

**MODELO PROSPECTIVO PARA UN PORTAFOLIO DE RENTA VARIABLE EN LA  
BOLSA DE VALORES DE NEW YORK.**

CAROLINA JARA ACEVEDO

JESSICA TATIANA RAMÍREZ RAMÍREZ

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

FACULTAD DE CIENCIAS EMPRESARIALES

MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN ECONÓMICA Y FINANCIERA

PEREIRA, RISARALDA

2020

**MODELO PROSPECTIVO PARA UN PORTAFOLIO DE RENTA VARIABLE EN LA  
BOLSA DE VALORES DE NEW YORK.**

CAROLINA JARA ACEVEDO

JESSICA TATIANA RAMÍREZ RAMÍREZ

Tesis presentada como requisito para optar al título de:  
MAGÍSTER EN ADMINISTRACIÓN ECONÓMICA Y FINANCIERA

Director

MSC. Eduardo Arturo Cruz Trejos

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
FACULTAD DE CIENCIAS EMPRESARIALES  
MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN ECONÓMICA Y FINANCIERA  
PEREIRA, RISARALDA

2020

Nota de Aceptación

---

---

---

---

---

---

Firma del presidente del Jurado

---

Firma del Jurado

---

Firma del Jurado

## TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN .....	2
SUMMARY .....	3
INTRODUCCIÓN .....	4
CAPÍTULO I .....	6
EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN .....	6
1.1 Antecedentes de la idea .....	6
1.2 Situación problema .....	10
1.3 Definición del problema .....	11
1.4 Hipótesis .....	11
1.5 Objetivo general .....	11
1.6 Objetivos específicos .....	11
1.7 Justificación del estudio .....	12
1.8 Beneficios que conlleva .....	12
1.9 Limitaciones previsibles .....	13
CAPÍTULO II .....	14
MARCO REFERENCIAL .....	14
2.1 Marco Teórico .....	14
2.1.1 Mercados financieros .....	14
2.1.1.2 Funciones del mercado financiero .....	15
2.1.2 Estructura del mercado de valores .....	15
2.1.2.1 Mercado de capitales .....	16
2.1.2.3 Elementos que conforman el Mercado de Capitales .....	16
2.1.2.4 Clasificación de las Acciones según el comportamiento del Mercado .....	16
2.1.3 Principales bolsas de valores del mundo .....	17
2.1.4 Bolsas de valores de Estados Unidos .....	19
2.2 Marco Conceptual .....	19
2.2.1 Acciones .....	20
2.2.2 Portafolios de Inversión .....	20
2.2.3 Riesgos en portafolios de inversión .....	20
2.2.4 Perfil del inversionista .....	21
2.2.5 Instrumentos de inversión .....	21
2.2.6 Selección de Instrumentos de inversión .....	23
2.2.7 Modelos de selección de portafolios .....	24
2.2.8 Métodos Metaheurísticos .....	26
2.3 Marco Normativo .....	28
2.3.1 Regulación de mercados internacionales .....	28
2.3.1.1 Organización Internacional de Comisiones de Valores (OICV) .....	28
2.3.1.2 Comité de Basilea de Supervisión Bancaria (CBSB) .....	28
2.3.2 Regulación bolsa de valores de New York .....	29
2.4 Marco Filosófico .....	31
2.5 Marco Situacional .....	31
2.5.1 Reseña Bolsa de Valores de New York .....	31
2.5.2 Operatividad en la Bolsa de Nueva York .....	33

	iii
2.5.3 Índices bursátiles .....	34
2.6 Glosario.....	35
CAPÍTULO III.....	39
DISEÑO METODOLÓGICO .....	39
3.1 Método de Investigación.....	39
3.2 Tipo de investigación.....	39
3.3 Tipo de estudio .....	39
3.4 Universo.....	40
3.5 Población o Muestra .....	40
3.6 Delimitaciones del estudio .....	40
3.7 Etapas de Investigación .....	40
3.8 Variables e indicadores.....	43
3.9 Instrumento para la recolección de la información .....	44
3.9.1 Diseño de la encuesta.....	44
3.10 Procesamiento y análisis de la información.....	47
CAPÍTULO IV .....	48
DIAGNÓSTICO OBTENIDO.....	48
4.1 Informe de los resultados obtenidos en la encuesta .....	48
CAPITULO V.....	54
PROPUESTA .....	54
5. Desarrollo Etapas de la Investigación .....	54
5.1 Etapa I: Clasificación y selección de las acciones que conformarán el portafolio .....	55
5.2 Etapa II: Selección de los métodos requeridos para optimizar el portafolio de inversión de renta variable.....	61
5.2.1 Método de optimización de Markowitz a través del Complemento “Solver”.....	61
5.2.2 Método de optimización a través de Risk Simulator .....	72
5.2.3 Selección del portafolio óptimo usando la meta heurística de Algoritmo Genético ...	76
5.2.4 Cuadro comparativo Métodos para optimizar Portafolios de Inversión .....	84
5.3 Etapa III: Caracterización del perfil de riesgo del inversionista .....	85
5.3.1 Escala de riesgo para cada perfil inversionista.....	85
5.4 Etapa IV: Determinación de la composición del portafolio optimizado. ....	86
5.5 Etapa V: Evaluación del modelo a través del VaR .....	92
5.5.1 Prueba de Backtesting.....	92
5.5.2 Prueba de Kupiec .....	93
5.6 Etapa VI: Aplicación de Cadenas de Markov al Portafolio Óptimo .....	97
5.7 Etapa VII: Evaluación de la confiabilidad del modelo.....	103
CAPITULO VI .....	107
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	107
6.1 CONCLUSIONES .....	107
6.2 RECOMENDACIONES .....	110
BIBLIOGRAFÍA .....	112
ANEXOS .....	116

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Principales Modelos de selección de portafolios .....	26
Tabla 2. Regulación Mercado de Valores Estadounidense .....	30
Tabla 3. Etapas de la Investigación.....	41
Tabla 4. Variables de la investigación. ....	43
Tabla 5. Ficha Técnica Encuesta .....	44
Tabla 6. Caracterización del Perfil de Riesgo del Inversionista .....	48
Tabla 7. Pregunta 1. ¿Cuál es la finalidad de su inversión? .....	49
Tabla 8. Pregunta 2. ¿En qué rango de edad se encuentra?.....	50
Tabla 9. Pregunta 3. ¿En cuánto tiempo planea disponer de los recursos invertidos?.....	50
Tabla 10. Pregunta 4. ¿Con cuáles de las siguientes inversiones ha tenido alguna experiencia? ..	51
Tabla 11. Pregunta 5. ¿En una eventual desvalorización de su portafolio que nivel de pérdida máxima estaría dispuesto a aceptar? .....	52
Tabla 12. Pregunta 6. ¿Durante cuantos meses consecutivos estaría dispuesto a tolerar rentabilidades negativas en su inversión?.....	52
Tabla 13. Pregunta 7. ¿Qué tipo de inversión prefiere? .....	53
Tabla 14. Rentabilidad diaria por acción.....	62
Tabla 15. Rentabilidad y riesgo promedio por acción .....	63
Tabla 16. Matriz de Varianza – Covarianza .....	63
Tabla 17. Matriz Portafolio de Inversión .....	65
Tabla 18. Resultado Mínimo Riesgo del Portafolio.....	66
Tabla 19. Resultado Máxima rentabilidad del Portafolio.....	67
Tabla 20. Límites de la Frontera Eficiente .....	67
Tabla 21. Construcción de coordenadas para la Frontera Eficiente del Portafolio Optimizado ...	68
Tabla 22. Rentabilidad y riesgo por acción software Risk Simulator.....	73
Tabla 23. Composición de los Portafolios de Inversión a través del Software Risk Simulator ...	75
Tabla 24. Rentabilidad esperada, varianza y riesgo.....	77
Tabla 25. Matriz de Varianza – Covarianza .....	77
Tabla 26. Función fitness- Nivel de participación.....	78
Tabla 27. Creación de la población de los padres.....	80

Tabla 28. Cruzamiento de padres.....	81
Tabla 29. Resultados Modelo Algoritmo Genético .....	83
Tabla 30. Métodos para optimizar Portafolios de Inversión en renta variable .....	84
Tabla 31. Riesgo de desvalorización aceptado por el Inversionista .....	87
Tabla 32. Propuesta No. 1 Portafolios conformados por IBM, JNJ, KO, MMM y PFE .....	87
Tabla 33. Preselección de las acciones para Optimizar el Portafolio de Inversión .....	89
Tabla 34. Rentabilidad y riesgo por acción portafolio de Inversión No. 2 .....	90
Tabla 35. Matriz Portafolio de Inversión No.2 Minimizando el Riesgo.....	90
Tabla 36. Matriz Portafolio de Inversión No. 2 Maximizando la Rentabilidad .....	91
Tabla 37. Propuesta No. 2 Portafolios conformados por MCD, JNJ, KO, MMM y PFE.....	91
Tabla 38. Riesgo de desvalorización de acuerdo al perfil inversionista. ....	91
Tabla 39. Región de no rechazo para el número de observaciones fuera del VaR. ....	94
Tabla 40. Prueba de Backtesting Acción KO .....	95
Tabla 41. Resultados Prueba de Kupiec .....	96
Tabla 42. Cálculo Coeficiente de determinación acción MCD .....	99
Tabla 43. Construcción Matriz de transición Cadenas de Markov .....	100
Tabla 44. Matriz de estados acción MCD .....	100
Tabla 45. Evaluación de la prospección del modelo acción JNJ .....	101
Tabla 46. Matriz de transición acción JNJ .....	102
Tabla 47. Validación del Modelo acción JNJ .....	102
Tabla 48. Pruebas periodos de evaluación Portafolio de Inversión .....	102
Tabla 49. Flujo de caja del Portafolio de inversión optimizado .....	104
Tabla 50. Cálculo VPN Portafolio de inversión primera semana enero año 2020 .....	106

## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Modelo CAPM .....	7
Ilustración 2. Estructura del mercado de valores .....	15
Ilustración 3. Tipos de instrumentos financieros .....	22
Ilustración 4. Resultados Encuesta Perfil Riesgo del Inversionista .....	49
Ilustración 5. Diagrama de Flujo Propuesta: Modelo prospectivo .....	54
Ilustración 6. Pre-selección de las acciones para conformar el portafolio de Inversión .....	59
Ilustración 7. Acciones seleccionadas para conformar el portafolio de Inversión .....	60
Ilustración 8. Cálculo de la rentabilidad, la varianza y el riesgo en Excel .....	64
Ilustración 9. Cálculo del riesgo mínimo del portafolio usando complemento Solver .....	66
Ilustración 10. Gráfica de la Frontera Eficiente Perfil Conservador .....	69
Ilustración 11. Función matemática de la Frontera Eficiente .....	70
Ilustración 12. Frontera Eficiente Portafolio de Inversión Perfil Agresivo .....	71
Ilustración 13. Frontera Eficiente Portafolio de Inversión Perfil Moderado .....	72
Ilustración 14. Ajuste de Distribución de Variables Múltiples .....	72
Ilustración 15. Maximización de rentabilidad a través del Software Risk Simulator .....	74
Ilustración 16. Minimización del riesgo a través del Software Risk Simulator .....	75
Ilustración 17. Participación de las acciones en la cadena binaria .....	78
Ilustración 18. Frontera Eficiente según el nivel de riesgo .....	85
Ilustración 19. Escala de rentabilidad y riesgo diario de acuerdo al perfil del inversionista .....	85
Ilustración 20. Escala de rentabilidad y riesgo anual de acuerdo al perfil del inversionista .....	86
Ilustración 21. Rentabilidad vs VaR - Acción KO .....	95
Ilustración 22. Precios de cierre acción McDonald's (MCD) .....	97
Ilustración 23. Comprobación de la propiedad Markoviana acción MCD .....	98

## ÍNDICE DE ECUACIONES

Ecuación 1. Cálculo de la rentabilidad y el riesgo Teoría de Markowitz .....	24
Ecuación 2. Cálculo rentabilidad Modelo CAPM .....	25
Ecuación 3. Cálculo del tamaño de la muestra para una población finita.....	46
Ecuación 4. Margen bruto de utilidad .....	56
Ecuación 5. Rentabilidad sobre ventas.....	56
Ecuación 6. Rentabilidad sobre activos.....	56
Ecuación 7. Rentabilidad sobre el patrimonio .....	56
Ecuación 8. Razón corriente .....	57
Ecuación 9. Prueba ácida.....	57
Ecuación 10. Endeudamiento .....	57
Ecuación 11. Autonomía .....	57
Ecuación 12. Índice de desarrollo de nuevos productos .....	57
Ecuación 13. Q de Tobin.....	58
Ecuación 14. Rentabilidad.....	62
Ecuación 15. Rentabilidad del Portafolio de inversión.....	64
Ecuación 16. Riesgo del portafolio .....	64
Ecuación 17. Función Inversa de la Frontera Eficiente Perfil de riesgo Conservador .....	70
Ecuación 18. Pendiente de la función de utilidad Perfil Moderado.....	71
Ecuación 19. Función fitness .....	78
Ecuación 20. Sucesión exponencial de base dos $2^n$ .....	79
Ecuación 21. Valor en Riesgo .....	92
Ecuación 22. Estadístico LR.....	94

## ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo A. Análisis crítico revisión bibliográfica

Anexo B. Análisis fundamental y preselección de acciones

Anexo C. Tabulación Encuestas Perfil de Riesgo del Inversionista

Anexo D. Métodos de optimización Solver y Risk Simulator

Anexo E. Método de optimización Algoritmo Genético

Anexo F. Prueba de Backtesting – Prueba de Kupiec

Anexo G: Aplicación Cadenas de Markov

Anexo H: Evaluación de la prospección del modelo

## RESUMEN

Este proyecto investigativo presenta un modelo prospectivo para un portafolio de inversión en renta variable conformado por acciones de la Bolsa de valores de New York.

Dicho modelo, fue desarrollado a través una metodología sistemática, la cual inicia con la preselección de cinco acciones inscritas en el Índice Dow Jones, posteriormente, se aplica la Teoría de Portafolios de Markowitz en tres métodos de optimización: Complemento Solver de Excel, el Software Risk Simulator y el Algoritmo Genético perfeccionado con la función fitness de menor riesgo, con el propósito de construir la frontera eficiente y una función de utilidad para cada perfil de inversionista.

A partir de ello, se calcula el Valor en Riesgo para cada una de las acciones y se determina la eficiencia del método implementado a través del Backtesting y la Prueba de Kupiec.

Finalmente, se construye la matriz de transición para cada activo, se evalúa la prospección del modelo en un periodo de negociación, aplicando la metodología de las Cadenas de Markov y se determina el flujo de caja del portafolio de inversión; aportando un conjunto de herramientas dinámicas de fácil comprensión y usabilidad, ajustables a los diferentes perfiles de riesgo, que permiten proyectar las tendencias del mercado accionario, incentivando la inversión de excedentes de capital en activos financieros, en especial en el mercado accionario extranjero.

## SUMMARY

This investigative project presents a Prospective Model for a portfolio of investment in equities formed by shares of the New York Stock Exchange.

This model was developed from the application of a systematic methodology, which begins with the preselection of five shares registered in the Dow Jones Index, subsequently, the Markowitz Portfolio Theory is applied in three optimization methods: the Solver Complement, the Software Risk Simulator and the Genetic Algorithm perfected with the lower risk fitness function, with the purpose of building the efficient frontier and a utility function for each investor profile.

From this, the Value at Risk is calculate for each share and determine the efficiency of the method implemented through Backtesting and the Kupiec Test.

Finally, the transition matrix for each asset is constructed and the prospecting of the model in a trading period is evaluated, applying the Markov Chains methodology and determining the cash flow of the investment portfolio; providing a set of dynamic tools of easy compression and usability, adjustable to different risk profiles, which allows to project the trends of the stock market, encouraging the investment of capital surpluses in financial assets, especially in the foreign stock market.

## INTRODUCCIÓN

La presente investigación propone un modelo prospectivo para un portafolio de inversión conformado por acciones que cotizan en la Bolsa de Valores de New York; la Bolsa más importante del mundo en la actualidad, debido a su capitalización bursátil y la cantidad de empresas adscritas.

Si bien, en los últimos 70 años se ha evidenciado el avance y el desarrollo de diferentes técnicas de optimización de portafolios, gracias a los aportes de autores como: Markowitz (1952), Sharpe (1964), Ross (1976) y Black & Litterman (1992), el Mercado Financiero constituye un universo de diversas alternativas de inversión, generando consigo dificultad para conformar una cartera eficiente que responda a las expectativas, etapa de vida, situación económica y metas de cada inversor.

Consecuentemente, la volatilidad del mercado, la incertidumbre, las tasas de interés, las fluctuaciones en el mercado cambiario, los precios de acciones y demás factores inherentes a los procesos de inversión generan conflicto para para predecir, identificar, medir y gestionar el riesgo financiero al que se enfrenta cada inversionista.

Por tanto, se hace necesario consolidar una herramienta confiable que facilite la conformación de portafolios de inversión diversificados y eficientes, a través de la inclusión de variables tales como; la rentabilidad, la liquidez, el riesgo y probabilidad de tendencia para cada activo seleccionado, teniendo en cuenta la oportunidad que ofrece el sector financiero para adquirir activos de renta variable a nivel mundial, los cuales incentivan al inversionista a multiplicar el capital invertido con rentabilidades superiores a las ofrecidas por instrumentos de renta fija.

En consecuencia, la metodología empleada en el presente proyecto se enfoca en la solución de un problema combinatorial a través de un modelo cuadrático multiobjetivo. Para ello, inicialmente se realiza la selección de las acciones que conforman el portafolio a través del análisis estadístico de los activos pertenecientes al índice Dow Jones; posteriormente se validan los modelos requeridos para el proceso de optimización, entre ellos se destaca la usabilidad de los algoritmos genéticos; un tipo de metaheurística que sigue una estructura de operación que imita el proceso evolutivo de los seres vivos, si bien su aplicación en el tema de selección de portafolios sigue siendo una novedad en el mercado, se ha evidenciado que dicha herramienta proporciona soluciones óptimas al problema planteado.

Adicionalmente el diseño del modelo se complementa con el uso de la función fitness basada en la teoría de Harry Markowitz, “El riesgo de un portafolio es menor que la sumatoria de los riesgos individuales de las acciones que la componen”, el cruzamiento y la mutación, para garantizar una solución óptima global en lugar de un óptimo local.

Así mismo, se implementan las cadenas de Markov, las cuales permitan determinar la probabilidad y tendencia de los activos seleccionados, en aras de consolidar un plan de negociación proyectado a corto plazo, el cual posteriormente es evaluado a través de la confrontación con los resultados obtenidos en un periodo determinado.

En conclusión, el propósito del presente trabajo de investigación radica en contribuir a la educación financiera de inversionistas y ahorradores en la comprensión del comportamiento de las acciones, la construcción y entendimiento de los portafolios de inversión a través del uso de una herramienta prospectiva, que puede adaptarse a diferentes instrumentos de inversión.

## CAPÍTULO I

### EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

#### 1.1 Antecedentes de la idea

El trabajo de investigación propuesto: Modelo prospectivo para un portafolio de renta variable en la Bolsa de valores de New York, tiene como antecedentes teorías, artículos y tesis referentes a los modelos de optimización de carteras de inversión. (*Ver anexo A*).

En primera instancia, es fundamental el estudio de la teoría del portafolio, propuesta por Harry Markowitz (1952), Premio Nobel de economía en 1990, en la cual se analiza la dependencia de la media y de la varianza (Modelo de Media-Varianza) del valor de una cartera de activos para generalizar y predecir el comportamiento de los mercados financieros en aras de conformar una serie de portafolios eficientes, de acuerdo a la tasa de retorno esperada y el riesgo asociado a dicha inversión. (Valderrama, 2014, pág. 12).

La Teoría del Portafolio (o Teoría de Cartera) de Markowitz, estableció los beneficios de la diversificación y formuló la línea del Mercado de Capitales. Esta línea tiene pendiente positiva por la relación directa entre el riesgo y el rendimiento (a mayor riesgo, mayor rendimiento). El punto donde se ubican el riesgo y el rendimiento de un activo individual está siempre por debajo de la línea del mercado de capitales; invertir en un solo activo es ineficiente, la diversificación de Cartera propuesta por Markowitz se hace cargo de esta falencia, aunque el retorno de portafolio, en conjunto, no alcanza el nivel óptimo. (Moreno, 2012)

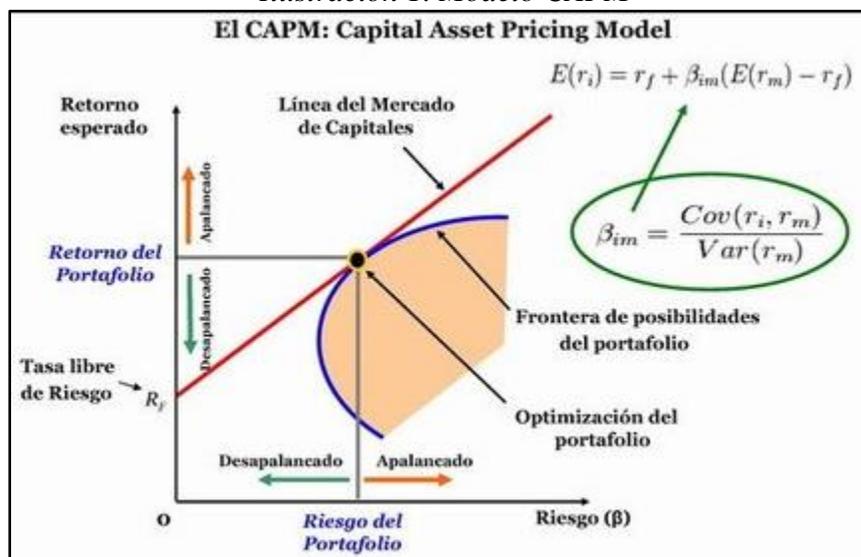
Consecuentemente, Sharpe (1964), expuso “The Capital Asset Pricing Model (CAPM)” en español “Modelo de fijación de precios de activos de capital”, en el cual se compilan ideas, como el aumento de los retornos dado un mayor nivel de exposición o de riesgo de mercado, además

de mostrar que activos con el mismo nivel de riesgo de mercado deben tener igual tasa de retorno. Moreno (2012) afirma:

Sharpe propuso optimizar el portafolio de inversión, a través de la maximización de cada uno de los activos en forma separada para obtener de este modo el portafolio más rentable. Es decir, el CAPM se ubica en la frontera del área de Markowitz y maximiza en la tangente a la línea del mercado de capitales donde el apalancamiento es igual a cero. Eso permite al CAPM construir el portafolio más óptimo al determinar con la mayor precisión los porcentajes de inversión en cada uno de los activos”. (pág. 1)

Adicionalmente, El CAPM toma en cuenta la sensibilidad del activo al riesgo no-diversificable, conocido como riesgo de mercado o riesgo sistémico, representado por el símbolo de Beta ( $\beta$ ), así como también el retorno esperado del mercado y el retorno esperado de un activo teóricamente libre de riesgo. (Moreno M. A., 2012, pág. 1)

*Ilustración 1. Modelo CAPM*



Fuente: (Moreno, 2012)

De acuerdo con la gráfica:

- $E(r_i)$  es la tasa de rendimiento esperada de capital sobre el activo  $i$ .
- $\beta_{im}$  es el Beta (cantidad de riesgo con respecto al Portafolio de Mercado)
- $E(r_m - r_f)$  es el exceso de rentabilidad del portafolio de mercado.
- $(r_m)$  Rendimiento del mercado.
- $(r_f)$  Rendimiento de un activo libre de riesgo.

Posteriormente, Lintner (1965), sustenta las teorías de Sharpe y Markowitz en lo referente a la valoración de los activos con riesgo y cuantifica los riesgos de inversión en acciones de acuerdo a la varianza y los coeficientes Beta de un conjunto de acciones americanas, a través de su investigación “*The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets*” (La valoración de los activos de riesgo y la selección de inversiones riesgosas en carteras de acciones y presupuestos de capital).

Por otra parte, con referencia a las metodologías utilizadas en la optimización de portafolios, cabe destacar el artículo “Negociación de portafolios de acciones usando la metaheurística Scatter Search” (Cruz Trejos, Restrepo, & Morales Pérez, 2006), en la cual los autores exponen como propuesta central:

[...] estructurar un proceso de decisión para la selección de portafolios a corto plazo, para ello se realiza una combinación de simulación y técnica heurística que maximiza la rentabilidad de la inversión en condiciones de bajo nivel de riesgo. La metodología propuesta consta de las siguientes etapas: selección de los instrumentos financieros que conformaran el portafolio; desarrollo del pronóstico de comportamiento de los precios de las acciones y simulación de Montecarlo de los precios esperados; optimización del portafolio a negociar (compra- venta de acciones) con el método de búsqueda dispersa y

finalmente, la realización de la negociación sugerida para cada día y evaluación de la calidad de la decisión a partir del cálculo del VPN. (pág. 9)

El artículo anteriormente citado, es una guía para el desarrollo del presente proyecto, el cual comprende etapas similares, diferenciándose principalmente por el método metaheurístico seleccionado, en este caso, algoritmos genéticos y la aplicación de herramientas robustas adicionales como lo son; las Cadenas de Markov, que permiten estructurar un modelo prospectivo.

Consecuentemente, se analizó la propuesta presentada por Cruz (2018) en su proyecto de grado “Optimización de portafolios de inversión en renta variable a través de algoritmo genético” aplicado al mercado accionario colombiano, en el cual el autor sustenta:

[...] un modelo de conformación de portafolio de inversión óptima en instrumentos de renta fija y variable a través de la utilización de Algoritmos genéticos o evolutivos, a través del cual es factible “determinar el riesgo y rentabilidad esperada del portafolio según la teoría moderna de portafolio de inversión (Harry Markowitz); presentar la adaptación de Algoritmos genéticos o evolutivos a un portafolio de inversión que minimice el riesgo; validar el modelo como herramienta metodológica y aplicar las herramientas informáticas desarrolladas por medio de Excel”. (pág. 11)

El modelo sustentado por Cruz (2018), proporciona una base para la implementación de los algoritmos genéticos en el caso de estudio, aplicado a la optimización de un portafolio compuesto por acciones ordinarias de la Bolsa de New York, tomando las mejores características de cada activo (Riesgo, rentabilidad, Bursatilidad y crecimiento).

Finalmente, Álzate (2016), manifiesta en su trabajo investigativo “*Impacto de los eventos extremos en la construcción de portafolios de inversión eficientes*”, que es factible “medir el

impacto que tienen los eventos extremos, también llamados eventos de boom o eventos de crash, según la naturaleza y consecuencias de los mismos en la construcción de portafolios de inversión eficientes, con acciones listadas en la bolsa de Nueva York, y siguiendo la metodología diseñada por Harry Markowitz en 1952”, en dicho trabajo el autor analiza la rentabilidad de los portafolios antes del evento extremo, y después de este, y estudia las consecuencias de este sobre el portafolio. El evento extremo fue la crisis económica y financiera del año 2008, que tiene sus orígenes en la crisis hipotecaria en Estados Unidos.

Siguiendo los parámetros de la hipótesis propuesta por Álzate (2016), se tendrá en cuenta en el presente proyecto, la incertidumbre en el mercado accionario de la Bolsa de New York, a través del uso de back-testing & stress-testing, con la finalidad de incluir en el modelo, el riesgo inherente ante eventos externos, haciendo uso del software Risk Simulator.

## **1.2 Situación problema**

A pesar de la existencia de diferentes técnicas, metodologías y modelos de optimización enfocados al mercado de capitales de renta variable, en la actualidad persiste la dificultad de incursionar y obtener resultados satisfactorios en este campo; tal es el caso del mercado de valores estadounidense donde actualmente operan siete bolsas de valores, siendo la principal, la Bolsa de Valores de New York (NYSE), con una capitalización bursátil de 23,12 billones de dólares a marzo de 2018, lo que supone casi el 40% del valor total del mercado de valores a nivel mundial (IG, 2018).

En consecuencia, la dificultad de conformar un portafolio de inversión, no solo es causada por el desconocimiento del mercado financiero, sino además a otros factores que se suman, como lo son; la diversidad de mercados, los diferentes instrumentos de inversión, el perfil del inversionista y la volatilidad característica del mercado de renta variable, situación que

conlleva a generar pérdidas de oportunidad, aumentar el riesgo y la incertidumbre en la inversión, afectando la conformación de portafolios eficientes.

### **1.3 Definición del problema**

¿Cómo debe ser es el modelo prospectivo para optimizar un portafolio de inversiones conformado por acciones de la Bolsa de valores de New York?

### **1.4 Hipótesis**

El diseño de un modelo prospectivo para un portafolio de inversión en renta variable conformado por acciones de la Bolsa de valores de New York, permite satisfacer las expectativas del inversionista de acuerdo al perfil de riesgo.

### **1.5 Objetivo general**

Diseñar un modelo prospectivo para optimizar un portafolio de inversiones conformado por acciones de la Bolsa de valores de New York.

### **1.6 Objetivos específicos**

- Clasificar y seleccionar las acciones que conformaran el portafolio.
- Analizar los métodos utilizados en la optimización de portafolios de inversión de renta variable.
- Caracterizar el perfil de riesgo del inversionista.
- Determinar la composición del portafolio optimizado en términos de riesgo, rentabilidad y liquidez.
- Estructurar el modelo prospectivo para el portafolio de inversiones conformado por acciones de la Bolsa de valores de New York.
- Evaluar la confiabilidad de la prospección del modelo propuesto.

## **1.7 Justificación del estudio**

La presente investigación es un aporte al conocimiento del mercado de capitales e instrumentos de renta variable, a través de una propuesta para optimizar un portafolio accionario de la Bolsa de Valores de New York, fundamentada y desarrollada a partir de una exhaustiva revisión bibliográfica, la cual se presenta en el *Anexo A*.

En consecuencia, se considera dicha propuesta de gran utilidad tanto para agentes de inversión, como para empresas y nuevos inversionistas.

Los mercados de renta variable ofrecen la oportunidad de obtener mejores rentabilidades en comparación con otros activos financieros, por esto, es de vital importancia que el instrumento propuesto se ajuste al perfil de cada persona en cuanto al riesgo dispuesto a asumir, con el fin de generar confianza y estimulación en la inversión de capital.

Los motivos que llevaron a esta investigación, en primera medida, es que gracias a la apertura económica y el desarrollo tecnológico, se han abierto nuevas oportunidades para realizar inversiones en mercados bursátiles y esta apertura ha conllevado a generar a los inversionistas, incertidumbre al momento de realizar la selección de portafolios accionarios, por lo tanto, se propone una alternativa ante dicho problema facilitándole al usuario la construcción propia de portafolios mediante una herramienta de fácil acceso y comprensión, basado en técnicas meta heurísticas de optimización.

## **1.8 Beneficios que conlleva**

La presente investigación nace de la dificultad que existe para tomar decisiones de inversión, considerando la diversidad de acciones que componen la Bolsa de Valores de New York.

Es así como, el presente trabajo de investigación puede beneficiar a los agentes de inversión, en temas tales como: deficiencias en la conformación de portafolios de inversión, pronóstico de la probabilidad de tendencia de las acciones seleccionadas, minimización del riesgo de acuerdo al perfil, maximización de la rentabilidad y la liquidez.

En consecuencia, se realiza un aporte al conocimiento en el sector económico y financiero con un impacto a corto plazo, de acuerdo a la estructuración del modelo propuesto.

En cuanto a la relación costo beneficio las autoras del presente trabajo hacen uso de herramientas y software, los cuales en su mayoría son de acceso gratuito.

Finalmente, los usuarios que también pueden beneficiarse del presente proyecto, son los investigadores en el tema de referencia, puesto que el modelo planteado puede ser tomado como punto de partida para futuras investigaciones.

### **1.9 Limitaciones previsibles**

A continuación, se relacionan las limitaciones previsibles del presente estudio de investigación:

- Dificultad de acceso y tratamiento de datos históricos que permitan realizar un análisis macro de las variables que influyen en el comportamiento de las acciones de la Bolsa de Valores New York.
- Proceso de caracterización del perfil del inversionista a través de la realización de encuestas, garantizando un tamaño de muestra representativo y la participación consciente de los actores involucrados.
- Acceso limitado al simulador Risk debido a que es un software licenciado.
- El desarrollo de la investigación involucra conocimientos especializados en programación y algoritmos de optimización.

## CAPÍTULO II

### MARCO REFERENCIAL

#### 2.1 Marco Teórico

##### 2.1.1 Mercados financieros

“Los mercados financieros son un espacio que puede ser físico o virtual, a través del cual se intercambian activos financieros entre agentes económicos y en el que se definen los precios de dichos activos” (Arias, s.f).

Los mercados financieros nacen como una necesidad de satisfacer a la población que desea reinvertir sus excedentes de dinero, con el fin de esperar una rentabilidad o utilidad a cambio, esta población se convierte en los agentes económicos partícipes del mercado financiero, así como lo menciona Ruíz (2004) en su documento:

Los principales participantes del mercado financiero en una economía son las unidades familiares, las empresas no financieras, los bancos, el gobierno y los inversionistas del exterior. Tomando en cuenta esto, los mercados financieros se pueden modelar en términos de la oferta y demanda de fondos o de manera equivalente, en términos de la oferta y demanda de bonos y/o valores. Las empresas (entes corporativos) y el sector gubernamental son demandantes netos de fondos (oferentes netos de bonos y/o valores).

Las familias y los inversionistas del exterior son oferentes netos de fondos prestables o de manera equivalente, demandantes netos de bonos y/o valores. (pág. 146)

Su manera de interactuar es estableciendo un contrato financiero que satisfaga las necesidades tanto del deudor como del acreedor obtienen un beneficio económico.

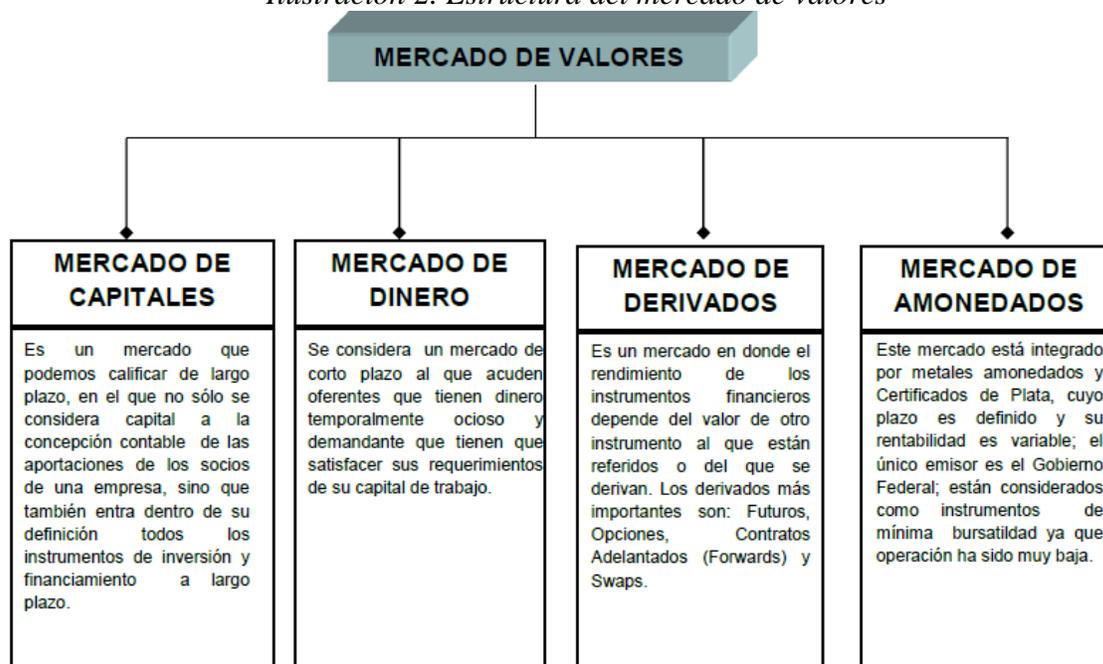
### 2.1.1.2 Funciones del mercado financiero (Arias, s.f)

La función principal de un mercado financiero es la de intermediación entre las personas que ahorran y quienes necesitan financiación. En otras palabras, poner en contacto a compradores y vendedores. Con base a ello podemos nombrar cuatro principales funciones de los mercados financieros:

- Poner en contacto a todo el mundo que quiera intervenir en él.
- Fijar un precio adecuado a cualquier activo.
- Proporcionar liquidez a los activos.
- Reducir los plazos y costes de intermediación facilitando una mayor circulación de los activos.

### 2.1.2 Estructura del mercado de valores

*Ilustración 2. Estructura del mercado de valores*



Fuente: (Arizmendi, 2010)

### **2.1.2.1 Mercado de capitales (Eafit, 2007)**

El mercado de capitales es una “herramienta” básica para el desarrollo económico de una sociedad, ya que, mediante él, se hace la transición del ahorro a la inversión; moviliza recursos principalmente de mediano y largo plazo, desde aquellos sectores que tienen dinero en exceso (ahorradores o inversionistas) hacia las actividades productivas (empresas, sector financiero, gobierno) mediante la compraventa de títulos valores.

### **2.1.2.2 División de Mercados de Capitales**

**Intermediado**, cuando transferencias de recursos de ahorradores a inversiones se realiza por medio de instituciones como bancos, corporaciones financieras, etc.

**No Intermediado** (o de instrumentos) cuando la transferencia de los recursos se realiza directamente a través de instrumentos.

### **2.1.2.3 Elementos que conforman el Mercado de Capitales**

La emisión, suscripción, intermediación y negociación de los documentos emitidos en serie o en masa respecto de los cuales se realiza oferta pública que otorgan a sus titulares derechos de crédito, de participación y de tradición o representativos de mercancías. Tipos de Valores a) Las acciones b) Los bonos c) Los papeles comerciales d) Los certificados de depósito de mercancías e) Cualquier título o derecho resultante de un proceso de titularización f) Cualquier título representativo de capital de riesgo g) Los certificados de depósito a término h) Las aceptaciones bancarias i) Las cédulas hipotecarias j) Cualquier título de deuda pública

### **2.1.2.4 Clasificación de las Acciones según el comportamiento del Mercado**

El movimiento de las acciones generalmente se relaciona con la tendencia del mercado, de lo cual surge la siguiente clasificación para las acciones:

**Cíclicas:** cuando siguen el comportamiento del mercado. La acción sube cuando sube el mercado y la misma acción baja cuando baja el mercado, pero no en la misma proporción.

**Acíclicas:** cuando su comportamiento es contrario al del mercado. La acción baja cuando sube el mercado y la misma acción sube cuando baja el mercado

**Neutras o Indiferentes:** son acciones que no tienen un comportamiento que pueda relacionarse directamente con el mercado, salvo en alzas o bajas muy fuertes. Muchas veces estas acciones están inmóviles durante mucho tiempo y de repente tienen saltos de precio, esta situación es más fácil que se presente en acciones con “nula bursatilidad” (cuando un valor no puede ser comprado y vendido con facilidad).

### **2.1.3 Principales bolsas de valores del mundo** (Universidad de Bolsa, s.f)

#### **1. Bolsa de Nueva York:**

Se encuentra en la calle Wall Street y se estableció en el año de 1792. A diferencia del NASDAQ la compraventa física de acciones también está disponible, aunque obviamente las transacciones son mayoritariamente de forma electrónica. Se fusionó con American Stock Exchange en el año de 2008.

#### **2. NASDAQ:**

Esta bolsa se constituyó en el año 1971, es la segunda mayor bolsa de valores en EEUU. NASDAQ significa Asociación Nacional de Distribuidores de Valores Cotizaciones Automatizado, mantienen la misma bolsa en ocho países europeos diferentes y tiene su sede en Nueva York.

#### **3. Bolsa de Tokio:**

TSE es la tercera mayor bolsa de valores en todo el mundo y la primera bolsa más grande entre los países asiáticos, fue creada en el año de 1878 y tiene más de 2.000 empresas cotizando.

**4. Bolsa de Londres:**

Esta es la bolsa de valores más antigua del mundo, fue establecida en el año de 1801. Este es el mercado internacional de bienes en los que se enumeran cerca de 3.000 empresas de 70 países diferentes. Entre los países europeos, esta bolsa tiene el valor más alto del mercado de capitales.

**5. Bolsa de Hong Kong:**

No hay controles estrictos a los inversores externos a diferencia de la Bolsa de Shanghai. Hay cerca de 1.470 empresas que cotizan en este intercambio, es la mayor bolsa de valores en China.

**6. Bolsa de Shanghai:**

Esta es la tercera mayor bolsa de valores en el continente asiático y el segundo más grande de la República Popular de China. Formada en el año de 1990, estas organizaciones no están totalmente abiertas a los inversores extranjeros y existen estrictas regulaciones emitidas por la Comisión Reguladora de Valores de China.

**7. Bolsa de Toronto:**

La Bolsa de Toronto es mantenida por grupo TMX de Canadá. Es la tercera mayor bolsa de valores en América del Norte. Varias empresas de Europa, Canadá y Estados Unidos se enumeran en la lista de esta bolsa de valores. Ellos son el líder en el sector de la minería y el petróleo.

**8. Deutsche Börse:**

Esta es la bolsa de valores de Alemania y está situada en Frankfurt. Es una de las pocas bolsas de valores que se implican con las organizaciones de caridad. Cuenta con cerca de 765 empresas que cotizan en el mercado.

### **9. Australian Securities Exchange:**

El primer mercado de valores de Australia se formó el año de 1861 en Melbourne. Luego sufrió numerosos cambios a lo largo del siglo XIX. Finalmente, Australian Securities Exchange se creó en el año de 2006 por la fusión de Australian Stock Exchange y Sydney Future Exchange. Ellos ofrecen todos los productos tales como bonos, acciones o materias primas entre otros.

### **10. Bombay Stock Exchange:**

Por último, en la décima posición encontramos una de las bolsas de valores más antiguas del mundo, se formó en el año de 1850. Esta bolsa tiene el mayor número de empresas cotizadas de todo el mundo. Más de 4.900 empresas cotizan en la Bolsa de Bombay.

#### **2.1.4 Bolsas de valores de Estados Unidos**

Las bolsas más importantes de Estados Unidos son la Bolsa de Nueva York (NYSE) y Nasdaq. Aparte de estas grandes bolsas, existen bolsas regionales donde se negocian acciones de 100 a 500 empresas. Es su conjunto estas bolsas negocian un 5% del volumen total negociado. Las bolsas regionales más importantes son: Chicago, Pacífico (con sede en Los Ángeles y en San Francisco), Filadelfia, Boston, Cincinnati, del Medio Oeste (Denver). La mayor parte de los títulos cotizados en las Bolsas regionales también lo hacen en el NYSE. (Martin, 2011)

### **2.2 Marco Conceptual**

Los referentes conceptuales que fundamentan el presente proyecto son abordados a partir de los antecedentes concernientes a la optimización de portafolios de inversión y sus componentes financieros.

### **2.2.1 Acciones**

Las acciones son un título valor que incorpora los derechos que tienen los accionistas frente a la sociedad, los cuales se adquieren una vez realizados una serie de aportes que pueden ser de distintas clases recibiendo como contraprestación una determinada cantidad de derechos de contenido económico y otros de contenido político. (Soporte Jurídico, s.f)

En lo relativo al precio, es posible distinguir el precio de negociación, sobre el cual se realizan las compras y ventas del título valor y el precio base de negociación, precio promedio ponderado de las acciones transadas durante el día anterior en la bolsa o bolsas en que esté inscrita dicha acción (Castro, 2017)

### **2.2.2 Portafolios de Inversión**

Un portafolio o cartera de inversión, es una selección de documentos o valores que se cotizan en el mercado bursátil, y en los que una persona natural o jurídica, decide colocar o invertir su dinero. La creación de un portafolio es parte de una estrategia de diversificación de la inversión y limitar el riesgo, por ello, puede estar conformado por uno o varias clases de activos como: instrumentos de deuda o renta fija, instrumentos de renta variable, productos derivados y commodities. (López, sf)

### **2.2.3 Riesgos en portafolios de inversión**

Cualquier portafolio de inversión está sujeto a dos clases de riesgo: riesgo sistemático y no sistemático.

El riesgo sistemático o riesgo del mercado depende de la coyuntura económica en general, es el riesgo inherente a un mercado; por ejemplo, en una gran crisis financiera todas las acciones tienden a bajar de manera simultánea. (Lanzagorta, 2014)

El riesgo no sistemático, también conocido como "riesgo diversificable", engloba al conjunto de factores propios de una empresa o industria, y que afectan solo a la rentabilidad de su acción o bono. (Teruel, s.f)

#### **2.2.4 Perfil del inversionista**

El perfil del inversionista, puede definirse de acuerdo con su nivel de aversión al riesgo y la rentabilidad esperada. Dado que existe una relación directamente proporcional, a mayores niveles de riesgo, mayores niveles de rentabilidades, y viceversa, el portafolio se puede clasificar en;

Conservador: sin tolerancia al riesgo, niveles de riesgo mínimos y rentabilidades bajas, su objetivo es preservar el capital invertido.

Moderado: tolerancia intermedia, niveles de riesgos razonables y rentabilidades medias, su estructura está basada en la diversificación de activos financieros para mitigar el riesgo.

Agresivo: tolerancia alta a la volatilidad, niveles de riesgos altos proporcionales a la rentabilidad esperada, este tipo de portafolio se encuentra generalmente conformado en su totalidad por activos de renta variable. (López, sf)

#### **2.2.5 Instrumentos de inversión**

Los instrumentos de inversión o activos financieros son contratos de activos intangibles que tienen cierto de valor de cambio en un determinado tiempo, y permiten a los ahorradores, dejar su dinero en manos de inversionistas para obtener mayores rendimientos. Estos activos gozan de tres principales características, como lo son: El riesgo, la rentabilidad y la liquidez.

En el mercado de renta fija, se agrupan todos los instrumentos que tienen un rendimiento y condiciones de pago pre-conocidas, sin embargo, no proporcionan ninguna participación en la propiedad de la empresa puesto que son títulos de deuda.

Por lo general, las inversiones de renta fija generan una menor rentabilidad que las inversiones de renta variable, pero presentan un menor riesgo. Generalmente, estas inversiones se realizan a largo plazo. (Crece Negocios, 2010)

Por otro lado, la renta variable se da en las inversiones en donde no se conoce de antemano cuáles serán los flujos de renta que generarán (los cuáles incluso pueden llegar a ser negativos), pues éstos dependen de diversos factores tales como el desempeño de una empresa, el comportamiento del mercado, la evolución de la economía, entre otros. Ejemplo de inversiones de renta variable son las acciones, las participaciones en fondos de inversión, los bonos y las obligaciones convertibles. (Crece Negocios, 2010)

*Ilustración 3. Tipos de instrumentos financieros*



Fuente: (Pérez, 2018)

### 2.2.6 Selección de Instrumentos de inversión

Una vez se define el perfil del inversionista y se determinan los instrumentos que conformarán el portafolio de inversión, prosigue la selección de los activos; en este proceso es común el uso del análisis fundamental y el análisis técnico, los cuales permiten evaluar los activos y estimar tendencias o comportamientos futuros de los mismos.

**Análisis Fundamental:** Introducido por Benjamín Graham y David Dodd, en 1934, este tipo de análisis estudia toda información disponible en el mercado sobre una determinada compañía, con la finalidad de obtener su verdadero valor, y así formular una recomendación de inversión. (Blázquez, 2000)

El análisis fundamental es una herramienta que permite evaluar el riesgo financiero de las empresas a partir de un análisis del entorno, el cálculo de ciertos ratios clave y la valoración de las propias empresas.

**Análisis Técnico:** Es un método que pretende pronosticar variaciones futuras de un instrumento bursátil basándose exclusivamente en la evolución de las cotizaciones a lo largo de un periodo de tiempo. Este estudio se realiza mediante el manejo de indicadores y gráficos o charts que reflejan el precio de una acción y su volumen a través del tiempo, con el fin de determinar las tendencias futuras de los precios, mediante el análisis de los siguientes factores claves: precio, tiempo y volumen de acciones negociadas. A partir de la información histórica de las variables precio y volumen de acciones transadas pueden aplicarse diferentes técnicas matemáticas y heurísticas para simular el comportamiento futuro de los títulos en el mercado y complementar el análisis fundamental y técnico básico (Rodríguez, 2002).

### 2.2.7 Modelos de selección de portafolios

La selección de portafolios de inversión es uno de los grandes dilemas en el mercado de capitales, debido a la amplia gama de posibilidades que existen en el mercado.

En consecuencia, en 1952, el profesor y economista norteamericano Harry Markowitz dio origen a la teoría moderna del portafolio a través de su artículo titulado “Portfolio Selection”, publicado en el Journal of Finance, en el cual propone un modelo estadístico-matemático capaz de dar respuesta a una de las mayores preocupaciones de cualquier inversionista: Minimizar el riesgo, maximizando el retorno de la inversión realizada.

Para el desarrollo de esta teoría Markowitz se basó en el supuesto de que todo inversionista realiza una inversión con el objetivo de maximizar los rendimientos bajo un nivel de riesgo determinado, o de minimizar el riesgo con un nivel de rentabilidad mínima establecida, además, omite las imperfecciones de los mercados. De esta manera, el valor esperado de los rendimientos del portafolio ( $r_p$ ) y su varianza ( $r_p$ ) están dados por (Granada, 2013):

*Ecuación 1. Cálculo de la rentabilidad y el riesgo Teoría de Markowitz*

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^n \mu_i x_i$$

$$V(r_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}$$

Dónde:

$\mu_i$  = Valor esperado de los retornos del activo  $i$

$x_i$  = Ponderación del activo  $i$  en el portafolio.

$\sigma_{ij}$  = Covarianza entre los rendimientos del activo  $i$  y  $j$

La ponderación, se refiere al porcentaje del capital disponible para la inversión que se asignará a un activo determinado, por lo cual  $\sum_{i=1}^n x_i = 1$  de tal manera que se asegure la total distribución de los recursos para la inversión; además, se debe cumplir  $x_i \geq 0$  ya que no es posible asignar un porcentaje negativo de inversión a un activo. (Granada, 2013)

Si bien Harry Markowitz fue pionero en la investigación del problema de selección de carteras, muchas otras teorías han surgido a lo largo del tiempo. En 1958 el economista americano James Tobin propuso un cambio a la teoría de Markowitz, al sostener que no necesariamente todos los componentes de un portafolio deben tener riesgo, si no, que puede incluirse en la cartera la participación de un activo libre de riesgo. Este teorema dio las bases para otro gran aporte realizado a la teoría financiera unos años después; el modelo de valoración de activos de capital (CAPM) atribuido a William Sharpe en 1964, “establece que el rendimiento de un activo o portafolio es igual a la tasa libre de riesgo, más un premio por el riesgo que tiene ese instrumento o portafolio medido por el coeficiente beta”.

El modelo CAPM define el retorno esperado así (Berggrum, J. Alonso & L., 2008):

*Ecuación 2. Cálculo rentabilidad Modelo CAPM*

$$E(R_i) = R_f + \beta[E(R_m) - R_f]$$

Donde:

$(R_i)$ , es el valor esperado de los retornos del activo i

$R_f$ , la tasa de rendimiento del activo libre de riesgo

$R_m$ , es el rendimiento del mercado

$\beta$ , es la medida de riesgo del activo y se calcula así:  $\beta = \sigma_{im}/\sigma_m^2$

$\sigma_{im}$ , es la covarianza entre los rendimientos del mercado y el activo.

$\sigma_m^2$ , es la varianza de los rendimientos del mercado.

Tabla 1. Principales Modelos de selección de portafolios

Autor	Modelo	Ventajas	Desventajas
Markowitz (1952)	$E(r_p) = \sum_{i=1}^n Z_i F(r_i)$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Considera la conducta racional del inversionista en condiciones de riesgo.</li> <li>• Frontera eficiente de portafolios</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La única información que utiliza es la media y la varianza de los rendimientos</li> <li>• Se asume estabilidad del mercado</li> </ul>
Sharpe (1964) CAPM	$E(R_p) = \sigma_p + B_p E(R_{m})$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Considera dos tipos de riesgo, el sistemático y el no sistemático.</li> <li>• Mide la relación activo-mercado mediante el beta</li> <li>• El beta ofrece un método sencillo para medir el riesgo de un activo que no puede ser diversificado</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Todos los inversionistas tienen la misma opinión acerca de la distribución de las rentabilidades y riesgos esperados.</li> <li>• El beta no siempre es un factor determinante en el rendimiento de un título</li> </ul>
Ross (1976) APT	$E(R_i - R_c) = \lambda_1 + \lambda_1 \beta_{i1} + \lambda_2 \beta_{i2} + \dots + \lambda_n \beta_{in}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La rentabilidad de los activos es generada por un proceso estocástico en el que intervienen varios factores de riesgo, no solo del mercado.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El modelo no dice cuántos ni cuáles son los factores de riesgo.</li> </ul>
Black-Litterman (1992)	$[R] = \left[ (\tau \Sigma)^{-1} + P \Omega^{-1} P \right]^{-1} \left[ (\tau \Sigma)^{-1} \Pi + P \Omega^{-1} Q \right]$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Incluye las expectativas del inversionista y de acuerdo a su nivel de confianza será la ponderación del activo dentro del portafolio.</li> <li>• Permite una revisión flexible del mercado y por ende de estrategias de inversión.</li> <li>• Se logran portafolios razonables, intuitivos, equilibrados y estables en el tiempo</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se basa en el supuesto que el mercado tiene una distribución normal</li> <li>• Se requieren bases de teoría bayesiana.</li> </ul>

Fuente: (Puerta & Laniado, 2010)

### 2.2.8 Métodos Metaheurísticos

La palabra *heurística* se deriva del verbo griego *heurskein*, que significa encontrar o descubrir, de acuerdo con la Real Academia Española las heurísticas son una técnica de la indagación y de descubrimiento (RAE, s.f.)

Por otra parte, Hillier & Lieberman (2010) definen la metaheurística como “un método de solución que proporciona tanto una estructura general como criterios estratégicos para desarrollar un método heurístico específico que se ajuste a un tipo particular de problema”

El término metaheurística apareció por primera vez en el artículo seminal sobre búsqueda tabú de Fred Glover en 1986 (Moreno J. , 2004) a partir de entonces han surgido propuestas para diseñar procedimientos a fin de resolver ciertos problemas que, al ampliar su campo de aplicación, han adoptado la denominación de Metaheurística.

Al igual que las heurísticas, las metaheurísticas son procedimientos iterativos que pueden encontrar buenos resultados al problema de estudio, pero no aseguran hallar la solución óptima. Sin embargo, este método basado en el comportamiento de la naturaleza presenta una mejor capacidad para explorar y explotar adecuadamente el espacio de búsqueda, permitiéndole así escapar con mayor facilidad de óptimos locales y encontrar alternativas de mejor calidad que pueden coincidir con la solución óptima global del modelo.

En consecuencia, los tipos de metaheurísticas se establecen, en primer lugar, en función del tipo de procedimientos a los que se refiere. Algunos de los tipos fundamentales son: las metaheurísticas para los métodos de relajación, procesos constructivos, para las búsquedas por entornos y para los procedimientos evolutivos. Otras metaheurísticas se centran en el uso de algún tipo de recurso computacional o formal especial como: las redes neuronales, los sistemas de hormigas o la programación por restricciones. (Moreno J. , 2004)

## **2.3 Marco Normativo**

Se presenta a continuación la normatividad vigente, referente a la regulación de mercados internacionales con énfasis en Estados Unidos, información requerida para aquellos actores que visualizan el mercado de valores norteamericano como una alternativa de inversión.

### **2.3.1 Regulación de mercados internacionales**

#### **2.3.1.1 Organización Internacional de Comisiones de Valores (OICV)**

La Organización Internacional de Comisiones de Valores (OICV) (en inglés: International Organization of Securities Commissions, IOSCO), conformada originalmente en 1.974, es una organización internacional que reúne a los reguladores de valores del mundo y los mercados de futuros. Actualmente, los miembros de OICV regulan más del 90 por ciento de los mercados de valores del mundo. (Roldán, s.f)

#### **2.3.1.2 Comité de Basilea de Supervisión Bancaria (CBSB)**

El sistema financiero internacional se encuentra regulado desde 1974, por los Acuerdos de Basilea; los cuales son una serie de directrices y recomendaciones sobre regulación bancaria emitidos por el Comité de Basilea de Supervisión Bancaria (CBSB), con el objetivo de fortalecer la solidez de los sistemas financieros y evitar riesgos sistémicos en situaciones de pánico bancario.

Dicho Comité fue conformado inicialmente por los gobernadores de los bancos centrales del G-10 más Luxemburgo y España, , sin embargo a partir del año 2009, todos los demás países significativos del G-20 están representados, así como algunas de las mayores plazas bancarias como Hong Kong y Singapur. (Burguillo, s.f)

En la actualidad, existen tres acuerdos denominados: Basilea I, Basilea II y Basilea III, reciben su nombre a partir de la ciudad de Basilea, Suiza, donde el CBSB mantiene su secretariado en la sede del Banco de Pagos Internacionales.

Los principales aportes de cada acuerdo se pueden resumir de la siguiente manera:

Acuerdo de Basilea I: Se crea en el año 1.988 un acuerdo que fija un porcentaje mínimo de capital con el que operar. Dicho capital se establece en un 8% del cociente entre capital y activos ponderados por riesgo, a fin de garantizar que entidades realicen su actividad respaldados con un capital suficiente para hacer frente a los riesgos de crédito, mercado y tipo de cambio.

Acuerdo de Basilea II: Gestado entre 1.999 y 2.004 se basó en tres pilares fundamentales, requerimiento mínimo de capital, proceso de supervisión bancaria y disciplina de mercado. En el primer pilar se establecen medidas para la medición de los riesgos de crédito, de mercado y operativo, mediante dos métodos principales, el estandarizado (EE) y el método basado en calificaciones internas (IRB).

Acuerdo de Basilea III: Creado en el año 2.010 como respuesta a la crisis financiera ocurrida en el año 2.008, es un conjunto de medidas acordadas que tienen como objetivo reforzar la regulación, la supervisión y la gestión del riesgo de los bancos.

En conclusión, aunque el Comité no tiene autoridad para imponer sus recomendaciones, la mayor parte de los países, así como algunos otros que no forman parte del mismo tienden a implementar las políticas del Comité a través de leyes y regulaciones nacionales. (Burguillo, s.f)

### **2.3.2 Regulación bolsa de valores de New York**

La Comisión de Bolsa y Valores (Securities and Exchange Commission, SEC), fue creada en 1934 mediante la sección 4 de la ley de intercambio de valores y se encarga de vigilar

el cumplimiento de las leyes federales del mercado de valores, la regulación de las bolsas de valores y el mercado de opciones de Estados Unidos. (Hazen, 2006). En lo que corresponde a las bolsas de valores, como es el caso del NYSE, la SEC se encarga de supervisar las actividades en el piso de operaciones para asegurarse que hay un equilibrio entre la compra y venta de órdenes. (Varadan, Subha, 2018)

*Tabla 2. Regulación Mercado de Valores Estadounidense*

<b>Ley</b>	<b>Fecha inicio vigencia</b>	<b>Objetivo</b>
<b>Sarbanes-Oxley</b> Ley de Reforma de la Contabilidad Pública de Empresas y de Protección al Inversionista.	Julio 30 de 2002	Generar un marco de transparencia para las actividades y reportes financieros de las empresas que cotizan en Bolsa, y darles mayor certidumbre y confianza a inversionistas y al propio Estado.
<b>Dodd-Frank</b> Reforma Wall Street de Protección al Consumidor	Julio 21 de 2010	Regular los mercados OTC (over the counter), debido a su alto margen de especulación financiera y por ende fuente de alto riesgo.
<b>Regla de Volcker</b>	Diciembre de 2013	Limitar la especulación entre los bancos de inversión, y evitar poner en riesgo los aportes de los inversionistas. La norma principal es que los bancos ya no pueden hacer negocios a corto plazo con títulos de valor y derivados por su propia cuenta. También, impide que estos inviertan en fondos de cobertura de riesgos y fondos privados de inversión.
<b>FATCA</b> (Foreign Account Tax Compliance Act)	Marzo 18 de 2010	Ley de cumplimiento tributario de cuentas extranjeras. Control de evasión fiscal por el gobierno de Estados Unidos mediante la identificación y obtención de información sobre los ciudadanos, residentes y responsables fiscales de Estados Unidos (US person) que poseen dinero u otros activos financieros fuera de ese país.

Fuente: Construcción propia.

## **2.4 Marco Filosófico**

En la actualidad, las economías del mundo buscan mejorar su situación económica en aras de brindar mayor bienestar a los ciudadanos, esto se ve reflejado en el ingreso per-cápita, es decir, a medida que crecen las economías, cada ciudadano tiene más dinero disponible, ya sea para gastarlo o para invertirlo, si bien, aunque un porcentaje de la población desea invertirlo, muchos de ellos no saben cómo hacerlo y temen perder su dinero.

Por ello, el propósito de proyecto es contribuir a la educación financiera de inversionistas y ahorradores en la comprensión del comportamiento de las acciones, la construcción y entendimiento de los portafolios de inversión.

## **2.5 Marco Situacional**

El estudio propuesto se encuentra fundamentado en la conformación de un portafolio de acciones ordinarias que cotizan en la Bolsa de Nueva York (New York Stock Exchange, NYSE, en inglés); “el mayor mercado de valores del mundo en volumen monetario y el primero en número de empresas adscritas” (Ramallo, 2008). En la actualidad, cuenta con un volumen anual de transacciones de 36 billones de dólares, incluyendo 12 billones de compañías foráneas. (Inversor Global, 2018)

### **2.5.1 Reseña Bolsa de Valores de New York**

El origen de la Bolsa de Valores de New York data de un acuerdo conocido como "Buttonwood Agreement" entre ‘traders’ y ‘brokers’ realizado en 1792 para regular el mercado de acciones.

En 1817, los corredores que operan bajo el acuerdo de Buttonwood renegocian algunos aspectos del acuerdo y se reorganizan fundando un comité denominado "New York Stock and

Exchange Board" (NYS&EB) a fin de controlar el flujo de acciones que en aquellos tiempos se negociaban libremente principalmente en la acera de Wall Street. (López, s.f)

En 1863, la Bolsa cambió su denominación por "New York Stock Exchange" (NYSE).

Entre los hechos más relevantes se destacan;

- En 1918, después de la Primera Guerra Mundial, se convierte en la principal casa de bolsa del mundo, dejando atrás a la Bolsa de Valores de Londres.
- El jueves 24 de octubre de 1929, llamado a partir de entonces el Jueves Negro, se produjo una de las más grandes caídas en esta bolsa, que produciría la recesión económica más importante de los Estados Unidos en el siglo XX, la "Gran Depresión".

Actualmente, la bolsa de valores es administrada por el NYSE Group, el cual fue conformado por medio de la fusión de NYSE y Archipiélago Holdings, una bolsa de valores electrónica. (FXCM, 2017)

Operando aproximadamente 1,460 millones de acciones por día, la Bolsa de Nueva York (NYSE) es la bolsa de valores líder en el mundo, cotiza acciones para unas 2.800 compañías. (FXCM, 2017)

En consecuencia, cada compañía listada debe cumplir con requisitos estrictos, la NYSE se esfuerza por mantener su reputación de negociar valores sólidos y de alta calidad.

### 2.5.2 Operatividad en la Bolsa de Nueva York

La Bolsa de Nueva York contiene una sala central en la cual los agentes de Bolsa (brokers) efectúan órdenes de compra y venta de sus clientes; existen alrededor de 1.366 bancas, las cuales otorgan a su dueño el derecho de negociar en la sala central y pertenecen a las firmas más importantes de agentes de Bolsa o bancos de inversión de Wall Street. (Inversor Global, 2018)

Las principales clases de miembros en la NYSE son (Puga, s.f):

- Especialistas: funcionan como creadores de mercado para uno o más valores cotizados asignados al punto de operaciones. Su objetivo es mantener el mercado justo y ordenado, sus ingresos provienen de las comisiones que reciben de actuar como brokers y también de la diferencia entre el precio de compra y el precio de venta cuando actúan como agentes.
- Intermediarios a comisión: también se denominan brokers a comisión, su función es realizar las operaciones en el patio de contrataciones, como empleados de las corredurías de valores y se encargan de ejecutar las órdenes de los clientes.
- Intermediarios a contratación: también llamados brokers a contratación, su función principal es ayudar a otros miembros a realizar su trabajo y operan sólo para sí mismos, no están autorizados a tratar con el público de forma directa.
- Operadores autorizados: pueden realizar las operaciones por su propia cuenta y sin tener que pagar las comisiones de las corredurías.

El método de operación es subasta continua; los principales actores de la Bolsa de Nueva York son especialistas y corredores; estos últimos, son empleados por firmas de inversión y negocian ya sea en nombre de los clientes de su firma o de la propia firma.

En cuanto al proceso transaccional, las sesiones se abren y se cierran por medio de un sistema de cuatro campanas que se activan a través de un botón que se acciona cada día a las 9.30 y a las 16 horas, respectivamente. Cada día las campanas son accionadas por personas relacionadas con el mundo de los negocios aunque en ocasiones, la Bolsa de Nueva York escoge a personalidades de otros ámbitos para este ceremonial. (BBVA, 2018)

Finalmente, es importante resaltar que, las empresas interesadas en operar en la Bolsa de Nueva York deben cumplir los siguientes requisitos (Inversor Global, 2018):

- 1,1 millones de acciones de la empresa deben estar en manos del público
- La compañía debe estar valuada en no menos de 40 millones de dólares.

### **2.5.3 Índices bursátiles**

A continuación, se relacionan los índices que componen el NYSE (FXCM, 2017):

- Nyse Composite Index New: Es el índice que incluye todos los valores de la bolsa de Nueva York, aproximadamente 3.200 valores.
- Nyse Us 100 Fund: Incluye las 100 empresas estadounidenses más importantes, clasificadas por capitalización de mercado.
- Dow Jones Industrials 30 Stock: Mide el desempeño de las 30 mayores sociedades anónimas que cotizan en el mercado bursátil de Estados Unidos.
- S&P 500 Index: incluye a las 500 empresas más representativas de la Bolsa neoyorquina.

## 2.6 Glosario

- **Activo financiero:** Es un instrumento financiero que otorga a su comprador el derecho a recibir ingresos futuros por parte del vendedor. (Sevilla A. , economipedia, s.f)
- **Algoritmos genéticos:** Son algoritmos de búsqueda probabilística u optimización que transforman iterativamente un conjunto (llamado población) de objetos matemáticos, cada uno con un valor de “coste” (fitness) asociado, en una nueva población de descendientes usando principios de Charles Darwin de selección natural y usando operaciones genéticas naturales tales como “crossover” (reproducción sexual) y mutación. (Gutiérrez, 2019). Los principios básicos de los Algoritmos Genéticos fueron establecidos por Holland (1975), y se encuentran descritos en varios textos – Goldberg (1989), Davis (1991), Michalewicz (1992), Reeves (1993).
- **Bolsa de valores:** Es un mercado en donde se ponen en contacto demandantes y oferentes de capital, quienes realizan transacciones a través de intermediarios autorizados. (Roldán, s.f)
- **Cadena de Markov:** Es un concepto desarrollado dentro de la teoría de la probabilidad y la estadística que establece una fuerte dependencia entre que tenga lugar un evento y un evento anterior. Su principal utilidad es el análisis del comportamiento de procesos estocásticos. La explicación de estas cadenas fue desarrollada por el matemático de origen ruso Andréi Márkov en el año 1907 y a través de su estudio a lo largo del siglo XX se han podido emplear en numerosos casos prácticos de la vida cotidiana y la investigación. (Galán, s.f)

- **Cromosomas:** Son estructuras que se encuentran en el centro (núcleo) de las células que transportan fragmentos largos de ADN (Medlineplus, s.f.). En el caso de estudio el cromosoma corresponde al portafolio generado.
- **Cruzamiento:** El cruzamiento o recombinación es el principal operador genético, combina los cromosomas de los padres para producir la descendencia. (Gestal, s.f.)
- **Función Fitness:** Denominada también función de evaluación, recibe como argumentos una población de individuos, una función objetivo y el tipo de optimización, y devuelve la fitness de todos los individuos, asignando un valor numérico según su calidad, con la finalidad de valorar qué tan cerca se encuentra una alternativa de la solución óptima del problema planteado. (Rodrigo, 2019).
- **Inversionistas:** Son todas aquellas personas y/o empresas, nacionales o extranjeras, que invierten en instrumentos financieros con la finalidad de obtener una ganancia. (Bolsa de Santiago, s.f)
- **Mutación:** Proceso que consiste en modificar al azar parte del cromosoma de los individuos y permite alcanzar zonas del espacio de búsqueda que no estaban cubiertas por los individuos de la población actual. (Juárez, 2018)
- **Prueba de Backtesting:** Se desarrolla para evaluar y calibrar la medición de riesgos por parte del modelo que se está usando, mediante la comparación de los resultados reales de las posiciones de trading y las medidas de riesgo generadas por los modelos. (Betancur y Cuervo, 2011, pág. 5)
- **Prueba de Kupiec:** Denominada también “prueba de proporción de fallos” (1995), se centra en evaluar si a un determinado nivel de confianza, el Var predice correctamente el

nivel de riesgo y, por ende, si la proporción de veces que las pérdidas superan el valor del riesgo es menor al nivel de significancia del total de la muestra. (García, 2017)

- **Prueba de Stress:** También conocida como prueba de valores extremos, es un complemento del valor en riesgo y consiste en crear escenarios que obligan a los administradores de riesgos a predecir pérdidas en condiciones de desastres financieros o de crisis. (Lara, 2008)
- **Renta fija:** Es un tipo de inversión formada por todos los activos financieros en los que el emisor está obligado a realizar pagos en una cantidad y en un período de tiempo previamente establecido. Es decir, en renta fija el emisor garantiza la devolución del capital invertido y una cierta rentabilidad. (Sevilla A. , Economipedia, s.f)
- **Renta variable:** Es un tipo de inversión formada por todos aquellos activos financieros en los que la rentabilidad es incierta. Es decir, la rentabilidad no está garantizada ni la devolución del capital invertido ni la rentabilidad del activo, debido a que la rentabilidad depende de diversos factores como la evolución de la empresa, la situación económica, el comportamiento de los mercados financieros, entre otros factores. (Sevilla A. , s.f)
- **Rentabilidad esperada:** Rendimiento porcentual que espera obtener un inversor de una inversión en un cierto período de tiempo (BBVA, 2015).
- **Riesgo financiero:** Hace referencia a la incertidumbre producida en el rendimiento de una inversión, debido a los cambios producidos en el sector en el que se opera y a la inestabilidad de los mercados financieros (BBVA, 2015).
- **Valor en riesgo (*Value at Risk* o VaR):** Es una técnica estadística para medir el riesgo financiero de una inversión, indica la probabilidad (normalmente 1% o 5%) de sufrir una

determinada pérdida durante un horizonte de tiempo en condiciones normales del mercado. (Econopedia (s.f.))

- **Variable estocástica:** Es una función que asigna un valor, usualmente numérico, al resultado de un experimento aleatorio. (Peña, 2008)
- **Volatilidad:** Mide la variabilidad de las fluctuaciones de los precios, de las rentabilidades de un activo financiero, de los tipos de interés y, en general, de cualquier activo financiero en el mercado. (Econopedia (s.f.))

## **CAPÍTULO III**

### **DISEÑO METODOLÓGICO**

#### **3.1 Método de Investigación**

El método de investigación utilizado es el método científico, dado su enfoque sistematizado que conlleva una secuencia de pasos lógicos, partiendo de la formulación del problema de selección de portafolios eficientes, se evalúan las variables que conforman el estudio a través del análisis estadístico, se estructura el portafolio de inversión con base en los métodos de optimización y finalmente concluye con la comprobación de la hipótesis planteada a través de la validación del modelo propuesto.

#### **3.2 Tipo de investigación**

El enfoque metodológico del presente proyecto es de carácter cuantitativo, puesto que utiliza técnicas estadísticas para el manejo de los datos, propone un plan de tabulación, concibe un proceso de análisis y selección de variables según el problema, la hipótesis y los objetivos definidos.

Para este caso en particular, la investigación cuantitativa conlleva al diseño de un modelo prospectivo para un portafolio de renta variable, a través del análisis de datos históricos de las acciones que componen la bolsa de valores de New York.

#### **3.3 Tipo de estudio**

El tipo de estudio para el presente trabajo de investigación es descriptivo, por cuanto se requiere detallar el modelamiento de una cartera de inversión, a través de la caracterización del comportamiento de las acciones seleccionadas, la aplicación de métodos metaheurísticos en el proceso de optimización del portafolio y la parametrización del perfil del inversionista.

### 3.4 Universo

El universo está conformado por las acciones que se tranzan Bolsa de valores de New York, el mayor mercado de valores del mundo en volumen monetario.

### 3.5 Población o Muestra

Se aplicará el muestreo por conveniencia sobre las acciones que componen el Índice Dow Jones, el cual refleja el valor de las treinta empresas con mayor reconocimiento en el mundo, teniendo en cuenta los activos que presentan mayor bursatilidad.

### 3.6 Delimitaciones del estudio

- **Espacial:** Bolsa de valores de New York.
- **Demográfico:** Acciones ordinarias que presentan mayor cantidad de transacciones en el periodo 2016-2018.
- **Temática:** Mercado de capitales, investigación de operaciones, optimización portafolios de inversión de renta variable.
- **Temporal:** Comportamiento histórico comprendido entre el año 2016 y 2018.

### 3.7 Etapas de Investigación

La investigación se llevará a cabo a través de la ejecución de las siguientes etapas:

Tabla 3. Etapas de la Investigación

Etapa	Descripción	Actividades	Productos
<b>Clasificación y selección de las acciones que conformarán el portafolio</b>	En esta etapa se realiza un análisis fundamental de las acciones que presentan mayor bursatilidad dentro del índice Dow Jones. De acuerdo con los resultados obtenidos, se seleccionan las acciones que conformarán el portafolio.	<p>Análisis del comportamiento de las variables:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Riesgo</li> <li>- Rentabilidad</li> <li>- Liquidez</li> <li>- Endeudamiento</li> <li>- Eficiencia</li> <li>- Q de Tobin</li> <li>- Yield</li> <li>- PER</li> </ul> <p>Preselección de acciones</p>	Documento con el resultado del análisis del comportamiento de las acciones evaluadas (Anexo B)
<b>Selección de los métodos requeridos para optimizar el portafolio de inversión de renta variable.</b>	Evaluación y selección de los métodos y técnicas que se utilizarán en la conformación y optimización del portafolio de inversión.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Análisis de los diferentes métodos identificando ventajas, desventajas y similitudes</li> <li>- Determinación de la rentabilidad esperada, el riesgo, la correlación y la varianza.</li> <li>- Conformación del portafolio óptimo global inicial</li> <li>- Frontera eficiente</li> <li>- Función matemática de la frontera para cada perfil</li> <li>- Creación del algoritmo genético</li> <li>Función fitness</li> <li>Cruzamiento</li> <li>Mutación</li> <li>Simulación Montecarlo</li> <li>Heurística de vecindad</li> </ul>	Planteamiento de los métodos de optimización seleccionados para el desarrollo de la investigación (Anexos D y E)
<b>Caracterización del perfil de riesgo del inversionista</b>	Encuesta dirigida a una muestra de inversionistas  Escala de Riesgo para cada Perfil Inversionista	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Diseño de la encuesta</li> <li>- Prueba piloto y ajustes</li> <li>- Ejecución del trabajo de campo para la captura de la información</li> <li>- Análisis de datos</li> <li>- Cálculo integral frontera eficiente</li> </ul>	Informe estadístico de los resultados obtenidos en la encuesta (Anexo C) Escala de Riesgo para cada Perfil Inversionista

Etapa	Descripción	Actividades	Productos
<b>Composición del portafolio optimizado</b>	En esta etapa se define el portafolio de inversión optimizado para cada perfil de riesgo, a través de un modelo cuadrático multi-objetivo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Evaluación de los portafolios obtenidos versus la tolerancia al riesgo de cada perfil inversionista.</li> <li>- Optimización del portafolio con base en el análisis estadístico: Curtosis, Asimetría, Coeficiente de variación.</li> </ul>	Portafolio de inversión en renta variable optimizado
<b>Evaluación del modelo a través del VaR</b>	Prueba de Backtesting	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Estimación del Valor en Riesgo (VaR)</li> <li>- Prueba de Kupiec</li> </ul>	Informe de resultados (Anexo F)
<b>Aplicación de Cadenas de Markov al Portafolio Óptimo</b>	En esta etapa se aplica la teoría de las cadenas de Markov para determinar la probabilidad de tendencia de la rentabilidad del portafolio.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Construcción de la Matriz de transición para cada uno de los activos</li> <li>- Determinación de tendencias (alcista y bajista).</li> </ul>	Modelo prospectivo para cada una de las acciones que componen el portafolio  (Anexo G)
<b>Evaluación de la confiabilidad del modelo</b>	Evaluación de la proyección del modelo a través de Cadenas de Markov.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comparación del plan de negociación proyectado versus los precios de cierre de los activos seleccionados.</li> <li>- Cálculo del valor presente neto</li> <li>- Proyección del flujo de caja del portafolio</li> </ul>	Plan de Negociación  Proyección del Flujo de Caja del Portafolio (Anexo H)

Fuente: Elaboración propia

### 3.8 Variables e indicadores

Tabla 4. Variables de la investigación.

Variable	Descripción	Clasificación	Escala	Indicador	Sub-variable
<b>Riesgo</b>	Variabilidad que tiene la rentabilidad esperada durante un periodo.  De acuerdo con el perfil del inversionista se construye el portafolio: Conservador Moderado Agresivo	Cuantitativa intervalar	Números reales	Desviación Estándar Asimetría Curtosis	Riesgo sistemático  Riesgo no sistemático
<b>Rentabilidad</b>	Representa la variación del precio de la acción en el mercado de capitales.	Cuantitativa intervalar	Números reales	Ganancia  Recuperación  Variación esperada del precio	Rentabilidad con respecto al Mercado  Rentabilidad con respecto a los dividendos
<b>Liquidez</b>	Variación del volumen y precio de las acciones negociadas diariamente frente a las acciones en circulación	Cuantitativa intervalar	Números reales	Bursatilidad Accionaria  Liquidez Bursátil diaria  Volumen de negociación	Proveedor de liquidez  Liquidez del mercado
<b>Valoración de la acción</b>	Confrontación del precio de mercado de la acción con el valor patrimonial para determinar si la acción se encuentra: Subvaluada Sobrevaluada Precio justo	Cuantitativa intervalar	Números reales	Índice de Q de Tobin	Valor intrínseco  Valor de mercado  Valor contable de la empresa
<b>Probabilidad</b>	Probabilidad de ocurrencia de un portafolio dado el riesgo	Cuantitativa intervalar	Números reales	Área del conjunto eficiente	Curva satisfacción del inversionista

Fuente: Elaboración propia

### 3.9 Instrumento para la recolección de la información

Los datos referentes a las acciones seleccionadas serán tomados de la Bolsa de Valores de New York, teniendo en cuenta:

- Fecha de la operación
- Nemotécnico
- Precio de cierre

Dicha información será compilada del metabuscador Yahoo! Finance y el sitio web Investing.

Así mismo, la investigación incluye la ejecución de una encuesta dirigida a una población de inversionistas para definir sus perfiles de riesgo.

#### 3.9.1 Diseño de la encuesta

El diseño de la encuesta fue realizado con base en el formato utilizado por la Administradora de fondos de pensiones y cesantías Porvenir, para determinar el perfil de riesgo de los afiliados al producto Pensión Voluntaria. La encuesta se encuentra conformada por siete preguntas; las preguntas 1,2, 3 y 4 tienen como objetivo caracterizar al inversionista identificando la finalidad de la inversión, el rango de edad, el horizonte de inversión y la experiencia en productos de inversión. Las preguntas 5, 6 y 7 tienen como propósito perfilar al inversionista en cuanto al nivel de tolerancia al riesgo, disposición ante escenarios negativos y expectativas de rentabilidad en contraste con el riesgo de desvalorización. La encuesta fue diseñada el día 5 de mayo del 2019 y se encuentra disponible en el link: <https://es.surveymonkey.com/r/XZHLCNK>.

*Tabla 5. Ficha Técnica Encuesta*

<b>Ficha Técnica Encuesta</b>	
Población Objetivo	Afiliados a un fondo de pensión voluntaria
Diseño Muestra	Muestreo aleatorio simple
Muestra	156 encuestados
Fecha Realización	Mayo de 2019
Técnica Utilizada	Encuesta virtual

Fuente. Elaboración propia

### 3.9.2 Encuesta Perfil de Riesgo del Inversionista

**Objetivo:** Identificar el nivel de aversión al riesgo que generalmente las personas están dispuestas a asumir en una inversión de renta variable.

#### 1. ¿Cuál es la finalidad de su inversión?

- |  |                          |
|--|--------------------------|
| a) Ahorro                              | <input type="checkbox"/> |
| b) Beneficio tributario                | <input type="checkbox"/> |
| c) Inversión en vivienda               | <input type="checkbox"/> |
| d) Educación                           | <input type="checkbox"/> |
| e) Aprovechar oportunidades de mercado | <input type="checkbox"/> |
| f) Otra ¿Cuál? _____                   | <input type="checkbox"/> |

#### 2. ¿ En que rango de edad se encuentra?

- |                       | <b>Puntaje</b>             |
|-----------------------|----------------------------|
| a) Menor a 25 años    | <input type="checkbox"/> 5 |
| b) Entre 26 y 35 años | <input type="checkbox"/> 4 |
| c) Entre 36 y 45 años | <input type="checkbox"/> 3 |
| d) Entre 46 y 60 años | <input type="checkbox"/> 2 |
| e) Mayor a 60 años    | <input type="checkbox"/> 1 |

#### 3. ¿ En cuanto tiempo planea disponer de los recursos invertidos?

- |                      | <b>Puntaje</b>             |
|----------------------|----------------------------|
| a) Menos de 1 año    | <input type="checkbox"/> 1 |
| b) Entre 1 y 3 años  | <input type="checkbox"/> 2 |
| c) Entre 3 y 5 años  | <input type="checkbox"/> 3 |
| d) Entre 5 y 10 años | <input type="checkbox"/> 4 |
| e) Más de 10 años    | <input type="checkbox"/> 5 |

#### 4. ¿ Con cuales de las siguientes inversiones ha tenido alguna experiencia?

Marque todas las que apliquen

- |  | <b>Puntaje</b>             |
|--|----------------------------|
| a) Cuenta de ahorro y/o corriente          | <input type="checkbox"/> 1 |
| b) Certificado de deposito a termino (CDT) | <input type="checkbox"/> 2 |
| c) Bonos y/o acciones                      | <input type="checkbox"/> 3 |
| d) Divisas y/o commodities                 | <input type="checkbox"/> 4 |
| e) Derivados y/o notas estructuradas       | <input type="checkbox"/> 5 |

**5. ¿ En una eventual desvalorización de su portafolio que nivel de pérdida máxima estaría dispuesto a aceptar?**

- |  | <b>Puntaje</b>             |
|--|----------------------------|
| a) No estoy dispuesto a tolerar pérdidas en mi inversión | <input type="checkbox"/> 1 |
| b) Hasta un 1% de mi inversión                           | <input type="checkbox"/> 2 |
| c) Hasta un 5% de mi inversión                           | <input type="checkbox"/> 3 |
| d) Hasta un 10% de mi inversión                          | <input type="checkbox"/> 4 |
| e) Hasta un 30% de mi inversión                          | <input type="checkbox"/> 5 |

**6. ¿ Durante cuantos meses consecutivos estaría dispuesto a tolerar rentabilidades negativas en su inversión?**

- |  | <b>Puntaje</b>             |
|--|----------------------------|
| a) No estoy dispuesto a tolerar rentabilidades negativas | <input type="checkbox"/> 1 |
| b) Un mes  | <input type="checkbox"/> 2 |
| c) De dos a tres meses                                   | <input type="checkbox"/> 3 |
| d) De tres a seis meses                                  | <input type="checkbox"/> 4 |
| e) Mas de seis meses                                     | <input type="checkbox"/> 5 |

**7. ¿ Qué tipo de inversión prefiere?**

- |  | <b>Puntaje</b>             |
|--|----------------------------|
| a) Rentabilidad esperada de 5% con riesgo de desvalorización de 1%   | <input type="checkbox"/> 1 |
| b) Rentabilidad esperada de 15% con riesgo de desvalorización de 10% | <input type="checkbox"/> 3 |
| c) Rentabilidad esperada de 30% con riesgo de desvalorización de 20% | <input type="checkbox"/> 5 |

Fuente: Encuesta Perfil de riesgo Fondo de Pensión Voluntaria AFP Porvenir avalado por la Superintendencia Financiera de Colombia.

### 3.9.2 Determinación del tamaño de la muestra

El cálculo del tamaño de la muestra se realizó mediante la aplicación de un muestreo aleatorio simple, aplicando la siguiente fórmula: (Fernández, Fernández, & Merino, 2007)

*Ecuación 3. Cálculo del tamaño de la muestra para una población finita.*

$$n = \frac{k^2 \times p \times q \times N}{(e^2 \times (N - 1)) + k^2 \times p \times q}$$

Donde:

$n$  = tamaño de la muestra (número de encuestas)

$N$  = Población o universo

$Z$  = nivel de confianza

$k$  = constante que depende del nivel de confianza asignado.

$p$  = proporción de individuos que poseen en la población la característica de estudio. Este dato es generalmente desconocido y se suele suponer que  $p=q=0,5$  como opción más segura.

$q$  = proporción de individuos que no poseen la característica de estudio, es decir,  $1-p$ .

$e$  = error muestral

En el caso de estudio para caracterizar el perfil de riesgo del inversionista, se hizo uso de la siguiente información:

$N$  = 53.029 afiliados al producto Pensión Voluntaria AFP Porvenir - Regional Antioquia (acumulado abril 2019).

$Z$  = 75%, equivalente a  $k = 1,15$

$e$  = 5%

$p$  = 0,5

$q$  = 0,5

Reemplazando en la fórmula 1, se tiene que el tamaño de la muestra  $n$  es equivalente a 132 encuestas, sin embargo, se realizaron **156** encuestas.

### **3.10 Procesamiento y análisis de la información**

El procesamiento de la información se realiza a través de la aplicación de técnicas estadísticas y metaheurísticas, a partir de la tabulación de los datos obtenidos, la aplicación de ecuaciones de optimización de portafolios, la generación de tablas dinámicas y simulación de escenarios. El análisis y presentación de resultados, se realiza por medio de tablas consolidadas y gráficos de dispersión y barras.

## CAPÍTULO IV

### DIAGNÓSTICO OBTENIDO

#### 4.1 Informe de los resultados obtenidos en la encuesta

En el mercado bursátil, el perfil de riesgo del inversionista es una clasificación que tiene como objetivo conocer el nivel de aversión o afinidad al riesgo del inversor, lo cual le permite planear su participación en los diversos instrumentos financieros. En consecuencia, establecer el perfil de riesgo del inversionista es fundamental para estructurar un portafolio de inversión, por ello en esta etapa del proceso investigativo, se realiza un análisis de las características del inversionista, a través de la ejecución de una encuesta dirigida a una muestra de afiliados a un fondo de pensión voluntaria, valiéndose de sus conocimientos en inversiones de renta fija y variable.

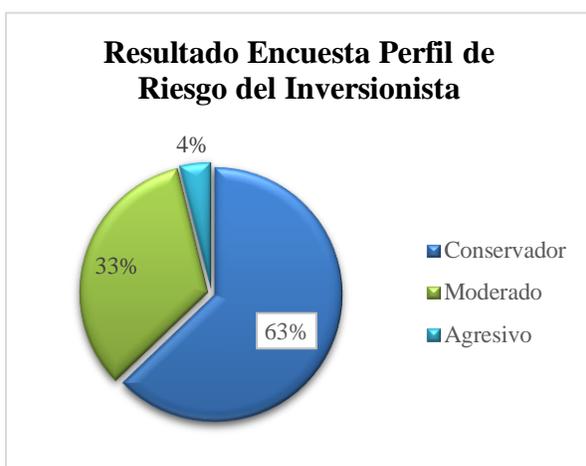
Las preguntas planteadas otorgan un puntaje acorde a las respuestas seleccionadas de acuerdo con la siguiente tabla:

*Tabla 6. Caracterización del Perfil de Riesgo del Inversionista*

Características	Perfil de riesgo del Inversionista		
	Conservador	Moderado	Agresivo
<b>Rentabilidad</b>	Mínima	Media	Alta
<b>Tolerancia al riesgo</b>	Baja	Media	Alta
<b>Plazo</b>	Corto	Corto - Mediano	Largo
<b>Rango de edad</b>	> 36 años	Entre 18 -35 años	Entre 26 – 35 años
<b>Experiencia</b>	Renta fija	Renta fija-variable	Renta variable
<b>Puntaje</b>	<b>6-14 puntos</b>	<b>15-22 puntos</b>	<b>Mayor a 23 puntos</b>

Fuente: Elaboración propia.

Ilustración 4. Resultados Encuesta Perfil Riesgo del Inversionista



Los resultados obtenidos en la encuesta permiten identificar qué; de los 156 afiliados a pensión voluntaria, 98 equivalente al 63% tienen un perfil conservador, 52 equivalente al 33% un perfil moderado y 6 equivalente al 4% un perfil agresivo.

Fuente. Elaboración propia

Tabla 7. Pregunta 1. ¿Cuál es la finalidad de su inversión?

Perfil del Inversionista					
¿Cuál es la finalidad de su inversión?	Conservador	Moderado	Agresivo	Total encuestas	Porcentaje
a) Ahorro	59	18	2	79	51%
b) Beneficio tributario	8	4	1	13	8%
c) Inversión en vivienda	13	5		18	12%
d) Educación	5	5	1	11	7%
e) Aprovechar oportunidades de mercado	13	20	2	35	22%
f) Otra ¿Cuál?				0	0%
<b>Total</b>	<b>98</b>	<b>52</b>	<b>6</b>	<b>156</b>	<b>100%</b>

Fuente: Elaboración propia

De 156 encuestados, en términos generales, el 51% realiza una inversión teniendo como objetivo obtener un ahorro, el 22% aprovechar oportunidades de mercado, 12% realizar una inversión en vivienda, el 8% obtener un beneficio tributario y el 7% invertir en educación.

Así mismo, se observa que el 60% de los encuestados clasificados con un perfil conservador tienen como objetivo ahorrar, mientras que en el perfil moderado se destaca la

finalidad de ahorro (34,6%) y aprovechar las oportunidades del mercado (38,5%), las cuales aplican también para el perfil agresivo con una participación del 33,3% cada una.

*Tabla 8. Pregunta 2. ¿En qué rango de edad se encuentra?*

¿En qué rango de edad se encuentra?	Total encuestas	Perfil del Inversionista			Total
		Conservador	Moderado	Agresivo	
a) Menor a 25 años	16	25%	<b>75%</b>	0%	100%
b) Entre 26 y 35 años	49	41%	<b>49%</b>	<b>10%</b>	100%
c) Entre 36 y 45 años	42	<b>76%</b>	24%	0%	100%
d) Entre 46 y 60 años	34	<b>88%</b>	9%	3%	100%
e) Mayor a 60 años	15	<b>80%</b>	20%	0%	100%
<b>Total</b>	<b>156</b>				

Fuente: Elaboración propia

Al observar los resultados de la tabla anterior, se puede destacar que las personas que se encuentran en un rango de edad entre 18 y 35 años, optan por un perfil moderado cuando se trata de invertir en el mercado bursátil, mientras que, los inversionistas que tienen 36 años en adelante tienden a seleccionar un perfil conservador. En cuanto al perfil agresivo encontramos que el 83% de los encuestados se encuentran entre los 26 y 35 años, con lo cual se puede validar que el perfil de riesgo es inversamente proporcional a la edad del inversionista, a mayor edad menor será el riesgo dispuesto a asumir por el participe en instrumentos de renta variable.

*Tabla 9. Pregunta 3. ¿En cuánto tiempo planea disponer de los recursos invertidos?*

¿ En cuánto tiempo planea disponer de los recursos invertidos?	Total encuestas	Perfil del Inversionista		
		Conservador	Moderado	Agresivo
a) Menos de 1 año	41	31,63%	17,31%	16,67%
b) Entre 1 y 3 años	64	<b>43%</b>	<b>40,38%</b>	16,67%
c) Entre 3 y 5 años	19	14%	7,69%	16,67%
d) Entre 5 y 10 años	18	9%	15,38%	16,67%
e) Más de 10 años	14	2%	19,23%	<b>33,33%</b>
<b>Total</b>	<b>156</b>	<b>100%</b>	<b>100%</b>	<b>100%</b>

Fuente: Elaboración propia.

Con referencia al horizonte de inversión, se observa que el 43% y el 40,38% de los encuestados categorizados en los perfiles conservador y moderado respectivamente, están dispuestos a disponer de los recursos invertidos en el corto y mediano plazo durante un periodo máximo de tres años, mientras que el 33,33% de los inversionistas pertenecientes al perfil agresivo tienden a esperar que sus inversiones generen mayores rentabilidades en el largo plazo.

*Tabla 10. Pregunta 4. ¿Con cuáles de las siguientes inversiones ha tenido alguna experiencia?*

<b>Perfil del Inversionista</b>			
<b>¿Con cuáles de las siguientes inversiones ha tenido alguna experiencia?</b>	<b>Conservador</b>	<b>Moderado</b>	<b>Agresivo</b>
a) Cuenta de ahorro y/o corriente	<b>89</b>	<b>50</b>	<b>5</b>
b) Certificado de depósito a término (CDT)	<b>26</b>	<b>24</b>	<b>5</b>
c) Bonos y/o acciones	3	11	3
d) Divisas y/o commodities		2	1
e) Derivados y/o notas estructuradas		1	
<b>Total</b>	<b>118</b>	<b>88</b>	<b>14</b>

Fuente: Elaboración propia.

Dado que la pregunta 4 tiene opción múltiple de respuesta, se obtuvieron 220 resultados, donde se observa que en general los tres perfiles tienen mayor experiencia en instrumentos de renta fija; 97,4% conservador, 84% moderado y 71,4% agresivo. Con referencia a instrumentos de renta variable, el 10,89% del total de encuestados, tienen experiencia en bonos y/o acciones, el 1,92% en divisas y/o commodities y tan solo el 0,64% en derivados y/o notas estructuradas.

Tabla 11. Pregunta 5. ¿En una eventual desvalorización de su portafolio que nivel de pérdida máxima estaría dispuesto a aceptar?

Perfil del Inversionista			
¿ En una eventual desvalorización de su portafolio que nivel de pérdida máxima estaría dispuesto a aceptar?	Conservador	Moderado	Agresivo
a) No estoy dispuesto a tolerar pérdidas en mi inversión	69,4%	5,8%	0,0%
b) Hasta un 1% de mi inversión	25,5%	26,9%	0,0%
c) Hasta un 5% de mi inversión	5,1%	42,3%	16,7%
d) Hasta un 10% de mi inversión	0,0%	21,2%	33,3%
e) Hasta un 30% de mi inversión	0,0%	3,8%	50,0%
<b>Total</b>	<b>100,0%</b>	<b>100,0%</b>	<b>100,0%</b>

Fuente: Elaboración propia

Tabla 12. Pregunta 6. ¿Durante cuantos meses consecutivos estaría dispuesto a tolerar rentabilidades negativas en su inversión?

Perfil del Inversionista			
¿Durante cuantos meses consecutivos estaría dispuesto a tolerar rentabilidades negativas en su inversión?	Conservador	Moderado	Agresivo
a) No estoy dispuesto a tolerar rentabilidades negativas	65,3%	3,8%	0,0%
b) Un mes	23,5%	15,4%	16,7%
c) De dos a tres meses	9,2%	57,7%	16,7%
d) De tres a seis meses	1,0%	17,3%	33,3%
e) Más de seis meses	1,0%	5,8%	33,3%
<b>Total</b>	<b>100,0%</b>	<b>100,0%</b>	<b>100,0%</b>

Fuente: Elaboración propia

Los resultados obtenidos en las preguntas 5 y 6, permiten evidenciar la tolerancia al riesgo ante eventos negativos en términos de pérdidas de capital invertido y horizonte de tiempo de acuerdo al perfil del inversionista; tan solo el 5,1% de los encuestados clasificados en el perfil conservador estarían dispuestos a aceptar una desvalorización del 5%, durante máximo 3 meses, mientras que el perfil moderado busca mantener un balance entre rentabilidad y seguridad y el perfil agresivo está dispuesto a tolerar rentabilidades negativas significativas durante mayores periodos de tiempo.

*Tabla 13. Pregunta 7. ¿Qué tipo de inversión prefiere?*

<b>¿ Qué tipo de inversión prefiere?</b>	<b>Perfil del Inversionista</b>			<b>Total</b>
	<b>Conservador</b>	<b>Moderado</b>	<b>Agresivo</b>	
a) Rentabilidad esperada de 5% con riesgo de desvalorización de 1%	85	15	1	<b>101</b>
b) Rentabilidad esperada de 15% con riesgo de desvalorización de 10%	7	28	2	<b>37</b>
c) Rentabilidad esperada de 30% con riesgo de desvalorización de 20%	6	9	3	<b>18</b>
<b>Total</b>	<b>98</b>	<b>52</b>	<b>6</b>	<b>156</b>

Fuente: Elaboración propia

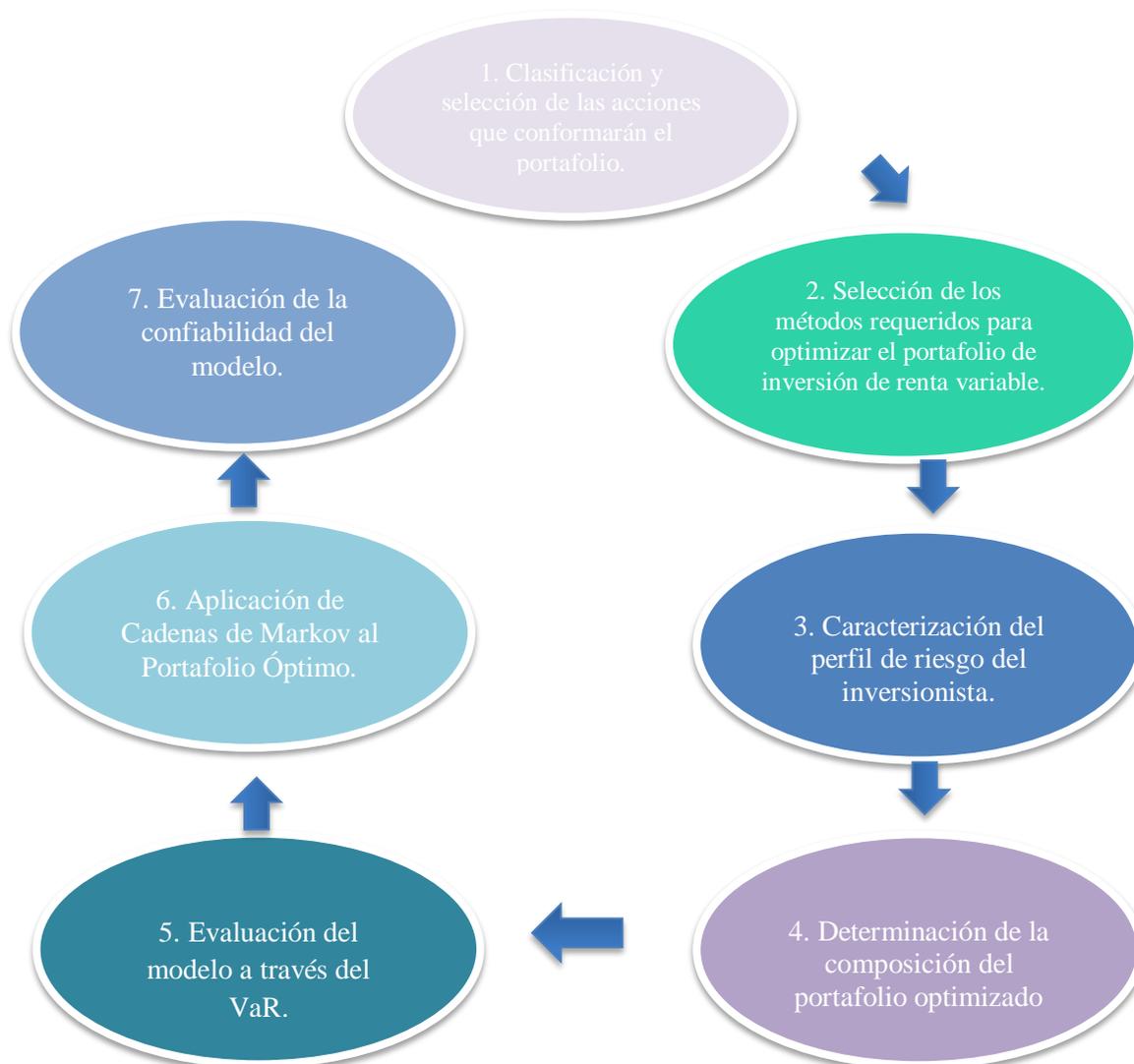
Con referencia al tipo de inversión, el 64,74% de los encuestados prefieren inversiones que generen rendimientos estables con menor riesgo de desvalorización. A pesar del conocimiento que poseen los afiliados en temas de inversión, se evidencia una cultura de aversión al riesgo; tan solo el 11,5% de los encuestados estarían dispuestos a invertir en un portafolio que genere mayores rendimientos asumiendo un riesgo de desvalorización del 20%.

## CAPITULO V

### PROPUESTA

#### 5. Desarrollo Etapas de la Investigación

*Ilustración 5. Diagrama de Flujo Propuesta: Modelo prospectivo*



## 5.1 Etapa I: Clasificación y selección de las acciones que conformarán el portafolio

La primera etapa de la investigación consiste en realizar un análisis fundamental de las treinta (30) acciones transadas en la Bolsa de Valores de New York (NYSE) durante el año 2018 pertenecientes al índice Dow Jones.

Para ello, se calculan los índices financieros más relevantes de cada una de las empresas correspondientes, entre ellos; los indicadores de rentabilidad eficiencia, liquidez, endeudamiento, Q de Tobin, Yield, precio sobre las ganancias (PER), rentabilidad esperada y riesgo. Este análisis se realiza con el propósito de seleccionar las mejores cinco acciones que conformarán el portafolio.

Los datos analizados fueron consultados en los Estados Financieros correspondientes a los años 2017 y 2018, dicha información fue tomada de la página de internet [www.investing.com](http://www.investing.com), y los precios de cierre de las acciones de los años 2016, 2017 y 2018 fueron tomados de [www.finance.yahoo.com](http://www.finance.yahoo.com). Los estados financieros se analizaron con corte a 31 de diciembre de 2017 y 2018, para ello se tienen en cuenta los siguientes hallazgos:

- La acción HD (The Home Depot. Inc.) el corte de sus estados financieros es a 03 febrero de 2017 y 2018.
- La acción NKE (NIKE. Inc.) el corte de sus estados financieros es a 31 mayo de 2017 y 2018.
- La acción MSFT (Microsoft Corporation) y PG (La compañía Procter & Gamble) el corte de sus estados financieros es a 30 junio de 2017 y 2018.
- La acción CSCO (Cisco Systems. Inc.) el corte de sus estados financieros es a 30 julio de 2017 y 2018.
- La acción AMB (Walgreens Boots Alliance. Inc) el corte de sus estados financieros es a 31 agosto de 2017 y 2018.
- La acción DIS (La Compañía Walt Disney), AAPL (Apple Inc.) y V (Visa Inc.) el corte de sus estados financieros es a 30 septiembre de 2017 y 2018.
- La acción DOW (Dow Inc) no posee información del balance a 31 de diciembre de 2017.

## 1. Indicadores de Eficiencia y Rentabilidad

La rentabilidad empresarial es una medida de la eficiencia con que la empresa gestiona los recursos económicos y financieros a su disposición. Pueden definirse genéricamente como la relación entre los resultados obtenidos y la inversión realizada. Al concretar dichos resultados y dicha inversión se obtienen dos tipos de rentabilidad: económica y financiera. (Aguiar Diaz, y otros, 2012, pág. 241)

En concordancia con lo expuesto por el autor, se calcula la rentabilidad sobre las ventas, activos y patrimonio, justificado en la necesidad de determinar la eficiencia en el logro de los resultados propuestos por las empresas, las fórmulas utilizadas se relacionan a continuación:

*Ecuación 4. Margen bruto de utilidad*

$$MBU = \frac{\text{Utilidad Bruta}}{\text{Ventas Netas} \times 100}$$

*Ecuación 5. Rentabilidad sobre ventas*

$$RV = \frac{\text{Utilidad Neta}}{\text{Ventas Netas} \times 100}$$

*Ecuación 6. Rentabilidad sobre activos*

$$RA = \frac{\text{Utilidad Bruta}}{\text{Activo Total}}$$

*Ecuación 7. Rentabilidad sobre el patrimonio*

$$RP = \frac{\text{Utilidad Neta}}{\text{Patrimonio}}$$

## 2. Indicadores de Liquidez

Para estimar la liquidez de las acciones se calcula la razón corriente, con el fin de determinar cuántos activos corrientes (efectivo, cuentas por cobrar, inventarios, inversiones) se tendrán para hacer frente a las obligaciones del corto plazo. Así mismo, se calcula la prueba ácida, teniendo

en cuenta que los inventarios es un rubro del estado de la situación financiera que no es fácilmente realizable, las fórmulas utilizadas se relacionan a continuación:

*Ecuación 8. Razón corriente*

$$RC = \frac{\text{Total Activo Corriente}}{\text{Total Pasivo Corriente}}$$

*Ecuación 9. Prueba ácida*

$$PA = \frac{\text{Total Activos Corrientes} - \text{Inventarios}}{\text{Total Pasivo Corriente}}$$

### 3. Indicador de Endeudamiento

Para determinar el endeudamiento para el financiamiento de las operaciones de la organización, es necesario calcular los índices de endeudamiento, autonomía y desarrollo de nuevos productos.

*Ecuación 10. Endeudamiento*

$$E = \frac{\text{Pasivo Total con Terceros}}{\text{Activo Total}}$$

*Ecuación 11. Autonomía*

$$A = \frac{\text{Pasivo Total con Terceros}}{\text{Patrimonio}}$$

*Ecuación 12. Índice de desarrollo de nuevos productos*

$$ID = \frac{\text{Pasivo Corriente}}{\text{Pasivo Total con Terceros}}$$

Este indicador permite determinar el peso porcentual de los pasivos sobre los activos y el patrimonio de las empresas analizadas, de igual manera es posible identificar cuáles de ellas

presentan problemas de flujo de efectivo para cancelar sus deudas y dificultad para generar recursos con el fin de solventar sus obligaciones.

#### 4. Indicadores Q de Tobin, Yield y PER

Entre los indicadores que se consideraron analizar para la preselección de las acciones, se encuentra la Q de Tobin, su nombre es alusivo al economista James Tobin, quien obtuvo el Premio Nobel de Economía tras este hallazgo, Tobin establece:

Las empresas basan sus decisiones de inversión en el siguiente cociente, que actualmente se denomina Q de Tobin:

*Ecuación 13. Q de Tobin*

$$q = \frac{\text{Valor de Mercado de Capital Instalado}}{\text{Coste de Reposición de Capital Instalado}}$$

El numerador de la Q de Tobin es el valor de capital de la economía determinado por la bolsa de valores. El denominador es el precio de capital si se comprara hoy. (Mankiw, 2000)

En este orden de ideas si la q es mayor a 1 quiere decir que la acción se encuentra sobrevaluada y se recomienda comprar, pero si es menor a 1 nos indica que esta sobrevaluada y se recomienda vender.

Adicionalmente, se analizaron los siguientes indicadores bursátiles: la rentabilidad por dividendo o Yield y el precio sobre las ganancias denominado PER, con el fin de estudiar el estado actual de las acciones con respecto a su posición en el mercado.

Finalmente, con los precios de cierre de las acciones periodo 2016-2018, se determina el riesgo y la rentabilidad esperada a través del módulo ajuste de distribución de variables múltiples del aplicativo Risk Simulator.

Los resultados de los indicadores bursátiles anteriormente mencionados, se encuentran en *Anexo B*.

En un compendio de todos los análisis realizados, y después de realizar un filtro de selección, se llega a la conclusión de que las quince mejores acciones son las relacionadas a continuación, estos cálculos fueron determinados, dando un puntaje a cada acción (de 1 a 30) según su posición en cada indicador analizado, a menor puntaje mejor posición:

*Ilustración 6. Pre-selección de las acciones para conformar el portafolio de Inversión*

<b>Acción</b>	<b>Total</b>	<b>Posición Final</b>
<b>V</b>	120	1
<b>MSFT</b>	141	2
<b>PFE</b>	144	3
<b>MRK</b>	167	4
<b>MMM</b>	135	5
<b>MCD</b>	166	6
<b>JNJ</b>	160	7
<b>CSCO</b>	179	8
<b>PG</b>	195	9
<b>NKE</b>	188	10
<b>KO</b>	158	11
<b>VZ</b>	182	12
<b>INTC</b>	192	13
<b>IBM</b>	192	14
<b>BA</b>	219	15

Fuente: Elaboración propia

Una vez se tiene preseleccionadas las quince acciones, se procede a seleccionar las cinco mejores, con la finalidad de conformar el portafolio de inversión, este filtro se realiza identificando las de menor riesgo, mediante el cálculo de la desviación estándar.

*Ilustración 7. Acciones seleccionadas para conformar el portafolio de Inversión*

Acción	Riesgo
<b>KO</b>	0,8330%
<b>JNJ</b>	1,0291%
<b>PFE</b>	1,0761%
<b>MMM</b>	1,1264%
<b>IBM</b>	1,2957%

Fuente: Elaboración propia

Si bien IBM tiene una rentabilidad negativa se incluye en el portafolio para validar la coherencia y eficiencia del modelo.

Finalmente, es importante mencionar el objeto social de las empresas seleccionadas, con el fin de conocer las operaciones que estas desarrollan;

**KO:** The Coca-Cola Company, una compañía de bebidas, fabrica y distribuye varias bebidas no alcohólicas en todo el mundo. . (Finance, s.f.)

**JNJ:** Johnson & Johnson, junto con sus subsidiarias, investiga y desarrolla, fabrica y vende diversos productos en el campo de la atención médica en todo el mundo. Opera en tres segmentos: dispositivos de consumo, farmacéuticos y médicos. (Finance, Yahoo Finance, s.f.)

**PFE:** Pfizer Inc. desarrolla, fabrica y vende productos de salud en todo el mundo. Ofrece medicamentos y vacunas en diversas áreas terapéuticas, incluida la medicina interna, vacunas, oncología, inflamación e inmunología, y enfermedades raras. (Finance, Yahoo Finance, s.f.)

**MMM:** 3M Company desarrolla, fabrica y comercializa diversos productos en todo el mundo. Opera a través de cuatro segmentos comerciales: seguridad e industria, transporte y electrónica, atención médica y consumo. (Finance, Yahoo Finance, s.f.)

**IBM:** International Business Machines Corporation opera como una compañía integrada de tecnología y servicios en todo el mundo. Su segmento de soluciones cognitivas ofrece una cartera de plataformas de inteligencia artificial empresarial, como plataformas de análisis y

gestión de datos, servicios de datos en la nube, gestión de talentos y soluciones industriales principalmente bajo los nombres de Watson Platform, Watson Health y Watson Internet of Things. (Finance, Yahoo Finance, s.f.)

## **5.2 Etapa II: Selección de los métodos requeridos para optimizar el portafolio de inversión de renta variable.**

En esta etapa, se presentan tres métodos para optimizar el portafolio de inversión compuesto por las cinco acciones seleccionadas en la primera fase de la investigación (IBM, JNJ, KO, MMM y PFE), los cuales se desarrollaron haciendo uso de las herramientas: Complemento Solver, Software Risk Simulator y el Algoritmo Genético, a través del planteamiento de un modelo cuadrático multi-objetivo conformado por las variables rentabilidad y riesgo, generando consigo una función de utilidad para cada perfil de riesgo del inversionista.

A continuación, se presenta la metodología implementada en el desarrollo de cada uno de los modelos (Ver *Anexos D y E*):

### **5.2.1 Método de optimización de Markowitz a través del Complemento “Solver”**

La herramienta Microsoft Excel Solver utiliza el código de optimización no lineal (GRG2) desarrollado por la Universidad Leon Lasdon de Austin (Texas) y la Universidad Allan Waren (Cleveland) (Salazar, 2016).

Los problemas lineales y enteros utilizan el *Método Simplex* con límites en las variables y el método de ramificación y límite (método de branch and bound), implantado por John Watson y Dan Fylstra de Frontline Systems, Inc. El método de branch and bound corresponde al mismo método utilizado por WinQSB para la solución de problemas de programación lineal entera y/o que utilicen variables binarias (Salazar, 2016).

El método de optimización con restricciones y multi-objetivo, se puede resolver de varias formas:

- La función objetivo con una variable: minimizar el riesgo y la otra variable a optimizar rentabilidad, como una restricción más.
- La función multi-objetivo contiene las dos variables a optimizar: se establece la relación de las dos variables en la función objetivo: maximizar rentabilidad/riesgo.

### El modelo de Markowitz

Se basa en la teoría propuesta por Henry Markowitz, utilizando el complemento Solver de Excel para construir la curva de la frontera eficiente, es decir el conjunto de alternativas de inversión que ofrecen una mayor rentabilidad esperada según los diferentes niveles de riesgo.

Si bien, los cálculos están limitados a cinco acciones evaluadas en un periodo de tres años, el concepto del método se puede ajustar a  $n$  activos modificando la tabla de datos históricos. En consecuencia, en primera instancia, se calculan la rentabilidad promedio y el riesgo esperado con base en los precios de cierre diarios en el periodo 2016-2018, aplicando las funciones matemáticas en Excel, promedio y desviación estándar del conjunto de datos de cada acción.

#### Ecuación 14. Rentabilidad

$$R_t: \ln (P_t/P_{t-1})$$

Tabla 14. Rentabilidad diaria por acción

Fecha	Acción				
	IBM	JNJ	KO	MMM	PFE
6/01/2016	-0,0736%	0,4171%	0,3531%	0,4350%	0,7173%
7/01/2016	-0,5018%	-0,5067%	-0,5420%	-2,0347%	-1,7872%
⋮	↓	↓	↓	↓	⋮
31/12/2018	-0,6613%	-0,1099%	-0,6967%	-0,6999%	0,2564%

Fuente: Elaboración Propia.

*Tabla 15. Rentabilidad y riesgo promedio por acción*

	<b>IBM</b>	<b>JNJ</b>	<b>KO</b>	<b>MMM</b>	<b>PFE</b>
Rentabilidad Esperada	-0,0246%	0,0314%	0,0143%	0,0338%	0,0394%
Desviación Estándar	1,2957%	1,0291%	0,8330%	1,1264%	1,0761%

Fuente: Elaboración Propia

Con los datos obtenidos en la Tabla 15. , se construye la Matriz de Varianza- Covarianza de los activos financieros:

*Tabla 16. Matriz de Varianza – Covarianza*

<b>Acción i</b>	<b>Acción j</b>	<b>Covarianza</b>	<b>Correlación</b>	<b>%Acción i</b>	<b>%Acción j</b>
<b>IBM</b>	<b>JNJ</b>	0,0038%	0,2881	0,0000%	0,0000%
<b>IBM</b>	<b>KO</b>	0,0031%	0,2898	0,0000%	0,0000%
<b>IBM</b>	<b>MMM</b>	0,0063%	0,4356	0,0000%	0,0000%
<b>IBM</b>	<b>PFE</b>	0,0045%	0,3260	0,0000%	0,0000%
<b>JNJ</b>	<b>KO</b>	0,0034%	0,3932	0,0000%	0,0000%
<b>JNJ</b>	<b>MMM</b>	0,0058%	0,4977	0,0000%	0,0000%
<b>JNJ</b>	<b>PFE</b>	0,0057%	0,5183	0,0000%	0,0000%
<b>KO</b>	<b>MMM</b>	0,0039%	0,4201	0,0000%	0,0000%
<b>KO</b>	<b>PFE</b>	0,0026%	0,2943	0,0000%	0,0000%
<b>MMM</b>	<b>PFE</b>	0,0053%	0,4414	0,0000%	0,0000%

Fuente: Elaboración Propia

La Covarianza muestra cómo las variaciones de los precios de las acciones se comportan entre sí con respecto a la rentabilidad esperada de cada acción en un periodo de tiempo determinado. Por otro lado, el Coeficiente de Correlación, se obtiene entre la covarianza dividida por el producto de las desviaciones estándar, dicha correlación puede estar en un intervalo de -1 a 1, e indica el grado de relación entre dos acciones. En este caso, se evidencia que la correlación entre los activos es mínima, por tanto, es posible construir portafolios eficientes y diversificados con las acciones seleccionadas.

Para el cálculo de las covarianzas se aplica la función =+COVAR (INDIRECTO(A7); INDIRECTO(B7)), y se determina la correlación a través de la función

=+COEF.DE.CORREL(INDIRECTO(A7); INDIRECTO(B7)), donde “A” y “B” representan las columnas de datos históricos de las acciones i y j. Las celdas % acción i y % acción j se formulan para obtener el valor de la función objetivo, en la matriz “Portafolio de Inversión”, con el objetivo de determinar el porcentaje de participación de cada acción.

*Ecuación 15. Rentabilidad del Portafolio de inversión*

$$E(Rp) = \sum_{i=1}^n \mu_i \times x_i$$

Donde;

$\mu_i$  = Valor esperado de los retornos del activo  $i$

$x_i$  = Ponderación del activo  $i$  en el portafolio

En el archivo de Excel se aplica la función: Rentabilidad=+SUMAPRODUCTO (B21:B25; C21:C25) donde la columna B corresponde al porcentaje de Inversión y la columna C, la rentabilidad esperada de la acción.

*Ecuación 16. Riesgo del portafolio*

$$\text{Riesgo del portafolio} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (A_i^2 \times \sigma_i^2) + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m A_i \times A_j \times \sigma_{ij}}$$

Donde;

$A_i$  = Ponderación del activo  $i$  en el portafolio

$A_j$  = Ponderación del activo  $j$  en el portafolio

$\sigma_i$  = Volatilidad del activo  $i$

$\sigma_{ij}$  = Covarianza entre los rendimientos del activo  $i$  y  $j$

Fuente: Granada, M. (2013). Algoritmos evolutivos y técnicas bio-inspiradas

En Excel, la Ecuación 16. Riesgo del portafolio

Riesgo del portafolio =  $\sqrt{\sum_{i=1}^n (A_i^2 \times \sigma_i^2) + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m A_i \times A_j \times \sigma_{ij}}$ , se aplica calculando la varianza total de los activos a través de la función=+SUMAPRODUCTO(F21:F25;E21:E25)+2\*SUMAPRODUCTO(C7:C16;E7:E16;F7:F16)>; donde el Riesgo es igual a la raíz cuadrada del resultado obtenido.

*Ilustración 8. Cálculo de la rentabilidad, la varianza y el riesgo en Excel*

	A	B	C	D	E	F
4						
5	Matriz Varianza-Covarianza					
6	ACCIÓN I	ACCIÓN J	COVARIANZA	CORRELACIÓN	% ACCIÓN I	% ACCIÓN J
7	IBM	JNJ	0,0038%	0,2881	0,0000%	0,8731%
8	IBM	KO	0,0031%	0,2898	0,0000%	0,0000%
9	IBM	MMM	0,0063%	0,4356	0,0000%	23,5941%
10	IBM	PFE	0,0045%	0,3260	0,0000%	75,5328%
11	JNJ	KO	0,0034%	0,3932	0,8731%	0,0000%
12	JNJ	MMM	0,0058%	0,4977	0,8731%	23,5941%
13	JNJ	PFE	0,0057%	0,5183	0,8731%	75,5328%
14	KO	MMM	0,0039%	0,4201	0,0000%	23,5941%
15	KO	PFE	0,0026%	0,2943	0,0000%	75,5328%
16	MMM	PFE	0,0053%	0,4414	23,5941%	75,5328%
17						
18	Ponderación Portafolio de Inversión					
19						
20	ACCIÓN I	% INVERSIÓN	RENTABILIDAD	VOLATILIDAD	VOLATILIDAD <sup>2</sup>	% INVERSIÓN <sup>2</sup>
21	IBM	0,0000%	-0,0246%	1,2957%	0,0168%	0,0000%
22	JNJ	0,8731%	0,0314%	1,0291%	0,0106%	0,0076%
23	KO	0,0000%	0,0143%	0,8330%	0,0069%	0,0000%
24	MMM	23,5941%	0,0338%	1,1264%	0,0127%	5,5668%
25	PFE	75,5328%	0,0394%	1,0761%	0,0116%	57,0521%
26	TOTAL INVERSIÓN	100,0000%				
27						
28	Portafolio de Inversión					
29						
30	Rentabilidad	0,0380%				
31	Varianza	0,0093%				
32	Riesgo	0,9653%				

Fuente: Elaboración propia

Tabla 17. Matriz Portafolio de Inversión

Acción <i>i</i>	% Inversión	Rentabilidad	Volatilidad	Volatilidad <sup>2</sup>	% Inversión <sup>2</sup>
<b>IBM</b>	0,0000%	-0,0246%	1,2957%	0,0168%	0,0000%
<b>JNJ</b>	0,0000%	0,0314%	1,0291%	0,0106%	0,0000%
<b>KO</b>	0,0000%	0,0143%	0,8330%	0,0069%	0,0000%
<b>MMM</b>	6,7712%	0,0338%	1,1264%	0,0127%	0,4585%
<b>PFE</b>	93,2288%	0,0394%	1,0761%	0,0116%	86,9161%
<b>Total Inversión</b>	100 %				

Portafolio De Inversión	
<b>Rentabilidad</b>	0,0390%
<b>Varianza</b>	0,0108%
<b>Riesgo</b>	1,0391%

Fuente: Elaboración propia, aplicando complemento Solver

Paso a seguir, se ejecutan diferentes escenarios simulados a través del complemento Solver en la matriz de Portafolio de Inversión, con el objetivo de construir la Frontera Eficiente, bajo la premisa de mínimo riesgo, es decir, portafolios de inversión diseñados para un perfil conservador, y así, a partir de dicha frontera se construyen las funciones de utilidad para los demás perfiles de inversión.

Partiendo de lo expuesto anteriormente, se determinan los límites de la frontera eficiente, a través de las funciones objetivo: minimizar el riesgo y maximizar la rentabilidad, calculadas de manera independiente y sujeta a dos restricciones; la primera, el porcentaje de participación en cada acción debe ser superior a cero, y la segunda, el total invertido debe ser del 100%.

*Ilustración 9. Cálculo del riesgo mínimo del portafolio usando complemento Solver*

ACCIÓN <i>i</i>	% INVERSIÓN	RENTABILIDAD	VOLATILIDAD	VOLATILIDAD <sup>2</sup>	% INVERSIÓN <sup>2</sup>
IBM	0,0000%	-0,0246%	1,2957%	0,0168%	0,0000%
JNJ	0,8731%	0,0314%	1,0291%	0,0106%	0,0076%
KO	0,0000%	0,0143%	0,8330%	0,0069%	0,0000%
MMM	23,5941%	0,0338%	1,1264%	0,0127%	5,5668%
PFE	75,5328%	0,0394%	1,0761%	0,0116%	57,0521%
<b>TOTAL INVERSIÓN</b>	<b>100%</b>				

Portafolio de Inversión	
Rentabilidad	0,0380%
Varianza	0,0093%
Riesgo	0,9653%

Parámetros de Solver

Establecer objetivo: \$B\$32

Para:  Máx  Min  Valor de: 0

Cambiando las celdas de variables: \$B\$21:\$B\$25

Sujeto a las restricciones:

\$B\$21:\$B\$25 >= 0

\$B\$26 = 1

Fuente: Tomado del programa Solver, complemento de Excel

En la tabla 18, se presentan los porcentajes de inversión en cada una de las acciones, necesarios para obtener el mínimo riesgo, sin tener en cuenta la rentabilidad; la cual se calcula con la ponderación de cada inversión multiplicada por la rentabilidad unitaria de cada acción.

*Tabla 18. Resultado Mínimo Riesgo del Portafolio*

Acción <i>i</i>	% Inversión	Rentabilidad	Volatilidad	Volatilidad <sup>2</sup>	% Inversión <sup>2</sup>
IBM	10,6224%	-0,0246%	1,2957%	0,0168%	1,1283%
JNJ	15,5980%	0,0314%	1,0291%	0,0106%	2,4330%
KO	51,5654%	0,0143%	0,8330%	0,0069%	26,5899%
MMM	3,8083%	0,0338%	1,1264%	0,0127%	0,1450%
PFE	18,4059%	0,0394%	1,0761%	0,0116%	3,3878%
<b>Total Inversión</b>	<b>100 %</b>				

Portafolio De Inversión	
Rentabilidad	0,0182%
Varianza	0,0051%
Riesgo	0,7120%

Fuente: Tomado del programa Solver, complemento de Excel

Por otro lado, para encontrar la combinación de activos que generen el mejor rendimiento esperado, se modifica la función objetivo, seleccionando maximizar la celda de rentabilidad, cambiando las celdas de porcentaje de la inversión, sujeto a las mismas restricciones:

*Tabla 19. Resultado Máxima rentabilidad del Portafolio*

Acción <i>i</i>	% Inversión	Rentabilidad	Volatilidad	Volatilidad <sup>2</sup>	% Inversion <sup>2</sup>
<b>IBM</b>	0,0000%	-0,0246%	1,2957%	0,0168%	0,0000%
<b>JNJ</b>	0,0000%	0,0314%	1,0291%	0,0106%	0,0000%
<b>KO</b>	0,0000%	0,0143%	0,8330%	0,0069%	0,0000%
<b>MMM</b>	0,0000%	0,0338%	1,1264%	0,0127%	0,0000%
<b>PFE</b>	100,0000%	0,0394%	1,0761%	0,0116%	100,0000%
<b>Total Inversión</b>	100,0000%				

Portafolio De Inversión	
<b>Rentabilidad</b>	0,0394%
<b>Varianza</b>	0,0116%
<b>Riesgo</b>	1,0761%

Fuente: Tomado del programa Solver, complemento de Excel

Para este caso, la rentabilidad y el riesgo del portafolio, son equivalentes a la rentabilidad y el riesgo de la acción PFE, puesto que dicha acción proporciona la máxima rentabilidad con un porcentaje de inversión del 100%, independientemente del riesgo.

*Tabla 20. Límites de la Frontera Eficiente*

Función objetivo	Riesgo	Rentabilidad
<b>Mínimo Riesgo</b>	0,7120%	0,0182%
<b>Máxima Rentabilidad</b>	1,0761%	0,0394%

Fuente: Elaboración propia

A partir de los límites establecidos anteriormente, se plantean diez escenarios adicionales para construir la Frontera Eficiente del Portafolio, incluyendo una restricción adicional a la función objetivo para minimizar el riesgo: Determinar el riesgo cuando la rentabilidad del

portafolio es igual a un valor asignado aleatoriamente, el cual se encuentra dentro de los rangos establecidos.

*Tabla 21. Construcción de coordenadas para la Frontera Eficiente del Portafolio Optimizado*

Riesgo	Rentabilidad	IBM	JNJ	KO	MMM	PFE
<b>0,7120%</b>	<b>0,0182%</b>	11%	16%	52%	4%	18%
<b>0,7135%</b>	0,0206%	7%	16%	50%	6%	20%
<b>0,7178%</b>	0,0229%	4%	17%	49%	8%	22%
<b>0,7250%</b>	0,0253%	0%	17%	48%	10%	24%
<b>0,7398%</b>	0,0276%	0%	18%	38%	14%	30%
<b>0,7672%</b>	0,0300%	0%	20%	27%	17%	36%
<b>0,8059%</b>	0,0323%	0%	21%	17%	21%	41%
<b>0,8544%</b>	0,0347%	0%	22%	6%	24%	47%
<b>0,9188%</b>	0,0370%	0%	12%	0%	25%	63%
<b>0,9653%</b>	0,0380%	0%	1%	0%	24%	76%
<b>1,0391%</b>	0,0390%	0%	0%	0%	7%	93%
<b>1,0761%</b>	<b>0,0394%</b>	0%	0%	0%	0%	<b>100%</b>

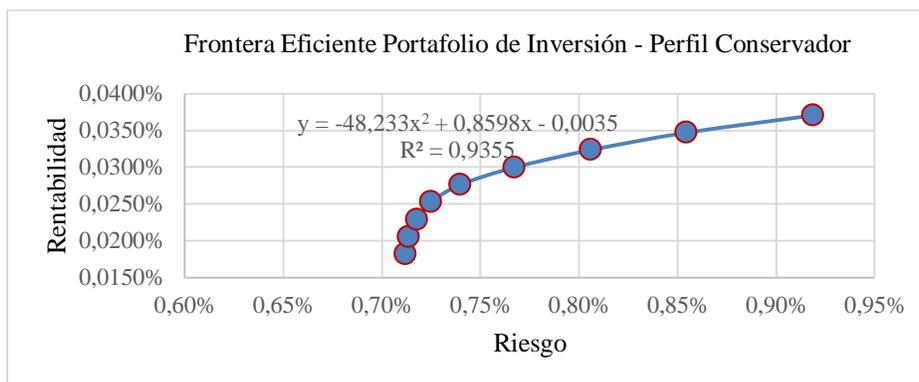
Fuente: Elaboración propia

En la tabla 21, los datos obtenidos muestran que la participación de IBM se agota rápidamente; lo cual confirma la coherencia y eficiencia del método, a través de la exclusión de una acción que no cumple las expectativas de rentabilidad. Así mismo se evidencia que la acción PFE tiene un alto impacto en la composición de portafolios eficientes.

Adicionalmente, se evidencia que, a partir de la coordenada (0,9653%;0,0380%), las alternativas propuestas no se encuentran diversificadas, puesto que la participación se concentra en uno o dos activos, generando consigo mayor riesgo e incumpliendo el perfil diversificador del inversionista. Por lo anterior, se gráfica la Frontera Eficiente, descartando los portafolios anteriormente mencionados y se calcula la ecuación polinómica de segundo grado, obteniendo un coeficiente de determinación de 0.94, reflejando una alta bondad de ajuste del modelo planteado, el cual puede ser representado a través de una parábola mediante la función de utilidad:

$$\text{Rentabilidad del Portafolio} = - 48, 233 (\text{Riesgo del portafolio})^2 + 0,8598 (\text{Riesgo del portafolio}) - 0,0035$$

*Ilustración 10. Gráfica de la Frontera Eficiente Perfil Conservador*

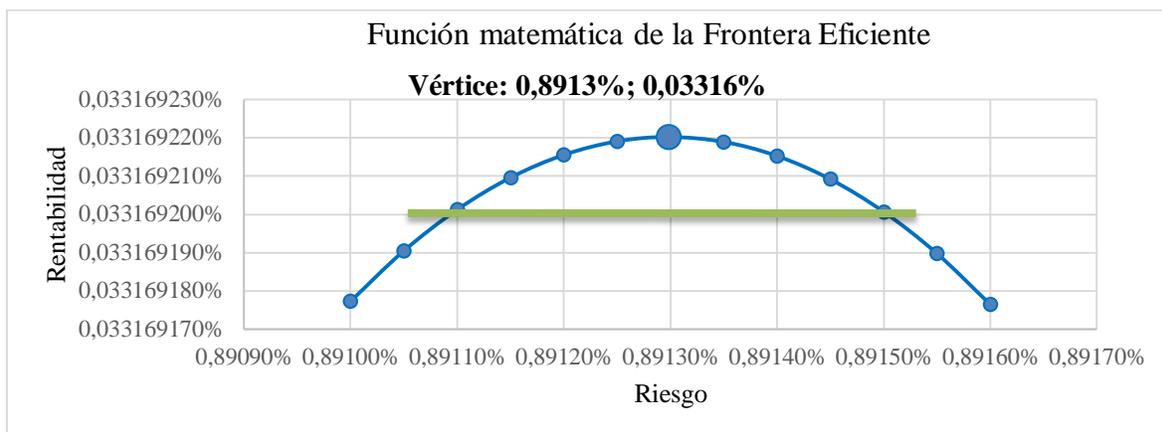


Fuente: Elaboración propia

**Cálculo de la función de utilidad para un Perfil de riesgo Agresivo a partir de la función inversa de la Frontera Eficiente del Perfil de riesgo Conservador.**

El primer paso consiste en convertir la función cuadrática  $y = -48,233x^2 + 0,8598x - 0,0035$  en una función inyectiva, parámetro requerido para construir su inversa; “la función  $f$  es inyectiva si cada elemento del conjunto final “ $y$ ” tiene como máximo un elemento del conjunto inicial “ $x$ ” al que le corresponde”. (UNAM, s.f.). En consecuencia, se calcula el vértice de la parábola para determinar el eje de simetría de la ecuación, a través de la siguiente fórmula:  $x = -\frac{b}{2a}$  para una función general de segundo grado:  $y = ax^2 + bx + c$ , obteniendo como resultado 0,8913%.

*Ilustración 11. Función matemática de la Frontera Eficiente*



Fuente: Elaboración propia.

Si bien, de acuerdo con la gráfica anterior, la función no es inyectiva, en todo su dominio, puesto que a cada valor de “y” le corresponden dos valores en “x”, se restringe el lado izquierdo de la parábola, para convertirla en inyectiva.

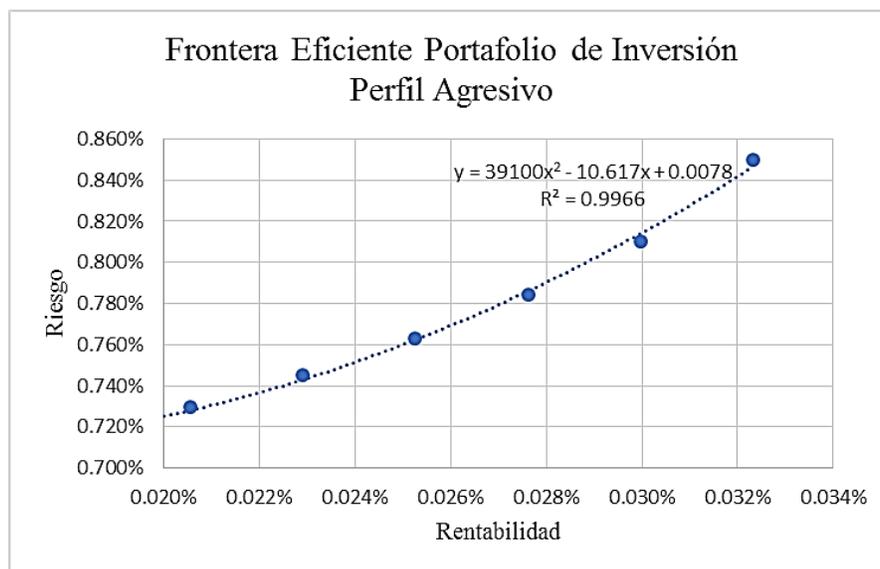
El segundo paso, consiste en calcular la función matemática inversa, para ello, se halla el valor de “x” en función de “y”, obteniendo la siguiente ecuación:

*Ecuación 17. Función Inversa de la Frontera Eficiente Perfil de riesgo Conservador*

$$F^{-1}(x) = 0,008912984886 + \frac{\sqrt{-192,932y + 0,06399404}}{-96,466}$$

Reemplazando los valores de rentabilidad en la función objetivo se obtiene la frontera eficiente para un perfil de riesgo agresivo:

*Ilustración 12. Frontera Eficiente Portafolio de Inversión Perfil Agresivo*



Fuente: Elaboración propia

### **Cálculo de la función de utilidad para un Perfil de Riesgo Moderado a partir de la Frontera Eficiente del Perfil de riesgo Conservador.**

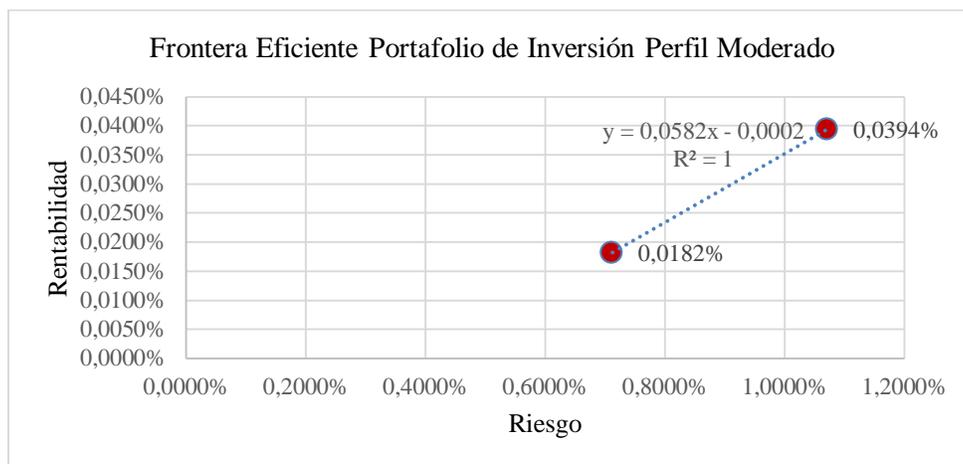
En este caso, como aporte a la investigación, las autoras proponen una función de utilidad lineal, la cual es calculada con base en la pendiente de la recta formada por las coordenadas que limitan la función de la frontera eficiente para un perfil conservador; (0.7120%; 0.01820%) y (1.0716%; 0.03940%).

*Ecuación 18. Pendiente de la función de utilidad Perfil Moderado*

$$Pendiente = \frac{Rentabilidad_2 - Rentabilidad_1}{Riesgo_2 - Riesgo_1}$$

Lo anterior, teniendo en cuenta que el inversionista con perfil de riesgo moderado procura mantener un balance entre rentabilidad y seguridad.

*Ilustración 13. Frontera Eficiente Portafolio de Inversión Perfil Moderado*



Fuente: Elaboración propia

### 5.2.2 Método de optimización a través de Risk Simulator

A diferencia de la Teoría Moderna de Portafolio de Markowitz, que dentro de su método de optimización supone que los retornos de los activos tienen una distribución normal, el software Risk Simulator, a través de la prueba Kolmogorov-Smirnov, permite ajustar los retornos diarios de cada acción a una distribución particular, por medio de la selección de la herramienta analítica “Ajuste de Distribución de Variables Múltiples”, donde el “Mejor supuesto ajustado” corresponde a la Rentabilidad Esperada de cada uno de los activos.

*Ilustración 14. Ajuste de Distribución de Variables Múltiples*

Resumen Estadístico					
Ajuste de Distribución de Variables Múltiples					
Nombre de la Variable	IBM	Nombre de la Variable	JNI	Nombre de la Variable	KO
Mejor Supuesto Ajustado	-0,0158%	Mejor Supuesto Ajustado	0,0337%	Mejor Supuesto Ajustado	0,0430%
Distribución Ajustada	Laplace	Distribución Ajustada	Laplace	Distribución Ajustada	Logística
Alfa	0,00	Alfa	0,00	Alfa	0,00
Beta	0,01	Beta	0,01	Beta	0,00

Fuente: Risk Simulator

Tabla 22. Rentabilidad y riesgo por acción software Risk Simulator

	IBM	JNJ	KO	MMM	PFE
Rentabilidad Esperada	-0,0158%	0,0337%	0,0430%	0,0887%	0,0259%
Desviación Estándar	1,2957%	1,0291%	0,8330%	1,1264%	1,0761%

Fuente: Elaboración propia

A través del software, se conforman dos portafolios de inversión; el primero de ellos, maximizando la rentabilidad y el segundo, minimizando el riesgo, para ello se procede a:

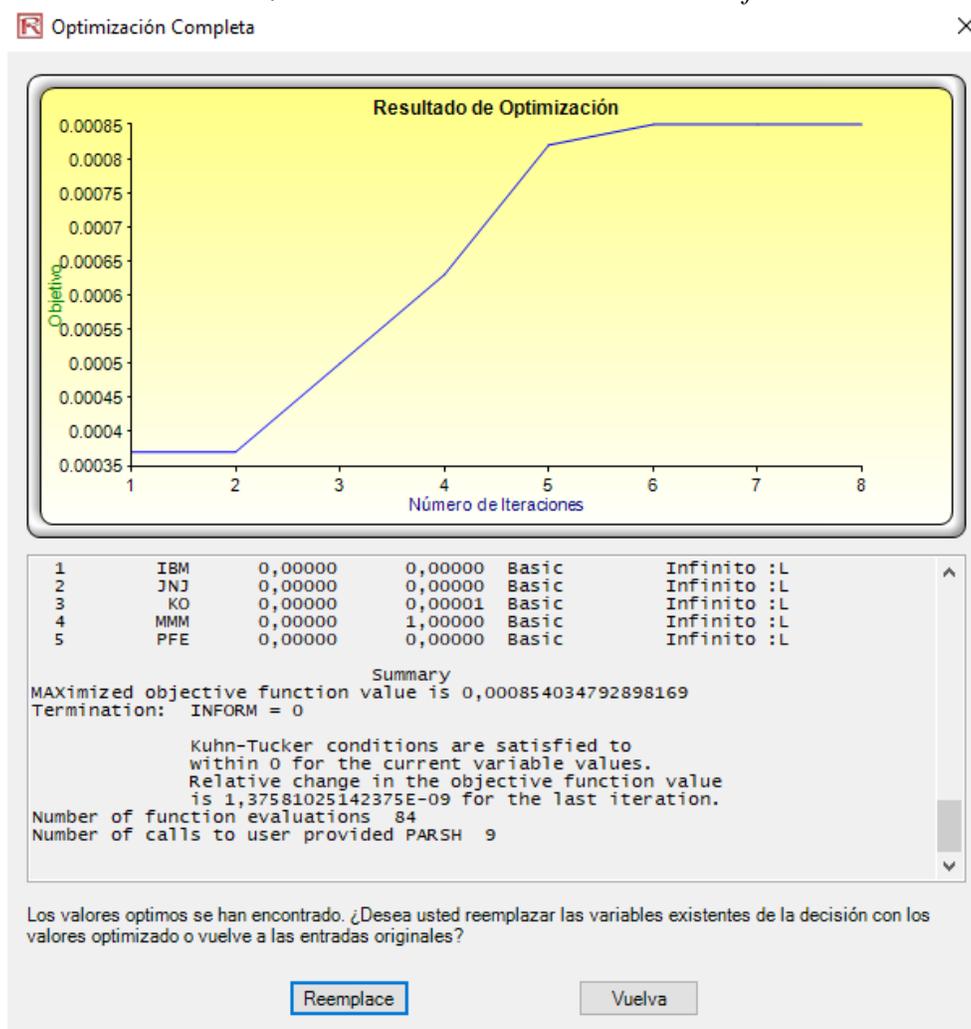
1. Crear Nuevo Perfil con 5000 pruebas.
2. Situarse en el módulo “Correr Optimización” y seleccionar:
  - **Objetivo:** indicar la función objetivo de la simulación (maximizar rentabilidad o minimizar el riesgo)
  - **Decisión:** Variables continuas con límite inferior = 0 y límite superior=100, el pronóstico de salida corresponde al porcentaje de participación de cada una de las acciones.
  - **Restricción:** Para dar cumplimiento al principio de no negatividad, el total de la inversión debe ser igual a 1 equivalente al 100%.
3. Finalmente procedemos a “Correr Optimización”, en el resumen de criterio seleccionar el método optimización dinámica, el cual sugiere que las rentabilidades varían en el tiempo de acuerdo con la distribución de probabilidad de cada conjunto de datos.

Los resultados obtenidos se aprecian a continuación:

### **Función Objetivo: Maximizar la rentabilidad**

De acuerdo con la Ilustración 15. Maximización de rentabilidad a través del Software Risk Simulator, el valor máximo que puede tomar la función objetivo corresponde a 0,085%, para ello se debe invertir el 100% en la acción MMM, puesto que, es el activo que posee mayor rentabilidad esperada independientemente del riesgo.

*Ilustración 15. Maximización de rentabilidad a través del Software Risk Simulator*

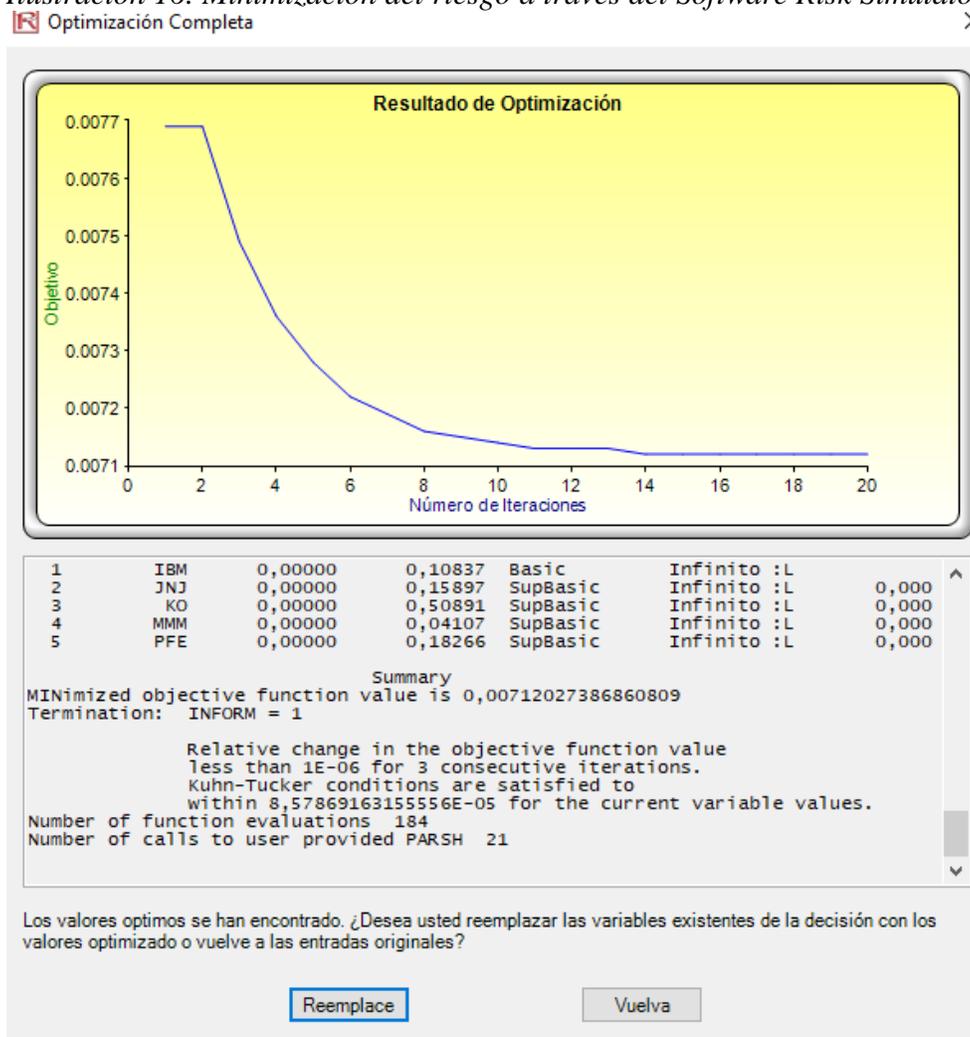


Fuente: Risk Simulator

### **Función Objetivo: Minimizar el riesgo**

De acuerdo con la Ilustración 16, el valor mínimo que puede tomar la función objetivo corresponde a 0,712%, siendo necesario contar con la participación de los cinco activos, dando mayor relevancia a la acción KO con un 50,9%.

Ilustración 16. Minimización del riesgo a través del Software Risk Simulator



Fuente: Risk Simulator

Tabla 23. Composición de los Portafolios de Inversión a través del Software Risk Simulator

Composición del Portafolio	Porcentaje de Inversión	
	Maximizando la rentabilidad	Minimizando el riesgo
Acción i		
IBM		10,8%
JNJ		15,9%
KO		50,9%
MMM	100%	4,1%
PFE		18,3%
<b>Total Inversión</b>	<b>100%</b>	<b>100%</b>
<b>Rentabilidad esperada</b>	<b>0,085%</b>	<b>0,035%</b>
<b>Riesgo del portafolio</b>	<b>1,126%</b>	<b>0,712%</b>

Fuente: Elaboración Propia

### 5.2.3 Selección del portafolio óptimo usando la meta heurística de Algoritmo Genético

La aplicación del algoritmo genético, es una técnica robusta, la cual permite obtener soluciones óptimas de inversión en una corrida de simulación, mediante la codificación de cadenas binarias, obteniendo consigo nuevas soluciones a través de operadores genéticos como el cruzamiento y la mutación. Generalmente el algoritmo genético es empleado para maximizar la función objetivo, sin embargo, en el caso de estudio, se requiere minimizar el riesgo del portafolio, por tanto, procedemos a construir el modelo, teniendo en cuenta las siguientes definiciones:

- Los algoritmos genéticos (AGs) realizan la búsqueda de soluciones óptimas locales en un conjunto de puntos y utilizan una función objetivo. Así mismo, emplean reglas de transición probabilística, no determinísticas, donde cada individuo busca la mejor solución en un conjunto, denominado espacio de búsqueda, en el cual cada punto es una posible solución y tiene un valor de “fitness” asociado. (Gutiérrez, 2019)
- Los AGs están basados en la teoría de la evolución de Darwin; biológicamente la información genética se almacena en los cromosomas, cada uno se encuentra compuesto por ADN, los cromosomas en los humanos forman pares y a su vez están divididos en partes denominadas genes, donde cada gen puede adquirir diferentes valores (alelos) y tiene una posición única (locus). (Gutiérrez, 2019)

En el caso de estudio, cada componente del AG corresponde a un elemento del portafolio de inversión:

- Gen: cada una de las acciones.
- Cromosoma: portafolio de inversión
- ADN: características de los genes (rentabilidad, riesgo)

### Etapas de la aplicación del Algoritmo Genético:

**A. Selección de la población:** La población en este caso corresponde a los precios de cierre en el periodo 2016-2018 de las cinco acciones seleccionadas.

*Tabla 24. Rentabilidad esperada, varianza y riesgo*

	<b>IBM</b>	<b>JNJ</b>	<b>KO</b>	<b>MMM</b>	<b>PFE</b>
<b>Rentabilidad Esperada</b> (Risk Simulator)	-0,0246%	0,0314%	0,0143%	0,0338%	0,0394%
<b>Varianza</b>	0,0167%	0,0106%	0,0069%	0,0127%	0,0116%
<b>Riesgo</b>	1,2956%	1,0291%	0,8329%	1,1264%	1,0761%
<b>Orden según mínimo riesgo</b>	<b>5</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>3</b>

Fuente: Elaboración propia

Paso a seguir, se construye la matriz de varianza- covarianza, de acuerdo con la aplicación del modelo de optimización a través del Complemento “Solver” y la Matriz Portafolio de Inversión.

*Tabla 25. Matriz de Varianza – Covarianza*

<b>Acción i</b>	<b>Acción j</b>	<b>Covarianza</b>	<b>Correlación</b>
<b>IBM</b>	<b>JNJ</b>	0,0038%	0,2881
<b>IBM</b>	<b>KO</b>	0,0031%	0,2898
<b>IBM</b>	<b>MMM</b>	0,0063%	0,4356
<b>IBM</b>	<b>PFE</b>	0,0045%	0,3260
<b>JNJ</b>	<b>KO</b>	0,0034%	0,3932
<b>JNJ</b>	<b>MMM</b>	0,0058%	0,4977
<b>JNJ</b>	<b>PFE</b>	0,0057%	0,5183
<b>KO</b>	<b>MMM</b>	0,0039%	0,4201
<b>KO</b>	<b>PFE</b>	0,0026%	0,2943
<b>MMM</b>	<b>PFE</b>	0,0053%	0,4414

Fuente: Elaboración propia

**B. Función de aptitud (fitness) Maximizar el inverso del riesgo:** Se procede a valorar la aptitud de cada acción en la población, asignado menos participación porcentual a aquellas acciones que se caracterizan por tener un nivel riesgo alto, y se premian con mayor participación a aquellas cuyo nivel de riesgo sea bajo.

La función de aptitud se obtiene calculando el inverso del riesgo a través de la siguiente ecuación:

*Ecuación 19. Función fitness*

Función fitness =  $Fa=1/\sigma$ , donde  $\sigma$  = Riesgo de la acción

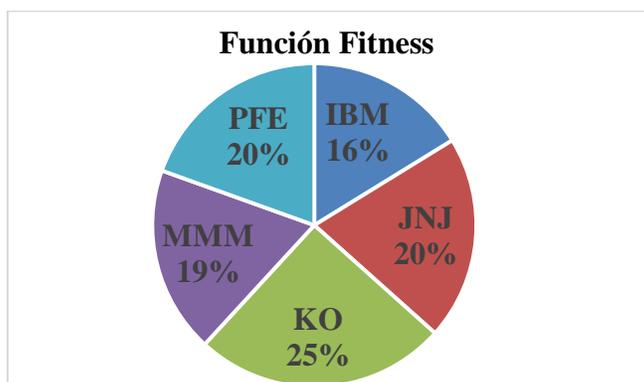
Dicha ecuación genera como resultado el nivel de participación de cada acción:

*Tabla 26. Función fitness- Nivel de participación*

	IBM	JNJ	KO	MMM	PFE	Total
<b>Inverso del riesgo</b>	77,1812	97,1734	120,0524	88,7750	92,9308	476,1129
<b>Nivel de participación</b>	16,210699	20,409750	25,215114	18,645785	19,518652	100

Fuente: Elaboración propia

*Ilustración 17. Participación de las acciones en la cadena binaria*



Fuente: Elaboración propia

### C. Codificación de la cadena binaria: el cromosoma

La codificación de la cadena binaria mediante unos y ceros, es el método tradicional que se ha implementado en la aplicación de algoritmo genético para la solución de problemas de optimización, este método “permite la mayor descomposición de las características del problema (parámetros), al ser el alfabeto de menor cardinalidad y con ello la mejor búsqueda de similitudes en la codificación que permitan una progresiva evolución y mejora” (Greiner, Sánchez, 2005, pág. 10). Para esto, se utiliza la herramienta Microsoft Excel, la cual permite hallar gran cantidad de soluciones mediante la generación de números aleatorios, proceso necesario para la etapa de cruzamiento y mutación.

Algebraicamente, este código se representa como:

*Ecuación 20. Sucesión exponencial de base dos  $2^n$*

*Donde  $n \rightarrow 0 \sim \infty$*

En Excel, la fórmula que representa este código es; DEC.A.BIN, en los argumentos de dicha función, en la casilla de número, digitamos el nivel de participación y en la casilla de posiciones el número 7 (genes). Esta cadena, a la cual se le denomina cromosoma (portafolio de inversión), es representada por siete decimales, con el fin de generar movilidad a la cadena y que todos los genes puedan participar.

**D. Creación de la población de padres:** Los cromosomas del padre corresponden al nivel de participación de las acciones en la función fitness, ordenadas de acuerdo con la información registrada en la Tabla 26. Función fitness- Nivel de participación

Tabla 27. Creación de la población de los padres

Cromosomas del Padre- Individuo 1			Cromosomas de la Madre- Individuo 2		
Acción	Inversión	Representación Binaria	Acción	Inversión	Representación Binaria
<b>KO</b>	25,21511366	0011001	<b>IBM</b>	16,21069925	0010000
<b>JNJ</b>	20,40974994	0010100	<b>MMM</b>	18,64578526	0010010
<b>PFE</b>	19,51865188	0010011	<b>PFE</b>	19,51865188	0010011
<b>MMM</b>	18,64578526	0010010	<b>JNJ</b>	20,40974994	0010100
<b>IBM</b>	16,21069925	0010000	<b>KO</b>	25,21511366	0011001

Fuente: Elaboración Propia

**E. Cruzamiento genes del padre y de la madre:** Una vez obtenemos la representación binaria de cada uno de los genes (acciones), iniciamos con la etapa de reproducción, donde se clonan los individuos, sin modificar sus genes con el fin de mantener los mejores y conservarlos en la siguiente generación. Cada uno de los individuos resultantes en este cruzamiento, representan las mejores soluciones, las cuales se fortalecen con el fin de optimizar la función fitness.

El cruzamiento es determinado comparando la inversión del padre con respecto a la de la madre, y seleccionando el mayor de estos dos, dicho cruce presenta la siguiente condición: SI

(B42>E42; C42; F42)

Donde:

B42, representa la casilla del cromosoma del padre (acción KO)

E42, representa la casilla del cromosoma de la madre (acción IBM)

C42, corresponde a la representación binaria, cromosoma del padre (acción KO)

F42, corresponde a la representación binaria, cromosoma de la madre (acción IBM)

Esta nueva generación se convierte a número decimal, utilizando la fórmula BIN.A.DEC, con el fin de realizar un ajuste de escala para determinar el porcentaje de participación en la función objetivo. Los nuevos individuos de esta generación son:

Tabla 28. Cruzamiento de padres

Cruzamiento de Padres		
Cruzamiento Padres	Conversión a Decimal	Ajuste Escala de 100
0011001	25	22,9358%
0010100	20	18,3486%
0010011	19	17,4312%
0010100	20	18,3486%
0011001	25	22,9358%
	<b>109</b>	<b>100,00%</b>

Fuente: Elaboración Propia

#### F. Creación de la segunda generación de hijos e hijas.

**Población de hijos:** Para los cromosomas de los hijos, se toman las mismas acciones que componen de los genes de los padres, pero su composición binaria, será la resultante del cruzamiento de la primera generación, se organizan conforme al nivel de participación en la inversión, de manera descendente (*Ver anexo E*).

**Población de hijas:** Para los genes de las hijas, se tiene en cuenta:

- Se elige un número aleatorio entre 1 y 5 correspondiente a las cantidades de acciones pertenecientes en la nueva población, la aleatoriedad se ejecuta con el objetivo de garantizar una solución global.
- Con la función en Excel, JERARQUIA, se ordenan de manera ascendente o descendente los datos obtenidos en el paso anterior, evitando que estos se repitan. Dicha jerarquización, se realiza con el propósito de tener un portafolio bien diversificado.
- Una vez es organizado jerárquicamente, el paso a seguir es determinar las acciones que conforman el portafolio de las hijas, este se halla mediante la función en Excel, BUSCAR,

se localiza la posición jerárquica obtenida, en las posiciones de los genes de los hijos, y se toma el gen al cual corresponde dicha posición. (*Ver anexo E*).

**G. Cruzamiento segunda generación:** En esta etapa se elige un número aleatorio comprendido entre los intervalos 1 y 6, con la función en Excel, ALEATORIO.ENTRE(1;6), arrojando datos al azar, los cuales establecen la cantidad de dígitos binarios aportados por el hijo, y su diferencia corresponderán a los de la hija. Los parámetros establecidos en esta aleatoriedad se seleccionan hasta 6, uno menos de la cadena binaria, esto con el fin de garantizar que al menos quede incorporado un dígito de la mamá. Para determinar la participación del hijo y de la hija se hace uso de las siguientes formulas:

- Participación del hijo: EXTRAE(B55;1;G55), donde:

Extrae: toma una parte de la cadena binaria

B55: cromosomas del hijo

1: se toma desde el primer dígito binario

G55: datos aleatorios, que indican la cantidad de genes a aportar

- Participación de la hija: DERECHA(I55;7-G55), donde:

Derecha: establece que se toman los dígitos binarios de derecha a izquierda

I55: representación binaria de las acciones de la madre

7-G55: de los siete números de la cadena binaria, se le restan los aleatorios que corresponden a los genes aportados por el hijo

Una vez se cruza esta población, por medio de la función CONCATENAR, se obtiene la nueva generación, convertimos esta nueva generación a decimal y se representa la función objetivo mediante el ajuste de escala a 100.

**H. Mutación segunda generación:** En este proceso se modifica un gen al azar del cruzamiento anterior, determinado de la siguiente manera: Aumento y disminución de una característica genética: se elige de manera aleatoria dos de las acciones que conforman el portafolio, con una de estas se debe sumar y con la otra restar al cruzamiento de la segunda generación, teniendo en cuenta las siguientes condicionales:

**Aumento:**  $SI(\$N\$55=A55;1;0)$  Este condicional se ejecuta a cada una de las acciones de manera descendente de acuerdo al nivel de participación en la función fitness, si la acción aleatoria que genera Excel, es igual a la primera acción de esta jerarquización, entonces suma uno de lo contrario no suma ningún valor.

**Disminución:**  $SI(\$O\$55=A55;1;0)$  Este condicional se ejecuta de igual manera a la anterior, pero en vez de sumar se resta.

Una vez es realizado este proceso, se establece la nueva composición decimal y binaria, con el fin de determinar la participación en el portafolio ajustado.

Los resultados obtenidos en la mutación de la segunda generación, corresponden a la ponderación de la inversión en el portafolio, a partir de este se obtiene la rentabilidad y riesgo, la rentabilidad se calcula mediante la suma producto de las rentabilidades de cada acción con la ponderación, y el riesgo mediante la raíz de la varianza. Dichos resultados se pueden observar en la Hoja de resultados (*Anexo E*). Con la ponderación de la inversión se realiza una simulación de 999 ensayos, en donde se puede observar como varía la rentabilidad y el riesgo dependiendo de los porcentajes de participación.

*Tabla 29. Resultados Modelo Algoritmo Genético*

No. Ensayo	IBM	JNJ	KO	MMM	PFE	Riesgo del Portafolio	Rentabilidad del Portafolio
1	16,3265%	18,3673%	20,4082%	19,3878%	25,5102%	0,7653%	0,0213%
2	16,3265%	18,3673%	20,4082%	19,3878%	25,5102%	0,7653%	0,0213%
⋮	↓	↓	↓	↓	↓	↓	⋮
998	23,5849%	16,9811%	16,9811%	18,8679%	23,5849%	0,7825%	0,0176%
999	23,5849%	16,9811%	16,9811%	18,8679%	23,5849%	0,7825%	0,0176%

Fuente: Elaboración propia

## 5.2.4 Cuadro comparativo Métodos para optimizar Portafolios de Inversión

Tabla 30. Métodos para optimizar Portafolios de Inversión en renta variable

Método	Similitudes	Ventajas	Desventajas
<b>Complemento Solver</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La rentabilidad promedio de las acciones a través del Complemento Solver es igual a la rentabilidad calculada a través de las funciones de distribución del Algoritmo Genético.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Menor complejidad en la construcción y validación del modelo.</li> <li>- No se requiere un software especializado.</li> <li>- Permite construir tres funciones de utilidad.</li> <li>- Factibilidad para adicionar restricciones al modelo.</li> <li>- Expone soluciones óptimas locales acorde con los tres perfiles de riesgo del inversionista.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Frontera eficiente estática.</li> <li>- Se requiere actualización manual de la información.</li> <li>- Es necesario realizar simulaciones individuales modificando las variables de decisión para construir cada alternativa de inversión.</li> <li>- Asume que los datos siguen una distribución de probabilidad normal.</li> <li>- Entrega una solución única.</li> </ul>
<b>Risk Simulator</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El valor calculado del riesgo mínimo esperado del portafolio es igual para ambos métodos: Complemento Solver y Risk Simulator</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Distribución probabilística particular para cada conjunto de datos.</li> <li>- Resolución de problemas aplicados a variables estocásticas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Generación de una solución óptima global.</li> <li>- No es posible visualizar la curva de la frontera eficiente.</li> <li>- Software licenciado.</li> <li>- Es una caja negra, puesto que no permite visualizar el tratamiento de los datos, solo el resultado.</li> </ul>
<b>Algoritmo Genético</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Los tres métodos permiten validar el Principio de Markowitz.</li> <li>- Genera resultados cercanos a los puntos óptimos calculados a través de Solver.</li> <li>- El complemento Solver y el Algoritmo Genético permiten construir y validar el modelo acorde con las restricciones requeridas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se pueden realizar n ensayos por medio de una simulación.</li> <li>- Es el método que ofrece mayor diversificación.</li> <li>- Se evitan cajas negras.</li> <li>- No se requiere un software especializado para construir el modelo.</li> <li>- Entrega múltiples soluciones óptimas o muy cercanas a las óptimas.</li> <li>- Facilita la construcción de la frontera eficiente.</li> <li>- Hay apropiación de la metodología para resolver infinidad de problemas con variables estocásticas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El resultado en general es cercano al valor óptimo.</li> </ul>

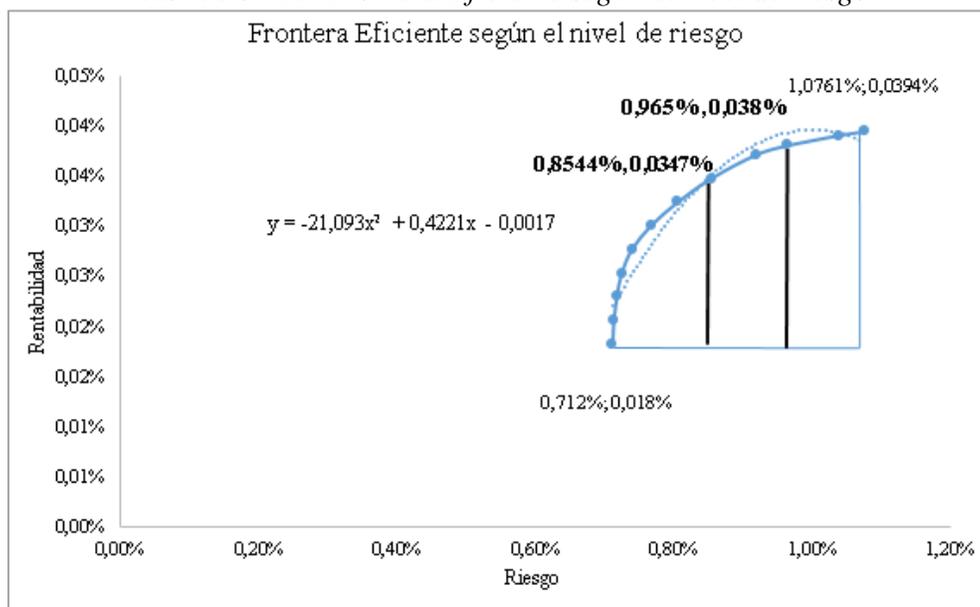
Fuente: Elaboración propia

### 5.3 Etapa III: Caracterización del perfil de riesgo del inversionista

#### 5.3.1 Escala de riesgo para cada perfil inversionista

Para establecer la escala de riesgo para cada perfil inversionista, se procede a definir el área bajo la curva de la frontera eficiente, a través del cálculo de la integral de la ecuación polinómica de la línea de tendencia:

*Ilustración 18. Frontera Eficiente según el nivel de riesgo*



Fuente: Elaboración propia

Ecuación línea de tendencia:  $f(x) = -21,093x^2 + 0,4221x - 0,0017$

$$\text{Área} = \int ax^n dx = a \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

$$\text{Área} = \int_{0,00712}^{0,010761} (-21,093x^2 + 0,4221x - 0,0017) dx = 1,3270 \times 10^{-6} = 0,0001327\%$$

*Ilustración 19. Escala de rentabilidad y riesgo diario de acuerdo al perfil del inversionista*

	Perfil de riesgo del Inversionista					
	Conservador		Moderado		Agresivo	
	Límite Inferior	Límite Superior	Límite Inferior	Limite Superior	Límite Inferior	Limite Superior
<b>Riesgo</b>	0,712%	0,8544%	0,8544%	0,965%	0,965%	1,0761%
<b>Rentabilidad</b>	0,0182%	0,0347%	0,0347%	0,038%	0,038%	0,0394%

Fuente: Elaboración propia

*Ilustración 20. Escala de rentabilidad y riesgo anual de acuerdo al perfil del inversionista*

	Perfil de riesgo del Inversionista					
	Conservador		Moderado		Agresivo	
	Límite Inferior	Límite Superior	Límite Inferior	Limite Superior	Límite Inferior	Limite Superior
<b>Riesgo</b>	11,3474%	13,6169%	13,6169%	15,3796%	15,3796%	17,1502%
<b>Rentabilidad</b>	4,7313%	9,2139%	9,2139%	10,1332%	10,1332%	10,5255%

Fuente: Elaboración propia

#### 5.4 Etapa IV: Determinación de la composición del portafolio optimizado.

La elección de un portafolio de inversión depende principalmente de los criterios que cada inversionista establece. Por ello, la presente etapa consiste en evaluar si los portafolios obtenidos por medio de los tres métodos de optimización, cumplen o no, los riesgos de desvalorización que están dispuestos a tolerar los inversionistas, para lo cual se toma como referencia la Encuesta de perfil de riesgo de la Administradora de fondos de pensiones y cesantías Porvenir, pregunta No. 7:

#### 7. ¿ Qué tipo de inversión prefiere?

- |  | <b>Puntaje</b>             |
|--|----------------------------|
| a) Rentabilidad esperada de 5% con riesgo de desvalorización de 1%   | <input type="checkbox"/> 1 |
| b) Rentabilidad esperada de 15% con riesgo de desvalorización de 10% | <input type="checkbox"/> 3 |
| c) Rentabilidad esperada de 30% con riesgo de desvalorización de 20% | <input type="checkbox"/> 5 |

Fuente: Encuesta Perfil de riesgo Fondo de Pensión Voluntaria AFP Porvenir avalado por la Superintendencia Financiera de Colombia.

En consecuencia, teniendo en cuenta que la construcción de cada función de utilidad, se efectuó con precios de cierre diarios y el riesgo de desvalorización propuesto en la encuesta es mensual, se realiza la conversión, basados en que un mes equivale en promedio a 21 días hábiles transables en la Bolsa de valores.

Tabla 31. Riesgo de desvalorización aceptado por el Inversionista

Perfil Del Inversionista	Tolerancia al Riesgo		
	Mensual	Diario	Anual
<b>Conservador</b>	1%	0,22%	3,5%
<b>Moderado</b>	10%	2,18%	35%
<b>Agresivo</b>	20%	4,36%	70%

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 32. Propuesta No. 1 Portafolios conformados por IBM, JNJ, KO, MMM y PFE

Método	Perfil de Riesgo	Riesgo	Rentabilidad	IBM	JNJ	KO	MMM	PFE
Complemento Solver	Conservador	0,7120%	0,0182%	11%	16%	52%	4%	18%
Software Risk Simulator		<b>0,7120%</b>	<b>0,0351%</b>	10,8%	15,9%	50,9%	4,1%	18,3%
Algoritmo Genético		0,7653%	0,0213%	16,3%	18,4%	20,4%	19,4%	25,5%
Complemento Solver	Moderado	<b>0,965%</b>	<b>0,0380%</b>	0%	1%	0%	24%	76%
Complemento Solver	Agresivo	<b>1,0761%</b>	<b>0,0394%</b>	0%	12%	0%	25%	63%
Software Risk Simulator		1,1264%	0,0854%	0,0%	0,0%	0,0%	100%	0,0%
Algoritmo Genético		0,7825%	0,0176%	23,6%	16,9%	16,9%	19,0%	23,6%

Fuente: Elaboración propia.

Con respecto al perfil de riesgo conservador, se despliega la participación de los activos que minimizan el riesgo esperado del portafolio. El complemento Solver y el Software Risk Simulator, otorgan datos muy similares referentes al riesgo y el porcentaje de participación de cada acción, mientras que; la diferencia en el valor de la rentabilidad esperada, radica en la metodología empleada en cada método para calcular la distribución de los datos. El Algoritmo Genético, presenta un portafolio con mayor diversificación, en comparación con los otros

métodos, los cuales concentran más del 50% de participación en la acción The Coca-Cola Company (KO).

La función de utilidad para el perfil moderado, fue calculada haciendo uso del complemento Solver, generando soluciones a partir de la gráfica de la pendiente de la curva de la frontera eficiente, se selecciona el portafolio de máximo riesgo, puesto que genera mayor rentabilidad cumpliendo la tolerancia al riesgo citada en la etapa II.

Con referencia al perfil agresivo, se seleccionan los portafolios que maximizan la rentabilidad esperada independientemente del riesgo de desvalorización.

El análisis comparativo, muestra que, para el perfil conservador, no se cumplen las expectativas del inversionista quien de acuerdo a la encuesta acepta una desvalorización máxima diaria del 0,22%, sin embargo, el portafolio presentado ofrece una volatilidad mínima del 0,71%. En cuanto al perfil de riesgo agresivo, las composiciones realizadas a través de los métodos Solver y Algoritmo Genético, generan un riesgo menor al nivel de riesgo aceptado, sin embargo mientras que Solver no tiene en cuenta las acciones de IBM y KO, el Algoritmo Genético propone una composición con mayor diversificación que incluye las cinco acciones.

En consecuencia, dado que las acciones pre-seleccionadas en la primera etapa de la investigación, genera un portafolio poco atractivo para el perfil conservador, la optimización del modelo planteado se puede realizar aplicando las siguientes estrategias:

1. Pre-selección de acciones teniendo en cuenta variables de decisión adicionales, como lo son la curtosis, el coeficiente de simetría y el coeficiente de variación.
2. Reemplazar una acción por otra, dando prioridad al conjunto de activos con menor coeficiente de correlación, con el propósito de aumentar la diversificación del portafolio y disminuir el riesgo del portafolio.

3. Modificar el portafolio accionario, aumentando el número de acciones que lo componen.

Por tanto, considerando que los modelos ya se encuentran estructurados para cinco acciones, se aplican las estrategias 1 y 2, a través del método Solver, teniendo en cuenta que, dicho complemento proporciona las tres funciones de utilidad requeridas.

En primer lugar, se procede a realizar el análisis estadístico incluyendo tres variables adicionales (*Ver anexo B*):

- **Coefficiente de Curtosis:** mide la concentración de datos alrededor de la media, es decir, el grosor de las colas; en el caso de estudio entre más datos se encuentren en el extremo derecho, mejor es la rentabilidad del activo (Calmaestra, 2005).
- **Coefficiente de asimetría:** mide el grado de asimetría de la distribución con respecto a la media. Un valor positivo de este indicador significa que la distribución se encuentra sesgada hacia la izquierda (orientación positiva). Un resultado negativo significa que la distribución se sesga a la derecha. (Calmaestra, 2005).

Los coeficientes de curtosis y asimetría se calculan a través del simulador de riesgo módulo Ajuste de Distribución de Variables Múltiples.

- **Coefficiente de variación:** relaciona la desviación estándar y la media aritmética de un conjunto de datos definiendo la dispersión relativa de la muestra en estudio. En este caso, las acciones con menor coeficiente de variación, traducen mayor rentabilidad y menor riesgo.

*Tabla 33. Preselección de las acciones para Optimizar el Portafolio de Inversión*

<b>Acción</b>	<b>Rentabilidad</b>	<b>Riesgo</b>
<b>KO</b>	0,0143%	0,83297%
<b>PG</b>	0,0201%	0,96838%
<b>JNJ</b>	0,0314%	1,02909%
<b>MCD</b>	0,0533%	1,05001%
<b>PFE</b>	0,0394%	1,07607%
<b>MMM</b>	0,0338%	1,12644%
<b>MRK</b>	0,0481%	1,20118%
<b>V</b>	0,0729%	1,29273%
<b>MSFT</b>	0,0805%	1,42246%
<b>NKE</b>	0,0234%	1,55185%

Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo con la *tabla 33*, se reemplaza la acción de International Business Machines Corporation (IBM), la cual a pesar de generar una rentabilidad negativa, fue seleccionada inicialmente para validar la eficiencia de los modelos, por la acción de McDonald's (MCD), teniendo en cuenta que es una acción dominante en cuanto a rentabilidad y riesgo en comparación con los demás activos.

Reemplazando en el método planteado a través del Complemento Solver, se obtiene;

*Tabla 34. Rentabilidad y riesgo por acción portafolio de Inversión No. 2*

	<b>MCD</b>	<b>JNJ</b>	<b>KO</b>	<b>MMM</b>	<b>PFE</b>
Rentabilidad Esperada	0,0533%	0,0314%	0,0143%	0,0338%	0,0394%
Desviación Estándar	1,0500%	1,0291%	0,8330%	1,1264%	1,0761%

Fuente: Elaboración propia

*Tabla 35. Matriz Portafolio de Inversión No.2 Minimizando el Riesgo.*

<b>Acción <i>i</i></b>	<b>% Inversión</b>	<b>Rentabilidad</b>	<b>Volatilidad</b>	<b>Volatilidad<sup>2</sup></b>	<b>% Inversion<sup>2</sup></b>
<b>MCD</b>	20,2755%	0,0533%	1,0500%	0,0110%	4,1110%
<b>JNJ</b>	11,1603%	0,0314%	1,0291%	0,0106%	1,2455%
<b>KO</b>	44,0125%	0,0143%	0,8330%	0,0069%	19,3710%
<b>MMM</b>	6,3554%	0,0338%	1,1264%	0,0127%	0,4039%
<b>PFE</b>	18,1962%	0,0394%	1,0761%	0,0116%	3,3110%
<b>Total Inversión</b>	<b>100,0000%</b>				

<b>Portafolio De Inversión</b>	
<b>Rentabilidad</b>	0,0299%
<b>Varianza</b>	0,0048%
<b>Riesgo</b>	0,6946%

Fuente: Elaboración propia, aplicando complemento Solver.

Tabla 36. Matriz Portafolio de Inversión No. 2 Maximizando la Rentabilidad

Acción <i>i</i>	% Inversión	Rentabilidad	Volatilidad	Volatilidad <sup>2</sup>	% Inversión <sup>2</sup>
<b>MCD</b>	85,9660%	0,0533%	1,0500%	0,0110%	73,9016%
<b>JNJ</b>	0,0000%	0,0314%	1,0291%	0,0106%	0,0000%
<b>KO</b>	0,0000%	0,0143%	0,8330%	0,0069%	0,0000%
<b>MMM</b>	0,0000%	0,0338%	1,1264%	0,0127%	0,0000%
<b>PFE</b>	14,0340%	0,0394%	1,0761%	0,0116%	1,9695%
<b>Total Inversión</b>	100,0000%				

Portafolio De Inversión	
<b>Rentabilidad</b>	0,0514%
<b>Varianza</b>	0,0091%
<b>Riesgo</b>	0,9520%

Fuente: Elaboración propia, aplicando complemento Solver

Tabla 37. Propuesta No. 2 Portafolios conformados por MCD, JNJ, KO, MMM y PFE

Perfil de Riesgo	Riesgo	Rentabilidad	MCD	JNJ	KO	MMM	PFE
<b>Conservador</b>	0,6946%	0,0299%	20,28%	11,16%	44,01%	6,36%	18,19%
<b>Moderado</b>	0,9520%	0,0514%	85,97%	0%	0%	0%	14,03%
<b>Agresivo</b>	0,9520%	0,0514%	85,97%	0%	0%	0%	14,03%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 38. Riesgo de desvaloración de acuerdo al perfil inversionista.

Perfil del Inversionista	% Riesgo Mensual	% Riesgo Diario	Riesgo del Portafolio No. 1	Riesgo del Portafolio No. 2
<b>Conservador</b>	1%	0,22%	<b>0,7120%</b>	0,6946%
<b>Moderado</b>	10%	2,18%	<b>0,965%</b>	0,9520%
<b>Agresivo</b>	20%	4,36%	<b>1,0761%</b>	0,9520%

Fuente: Elaboración propia

A pesar del cambio realizado, se evidencia que el portafolio optimizado aún no cumple la tolerancia al riesgo del perfil conservador, por tanto, sería necesario ajustarse al 0,6946% o invertir en portafolios compuestos por instrumentos de renta fija que le permita satisfacer sus expectativas.

En cuanto a los perfiles moderado y agresivo, se recomienda el portafolio optimizado, teniendo en cuenta la disminución del riesgo y el incremento de la rentabilidad.

## **5.5 Etapa V: Evaluación del modelo a través del VaR**

### **5.5.1 Prueba de Backtesting**

La evaluación de la confiabilidad del modelo se realiza a través de la prueba de Backtesting; dicha técnica permite establecer que tan acertada es la estimación del Valor en Riesgo (VaR) con respecto a las ganancias y pérdidas reales de las posiciones de trading e identificar si el modelo posee la cobertura deseada. El uso periódico de estos procedimientos es exigido por el comité de Basilea y por las entidades reguladoras de establecimientos financieros para determinar los capitales mínimos regulatorios.

En consecuencia, para cada una de las cinco acciones que componen el portafolio optimizado, se desarrolla la prueba de Backtesting a partir de los siguientes pasos (*Ver anexo F*):

1. Se calcula la rentabilidad diaria de 502 periodos (04/01/2016 - 29/12/2017), a través de la fórmula LN (Precio cierre actual/ Precio cierre día anterior).
2. Se determina la desviación estándar de las rentabilidades aplicando la formula =DESVEST (C4:C505).
3. Se calcula el VaR paramétrico utilizando los datos de rentabilidad estimados y asumiendo una distribución normal.

*Ecuación 21. Valor en Riesgo*

$$VaR = Z \times VA \times \sigma \times \sqrt{t}$$

Donde;  $Z$  es el valor de referencia para el nivel de significancia (por ejemplo 1,645 para 5%),  $VA$ , el monto de la inversión, \$1,  $\sigma$ , la desviación típica de la rentabilidad en un lapso de 2 años y  $t$ , el periodo de tiempo, en el caso de estudio corresponde a un (1) día.

Para la acción The Coca-Cola Company (KO), se obtiene un VaR = -1,2524%, con un nivel de confianza del 95%, por tanto, se espera que por cada \$100 invertidos, la pérdida máxima diaria en condiciones normales del mercado sea de \$1,25.

Nivel de confianza	95%
Desviación ( 2 años)	0,761%
Z	-1,64
Tiempo ( diario)	1
VA (Inversión)	1
Var Delta Normal	-1,2524%

4. Se estima la rentabilidad para cada una de las fechas de negociación del año siguiente (02/01/2018 – 31/12/2018), corresponde al periodo de prueba del Backtesting con 255 datos.
5. Se calcula el VaR individual en el periodo de prueba, teniendo en cuenta la desviación estándar acumulada.
6. Se realiza el Backtesting bajo la metodología de la Prueba de Kupiec.

### 5.5.2 Prueba de Kupiec

Uno de los principales métodos desarrollados para calibrar y validar los modelos de riesgo es la Prueba de Kupiec. El planteamiento propuesto por Paul H. Kupiec en 1995, permite determinar si la proporción de excepciones observadas de un modelo es consistente con la proporción de excepciones esperada, si se tiene en cuenta tanto el modelo VaR elegido como el nivel de confianza del mismo.

La prueba consiste en realizar el conteo de las pérdidas y/o ganancias que exceden el VaR (excepciones) durante un periodo determinado, de forma que pueda concluirse si estadísticamente las proporciones son iguales o no, lo que determina la calidad del modelo evaluado (Marulanda & Sánchez, 2015). Por tanto, el nivel de eficiencia del modelo “ $p$ ” corresponde al cociente entre el número de excepciones y el número de observaciones.

Así mismo, Kupiec desarrolló unas regiones de confianza con base en una distribución Chi cuadrada con un grado de libertad, considerando la hipótesis nula de que  $p$  es estadísticamente igual a la probabilidad utilizada para el VaR contra la hipótesis alternativa de que  $p$  sea diferente a dicha probabilidad. (De Lara, 2008)

Estas regiones fueron determinadas de los extremos de la de máxima verosimilitud dada por la siguiente expresión:

*Ecuación 22. Estadístico LR*

$$LR = -2 \text{LN} ((1 - \alpha)^{n-x} \times \alpha^x) + 2 \text{LN}((1 - p)^{n-x} \times p^x))$$

Dónde,  $\alpha$  corresponde a la probabilidad de fracaso, es decir la probabilidad de que el VaR no alcance a capturar las pérdidas y ganancias del portafolio,  $n$  representa la muestra,  $x$  el número de excepciones observadas y  $p$  el resultado del cociente entre las excepciones y la muestra.

El criterio de decisión es el siguiente:

Si  $X_1^2 > LR$  se acepta  $H_0: \alpha=p$  el modelo VaR es un modelo viable, por tanto el modelo VaR no subestima el riesgo del mercado, caso contrario el modelo VaR no se considera viable. (García, 2017)

*Tabla 39. Región de no rechazo para el número de observaciones fuera del VaR.*

Nivel de probabilidad, p	T=255 días	T= 510 días	T= 1000 días
<b>1,0%</b>	N<7	1<N<11	4<N<17
<b>2,5%</b>	2<N<12	6<N<21	15<N<36
<b>5,0%</b>	6<N<21	16<N<36	37<N<65
<b>7,5%</b>	11<N<28	27<N<51	59<N<92
<b>10,0%</b>	16<N<36	38<N<65	81<N<120

Fuente: (De Lara, 2008)

En consecuencia, se determina la cantidad de fallos o excepciones para cada acción, comparando el VaR individual con la rentabilidad diaria, aplicando la fórmula

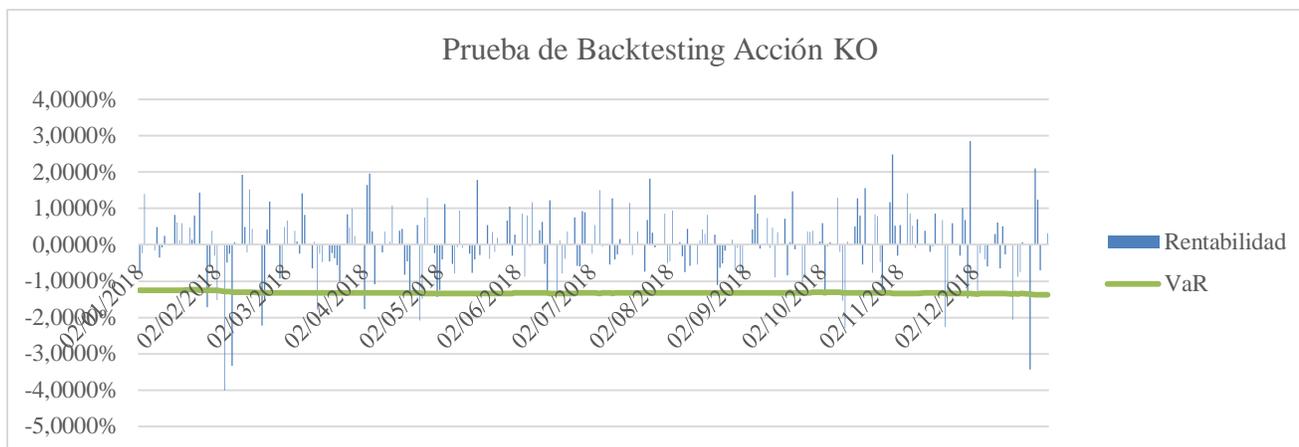
=SI(C506<D506;1;0) y se realiza el conteo del número de veces que la pérdida excede el VaR en cada caso.

Tabla 40. Prueba de Backtesting Acción KO

Acción: KO				
Fecha	Precio cierre	Rentabilidad	VaR	# Fallos/ Excepciones
29/12/2017	45,88	0,3493%		
2/01/2018	45,54	-0,7438%	-1,2523%	0
3/01/2018	45,44	-0,2198%	-1,2512%	0
4/01/2018	46,08	1,3986%	-1,2541%	0
5/01/2018	46,07	-0,0217%	-1,2528%	0
8/01/2018	46,00	-0,1521%	-1,2517%	0

Fuente: Elaboración propia

Ilustración 21. Rentabilidad vs VaR - Acción KO



Fuente: Elaboración propia

#### Prueba de Kupiec

# Excepciones (x)	20
Total Datos (n)	255
% de Excepciones	7,84%
Eficiencia del Modelo	92,16%

Confiabilidad del Modelo 95%

6 < N < 21

#### Estadístico LR

$p$	0,08
$n-x$	235
$\alpha$	0,05
LR	3,73
Estadístico de prueba (Valor p)	3,84
$X_1^2 > LR$	Se acepta Ho

Ho:  $p$  es estadísticamente igual a la probabilidad utilizada para el VaR, por tanto, el modelo es viable.

## 5.6 Resultados Prueba de Kupiec

Los resultados del backtesting obtenidos mediante la prueba de Kupiec, se presentan a continuación:

**Hipótesis nula:**  $p$  es estadísticamente igual a la probabilidad utilizada para el cálculo del VaR

**Métrica usada:** VaR paramétrico

**Observaciones Backtesting:** 255

*Tabla 41. Resultados Prueba de Kupiec*

Acción	VaR	No. Excepciones	Nivel de Eficiencia	Criterio de Kupiec
<b>PFE</b>	-1,61%	17	93%	Se acepta Ho
<b>JNJ</b>	-0,99%	32	87%	Se acepta Ho
<b>KO</b>	-1,25%	20	92%	Se acepta Ho
<b>MCD</b>	-1,47%	19	93%	Se acepta Ho
<b>MMM</b>	-1,42%	30	88%	Se rechaza Ho

Fuente: Elaboración propia

Bajo la hipótesis de Kupiec, se evidencia que el modelo VaR paramétrico es viable para todas las acciones a excepción de 3M (MMM); considerando que posee un nivel de eficiencia inferior al 90%, el modelo puede calibrarse aplicando otra metodología para calcular el VaR o reemplazando dicha acción en el portafolio.

En conclusión, el modelo planteado permite capturar los efectos de las fluctuaciones del portafolio; por tanto, la eficiencia del modelo es aceptable, puesto que predice adecuadamente las posibles pérdidas esperadas en el portafolio sugerido.

## 5.6 Etapa VI: Aplicación de Cadenas de Markov al Portafolio Óptimo

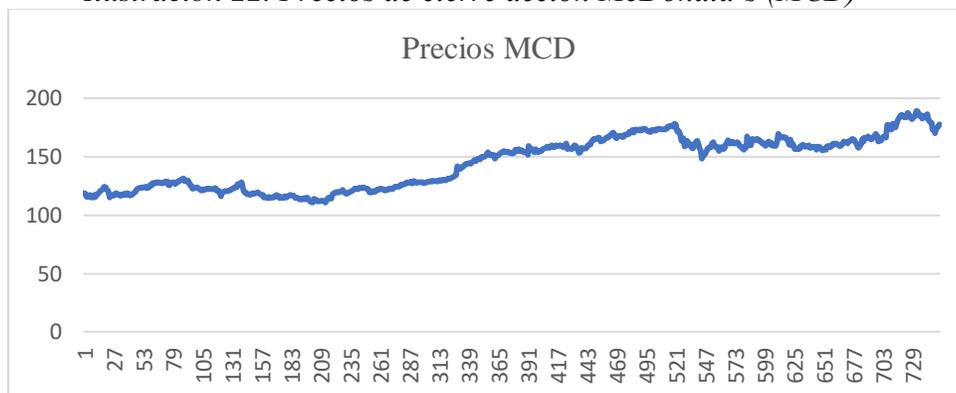
Una cadena de Markov es un proceso estocástico utilizado para analizar el movimiento actual de una variable con el fin de pronosticar el movimiento futuro de la misma. Conocido el estado del proceso en un momento dado, su comportamiento futuro no depende del pasado. Dicho de otro modo, “dado el presente, el futuro es independiente del pasado” (Cox & Miller, 1977)

En el presente capítulo, se evalúa si el modelo propuesto cumple con la propiedad Markoviana, y por ende permite pronosticar las tendencias de los precios de cierre de las acciones basados en la construcción de matrices de transición de las rentabilidades históricas.

Se presenta a continuación el procedimiento llevado a cabo con cada uno de los activos, ejemplificado con la acción McDonald's (MCD). (*Ver anexo G*)

1. Se grafica los precios de la acción correspondientes al periodo 2016- 2018, con el fin de determinar si las variables son estocásticas.

*Ilustración 22. Precios de cierre acción McDonald's (MCD)*



Fuente: Elaboración Propia

Se valida gráficamente que la media y la volatilidad no son estáticas, la distribución cambia a lo largo del tiempo, por tanto, los activos presentan comportamientos heterocedasticos y la variable es estocástica.

Paso a seguir, se verifica si el activo cumple la propiedad Markoviana, dicha propiedad implica que la distribución de probabilidad del precio futuro de una acción solo depende de su valor actual más no de su pasado (Población García & Serna, 2015).

En consecuencia, se calcula el coeficiente de determinación, para lo cual se analiza en primera instancia que tan correlacionado está el futuro del presente, de la siguiente manera:

Se determina  $Pt + 1$  en función de  $Pt$ , donde:

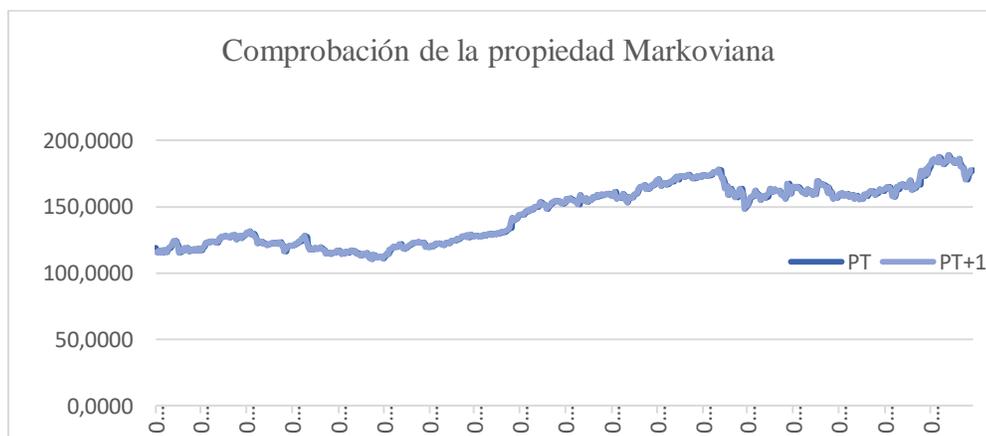
$P$ : Precio de la acción

$Pt$ : Precio de la acción en el presente

$Pt + 1$ : Precio de la acción en el futuro

Los resultados obtenidos muestran que efectivamente se encuentran correlacionados:

*Ilustración 23. Comprobación de la propiedad Markoviana acción MCD*



Fuente: Elaboración Propia

Una vez se comprueba que el futuro depende del presente, se procede a corroborar que el futuro no depende del pasado, mediante:

$P_{t+1}$  en función de  $P_t$  y  $P_{t-1}$ , donde:

$P$ : Precio de la acción

$P_t$ : Precio de la acción en el presente

$P_{t-1}$ : Precio de la acción en el pasado

Es decir, se determina la correlación que posee un precio futuro en función del presente y del pasado, esta correlación se calcula aplicando regresión múltiple (coeficiente de determinación  $R^2$ ) y se estima el valor diferencial:

Tabla 42. Cálculo Coeficiente de determinación acción MCD

MCD	Coeficiente de determinación
$P_{T+1}=F(P_T)$	99,4792%
$P_{T+1}=F(P_T, P_{T-1})$	99,4800%
<b>Diferencia</b>	<b>0,0008%</b>

Fuente: Elaboración Propia

Teniendo en cuenta que el coeficiente de determinación toma valores entre 0 y 1, se puede concluir que, en este caso, de 100 datos, 99 se comportan de la misma manera que la variable independiente  $t+1$ .

Así mismo, se ratifica que existe una alta correlación entre la variable dependiente  $P_t$  y la variable independiente  $P_{t+1}$ , mientras que  $P_{t-1}$  ejerce un mínimo impacto en  $P_{t+1}$ , dado que la diferencia entre  $P_{t+1} = F(P_t)$  y  $P_{t+1} = F(P_t, P_{t-1})$  es muy baja, por lo tanto se cumple el Principio de Markov.

En consecuencia, se procede a construir la matriz de transición a través de tablas dinámicas, con las variaciones de los precios presentes (hoy) y precios futuros (mañana), redondeando las cifras con cuatro decimales a múltiplos de 0,1% para facilitar la agrupación de los datos en rangos de 30 datos, con el propósito de identificar el número de días que pasa un estado actual a

un estado futuro, y posteriormente se presentan los datos porcentualmente, para obtener la matriz de estados de probabilidades (baja, estable, alza).

*Tabla 43. Construcción Matriz de transición Cadenas de Markov*

$LN_T$	$LN_{T+1}$	MULTIPLOS DE No.	0,10000%
		$LN_T$ REDONDEAR 4 DEC	$LN_{T+1}$ REDONDEAR 4 DEC
-0,67340%	-2,34139%	-0,70000%	-2,30000%
-2,34139%	-0,15575%	-2,30000%	-0,20000%
-0,15575%	1,04235%	-0,20000%	1,00000%
1,04235%	0,64067%	1,00000%	0,60000%
0,64067%	-1,99525%	0,60000%	-2,00000%

Fuente: Elaboración Propia

Los resultados obtenidos para la acción de MCD son los siguientes:

*Tabla 44. Matriz de estados acción MCD*

Estado	Probabilidad
Baja	46,15%
Estable	10,26%
Alza	43,59%

Fuente: Elaboración Propia

Se recomienda vender cuando la acción se encuentre a la baja, esperar al día siguiente cuando se encuentre estable y comprar cuando este al alza.

### 5.6.1 Validación del Modelo aplicando Cadenas De Markov

Para validar el modelo propuesto a través de la aplicación de Cadenas de Markov, se realizan las pruebas que se describen a continuación:

Tabla 45. Evaluación de la prospección del modelo acción JNJ

Prueba acción JNJ	Resultado
<p><b>Prospección diaria para los días 2,3 y 4 de enero del 2019</b>            Redondeo: múltiplos de 0,1%            Probabilidad: alcista (&gt;0), bajista (&lt;0), estable (=0)</p>	<p>La matriz de estados no presenta cambios, continua con una tendencia alcista del 57,45%; no es factible realizar una prospección para el día siguiente, dado que el método desarrollado no se manifiesta coherente en plazos tan cortos (diarios). Por tanto, no se recomienda este periodo de tiempo para realizar la evaluación del modelo.</p>
<p><b>Prospección semanal para el mes de enero del año 2019.</b>            Redondeo: múltiplos de 0,1%            Probabilidad: alcista (&gt;0), bajista (&lt;0), estable (=0)</p>	<p>Los nuevos datos no influyen lo suficiente para que se presente un cambio de tendencia, o al menos una señal de cambio. La matriz de estados para cada semana no presenta cambios significativos, se mantiene la tendencia alcista con un 56,25%, debido al impacto del redondeo decimal.</p>
<p><b>Prospección diaria para cinco fechas del año 2019 seleccionadas aleatoriamente,</b>            Redondeo: múltiplos de 0,1%            Probabilidad basada en pullback: alcista (&gt; 0,3%), bajista (&lt; 0,3%), estable (-0,3% - 0,3%)</p>	<p>A pesar de la aleatoriedad, la matriz de estados no presenta cambios relevantes de tendencia, en este caso la acción se encuentra en zona de bajo riesgo con una probabilidad del 68%, por lo cual no se recomienda operar en las cinco fechas evaluadas.</p>
<p><b>Prospección diaria periodo 26/11/2019 al 30/12/2019,</b>            Redondeo: múltiplos de 0,1%            Probabilidad basada en rangos de agrupación.</p>	<p>Para cada fecha de negociación se genera la probabilidad bajista, estable y alcista, de acuerdo al grupo de la matriz de transición en que se ubica la variación de los precios. Se realiza una prueba con 23 datos, se obtienen 9 aciertos, por tanto, la confiabilidad del modelo corresponde al 39%.</p>
<p><b>Prospección diaria periodo 26/11/2019 al 30/12/2019 y del 26/11/2019 al 31/01/2020 0.01%.</b>            Redondeo: múltiplos de 0,01%            Probabilidad basada en rangos de agrupación.</p>	<p>Inicialmente, se realiza una prueba con 23 datos, se obtienen 10 aciertos, por tanto, la confiabilidad del modelo corresponde al 43%. Incluyendo datos del año 2020, con 45 fechas de negociación se obtiene una confiabilidad del 47%.</p>

Fuente: Elaboración propia

Tabla 46. Matriz de transición acción JNJ

LI	LS		Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5	Grupo 6	Grupo 7	Grupo 8	Total general	%BAJA	%ESTABLE	%ALZA
-6,42%	-0,95%	Grupo1	10%	7%	10%	23%	17%	7%	20%	7%	100%	0%	10%	90%
-0,95%	-0,48%	Grupo2	13%	13%	13%	10%	23%	10%	10%	7%	100%	13%	13%	73%
-0,48%	-0,19%	Grupo3	16%	0%	10%	13%	6%	16%	13%	26%	100%	16%	10%	74%
-0,19%	0,06%	Grupo4	10%	7%	20%	13%	3%	17%	10%	20%	100%	37%	13%	50%
0,06%	0,28%	Grupo5	13%	7%	13%	13%	10%	13%	20%	10%	100%	47%	10%	43%
0,28%	0,57%	Grupo6	6%	6%	16%	13%	13%	16%	3%	28%	100%	53%	16%	31%
0,57%	1,00%	Grupo7	17%	20%	7%	7%	7%	17%	13%	13%	100%	73%	13%	13%
1,00%	2,99%	Grupo8	8%	32%	11%	5%	16%	11%	8%	8%	100%	92%	8%	0%
		Total general	12%	12%	12%	12%	12%	13%	12%	15%	100%			

Fuente: Tabla dinámica realizada en Microsoft Excel

Tabla 47. Validación del Modelo acción JNJ

Fecha Operación	Precio Cierre Actual	Variación Anterior	Grupo Inicial	Precio de Cierre Siguiente	Modelo Markov				Bolsa NYSE	Funciona S/N?
					%Baja	%Estable	%Alza	Decisión		
26/11/2019	137,17	-0,00729%	4	137,75	36,67%	13,33%	50,00%	ALZA	ALZA	1
27/11/2019	137,75	0,42194%	6	137,49	53,13%	15,63%	31,25%	BAJA	BAJA	1
29/11/2019	137,49	-0,18893%	4	137,36	36,67%	13,33%	50,00%	ALZA	BAJA	0
2/12/2019	137,36	-0,09460%	4	137,16	36,67%	13,33%	50,00%	ALZA	BAJA	0
3/12/2019	137,16	-0,14571%	4	139,38	36,67%	13,33%	50,00%	ALZA	ALZA	1

Fuente: Elaboración propia

Tabla 48. Pruebas periodos de evaluación Portafolio de Inversión

Periodo de evaluación	26/11/2019 -30/12/2019		02/01/2020-31/01/2020		26/11/2019-31/01/2020	
No. Datos	23		21		45	
Acción	No. Aciertos	Confiabilidad	No. Aciertos	Confiabilidad	No. Aciertos	Confiabilidad
JNJ	10	43%	11	52%	21	47%
KO	11	48%	8	38%	20	44%
MCD	15	65%	9	43%	24	53%
MMM	15	65%	13	62%	24	53%
PFE	16	70%	12	57%	29	64%
Promedio		58%		50%		52%

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con los resultados obtenidos en el *anexo G*, las cadenas de Markov son una herramienta valiosa en la prospección de la tendencia a corto plazo de los precios de las acciones, para ello se recomienda: en el tratamiento de los datos redondear las variaciones máximo a múltiplos de 0,01% para evitar la pérdida de valores significativos; asignar a cada fecha de negociación la probabilidad de tendencia según el grupo en que se sitúa el rendimiento/pérdida esperada dentro de la matriz de transición (tabla dinámica) y ampliar la ventana de tiempo para incrementar la confiabilidad del modelo.

Así mismo, en la tabla 48, se evidencia que la matriz de transición tiene mayor confiabilidad y validez en el periodo de estudio (2019), para realizar prospecciones de otras épocas, es necesario construir la matriz de estados con los datos del año correspondiente y calibrar el modelo ante la presencia de factores externos de alto impacto.

## **5.7 Etapa VII: Evaluación de la confiabilidad del modelo**

### **5.7.1 Proyección del Flujo de Caja del Portafolio**

A continuación, se presenta el flujo de caja del portafolio optimizado, a través del cálculo del valor presente neto (VPN) de cada acción, en un periodo de cinco días de negociación:

Tabla 49. Flujo de caja del Portafolio de inversión optimizado

Tasa Interés Títulos del Tesoro Anual		2%		31/12/2019		Inversión		\$ 10.000	
Tasa Interés Títulos del Tesoro Diario		0,008%							

Acción	Fecha Operación	Precio Cierre Actual	Variación Anterior	Precio de Cierre Siguiete	Decisión	Bolsa NYSE	Rendimiento/Pérdida	VPN	Porcentaje de Participación	Inversión	Flujo de Caja
JNJ	26/11/2019	137,17	-0,00729%	137,75	ALZA	ALZA	0,0073%	\$ 0,0029	0%	\$ 0	\$ 0
	27/11/2019	137,75	0,42194%	137,49	BAJA	BAJA	0,4219%				
	29/11/2019	137,49	-0,18893%	137,36	ALZA	BAJA	-0,1889%				
	02/12/2019	137,36	-0,09460%	137,16	ALZA	BAJA	-0,0946%				
	03/12/2019	137,16	-0,14571%	139,38	ALZA	ALZA	0,1457%				
KO	26/11/2019	53,9	1,26962%	53,95	BAJA	ALZA	-1,2696%	-\$ 0,0090	0%	\$ 0	\$ 0
	27/11/2019	53,95	0,09272%	53,4	ALZA	BAJA	-0,0927%				
	29/11/2019	53,4	-1,02469%	53,75	ALZA	ALZA	1,0247%				
	02/12/2019	53,75	0,65329%	53,8	BAJA	ALZA	-0,6533%				
	03/12/2019	53,8	0,09298%	54,29	ALZA	ALZA	0,0930%				
MCD	26/11/2019	194,01	1,09874%	196,3	BAJA	ALZA	-1,0987%	\$ 0,0243	86%	\$ 8.600	\$ 209
	27/11/2019	196,3	1,17344%	194,48	BAJA	BAJA	1,1734%				
	29/11/2019	194,48	-0,93148%	195,18	ALZA	ALZA	0,9315%				
	02/12/2019	195,18	0,35929%	193,12	BAJA	BAJA	0,3593%				
	03/12/2019	193,12	-1,06105%	194,31	ALZA	ALZA	1,0610%				
MMM	26/11/2019	169,23	-0,59505%	170,61	ALZA	ALZA	0,5950%	\$ 0,0189	0%	\$ 0	\$ 0
	27/11/2019	170,61	0,81215%	169,77	BAJA	BAJA	0,8122%				
	29/11/2019	169,77	-0,49357%	168,27	ALZA	BAJA	-0,4936%				
	02/12/2019	168,27	-0,88747%	165,17	ALZA	BAJA	-0,8875%				
	03/12/2019	165,17	-1,85946%	167,14	ALZA	ALZA	1,8595%				
PFE	26/11/2019	38,29	-1,01339%	38,63	ALZA	ALZA	1,0134%	\$ 0,0164	14%	\$ 1.400	\$ 23
	27/11/2019	38,63	0,88404%	38,52	BAJA	BAJA	0,8840%				
	29/11/2019	38,52	-0,28516%	38,29	ALZA	BAJA	-0,2852%				
	02/12/2019	38,29	-0,59888%	38,05	ALZA	BAJA	-0,5989%				
	03/12/2019	38,05	-0,62877%	38,14	ALZA	ALZA	0,6288%				
<b>VPN Portafolio</b>								<b>\$ 0,0535</b>	100%	\$ 10.000	\$ 232

Dólares por semana

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con el análisis del flujo de caja del portafolio optimizado, se confirma la confiabilidad del modelo teniendo en cuenta:

- El valor total presente neto es positivo US\$ 0,0535.
- La rentabilidad semanal que genera el portafolio en el periodo de negociación, corresponde a US\$ 232, equivalente al 2,32% y supera las estimaciones de los métodos de optimización, por tanto es un margen altamente atractivo para los inversionistas.
- De acuerdo al método de Solver se seleccionaron las acciones MCD y PFE para invertir el 86% y el 14% respectivamente, se evidencia que; ambas generan un VPN individual positivo, donde MCD representa el mayor valor en comparación con las demás acciones.

Finalmente, como análisis adicional del modelo, se muestra a continuación un consolidado del cálculo del Valor Presente Neto, con base en los precios de cierre de la primera semana del año 2020, donde se puede validar como la situación a causa del coronavirus, afecta drásticamente las tendencias de los precios de los activos que componen el portafolio propuesto inicialmente para el año 2019, por tanto, se reitera que el modelo planteado funciona para periodos de corto plazo, debe ser calibrado ante factores externos y la preselección de las acciones se debe replantear de acuerdo con la situación del mercado de valores. Sin embargo, es importante resaltar que el modelo sigue siendo eficiente para las acciones menos afectadas: Johnson & Johnson (JNJ) y Pfizer (PFE).

Tabla 50. Cálculo VPN Portafolio de inversión primera semana enero año 2020

Tasa Interés Títulos del Tesoro Anual		1,51%		31/01/2020				
Tasa Interés Títulos del Tesoro Diario		0,006%						
Acción	Fecha Operación	Precio Cierre Actual	Variación Anterior	Precio de Cierre Siguiete	Decisión	Bolsa NYSE	Rendimiento/Pérdida	VPN
JNJ	06/01/2020	144,1	-0,1284%	144,98	ALZA	ALZA	0,1248%	\$ 0,0127
	07/01/2020	144,98	0,6088%	144,96	BAJA	BAJA	0,6088%	
	08/01/2020	144,96	-0,0138%	145,39	ALZA	ALZA	0,0138%	
	09/01/2020	145,39	0,2962%	145,06	BAJA	BAJA	0,2982%	
	10/01/2020	145,06	-0,2272%	145,7	ALZA	ALZA	0,2272%	
KO	06/01/2020	54,67	-0,0366%	54,25	ALZA	BAJA	-0,0366%	-\$ 0,0123
	07/01/2020	54,25	-0,7712%	54,35	ALZA	ALZA	0,7712%	
	08/01/2020	54,35	0,1842%	55,34	ALZA	ALZA	0,1842%	
	09/01/2020	55,34	1,8051%	55,53	BAJA	ALZA	-1,8051%	
	10/01/2020	55,53	0,3427%	56,13	BAJA	ALZA	-0,3427%	
MCD	06/01/2020	202,33	1,1183%	202,63	BAJA	ALZA	-1,1183%	-\$ 0,0221
	07/01/2020	202,63	0,1482%	205,91	BAJA	ALZA	-0,1482%	
	08/01/2020	205,91	1,6058%	208,35	BAJA	ALZA	-1,6058%	
	09/01/2020	208,35	1,1780%	207,27	BAJA	BAJA	1,1780%	
	10/01/2020	207,27	-0,5197%	206,51	ALZA	BAJA	-0,5197%	
MMM	06/01/2020	178,62	0,0952%	177,9	BAJA	BAJA	0,0952%	-\$ 0,0030
	07/01/2020	177,9	-0,4039%	180,63	ALZA	ALZA	0,4039%	
	08/01/2020	180,63	1,5229%	181,20	BAJA	ALZA	-1,5229%	
	09/01/2020	181,2	0,3151%	180,47	BAJA	BAJA	0,3151%	
	10/01/2020	180,47	-0,4037%	180,92	ALZA	ALZA	0,4037%	
PFE	06/01/2020	38,88	-0,1285%	38,75	ALZA	BAJA	-0,1285%	\$ 0,0297
	07/01/2020	38,75	-0,3349%	39,06	ALZA	ALZA	0,3349%	
	08/01/2020	39,06	0,7968%	38,89	BAJA	BAJA	0,7968%	
	09/01/2020	38,89	-0,4362%	39,49	ALZA	ALZA	0,4362%	
	10/01/2020	39,49	1,5310%	39,41	BAJA	BAJA	1,5310%	
<b>VPN Portafolio</b>							<b>\$ 0,0049</b>	

Fuente: Elaboración propia

## CAPITULO VI

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 6.1 CONCLUSIONES

- El modelo presentado es una herramienta táctica para implementar en el proceso de trading, por tanto, debe ser ajustado permanentemente de acuerdo a los cambios en el mercado y complementado con metodologías del análisis técnico.
- El análisis fundamental es un instrumento de gran utilidad en el proceso de preselección de acciones a través de la construcción y evaluación de indicadores de eficiencia, liquidez y endeudamiento.
- Los resultados de la encuesta de perfil de riesgo del inversionista, muestran que, a pesar del conocimiento en temas de inversión que poseen los afiliados de un fondo de pensión voluntaria, se evidencia una cultura de aversión al riesgo; el 63% de los encuestados posee un perfil de riesgo conservador y tan solo el 10,89% tienen experiencia en bonos y/o acciones.
- Cada uno de los métodos de optimización es eficiente teniendo en cuenta que; si bien se construyeron bajo ópticas diferentes, cumplen la teoría de Markowitz; el riesgo de cada portafolio es menor que la sumatoria de los riesgos individuales de las acciones que lo componen y los tres métodos generan resultados similares en cuanto a la rentabilidad y el riesgo esperado.
- El método de optimización de Markowitz a través del Complemento “Solver” permite construir a partir de la frontera eficiente para un perfil conservador, la función de utilidad para los demás perfiles, a través del cálculo de la función inversa para el perfil agresivo y

la pendiente de la recta formada por las coordenadas que limitan la frontera eficiente, para el perfil moderado.

- En los métodos de optimización a través de Risk Simulator y el Algoritmo Genético, las distribuciones de los precios de las acciones no son paramétricas, por el contrario, se ajustan al comportamiento individual de cada activo, lo cual genera mayor confiabilidad en el cálculo de la rentabilidad esperada.
- La metodología del Algoritmo Genético se debe desarrollar en un archivo de Excel independiente, de lo contrario, la simulación arroja información errónea.
- En la etapa de cruzamiento bajo el esquema de Algoritmo Genético, se logra identificar que el modelo puede encontrar mejores soluciones óptimas, dado que el cambio de variables entre acciones permite explorar áreas diferentes a las que se obtienen con las mutaciones iniciales, a diferencia de la optimización de Markowitz con la cual solo es viable obtener un portafolio optimizado.
- A pesar de generar una rentabilidad negativa, la acción IBM fue incluida en el portafolio inicial para evaluar la eficiencia del modelo, lo cual fue ratificado, dado que el porcentaje de participación se agota rápidamente en las simulaciones o corresponde a cero en la mayoría de optimizaciones.
- Las acciones pre-seleccionadas en la primera etapa de la investigación, generan un portafolio poco atractivo para el perfil conservador, por tanto, se presenta un segundo portafolio reemplazando la acción de International Business Machines Corporation (IBM) por la acción McDonald's (MCD), teniendo en cuenta los parámetros de decisión: mayor coeficiente de curtosis, mayor coeficiente de simetría y menor coeficiente de variación. Sin embargo, a pesar del cambio realizado, el portafolio optimizado no cumple

la tolerancia al riesgo del perfil conservador, por tanto, sería necesario ajustarse al 0,6946% o invertir en portafolios compuestos por instrumentos de renta fija que le permita satisfacer sus expectativas. En cuanto a los perfiles moderado y agresivo, se recomienda invertir en el portafolio optimizado, teniendo en cuenta la disminución del riesgo y el incremento de la rentabilidad.

- El test de Kupiec a través del estadístico LR, facilita la detección de errores en las estimaciones, de forma que los modelos empleados en el cálculo del VaR pueden ser calibrados para obtener mejores aproximaciones a las pérdidas esperadas.
- Los resultados obtenidos en la Prueba de Backtesting, permiten concluir que a través del método paramétrico es factible calcular estadísticamente el Valor en Riesgo para cada una de las acciones, obteniendo una eficiencia aceptable entre el 88% y el 95%, por tanto el modelo se considera viable puesto que permite capturar los efectos de las fluctuaciones del portafolio.
- Para evaluar la confiabilidad de la prospección del modelo a través de las Cadenas de Markov, fue necesario redondear las variaciones de los precios máximo a 0,01% para evitar la pérdida de cambios significativos y se evidencia que al incrementar la ventana de tiempo, aumenta el porcentaje de aciertos del modelo.
- El flujo de caja del portafolio optimizado, calculado en un periodo de cinco días de negociación 26/11/2019 al 03/12/2019, genera una rentabilidad US\$232 /semana, justificando la validez del modelo propuesto en el presente trabajo de investigación.
- El modelo prospectivo es eficiente en periodos de corto plazo y debe ser calibrado teniendo en cuenta situaciones de alto impacto que puedan afectar el mercado de valores.

## 6.2 RECOMENDACIONES

- Ampliar la ventana de tiempo de la prospección realizada a través de las Cadenas de Markov, para mejorar la confiabilidad del modelo, identificando los cambios de tendencia en que convergen los datos reales con los estimados por el método.
- Para estudios posteriores se sugiere adicionar al modelo propuesto, una variable que mida el nivel de confiabilidad de cada una de las acciones siguiendo los parámetros establecidos por la prueba de Kupiec.
- Para aumentar la eficiencia del modelo, este puede calibrarse a través de la eliminación de valores extremos en los precios de los activos, generados por noticias de alto impacto.
- En trabajos futuros, es recomendable aplicar el modelo EWMA o GARCH en el proceso de preselección de acciones, para estimar la volatilidad dando mayor peso a los datos recientes, así mismo, se propone incluir variables de medición del riesgo como lo es el CVar y la teoría de valores extremos, los cuales permiten establecer las pérdidas potenciales máximas en condiciones normales y atípicas del mercado.
- Fortalecer la metodología implementada, apoyándose en el análisis gráfico; las Ondas de Eliot y las series de Fibonacci, facilitan el análisis del comportamiento de los activos.
- Evaluar el método propuesto con algunos indicadores técnicos como son: MACD, RSI, ROC, Bollinger, % Williams, entre otros, para establecer con cuáles indicadores es conveniente complementar el modelo.
- Plantear el modelo a través de redes neuronales con mayor número de datos históricos, con el propósito de incrementar la cantidad de simulaciones en comparación con las cadenas de Markov.

- Teniendo en cuenta que, los métodos de optimización se aplicaron un portafolio de inversión en renta variable, se recomienda involucrar activos financieros libres de riesgo, para consolidar carteras atractivas para el perfil conservador.
- Programar un software que realice el proceso de descarga de información solicitada y el procesamiento de los datos de acuerdo al método de optimización seleccionado.

## BIBLIOGRAFÍA

- Abellán, J. L. (s.f de s.f de s.f). Economipedia. Recuperado el 30 de Enero de 2019, de Economipedia: <https://economipedia.com/definiciones/capital-market-line-cml-linea-del-mercado-de-capitales.html>
- Aguiar Diaz, I., Diaz diaz, N. L., García Padrón, Y., Hernández Sánchez , M., Ruiz Mallorquí, M. V., Santana Martín, D. J., & Verona Martel, M. C. (2012). Finanzas corporativas en la práctica (Primera ed.). (F. Garcia Tomé, Ed.) Madrid, España: Delta Publicaciones. Recuperado el 18 de Septiembre de 2019, de <https://books.google.com.co/books?id=kLbHgcDyv0IC&pg=PA279&dq=rentabilidad+economica&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwjRrfbn29vkAhUFTawKHanZBLMQ6AEINTAC#v=onepage&q=rentabilidad%20economica&f=false>
- American Psychological Association. (2010). Manual de Publicaciones de la American Psychological Association (6 ed.). (M. G. Frías, Trad.) México, México: El Manual Moderno.
- Arias, A. S. (s.f). Economipedia. Recuperado el 25 de Enero de 2019, de <https://economipedia.com/definiciones/mercados-financieros.html>
- Arizmendi, J. J. (2010). Mercado de valores. Mercado de valores, s.p. Recuperado el 15 de Enero de 2019
- BBVA. (14 de mayo de 2015). Qué es el riesgo financiero? 5 consejos para evitarlo. Recuperado el 30 de enero de 2019, de <https://www.bbva.com/es/finanzas-para-todos-el-riesgo-financiero-y-sus-tipos/>
- BBVA. (15 de Marzo de 2018). Obtenido de <https://www.bbva.com/es/grandes-bolsas-mundo/>
- Berggrum, J. Alonso & L. (2008). Introducción al análisis de riesgo financiero. Universidad ICESI.
- Betancur y Cuervo. (2011). Pruebas de Stress y Backtesting. Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca, 20. Recuperado el 30 de Enero de 2019, de <https://es.slideshare.net/WFPACHON/pruebas-de-estres-y-backtesting1-9952627>
- Blázquez, B. H. (2000). Bolsa y estadística bursátil. Díaz de Santos.
- Bolsa de Santiago. (s.f de s.f de s.f). Bolsa comercio Santiago. Recuperado el 10 de Febrero de 2019, de Bolsa comercio Santiago: <http://www.bolsadesantiago.com/actores/Paginas/inversionistas.aspx>
- Burguillo, R. V. (s.f). Obtenido de <https://economipedia.com/definiciones/acuerdos-de-basilea.html>
- Calmaestra, L. B. (2005). Medidas de Asimetría. Recuperado el 2 de Octubre de 2019, de [http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/unidimensional\\_lbarrios/asimetria\\_est.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/unidimensional_lbarrios/asimetria_est.htm)
- Castro, L. F. (23 de Marzo de 2017). Rankia Colombia. Recuperado el 23 de Enero de 2019, de <https://www.rankia.co/blog/analisis-colcap/3513621-que-son-acciones-significado-tipos-precio>
- Cox, D., & Miller, H. (1977). The Theory Stochastic Processes. Nueva York: CHAPMAN&HALL/CRC.
- Crece Negocios. (26 de marzo de 2010). Recuperado el 28 de Enero de 2019, de <https://www.crecenegocios.com/renta-fija-y-renta-variable/>
- Cruz Trejos, E., Restrepo, J. H., & Morales Pérez, A. (2006). Negociación de portafolios de acciones usando la meta-heurística Scatter Search. Tecnura, 93-107.

- Cruz, O. (2018). Optimización de portafolios de inversión en renta variable a través de algoritmo genético. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- De Lara, A. (2008). Medición y Control de Riesgos Financieros. México: LIMUSA.
- Eafit, U. (2007). Mercado de capitales boletín 63. Mercado de capitales boletín 63, 5. Recuperado el 24 de Enero de 2019
- Finance, Y. (s.f.). Yahoo Finance. Recuperado el 15 de Septiembre de 2019, de Yahoo Finance: <https://finance.yahoo.com/quote/KO/profile?p=KO>
- Finance, Y. (s.f.). Yahoo Finance. Recuperado el 15 de Septiembre de 2019, de Yahoo Finance: <https://finance.yahoo.com/quote/JNJ/profile?p=JNJ>
- Finance, Y. (s.f.). Yahoo Finance. Recuperado el 15 de Septiembre de 2019, de Yahoo Finance: <https://finance.yahoo.com/quote/PFE/profile?p=PFE>
- Finance, Y. (s.f.). Yahoo Finance. Recuperado el 15 de Septiembre de 2019, de Yahoo Finance: <https://finance.yahoo.com/quote/MMM/profile?p=MMM>
- Finance, Y. (s.f.). Yahoo Finance. Recuperado el 15 de Septiembre de 2019, de Yahoo Finance: <https://finance.yahoo.com/quote/IBM/profile?p=IBM>
- FXCM. (22 de Octubre de 2017). Obtenido de <https://igdigital.com/2018/01/wall-street-datos-bolsa-nueva-york/>
- Galán, J. S. (s.f de s.f de s.f). Economipedia. Recuperado el 30 de Enero de 2019, de Economipedia: <https://economipedia.com/definiciones/cadena-de-markov.html>
- García, C. (4 de Julio de 2017). MÉTODOS DE CÁLCULO DEL VALOR EN RIESGO. (U. d. Laguna, Ed.) Recuperado el 2 de Febrero de 2020, de <https://riull.ull.es/xmlui/bitstream/handle/915/5962/METODOS%20DE%20CALCULO%20DEL%20VALOR%20EN%20RIESGO.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Gestal, M. (s.f.). Introducción a los Algoritmos Genéticos. (U. d. Coruña, Editor) Recuperado el 02 de Enero de 2019, de <http://sabia.tic.udc.es/mgestal/cv/AAGGtutorial/TutorialAlgoritmosGeneticos.pdf>
- Granada, M. (2013). Algoritmos evolutivos y técnicas bioinspiradas .
- Greiner, Sánchez, D. J. (2005). Optimización multiobjetivo de pórticos metálicos. 344. Canarias, España. Recuperado el 8 de Octubre de 2019, de [file:///C:/Users/Carolina/Downloads/0324182\\_00000\\_0000.pdf](file:///C:/Users/Carolina/Downloads/0324182_00000_0000.pdf)
- Gutiérrez, Á. (12 de abril de 2019). Algoritmos Genéticos. Recuperado el 30 de noviembre de 2019, de [www.robolabo.etsit.upm.es](http://www.robolabo.etsit.upm.es)
- Gutiérrez, Á. (12 de abril de 2019). Introducción a la Robótica Inteligente. Recuperado el 20 de enero de 2019, de <http://www.robolabo.etsit.upm.es/asignaturas/irin/transparencias/AG.pdf>
- Hazen, T. L. (2006). Principles of Securities Regulation. West Academic Press.
- IG, A. (24 de Octubre de 2018). ¿Cuáles son las bolsas más importantes del mundo? Obtenido de <https://www.ig.com/es/estrategias-de-trading/-cuales-son-las-bolsas-mas-importantes-del-mundo--181015>
- Inversor Global. (25 de Enero de 2018). Obtenido de <https://igdigital.com/2018/01/wall-street-datos-bolsa-nueva-york/>
- Juárez, R. G. (21 de septiembre de 2018). Algoritmos genéticos. Recuperado el 03 de Enero de 2020, de Conogasi, Conocimiento para la vida: <http://conogasi.org/articulos/algoritmos-geneticos/>
- Lanzagorta, J. (12 de 10 de 2014). Planea tus finanzas. Obtenido de <https://planeatusfinanzas.com/riesgo-sistematico-y-no-sistematico/>

- Lara, A. d. (2008). *Medición y Control de riesgos financieros*. Limusa S.A. Recuperado el 30 de enero de 2019
- López, B. (sf). *Portafolios de Inversión*. Recuperado el 22 de Enero de 2019, de <http://www.economia.unam.mx/profesores/blopez/Riesgo-Pres4.pdf>
- López, J. F. (s.f). *Economipedia*. Recuperado el 29 de Enero de 2019, de <https://economipedia.com/definiciones/bolsa-de-valores-de-nueva-york-nyse.html>
- López, J. F. (s.f de s.f de s.f). *Economipedia*. Recuperado el 30 de Enero de 2019, de *Economipedia*: <https://economipedia.com/definiciones/bolsa-de-valores-de-nueva-york-nyse.html>
- Mankiw, N. (2000). *Macroeconomía* (4 ed.). Barcelona: Antoni Bosch. Recuperado el 03 de Septiembre de 2019, de <https://books.google.com.co/books?id=XzgZZqXPQsMC&pg=PA591&dq=INDICADOR+q+tobin&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwiViOnIy7PkAhXxx1kKHQWUDMwQ6AEIMTAB#v=onepage&q=INDICADOR%20q%20tobin&f=false>
- Martin, M. A. (2011). *Mercado de capitales una perspectiva global*. Buenos aires: Cengage Learning. Recuperado el 10 de Febrero de 2019
- Marulanda, V., & Sánchez, N. (2015). *Construcción y Valoración de un Portafolio para un inversionista con un perfil específico*. Bogotá: Universidad Eafit. Recuperado el 20 de febrero de 2020, de <https://core.ac.uk/download/pdf/47251714.pdf>
- Medlineplus. (s.f.). Recuperado el 10 de enero de 2019, de <https://medlineplus.gov/spanish/ency/article/002327.htm>
- Moreno, J. (2004). *Metaheurísticas: Concepto y Propiedades*. <http://www.tebadm.ulpgc.es/almacen/seminarios/MH%20Las%20Palmas%202.pdf>.
- Moreno, M. A. (18 de Mayo de 2012). *El CAPM un modelo de valoración de activos financieros*. Obtenido de <https://www.elblogsalmon.com/conceptos-de-economia/el-capm-un-modelo-de-valoracion-de-activos-financieros>
- Peña, D. (2008). *Fundamentos de Estadística*. (Alianza, Ed.) Recuperado el 10 de enero de 2019, de [https://biblioteca.unirioja.es/biba/mas\\_info.php?-titn=296220](https://biblioteca.unirioja.es/biba/mas_info.php?-titn=296220)
- Pérez, A. B. (17 de Abril de 2018). *Enciclopedia financiera*. Obtenido de <https://www.encyclopediafinanciera.com/instrumentos-financieros.htm>
- Puerta, A., & Laniado, H. (2010). *Diseño de estrategias óptimas para la selección de portafolios, un análisis de la ponderación inversa al riesgo*. *Lecturas de Economía*, 273.
- Puga, M. (s.f). *Fundamentos Básicos de Finanzas*. Obtenido de <https://studylib.es/doc/5680065/principales-bolsas-mundiales-y-sus-%C3%ADndices-1>
- RAE. (s.f). Obtenido de : <http://dle.rae.es/>.
- Ramallo, R. (11 de Febrero de 2008). *iProfesional*. Obtenido de <https://www.iprofesional.com/notas/61446-Conozca-que-son-el-NYSE-el-Dow-Jones-y-el-Nasdaq.html>
- Rodrigo, J. A. (Febrero de 2019). *Optimización con algoritmo genético y Nelder-Mead*. Recuperado el 10 de abril de 2019, de [https://rpubs.com/Joaquin\\_AR/465473](https://rpubs.com/Joaquin_AR/465473)
- Rodriguez, M. (2002). *ABC de acciones y bonos con microsoft excel: herramientas informáticas para la administración de las inversiones personales*. Buenos Aires: Omicron System.
- Roldán, P. N. (s.f). *Economipedia*. Obtenido de <https://economipedia.com/definiciones/organizacion-internacional-comisiones-valores-ioso.html>

- Roldán, P. N. (s.f de s.f de s.f). Economipedia. Recuperado el 30 de Enero de 2019, de Economipedia: <https://economipedia.com/definiciones/bolsa-de-valores.html>
- Salazar, B. (2016). Ingeniería Industrial Online. Recuperado el 30 de enero de 2019, de <https://www.ingenieriaindustrialonline.com/herramientas-para-el-ingeniero-industrial/investigaci%C3%B3n-de-operaciones/programaci%C3%B3n-lineal-en-solver/>
- Santiago, B. d. (s.f de s.f de s.f). Bolsa comercio Santiago. Recuperado el 10 de Febrero de 2019, de Bolsa comercio Santiago: <http://www.bolsadesantiago.com/actores/Paginas/inversionistas.aspx>
- Sevilla, A. (s.f de s.f de s.f). economipedia. Recuperado el 30 de Enero de 2019, de economipedia: <https://economipedia.com/definiciones/activo-financiero.html>
- Sevilla, A. (s.f de s.f de s.f). Economipedia. Recuperado el 30 de Enero de 2019, de Economipedia: <https://economipedia.com/definiciones/renta-fija.html>
- Sevilla, A. (s.f de s.f de s.f). Economipedia. Recuperado el 30 de Enero de 2019, de economipedia: <https://economipedia.com/definiciones/renta-variable.html>
- Soporte Jurídico. (s.f). Recuperado el 22 de Enero de 2019, de <https://soportejuridico.com/blog/diferentes-tipos-de-acciones-en-las-sociedades-comerciales>.
- Tada, E. D. (s.f de s.f de s.f). Algoritmos Genéticos. Algoritmos Genéticos, 26. Recuperado el 10 de Febrero de 2019
- Teruel, S. Y. (s.f). Gestión Pasiva. Obtenido de <https://www.gestionpasiva.com/riesgo-sistematico-y-riesgo-no-sistematico/#riesgo-sistematico>
- UNAM, I. d. (s.f). GeoGebr. Recuperado el 20 de Agosto de 2019, de <https://www.geogebra.org/m/rXPSZp7E>
- Universidad de Bolsa. (s.f de s.f de s.f). Universidad de Bolsa. Obtenido de Universidad de Bolsa: <https://www.universidaddebolsa.com/blog/bolsas-de-valores-mas-grandes-del-mundo>
- Valderrama, S. (2014). Diseño de Portafolios de Inversión mediante el Modelo de Selección de Markowitz y el Modelo CAPM. Bogotá: Pontificia Universidad Javeriana. Recuperado el 29 de Enero de 2019

## *ANEXOS*

### *ANEXO A: ANÁLISIS CRÍTICO REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA*

#### **DOCUMENTO No. 1**

**Título:** Impacto de los eventos extremos en la construcción de portafolios de inversión eficientes

**Autor:** Eduardo Álzate Jaramillo

**Año:** 2016

#### **Objetivo:**

Analizar el comportamiento de los activos que conforman un portafolio ante la volatilidad del mercado y la ocurrencia de eventos extremos como la crisis hipotecaria acontecida en Estados Unidos en el año 2008.

#### **Resumen:**

El presente trabajo de investigación busca medir el impacto que tienen los eventos extremos, también llamados eventos de boom o eventos de crash, según la naturaleza y consecuencias de los mismos en la construcción de portafolios de inversión eficientes. Se trabajará con los precios de acciones listadas en la bolsa de Nueva York, y con estas se construirán portafolios de inversión, siguiendo la metodología diseñada por Harry Markowitz en 1952. Se verificará la rentabilidad de los portafolios antes del evento extremo, y después de este, y se estudiarán las consecuencias de este sobre el portafolio. El evento extremo que se introducirá en el estudio es la crisis económica y financiera del año 2008, que tiene sus orígenes en la crisis hipotecaria en Estados Unidos. Con las variaciones en los precios de los activos en dicho periodo de tiempo, se espera estresar el modelo y revisar si lo propuesto por Markowitz sigue teniendo validez ante la aparición de dichos sucesos.

**Análisis crítico del artículo:**

<b>MODELO PRESENTADO EN EL ARTÍCULO</b>	<b>MODELO PROPUESTO EN ESTE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN</b>
<p>Modelo de Markowitz:</p> $E(r_x) = \sum_{i=1}^N x_i E(r_i)$ $Var(r_x) = \sum_{i=1}^N (x_i)^2 Var(r_i) + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N x_i x_j Cov(r_i, r_j)$ <p>Donde,  N= número de activos individuales  E(r<sub>x</sub>) = rendimiento esperado del portafolio  x<sub>i</sub> = proporción del monto de la inversión destinada al activo i  r<sub>i,j</sub>= rentabilidades de los activos  E(r<sub>i</sub>)= rendimiento promedio del activo i  Var(r<sub>x</sub>)= riesgo del portafolio  Var(r<sub>i</sub>) = Varianza de la rentabilidad del activo i  Cov(r<sub>i</sub>, r<sub>j</sub>) = Covarianza de la rentabilidad de los activos</p> <p>Se realizó la construcción de la frontera eficiente y optimización del modelo.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Monitoreo y evaluación del portafolio antes de la crisis. Periodo 2007 - comienzos del 2008.</li> <li>Monitoreo y evaluación del portafolio durante el periodo de crisis: El modelo fue sometido a una prueba de estrés mediante la aparición de un evento extremo 2008-2009.</li> <li>Simulación en @risk</li> <li>Análisis de los resultados y hallazgos.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>Construcción del portafolio con base en la información del precio de cierre diario de cinco acciones cotizadas en la Bolsa de Valores de Nueva York, período 2016-2018. Para ello, se analizarán las acciones más significativas dentro del Indicador Dow Jones.</li> <li>Optimización del Portafolio a través de la aplicación del algoritmo genético, la función Fitness y la heurística de vecindad, en aras de identificar la mayor cantidad de soluciones óptimas.</li> <li>Ejecución de pruebas de back y stress testing, con el fin de incluir en el modelo, el riesgo inherente ante eventos externos, siendo analizado a través del programa Risk Simulator.</li> </ol>

**Criterio de Búsqueda:****Meta buscador:** <https://scholar.google.com/>**Frase:** +optimización portafolio inversión**Dirección (URL):** <https://repository.eafit.edu.co/handle/10784/86>

**DOCUMENTO No. 2****Título:** Portafolio de Inversión en acciones un enfoque estocástico**Autores:**

Eduardo Arturo Cruz

Jorge Hernán Restrepo

Pedro Daniel Medina

**Año:** 2008**Objetivo:**

Evaluar en forma técnica la inversión en un portafolio de acciones, a través de la implementación de un método de optimización estocástico a partir de la matriz varianza-covarianza.

**Resumen:**

Este documento expone una metodología para realizar inversiones óptimas en instrumentos de renta variable como las acciones utilizando el procedimiento de Markowitz con un enfoque estocástico, desarrollando los cálculos en hoja electrónica Excel, apoyándose en los complementos de Cristal Ball para la simulación Montecarlo y Optquest para la optimización mediante la meta heurística de Branch and Bound.

**Análisis crítico del artículo:**

MODELO PRESENTADO EN EL ARTÍCULO	MODELO PROPUESTO EN ESTE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN
<p><b>Modelo propuesto:</b> Sean: N = número de acciones que conforman el portafolio RI = Rendimiento esperado del i-ésimo valor AI = Porcentaje de la inversión en el i-ésimo valor. Re = Rendimiento esperado del portafolio <math>\sigma^2_p</math> = Es la varianza de los rendimientos de la cartera, sobre la frontera eficiente de oportunidades de inversión.</p> <p>El problema que se desea resolver (vía optimización estocástica) se expresa de la siguiente forma:</p>	<p>El proyecto de investigación estará fundamentado en la aplicación del Modelo de Markowitz, dado su enfoque a la maximización de rentabilidad y minimización del riesgo.</p> <p>Adicionalmente, se fortalecerá el modelo a través de la inclusión de una matriz de transición y Cadenas de Markov, con el propósito de pronosticar la probabilidad de tendencia alcista/bajista de las acciones seleccionadas.</p> <p>Se propone calibrar el modelo propuesto a través de la Prueba de Kupiec y analizar</p>

$$\text{Min } Z = \sqrt{\sigma_p^2}$$

Sujeto a:

$$R_E = \sum_{I=1}^N A_I R_I$$

$$\sum_{I=1}^N A_I = 1$$

$$\forall A_I \geq 0$$

1. Para este caso se seleccionan los precios promedios ponderados de seis acciones.
2. Se calculan las variaciones de precios diarias:

$$\frac{P_I - P_{I-1}}{P_{I-1}}$$

3. Se determina la función de distribución de mejor calidad de acuerdo a las pruebas de bondad y ajuste de la Chi cuadrado, para cada una de las acciones.
4. Se determina la correlación y covarianza entre cada par de acciones del portafolio.
5. Para determinar la frontera eficiente del portafolio se procede a calcular la optimización del portafolio y finalmente a través de un modelo multi-objetivo se determinan algunos puntos de rentabilidad versus riesgo del portafolio de la frontera.

Las condiciones de optimización se construyen en el Optquest, a través de la meta heurística Branch and bound para localizar un óptimo local y luego participa una red neuronal que se auto entrena para optimizar la variable a pronosticar.

Se selecciona la composición de la inversión de acuerdo al perfil de inversionista y se realizan las respectivas simulaciones a través del método Montecarlo, a fin de analizar el comportamiento de la rentabilidad esperada.

las condiciones de optimización a través la simulación Montecarlo.

### **Criterio de Búsqueda:**

**Meta buscador:** <https://scholar.google.com/>

**Frase:** + portafolio de inversión + meta heurística

**Dirección (URL):** <http://revistas.utp.edu.co/index.php/revistaciencia/article/view/3213>

**DOCUMENTO No. 3**

**Título:** Modelo para toma de decisión en portafolios de inversión con acciones usando algoritmos genéticos.

**Autores:** David Hebert del Valle Paniaguaí

**Año:** 2002

**Objetivo:**

Proponer un modelo de ayuda a la decisión para selección de portafolios de inversión basado en Algoritmos genéticos.

**Resumen:**

El presente trabajo muestra la aplicación de los Algoritmos Genéticos en un Modelo para ayuda a la toma de decisión en portafolios de Inversión. El modelo considera la selección de portafolios acorde a las preferencias del usuario, en cuanto a riesgo (Varianza) y rendimiento. Los resultados muestran que los algoritmos genéticos pueden ser otra opción para la ayuda en la selección de portafolios de inversión. También muestra que combinado con un modelo de programación lineal mejora sensiblemente sus resultados.

**Análisis crítico del artículo:**

MODELO PRESENTADO EN EL ARTÍCULO	MODELO PROPUESTO EN ESTE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN
<p>Modelación del portafolio con Algoritmos Genéticos (AG):</p>	<p>El trabajo investigativo, se fundamentará en la construcción de un modelo prospectivo de portafolio de renta variable haciendo uso de un Algoritmo Evolutivo Multi-objetivo, que permita identificar soluciones óptimas acordes a la tolerancia al riesgo por parte de los inversionistas, la cual se determinará a partir de la realización de una encuesta a una muestra de la población.</p>

Planteamiento del Modelo:

$$x_j = 0 \text{ ó } 1 \quad j \in \{1, \dots, n\}$$

Dónde: n = número de emisoras que serán elegibles para generar el portafolio (Tamaño del cromosoma).

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si la emisora } j \text{ es seleccionado} \\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases}$$

El rendimiento modelado con AG es el siguiente:

$$R = \sum_j w_j r_j x_j$$

Donde:

R : Rendimiento del portafolio.

w<sub>j</sub>: Ponderación sobre el activo j

r<sub>j</sub>: Promedio de rendimiento del activo j

La varianza del portafolio modelada con AG es:

$$\sigma_p^2 = \left(\frac{1}{N}\right)^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{i,j} x_j$$

Donde;

N: número de emisoras del portafolio

La elección de portafolios de inversión se realiza ingresando o modificando los parámetros del modelo:

1. La elección de una de las tres funciones de aptitudes disponibles en el modelo (rendimiento/Varianza, rendimiento o Varianza).
2. Tomar en cuenta las correlaciones entre emisoras. Permite revisar si existen correlaciones en el portafolio.
3. Fijar un límite máximo permitido de correlación entre emisoras del portafolio.
4. Fijar Parámetros del AG.
  - Número de Generaciones.
  - Tamaño de Población.

La construcción del portafolio se realizará con base en los resultados de cruzamiento y mutación de las variables.

Se espera realizar el proceso de modelamiento en Excel, el cual pueda ser modificado de acuerdo a las necesidades del inversionista y que a futuro pueda ser plasmado en una aplicación móvil.

- |  |  |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tasa de entrecruza: El cruzamiento provee nuevos portafolios mezclados partes de unos con otros.</li> <li>• Tasa de mutación: La Mutación crea nuevos individuos modificando uno o varios valores de los genes de un individuo existente, es decir, si la emisora está o no presente en el portafolio.</li> </ul> |  |
|--|--|

### **Criterio de Búsqueda:**

**Meta buscador:** <https://scholar.google.com/>

**Frase:** + Portafolio de inversión + algoritmo genético

**Dirección (URL):** <https://repositorio.itesm.mx/handle/11285/629340>

### **DOCUMENTO No. 4**

**Título:** Optimización de portafolios de inversión con costos de transacción utilizando un algoritmo genético multiobjetivo: caso aplicado a la Bolsa de Valores de Colombia

#### **Autores:**

Samuel De Greiff  
Juan Carlos Rivera

**Año:** 2018

#### **Objetivo:**

Implementar un algoritmo meta heurístico multiobjetivo de optimización para construir un portafolio eficiente en mercados financieros, con el fin de encontrar alternativas de inversión que tengan una rentabilidad y un riesgo atractivos para el gerente de proyectos en situaciones de exceso de liquidez.

#### **Resumen:**

Este trabajo aborda la optimización de portafolios teniendo en cuenta restricciones impuestas por los mercados financieros y condiciones de proyectos con exceso de liquidez, como costos de transacción, presupuesto limitado y horizontes de tiempo cortos. Ante estas condiciones, se ha encontrado que los modelos convencionales pueden generar portafolios ineficientes. Por lo tanto, se formula un modelo matemático y se implementa un algoritmo genético multiobjetivo para hallar portafolios eficientes en la Bolsa de Valores de Colombia, minimizando el riesgo y maximizando la rentabilidad. Adicionalmente, se presentan resultados que permiten comparar los

portafolios obtenidos con el modelo propuesto y el modelo de media-varianza, mostrando la importancia de los costos de transacción y el presupuesto en la toma de decisiones de inversión.

### Análisis crítico del artículo:

MODELO PRESENTADO EN EL ARTÍCULO	MODELO PROPUESTO EN ESTE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN
<p>Algoritmo Genético Multiobjetivo Conocido Como Nsga-Ii (Deb Et Al., 2002): Éste utiliza un método de dominancias para guiar a los individuos a la frontera eficiente, en donde un individuo es dominado por otro si tiene menor rentabilidad y mayor riesgo.</p> <p><i>Algoritmo 1 – NSGA-II propuesto</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1: Generar población inicial</li> <li>2: Evaluar funciones objetivos de población inicial</li> <li>3: Asignar ranking a individuos de acuerdo a función de dominancia</li> <li>4: for gen ← 1 to nGen do</li> <li>5: for hijo ← 1 to nHijos do</li> <li>6: Operador de selección</li> <li>7: Operador de cruce</li> <li>8: if aleatorio &lt; pbbMut then</li> <li>9: Operador de mutación</li> <li>10: end if</li> <li>11: end for</li> <li>12: Evaluar nueva población</li> <li>13: Asignar ranking a individuos de acuerdo a función de dominancia</li> <li>14: Actualizar población de acuerdo a función de hacinamiento</li> <li>15: end for</li> </ol>	<p>Se plantea un modelo prospectivo basado en la metodología de algoritmos genéticos, considerando las restricciones del perfil del inversionista y el Valor del Riesgo, (o Value at Risk - VaR) propuesto por Linsmeier y Pearson (1996).</p> <p>Si bien, el algoritmo propuesto incluye los operadores de selección, cruce y mutación identificados en el modelo presentado en el artículo, se validará el portafolio, a través de la función Fitness, evaluando cada solución versus las especificaciones generales de la solución deseada.</p>

### Criterio de Búsqueda:

**Meta buscador:** <https://www.redalyc.org>

**Frase:** +optimización +portafolios de inversión

**Dirección (URL):**

[https://www.icesi.edu.co/revistas/index.php/estudios\\_gerenciales/article/view/2812](https://www.icesi.edu.co/revistas/index.php/estudios_gerenciales/article/view/2812)

**DOCUMENTO No. 5**

**Título:** Modelo predictivo para variaciones de precio del petróleo. Optimización de ARIMA utilizando fuerza bruta operacional.

**Autores:**

Antonino Alej Parisi

Luis Améstica

Oscar Eliel Chileno

**Año:** 2016

**Objetivo:**

Construir un modelo predictivo con un porcentaje de predicción de signo superior al cincuenta por ciento y, por consiguiente, mejorar la toma de decisiones para los inversionistas.

**Resumen:**

La presente investigación evalúa la eficacia del modelo ARIMA multivariable optimizado con fuerza bruta para el caso del precio del petróleo, prediciendo el comportamiento de las acciones a la semana siguiente de una última fecha analizada. Se utilizó la información disponible de la cotización del petróleo y acciones del portal web de finanzas de tres empresas Exxon Mobil, Gazprom y Rosneft, comprendidos en el periodo 4 de febrero del 2011 al 4 de febrero del 2016, pudiéndose observar la variación de los precios, y así poder comparar los datos reales con las variaciones pronosticadas a través del modelo. Se utilizaron doce variables, generando cien mil iteraciones aleatorias con fuerza bruta, dado que la optimización por simplex y/o solver limitaba la obtención de algún resultado. Con la técnica de fuerza bruta se pudo establecer una capacidad de predicción superior al 60% para el caso del precio del petróleo y las acciones de empresas petroleras.

### Análisis crítico del artículo:

MODELO PRESENTADO EN EL ARTÍCULO	MODELO PROPUESTO EN ESTE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN
<p><b>Modelo Autorregresivo Integrado de Promedio Móvil (ARIMA)</b> propuesto por Box y Jenkins.</p> <p>ARIMA (p, d, q)  P = AR () Autorregresivo como variable explicativa.  D= Integrado  Q= Error como variable explicativa (media móvil de los errores).</p> <p>Los modelos ARIMA usados para predecir el signo de las fluctuaciones semanales del precio del petróleo y las acciones de las empresas evaluadas se presentan en las ecuaciones 1 al 4 en el siguiente orden: petróleo, y los nemotécnicos de Exxon, Gazprom y Rosneft:</p> $\Delta P = \alpha_1 \cdot \Delta P_{t-1} + \dots + \alpha_{AR} \cdot \Delta P_{t-AR} + \beta_1 \cdot E_{t-1} + \dots + \beta_{MA} E_{t-MA} + \theta_1 \cdot \Delta DJI_{t-1} + \dots + \theta_x \cdot \Delta DJI_{t-x} + E_t \quad (1)$ $\Delta XOM = \alpha_1 \cdot \Delta XOM_{t-1} + \dots + \alpha_{AR} \cdot \Delta XOM_{t-AR} + \beta_1 \cdot E_{t-1} + \dots + \beta_{MA} E_{t-MA} + \theta_1 \cdot \Delta DJI_{t-1} + \dots + \theta_x \cdot \Delta DJI_{t-x} + E_t \quad (2)$ $\Delta GAZP.ME = \alpha_1 \cdot \Delta GAZP.ME_{t-1} + \dots + \alpha_{AR} \cdot \Delta GAZP.ME_{t-AR} + \beta_1 \cdot E_{t-1} + \dots + \beta_{MA} E_{t-MA} + \theta_1 \cdot \Delta DJI_{t-1} + \dots + \theta_x \cdot \Delta DJI_{t-x} + E_t \quad (3)$ $\Delta ROSN.ME = \alpha_1 \cdot \Delta ROSN.ME_{t-1} + \dots + \alpha_{AR} \cdot \Delta ROSN.ME_{t-AR} + \beta_1 \cdot E_{t-1} + \dots + \beta_{MA} E_{t-MA} + \theta_1 \cdot \Delta DJI_{t-1} + \dots + \theta_x \cdot \Delta DJI_{t-x} + E_t \quad (4)$	<p>Frente al modelo presentado, que se basa en la optimización a través de ARIMA para determinar el pronóstico del precio de cada acción; en el modelo propuesto se determina la matriz de transición con cadenas de Markov, para tomar la posición de compra o venta de acuerdo a la probabilidad de alza o baja de cada acción.</p> <p>Así mismo, el proyecto investigativo contiene;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Un desarrollo prospectivo del portafolio, para establecer la conveniencia del modelo.</li> <li>▪ Una propuesta para determinar la probabilidad de que cada una de las acciones este al alza o a la baja, usando las cadenas de Markov.</li> <li>▪ El desarrollo de la simulación Montecarlo tomando posiciones de compra o venta para los días subsiguientes usando el algoritmo genético.</li> <li>▪ La evaluación de la confiabilidad del modelo, valorando el resultado final por semana proyectada a través del valor presente neto.</li> </ul>

En los que  $Et$  corresponde al término de error del modelo;  $P$ ,  $XOM$ ,  $GAZP.ME$  y  $ROSN.ME$  al precio del petróleo y a los nemotécnicos de las acciones de Exxon Mobil, Gazprom y Rosneft Oil respectivamente que son las variables de la ecuación; y los subíndices  $AR$ ,  $MA$  y  $X$  representan el máximo orden de rezagos de las variables independientes. Los coeficientes  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\theta$  son los coeficientes mejor adaptados que de acuerdo a su valor le dan un peso determinado, por el modelo, a las variables. Estos últimos indican que tanto afecta la variable incluida en el precio del valor en estudio.

### **Criterio de Búsqueda:**

**Meta buscador:** <https://www.researchgate.net>

**Frase:** +modelo +portafolio + inversión

**Dirección (URL):**

[https://www.researchgate.net/publication/309593330\\_Modelo\\_predictivo\\_para\\_variaciones\\_de\\_precio\\_del\\_petroleo\\_Optimizacion\\_de\\_ARIMA\\_utilizando\\_fuerza\\_bruta\\_operacional](https://www.researchgate.net/publication/309593330_Modelo_predictivo_para_variaciones_de_precio_del_petroleo_Optimizacion_de_ARIMA_utilizando_fuerza_bruta_operacional)

### **DOCUMENTO No. 6**

**Título:** Una propuesta metodológica para la optimización de portafolios de inversión y su aplicación al caso colombiano.

**Autores:**

Guillermo Buenaventura Vera

Andrés Felipe Cuevas Ulloa

**Año:** 2005

**Objetivo:**

Configurar un portafolio óptimo utilizando la línea del mercado de capitales con una función de maximización de su pendiente.

**Resumen:**

El mercado de capitales constituye un universo oferente de diversas alternativas de inversión donde cada activo tiene un nivel de riesgo dado. La función de los financistas está en lograr el mayor rendimiento minimizando el riesgo y sobre este tema han surgido varias teorías. El trabajo plantea la aplicación de un modelo de optimización en Excel que permite crear portafolios eficientes a partir de la teoría del portafolio moderno de Markowitz y empleando el concepto de la línea del mercado de capitales con activos disponibles en el mercado.

**Análisis crítico del artículo:**

<b>MODELO PRESENTADO EN EL ARTÍCULO</b>	<b>MODELO PROPUESTO EN ESTE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN</b>
<p><b>FRONTERA EFICIENTE:</b></p> <p>1. Rendimiento promedio de cada activo:</p> $E(R_i) = \frac{\sum_{t=1}^T R_t}{T}$ <p>R<sub>i</sub>: rendimiento del activo i en un período dado t T: número de períodos que se analizan.</p> <p>2. Riesgo de cada activo, medido como la desviación típica o varianza de la rentabilidad;</p> $S^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_t - E(R_i))^2$ <p>3. La covarianza entre los diferentes activos, tomados por parejas, la cual representa una medida de la tendencia de los rendimientos a moverse en la misma dirección y se obtiene mediante la ecuación:</p> $COV_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^T [R_{i_t} - E(R_i)][R_{j_t} - E(R_j)]}{T}$ <p>4. La rentabilidad esperada del portafolio P se</p>	<p>Para la elaboración del presente proyecto, se construirá inicialmente la Frontera eficiente para un portafolio de cinco activos, a través de la herramienta Solver de Excel, situando las mejores rentabilidades para un riesgo determinado, clasificadas de la forma que a mayor riesgo corresponda una mayor rentabilidad, según el grado de aversión al riesgo del inversor, el cual será evaluado a través del software Risk Simulator.</p> <p>A diferencia del modelo expuesto en el artículo, la aplicación del algoritmo genético y las cadenas de Markov evitarán dar como resultado una única solución estática al modelo, sino por el contrario definir mayor cantidad de soluciones óptimas con sus respectivas probabilidades alcistas</p>

obtiene así:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n W_i E(R_i)$$

$W_i$ : peso de cada activo en el portafolio,  $n$ : número de activos que participan en el portafolio.

5. El riesgo de un portafolio P con múltiples alternativas de inversión se logra mediante el cálculo de su desviación típica:

$$\sigma_p = \left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j COV_{ij} \right)^{1/2}$$

Donde  $\sigma_p$  es el riesgo del portafolio.

**Construcción portafolio de mínimo riesgo:** separa el subconjunto ineficiente de la frontera eficiente que se desea construir. Matemáticamente la solución se puede dar mediante la siguiente función de Lagrange:

$$F = \left( \sum_{i=1}^T W_i^2 COV_{ii} + 2 \sum_{i=1}^T \sum_{j>1}^T W_i W_j COV_{ij} \right) + 2\lambda \left( \sum_{i=1}^T W_i - 1 \right)$$

**CONSTRUCCIÓN DEL PORTAFOLIO ÓPTIMO - RECTA DEL MERCADO DE CAPITALES:** El portafolio óptimo es el punto de tangencia entre la línea del mercado de capitales y la frontera eficiente. El teorema de separación consiste en la determinación del portafolio M óptimo, lo cual requiere maximizar la pendiente de la recta:

$$m = \frac{R_p - r}{\sigma_p} \quad \sum_{i=1}^n W_i = 1$$

o bajistas.

Sujeto a la restricción presupuestaria:

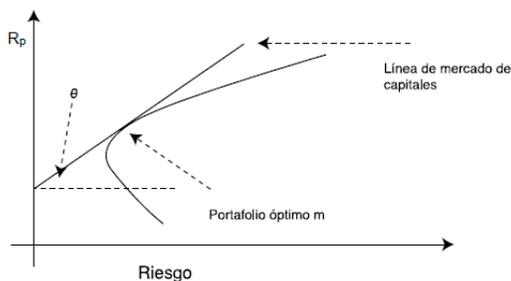
Para este cálculo se debe contar con una tasa libre de riesgo,  $r$ . La metodología expuesta por Vélez-Pareja (2001), es la siguiente:

$$\text{Max } \tan \theta = \frac{R_p - r}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j \text{COV}_{ij}}}$$

Cumpliendo:

$$\sum_{i=1}^n W_i = 1$$

$R_p$  es la rentabilidad esperada del portafolio,  $W_i$  es la participación de la alternativa de inversión  $i$  en el portafolio,  $\text{COV}_{ij}$  es la covarianza entre las parejas de títulos alternativos de inversión,  $r$  es la tasa libre de riesgo y  $n$  es el número de clases de activos que se toman para la construcción del portafolio.



La  
ma  
xim  
iza  
ció  
n

de la recta tangente entre  $m$  y  $r$ , se puede hacer usando el Solver de Excel.

Se debe establecer la tasa libre de riesgo,  $r$ , para luego maximizar el valor:  $(r_p - r) / \sigma_p$

### Criterio de Búsqueda:

**Meta buscador:** <https://www.redalyc.org>

**Frase:** +optimización de portafolios de inversión

**Dirección (URL):**

[https://www.icesi.edu.co/revistas/index.php/estudios\\_gerenciales/article/view/160](https://www.icesi.edu.co/revistas/index.php/estudios_gerenciales/article/view/160)

**DOCUMENTO No. 7**

**Título:** Modelo de selección de portafolio óptimo de acciones mediante el análisis de Black-Litterman

**Autores:**

Laura Giraldo Cárdenas  
John Malver Díaz Zapata  
Sandra Milena Arboleda Ríos  
Cindy Lucia Galarcio Padilla  
Jorge Enrique Lotero Botero  
Felipe Isaza Cuervo

**Año:** 2015

**Objetivo:**

Describir el modelo de Black-Litterman aplicándolo al mercado colombiano incluyendo variables como minimización de riesgos y maximización de utilidades.

**Resumen:**

Dentro de las diversas teorías financieras que se enfocan en la asignación óptima de recursos en un portafolio de inversión, la propuesta de Black-Litterman es la única que incorpora las expectativas futuras que tienen los inversionistas sobre los activos en los cuales destinarán sus recursos. En este trabajo se presenta la propuesta de Black-Litterman como una herramienta para mejorar la selección óptima de portafolios y como un insumo que mejora la estructuración de portafolios a través del modelo clásico propuesto por Markowitz. Además de la presentación teórica del modelo de Black-Litterman, se realiza un análisis de caso estructurando un portafolio óptimo sobre el índice COLCAP del mercado de valores colombiano. Además de permitir incorporar las visiones de los inversionistas, los resultados obtenidos mediante Black-Litterman ayudan a crear mejores portafolios de inversión a través del modelo de Markowitz, tanto en maximización de rendimientos como de minimización de varianza.

### Análisis crítico del artículo:

MODELO PRESENTADO EN EL ARTICULO	MODELO PROPUESTO EN ESTE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN
<p>El modelo de Black-Litterman como versión mejorada del modelo Markowitz considera los siguientes aspectos: en el mercado existen <math>n</math> activos, con capitalizaciones <math>M = M_1, M_2, \dots, M_n</math> y donde la capitalización de mercado es igual al número de títulos o unidades del activo disponibles en el mercado por su respectivo precio. Las ponderaciones de mercado de los <math>n</math> activos están dadas por el vector <math>W = (W_1, W_2, \dots, W_n)</math> en donde la ponderación del activo <math>i</math> es:</p> $W_i = \frac{M_i}{\sum_{i=1}^n M_i} \quad (5)$ <p>El coeficiente de aversión al riesgo del inversionista (<math>\delta</math>), el cual es constante, se determina de la siguiente forma:</p> $\delta = \frac{R_M - R_f}{\sigma_M^2} \quad (6)$ <p>Donde <math>R_M</math> es el retorno esperado del mercado, <math>R_f</math> es la tasa libre de riesgo y <math>\sigma_M^2</math> es la varianza del retorno del mercado, el exceso de retornos implícitos de equilibrio (<math>\Pi</math>) se puede expresar como sigue:</p> $\Pi = \delta \Sigma W \quad (7)$ <p>Estos retornos se llaman <i>Retornos Implícitos de Equilibrio</i>, debido a que si los precios de los activos se ajustan hasta los retornos esperados, estos serán iguales a lo que creen los inversionistas, haciendo la suposición de que en general se tiene la misma expectativa de mercado; dichos ajustes hacen que la demanda iguale la oferta.</p> <p>Suponiendo que existen <math>N</math> activos en el mercado, que pueden incluir acciones, bonos, divisas y otros activos, los rendimientos de estos activos tienen una distribución normal donde <math>\mu</math> es el rendimiento esperado y <math>\Sigma</math> la correspondiente matriz de covarianza; con base en esto el retorno de los activos en su conjunto se asume que sigue una distribución normal con parámetros <math>\mu</math> y <math>\Sigma</math>; así</p> $r \sim N(\mu, \Sigma) \quad (8)$ <p>Donde <math>r</math> es el vector de los rendimientos de los activos. Si se asume que todos los inversionistas tienen la cartera de mercado <math>\mathcal{V}_{eq}</math>, y en donde las primas de riesgo de equilibrio <math>\Pi</math> son tales que si todos los inversionistas tienen el mismo punto de vista, la demanda de estos activos es exactamente igual a la oferta [7]. Suponiendo que la tolerancia al riesgo es representado por el parámetro de aversión al riesgo <math>\delta</math>, las primas de riesgo de equilibrio se estiman como:</p> $\Pi = \delta \Sigma \mathcal{V}_{eq} \quad (9)$ <p>El modelo bayesiano previo implica que los retornos esperados <math>\mu</math> se ubiquen en los valores de equilibrio, distribuyéndose normalmente con la media de <math>\Pi</math>:</p> $\mu = \Pi + \varepsilon^{(e)} \quad (10)$ <p>Donde <math>\varepsilon^{(e)}</math> es un vector aleatorio con distribución normal con media cero y matriz de covarianza <math>\tau \Sigma</math>, donde <math>\tau</math> es una escala que indica la incertidumbre del portafolio inicial. Además del portafolio inicial, el inversionista también tiene una serie de puntos de vista sobre los rendimientos del mercado en donde el inversionista tiene un conjunto</p>	<p>Para la elaboración del presente proyecto se propone un modelo de portafolio en un mercado volátil, a través del análisis de cinco acciones en un periodo de tiempo determinado de tres años, aplicando el modelo de Markov, se evaluará el comportamiento de las acciones. Así mismo, al utilizar la heurística de vecindad, podemos optimizar y buscar las soluciones más cercanas con el fin de generar mayor expectativa al modelo que se desea plantear.</p>

de  $K$  opiniones sobre el rendimiento de los instrumentos del portafolio. Las opiniones se expresan en términos del retorno esperado de un portafolio  $p_k$ , la cual distribuye normalmente con media  $q_k$  y desviación estándar  $\omega_k$ . De esta manera  $P$  es una matriz que selecciona los instrumentos del portafolio sobre los cuales se forma una opinión o expectativa, y  $Q$  es el vector de opiniones sobre los retornos:

$$P = (p_1 p_2 \dots p_K) \quad (11)$$

$$Q = (q_1 q_2 \dots q_K) \quad (12)$$

Los puntos de vista de los inversionistas se pueden expresar como:

$$P\mu = Q + \varepsilon^{(v)} \quad (13)$$

Donde  $\varepsilon^{(v)}$  es una inferencia no observable, normalmente distribuida con un vector aleatorio igual a cero y una matriz de covarianza diagonal  $\Omega$ :  $P\mu \sim N(Q, \Omega)$ . La matriz  $\tilde{U}$  representa la matriz de la confianza en las opiniones o expectativas, y dependen de la matriz de covarianza inicial  $\Sigma$ , el parámetro de incertidumbre  $\tau$  y la matriz  $P$ :

$$\Omega = \text{diagonal}(P(\tau\Sigma)P^T) \quad (14)$$

Se supone, además, que tanto  $\varepsilon^{(e)}$  como  $\varepsilon^{(v)}$  son independientes.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon^e \\ \varepsilon^v \end{pmatrix} \sim N\left(0, \begin{bmatrix} \tau\Sigma & 0 \\ 0 & \Omega \end{bmatrix}\right) \quad (15)$$

Los puntos de vista del inversionista expresados con las matrices anteriores se combinan con el portafolio inicial, o de equilibrio (obtenidos mediante el modelo CAPM, definición inicial del portafolio o un modelo de Markowitz). Considerando lo anterior, los rendimientos esperados del modelo Black-Litterman se distribuyen como una normal  $N(\mu_{BL}, \bar{M}^{-1})$ , donde la media  $\mu_{BL}$ , está dada por:

$$\bar{\mu}_{BL} = [(\tau\Sigma)^{-1} + P^T\Omega^{-1}P]^{-1} [(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P^T\Omega^{-1}Q] \quad (16)$$

Y la matriz de covarianza  $\bar{M}^{-1}$  es dada por:

$$\bar{M}^{-1} = [(\tau\Sigma)^{-1} + P^T\Omega^{-1}P]^{-1} \quad (17)$$

A partir de la creación de un portafolio inicial de mercado y mediante el modelo de BL que se acaba de describir es posible construir un portafolio óptimo que considere las visiones y expectativas que se tienen sobre el desempeño futuro de los activos que lo conformarían; la selección de los pesos posteriores del portafolio se obtienen como:

$$W_{BL} = (\delta\Sigma P)^{-1} \mu_{BL} \quad (18)$$

### Criterio de búsqueda:

**Meta buscador:** <https://www.redalyc.org>

**Frase:** modelo de portafolio de renta variable proyectada

**Dirección (URL):**

<https://www.redalyc.org/pdf/750/75045730008.pdf>

**DOCUMENTO No. 8**

**Título:** Evaluación de un portafolio de títulos de renta variable: modelo para lograr cobertura ante mercados financieros de alta volatilidad

**Autores:**

Dr. Nicko Gomero Gonzales  
Docente Asociado de la Facultad de Ciencias Contables

**Año:** 2008

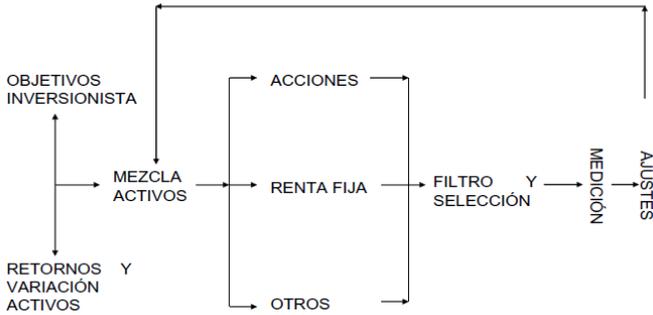
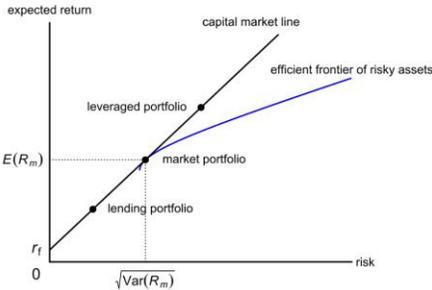
**Objetivo:**

Desarrollar un modelo que permita determinar el riesgo y rendimiento de títulos y portafolios de renta variable.

**Resumen:**

Los mercados bursátiles se muestran inestables, los niveles de riesgo han aumentado considerablemente, algunos especuladores podrían salir ganados en estos escenarios volatilizados, tal como los que hacen operaciones en corto, que son netamente especulativos y que asumen elevados niveles de riesgo, pero la mayoría de inversionistas institucionales salen perjudicados de estos mega problemas financieros, que sin duda van a trascender o impactar en el sector real de la economía. Más claro, los que hacen los especuladores y desestabilizadores de mercados financieros, su efecto transmisión, en este mundo globalizado, se va a sentir en la más lejana economía del mundo. Dada la importancia del mercado bursátil, hay modelos financieros que permiten que los inversionistas orienten adecuadamente sus decisiones de inversión, algunos modelos lo detallaremos y explicaremos en el presente artículo. Además, enfocaremos como objetivo el desarrollo de un modelo estadístico que permita determinar el riesgo y rendimiento de títulos y portafolios de renta variables. Así como explicar un modelo para optimizar decisiones de inversión en el mercado de valores, determinar y explicar los indicadores estadísticos que cuantifiquen el riesgo por inversión en el mercado secundario de valores y determinar la rentabilidad esperada con títulos de renta variable, de distinto nivel de riesgo y con diversos grados de confiabilidad.

## Análisis crítico del artículo:

MODELO PRESENTADO EN EL ARTICULO	MODELO PROPUESTO EN ESTE TRABAJO DE INVERTIGACIÓN
<p>Coefficiente de Correlación o de Pearson:</p> <p>PROCESO DE ESTRUCTURACIÓN DE UN PORTAFOLIO</p>  <p>2.1. <i>Coefficiente de Correlación o de Pearson para optimizar selección de portafolios</i></p> <p>El coeficiente de correlación es un estadígrafo fundamental para tomar decisiones en el mercado bursátil. Como se sabe, este indicador estadístico mide el grado y tipo de relación entre dos variables. El valor del índice de correlación (<math>r</math>) varía en el intervalo <math>[-1, +1]</math>:</p> <p>2.2. <i>Selección de títulos utilizando la varianza o la desviación típica</i></p> <p>Así como el coeficiente de correlación es una buena herramienta para tomar decisiones en el mercado bursátil, la desviación típica es otra alternativa para dicho propósito. En</p> <p>La regla es la siguiente: cuanto más volátil es un título, mayor será su desviación típica, por lo que el inversionista al adquirir activos con estas características exigirá una mayor rentabilidad a su inversión realizada. La misma regla se aplica a portafolios de activos financieros.</p> <p style="text-align: center;"><b><i>Re = rentabilidad media +/- desviación típica de la acción</i></b></p>	<p>El trabajo expuesto, se basa en la conformación de un portafolio que minimiza el riesgo de mercado. Algunas formas de minimizar el riesgo son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Diversificar el portafolio.</li> <li>Conformar un portafolio con títulos de diferentes mercados.</li> <li>Buscar los títulos que tengan correlación, esto permite compensar los títulos a la baja con los títulos al alza.</li> </ul>  <p>En la gráfica anterior se define la combinación de las acciones con base en la rentabilidad de los títulos de renta fija.</p> <p>El trabajo consultado toma la expresión de varianza de portafolio y reemplaza la covarianza por la correlación.</p> $\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{i,j}$ $\rho = \frac{\text{covar}(x, y)}{\sigma^2}$ <p><b>La desventaja</b> es un portafolio</p>

	<p>estático y no involucra una estimación de los precios de las acciones en un futuro próximo.</p> <p><b>La ventaja</b> es que incluye la correlación para la medición del riesgo.</p> <p>La contribución del trabajo que se propone es la proyección de las acciones en términos de alza (aumenta el precio) y en términos de baja (cae el precio), para la toma de decisiones de posición en el mercado: ¿que vender y que comprar?</p> <p>Para la elaboración y planteamiento del algoritmo genético, se va a utilizar el modelo de heurística de vecindad. La selección de títulos se realiza de manera aleatoria para la formulación del proyecto, se realizarán pruebas de homocedasticidad y heterocedasticidad con el fin de observar que tan agresivo o conservador es el portafolio seleccionado.</p>
--	---

**Criterio de búsqueda:**

**Meta buscador:** <https://scholar.google.com/>

**Frase:** modelo de portafolio de renta variable proyectado

**Dirección (URL):**

<http://revistasinvestigacion.unmsm.edu.pe/index.php/quipu/article/view/2066/1792>

**DOCUMENTO No. 9**

**Título:** Optimización de portafolios de acciones utilizando los multiplicadores de Lagrange

**Autores:**

Eduardo Arturo Cruz Trejos

Pedro Daniel Medina Varela

Hever Dario Salazar Arias

**Año:** 2013

**Objetivo:** El objetivo de este trabajo es plantear el desarrollo y aplicación del modelo de optimización de carteras de Markowitz, haciendo uso del modelo de los Multiplicadores de Lagrange.

**Resumen:**

El presente artículo plantea el uso de los multiplicadores de LaGrange para solucionar el modelo de optimización de carteras de inversión de Markowitz aplicado a activos disponibles en el mercado accionario de la bolsa de valores de Colombia, en un período de tiempo dado. La utilización de los multiplicadores de Lagrange, en el método de selección óptima de carteras, resuelve el modelo de programación no lineal (PNL) mediante una nueva función resultante de la combinación lineal, entre la función objetivo y las restricciones originales del problema planteado por Markowitz. El beneficio que sobresale de esta metodología es la rapidez en el resultado de los porcentajes de inversión sugeridos ante un cambio porcentual en la rentabilidad esperada. Lo anterior es crucial al momento de tomar una posición de compra y/o venta en el mercado debido a la velocidad con que se mueve el mercado en operaciones intradía.

**Análisis crítico del artículo:**

<b>MODELO PRESENTADO EN EL ARTICULO</b>	<b>MODELO PROPUESTO EN ESTE TRABAJO DE INVERTIGACIÓN</b>
	<p>Al realizar el análisis del presente artículo, podemos encontrar:</p> <p><b>Ventajas:</b> utilizan en modelo de Lagrange, el cual permite establecer unos máximos y unos mínimos de las funciones planteadas.</p>

## 2. Modelo de Markowitz solucionado a través de los multiplicadores de Lagrange

Como se ha indicado a lo largo del desarrollo de este trabajo, el problema de optimización de Markowitz se puede resolver, entre otras, por la técnica de multiplicadores de Lagrange. Es necesario transformarlo en una nueva función resultante de la combinación lineal, entre la función objetivo y las restricciones originales del problema. [8]

La función Lagrangiana ( $L$ ) es:

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n w_i w_k \sigma_{ik} + \lambda_1 \left[ \bar{r}_p - \sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i \right] + \lambda_2 \left[ 1 - \sum_{i=1}^n w_i \right] \quad (5)$$

Donde  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  corresponden a los multiplicadores de Lagrange, que miden el grado de sensibilidad del valor óptimo del problema por cambios en las restricciones. Tomando como base esta función se realizan las derivadas de primer orden como se muestra a continuación:

$$\frac{\delta L}{\delta w_1} = w_1 \sigma_{11} + w_2 \sigma_{12} + \dots + w_n \sigma_{1n} - \lambda_1 \bar{r}_1 - \lambda_2 = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\delta L}{\delta w_2} = w_1 \sigma_{21} + w_2 \sigma_{22} + \dots + w_n \sigma_{2n} - \lambda_1 \bar{r}_2 - \lambda_2 = 0$$

....

$$\frac{\delta L}{\delta w_n} = w_1 \sigma_{n1} + w_2 \sigma_{n2} + \dots + w_n \sigma_{nn} - \lambda_1 \bar{r}_n - \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda_1} = w_1 \bar{r}_1 + w_2 \bar{r}_2 + \dots + w_n \bar{r}_n - \bar{r}_p = 0$$

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda_2} = w_1 + w_2 + \dots + w_n - 1 = 0$$

Tabla 4. Matriz de varianza covarianza aumentada invertida

998	-269	-154	-437	-138	0.06	-0.0979
-269	5,063	-349	-1,321	-3,123	0.03	-0.1401
-154	-349	1,377	-531	-342	71.50	-0.3402
-437	-1,321	-531	989	1,300	-186.11	0.6216
-138	-3,123	-342	1,300	2,302	114.51	-1.0435
0.064	0.0300	71.5	-186	115	-10.23	0.0312
-0.098	-0.1401	-0.340	0.622	-1.043	0.03	-0.0002

## 3. Vector de los términos independientes (B):

Contiene los valores del lado derecho de las restricciones del modelo de Markowitz modificado con la derivada de primer orden del Lagrangiano, es decir, rentabilidad esperada del portafolio y la restricción que garantiza la utilización del ciento por ciento de los recursos.

Tabla 5. Vector de los términos independientes (B):

B=	0	0	0	0	0	0.018%	-1
----	---	---	---	---	---	--------	----

**Desventajas:** es un portafolio que realiza un análisis en un periodo de tiempo muy corto, carece del cálculo del valor presente neto de dicho modelo.

La contribución del trabajo que se propone es un análisis de cinco acciones en un tiempo de 3 años, ampliando soluciones óptimas mediante la alteración del número binario, determinando las probabilidades de baja y alza de las acciones

<p>5. Datos del portafolio</p> <p>Para calcular la rentabilidad y el riesgo del portafolio compuesto por los <math>n=5</math> activos, es necesario considerar la rentabilidad como un promedio ponderado de los rendimientos de todos sus componentes, que se obtiene mediante la siguiente multiplicación vectorial:</p> $r_p = W^T \cdot R_i \quad (10)$	
---	--

**Criterio de búsqueda:****Meta buscador:** <https://www.utp.edu.co/>**Frase:** Optimización de portafolios de inversión**Dirección (URL):**<https://revistas.upb.edu.co/index.php/cienciasestrategicas/article/viewFile/7895/7207>**DOCUMENTO No. 10****Título:** Modelo de Markowitz y Modelo de Black-Litterman en la Optimización de Portafolios de Inversión.**Autores:**

Luis C. Franco-Arbeláez

Claudia T. Avendaño-Rúa

Haroldo Barbutín-Díaz

**Año:** 2011**Objetivo:**

El objetivo general del presente artículo consiste en realizar un estudio comparativo entre el modelo de Markowitz y el modelo de Black-Litterman, para determinar las ventajas relativas del segundo y obtener conclusiones pertinentes. Después de esta introducción, se hace una descripción detallada del modelo de Markowitz y sus desventajas más reconocidas. Luego se presenta el modelo de Black-Litterman, que permite corregir algunas de las falencias generadas en ese modelo; y finalmente se obtienen conclusiones.

**Resumen:**

La optimización de portafolios de inversión es un aspecto central en el mundo financiero. El modelo de Markowitz ha logrado éxito a nivel teórico en el medio de las finanzas, en cuanto a la estructuración de portafolios y en la búsqueda de la diversificación implícita en el análisis de

inversiones. Sin embargo, en la práctica, se presentan dificultades e inconvenientes, que han influido notoriamente en el poco éxito de su aplicación. En este artículo se hace un estudio reflexivo sobre las desventajas de este modelo en situaciones reales, y se presenta el modelo de Black-Litterman como alternativa metodológica que contribuye a neutralizar algunas de esas desventajas y permite maximizar el rendimiento esperado, generando un portafolio más eficiente, estable y diversificado.

### Análisis crítico del artículo:

MODELO PRESENTADO EN EL ARTICULO	MODELO PROPUESTO EN ESTE TRABAJO DE INVERTIGACIÓN
<p><b>2.1 Hipótesis del Modelo de Markowitz</b></p> <p>El modelo de Markowitz parte de las siguientes hipótesis: a) El rendimiento de cualquier portafolio, es considerado una variable aleatoria, para la cual el inversionista estima una distribución de probabilidad para el periodo de estudio. El valor esperado de la variable aleatoria es utilizado para cuantificar la rentabilidad de la inversión; b) la varianza o la desviación estándar son utilizadas para medir la dispersión, como medida del riesgo de la variable aleatoria rentabilidad; ésta medición debe realizarse en forma individual, a cada activo y a todo el portafolio; y c) la conducta racional del inversionista lo lleva a preferir la composición de un portafolio que le represente la mayor rentabilidad, para determinado nivel de riesgo.</p> <p>La formulación matemática primal del modelo de Markowitz, que se presenta en (1), consiste en determinar las ponderaciones <math>w_i</math> que maximizan el rendimiento esperado del portafolio, sujeto a un riesgo máximo admitido. Es decir:</p> $\text{Max } E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot E(R_i) \quad (1)$ <p>Sujeto a (2)</p> $\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{ij} \leq \sigma_0^2 \quad (2)$ $\sum_{i=1}^n w_i = 1; \quad w_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, n)$ <p><b>2.2 Desventajas del Modelo de Markowitz</b></p> <p>A pesar del gran avance del modelo Markowitz que supuso considerar el portafolio de inversión como un todo, algunos inves-</p>	<p>Ventajas: el análisis presentado en el artículo establece la comparación de dos modelos de valoraciones de inversiones los cuales son Black-Litterman y Markowitz, estableciendo las falencias de Markowitz y resaltando el modelo de Black-Litterman como solución a este ya que permite incluir las expectativas del inversor para lograr portafolios razonables</p> <p>Desventajas: el documento analizado carece de un modelo para un portafolio de renta variable proyectada.</p> <p>La contribución del trabajo que se propone es realizar un modelo que permita el análisis de un portafolio multi-objetivo, en la búsqueda de diversas soluciones que se puedan optimizar, analizando las acciones durante un periodo de tiempo con el fin de conocer sus comportamientos para plantear dicho modelo.</p>

tigadores han encontrado serios inconvenientes, entre los cuales sobresalen los siguientes:

Michaud (1989) considera que el uso de series de rentabilidades históricas, en la estimación de los parámetros esperados, produce sesgos importantes. Por ello los portafolios eficientes resultantes en el modelo se componen con activos de alta rentabilidad, reducida varianza y baja correlación con otros activos, de lo que resultan portafolios altamente concentrados en unos pocos títulos (baja diversificación y alto riesgo). Sin embargo, esta dificultad se puede solucionar introduciendo restricciones adicionales que limiten el porcentaje máximo de los recursos que van a ser invertidos en cada título (Michaud, 1989; Haugen, 1993). Para correr el modelo se toman datos históricos; es decir, se supone que el mercado se comportará de forma similar como lo hizo en el pasado, asumiendo estabilidad del mercado, lo cual no siempre es cierto.

Black & Litterman (1991; 1992) propusieron un modelo para reducir las dificultades presentadas en el modelo de Markowitz,

### 3. MODELO DE BLACK-LITTERMAN

#### 3.1 Descripción del Modelo

El modelo de Black-Litterman (MBL) parte de una situación de equilibrio de mercado, es decir de una serie de rentabilidades esperadas que igualen la oferta y la demanda de activos financieros, si todos los inversionistas tuvieran las mismas expectativas. En el MBL, si las expectativas del inversionista no difieren con respecto a las del mercado, no es necesario especificar un rendimiento para cada activo, ya que éstos entran al modelo con su respectivo retorno de equilibrio. El paso a seguir es la obtención de la rentabilidad esperada que se alcanza por optimización inversa; es decir, en lugar de preguntarse qué ponderación es necesaria para tener determinada rentabilidad, se plantea qué rentabilidad esperada supone la ponderación que indica la capitalización.

#### 3.4 Ventajas del Modelo Black-Litterman

La principal ventaja del modelo Black-Litterman frente al modelo de Markowitz es que permite incluir las expectativas del inversor y de acuerdo a la confianza que se maneja sobre las mismas, se da un mayor o menor peso al activo dentro del portafolio. El modelo Black-Litterman es favorable principalmente para administradores que están constantemente buscando buenas estrategias y que estudian y revisan constantemente el comportamiento del mercado.

**Criterio de búsqueda:**

**Meta buscador:** Redalyc

**Frase:** modelo de portafolio de renta variable proyectada

**Dirección (URL):**

<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=344234325005>

ANEXO B. Análisis fundamental y preselección de acciones (Archivo Microsoft Excel)

ANEXO C. Tabulación Encuestas Perfil de Riesgo del Inversionista (Archivo Microsoft Excel)

ANEXO D. Métodos de optimización Solver y Risk Simulator (Archivo Microsoft Excel)

ANEXO E. Método de optimización Algoritmo Genético (Archivo Microsoft Excel)

ANEXO F. Prueba de Backtesting – Prueba de Kupiec (Archivo Microsoft Excel)

ANEXO G: Aplicación Cadenas de Markov (Archivo Microsoft Excel)

ANEXO H: Evaluación de la prospección del modelo (Archivo Microsoft Excel)

