(\frac{f_{78}^0}{n_{78}^0}\right) x_{78} - \left(\frac{f_{17}^0}{n_{17}^0}\right) x_{17} = 0$
Ciclo 2	$\left(\frac{f_{45}^0}{n_{45}^0}\right) x_{45} + \left(\frac{f_{59}^0}{n_{59}^0}\right) x_{59} - \left(\frac{f_{49}^0}{n_{49}^0}\right) x_{49} = 0$
Ciclo 3	$\left(\frac{f_{914}^0}{n_{914}^0}\right) x_{914} + \left(\frac{f_{1418}^0}{n_{1418}^0}\right) x_{1418} - \left(\frac{f_{1318}^0}{n_{1318}^0}\right) x_{1318} + \left(\frac{f_{813}^0}{n_{813}^0}\right) x_{813} - \left(\frac{f_{58}^0}{n_{58}^0}\right) x_{58} + \left(\frac{f_{59}^0}{n_{59}^0}\right) x_{59} = 0$
Ciclo 4a	$(f_{56,1}) \cdot x_{56} + (f_{646,1}) \cdot x_{646} - \left(\frac{f_{1946}^0}{n_{1946}^0}\right) x_{1946} - \left(\frac{f_{1819}^0}{n_{1819}^0}\right) x_{1819} - \left(\frac{f_{1318}^0}{n_{1318}^0}\right) x_{1318} -$ $\left(\frac{f_{813}^0}{n_{813}^0}\right) x_{813} - \left(\frac{f_{58}^0}{n_{58}^0}\right) x_{58} \leq 1000(2 - y_{56,1} - y_{646,1})$
Ciclo 4b	$(f_{56,1}) \cdot x_{56} + (f_{646,1}) \cdot x_{646} - \left(\frac{f_{1946}^0}{n_{1946}^0}\right) x_{1946} - \left(\frac{f_{1819}^0}{n_{1819}^0}\right) x_{1819} - \left(\frac{f_{1318}^0}{n_{1318}^0}\right) x_{1318} -$ $\left(\frac{f_{813}^0}{n_{813}^0}\right) x_{813} - \left(\frac{f_{58}^0}{n_{58}^0}\right) x_{58} \geq -1000(2 - y_{56,1} - y_{646,1})$
Ciclo 5	$\left(\frac{f_{1422}^0}{n_{1422}^0}\right) x_{1422} + \left(\frac{f_{2226}^0}{n_{2226}^0}\right) x_{2226} - \left(\frac{f_{1426}^0}{n_{1426}^0}\right) x_{1426} = 0$
Ciclo 6	$\left(\frac{f_{1617}^0}{n_{1617}^0}\right) x_{1617} + \left(\frac{f_{1719}^0}{n_{1719}^0}\right) x_{1719} + \left(\frac{f_{1946}^0}{n_{1946}^0}\right) x_{1946} - \left(\frac{f_{1646}^0}{n_{1646}^0}\right) x_{1646} = 0$
Ciclo 7	$\left(\frac{f_{1318}^0}{n_{1318}^0}\right) x_{1318} + \left(\frac{f_{1820}^0}{n_{1820}^0}\right) x_{1820} - \left(\frac{f_{1320}^0}{n_{1320}^0}\right) x_{1320} = 0$
Ciclo 8	$\left(\frac{f_{1819}^0}{n_{1819}^0}\right) x_{1819} + \left(\frac{f_{1921}^0}{n_{1921}^0}\right) x_{1921} - \left(\frac{f_{2021}^0}{n_{2021}^0}\right) x_{2021} - \left(\frac{f_{1820}^0}{n_{1820}^0}\right) x_{1820} = 0$
Ciclo 9	$\left(\frac{f_{1426}^0}{n_{1426}^0}\right) x_{1426} + \left(\frac{f_{2627}^0}{n_{2627}^0}\right) x_{2627} + \left(\frac{f_{2738}^0}{n_{2738}^0}\right) x_{2738} + \left(\frac{f_{3842}^0}{n_{3842}^0}\right) x_{3842} + \left(\frac{f_{4243}^0}{n_{4243}^0}\right) x_{4243} -$ $\left(\frac{f_{3243}^0}{n_{3243}^0}\right) x_{3243} - \left(\frac{f_{1932}^0}{n_{1932}^0}\right) x_{1932} - \left(\frac{f_{1819}^0}{n_{1819}^0}\right) x_{1819} - \left(\frac{f_{1418}^0}{n_{1418}^0}\right) x_{1418} = 0$
Ciclo 10	$\left(\frac{f_{2434}^0}{n_{2434}^0}\right) x_{2434} - \left(\frac{f_{3334}^0}{n_{3334}^0}\right) x_{3334} - \left(\frac{f_{2433}^0}{n_{2433}^0}\right) x_{2433} = 0$
Ciclo 11	$\left(\frac{f_{2023}^0}{n_{2023}^0}\right) x_{2023} + \left(\frac{f_{2324}^0}{n_{2324}^0}\right) x_{2324} + \left(\frac{f_{2434}^0}{n_{2434}^0}\right) x_{2434} + \left(\frac{f_{3435}^0}{n_{3435}^0}\right) x_{3435} + \left(\frac{f_{3538}^0}{n_{3538}^0}\right) x_{3538} -$ $\left(\frac{f_{2738}^0}{n_{2738}^0}\right) x_{2738} - \left(\frac{f_{2627}^0}{n_{2627}^0}\right) x_{2627} - \left(\frac{f_{1426}^0}{n_{1426}^0}\right) x_{1426} + \left(\frac{f_{1418}^0}{n_{1418}^0}\right) x_{1418} + \left(\frac{f_{1820}^0}{n_{1820}^0}\right) x_{1820} = 0$

5.1.2 Sistema Colombiano de 83 nodos y 155 corredores

El sistema de prueba Colombiano (ver figura 5.3) está constituido por 93 nodos y 155 circuitos de transmisión (los datos son para el problema estático, ver Anexo B) (Escobar.A 2002). Al aplicar la metodología propuesta al sistema Colombiano se obtienen los ciclos críticos que se presentan a continuación (ver tabla 5.2). Los ciclos 1, 2 y 49 presentados en la tabla anterior involucran corredores nuevos, y corresponden a una restricción disyuntiva. Con la metodología propuesta aplicada al sistema eléctrico colombiano (usando el modelo de transportes disyuntivo), se obtuvieron 50 ciclos críticos, que permiten encontrar la solución óptima conocida para este sistema de $US\$562,417 \times 10^6$. El tiempo de ejecución fue de 62.79 seg con 96484.45 ticks . Igual que en el sistema anterior, la metodología propuesta en este trabajo permite obtener mejores resultados en tiempos de cómputo, es decir, con el modelo disyuntivo tradicional se obtiene la misma solución óptima pero con tiempo de ejecución de 99.25 seg con 147153.02 ticks , lo que evidencia la efectividad de la propuesta con ciclos, logrando un 65.57% correspondiente al esfuerzo computacional que en el modelo lineal disyuntivo

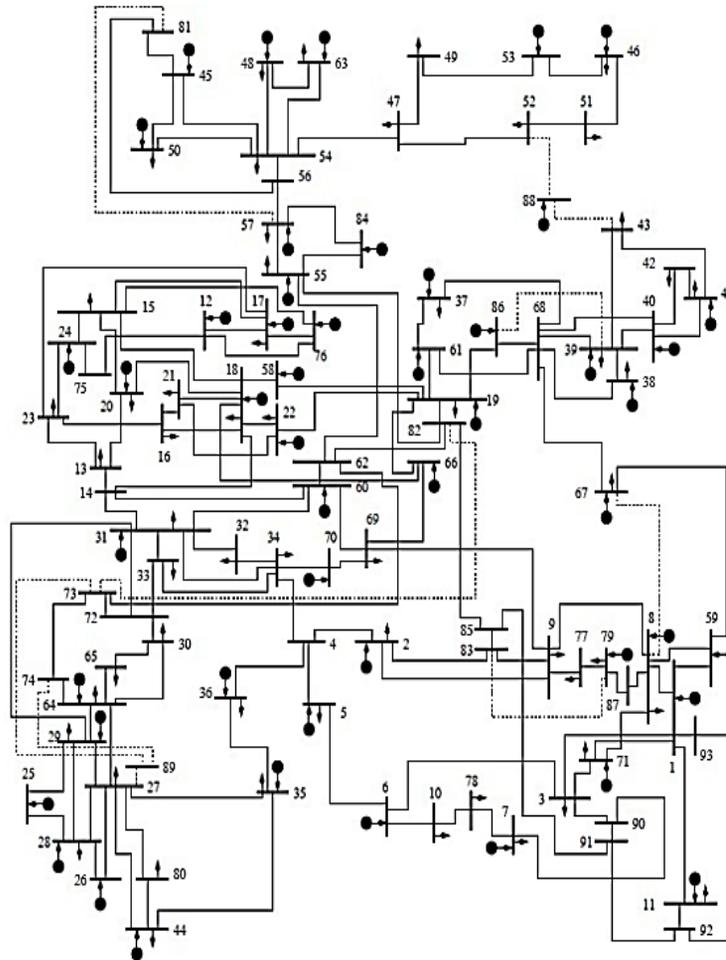


Figura 5.3: Sistema de prueba Colombiano.

Tabla 5.2: Ciclos críticos para el sistema Colombiano.

Ciclo 1*	$\langle 52, 88, 43, 39, 68, 86, 19, 82, 55, 57, 56, 54, 47, 52 \rangle$
Ciclo 2*	$\langle 57, 81, 56, 57 \rangle$
Ciclo 3	$\langle 25, 28, 29, 25 \rangle$
Ciclo 4	$\langle 14, 31, 60, 14 \rangle$
Ciclo 5	$\langle 14, 18, 20, 13, 14 \rangle$
Ciclo 6	$\langle 2, 83, 9, 69, 70, 34, 4, 2 \rangle$
Ciclo 7	$\langle 15, 18, 20, 15 \rangle$
Ciclo 8	$\langle 19, 61, 68, 86, 19 \rangle$
Ciclo 9	$\langle 61, 68, 37, 61 \rangle$
Ciclo 10	$\langle 24, 75, 12, 76, 17, 23, 24 \rangle$
Ciclo 11	$\langle 27, 35, 44, 27 \rangle$
Ciclo 12	$\langle 45, 50, 54, 45 \rangle$
Ciclo 13	$\langle 59, 67, 68, 61, 19, 66, 69, 9, 8, 59 \rangle$
Ciclo 14	$\langle 8, 59, 1, 8 \rangle$
Ciclo 15	$\langle 1, 3, 71, 1 \rangle$
Ciclo 16	$\langle 55, 62, 82, 55 \rangle$
Ciclo 17	$\langle 66, 69, 60, 14, 18, 66 \rangle$
Ciclo 18	$\langle 9, 69, 70, 34, 4, 2, 9 \rangle$
Ciclo 19	$\langle 31, 32, 34, 31 \rangle$
Ciclo 20	$\langle 16, 18, 21, 16 \rangle$
Ciclo 21	$\langle 31, 34, 33, 72, 31 \rangle$
Ciclo 22	$\langle 31, 33, 72, 31 \rangle$
Ciclo 23	$\langle 31, 60, 69, 70, 34, 32, 31 \rangle$
Ciclo 24	$\langle 18, 20, 13, 23, 16, 18 \rangle$
Ciclo 25	$\langle 18, 66, 19, 58, 18 \rangle$
Ciclo 26	$\langle 19, 22, 21, 18, 58, 19 \rangle$
Ciclo 27	$\langle 17, 23, 24, 15, 17 \rangle$
Ciclo 28	$\langle 27, 28, 29, 27 \rangle$
Ciclo 29	$\langle 1, 8, 71, 3, 1 \rangle$
Ciclo 30	$\langle 19, 58, 18, 22, 19 \rangle$
Ciclo 31	$\langle 27, 64, 29, 27 \rangle$
Ciclo 32	$\langle 27, 44, 80, 27 \rangle$
Ciclo 33	$\langle 26, 27, 28, 26 \rangle$
Ciclo 34	$\langle 27, 29, 25, 28, 27 \rangle$
Ciclo 35	$\langle 64, 65, 30, 72, 73, 74, 64 \rangle$
Ciclo 36	$\langle 4, 34, 33, 72, 30, 64, 27, 35, 36, 4 \rangle$
Ciclo 37	$\langle 8, 9, 77, 79, 87, 8 \rangle$
Ciclo 38	$\langle 23, 24, 15, 18, 14, 13, 23 \rangle$
Ciclo 39	$\langle 6, 10, 78, 7, 90, 3, 6 \rangle$
Ciclo 40	$\langle 45, 81, 56, 54, 45 \rangle$
Ciclo 41	$\langle 64, 74, 73, 72, 30, 64 \rangle$
Ciclo 42	$\langle 72, 73, 62, 60, 31, 72 \rangle$
Ciclo 43	$\langle 19, 82, 62, 60, 69, 66, 19 \rangle$
Ciclo 44	$\langle 82, 85, 83, 9, 69, 60, 62, 82 \rangle$
Ciclo 45	$\langle 1, 93, 92, 11, 1 \rangle$
Ciclo 46	$\langle 9, 83, 85, 91, 90, 3, 71, 8, 9 \rangle$
Ciclo 47	$\langle 29, 31, 72, 30, 64, 29 \rangle$
Ciclo 48	$\langle 85, 91, 92, 93, 1, 8, 9, 83, 85 \rangle$
Ciclo 49*	$\langle 27, 89, 74, 64, 27 \rangle$
Ciclo 50	$\langle 4, 5, 6, 3, 71, 8, 9, 2, 4 \rangle$

Como conclusión parcial, el modelo DC se considera el modelo ideal para resolver el problema de

planeamiento de la transmisión, que puede ser sustituido por el modelo de transporte disyuntivo mejorado, además del conjunto de ciclos críticos del sistema. En los sistemas de tamaño medio y en los sistemas de gran complejidad, esto demuestra ser una técnica prometedora para reducir el tiempo y el esfuerzo de cómputo.

5.1.3 Sistema de prueba IEEE 118

Para el sistema de prueba IEEE 118-bus (Talaq.J 2007), éste representa una aproximación simple del sistema American Electric Power (en el medio oeste de los Estados Unidos de América) a partir de diciembre de 1962. Este sistema consta de 91 nodos de carga, 53 nodos de tensión controlada, un nodo de balance (slack), 14 capacitores y 186 elementos o vinculación de transmisión (ver figura 5.4 y Anexo B).

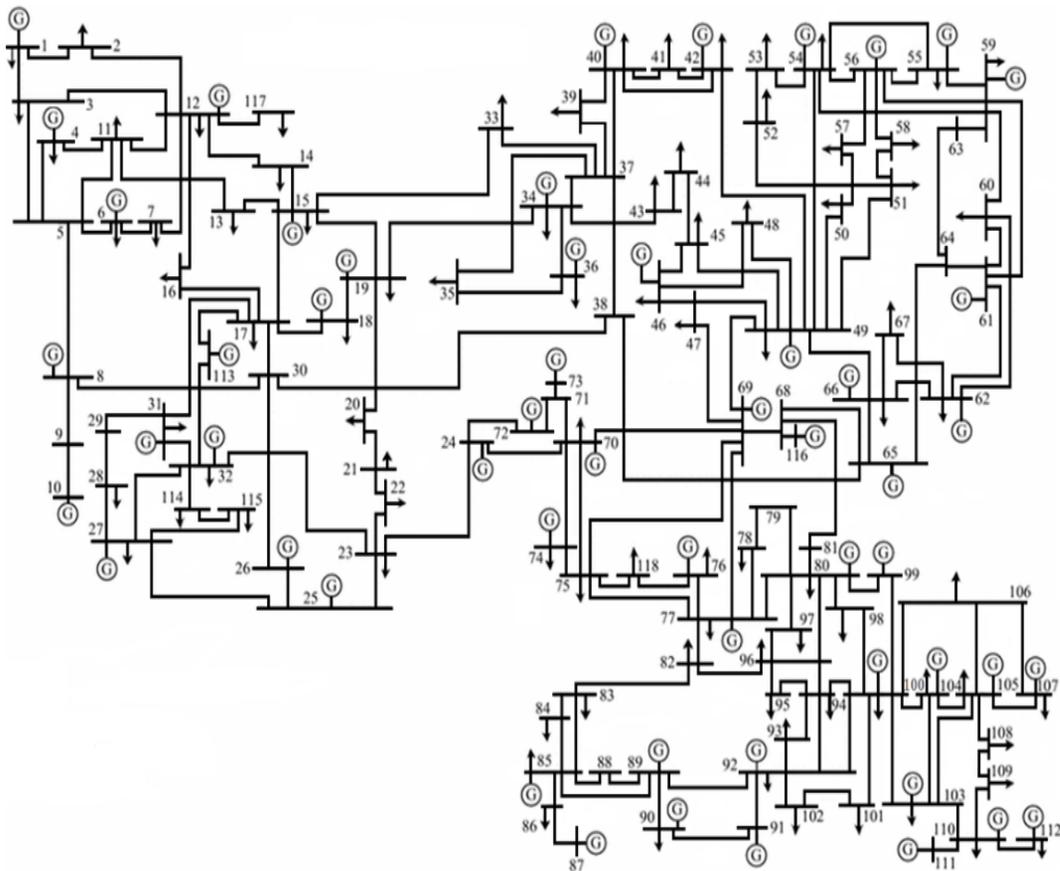


Figura 5.4: Sistema de prueba IEEE 118.

Al ejecutar el modelo disyuntivo tradicional DC se obtuvo una inversión total de $US\$226,0644 \times 10^6$. Después de utilizar el modelo disyuntivo de transporte mejorado, se obtuvieron los siguientes ciclos críticos:

Tabla 5.3: Ciclos críticos para el sistema IEEE-118.

Ciclo 1	$\langle 3, 5, 11, 12, 3 \rangle$
Ciclo 2	$\langle 4, 5, 11, 4 \rangle$
Ciclo 3	$\langle 5, 6, 7, 12, 11, 5 \rangle$
Ciclo 4	$\langle 11, 12, 14, 15, 13, 11 \rangle$
Ciclo 5	$\langle 15, 17, 18, 19, 15 \rangle$
Ciclo 6	$\langle 27, 28, 29, 31, 32, 27 \rangle$
Ciclo 7	$\langle 27, 32, 114, 115, 27 \rangle$
Ciclo 8	$\langle 27, 32, 23, 25, 27 \rangle$
Ciclo 9	$\langle 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 32, 31, 17 \rangle$
Ciclo 10	$\langle 35, 37, 34, 36, 35 \rangle$
Ciclo 11	$\langle 15, 19, 34, 37, 33, 15 \rangle$
Ciclo 12	$\langle 17, 18, 19, 34, 37, 38, 30, 17 \rangle$
Ciclo 13	$\langle 39, 40, 37, 39 \rangle$
Ciclo 14	$\langle 40, 42, 42, 40 \rangle$
Ciclo 15	$\langle 24, 70, 71, 72, 24 \rangle$
Ciclo 16	$\langle 70, 74, 75, 70 \rangle$
Ciclo 17	$\langle 69, 75, 77, 69 \rangle$
Ciclo 18	$\langle 77, 78, 79, 80, 77 \rangle$
Ciclo 19	$\langle 80, 96, 97, 80 \rangle$
Ciclo 20	$\langle 94, 95, 96, 94 \rangle$
Ciclo 21	$\langle 92, 93, 94, 92 \rangle$
Ciclo 22	$\langle 80, 99, 100, 98, 80 \rangle$
Ciclo 23	$\langle 92, 94, 100, 101, 102, 92 \rangle$
Ciclo 24	$\langle 100, 104, 105, 106, 100 \rangle$
Ciclo 25	$\langle 103, 104, 105, 103 \rangle$
Ciclo 26	$\langle 105, 106, 107, 105 \rangle$
Ciclo 27	$\langle 103, 105, 108, 109, 110, 103 \rangle$
Ciclo 28	$\langle 77, 78, 79, 80, 97, 96, 82, 77 \rangle$
Ciclo 29	$\langle 82, 83, 85, 89, 92, 94, 96, 82 \rangle$
Ciclo 30	$\langle 83, 84, 85, 83 \rangle$
Ciclo 31	$\langle 85, 88, 89, 85 \rangle$
Ciclo 32	$\langle 89, 90, 91, 92, 89 \rangle$
Ciclo 33	$\langle 89, 90, 91, 92, 89 \rangle$
Ciclo 34	$\langle 65, 68, 69, 49, 66, 65 \rangle$
Ciclo 35	$\langle 47, 49, 69, 47 \rangle$
Ciclo 36	$\langle 45, 46, 47, 49, 45 \rangle$
Ciclo 37	$\langle 46, 47, 49, 48, 46 \rangle$
Ciclo 38	$\langle 49, 54, 56, 58, 51, 49 \rangle$
Ciclo 39	$\langle 49, 54, 56, 57, 50, 49 \rangle$
Ciclo 40	$\langle 51, 52, 53, 54, 56, 58, 51 \rangle$
Ciclo 41	$\langle 54, 55, 56, 54 \rangle$
Ciclo 42	$\langle 55, 56, 59, 55 \rangle$
Ciclo 43	$\langle 59, 63, 64, 61, 59 \rangle$
Ciclo 44	$\langle 60, 61, 62, 60 \rangle$
Ciclo 45	$\langle 62, 66, 67, 62 \rangle$
Ciclo 46	$\langle 61, 62, 66, 65, 64, 61 \rangle$
Ciclo 47	$\langle 75, 77, 76, 118, 75 \rangle$
Ciclo 48	$\langle 1, 2, 12, 3, 1 \rangle$
Ciclo 49	$\langle 23, 25, 26, 30, 17, 31, 32, 23 \rangle$
Ciclo 50	$\langle 69, 70, 74, 75, 77, 69 \rangle$
Ciclo 61	$\langle 37, 39, 40, 42, 49, 66, 65, 38, 37 \rangle$
Ciclo 52	$\langle 68, 69, 77, 78, 79, 80, 81, 68 \rangle$
Ciclo 53	$\langle 100, 103, 105, 106, 100 \rangle$
Ciclo 54	$\langle 55, 56, 54, 59, 55 \rangle$
Ciclo 55	$\langle 59, 60, 61, 59 \rangle$
Ciclo 56	$\langle 94, 95, 96, 97, 80, 98, 100, 94 \rangle$
Ciclo 57	$\langle 4, 5, 6, 7, 12, 11, 4 \rangle$
Ciclo 58	$\langle 12, 14, 15, 17, 16, 12 \rangle$
Ciclo 59	$\langle 27, 28, 29, 31, 32, 114, 115, 27 \rangle$
Ciclo 60	$\langle 34, 37, 39, 40, 41, 42, 49, 45, 44, 43, 34 \rangle$

Ciclo 61	{49, 50, 57, 56, 58, 51, 49}
Ciclo 62	{54, 56, 59, 54}
Ciclo 63	{46, 48, 49, 69, 47, 46}
Ciclo 64	{77, 78, 79, 80, 77}
Ciclo 65	{82, 83, 85, 89, 92, 93, 94, 96, 82}
Ciclo 66	{92, 93, 94, 100, 101, 102, 92}
Ciclo 67	{23, 25, 27, 115, 114, 32, 23}
Ciclo 68	{54, 56, 59, 54}
Ciclo 69	{59, 60, 61, 64, 63, 59}
Ciclo 70	{82, 83, 85, 88, 89, 92, 94, 96, 82}
Ciclo 71	{92, 94, 199, 92}
Ciclo 72	{80, 98, 100, 94, 96, 97, 80}
Ciclo 73	{3, 5, 6, 7, 12, 3}
Ciclo 74	{12, 16, 17, 18, 19, 15, 14, 12}
Ciclo 75	{17, 30, 38, 65, 68, 69, 70, 71, 72, 24, 23, 32, 31, 17}
Ciclo 76	{17, 31, 32, 113, 17}
Ciclo 77	{1, 3, 5, 6, 7, 12, 2, 1}
Ciclo 78	{54, 56, 59, 55, 54}
Ciclo 79	{65, 68, 69, 47, 49, 66, 65}
Ciclo 80	{92, 93, 94, 100, 92}
Ciclo 81	{77, 82, 96, 97, 80, 77}
Ciclo 82	{5, 6, 7, 12, 16, 17, 30, 8, 5}
Ciclo 83	{69, 75, 118, 76, 77, 69}
Ciclo 84	{59, 63, 64, 61, 62, 60, 59}
Ciclo 85	{77, 78, 79, 80, 96, 82, 77}
Ciclo 86	{54, 56, 59, 55, 54}
Ciclo 87	{92, 93, 94, 96, 97, 80, 98, 100, 101, 102, 92}
Ciclo 88	{54, 56, 59, 63, 64, 65, 66, 49, 54}
Ciclo 89	{82, 83, 85, 89, 92, 93, 94, 95, 96, 82}
Ciclo 90	{82, 83, 85, 89, 92, 93, 94, 96, 82}
Ciclo 91	{77, 82, 96, 97, 80, 77}
Ciclo 92	{69, 70, 75, 118, 76, 77, 69}
Ciclo 93	{49, 51, 52, 53, 54, 49}
Ciclo 94	{82, 83, 84, 85, 89, 92, 94, 96, 82}
Ciclo 95	{17, 30, 38, 65, 68, 69, 70, 24, 23, 32, 31, 17}
Ciclo 96	{77, 82, 96, 80, 77}

Con la metodología propuesta aplicada al sistema de prueba IEEE-118 (usando el modelo de transportes disyuntivo), se obtuvieron 96 ciclos críticos (ver tabla 5.3), que permiten encontrar la solución óptima conocida para este sistema de $US\$226,0644 \times 10^6$. El tiempo de ejecución fue de 744.34 *seg* (12.4055 min) con un gasto computacional de 239979.82 *ticks* (57.31 % del modelo lineal disyuntivo). Igual que en el sistema anterior, la metodología propuesta en este trabajo permite obtener mejores resultados en tiempos de cómputo, es decir, con el modelo disyuntivo tradicional se obtiene la misma solución óptima pero con tiempo de ejecución de 2568.39 *seg* (42.8065 min) con 418766.43 *ticks*, lo que evidencia la efectividad de la propuesta con ciclos.

5.2 Planeamiento multietapa utilizando ciclos críticos

Como ya se ha mencionado antes, la principal diferencia entre el planeamiento estático y el planeamiento multietapa es que este último considera la existencia de las etapas del planeamiento (tiempo).

El proceso de identificación de variables separables y reducción del espacio solución para el problema de planeamiento multietapa se ejecuta con base a la metodología propuesta (ciclos críticos).

5.2.1 Sistema de prueba Sur Brasileiro multietapa

Para el sistema Sur Brasileiro Multietapa, se proyectó la demanda para tres intervalos (etapas) de 5 años cada uno, esto con el propósito fundamental de obtener los escenarios para el análisis de múltiples etapas. Para las pruebas, se consideran parámetros (comunes) como el factor de carga de 1.0 y tasa de descuento anual de 10%. Los datos de demanda y generación máxima (caso multietapa) puede ser visto en (Dominguez.A 2017). Al aplicar la metodología propuesta al sistema Sur Brasileiro se obtienen los ciclos críticos que se presentan a continuación (ver tabla 5.4).

Los ciclos 7, 9, 14, 15, 18 y 19 presentados en la tabla anterior involucran corredores nuevos, y corresponden a una restricción disyuntiva. Con la metodología propuesta aplicada al sistema eléctrico Sur Brasileiro (usando el modelo de transportes disyuntivo multietapa), se obtuvo 44 ciclos críticos, que permiten encontrar la solución óptima conocida para este sistema de $US\$1286,217226 \times 10^6$. El tiempo de ejecución fue de 99.08 *seg* con 80706.0 *ticks*. Igual que en el sistema anterior, la metodología propuesta en este trabajo permite obtener mejores resultados en tiempos de cómputo, es decir, con el modelo disyuntivo tradicional se obtiene la misma solución óptima pero con tiempo de ejecución de 154.75 *seg* con 129953.77 *ticks*, lo que evidencia la efectividad de la propuesta con ciclos.

Es importante resaltar que en los ciclos presentados para este sistema de prueba (ver tabla 5.4), la notación utilizada de super-índice significa el número de las etapas en las que el ciclo fue implementado. Por ejemplo, el ciclo $2^{(1,2,3)}$ representa tres ciclos diferentes, cada uno para las etapas 1, 2 y 3 respectivamente. Mientras que para el ciclo $4^{(3)}$, este representa un único ciclo implementado en la etapa 3.

Los resultados obtenidos aplicando la metodología de los ciclos críticos al problema de planeamiento multietapa (para el sistema Sur Brasileiro) arroja exactamente las mismas adiciones (corredores) que las obtenidas con el modelo lineal disyuntivo DC (ver tablas 5.5, 5.6, 5.7). Puede verse que esta metodología representa una excelente opción a la hora de minimizar el tiempo de ejecución y el gasto computacional en el problema de planeamiento de la transmisión multietapa.

Tabla 5.4: Ciclos críticos para el sistema Sur Brasileiro.

Ciclo 1 ⁽¹⁾	$\langle 1, 2, 5, 8, 7, 1 \rangle$
Ciclo 2 ^(1,2,3)	$\langle 4, 9, 5, 4 \rangle$
Ciclo 3 ^(1,2,3)	$\langle 17, 19, 46, 16, 17 \rangle$
Ciclo 4 ⁽³⁾	$\langle 14, 22, 26, 14 \rangle$
Ciclo 5 ^(1,2,3)	$\langle 33, 34, 24, 33 \rangle$
Ciclo 6 ^(1,2,3)	$\langle 20, 21, 19, 18, 20 \rangle$
Ciclo* 7 ^(1,2,3)	$\langle 25, 32, 43, 42, 38, 35, 34, 24, 25 \rangle$
Ciclo 8 ^(1,2,3)	$\langle 27, 38, 42, 37, 36, 27 \rangle$
Ciclo* 9 ^(1,3)	$\langle 19, 25, 24, 23, 20, 21, 19 \rangle$
Ciclo 10 ^(1,2,3)	$\langle 8, 13, 18, 14, 9, 5, 8 \rangle$
Ciclo 11 ^(1,2,3)	$\langle 14, 26, 27, 38, 35, 34, 24, 23, 20, 18, 14 \rangle$
Ciclo 12 ^(2,3)	$\langle 2, 5, 9, 14, 18, 13, 8, 7, 1, 2 \rangle$
Ciclo 13 ^(1,3)	$\langle 37, 40, 42, 39, 37 \rangle$
Ciclo* 14 ⁽³⁾	$\langle 2, 3, 46, 19, 21, 20, 13, 8, 5, 2 \rangle$
Ciclo* 15 ^(1,2,3)	$\langle 17, 19, 18, 13, 8, 5, 6, 46, 16, 17 \rangle$
Ciclo 16 ^(1,2,3)	$\langle 13, 18, 19, 21, 20, 13 \rangle$
Ciclo 17 ^(1,2,3)	$\langle 42, 43, 32, 19, 18, 14, 26, 27, 38, 42 \rangle$
Ciclo* 18 ⁽³⁾	$\langle 14, 15, 16, 17, 19, 18, 14 \rangle$
Ciclo* 19 ⁽³⁾	$\langle 21, 25, 24, 23, 20, 21 \rangle$

Tabla 5.5: Resultados Etapa 1.

Corredor	No de líneas
[12, 14]	1
[20, 21]	1
[42, 43]	2
[6, 46]	1
[19, 25]	1
[24, 25]	2
[5, 6]	2

Tabla 5.6: Resultados Etapa 2.

Corredor	No de líneas
[2, 5]	1
[32, 43]	1
[20, 21]	1
[5, 6]	1

Tabla 5.7: Resultados Etapa 3.

Corredor	No de líneas
[18, 20]	1
[23, 24]	1
[42, 43]	1
[10, 46]	1
[31, 32]	1
[28, 31]	1
[9, 10]	1

5.2.2 Sistema de prueba Colombiano multietapa

El sistema Colombiano fue presentado por primera vez en (Escobar.A 2002) y ha sido utilizado como prueba en una gran cantidad de trabajos. Se trata de un sistema de gran tamaño y complejidad media, el cual está constituido por 93 nodos y 155 líneas de transmisión candidatas. La solución óptima

en el caso estático reportada en la literatura especializada tiene una solución de $US\$560 \times 10^6$ con un corte de carga inferior a $1 MW$ y una solución de $US\$562,417 \times 10^6$ con corte de carga $0 MW$ (Rahmani.M and Rider.M 2013; Escobar.A and Romero.R 2001).

Para el caso de planeamiento multietapa, el horizonte de planeamiento se divide en tres periodos que representan un crecimiento discreto hasta el horizonte final del sistema estático 2012. En la Figura 5.5 se presenta una representación en el tiempo de los costos involucrados en la expansión de la capacidad del sistema. El año $t_0 = 2002$ sirve de base para el cálculo de los valores presentes de los costos de inversión y en este caso, corresponde al límite inferior del horizonte de planeamiento. El año t_3 es el límite superior de dicho horizonte (Escobar.A 2002). Finalmente, se considera que los equipos vinculados a las inversiones de la etapa k deben estar disponibles para operar a partir del instante t_k .

La mejor solución reportada para este sistema de prueba (Rahmani.M and Rider.M 2013) tiene un costo de $US\$500,1719851 \times 10^6$. Los datos de este sistema se encuentran en (Duque.A 2014) y (Escobar.A 2002).

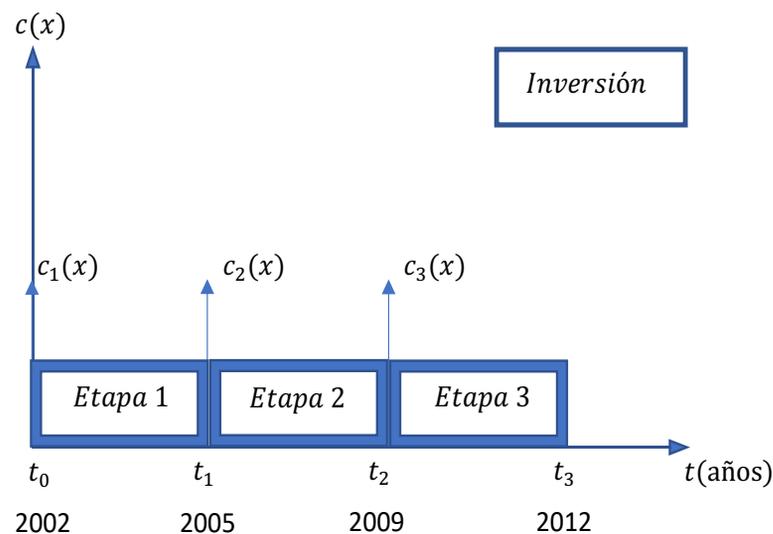


Figura 5.5: Sistema Colombiano con 3 etapas de planeamiento.

Ahora bien, para este sistema se obtienen los ciclos críticos que se presentan a continuación (ver tabla 5.8).

Tabla 5.8: Ciclos críticos para el sistema Colombiano.

Ciclo 1 ^(1,2,3)	$\langle 25, 28, 29, 25 \rangle$
Ciclo 2 ^(1,2,3)	$\langle 14, 18, 20, 13, 14 \rangle$
Ciclo 3 ^(1,2,3)	$\langle 2, 83, 9, 69, 70, 34, 4, 2 \rangle$
Ciclo 4 ^(1,2,3)	$\langle 15, 18, 20, 15 \rangle$
Ciclo 5 ^(1,2,3)	$\langle 17, 76, 15, 17 \rangle$
Ciclo 6 ^(1,2,3)	$\langle 23, 24, 15, 18, 14, 13, 23 \rangle$
Ciclo 7 ^(1,2,3)	$\langle 61, 68, 37, 61 \rangle$
Ciclo 8 ^(1,2,3)	$\langle 40, 68, 39, 40 \rangle$
Ciclo 9 ^(1,2,3)	$\langle 27, 35, 44, 27 \rangle$
Ciclo 10 ^(1,2,3)	$\langle 38, 68, 39, 38 \rangle$
Ciclo 11 ^(1,2,3)	$\langle 29, 31, 72, 30, 64, 29 \rangle$
Ciclo 12 ^(1,2,3)	$\langle 57, 84, 55, 57 \rangle$
Ciclo * 13 ^(1,2,3)	$\langle 57, 81, 56, 57 \rangle$
Ciclo 14 ^(1,2,3)	$\langle 8, 9, 77, 79, 87, 8 \rangle$
Ciclo 15 ^(1,2,3)	$\langle 59, 67, 68, 61, 19, 66, 69, 9, 8, 59 \rangle$
Ciclo 16 ^(1,2,3)	$\langle 1, 3, 71, 1 \rangle$
Ciclo 17 ^(1,2,3)	$\langle 4, 5, 6, 3, 71, 8, 9, 2, 4 \rangle$
Ciclo 18 ^(1,2,3)	$\langle 46, 51, 52, 47, 49, 53, 46 \rangle$
Ciclo 19 ^(1,2,3)	$\langle 19, 82, 62, 60, 69, 66, 19 \rangle$
Ciclo 20 ^(1,2,3)	$\langle 9, 69, 70, 34, 4, 2, 9 \rangle$
Ciclo 21 ^(1,2,3)	$\langle 31, 60, 69, 70, 34, 32, 31 \rangle$
Ciclo 22 ^(1,2,3)	$\langle 18, 20, 13, 23, 16, 18 \rangle$
Ciclo 23 ^(1,2,3)	$\langle 16, 18, 21, 16 \rangle$
Ciclo 24 ^(1,2,3)	$\langle 31, 32, 34, 31 \rangle$
Ciclo 25 ^(1,2,3)	$\langle 14, 31, 60, 14 \rangle$
Ciclo 26 ^(1,2,3)	$\langle 72, 73, 62, 60, 31, 72 \rangle$
Ciclo 27 ^(1,2,3)	$\langle 24, 75, 12, 76, 17, 23, 24 \rangle$
Ciclo 28 ^(1,2,3)	$\langle 12, 17, 15, 24, 75, 12 \rangle$
Ciclo 29 ^(1,2,3)	$\langle 4, 34, 33, 72, 30, 64, 27, 35, 36, 3 \rangle$
Ciclo 30 ^(1,2,3)	$\langle 27, 29, 25, 28, 27 \rangle$
Ciclo 31 ^(1,2,3)	$\langle 48, 63, 54, 48 \rangle$
Ciclo 32 ^(1,2)	$\langle 41, 43, 39, 40, 41 \rangle$
Ciclo 33 ^(1,2,3)	$\langle 19, 22, 21, 18, 58, 19 \rangle$
Ciclo 34 ^(1,2,3)	$\langle 26, 27, 28, 26 \rangle$
Ciclo 35 ^(1,2,3)	$\langle 6, 10, 78, 7, 90, 3, 6 \rangle$
Ciclo 36 ^(1,2,3)	$\langle 45, 50, 54, 45 \rangle$
Ciclo 37 ^(1,2,3)	$\langle 64, 74, 73, 72, 30, 64 \rangle$
Ciclo 38 ^(1,2,3)	$\langle 45, 81, 56, 54, 45 \rangle$
Ciclo 39 ^(1,2,3)	$\langle 55, 62, 82, 55 \rangle$
Ciclo 40 ^(1,2,3)	$\langle 55, 62, 82, 55 \rangle$
Ciclo 41 ^(1,2,3)	$\langle 82, 85, 83, 9, 69, 60, 62, 82 \rangle$
Ciclo 42 ^(1,2,3)	$\langle 19, 61, 68, 86, 19 \rangle$
Ciclo 43 ^(1,2,3)	$\langle 1, 93, 92, 11, 1 \rangle$
Ciclo 44 ^(1,2,3)	$\langle 17, 23, 24, 15, 17 \rangle$
Ciclo 45 ^(1,2,3)	$\langle 41, 42, 40, 39, 43, 41 \rangle$
Ciclo 46 ^(1,2,3)	$\langle 31, 34, 33, 72, 31 \rangle$
Ciclo 47 ^(1,2,3)	$\langle 19, 58, 18, 22, 19 \rangle$
Ciclo 48 ^(1,2,3)	$\langle 85, 91, 92, 93, 1, 8, 9, 83, 85 \rangle$
Ciclo 49 ^(1,2,3)	$\langle 18, 66, 19, 58, 18 \rangle$
Ciclo 50 ^(1,2,3)	$\langle 27, 44, 80, 27 \rangle$
Ciclo 51 ^(1,2,3)	$\langle 27, 64, 29, 27 \rangle$
Ciclo 52 ^(1,2,3)	$\langle 9, 83, 85, 91, 90, 3, 71, 8, 9 \rangle$
Ciclo 53 ^(1,2,3)	$\langle 31, 33, 72, 31 \rangle$
Ciclo 54 ^(1,2,3)	$\langle 64, 65, 30, 72, 73, 74, 64 \rangle$
Ciclo 55 ^(1,2,3)	$\langle 8, 59, 1, 8 \rangle$
Ciclo 56 ^(1,2,3)	$\langle 1, 8, 71, 3, 1 \rangle$

Ciclo * 57 ^(1,2,3)	(27, 89, 74, 64, 27)
Ciclo * 58 ^(1,2,3)	(52, 88, 43, 39, 68, 86, 19, 82, 55, 57, 56, 54, 47, 52)
Ciclo 59 ^(1,2,3)	(66, 69, 6014, 18, 66)

Los ciclos 13,57 y 58 presentados en la tabla anterior involucran corredores nuevos, y corresponden a una restricción disyuntiva. Con la metodología propuesta aplicada al sistema eléctrico Colombiano (usando el modelo de transportes disyuntivo multietapa), se obtuvieron 59 ciclos críticos, que permiten encontrar la solución óptima conocida para este sistema de $US\$500, 1719851 \times 10^6$. El tiempo de ejecución fue de 1458.51 *seg* con 1417157.10 *ticks*. Igual que en el sistema anterior, la metodología propuesta en este trabajo permite obtener mejores resultados en tiempos de cómputo, es decir, con el modelo disyuntivo tradicional se obtiene la misma solución óptima pero con tiempo de ejecución de 358.17 *seg* con 400551.40 *ticks*, lo que evidencia la efectividad de la propuesta con ciclos.

Los resultados obtenidos aplicando la metodología de los ciclos críticos al problema de planeamiento multietapa (para el sistema Colombiano) arroja exactamente las mismas adiciones (corredores) que las obtenidas con el modelo lineal disyuntivo DC (ver tablas 5.9, 5.10, 5.11). Puede verse que esta metodología representa una excelente opción a la hora de minimizar el tiempo de ejecución y el gasto computacional en el problema de planeamiento de la transmisión multietapa.

Tabla 5.9: Resultados Etapa 1.

Corredor	No de líneas
[57, 81]	2
[55, 57]	1
[55, 62]	1
[45, 81]	1
[82, 85]	1

Tabla 5.10: Resultados Etapa 2.

Corredor	No de líneas
[27, 29]	1
[62, 73]	1
[72, 73]	1
[19, 82]	1

Tabla 5.11: Resultados Etapa 3.

Corredor	No de líneas
[43, 88]	2
[15, 18]	1
[30, 65]	1
[30, 72]	1
[55, 84]	1
[27, 64]	1
[19, 82]	1
[68, 86]	1

A continuación se presenta el resumen de los resultados obtenidos en los sistemas de prueba analizados aplicando la metodología expuesta en este trabajo en comparación a los resultados del modelo disyuntivo DC reducido (ver 5.12 y figura 5.6).

Tabla 5.12: Resumen de los resultados obtenidos

Sistema de prueba	Costo de inversión	Tiempo de ejecución	Porcentaje de reducción
<i>Sur Brasileiro estático</i>	US\$ 72, 870 $\times 10^6$	0.48 seg	49.75 %
<i>Sur Brasileiro multietapa</i>	US\$ 1286, 217226 $\times 10^6$	99.08 seg	62.1 %
<i>Colombia estático</i>	US\$ 562, 417 $\times 10^6$	62,79 seg	65.57 %
<i>Colombia multietapa</i>	US\$ 500, 1719851 $\times 10^6$	1458.51 seg	28.26 %
<i>IEEE-118 estático</i>	US\$ 226, 0644 $\times 10^6$	744.34 seg	57.31 %

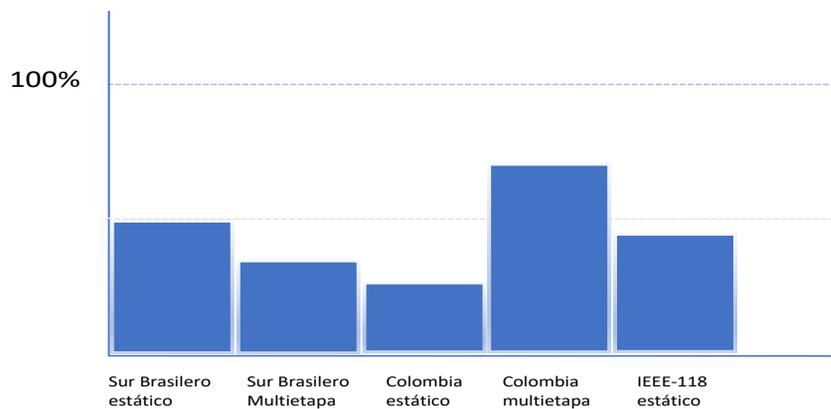


Figura 5.6: Porcentaje de reducción de los sistemas de prueba vs. Modelo Disyuntivo DC reducido.

5.3 Aportes

- En este trabajo se desarrolla una metodología basada en el modelo de transportes donde no se utiliza el modelo DC y el modelo híbrido, sin incluir el efecto de la segunda ley de Kirchhoff, permitiendo entonces llegar así a la solución del modelo DC.
- Se desarrolla una metodología para identificar los ciclos críticos del problema y a través de estos encontrar la solución.
- La propuesta de la metodología que se desarrolla termina siendo más eficiente que el mismo modelo DC ya que conduce a una respuesta en un tiempo menor.

Conclusiones y trabajos futuros

Este trabajo presenta un nuevo marco matemático que utiliza un modelo de programación lineal entera mixta, modelos mejorados y una metodología para resolver el problema de planeamiento. El objetivo es reducir el gasto computacional total del planeamiento de la transmisión. Este trabajo muestra una mejora significativa de los estudios preliminares realizados tiempo atrás, en los que las soluciones fueron encontradas tras el análisis manual en sistemas de pruebas. Es importante resaltar que en este trabajo no sólo muestra una mejora en el esfuerzo computacional al utilizar estas nuevas restricciones de ciclos críticos, sino también una mejora de los modelos tradicionales que construyen el camino para encontrar mejores soluciones, como es el caso multietapa para el sistema Sur Brasileiro.

Las pruebas computacionales muestran la eficacia de la metodología propuesta (ciclos críticos) y modelos mejorados para reducir el tiempo de solución del problema de planeamiento, ya que el modelo de transporte disyuntivo mejorado representa una idea novedosa para describir el problema de planeamiento de sistemas eléctricos sin las complicaciones del uso de la segunda ley de Kirchhoff con valiosos resultados. Esto lleva a la conclusión de que el modelo DC, considerado como el modelo ideal para resolver el problema de planeamiento, puede ser reemplazado por el modelo de transporte disyuntivo mejorado, además del conjunto de ciclos críticos del sistema. En sistemas de tamaño medio y en sistemas de gran complejidad, esto demuestra ser una técnica prometedora para reducir el tiempo y el esfuerzo de cómputo.

En el problema de planeamiento multietapa se mostró la eficacia de los ciclos críticos. Los resultados mostraron que el modelo DC multietapa puede ser reemplazado por otro más eficiente sin incluir la segunda ley de Kirchhoff utilizando la metodología central de este trabajo. Los resultados probaron que el tiempo de ejecución y el gasto de cómputo se reducen significativamente.

Finalmente, como trabajos futuros se pueden hacer las siguientes consideraciones:

Realizar más estudios para determinar el uso óptimo del método de los ciclos críticos en combinación con los modelos mejorados. A medida que el tamaño de un sistema aumenta, el número de ciclos críticos aumenta. Encontrar y sumar todas estas desigualdades lleva un tiempo significativo, aunque el uso de los nuevos modelos puede conducir a una nueva solución óptima y a posibles soluciones globales para sistemas de gran tamaño que no tienen una solución global conocida. Por lo tanto, como trabajo posterior, pruebas adicionales pueden ser implementadas para determinar cómo seleccionar un subconjunto ideal de desigualdades para ayudar a disminuir el tiempo total de solución,

particularmente en los sistemas grandes. El implementar algoritmos que ayuden a encontrar los ciclos críticos en sistemas grandes será una idea novedosa a desarrollar y así mejorar el tiempo de búsqueda de estos.

Resolver el problema de planeamiento considerando contingencias utilizando la metodología propuesta en este trabajo será un aporte importante, puesto que a la fecha no se ha desarrollado trabajo alguno en esta línea.

Bibliografía

- Akbari.T, Rahimikian.A, and Kazemi.A. (2011). "A multi-stage stochastic transmission expansion planning method." *Energy Conversion and Management* 52 (8): 2844–2853.
- Alguacil.N, Motto.A, and Conejo.A. (2003). "Transmission expansion planning: a mixed-integer lp approach." *IEEE Transactions on Power Systems* 18, no. 3.
- Alizadeh.B, and Jadid.S. (2011). "Reliability constrained coordination of generation and transmission expansion planning in power systems using mixed integer programming." *IET Generation, Transmission and Distribution* 5 (9): 948.
- Alizadeh-Mousavi.O, and Zima-Bockarjova.M. (2016). "Efficient benders cuts for transmission expansion planning." *Electric Power Systems Research* 131:275–284.
- Arasteh.H, Kia.M, and Shafie.M. (2020). "Multiobjective generation and transmission expansion planning of renewable dominated power systems using stochastic normalized normal constraint." *International Journal of Electrical Power and Energy Systems* 121:106098.
- Aredes.C, DeOliveira.E, and Fioresi.D. (2020). "Wind Generation Impact in Transmission Expansion Planning." *J Control Autom Electr Syst* 31:247–256.
- Bahiense.L, Oliveira.G, and Granville.S. (2001). "A mixed integer disjunctive model for transmission network expansion." *IEEE Transactions on Power Systems* 16, no. 3.
- Barreto.W, Torres.S, and Castro.C. (2013). "Study of particle swarm optimization variations applied to transmission expansion planning." *PowerTech (POWERTECH), 2013 IEEE Grenoble*, pp. 1–6.
- Binato.S, Oliveira.G, and Araujo.J. (2001). "A greedy randomized adaptive search procedure for transmission expansion planning." *IEEE Transactions on Power Systems* 16 (2): 247–253.
- Binato.S, Pereira.M, and Granville.S. (2001). "A new benders decomposition approach to solve power transmission network design problems." *IEEE Transactions on Power Systems* 16 (2): 235–240.
- Burak.C, Jeon.H, and Sun.X. (2016). "A Cycle-Based Formulation and Valid Inequalities for DC Power Transmission Problems with Switching." *Operations Research*, vol. 64.
- Bustamante-Cedeno.E, and Arora.S. (2009). "Multi-step simultaneous changes Constructive Heuristic Algorithm for Transmission Network Expansion Planning." *Electric Power Systems Research* 79 (4): 586–594.

- Bustamante.E, and Arora.S. (2009). "Multi-step simultaneous changes constructive heuristic algorithm for transmission network expansion planning." *Electric Power Systems Research*, 79 (4): 586–594.
- Camponogara.E, Campos.K, and Hardt.R. (2015). "Piecewise-linear approximations for a non-linear transmission expansion planning problem." *Generation, Transmission and Distribution, IET* 9 (12): 1235–1244.
- Choi.J, El-Keib.A, and Tran.T. (2005). "A fuzzy branch and bound-based transmission system expansion planning for the highest satisfaction level of the decision maker." *IEEE Transactions on Power Systems* 20 (1): 476–484.
- Choi.J, Mount.T, and Thomas.R. (2007). "A transmission expansion planning using contingency criteria." *IEEE Transactions on Power Systems* 22, no. 4.
- Choi.J, Tran.T, El-Keib.A, Thomas.R, Oh.H, and Billinton.R. (2005). "A method for transmission system expansion planning considering probabilistic reliability criteria." *IEEE Transactions on Power Systems* 20 (3): 1606–1615.
- Contreras.J, and Wu.F. (1999). "Coalition formation in transmission expansion planning." *IEEE Transactions on Power Systems* 14 (3): 1144–1152.
- Correa.C, Bolaños.R, and Escobar.A. (2014). "Transmission expansion planning considering multiple generation scenarios and demand uncertainty." *Ingeniare* 22 (2): 177–188.
- Correa.C, Bolaños.R, and Garcés.A. (2015). "Enhanced multiobjective algorithm for transmission expansion planning considering $n - 1$ security criterion." *International Transactions on Electrical Energy Systems* 25 (15): 2225–2246.
- Cortes-Carmona.M, Palma-Behnke.R, and Moya.O. (2009). "Transmission network expansion planning by a hybrid simulated annealing algorithm." *Intelligent System Applications to Power Systems, 2009. ISAP-09. 15th International Conference*, pp. 1–7.
- Da Silva.A, Freire.M, and Honório.L. (2016). "Transmission expansion planning optimization by adaptive multi-operator evolutionary algorithms." *Electric Power Systems Research* 133:173–181.
- Da-Silva.A, Rezende.L, Honório.L, and Manso.L. (2011). "Performance comparison of metaheuristics to solve the multi-stage transmission expansion planning problem." *Generation, Transmission and Distribution, IET* 5 (3): 360–367.
- Da-Silva.E. (2013). "Planejamento estocástico da expansão da rede de transmissão de energia elétrica multiestágio considerando restrições de segurança." *Ph.D. Dissertation, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - UNESP, Campus de Ilha Solteira*.
- Da Silva.E, Gil.H, and Areiza.J. (2000). "Transmission network expansion planning under an improved genetic algorithm." *IEEE Transactions on Power Systems* 15 (4): 1168–1175.
- De la Torre.S, Conejo.A, and Contreras.J. (2008). "Transmission expansion planning in electricity markets." *IEEE Transactions on Power Systems* 23 (1): 238–248.

- Delgado.M, Pourakbari-Kasmaei.M, and Rider.M. (2013). "A modified branch and bound algorithm to solve the transmission expansion planning problem." *Environment and Electrical Engineering (EEEIC), 2013 13th International Conference*, pp. 234–238.
- De Oliveira.E, Da Silva.I, and Carneiro.J. (2005). "Transmission system expansion planning using a sigmoid function to handle integer investment variables." *IEEE Transactions on Power Systems* 20 (3): 1616–1621.
- Dilwali.K, Gunnaasankaraan.H, Viswanath.A, and Mahata.K. (2016). "Transmission expansion planning using benders decomposition and local branching." *2016 IEEE Power and Energy Conference at Illinois (PECI)*, pp. 1–8.
- Dominguez.A. (2017). "Planeamiento multietapa a largo plazo de redes de transmisión considerando alternativas HVDC, pérdidas y contingencias." *Tesis de Doctorado en Ingeniería, Universidad Tecnológica de Pereira - Colombia*.
- Duque.A. (2014). "Planeamiento multietapa de la expansión de redes de transmisión usando particiones de red e identificación de variables principales." *Tesis de Maestría en Ingeniería Eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira - Colombia*.
- Escobar.A. (2002). "Planeamiento dinámico de la expansión de sistemas de transmisión usando algoritmos combinatoriales." *Tesis de Maestría en Ingeniería Eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira*.
- Escobar.A, Gallego.R, and Romero.R. (2001). "Planeamiento estático y dinámico de la transmisión en ambientes competitivos." *Jornadas Internacionales de Energía Eléctrica*.
- . (2004). "Multistage and coordinated planning of the expansion of transmission systems." *IEEE Transactions on Power Systems* 19 (2): 735–744.
- Escobar.A, Gallego.R, and Toro.E. (2009). "Búsqueda tabú aplicado al planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión considerando desplanificación." *Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia* 2 (47): 164–175.
- Escobar.A, Romero.R, and Gallego.R. (2008). "Transmission network expansion planning considering multiple generation scenarios." *IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America*, pp. 1–6.
- . (2010). "Modelos usados en el planeamiento de la expansión a largo plazo de sistemas de transmisión de energía eléctrica." *Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia*.
- Escobar.M. (2018). "Specialized models for the long-term transmission network expansion planning problem." *Ph.D thesis, Universidade Sao Pablo, Faculty of Enginnering, Campus of Ilha Solteira-UNESP*.
- Figueiredo.R, Silva.P, and Poss.M. (2012). "Transmission expansion planning with redesign a greedy randomized adaptive search procedure,." *ICORES, Feb 2012, Portugal*, pp. 380–385.
- Fuchs.I, Voller.S, and Gjengedal.T. (2011). "Ant colony based transmission expansion developed for the nordic area and great britain." *PowerTech, 2011 IEEE Trondheim*, pp. 1–6.

- Gallego.R. (1997). "Planejamento a longo prazo de sistemas de transmissao usando técnicas de otimizacao combinatorial." *Ph.D. dissertation, FEEC DSEE, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.*
- Gallego.R, Monticelli.A, and Romero.R. (2000). "Tabu search algorithm for network synthesis." *IEEE Transactions on Power Systems* 15 (2): 490–495.
- Garces.L, and Romero.R. (2009). "Specialized Genetic Algorithm for Transmission Network Expansion Planning Considering Reliability." *2009 15th International Conference on Intelligent System Applications to Power Systems, ISAP-09*, pp. 1–6.
- Garces.L, and Zapata.C. (2007). "Long Term Planning of a Power Transmission System with Explicit Assessment of The Reliability." *Revista de Ingeniería*, pp. 14–21.
- Garces.L, Gallego.L, Rahmani.M, and Romero.R. (2017). "High-performance hybrid genetic algorithm to solve transmission network expansion planning." *IET Generation, Transmission Distribution* 11:1111–1118.
- Garcia-Martinez.S, Espinosa-Juarez.E, and Rico-Melgoza.R. (2015). "Expansion of electrical networks considering power quality aspects by applying a multi-objective tabu search technique." *2015 International Conference on Computational Science and Computational Intelligence (CS-CI)*, pp. 53–58.
- Garver.L. (1970). "Transmission network estimation using linear programming." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* PAS-89:1688–1697.
- Gbadamosi.S, and Nwulu.N. (2020). "Reliability assessment of composite generation and transmission expansion planning incorporating renewable energy sources." *Journal of Renewable and Sustainable Energy* 12:026301.
- Ghaddar.B, and Jabr.R. (2019). "Power transmission network expansion planning: A semidefinite programming branch and bound approach." *European Journal of Operational Research* 274 (3): 837–844.
- Gomes.P, and Saraiva.J. (2015). "Static transmission expansion planning using heuristic and metaheuristic techniques." *PowerTech, 2015 IEEE Eindhoven*, pp. 1–6.
- Goswami.A, and Monalisa. (2013)a. "A heuristic approach to solve multistage transmission expansion planning." *Computational Intelligence and Information Technology, 2013. CIIT 2013. Third International Conference*, pp. 105–112.
- . (2013)b. "A heuristic approach to solve multistage transmission expansion planning." *Computational Intelligence and Information Technology, 2013. CIIT 2013. Third International Conference*, pp. 105–112.
- Gupta.N, Khosravy.M, and Patel.N. (2018). "A Bi-Level Evolutionary Optimization for Coordinated Transmission Expansion Planning." *IEEE Access* 6:48455–48477.
- Gutierrez.G, Gonzalez.N, and Gil.E. (2020). "An efficient method for Contingency-Constrained Transmission Expansion Planning." *Electrical Power Systems Research* 182:106208.

- Haffner.S, Garcia.A, and Romero.R. (2000). "Branch and bound algorithm for transmission system expansion planning using a transportation model." *Proceedings of the IEE-Generation, Transmission and Distribution* 147 (3): 149–156.
- Hashimoto.S, Romero.R, and Mantovani.J. (2003). "Efficient linear programming algorithm for the transmission network expansion planning problem." *IEEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution* 150 (5): 536–542.
- Hu.Y, Bie.Z, Ding.T, and Lin.Y. (2016). "An nsga-ii based multi-objective optimization for combined gas and electricity network expansion planning." *Applied Energy* 167:280–293.
- Jafari.M, and Addoos.A. (2017). "A new hybrid GA-fuzzy optimization algorithm for security-constrained based generation and transmission expansion planning in the deregulated environment." *Journal of Intelligent and Fuzzy System* 33 (6): 3789–3803.
- Jirutitijaroen.P, and Singh.C. (2008). "Reliability constrained multi-area adequacy planning using stochastic programming with sample-average approximations." *IEEE Transactions on Power Systems* 23 (2): 504–513.
- Junior.H, De Faria. (2005). "Uma nova metaheurística para problemas combinatórios aplicada ao planejamento da expansao de sistemas de transmissao de energia elétrica." *Ph.D. dissertation, Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.*
- Khakpoor.M, Jafari.M, and Abdoos.A. (2017). "Dynamic generation and transmission expansion planning in the power marketbased on a multiobjective framework." *International Transactions on Electrical Energy Systems* 27 (9): 2353.
- Khodaei.A. (2010). "Transmission switching in expansion planning." *IEEE Transactions on power systems* 5 (3): 1722–1733.
- Kim.W, Park.J, and Yoon.Y. (2018). "Transmission Expansion Planning under Uncertainty for Investment Options with Various Lead-Times." *Energies, MDPI* 11 (9): 2429.
- Kocuk.B. (2016). "A Cycle-Based Formulation and Valid Inequalities for DC Power Transmission Problems with Switching." *Operations Research* 64:922–938.
- Kucukyazici.B, Ozdamar.L, and Pokharel.S. (2005). "Developing concurrent investment plans for power generation and transmission." *European Journal of Operational Research*, 166 (2): 449–468.
- Leite da Silva.A, Rezende.L, Honorio.L, and Manso.L. (2011). "Performance comparison of metaheuristics to solve the multi-stage transmission expansion planning problem." *Generation, Transmission Distribution, IET* 5 (3): 360–367.
- Lesage.A, and Taylor.J. (2020). "A second-order cone model of transmission planning with alternating and direct current lines." *European Journal of Operational Research* 281 (1): 174–185.
- Limsakul.P, Pothiya.S, and Leeprechanon.N. (2009). "Application of ant colony optimization to transmission network expansion planning with security constraint." *Advances in Power System Control, Operation and Management (APSCOM 2009), 8th International Conference*, pp. 1–6.
- Lumbreras.S, Navarro.G, and Pereda.M. (2019). "A Decentralized Solution for Transmission Expansion Planning: Getting Inspiration from Nature." *Energies, MDPI* 12:2–16.

- Majidi-Qadikolai.M, and Baldick.R. (2015). "Integration of $n - 1$ contingency analysis with systematic transmission capacity expansion planning: Ercot case study." *Journal of Control, Automation and Electrical Systems* PP (99): 1–12.
- Manik.D, Timme.M, and Witthaut.D. (2017). "Cycle flows and multistability in oscillatory networks." *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, vol. 1-19.
- Mendonca.I, Junior.I, and Marcato.A. (2014). "Static planning of the expansion of electrical energy transmission systems using particle swarm optimization." *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 60:234–244.
- Molzahn.D, and Hiskens.I. (2019). "A Survey of Relaxations and Approximations of the Power Flow Equations." *Now Foundations and Trends*, p. 225.
- Monticelli.A, Santos.A, and Pereira.M. (1982). "Interactive transmission network planning using a least-effort criterion." *IEEE Transactions on Power Apparatus and System* PAS-101 (10): 3919–3925.
- Moreira.A, Street.A, and Arroyo.J. (2015). "An adjustable robust optimization approach for contingency-constrained transmission expansion planning." *Power Systems, IEEE Transactions* 30 (4): 2013–2022.
- Moulin.L, Poss.M, and Sagastizabal.C. (2019). "Transmission Expansion Planning with Re-desing." *Energy Systems* 1 (2): 113–139.
- Neumann.F, and Brown.T. (2020). "Transmission Expansion Planning Using Cycle Flows." *Proceedings of the Eleventh ACM International Conference on Future Energy Systems* 20:253–263.
- Obio.E, and Mutale.J. (2015). "A comparative analysis of energy storage and $n - 1$ network security in transmission expansion planning." *Power Engineering Conference (UPEC), 2015 50th International Universities*, pp. 1–6.
- Oliveira.G, Binato.S, and Pereira.M. (2007). "Value-Based Transmission Expansion Planning of Hydrothermal Systems Under Uncertainty." *IEEE Transactions on Power Systems* 22 (4): 1429–1435.
- Oliveira.S. (2004). "Metaheurísticas aplicadas ao planejamento da expansao da transmissao de energia elétrica em ambiente de processamento distribuído." *Ph.D. dissertation, Universidade Estadual de Campinas, Campinas*.
- Peng.BW, Chuanquan.L, Jie.L, and Cheng.H. (2010). "Transmission network expansion planning under interval load." *2010 China International Conference on Electricity Distribution*, pp. 1–6.
- Pereira.M, and Pinto.L. (1985). "Application of sensitivity analysis of load supplying capability to interactive transmission expansion planning." *IEEE Transactions on Power Apparatus and System*, vol. PAS-104.
- Pozo.D, Sauma.E, and Contreras.J. (2013). "A Three-Level Static MILP Model for Generation and Transmission Expansion Planning." *IET Generation, Transmission and Distribution* 28 (5): 202–210.
- Rahmani.M, Rashidinejad.M, Carreno.E, and Romero.R. (2010). "Evolutionary multi-move path-relinking for transmission network expansion planning." *IEEE PES General Meeting*, pp. 1–6.

- Rahmani.M, Romero.R, and Rider.M. (2013). "Strategies to reduce the number of variables and the combinatorial search space of the multistage transmission expansion planning problem." *Power Systems, IEEE Transactions* 28 (3): 2164–2173.
- Rathore.C, Roy.R, Sharma.U, and Patel.J. (2013). "Artificial bee colony algorithm based static transmission expansion planning." *Energy Efficient Technologies for Sustainability (ICEETS), 2013 International Conference*, pp. 1126–1131.
- Rider.M, Garcia.A, and Romero.R. (2008). "Transmission system expansion planning by a branch and bound algorithm." *Generation, Transmission and Distribution, IET* 2 (1): 90–99.
- Roh.J, Shahidehpour.M, and Fu.Y. (2007). "Market-based coordination of transmission and generation capacity planning." *IEEE Transactions on Power Systems* 22 (4): 1406–1419.
- Romero.A. (1993). "Um método de decomposicao para o planejamento a longo prazo de sistemas de transmissao." *Ph.D thesis, Universidade Estadual de Campinas, Campinas*.
- Romero.R. (1989). "Planejamento da expansao de sistemas de transmissao por decomposicao de benders hierarquizada." *Master's thesis, Universidade Estadual de Campinas, Campinas*.
- Romero.R, and Monticelli.A. (1994). "A hierarchical decomposition approach for transmission network expansion planning." *IEEE Transactions on Power Systems* 9 (1): 373–380.
- Romero.R, Asada.E, Carreño.E, and Rocha.C. (2007). "Constructive heuristic algorithm in branch-and-bound structure applied to transmission network expansion planning." *Generation, Transmission Distribution, IET*, 1 (2): 318–323.
- Romero.R, Gallego.R, and Monticelli.A. (1996). "Transmission system expansion planning by simulated annealing." *IEEE Transactions on Power Systems* 11 (1): 364–369.
- . (1998). "Transmission system expansion planning by extended genetic algorithms." *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution* 145 (3): 329–335.
- Romero.R, Rocha.C, Mantovaniv.J, and Sanchez.I. (2005). "Constructive heuristic algorithm for the dc model in network transmission expansion planning." *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings*, 152:277–282.
- Saldarriaga.S, Lopez.J, and Villada.F. (2018). "Transmission network expansion planning considering weighted transmission loading relief nodal indexes." *Tecnológicas* 21 (42): 31–50.
- Sanchez.I, Romero.R, and Mantovani.J. (2005). "Transmission expansion planning using the dc model and nonlinear programming technique." *IEE Proceeding in Generation Transmission and Distribution* 152 (6): 763–769.
- Sanchez.I, Romero.R, Mantovani.J, and Rider.M. (2005). "Transmission-expansion planning using the dc model and nonlinear-programming technique." *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution* 152 (6): 763–769.
- Sánchez Martín.P, Ramos.A, and Alonso.J. (2005). "Probabilistic midterm transmission planning in a liberalized market." *IEEE Transactions on Power Systems* 20 (4): 2135–2142.
- Seifi.H, Sepasian.M, Haghghat.H Foroud.A Yousefi.G, and Rae.S. (2007). "Multi-voltage approach to long-term network expansion planning." *IET Generation, Transmission Distribution* 1 (5): 826–835.

- Serna.C, Duran.J, and Camargo.A. (1978). "A model for expansion planning of transmission systems a practical application example." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* PAS-97 (2): 610–615.
- Silva.E, Rahmani.M, and Rider.M. (2014). "A search space reduction strategy and a mathematical model for multistage transmission expansion planning with $n - 1$ security constrains." *Journal of Control, Automation and Electrical Systems* 26 (1): 57–67.
- Sima.C, Lazaroiu.G, and Dumbrava.V. (2017). "Transmission expansion planning optimization for improving RES integration on electricity market." *Advanced Topics in Electrical Engineering ATEE (Bucharets)* 10:855–859.
- Sisodia.S, Kumar.Y, and Wadhvani.A. (2016). "New Delhi: Springer India, 2016, ch. Hybrid GA and PSO Approach for Transmission Expansion Planning." *Proceedings of the Second International Conference on Computer and Communication Technologies: IC3T 2015* 3:311–322.
- Sousa.A. (2009). "Tomada de decisao fuzzy e busca tabu aplicadas ao planejamento da expansao de sistemas de transmissao." *Master's thesis, Universidade Sao Pablo, Escola de Engenharia de Sao Carlos, Departamento de Engenharia Elétrica.*
- Styczynski.Z. (1999). "Power network planning using game theory." *Proceeding 13th Power Systems Computation Conference, Trondheim.*
- Sum-Im.T, Taylor.G, Irving.M, and Song.Y. (2009). "Differential evolution algorithm for static and multistage transmission expansion planning." *Generation, Transmission and Distribution, IET* 3 (4): 365–384.
- Taglialha.S, De Sena. (2008). "Novas aplicacoes de metaheurísticas na solucao do problema de planejamento da expansao do sistema de transmissao de energia elétrica." *Ph.D. dissertation, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - UNESP, Campus de Ilha Solteira.*
- Talaq.J. (2007). "Modeling and elimination of load buses in optimal power flow solutions." *Electrical Machines and Power Systems* 26 (10): 1043–1057.
- Tejada.D, López-Lezama.J, Rider.M, and Vinasco.G. (2015). "Transmission network expansion planning considering repowering and reconfiguration." *International Journal of Electrical Power and Energy Systems* 69:213–221.
- Telikepalli.K, Liebchen.C, and Zweig.K. (2009). "Cycle bases in graphscharacterization, algorithms, complexity, and applications." *Computer Science Review* 4:199–243.
- Torres.S, and Castro.C. (2012). "Parallel particle swarm optimization applied to the static transmission expansion planning problem." *Transmission and Distribution: Latin America Conference and Exposition (T D-LA), 2012 Sixth IEEE-PES*, pp. 1–6.
- Ugranli.F, and Karatepe.E. (2015). "Multi-objective transmission expansion planning considering minimization of curtailed wind energy." *International Journal of Electrical Power and Energy Systems* 65:348–356.
- Vilaca.P. (2018). "Transmission expansion planning: A dynamic Multiobjective Approach Considering Uncertainties." *Tesis de Doctorado en Ingeniería, Universidad de Porto, Portugal.*

- Vilaca.P, and Saraiva.J. (2015). "Static transmission expansion planning using heuristic and metaheuristic techniques." *PowerTech, 2015 IEEE Eindhoven*, pp. 1–6.
- Villasana.R, Garver.L, and Salon.S. (1985). "Transmission network planning using linear programming." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems PAS-104*, no. 2.
- Vinasco.G, Rider.M, and Romero.R. (2011). "A strategy to solve the multistage transmission expansion planning problem." *Power Systems, IEEE Transactions*, 26 (4): 2574–2576.
- Vinasco.G, Tejada.D, Da-Silva.E, and Rider.M. (2014). "Transmission network expansion planning for the colombian electrical system: Connecting the ituango hydroelectric power plant." *Electric Power Systems Research* 110:94–103.
- Wei.P, Fu.R, Lu.Y Wang.Q Wang.L Li.Y, and Tang.G. (2006). "Congestion-based model for transmission expansion planning." *2006 IEEE Power Engineering Society General Meeting*, pp. 1–6.
- Xu.Z, Dong.Z, and Wong.K. (2006). "A hybrid planning method for transmission networks in a deregulated environment." *IEEE Transactions on Power Systems* 21 (2): 925–932.
- Yu.Q, Guo.J, and Duan.X. (2007). "Elasticity modeling for transmission network expansion planning in deregulated power system." *Universities Power Engineering Conference, 2007. UPEC 2007. 42nd International*, pp. 57–61.
- Zeinaddini-Maymand.M, Rashidinejad.M, Mohammadian.M Mahmoudabadi.M Khorasani.H, and Rahmani.M. (2011). "An application of a modified constructive heuristic algorithm to transmission expansion planning." *PowerTech, 2011 IEEE Trondheim*, pp. 1–5.
- Zolezzi.J, and Rudnick.H. (2002). "Transmission cost allocation by cooperative games and coalition formation." *IEEE Transactions on Power Systems* 17 (4): 1008–1015.

Apéndice

A. Publicaciones durante el doctorado

Los siguientes son los artículos (para el tema principal de la tesis) publicados en revistas indexadas y la presentación en el evento internacional.

- A Survey of Long Term Transmission Expansion Planning Using Cycles, Contemporary Engineering Sciences ISSN: 1314-7641. ed: Hikari Ltd (*BULGARIA*). Vol.11 fasc.102 p.5047-5055 (2018). Autores: PEDRO PABLO CARDENAS ALZATE, LAURA MONICA ESCOBAR VARGAS, ANTONIO HERNANDO ESCOBAR ZULUAGA. DOI: 10.12988/ces.2018.810562. La revista es de categoría A1 de Colciencias.
- Planning the Expansion of Long Term Transmission Networks Using a Cycle-Based Formulation, Modern Applied Science ISSN: 1913-1844. ed: Canadian Center of Science and Education (*CANADA*). Vol.13 fasc.1 p.237-243 (2018). Autores: PEDRO PABLO CARDENAS ALZATE, LAURA MONICA ESCOBAR VARGAS, ANTONIO HERNANDO ESCOBAR ZULUAGA. DOI: 10.5539/mas.v13n1p237. La revista es de categoría A1 de Colciencias.
- A Methodology for Transmission Expansion Planning Problem using critical cycles, Journal of Electrical Systems. ISSN: 1112-5209. Engineering and Scientific Research Groups (ESR Groups) (*FRANCIA*) (2019). Autores: PEDRO PABLO CARDENAS ALZATE, LAURA MONICA ESCOBAR VARGAS, ANTONIO HERNANDO ESCOBAR ZULUAGA. Artículo en Revisión. La revista está categorizada en A2.
- Planning the Expansion of Long Term Transmission Networks Using a Cycle-Based Formulation: A special case. International Review of Electrical Engineering (I.R.E.E.). ISSN:1827-6660. Praise Worthy Prize (*ITALIA*) (2019). Autores: PEDRO PABLO CARDENAS ALZATE, LAURA MONICA ESCOBAR VARGAS, ANTONIO HERNANDO ESCOBAR ZULUAGA. Artículo en Revisión. La revista está categorizada en A1.
- **Congreso Internacional.** Participante como conferencista en el *The 2019 International Conference of Advanced Research in Science, Engineering and Technology, ICARASET'19*. Sam Houston State University, Houston (Texas - USA). Título de la conferencia: Planning the Expansion of Long-term Transmission Networks using a Cycle-Based Formulation. ISSN 2543-1017. Institute of Business Intelligence Innovation. (Febrero 28 - Marzo 3 de

2019).

Nota: En este congreso recibí un diploma de reconocimiento por la presentación de la conferencia en mención .

B. Sistemas de prueba

Sistema de prueba Sur Brasileiro

Datos de barras del sistema Sur de Brasil de 46 barras

Barra	Tipo de barra	Generación (MW)	Carga (MW)
1	0	0.0	0.0
2	0	0.0	443.1
3	0	0.0	0.0
4	0	0.0	300.7
5	0	0.0	238.0
6	0	0.0	0.0
7	0	0.0	0.0
8	0	0.0	72.2
9	0	0.0	0.0
10	0	0.0	0.0
11	0	0.0	0.0
12	0	0.0	511.9
13	0	0.0	185.8
14	0	1257.0	0.0
15	0	0.0	0.0
16	0	2000.0	0.0
17	0	1050.0	0.0
18	0	0.0	0.0
19	0	1670.0	0.0
20	0	0.0	1091.2
21	0	0.0	0.0
22	0	0.0	81.9
23	0	0.0	458.1
24	0	0.0	478.2
25	0	0.0	0.0
26	0	0.0	231.9
27	0	220.0	0.0
28	0	800.0	0.0
29	0	0.0	0.0
30	0	0.0	0.0
31	0	700.0	0.0
32	0	500.0	0.0
33	0	0.0	229.1
34	0	748.0	0.0
35	0	0.0	216.0
36	0	0.0	90.1
37	0	300.0	0.0
38	0	0.0	216.0
39	0	600.0	0.0
40	0	0.0	262.1
41	0	0.0	0.0
42	0	0.0	1607.9
43	0	0.0	0.0
44	0	0.0	79.1
45	0	0.0	86.7
46	1	700.0	0.0

Características de las líneas

De	Para	Líneas existentes	Resistencia (p.u)	Capacidad (MW)	Costo 10 ⁶ dol.	# Max de Circuitos
1	7	1	0.0616	270.00	4349.00	5
1	2	2	0.1065	270.00	7076.00	5
4	9	1	0.0924	270.00	6217.00	5
5	9	1	0.1173	270.00	7732.00	5
5	8	1	0.1132	270.00	7480.00	5
7	8	1	0.1023	270.00	6823.00	5
4	5	2	0.0566	270.00	4046.00	5
2	5	2	0.0324	270.00	2581.00	5
8	13	1	0.1348	240.00	8793.00	5
9	14	2	0.1756	220.00	11267.00	5
12	14	2	0.0740	270.00	5106.00	5
14	18	2	0.1514	240.00	9803.00	5
13	18	1	0.1805	220.00	11570.00	5
13	20	1	0.1073	270.00	7126.00	5
18	20	1	0.1997	200.00	12732.00	5
19	21	1	0.0278	1500.00	32632.00	5
16	17	1	0.0078	2000.00	10505.00	5
17	19	1	0.0061	2000.00	8715.00	5
14	26	1	0.1614	220.00	10409.00	5
14	22	1	0.0840	270.00	5712.00	5
22	26	1	0.0790	270.00	5409.00	5
20	23	2	0.0932	270.00	6268.00	5
23	24	2	0.0774	270.00	5308.00	5
26	27	2	0.0832	270.00	5662.00	5
24	34	1	0.1647	220.00	10611.00	5
24	33	1	0.1448	240.00	9399.00	5
33	34	1	0.1265	270.00	8288.00	5
27	36	1	0.0915	270.00	6167.00	5
27	38	2	0.2080	200.00	13237.00	5
36	37	1	0.1057	270.00	7025.00	5
34	35	2	0.0491	270.00	3591.00	5
35	38	1	0.1980	200.00	12631.00	5
37	39	1	0.0283	270.00	2329.00	5
37	40	1	0.1281	270.00	8389.00	5
37	42	1	0.2105	200.00	13388.00	5
39	42	3	0.2030	200.00	12934.00	5
40	42	1	0.0932	270.00	6268.00	5
38	42	3	0.0907	270.00	6116.00	5
32	43	1	0.0309	1400.00	35957.00	5

42	44	1	0.1206	270.00	7934.00	5
44	45	1	0.1864	200.00	11924.00	5
19	32	1	0.0195	1800.00	23423.00	5
19	46	1	0.0222	1800.00	26365.00	5
16	46	1	0.0203	1800.00	24319.00	5
18	19	1	0.0125	600.00	8178.00	5
20	21	1	0.0125	600.00	8178.00	5
42	43	1	0.0125	600.00	8178.00	5
2	4	0	0.0882	270.00	5965.00	5
14	15	0	0.0374	270.00	2884.00	5
10	46	0	0.0081	2000.00	10889.00	5
4	11	0	0.2246	240.00	14247.00	5
5	11	0	0.0915	270.00	6167.00	5
6	46	0	0.0128	2000.00	16005.00	5
3	46	0	0.0203	1800.00	24319.00	5
16	28	0	0.0222	1800.00	26365.00	5
16	32	0	0.0311	1400.00	36213.00	5
17	32	0	0.0232	1700.00	27516.00	5
19	25	0	0.0325	1400.00	37748.00	5
21	25	0	0.0174	2000.00	21121.00	5
25	32	0	0.0319	1400.00	37109.00	5
31	32	0	0.0046	2000.00	7052.00	5
28	31	0	0.0053	2000.00	7819.00	5
28	30	0	0.0058	2000.00	8331.00	5
27	29	0	0.0998	270.00	6672.00	5
26	29	0	0.0541	270.00	3894.00	5
28	41	0	0.0339	1300.00	39283.00	5
28	43	0	0.0406	1200.00	46701.00	5
31	41	0	0.0278	1500.00	32632.00	5
32	41	0	0.0309	1400.00	35957.00	5
41	43	0	0.0139	2000.00	17284.00	5
40	45	0	0.2205	180.00	13994.00	5
15	16	0	0.0125	600.00	8178.00	5
11	46	0	0.0125	600.00	8178.00	5
24	25	0	0.0125	600.00	8178.00	5
29	30	0	0.0125	600.00	8178.00	5
40	41	0	0.0125	600.00	8178.00	5
2	3	0	0.0125	600.00	8178.00	5
5	6	0	0.0125	600.00	8178.00	5
9	10	0	0.0125	600.00	8178.00	5

Sistema de prueba Colombiano

1	241.0	0.000	241.000	0.000	241.000	0.000
2	0.000	352.9	165.000	406.530	165.000	486.660
3	0.000	393.0	0.000	490.500	0.000	587.080
4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	40.00	235.0	40.000	293.560	40.000	351.420
6	34.00	0.000	34.000	0.000	34.000	0.000
7	0.000	300.0	0.000	374.260	136.000	448.030
8	100.0	339.0	230.000	423.000	230.000	505.870
9	0.000	348.0	0.000	434.120	0.000	519.690
10	0.000	60.00	0.000	74.210	0.000	88.840
11	80.00	147.0	108.000	183.900	108.000	220.150
12	47.00	0.000	47.000	0.000	47.000	0.000
13	0.000	174.0	0.000	217.260	0.000	260.080
14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15	0.000	377.0	0.000	470.170	0.000	562.840
16	0.000	236.0	0.000	294.000	0.000	351.900
17	35.00	136.0	35.000	169.570	35.000	203.000
18	480.0	36.20	540.000	45.200	539.000	54.100
19	900.0	19.60	1340.000	24.460	1340.000	29.280
20	0.000	202.4	0.000	252.500	45.000	302.270
21	0.000	186.0	0.000	231.700	0.000	277.440
22	200.0	53.00	200.000	66.130	200.000	79.170
23	0.000	203.0	0.000	252.500	0.000	302.270
24	120.0	0.000	150.000	0.000	150.000	0.000
25	86.00	0.000	86.000	0.000	86.000	0.000
26	70.00	0.000	70.000	0.000	70.000	0.000
27	0.000	266.0	0.000	331.400	0.000	396.710
28	0.000	326.0	0.000	406.300	14.000	486.390
29	618.0	339.0	617.000	422.600	618.000	505.960
30	0.000	137.0	0.000	166.700	0.000	199.550
31	189.0	234.0	189.000	327.300	189.000	391.880
32	0.000	126.0	0.000	157.300	0.000	188.330
33	0.000	165.0	0.000	206.530	0.000	247.240
34	0.000	77.50	0.000	96.700	0.000	115.810
35	200.0	172.0	200.000	214.600	200.000	256.860
36	0.000	112.0	0.000	140.000	44.000	167.290
37	138.0	118.0	138.000	147.300	138.000	176.300
38	0.000	86.00	15.000	108.400	15.000	129.720
39	0.000	180.0	0.000	224.000	15.000	268.190
40	305.0	0.000	305.000	0.000	305.000	0.000

41	70.00	54.80	100.000	68.400	100.000	81.850
42	0.000	102.0	0.000	127.300	0.000	152.390
43	0.000	35.40	0.000	44.200	0.000	52.900
44	23.00	257.0	23.000	321.300	23.000	384.640
45	950.0	0.000	1208.000	0.000	1208.000	0.000
46	150.0	121.0	150.000	151.700	150.000	181.620
47	0.000	41.15	0.000	51.500	0.000	61.600
48	775.0	600.0	885.000	750.000	885.000	896.260
49	0.000	130.0	0.000	162.000	0.000	193.270
50	240.0	424.0	240.000	528.000	240.000	632.750
51	0.000	128.0	0.000	159.000	0.000	190.450
52	0.000	38.00	0.000	46.500	0.000	55.600
53	280.0	0.000	320.000	0.000	320.000	0.000
54	0.000	76.00	0.000	95.300	0.000	114.190
55	39.00	223.0	40.000	279.000	40.000	333.590
56	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
57	0.000	226.0	130.000	281.000	130.000	336.940
58	190.0	0.000	190.000	0.000	190.000	0.000
59	160.0	0.000	160.000	0.000	160.000	0.000
60	1191.	0.000	1216.000	0.000	1216.000	0.000
61	155.0	0.000	155.000	0.000	155.000	0.000
62	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
63	900.0	35.00	1090.000	44.000	1090.000	52.770
64	0.000	88.00	0.000	110.550	280.000	132.350
65	0.000	132.0	0.000	165.000	0.000	197.580
66	200.0	0.000	300.000	0.000	300.000	0.000
67	474.0	266.0	474.000	332.450	474.000	397.980
68	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
69	0.000	71.40	0.000	89.000	0.000	106.610
70	30.00	0.000	180.000	0.000	180.000	0.000
71	0.000	315.0	211.000	393.000	424.000	471.210
72	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
73	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
74	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
75	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
76	40.00	0.000	40.000	0.000	40.000	0.000
77	0.000	55.00	0.000	70.000	0.000	82.850
78	0.000	36.65	0.000	45.100	0.000	54.070
79	0.000	98.00	0.000	123.000	300.000	146.870
80	0.000	60.00	0.000	72.000	0.000	88.340
81	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
82	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
83	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
84	0.000	0.000	0.000	0.000	500.000	0.000
85	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
86	0.000	0.000	300.000	0.000	850.000	0.000
87	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
88	0.000	0.000	0.000	0.000	300.000	0.000
89	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
90	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
91	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
92	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
93	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

52	88	0	0.0980	300.00	0	34.19	4
57	81	0	0.0219	550.00	0	58.89	4
43	88	0	0.1816	250.00	0	39.56	4
73	82	0	0.0374	550.00	0	97.96	4
27	89	0	0.0267	450.00	0	13.27	4
74	89	0	0.0034	550.00	0	14.57	4
73	89	0	0.0246	550.00	0	66.65	4
79	83	0	0.0457	350.00	0	15.40	4
8	67	0	0.2240	250.00	0	29.20	4
39	86	0	0.0545	350.00	0	9.88	4
25	28	1	0.0565	320.00	0	9.77	4
25	29	1	0.0570	320.00	0	9.88	4
13	14	2	0.0009	350.00	0	3.90	4
13	20	1	0.0178	350.00	0	5.74	4
13	23	1	0.0277	350.00	0	7.01	4
14	31	2	0.1307	250.00	0	18.62	4
14	18	2	0.1494	250.00	0	20.23	4
14	60	2	0.1067	300.00	0	15.98	4
2	4	2	0.0271	350.00	0	6.66	4
2	9	1	0.0122	350.00	0	5.28	4
2	83	1	0.0200	570.00	0	5.97	4
9	83	1	0.0200	400.00	0	5.97	4
15	18	1	0.0365	450.00	0	7.93	4
15	17	1	0.0483	320.00	0	9.42	4
15	20	1	0.0513	320.00	0	9.65	4
15	76	1	0.0414	320.00	0	9.88	4
15	24	1	0.0145	350.00	0	5.28	4
37	61	1	0.0139	350.00	0	4.94	4
19	61	2	0.1105	250.00	0	16.09	4
61	68	1	0.0789	250.00	0	12.41	4
37	68	1	0.0544	320.00	0	9.65	4
40	68	1	0.1320	320.00	0	18.16	4
12	75	1	0.0641	320.00	0	11.49	4
24	75	1	0.0161	350.00	0	5.51	4
35	36	1	0.2074	250.00	0	27.36	4
27	35	1	0.1498	250.00	0	22.07	4
35	44	2	0.1358	250.00	0	20.35	4
38	68	1	0.0389	350.00	0	7.93	4
38	39	1	0.0300	350.00	0	6.32	4
27	80	1	0.0242	350.00	0	7.01	4
44	80	1	0.1014	250.00	0	17.59	4
56	81	1	0.0114	550.00	0	32.86	4
45	54	1	0.0946	320.00	0	13.56	4
45	50	2	0.0070	350.00	0	4.36	4
10	78	1	0.0102	350.00	0	4.94	4
7	78	1	0.0043	350.00	0	4.13	4
30	64	1	0.1533	250.00	0	20.58	4
30	65	1	0.0910	250.00	0	13.68	4
30	72	2	0.0173	350.00	0	5.51	4
55	57	1	0.0174	600.00	0	46.81	4
57	84	1	0.0087	600.00	0	26.66	4
55	84	1	0.0087	600.00	0	26.66	4
56	57	2	0.0240	600.00	0	62.62	4
9	77	1	0.0190	350.00	0	5.86	4
77	79	1	0.0097	350.00	0	5.17	4
1	59	2	0.0232	350.00	0	6.20	4
59	67	2	0.1180	250.00	0	16.67	4
8	59	2	0.1056	250.00	0	15.40	4
1	3	1	0.1040	250.00	0	15.86	4

3	71	1	0.0136	450.00	0	5.17	4
3	6	1	0.0497	350.00	0	9.42	4
55	62	1	0.0281	550.00	0	70.99	4
47	52	1	0.0644	350.00	0	10.57	4
51	52	1	0.0859	250.00	0	12.87	4
29	31	2	0.1042	250.00	0	32.98	4
41	42	1	0.0094	350.00	0	4.71	4
40	42	1	0.0153	350.00	0	5.17	4
46	53	2	0.1041	250.00	0	14.60	4
46	51	1	0.1141	250.00	0	16.32	4
69	70	2	0.0228	350.00	0	6.20	4
66	69	2	0.1217	250.00	0	17.13	4
9	69	2	0.1098	350.00	0	15.75	4
60	69	2	0.0906	350.00	0	13.68	4
31	32	1	0.0259	350.00	0	6.55	4
32	34	1	0.0540	350.00	0	9.77	4
16	18	1	0.0625	350.00	0	10.92	4
16	23	1	0.0238	350.00	0	6.89	4
16	21	1	0.0282	350.00	0	6.89	4
31	34	1	0.0792	250.00	0	12.41	4
31	33	2	0.0248	350.00	0	6.43	4
31	60	2	0.1944	250.00	0	25.98	4
31	72	2	0.0244	350.00	0	6.32	4
47	54	2	0.1003	250.00	0	14.25	4
47	49	2	0.0942	250.00	0	13.56	4
18	58	2	0.0212	350.00	0	5.74	4
18	20	1	0.0504	350.00	0	9.54	4
18	66	2	0.0664	350.00	0	11.38	4
18	21	1	0.0348	350.00	0	7.47	4
18	22	1	0.0209	350.00	0	6.43	4
19	22	1	0.0691	350.00	0	11.72	4
4	5	3	0.0049	350.00	0	4.25	4
5	6	2	0.0074	350.00	0	4.48	4
17	23	1	0.0913	250.00	0	12.99	4
17	76	1	0.0020	350.00	0	3.90	4
12	17	1	0.0086	350.00	0	4.71	4
1	71	2	0.0841	250.00	0	14.37	4
1	8	1	0.0810	250.00	0	13.22	4
1	11	1	0.0799	250.00	0	12.53	4
4	36	2	0.0850	250.00	0	13.56	4
19	58	1	0.0826	320.00	0	11.72	4
27	64	1	0.0280	350.00	0	6.78	4
27	28	1	0.0238	350.00	0	6.20	4
27	44	1	0.0893	250.00	0	16.32	4
26	27	1	0.0657	350.00	0	10.92	4
27	29	1	0.0166	350.00	0	5.05	4
19	66	1	0.0516	350.00	0	9.31	4
73	74	1	0.0214	600.00	0	58.28	4
64	65	1	0.0741	350.00	0	11.84	4
29	64	1	0.0063	350.00	0	4.36	4
4	34	2	0.1016	270.00	0	14.94	4
34	70	2	0.0415	350.00	0	8.27	4
33	34	1	0.1139	320.00	0	16.32	4
8	71	1	0.0075	400.00	0	4.48	4
54	63	3	0.0495	320.00	0	9.08	4
48	63	1	0.0238	350.00	0	6.32	4

67	68	2	0.1660	250.00	0	22.07	4
39	68	1	0.0145	350.00	0	5.28	4
8	9	1	0.0168	350.00	0	5.97	4
79	87	1	0.0071	350.00	0	4.48	4
8	87	1	0.0132	350.00	0	5.17	4
39	43	1	0.1163	250.00	0	16.55	4
41	43	1	0.1142	250.00	0	16.32	4
23	24	1	0.0255	350.00	0	6.32	4
21	22	1	0.0549	350.00	0	9.88	4
26	28	1	0.0512	350.00	0	9.31	4
28	29	1	0.0281	350.00	0	6.78	4
6	10	1	0.0337	350.00	0	7.58	4
33	72	1	0.0228	350.00	0	6.20	4
39	40	2	0.1020	250.00	0	16.21	4
12	76	1	0.0081	350.00	0	4.71	4
48	54	3	0.0396	350.00	0	8.04	4
50	54	2	0.0876	250.00	0	12.87	4
62	73	1	0.0272	750.00	0	73.16	4
49	53	2	0.1008	250.00	0	14.25	4
40	41	1	0.0186	350.00	0	5.74	4
45	81	1	0.0267	450.00	0	13.27	4
64	74	1	0.0267	500.00	0	13.27	4
54	56	3	0.0267	450.00	0	13.27	4
60	62	3	0.0257	450.00	0	13.27	4
72	73	2	0.0267	500.00	0	13.27	4
19	82	1	0.0267	450.00	0	13.27	4
55	82	1	0.0290	550.00	0	77.50	4
62	82	1	0.0101	600.00	0	31.00	4
83	85	2	0.0267	450.00	0	13.27	4
82	85	1	0.0341	700.00	0	89.90	4
19	86	1	0.1513	300.00	0	20.92	4
68	86	1	0.0404	350.00	0	8.27	4
7	90	2	0.0050	350.00	0	4.25	4
3	90	1	0.0074	350.00	0	4.59	4
90	91	1	0.0267	550.00	0	13.27	4
85	91	1	0.0139	600.00	0	40.30	4
11	92	1	0.0267	450.00	0	13.27	4
1	93	1	0.0267	450.00	0	13.27	4
92	93	1	0.0097	600.00	0	30.07	4
91	92	1	0.0088	600.00	0	27.59	4

Sistema de prueba IEEE-118

Barra	Tipo de barra	Generación (MW)	Carga (MW)
1	0	54.14	0
2	0	21.23	0
3	0	41.4	0
4	0	31.85	30
5	0	0	0
6	0	55.2	30
7	0	20.17	0
8	0	0	30
9	0	0	0
10	0	0	300
11	0	74.31	0
12	0	49.89	300
13	0	36.09	0
14	0	14.86	0
15	0	95.54	30
16	0	26.54	0
17	0	11.68	0
18	0	63.69	100
19	0	47.77	30
20	0	19.11	0
21	0	14.86	0
22	0	10.62	0
23	0	7.43	0
24	0	0	30
25	0	0	300
26	0	0	350
27	0	65.82	30
28	0	18.05	0
29	0	25.48	0
30	0	0	0
31	0	45.65	30
32	0	62.63	100
33	0	24.42	0
34	0	62.63	30
35	0	35.03	0

36	0	32.91	100
37	0	0	0
38	0	0	0
39	0	27	0
40	0	20	30
41	0	37	0
42	0	37	30
43	0	18	0
44	0	16	0
45	0	53	0
46	0	28	100
47	0	34	0
48	0	20	0
49	0	87	250
50	0	17	0
51	0	17	0
52	0	18	0
53	0	23	0
54	0	113	250
55	0	63	100
56	0	84	100
57	0	12	0
58	0	12	0
59	0	277	200
60	0	78	0
61	0	0	200
62	0	77	100
63	0	0	0
64	0	0	0
65	1	0	420
66	0	39	420
67	0	28	0
68	0	0	0
69	0	0	300
70	0	66	80
71	0	0	0
72	0	0	30
73	0	0	30
74	0	68	20
75	0	47	0
76	0	68	100
77	0	61	100
78	0	71	0

79	0	39	0
80	0	130	300
81	0	0	0
82	0	54	100
83	0	20	0
84	0	11	0
85	0	24	30
86	0	21	0
87	0	0	300
88	0	48	0
89	0	0	200
90	0	78	20
91	0	0	50
92	0	65	300
93	0	12	0
94	0	30	0
95	0	42	0
96	0	38	0
97	0	15	0
98	0	34	0
99	0	0	300
100	0	37	300
101	0	22	0
102	0	5	0
103	0	23	20
104	0	38	100
105	0	31	100
106	0	43	0
107	0	28	20
108	0	2	0
109	0	8	0
110	0	39	50
111	0	0	100
112	0	25	100
113	0	0	100
114	0	8.49	0
115	0	23.35	0
116	0	0	50
117	0	21.23	0
118	0	33	0

Características de las líneas.

Corredor	De	Para	Capacidad (p.u)	Reactancia (p.u)	Costo	Línea existente	# Max de Circuitos
1	1	2	175	0.0999	13.605	1	5
2	1	3	175	0.0424	13.605	1	5
3	4	5	500	0.00798	6.815	1	5
4	3	5	175	0.108	13.605	1	5
5	5	6	175	0.054	13.605	1	5
6	6	7	175	0.0208	13.605	1	5
7	8	9	500	0.0305	6.815	1	5
8	5	8	500	0.0267	6.815	1	5
9	9	10	500	0.0322	6.815	1	5
10	4	11	175	0.0688	13.605	1	5
11	5	11	175	0.0682	13.605	1	5
12	11	12	175	0.0196	13.605	1	5
13	2	12	175	0.0616	13.605	1	5
14	3	12	175	0.16	13.605	1	5
15	7	12	175	0.034	13.605	1	5
16	11	13	175	0.0731	13.605	1	5
17	12	14	175	0.0707	13.605	1	5
18	13	15	175	0.2444	13.605	1	5
19	14	15	175	0.195	13.605	1	5
20	12	16	175	0.0834	13.605	1	5
21	15	17	500	0.0437	6.815	1	5
22	16	17	175	0.1801	13.605	1	5
23	17	18	175	0.0505	13.605	1	5
24	18	19	175	0.0493	13.605	1	5
25	19	20	175	0.117	13.605	1	5
26	15	19	175	0.0394	13.605	1	5
27	20	21	175	0.0849	13.605	1	5
28	21	22	175	0.097	13.605	1	5
29	22	23	175	0.159	13.605	1	5
30	23	24	175	0.0492	13.605	1	5
31	23	25	500	0.08	6.815	1	5
32	25	26	500	0.0382	6.815	1	5
33	25	27	500	0.163	6.815	1	5
34	27	28	175	0.0855	13.605	1	5
35	28	29	175	0.0943	13.605	1	5
36	17	30	500	0.0388	6.815	1	5
37	8	30	175	0.0504	13.605	1	5
38	26	30	500	0.086	6.815	1	5

39	17	31	175	0.1563	13.605	1	5
40	29	31	175	0.0331	13.605	1	5
41	23	32	140	0.1153	10.884	1	5
42	31	32	175	0.0985	13.605	1	5
43	27	32	175	0.0755	13.605	1	5
44	15	33	175	0.1244	13.605	1	5
45	19	34	175	0.247	13.605	1	5
46	35	36	175	0.0102	13.605	1	5
47	35	37	175	0.0497	13.605	1	5
48	33	37	175	0.142	13.605	1	5
49	34	36	175	0.0268	13.605	1	5
50	34	37	500	0.0094	6.815	1	5
51	37	38	500	0.0375	6.815	1	5
52	37	39	175	0.106	13.605	1	5
53	37	40	175	0.168	13.605	1	5
54	30	38	175	0.054	13.605	1	5
55	39	40	175	0.0605	13.605	1	5
56	40	41	175	0.0487	13.605	1	5
57	40	42	175	0.183	13.605	1	5
58	41	42	175	0.135	13.605	1	5
59	43	44	175	0.2454	13.605	1	5
60	34	43	175	0.1681	13.605	1	5
61	44	45	175	0.0901	13.605	1	5
62	45	46	175	0.1356	13.605	1	5
63	46	47	175	0.127	13.605	1	5
64	46	48	175	0.189	13.605	1	5
65	47	49	175	0.0625	13.605	1	5
66	42	49	175	0.323	13.605	3	5
67	45	49	175	0.186	13.605	1	5
68	48	49	175	0.0505	13.605	1	5
69	49	50	175	0.0752	13.605	1	5
70	49	51	175	0.137	13.605	1	5
71	51	52	175	0.0588	13.605	1	5
72	52	53	175	0.1635	13.605	1	5
73	53	54	175	0.122	13.605	1	5
74	49	54	175	0.289	13.605	1	5
75	49	54	175	0.291	13.605	2	5
76	54	55	175	0.0707	13.605	1	5
77	54	56	175	0.00955	13.605	1	5
78	55	56	175	0.0151	13.605	1	5
79	56	57	175	0.0966	13.605	1	5

80	50	57	175	0.134	13.605	1	5
81	56	58	175	0.0966	13.605	1	5
82	51	58	175	0.0719	13.605	1	5
83	54	59	175	0.2293	13.605	1	5
84	56	59	175	0.251	13.605	1	5
85	56	59	175	0.239	13.605	2	5
86	55	59	175	0.2158	13.605	1	5
87	59	60	175	0.145	13.605	1	5
88	59	61	175	0.15	13.605	1	5
89	60	61	500	0.0135	6.815	1	5
90	60	62	175	0.0561	13.605	1	5
91	61	62	175	0.0376	13.605	1	5
92	59	63	500	0.0386	6.815	1	5
93	63	64	500	0.02	6.815	1	5
94	61	64	500	0.0268	6.815	1	5
95	38	65	500	0.0986	6.815	1	5
96	64	65	500	0.0302	6.815	1	5
97	49	66	500	0.0919	6.815	3	5
98	62	66	175	0.218	13.605	1	5
99	62	67	175	0.117	13.605	1	5
100	65	66	500	0.037	6.815	1	5
101	66	67	175	0.1015	13.605	1	5
102	65	68	500	0.016	6.815	1	5
103	47	69	175	0.2778	13.605	1	5
104	49	69	175	0.324	13.605	1	5
105	68	69	500	0.037	6.815	1	5
106	69	70	500	0.127	6.815	1	5
107	24	70	175	0.4115	13.605	1	5
108	70	71	175	0.0355	13.605	1	5
109	24	72	175	0.196	13.605	1	5
110	71	72	175	0.18	13.605	1	5
111	71	73	175	0.0454	13.605	1	5
112	70	74	175	0.1323	13.605	1	5
113	70	75	175	0.141	13.605	1	5
114	69	75	500	0.122	6.815	1	5
115	74	75	175	0.0406	13.605	1	5
116	76	77	175	0.148	13.605	1	5
117	69	77	175	0.101	13.605	1	5
118	75	77	175	0.1999	13.605	1	5
119	77	78	175	0.0124	13.605	1	5
120	78	79	175	0.0244	13.605	1	5

121	77	80	500	0.0485	6.815	1	5
122	77	80	500	0.105	6.815	2	5
123	79	80	175	0.0704	13.605	1	5
124	68	81	500	0.0202	6.815	1	5
125	80	81	500	0.037	6.815	1	5
126	77	82	200	0.0853	127.218	1	5
127	82	83	200	0.03665	127.218	1	5
128	83	84	175	0.132	13.605	1	5
129	83	85	175	0.148	13.605	1	5
130	84	85	175	0.0641	13.605	1	5
131	85	86	500	0.123	6.815	1	5
132	86	87	500	0.2074	6.815	1	5
133	85	88	175	0.102	13.605	1	5
134	85	89	175	0.173	13.605	1	5
135	88	89	500	0.0712	6.815	1	5
136	89	90	500	0.188	6.815	1	5
137	89	90	500	0.0997	6.815	2	5
138	90	91	175	0.0836	13.605	1	5
139	89	92	500	0.0505	6.815	1	5
140	89	92	500	0.1581	6.815	2	5
141	91	92	175	0.1272	13.605	1	5
142	92	93	175	0.0848	13.605	1	5
143	92	94	175	0.158	13.605	1	5
144	93	94	175	0.0732	13.605	1	5
145	94	95	175	0.0434	13.605	1	5
146	80	96	175	0.182	13.605	1	5
147	82	96	175	0.053	13.605	1	5
148	94	96	175	0.0869	13.605	1	5
149	80	97	175	0.0934	13.605	1	5
150	80	98	175	0.108	13.605	1	5
151	80	99	200	0.206	127.218	1	5
152	92	100	175	0.295	13.605	1	5
153	94	100	175	0.058	13.605	1	5
154	95	96	175	0.0547	13.605	1	5
155	96	97	175	0.0885	13.605	1	5
156	98	100	175	0.179	13.605	1	5
157	99	100	175	0.0813	13.605	1	5
158	100	101	175	0.1262	13.605	1	5
159	92	102	175	0.0559	13.605	1	5
160	101	102	175	0.112	13.605	1	5
161	100	103	500	0.0525	6.815	1	5

162	100	104	175	0.204	13.605	1	5
163	103	104	175	0.1584	13.605	1	5
164	103	105	175	0.1625	13.605	1	5
165	100	106	175	0.229	13.605	1	5
166	104	105	175	0.0378	13.605	1	5
167	105	106	175	0.0547	13.605	1	5
168	105	107	175	0.183	13.605	1	5
169	105	108	175	0.0703	13.605	1	5
170	106	107	175	0.183	13.605	1	5
171	108	109	175	0.0288	13.605	1	5
172	103	110	175	0.1813	13.605	1	5
173	109	110	175	0.0762	13.605	1	5
174	110	111	175	0.0755	13.605	1	5
175	110	112	175	0.064	13.605	1	5
176	17	113	175	0.0301	13.605	1	5
177	32	113	500	0.203	6.815	1	5
178	32	114	175	0.0612	13.605	1	5
179	27	115	175	0.0741	13.605	1	5
180	114	115	175	0.0104	13.605	1	5
181	68	116	500	0.00405	6.815	1	5
182	12	117	175	0.14	13.605	1	5
183	75	118	175	0.0481	13.605	1	5
184	76	118	175	0.0544	13.605	1	5