

Universidad
Tecnológica
de Pereira

PROGRAMA DE DOCTORADO EN INGENIERÍAS

TESIS DOCTORAL:
Planeamiento Integrado de Sistemas Energéticos: Un Enfoque
Estocástico Multietapa

AUTOR:
Carlos Arturo Saldarriaga Cortés

PEREIRA-2018

PLANEAMIENTO INTEGRADO DE SISTEMAS ENERGÉTICOS:
UN ENFOQUE ESTOCÁSTICO MULTITETAPA

Carlos Arturo Saldarriaga Cortés

Proyecto de grado presentado como requisito para optar por el título de Doctor
en Ingeniería

Director: Ph.D Harold Salazar Isaza

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
PROGRAMA DE DOCTORADO EN INGENIERÍAS
PEREIRA
2018

Año 2018

NOTA DE ACEPTACIÓN

Jurado

Jurado

Pereira 29,11,2018 (Fecha de entrega)

DEDICATORIA

*A mi madre Gloria Esperanza Cortés Giraldo,
quien es mi mayor ejemplo de dedicación y tenacidad.*

Carlos Arturo Saldarriaga Cortés.

AGRADECIMIENTOS

El desarrollo de esta tesis doctoral es el producto de maravillosos años, en los cuales tuve la fortuna de discutir, aprender y compartir una gran cantidad de conocimientos, al igual que desaprender otra cantidad no despreciable de dogmas y prejuicios inútiles. Hubiera resultado profundamente difícil y terriblemente aburrido cursar esos años sin la ayuda y compañía de personas maravillosas como lo son mi familia, mis amigos y mis profesores. Gracias a todos ellos por sazonar mi existencia.

El Autor.

Resumen

En este trabajo se presentan múltiples modelos de optimización para la operación y el planeamiento de la expansión del sistema energético compuesto por los sistemas de electricidad y gas natural. Dichos modelos, consideran aspectos relevantes del funcionamiento físico de los componentes del sistema energético (e.g. generadores térmicos e hidráulicos, elementos de la red de gas natural), así como también incorporan diferentes fuentes de incertidumbre que representan el comportamiento de aspectos exógenos a los sistemas bajo estudio, pero que presentan un alto impacto en el diseño y operación de estos (e.g. decisiones de mercado, variabilidad de recursos). Aunque lo anterior, permite una mejor representación de la realidad de los sistemas considerados, implica un incremento en la complejidad matemática y computacional de los modelos, pues se requiere del uso de funciones no lineales para simular el comportamiento físico de los componentes y de una gran cantidad de variables binarias y continuas para incorporar de forma simultánea el efecto de múltiples escenarios de incertidumbre. Es por esto, que en este trabajo se proponen diferentes metodologías de linealización, las cuales permiten de manera eficiente (pocas variables adicionales) eliminar las no linealidades garantizando una alta fidelidad con respecto a los modelos no lineales. Igualmente, se aplican y adaptan múltiples metodologías de solución que aprovechan las características matemáticas del problema para descomponerlo en sub-problemas, los cuales facilitan la paralelización de la solución y por ende la reducción sustancial en los tiempos de cómputo.

Como se mencionó, los modelos de operación representan los principales componentes de los sistemas físicos que conforman el sistema energético, se hace especial énfasis en el modelo de los gasoductos y de los compresores de gas natural, pues son componentes muy relevantes de la red de gas que influyen fuertemente en la operación de todo el sistema energético. Igualmente, todos los modelos de operación propuestos consideran múltiples condiciones operativas, las cuales permiten evaluar el efecto de la variabilidad de las dos externalidades operativas de alta importancia, como lo son: 1) el comportamiento de los recursos energéticos renovables de carácter intermitente, y 2) el comportamiento de todos los tipos de demanda del sistema energético. Estos modelos operativos son utilizados para la formulación de un modelo de planeamiento, este permite establecer las inversiones en infraestructura del sistema energético, y considera el efecto de diferentes fuentes de incertidumbre de largo plazo, como lo son la aparición de grandes demandas y la aparición de nuevas plantas de generación de electricidad a partir de recursos renovables de tipo intermitente.

El modelo de planeamiento propuesto es formulado como un problema de optimización estocástica multi-etapa, donde las decisiones de inversión en infraestructura pueden ser del tipo “aquí y ahora”, es decir, decisiones que se toman bajo incertidumbre y que son transversales a todos los escenarios considerados; o del tipo “espero y veo”, las cuales representan decisiones futuras que dependen de la realización de cada escenario y modelan el la posibilidad de efectuar acciones correctivas producto del comportamiento incierto del futuro. Por otro lado, las decisiones de corto plazo (operación), se modelan en su totalidad mediante variables del tipo “espero y veo”, pues estas dependen de cada escenario y cada condición operativa. Este enfoque, permite que la solución óptima del modelo de planeamiento contenga infraestructura estratégica en términos de flexibilidad ante la incertidumbre, es decir, encuentra el conjunto mínimo de inversiones iniciales de bajo costo, que garantiza la fácil adaptación futura (i.e. factible y de bajo costo) ante cada posible escenario.

Los modelos de operación y planeamiento propuestos, permitieron evidenciar la importancia de contar con una representación detallada de los componentes principales del sistema energético, pues este aspecto es crucial para garantizar la aplicación realista de los resultados del modelo. Igualmente,

la solución de dichos modelos muestra la necesidad de incluir el efecto de aspectos exógenos al sistema energético que generen incertidumbre, pues se comprueba mediante casos numéricos, que como consecuencia de la no inclusión de dicha incertidumbre se confluje a sistemas energéticos con altos grados de infactibilidad operativa futura, lo que implica elevados costos de adaptación si se presentan los escenarios no considerados, situación que no ocurre en los modelos que consideran incertidumbre. Por otro lado, las metodologías de solución implementadas permitieron reducir sustancialmente los tiempos de cómputo, bajándolos de semanas a horas.

Abstract

This work presents multiple optimization models, designed for the operation and planning of the energy systems expansion (integrated electricity and natural gas systems). The operation models represent the main components of the physical systems which are part of the energy system. Special emphasis is made on the model of gas pipelines and natural gas compressors, as they are very relevant components of the gas network that strongly influence the operation. Likewise, all the proposed operation models consider multiple operating conditions, which allow evaluating the effect of the variability of renewable resources and demand.

The proposed operating models are used for the formulation of a planning model, this allows to establish the necessary investments in different types of infrastructure of the energy system. Furthermore, the planning model considers the effect of different sources of long-term uncertainty such as the appearance of large demands and the existence of new renewable generators. The proposed planning model is formulated as a multi-stage stochastic optimization problem, where infrastructure investment decisions variables are here and now or wait and see variable type, depending on the node of the uncertainty tree where such decisions are implemented. While the operative decisions are totally variables of the type wait and see.

Given the complexity of the proposed models, it was necessary to use different master-slave methodologies, which helped to parallelized the search of the response, this allowed the solution of the models to be efficient with reasonable computing times. All the proposed models were used in different applications, in order to demonstrate the advantages of integrating both systems, thus, to incorporate elements of uncertainty in the optimization and planning models of energy systems.

Tabla de contenido

Resumen.....	6
Abstract	8
Tabla de contenido	1
Índice de Figuras	3
Índice de Tablas	4
Estructura del documento.....	5
1 Introducción	6
1.1 Problemática general	6
1.2 Integración energética	7
1.3 Estado del arte	10
1.3.1 Efectos de las ER sobre el planeamiento de SEP	11
1.3.2 Integración electricidad gas.....	13
1.4 Contribuciones de esta tesis doctoral	15
2 Modelo Matemático	20
2.1 Nomenclatura	20
2.2 Introducción	20
2.3 Modelo del sistema de gas natural	23
2.3.1 Modelo operativo 1 (no lineal).....	24
2.3.2 Modelo operativo 2 (lineal entero mixto).....	29
2.3.3 Modelo operativo 3 (lineal entero mixto).....	33
2.3.4 Modelo de planeamiento del sistema de gas natural	42
2.4 Modelo del sistema eléctrico de potencia.....	44
2.4.1 Modelo operativo SEP (lineal entero mixto).....	44
2.4.2 Modelo de planeamiento del SEP (lineal entero mixto).....	47
2.5 Modelo integrado de los sistemas de electricidad y gas natural.....	49
2.5.1 Modelo operativo integrado (lineal entero mixto).....	49
2.5.2 Modelo de planeamiento integrado (lineal entero mixto)	49
3 Aplicaciones.....	52
3.1 Security of the Colombian energy supply: The need for liquefied natural gas regasification terminals for power and natural gas sectors	54
3.1.1 Introduction	57
3.1.2 Unreliability of Supply and Transportation of Natural Gas in Colombia and a Potential Solution	58

3.1.3	Importance of Integrated Analysis	59
3.1.4	Mathematical Model	61
3.1.5	Qualitative Analysis	67
3.1.6	Conclusions and Policy Implications	75
3.2	Integrated planning of electricity and natural gas systems under uncertain hydro inflows: A multi-objective approach.....	78
3.2.1	Introduction	78
3.2.2	Problem Formulation.....	79
3.2.3	Proposed Methodology	80
3.2.4	Test and Results	81
3.2.5	Conclusions	84
3.3	Stochastic planning of electricity and gas networks: An asynchronous column generation approach.....	86
3.3.1	Introduction	88
3.3.2	Problem Overview.....	91
3.3.3	Mathematical Formulation	91
3.3.4	Proposed Methodology	96
3.3.5	Tests and Results	98
3.3.6	Conclusions	102
4	Conclusiones	105
5	Listado de publicaciones	107
5.1	Artículos publicados en revistas internacionales categoría Q1	107
5.2	Artículos en congresos internacionales	107
5.3	Artículos en revisión	¡Error! Marcador no definido.

Índice de Figuras

Fig. 1.1 Infraestructura de un SE compuesto por los SEP y SGN.....	7
Fig. 1.2 Generación neta de electricidad por tipo de combustible para EEUU. fuente: [10]	8
Fig. 2.1 Cadena de producción del sector de gas natural. Fuente: Adaptada de [1] por el autor	23
Fig. 2.2 Flujo de gas a través de un ducto en función de la presión en sus extremos; (a) IIPC, (b) ejemplo.....	26
Fig. 2.3 Compresor centrífugo; (a) principales componentes, (b) diagrama.....	27
Fig. 2.4 Representación lineal a trozos de una función cuadrática	29
Fig. 2.5 Representación de un compresor bidireccional. Fuente: Adaptada de [9] por el autor	31
Fig. 2.6 Aproximación de las IIPC resultante de la representación lineal a trozos del flujo al cuadrado a través de un ducto; (a) $NLS = 4$, (b) $NLS = 12$	33
Fig. 2.7 Consumo del compresor; (a) curva real, (b) aproximación lineal, (c) error absoluto de aproximación.....	33
Fig. 2.8 Representación lineal a trozos de las IIPC.....	34
Fig. 2.9 Comparación entre la aproximación de tramos constantes (roja) y la aproximación de tramos variables (negra); (a) $NSL=3$, (b) $NSL=4$, (c) $NSL=6$, (d) $NSL=10$	37
Fig. 2.10 Consumo del compresor; (a) curva real, (b) aproximación lineal propuesta, (c) error absoluto de aproximación.....	40
Fig. 2.11 Sistema eléctrico de potencia.....	44
Fig. 2.12 Manejo de incertidumbres y variabilidad; (a) Árbol de escenarios, (b) Conjunto de condiciones operativas.	50
Fig. 3.1. Colombian electric (left panel) and natural gas (right panel) transportation systems.....	67
Fig. 3.2. Scenarios for all cases and for different hydrological conditions	70
Fig. 3.3. Capacity utilization of the LNG-RT on the Atlantic Coast.....	73
Fig. 3.4. Capacity utilization of the LNG-RT at the Pacific Coast	73
Fig. 3.5. Capacity utilization of the LNG-RT at the Atlantic Coast (a) and Pacific Coast (b).....	74
Fig. 3.6. Flow chart of the proposed methodology	81
Fig. 3.7. Example of a Chromosome and its codification	81
Fig. 3.8. Electricity (right figure) and natural gas (left figure) systems at the beginning of stage 1.	82
Fig. 3.9. Pareto-efficient frontier.....	83
Fig. 3.10. (a) 3-bus test system at the stage 1 (where continuous and dashed lines indicate existing and candidate infrastructure, respectively) and (b) scenario tree.	99
Fig. 3.11. Natural gas (left) and electricity (right) systems at the stage 1. Continuous and dashed lines indicate existing and candidate infrastructure, respectively.	101

Índice de Tablas

Tabla 1.1. Metodologías de planeamiento	10
Table 3.1. Most recent events that caused a rationing of natural gas supply in Colombia.....	59
Table 3.2. Case studies	69
Table 3.3. Case 1—Percentage of unsupplied daily demand	71
Table 3.4. Cases 2 and 3—Percentage of unsupplied daily demand due to a reduction of natural gas supply	72
Table 3.5. Cases 4 and 5—Percentage of unsupplied daily demand for contingencies in transportation system	72
Table 3.6. Investment Cost.....	82
Table 3.7. Numerical Results	83
Table 3.8. Investment Cost – 3-Bus Test System.....	100
Table 3.9. Optimal infrastructure for 3-Bus Test System	100
Table 3.10. Operational and Investment Cost for 3-Bus Test System MMUSD	100
Table 3.11. IEEE 24-Bus and Belgium Natural Gas Test System	101

Estructura del documento

Este documento está dividido en dos partes principales, la primera parte que consta de los capítulos 1 y 2, los cuales contienen la presentación general de la problemática a tratar en esta tesis doctoral, la exposición de las contribuciones realizadas y la formulación matemática completa y detallada de los modelos utilizados y propuestos para abordar el problema de planeamiento integrado de sistemas energéticos bajo incertidumbre.

La segunda parte de este trabajo, consiste de los capítulos 3, 4 y 5. El capítulo 3 corresponde a tres aplicaciones que se fundamentan en los modelos del capítulo 2 y que plantean soluciones a los problemas descritos en el capítulo 1. Estas aplicaciones, se encuentran en formato artículo, pues cada una de ellas ha sido publicada en revistas indexadas de categoría Q1 y congresos internacionales. Es por lo anterior, que cada aplicación contiene una introducción que explica el problema a resolver, una revisión del estado del arte que justifica la necesidad de resolver dicho problema, una formulación matemática, una sección de metodología de solución y una sección de resultados, lo cual permite que cada aplicación se presente de forma autocontenida, con el objetivo de no alterar la esencia de cada artículo, estos se presentan en el idioma original de su publicación (inglés).

Por otro lado, el capítulo 4 contiene las conclusiones principales de esta tesis doctoral y, por último, el capítulo 5 presenta el listado de publicaciones resultante de esta tesis.

1 Introducción

1.1 Problemática general

Es innegable que el crecimiento socio-económico de un país está estrechamente ligado al desarrollo de su infraestructura energética. Tal y como lo especifica el CAF -Banco de desarrollo de América Latina- en su informe para la XXI Cumbre Iberoamericana de Jefes de Estado y de Gobierno en el año 2011, donde afirma que el desarrollo de una infraestructura de calidad permite construir sociedades inclusivas y competitivas [1].

En este sentido, es de interés para muchos países en el mundo y en especial para aquellos que se encuentran en vías de desarrollo, avanzar en materia de políticas públicas que apunten al desarrollo integral de su infraestructura energética. Esto es, políticas que promuevan el crecimiento coordinado de la infraestructura de todos los sectores asociados a la energía, con el objetivo de fortalecer su matriz energética en términos de diversidad, sostenibilidad y confiabilidad, y de esa manera garantizar la seguridad energética nacional.

El desarrollo de políticas energéticas requiere de metodologías de análisis que guíen a los tomadores de decisiones en la tarea de determinar en qué, donde y cuando invertir, de forma tal que la infraestructura resultante sea estratégica desde un punto de vista social, es decir, que cause el máximo beneficio a sus participantes. Para esto, es necesario considerar de manera endógena no solo las características técnicas y económicas de la infraestructura asociada a cada sector, sino también los diferentes vínculos intersectoriales, en especial aquellos donde se detecta una alta dependencia, como es el caso del sistema eléctrico de potencia (SEP) y el sistema de gas natural (SGN) [2].

Adicionalmente, dichas metodologías deben involucrar el efecto de la aparición de las energías renovables (ER). Pues el incremento de políticas de protección ambiental y el aumento en la viabilidad de este tipo de tecnologías en términos técnico-económicos, permite prever que tendrán una alta participación futura [3]. Es necesario resaltar, que la inclusión de tecnologías de generación a base de energías renovables podría desplazar importantes proporciones de combustibles contaminantes como el carbón o el petróleo, debido a su fuerte impacto ambiental, pero a la vez podría incrementar en proporciones similares el consumo de otros combustibles fósiles como el gas natural [4]. Esto debido a que tal y como se afirma en [5], las ER y el gas natural presentan similitudes que los acercan, tales como su bajo costo y su bajo impacto ambiental, pero son sus diferencias las que los convierte en un dúo complementario, ya que la alta variabilidad operativa de las energías renovables puede ser mitigada por medio de una buena confiabilidad en el suministro del gas natural.

En resumen, la formulación de políticas energéticas integrales que pretendan fomentar la inserción de ER, requiere de metodologías de análisis y diseño basadas en modelos de optimización, que consideren de forma holística la operación y el planeamiento de los sistemas involucrados. Es de resaltar, que los modelos de operación y planeamiento tradicionales estudian un único sistema a la vez, considerando al otro como una variable exógena, esto es: para la optimización del SEP se modela el SGN simplemente como una restricción de capacidad de producción en los generadores a gas; y para la optimización del SGN se modela el SEP como una demanda de gas asociada al consumo de los generadores, esto no garantiza la optimalidad para todo el conjunto de sistemas de interés y por ende, no garantiza que todos los participantes maximicen sus beneficios.

Adicionalmente, es frecuente en los modelos tradicionales (desintegrados) tratar la incertidumbre mediante el uso de casos de estudio, es decir, estos determinan la solución óptima para cada caso y luego a partir de sus resultados encuentran la combinación que permite robustez ante todos o la mayoría de los casos, hay que aclarar que esto no garantiza el menor costo [6]. Aunque los enfoques tradicionales han permitido sortear satisfactoriamente los retos pasados, son los retos futuros los que demandan tratamientos holísticos tanto de las interdependencias entre sistemas complementarios, como de la incertidumbre.

1.2 Integración energética con considerando energía renovable

Un sistema energético (SE) se define como aquel que está compuesto por toda la infraestructura necesaria para transformar energía de una o varias fuentes primarias al tipo de energía requerida por los usuarios finales. En la Fig. 1.1 se muestra un SE conformado por la infraestructura del sistema eléctrico de potencia (SEP) y el sistema de gas natural (SGN), los cuales se encuentran vinculados por medio de los generadores térmicos a base de gas natural. Sin embargo, un SE puede involucrar muchos más tipos de infraestructura tales como cadenas hidráulicas, poliductos, sistemas de transporte y almacenamiento de carbón, etc. Esto siempre y cuando, el grado de vinculación o interdependencia sea relevante, en otras palabras, si una decisión tomada sobre la infraestructura del sistema A afecta sustancialmente las decisiones a tomar sobre los sistemas B y C, entonces, el SE debe contener a los sistemas A, B y C.

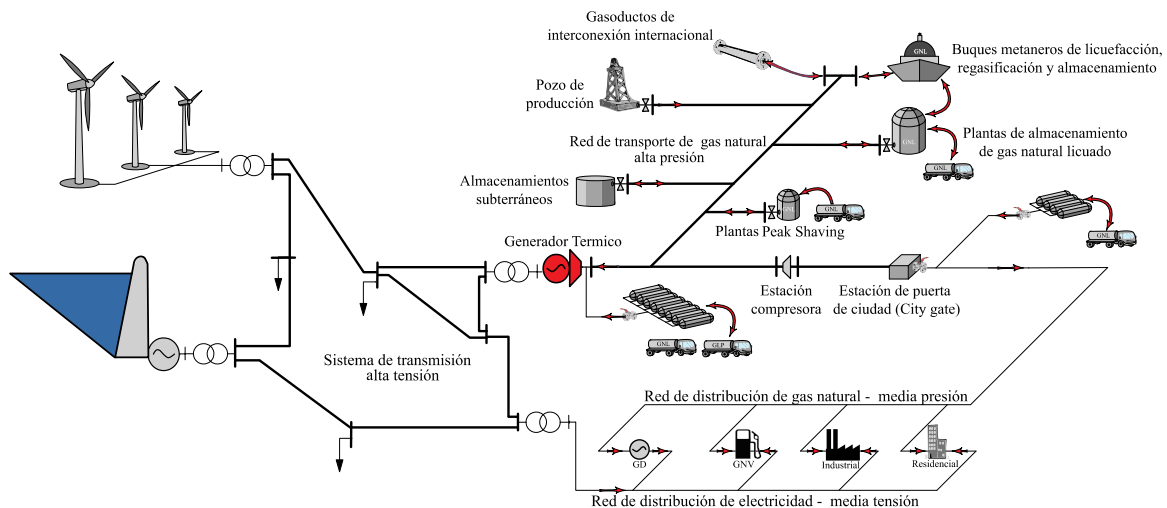


Fig. 1.1 Infraestructura de un SE compuesto por los SEP y SGN

En la actualidad los tomadores de decisiones en los sistemas energéticos del mundo entero se enfrentan al mismo dilema: como abastecer el creciente consumo energético de manera que se garantice, al menor costo posible, la confiabilidad y seguridad del suministro, la eficiencia y con mayor auge en la última década, la sostenibilidad ambiental. Esto se debe a que el mundo moderno exige altos niveles de industrialización y fuertes capacidades competitivas, y aquellos países que pretendan alcanzar un nivel aceptable de desarrollo económico, deberán adecuar su infraestructura energética para que les permita aprovechar al máximo sus recursos y en caso de ser necesario, incorporar oportuna y exitosamente las nuevas tecnologías de generación eléctrica a base de ER.

Para esto, se requiere de un cambio en la concepción de la operación y el planeamiento de los SE, es necesario entender a profundidad el grado de vinculación que existe entre las diferentes

infraestructuras, esto es, el grado de influencia que un sistema ejerce sobre el otro. Pues sistemas altamente vinculados, como es el caso de los SEP y SGN en países como Colombia [7], Chile [8], Brasil [2], Argentina, EEUU [9] entre otros, cuyas matrices energéticas tienen importantes porcentajes de generación térmica a base de gas natural, deberían tener estrategias de expansión integrada que faciliten la adecuación de la infraestructura ante la posible aparición de fuentes de energía renovable de tipo intermitente.

Sin embargo, la mayoría de los SE del mundo se han desarrollado y se siguen expandiendo y operando de manera desintegrada o levemente coordinada. Esto implica que la infraestructura de gas natural resultante no está necesariamente diseñada para ser flexible ante las altas y rápidas variaciones que ocurren en la operación de los SEP, en especial en sistemas con importantes porciones de generación de electricidad a base de ER.

Es de resaltar que los bajos costos del gas natural, la fuerte penalización a las emisiones de CO₂ y la capacidad tecnológica de las plantas de ciclo combinado para efectuar rápidos cambios en su nivel de generación [2], [4], son características que hacen atractivo el gas natural como respaldo a la intermitencia de las ER; pues a bajo costo y de forma confiable permite atenuar el efecto de su variabilidad. Una prueba de esto, es que la Energy Information Administration (EIA) reportó que para los EEUU se espera que entre el 2015 y el 2030, las fuentes de generación a base de energías renovables (sol y viento) y la generación térmica a base de gas natural presenten un crecimiento entre el 3.9%-4.7% y 0.6%-1.6% anual respectivamente (ver Fig. 1.2)[10]. Por el mismo estilo, el operador independiente del sistema de California (CAISO por sus siglas en inglés) reportó que para el verano del 2016 la generación a base de gas natural, jugó un papel fundamental en el seguimiento de la demanda eléctrica, permitiendo incorporar al sistema significativas cantidades de energía solar y eólica [11].

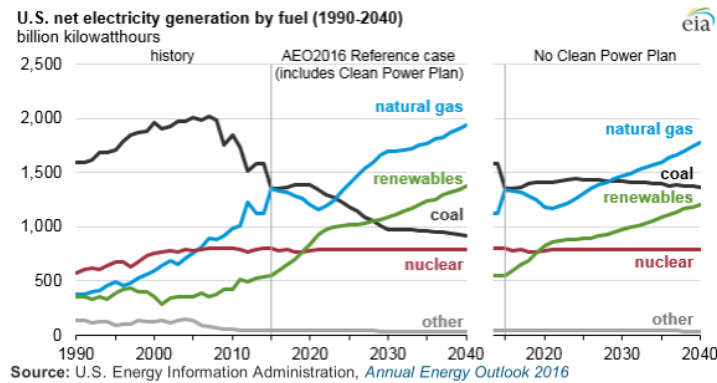


Fig. 1.2 Generación neta de electricidad por tipo de combustible para EEUU. fuente: [10]

Sin embargo, aunque el gas natural como fuente de energía resulta muy atractivo para solucionar problemas asociados a la intermitencia de la ER, es posible que las restricciones físicas asociadas al SGN impongan inflexibilidades que reduzcan la posibilidad de usar gas natural para dicho fin, lo cual, podría repercutir en una desaceleración del crecimiento de la inserción de las ER [3], pues un SGN que no esté debidamente diseñado para atender fluctuaciones abruptas en su demanda, podría tener cortes de suministro que dejarían a las plantas de ciclo combinado sin el gas necesario para dar respaldo a la intermitencia de las ER. Por lo tanto, el SGN es fundamental para el desarrollo del SEP ya que la aparición de ER incrementa la interdependencia entre dichos sistemas. Situación que los modelos y metodologías tradicionales no consideran de forma endógena, y por ende, los diseños resultantes no garantizan el máximo aprovechamiento de los recursos [2], [12], ni permiten obtener la flexibilidad en la infraestructura necesaria para el máximo aprovechamiento de las ER.

Por esto, la importancia de contar con metodologías de planeamiento y operación que optimicen el SE como un todo, y así se aprovechen a cabalidad los recursos disponibles. Sin embargo, a pesar de que los diferentes sistemas embebidos en un SE tienen fuertes vinculaciones físicas, técnicas y operativas, es posible, que dependiendo del marco regulatorio del país al cual pertenezcan, sus elementos vinculantes no puedan ser dirigidos libremente por los entes de operación y planeamiento, por ejemplo: mientras en esquemas verticalmente integrados, el marco normativo establece que todos los componentes de la cadena productiva del SE pueden ser operados y diseñados por un único ente, y de esta forma las decisiones óptimas pueden ser implementadas directamente, en los marcos regulatorios de SE orientados a la competencia, es común que las decisiones de inversión se tomen de forma descentralizada, en especial aquellas asociadas a inversiones en infraestructura de generación.

Lo anterior, dificulta la tarea de implementar la solución óptima de la infraestructura del SE en marcos regulatorios orientados a la competencia, pues el ente planeador no tiene injerencia sobre las decisiones tomadas en las inversiones de generación, incluyendo la implementación de ER. Sin embargo, éste sí tiene la tarea de determinar la infraestructura de transporte de energía necesaria para garantizar la conexión a mínimo costo de fuentes y demandas garantizando criterios de seguridad, confiabilidad y eficiencia. Y dado que el planeador no tiene certeza sobre la futura aparición de las fuentes generación, se hace muy difícil garantizar que el sistema de transporte resultante cumpla los criterios de diseño.

Para superar esta dificultad, se requiere de un tratamiento estocástico en la aparición de la infraestructura de generación, donde cada escenario considerado representa las decisiones de los inversionistas, y el resultado del proceso de optimización estocástica será el plan de expansión conjunto de la red de transmisión del SEP y de la red de transporte del SGN, que garantiza robustez y flexibilidad ante las posibles decisiones tomadas por los inversionistas en infraestructura de generación. Igualmente, la metodología de planeamiento deberá estar en capacidad de sugerir algunas inversiones en generación, pero su carácter de implementación es indicativo y su función es emitir señales que guíen al mercado. Esto implica múltiples retos en términos de las herramientas de análisis requeridas, tales como:

- El desarrollo de modelos matemáticos que representen con precisión los problemas de operación y planeamiento de SE, y que incorporen aspectos fundamentales para la inclusión de ER, como la incertidumbre en su aparición (efecto del mercado) y su variabilidad operativa (efecto del recurso intermitente). Esto es un aspecto crucial, toda vez que los resultados y conclusiones que surjan del modelo solo tendrán validez si este reproduce satisfactoriamente el comportamiento físico real de los sistemas bajo estudio.
- Los modelos deberán garantizar optimalidad global. Esto, debido a que los costos operativos y de inversión asociados a la infraestructura usualmente se trasladan a los consumidores finales, por lo tanto, se debe garantizar que solo se invierta en las mejores soluciones.
- Otro aspecto crítico, es la complejidad matemática de los modelos propuestos, toda vez que el análisis holístico del SE y la inclusión de la incertidumbre en los escenarios de generación y la variabilidad operativa de las ER, incrementa dramáticamente el número de variables y restricciones del problema, lo que genera una explosión combinatorial que podrían impedir la solución exacta del modelo en tiempos de cómputo, esto requerirá de la implementación de técnicas de descomposición matemática y programación paralela.

1.3 Estado del arte

El planeamiento de redes es un área de investigación ampliamente trabajada, sin embargo dada su complejidad e importancia, su estudio continua siendo de relevancia y vigencia en la actualidad, tal y como se afirma en [13], donde se presenta una amplia revisión del estado del arte en modelos y metodologías de planeamiento de la expansión de sistemas eléctricos de transmisión. Allí los autores señalan que, aunque existe una gran variedad de metodologías, enfoques y modelos, diseñados para determinar la infraestructura óptima de sistemas de transmisión de energía eléctrica, el enfoque de mercados eléctricos impone nuevos retos, donde quizás uno de los más relevantes es el manejo de la incertidumbre del comportamiento futuro de sus participantes. Esto implica, que las metodologías de planeamiento deben adaptarse, para que de su resultado se obtengan redes flexibles ante la incertidumbre en la aparición futura de fuentes de generación.

Tabla 1.1. Metodologías de planeamiento

REF	Tipo de Planeamiento		Incertidumbre			Integración electricidad & gas	Planeamiento coordinada Generación & Trasmisión	Matemática exacta			Metaheurísticas
	Estático	Dinámico	Generación renovable	Demanda	Otros			Descomposición matemática	Optimización estocástica	Otros	
[2]		x				x				x	
[3]		x		x	x	x					x
[7]	x					x		x			
[9]	x					x				x	
[12]		x				x					x
[15]		x	x					x	x		
[16]	x		x							x	
[17]	x	x	x							x	
[18]	x		x	x			x	x			
[19]	x		x	x					x		
[20]	x	x			x						x
[21]	x		x	x							x
[22]	x		x	x							x
[23]	x		x	x				x	x		
[24]		x		x				x	x		
[25]		x	x					x	x		
[30]	x			x	x	x					x
[31]		x				x		x			
[32]	x			x		x				x	
[33]	x					x				x	

Es importante notar que para obtener redes flexibles (fáciles de adaptar) ante incertidumbre en la aparición de generación futura, en otras palabras, redes cuya adaptación a cambios en los parámetros de diseño sea rápida y de bajo costo, es necesario incrementar la interrelación entre el planeamiento de la expansión de la generación y la transmisión [13], [14]. Así como es fundamental, considerar metodologías de planeamiento estocástico dinámico, que permitan realizar inversiones en diferentes periodos de tiempo considerando las diferentes fuentes de incertidumbre [14],[15].

En la última década, en la literatura especializada se ha incrementado la discusión sobre los requerimientos que debe considerar una metodología de planeamiento de sistemas eléctricos que incorpore los retos asociados a la creciente penetración de ER. En la Tabla 1.1 se muestra un resumen de los principales trabajos en esta dirección, como se puede observar allí (ver celdas sombreadas), la tendencia en investigación ronda alrededor de la incertidumbre asociada a las ER y a la alta y creciente interdependencia entre los sistemas de electricidad y gas natural.

Sin embargo, hasta donde se sabe, no hay ningún trabajo reportado que permita incorporar de manera simultánea en un planeamiento dinámico, el efecto de la incertidumbre asociada a las ER y la interdependencia entre los sistemas de electricidad y gas natural. Pues, aunque la inclusión simultánea de estos tópicos es primordial para obtener sistemas flexibles y robustos, su tratamiento matemático es altamente complejo y por ende los tiempos de cómputo pueden ser intratables.

En esta sección se muestran los principales trabajos reportados en el estado del arte en planeamiento de sistemas de transmisión y generación asociados a la incorporación de los retos impuestos por la creciente penetración de ER.

1.3.1 Efectos de las ER sobre el planeamiento de SEP

En [15] se discute el efecto que produce la incertidumbre asociada a la ubicación y dimensión de fuentes de generación a base de energías renovables sobre el planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión. Para esto los autores desarrollan un modelo de programación estocástica lineal entera mixta, el cual es resuelto mediante una descomposición de Benders. Los resultados numéricos muestran que solo bajo el enfoque estocástico es posible encontrar inversiones en infraestructura que flexibilicen la operación de la red ante el efecto de la incertidumbre.

En [16] se propone una metodología de planeamiento de sistemas de transmisión donde se considera alta penetración de generación eólica, los autores proponen el uso de técnicas de reducción de sistemas con el objetivo de obtener una red equivalente particionada en múltiples áreas, la partición se realiza considerando diferentes patrones de comportamiento entre la demanda y las inyecciones de los generadores eólicos. El sistema equivalente permite determinar el costo y las características operativas de la red original en tiempos de cómputo razonables.

En [17] se propone un modelo de planeamiento de la generación que permite determinar las inversiones en la expansión de la generación considerando el efecto de las reservas, los autores afirman que el no considerar las restricciones técnicas asociadas a la programación de unidades cuando se consideran sistemas con alta penetración de energías renovables, lleva a resultados donde se subestima el costo de la expansión y el impacto de la aleatoriedad de las fuentes renovables.

En [18] se presenta un modelo de planeamiento que pretende determinar las inversiones coordinadas en generación y transmisión, que permiten obtener un plan de expansión que maximiza los beneficios de todos sus participantes considerando incertidumbre en la demanda, en la generación renovable y

en la disponibilidad de elementos en la red. Esta es una visión que le permite a los reguladores determinar las señales económicas apropiadas para guiar a los participantes del mercado hacia las decisiones más convenientes desde el punto de vista de los usuarios. Los autores indican que, dada la su alta complejidad, se planteó el problema para un único periodo de planeamiento y se propuso una descomposición matemática de tres niveles.

En [19] se propone un modelo de optimización estocástica para formular un problema planeamiento estático de la generación y la transmisión, el cual permita determinar las inversiones necesarias para que un sistema altamente térmico, se pueda transformar en un sistema con alta penetración de energías renovables. El artículo indica que en los casos de estudio analizados se mostró que, aunque obtener un sistema 100% renovable resulta muy costoso en términos de inversión, es posible encontrar altos niveles de penetración (entre el 80 y 90%) con costos significativamente bajos. También resalta la alta complejidad matemática de este tipo de problemas y afirma que considerar planeamientos de este tipo con multes periodos de inversión (dinámicos), podría implicar que su solución sea computacionalmente inviable.

En [20] se propone una herramienta que permite evaluar la optimalidad de la infraestructura resultante de un problema de planeamiento, cuando las condiciones para las cuales fue optimizada no se presentan. Para esto propone una metodología basada en optimización multi-objetivo y el método de Monte Carlo, y se aplica en problemas de planeamiento estático y dinámico. Los resultados numéricos muestran que la robustez ante variaciones en los parámetros de planeamiento, debe ser tratada como un objetivo dentro de la planeación, y que el hecho de incluir objetivos de máxima confiabilidad y mínimo costo no garantiza que el resultado sea robusto. Los autores afirman que aunque la metodología fue propuesta para el problema de expansión de la generación, esta puede ser extendida a los problemas de planeamiento de la transmisión y la distribución.

En [21] se indica que la alta penetración de generación a base de fuentes de energía renovable implica un importante reto en la planeación de redes de transmisión, pues dichas generaciones tienen un fuerte impacto en el comportamiento técnico-económico del sistema. Por esto, el artículo propone una metodología de planeamiento multi-periodo y multi-objetivo, la cual considera los costos de inversión, porcentaje de absorción privada y la confiabilidad de la red, adicionalmente se utiliza un flujo de carga estocástico el cual permite modelar el efecto de las fuentes renovables. Los autores afirman que es posible que existan inversiones en redes de transmisión que favorezcan la penetración de energías renovables, pero que los inversionistas privados no estén interesados a realizar debido al alto riesgo asociado a la recuperación de la inversión, es por esto que se requiere que la metodología de planeamiento considere la posibilidad de incluir incentivos económicos adicionales que motiven dichas inversiones.

En [22] se presenta un problema de planeamiento de la expansión de la transmisión para sistemas con alta penetración de energía eólica, considerando criterios de confiabilidad N-1. Para esto se utilizó un algoritmo genético y se modeló la estocasticidad del viento y la demanda mediante clousterización.

En [23] se propone una metodología de planeamiento estático de la transmisión que considera la ubicación de almacenadores de energía y equipos de conexión y desconexión de líneas (transmission switching), en sistemas con alta penetración de generación eólica. La metodología utiliza un enfoque no-determinístico que se basa en criterios de optimización robusta del tipo min-max-cost, y dada la alta complejidad matemática de este problema, el artículo propone una metodología de descomposición basada en planos cortantes.

En [23] se propone un modelo de programación estocástica lineal entera mixta, para representar el problema de planeamiento dinámico de la generación considerando incertidumbre en la demanda.

Dada la alta complejidad matemática asociada a dicho problema, los autores implementan una metodología basada en la descomposición de Dantzing-Wolfe.

En [24] se discuten los efectos de la incertidumbre asociada a las fuentes de energía renovable sobre el planeamiento de la expansión de la generación, se muestra que dicha aleatoriedad implica que los estudios de planeamiento deben modelar con más detalle la operación diaria, en especial los aspectos relacionados con la programación de unidades. Por esta razón los autores proponen una extensión del modelo desarrollado en [23] a la cual se le adicionan restricciones de programación de unidades (unit commitment).

1.3.2 Integración electricidad gas

Como se ha discutido en los trabajos anteriores, en la actualidad existen nuevos retos tales como las necesidades de flexibilidad, impuestas por las políticas de liberalización de los mercados y por la creciente penetración de fuentes de generación a base de energías renovables, lo que implica una mayor coordinación entre las metodologías de planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión y de generación. Sin embargo, estos retos trascienden el ámbito de los sistemas eléctricos y se convierten en una problemática asociada a la infraestructura energética, lo cual requiere que las metodologías de planeamiento incorporen múltiples sistemas interdependientes, tal y como es el caso de los sistemas de electricidad y gas natural.

En [2] se propone un modelo de planeamiento dinámico integrado de sistemas de electricidad y gas natural. El artículo indica que aunque es fundamental incluir el efecto de la interdependencia existente entre los sistemas de electricidad y gas natural (en especial para aquellos sistemas donde la red de gas no es lo suficientemente robusta como para garantizar la disponibilidad del gas en todo momento), existen muy pocos trabajos que incluyan este efecto en las estrategias de planeamiento. Este artículo utiliza un modelo simplificado de la red de gas natural, donde desprecia el efecto de las presiones nodales.

En [3] se presenta una formulación no lineal con variables continuas y enteras para representar el problema de planeamiento dinámico integrado de sistemas de electricidad y gas natural. Este artículo considera incertidumbre en la demanda de la red y en el costo del combustible y para esto utiliza un enfoque que combina técnicas de optimización multi-objetivo y el método de Monte Carlo. Los autores resaltan que una red de gas natural adecuadamente planeada, puede incrementar la flexibilidad de la red eléctrica, además el planeamiento integrado permite obtener redes que presentan un mayor beneficio social.

En [4] se discute el estado de los sectores de electricidad y gas natural en la Unión Europea (UE), se resalta que en la última década se ha detectado un importante aumento en la generación a base de fuentes de energía renovable y gas natural, indican los autores, que una de las razones de la correlación entre el crecimiento del consumo de gas y el uso de fuentes renovables, es que la generación renovable requiere de un nivel de reserva que provenga de fuentes no estocásticas, y el gas natural resulta idóneo para esta labor, pues presenta bajos costos y es uno de los combustibles fósiles con menos emisiones de carbono. El artículo resalta que España es uno de los países de la UE con más penetración de energía eólica y dado que cuenta con una limitada capacidad de almacenamiento, este país ha recurrido a utilizar su parque térmico a base de gas natural para cubrir la volatilidad del recurso eólico. Los autores finalizan destacando la importancia de contar con metodologías que permitan desarrollar señales de corto y largo plazo de forma tal que se motive la inversión en infraestructura estratégica en ambos sectores.

En este sentido, en la literatura especializada se han discutido diferentes metodologías de análisis integrado tanto para operación como para planeamiento de sistemas energéticos. En [8] se discute el efecto de las restricciones de la red de gas sobre la optimización de recursos hidro-térmicos, para esto desarrolla un modelo de programación dinámica estocástica dual que contiene restricciones de transporte del sistema de gas natural despreciando el efecto de las presiones. Los resultados numéricos evidencian que las restricciones de la red de gas natural modifican considerablemente la valoración de los recursos hidráulicos ya que una eventual congestión en la red de gas incrementa el costo marginal del sistema.

La referencia [9] indica que aunque los sistemas de electricidad y gas natural son posiblemente los sistemas más interdependientes en el sector energético, en muchas partes del mundo estos son gestionados de manera aislada. Una de las principales razones por la que estos sistemas se operan y planean de manera independiente, es que de forma integrada los modelos resultantes son altamente complejos de resolver. Este artículo propone un modelo de planeamiento estático integrado de sistemas de electricidad y gas natural, no considera el efecto de condiciones climáticas extremas ni la existencia de fuentes de energía renovable.

En [26] y [27] los autores muestran un modelo de optimización para la operación óptima de múltiples sistemas de transporte de energía. Allí los autores resaltan las ventajas de operar y planear los sistemas de transporte de energía como un único sistema, y desarrollan un modelo de operación basado en el concepto de Hub, donde consideran tres tipos de energía, la energía eléctrica, la energía térmica por medio de vapor a alta temperatura y la energía química almacenada en forma de gas natural.

Por otro lado, en [28] se presenta una metodología que permite evaluar el efecto de la red de gas natural sobre el riesgo operativo de los generadores térmicos a base de gas natural, el artículo indica que un análisis que incorpora las restricciones de ambas redes (eléctrica y de gas) permite encontrar programaciones de unidades hidro-térmicas más robustas, ya que las restricciones de la red de gas impactan fuertemente la confiabilidad de los generadores que abastece.

De igual forma, en [29] se presenta un modelo de operación integrada de sistemas de transmisión de electricidad y gas natural considerando los reservorios de las plantas hidráulicas. El artículo enfatiza en que la visión integrada es fundamental para aquellos países donde el sector de gas aún se encuentra en desarrollo y por ende la hipótesis de que el gas siempre está disponible, no siempre se cumple, generando errores en los análisis donde se modelan las plantas de gas como simples inyecciones de potencia.

En [30] se plantea que, dado que el gas natural es un combustible fósil con bajas emisiones de gases de efecto invernadero y bajo costo, está jugando un importante papel en la producción de energía eléctrica en el mundo. Esta situación ha generado una alta dependencia entre los sistemas eléctricos y de gas natural, lo cual implica que estos deban ser planeados y operados de forma integrada. En el artículo se propone un problema de planeamiento integrado de sistemas de electricidad y gas natural, el cual pretende determinar las redes de mínimo costo y mínima emisión de carbono, mediante un modelo de programación no lineal entero mixto, el cual es resuelto por medio de una técnica de optimización basada en una versión difusa del método de enjambre de partículas. Los autores enfatizan en que los modelos integrados de planeamiento de sistemas de electricidad y gas natural permiten encontrar infraestructuras que son estratégicas para ambos sectores.

En [31] se presenta una metodología de planeamiento dinámico integrado de sistemas de electricidad y gas natural basado en una descomposición de Benders, donde el maestro determina las inversiones y los esclavos evalúan el efecto de dichas inversiones sobre el costo de la operación y la seguridad del suministro. Evalúa de forma indirecta el efecto de las presiones en los flujos de gas utilizando un

algoritmo iterativo, cuyo resultado es realimentado al modelo de los esclavos, mediante constantes asociadas al flujo máximo de un modelo de transportes de la tubería.

En [32] y [33] se aborda el problema de planeamiento estático de centros de energía (energy hubs). En [32] se consideran criterios de confiabilidad, y utiliza una formulación no lineal de las redes de electricidad, calor y gas natural. Mientras que en [33] se consideran criterios de confiabilidad y emisiones de carbono, y la red de gas se representa mediante un modelo lineal de transportes que desprecia el efecto de las presiones.

1.4 Contribuciones de esta tesis doctoral

Como se evidencia en la revisión del estado del arte anteriormente presentada, ya se han planteado algunas estrategias de planeamiento que integran múltiples sistemas, así como también, se reconoce su importancia en los casos donde la penetración de fuentes de energía renovable es alta. Sin embargo, este tema requiere de más investigación, puesto aún no existen reportados trabajos que desarrollen metodologías de planeamiento integrado de sistemas de electricidad y gas natural que permitan determinar el impacto de las fuentes de incertidumbre asociadas a la aparición de generación renovable.

En este sentido, es importante resaltar que el planeamiento integrado de sistemas energéticos desarrollado en este trabajo, está basado en modelos matemáticos que representan apropiadamente los aspectos más críticos de la operación integrada del SE, y adicionalmente incorporan las principales fuentes de incertidumbre que conciernen a la operación y al planeamiento.

En términos de modelos de operación, se cuenta con las siguientes contribuciones:

- 1- Una apropiada representación de los principales elementos físicos que componen ambos sistemas, esto es, líneas de transmisión, generadores, ductos, compresores y fuentes de gas natural. Se incluyen aspectos como: la capacidad de conmutación (switch) de combustible en los generadores térmicos, el modelado de los embalses de las centrales hidráulicas, los encendidos y apagados de generadores, así como aspectos fundamentales de la red de gas, como lo son las presiones nodales, para lo cual se consideró un modelo detallado de ductos y compresores. Se debe resaltar que la aplicabilidad de los resultados depende en gran medida de la capacidad del modelo de representar con fidelidad aceptable el comportamiento físico de los sistemas bajo estudio, por ejemplo, el no considerar el efecto de las presiones nodales conlleva a la sobrevaloración de la capacidad de transporte del SGN [12]. Igualmente, no modelar aspectos como el consumo de gas de los compresores implica subestimar los costos operativos y también la cantidad de gas natural despachada por el SGN, ambos casos sugieren la no aplicabilidad de los resultados. De allí surge la relevancia del modelo presentado.
- 2- En cuanto a la inclusión de los efectos de la incertidumbre operativa se refiere, se incluyó una representación conveniente de la variabilidad de aspectos operativos relevantes, la cual permite de manera sencilla garantizar factibilidad. En este sentido, la variabilidad de aspectos operativos tales como la intermitencia de la ER, los cambios de demanda y la hidrología, fueron modeladas mediante un conjunto finito de condiciones operativas. Lo anterior, se fundamenta en que, aunque dichos aspectos operativos son inciertos a nivel horario o diario, a nivel anual su incertidumbre es mucho menor, por ejemplo, en el caso de la ER los factores de capacidad son relativamente constantes año a año para una misma ubicación geográfica,

igualmente ocurre con las otras dos fuentes de variabilidad. Sin embargo, a pesar de esto el SE debe poder operar apropiadamente para cualquier valor posible dentro del rango asociado a la variabilidad de dichas condiciones, lo cual se garantiza al considerar un número importante de puntos operativos que reflejen dicha variabilidad.

En lo que respecta al modelo de planeamiento, se consideraron las siguientes contribuciones:

- 1- Se modelaron las principales fuentes de incertidumbre de largo plazo, las cuales involucran principalmente la toma de decisiones por parte de los participantes del mercado y políticas energéticas (posibilidad de inversión en ER), así como también incertidumbres asociadas al crecimiento de la demanda y a la aparición de grandes consumidores.
- 2- El modelo de planeamiento propuesto es dinámico, es decir, provee un plan de inversión que contiene múltiples etapas de planeamiento. Este aspecto es muy importante, pues provee una ruta temporal que permite determinar la adaptación e implementación de la infraestructura en diferentes periodos de tiempo.

En la literatura especializada, no existe reportado un modelo de planeamiento integrado que contenga todos los aspectos anteriores, sin embargo, sí existen múltiples autores que resaltan la necesidad de contar con estrategias de este tipo, pues estas pueden ser de gran utilidad para los tomadores de decisiones, ya que permitirían indicar planes de referencia que guíen el desarrollo sostenible del SE bajo estudio. Igualmente, al considerar las incertidumbres asociadas a la operación y al planeamiento, las redes resultantes tendrían un alto grado de flexibilidad y robustez, pues estarían diseñadas para aprovechar al máximo todos los recursos disponibles.

Adicionalmente a los aspectos anteriormente mencionados, el desarrollo de los modelos de planeamiento y operación descritos, implicaron la necesidad de superar importantes obstáculos, cuya solución hace parte de las contribuciones de este trabajo. Algunos de los más relevantes son:

- 1- La necesidad de garantizar óptimos globales en las decisiones de inversión. Este problema radica en el hecho de que el comportamiento físico de la mayoría de los componentes de los SE es no lineal, y por lo tanto, no es posible afirmar que las respuestas alcanzadas sean óptimos globales. Por esta razón, fue necesario desarrollar modelos linealizados que tengan una representación apropiada de los sistemas físicos (en comparación con el modelo no lineal).
- 2- La necesidad de garantizar tiempos y capacidad de computo razonables. La inclusión de la incertidumbre, la variabilidad operativa y la linealización de las expresiones no lineales, implicaron la aparición de un gran número de variables y restricciones adicionales, lo cual se reflejó en un crecimiento abrupto de la complejidad matemática del problema de optimización desembocando en tiempos de cómputo prohibitivos. Esta dificultad, requirió de la implementación de metodologías del tipo maestro esclavo, que permitieron dividir el problema en múltiples sub-problemas independientes de menor complejidad, y así, mediante la paralelización de la solución de los sub-problemas, resolver los modelos de forma satisfactoria en tiempos razonables. Vale la pena destacar, que se utilizaron tres técnicas maestro esclavo de diferente naturaleza, las dos primeras fueron de naturaleza heurística y se implementaron para la solución de los modelos no lineales, y la tercera fue la implementación del método de descomposición matemática de Dantzig-Wolf, el cual permitió resolver de manera eficiente los modelos linealizados.

Referencias

- [1] J.A. Barbero, "La infraestructura en el desarrollo integral de América Latina", CAF - Banco de Desarrollo de América Latina, 2011.
- [2] C. Unsihuay-Vila, J. W. Marangon-Lima, A. C. Z. de Souza, I. J. Perez-Arriaga and P. P. Balestrassi, "A model to long-term, multiarea, multistage, and integrated expansion planning of electricity and natural gas systems," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 1154-1168, May 2010.
- [3] J. Qiu *et al.*, "Multi-Stage flexible expansion co-planning under uncertainties in a combined electricity and gas market," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 4, pp. 2119-2129, July 2015.
- [4] J. Gil, A. Caballero and A. J. Conejo, "Power cycling: CCGTs: The critical link between the electricity and natural gas markets," in *IEEE Power and Energy Magazine*, vol. 12, no. 6, pp. 40-48, Oct. 2014.
- [5] A. Lee, O. Zinaman, J. Logan, M. Bazilian, D. Arent and R. L. Newmark, "Interactions, complementarities and tensions at the nexus of natural gas and renewable energy," in *The Electricity Journal*, Elsevier, vol 25, no 10, Dec. 2012.
- [6] C. A. Saldarriaga-Cortés, H. Salazar, R. Moreno, and G. Jiménez-Estévez "Stochastic planning of electricity and gas networks: An asynchronous column generation approach", in *Applied Energy*, vol. 233–234 pp. 1065-1077, Jan 2019.
- [7] C. Saldarriaga and H. Salazar, "Security of the Colombian energy supply: The need for liquefied natural gas regasification terminals for power and natural gas sectors", in *Energy*, vol.100 pp. 349-362, Jan. 2016. <http://dx.doi.org/10.1016/j.energy.2016.01.064>
- [8] F. Toledo, E. Sauma and S. Jerardino, "Energy cost distortion due to ignoring natural gas network limitations in the scheduling of hydrothermal power systems," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, no. 5, pp. 3785-3793, Sept. 2016.
- [9] C. B. Sánchez, R. Bent, S. Backhaus, S. Blumsack, H. Hijazi and P. v. Hentenryck, "Convex optimization for joint expansion planning of natural gas and power systems," *2016 49th Hawaii International Conference on System Sciences (HICSS)*, Koloa, HI, 2016, pp. 2536-2545.
- [10] EIA (Energy Information Administration). Clean power plan accelerates the growth of renewable generation throughout United States - Today in Energy - U.S. Available from: <http://www.eia.gov/todayinenergy/detail.cfm?id=26712> [accessed 28.09.16].
- [11] EIA (Energy Information Administration). Natural gas generation and electricity imports used to follow load in California. Available: <http://www.eia.gov/todayinenergy/detail.cfm?id=27832> [accessed 28.09.16].
- [12] C. Saldarriaga, R. Hincapié and H. Salazar, "A holistic approach to natural gas and distribution system planning," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 4, pp. 4052 - 4063, Nov. 2013.
- [13] G. Latorre, R. D. Cruz, J. M. Areiza, and A. Villegas, "Classification of publication and models on transmission expansions planning," *IEEE Transactions on Power Systems.*, vol. 18, no. 2, pp. 938–946, May. 2003.
- [14] R. Hemmati, R. A. Hooshmand, and A. Khodabakhshian, "Comprehensive review of generation and transmission expansion planning," *IET Gener. Transm. Distrib.*, vol. 7, no. 9, pp. 955–964, Sep.2013.

- [15] I. Konstantelos and G. Strbac, "Valuation of flexible transmission investment options under uncertainty," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 2, pp. 1047-1055, Mar. 2015. doi: 10.1109/TPWRS.2014.2363364
- [16] Shayesteh, E., Hobbs, B.F., Soder, L., et al.: "ATC-based system reduction for planning power systems with correlated wind and loads," in *IEEE Transactions on Power Systems.*, 2015, 30, pp. 429–438
- [17] A. van Stiphout; K. De Vos; G. Deconinck, "the impact of operating reserves on investment planning of renewable power systems," in *IEEE Transactions on Power Systems*. Vol.PP, no.99, pp.1-1 doi: 10.1109/TPWRS.2016.2565058
- [18] S. Dehghan, N. Amjady and A. J. Conejo, "Reliability-Constrained robust power system expansion planning," in *IEEE Transactions on Power Systems.*, vol. 31, no. 3, pp. 2383-2392, May. 2016. doi: 10.1109/TPWRS.2015.2464274
- [19] R. Dominguez, A. J. Conejo, and M. Carrion, "Toward fully renewable electric energy systems," in *IEEE Transactions on Power Systems.*, vol. 30, no. 1, pp. 316–326, Jan. 2015
- [20] B. Alizadeh and S. Jadid, "Uncertainty handling in power system expansion planning under a robust multi-objective framework," in *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 8, no. 12, pp. 2012-2026, 12 2014.
- [21] A. Arabali, M. Ghofrani, M. Etezadi-Amoli, M. S. Fadali and M. Moeini-Aghtaie, "A multi-objective transmission expansion planning framework in deregulated power systems with wind generation," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, no. 6, pp. 3003-3011, Nov. 2014.
- [22] F. Ugranli and E. Karatepe, "Transmission expansion planning for wind turbine integrated power systems considering contingency," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, no. 2, pp. 1476-1485, Mar. 2016.
- [23] S. Dehghan and N. Amjady, "Robust transmission and energy storage expansion planning in wind farm-integrated power systems considering transmission switching," in *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 7, no. 2, pp. 765-774, Apr. 2016.
- [24] K. J. Singh, A. B. Philpott and R. K. Wood, "Dantzig-Wolfe decomposition for solving multistage stochastic capacity-planning problems," in *Operations Research*, vol. 57, no. 5, pp. 1271–1286, Sep. 2009.
- [25] A. Flores-Quiroza, R. Palma-Behnke, G. Zakerib, R. Moreno, "A column generation approach for solving generation expansion planning," in *Electric Power Systems Research*, vol.136 pp. 232-241, Mar. 2016.
- [26] M. Geidl and G. Andersson, "Optimal power flow of multiple energy carriers," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, no. 1, pp. 145–155, Feb.2007.
- [27] M. Geidl, "Integrated modeling and optimization of multi-carrier energy systems" Ph.D. dissertation, Federal Institute of Technology,Zurich, Switzerland, 2007. [Online]. Available: http://www.eeh.ee.ethz.ch/uploads/tx_ethpublications/eth-diss-17141.pdf.
- [28] C. Şahin, Z. Li, M. Shahidehpour, I. Erkmen, "Impact of natural gas system on risk-constrained midterm hydrothermal scheduling," in *IEEE Transactions on Power Systems.*, vol.26, no.2, pp. 520 - 531, May. 2011
- [29] C. R. Cintra, C. L. T. Borges, D. M. Falcão, "A simplified operation planning model considering natural gas network and reservoir constraints," in Proc. *Transmission and Distribution Conference and Exposition, IEEE/PES*, 2010, pp. 1–7.

- [30] J. Qiu, Z. Y. Dong, J. H. Zhao, K. Meng, Y. Zheng and D. J. Hill, "Low carbon oriented expansion planning of integrated gas and power systems," in *IEEE Transactions on Power Systems.*, vol. 30, no. 2, pp. 1035-1046, Mar. 2015.
- [31] X. Zhang, M. Shahidehpour, A. S. Alabdulwahab and A. Abusorrah, "Security-Constrained Co-Optimization planning of electricity and natural gas transportation infrastructures," in *IEEE Transactions on Power Systems.*, vol. 30, no. 6, pp. 2984-2993, Nov. 2015.
- [32] M. Salimi, H. Ghasemi, M. Adelpour and S. Vaez-ZAdeh, "Optimal planning of energy hubs in interconnected energy systems: a case study for natural gas and electricity," in *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 9, no. 8, pp. 695-707, 5 21 2015.
- [33] X. Zhang, M. Shahidehpour, A. Alabdulwahab and A. Abusorrah, "Optimal expansion planning of energy hub with multiple energy infrastructures," in *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 6, no. 5, pp. 2302-2311, Sep. 2015.

2 Modelo Matemático

2.1 Introducción

Es indiscutible que el elemento primordial de las herramientas de optimización empleadas para planeamiento y operación de sistemas energéticos, radica en el modelo matemático que representa el comportamiento físico y las principales características del o los sistemas a optimizar. En este sentido, se puede afirmar que un modelo matemático idóneo es aquel que cuenta con los siguientes tres aspectos: 1) capacidad de representar con alta fidelidad el comportamiento físico del sistema modelado, 2) propiedades matemáticas que garantizan la existencia de una respuesta óptima global, y 3) estructura matemática que permite encontrar dicha respuesta en tiempos de computo razonables.

Según sea el propósito del modelo, es decir, la aplicación de este, se determina el grado de fidelidad y las características a modelar de cada sistema. Para el caso de los sistemas energéticos considerados en este trabajo, se asume estado estacionario, por lo cual no se modela ningún aspecto asociado a los fenómenos transitorios presentados en ellos. Sin embargo, sí se modela el efecto de la variabilidad de los recursos primarios de tipo intermitente, pero esto se hace simulando el estado estacionario para un conjunto de condiciones operativas asociadas a valores representativos de dicha variabilidad. De igual forma, no se consideran costos de encendido y apagado de generadores, ni el efecto de las rampas asociadas a los generadores (encendido, apagado, toma de carga), pues los modelos operativos de este trabajo tienen como objetivo último su incorporación en un modelo de planeamiento, por lo tanto, el mayor interés es garantizar suficiencia energética. Sin embargo, sí se consideran variables de encendido y apagado de generadores, pues en el caso de los generadores que usan gas natural, sí es de interés considerar las cantidades mínimas de gas que deben ser garantizadas por el sistema de gas natural.

Dado lo anterior, en este capítulo se presentan diferentes modelos operativos y de planeamiento para sistemas energéticos. Para mayor claridad, los modelos se presentan discriminados por sistema, es decir, primero se muestra el modelo del sistema de gas natural, luego el del sistema eléctrico de potencia y se finaliza con la integración de todos los modelos en un único problema de optimización y con el tratamiento de las incertidumbres consideradas.

2.2 Nomenclatura

En este documento se usan las siguientes reglas para simplificar la notación:

- Las variables se presentan en cursiva y en negrita, y las constantes solo en cursiva. Por ejemplo, $V_{i,j}^k$ se refiere a una variable, $V_{i,j}^k$ es un parámetro, y k , i y j son índices dentro de conjuntos particulares. Se usan minúsculas para referirse genéricamente a un índice y mayúsculas si un índice es igual a un valor particular en un conjunto. Por ejemplo, si se quiere referir al elemento donde $j = J0$, se escribe $V_{i,J0}^k$.
- Se usa un sombrero y una letra en mayúsculas para referirnos a conjuntos por ejemplo \hat{A} . Los conjuntos también pueden ser dependientes del índice como por ejemplo \hat{A}_n .

- Los límites superior e inferior se indican con una barra arriba (límite superior) o debajo (límite inferior) del nombre de la variable, por ejemplo, \bar{V} y \underline{V} son los límites superior e inferior de la variable $V_{i,j}^k$.

Índices

h	Índice que hace referencia a un escenario hidrológico.
i	Índice que se refiere a un activo específico en la clase r
j	Índice que se refiere a un tipo de capacidad de los nuevos activos
k	Índice que hace referencia a un bus de red eléctrica o un nodo de la red de gas natural
l	Índice que se refiere a un segmento de la aproximación lineal por tramos
n	Índice que se refiere a un nodo del árbol de escenario
o	Índice que hace referencia a una condición operativa
r	Índice que hace referencia a una tecnología de producción o activo de transmisión. Para la tecnología de producción, puede ser, un pozo de gas natural (W) o un terminal de regasificación de gas natural licuado (LNG) si se trata del sistema de gas, o hidroeléctrica (H), renovable (RNW), combustible dual (DF) [que puede ser, a su vez, carbón (DFC), petróleo (DFO) o gas natural (DFG)], combustible no dual (NDF), si se trata del sistema eléctrico. Para un activo de transmisión, puede ser una línea de transmisión eléctrica (L), una tubería (P) o un compresor de gas natural (CP)
s	Índice que hace referencia a un sistema eléctrico (ES) o un sistema de gas natural (GS)
w	Índice que hace referencia al escenario de disponibilidad eólica.

Conjuntos

\hat{F}^r	Conjunto de todos los activos nuevos y existentes de la clase r
$\hat{G}_{h,w}$	Conjunto de todas las condiciones operativas asociadas con un escenario hidrológico h y un escenario de disponibilidad eólica w
\hat{H}	Conjunto de todos los escenarios hidrológicos.
\hat{I}^r	Conjunto de capacidades discretizadas (o tipos) asociadas con todos los activos de la clase r
\hat{M}^r	Conjunto de los nuevos activos de clase r que se pueden construir
\hat{N}	Conjunto de todos los nodos del árbol de escenarios
\hat{O}	Conjunto de condiciones operativas
\hat{S}^s	Conjunto de todos los buses del sistema s
\hat{W}	Conjunto de todos los escenarios de disponibilidad eólica

Parámetros

$a_{i,k}^r$	Elemento de la matriz de incidencia de la red eléctrica de clase r , activo i , bus k
$b_{i,k}^r$	Elemento de la matriz de incidencia de la red de gas natural de clase r , activo i , bus k
$BIGM^r$	Escalar de gran magnitud para la clase r
CAP_j^r	Capacidad máxima de un nuevo activo de clase r , tipo j
$IC_{i,j}^r$	Costo de inversión anualizada de una nueva clase r , activo i , tipo j

$in_{i,k}^r, out_{i,k}^r$	Constantes que indican si el gas natural entra o sale del bus k del activo i, clase r, respectivamente
$k_{0,i}^r, k_{1,i,l}^r$	Constantes que dependen de las características físicas del activo i, clase r, segmento l
$m_{i,l}, n_{i,l}$	Factor de ponderación del activo i, segmento l, necesario para linealización
NLS^r	Número de segmentos de la aproximación lineal por partes de la clase r
UC_i^r	Costo de combustible por unidad de clase r, activo i
UUC^s	Costo de la energía no suministrada del sistema s
PL_k	Consumo de energía activa en el bus k
GL_k	Consumo de gas natural en el bus k
XO_i	Reactancia de una línea de transmisión existente, activo i
$X_{i,j}$	Reactancia de una nueva línea de transmisión potencial, activo i, capacidad j
$\alpha_{0,i,l}, \alpha_{1,i,l}, \alpha_{2,i,l}$	Constantes que dependen de las características físicas de los compresores, activo i, segmento l
$\bar{\beta}_i$	Relación de compresión máxima del activo i
τ	Duración –en horas– de una condición operativa

Variables Binarias

S_i	Dirección del flujo de gas natural (1 si es positivo o 0 si es negativo) a través de una tubería o un compresor, activo i
$z_{i,l}$	Variable binaria auxiliar de la aproximación lineal por tramos de la tubería, activo i, segmento l
$A_{i,j}^r$	Variables de asignación asociadas a inversión en infraestructura, clase r, activo i, tipo j
$\Lambda_{i,j}^r$	Variables de decisión de inversión de clase r, activo i, tipo j
σ_i^r	Variable de uso del activo i de clase r

Variables Positivas

PGF_i	Flujo de gas natural para una dirección positiva del activo i
NGF_i	Flujo de gas natural para una dirección negativa del activo i
PSF_i	Cuadrado del flujo de gas natural para una dirección positiva del activo i
NSF_i	Cuadrado del flujo de gas natural para una dirección negativa del activo i
UE_k^s	Energía no suministrada en el sistema s, en el bus k
$\Delta_{i,l}^r$	Variable auxiliar de la aproximación lineal por partes de clase r, activo i, segmento l
Ψ_i^r	Cantidad de energía primaria consumida por un generador de energía o transportada por un activo de transmisión de clase r, activo i
ρ_k	Presión de gas natural en el bus k
ρ_i^{in}	Presión de gas natural en el nodo de entrada de la tubería del activo i
ρ_i^{out}	Presión de gas natural en el nodo de salida de la tubería del activo i

Variables Libres

$LCP_{i,l}^{CPC}$	Consumo de gas natural de un compresor para la dirección positiva del flujo de gas natural del activo i, segmento l
$LCN_{i,l}^{CPC}$	Consumo de gas natural de un compresor para la dirección negativa del flujo de gas natural del activo i, segmento l
P_i^r	Flujo de potencia activa a través del activo i, clase r

$\Delta\pi_i$ Diferencia entre las presiones nodales en el compresor i
 θ_k Ángulo del voltaje, en el bus k

2.3 Modelo del sistema de gas natural

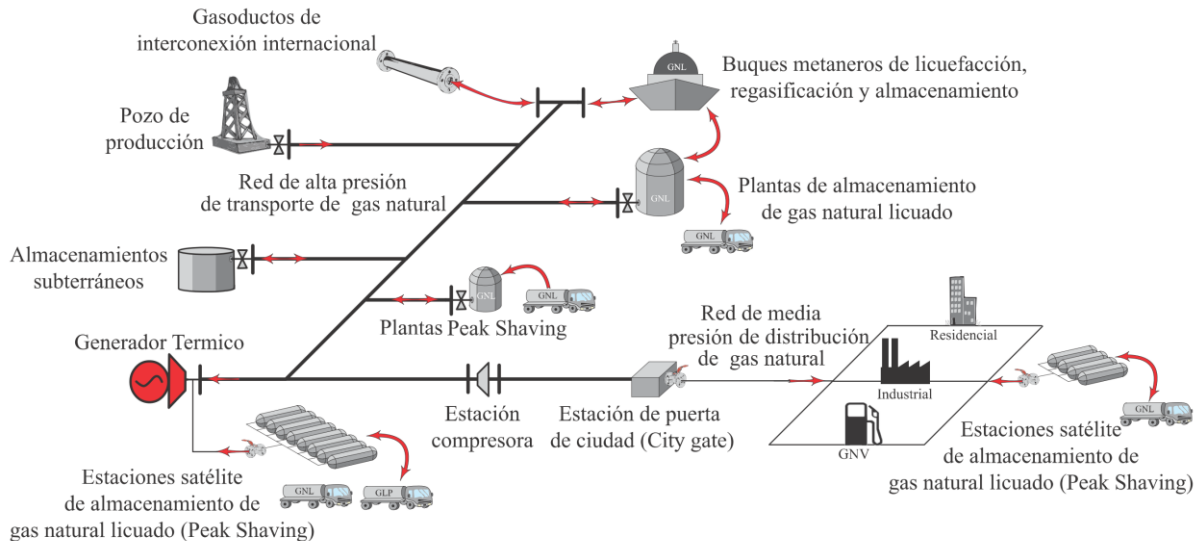


Fig. 2.1 Cadena de producción del sector de gas natural. Fuente: Adaptada de [1] por el autor

El sistema de gas natural (SGN) está compuesto por diferentes equipos e instalaciones que cumplen con las actividades de producción, almacenamiento, transporte y distribución de gas natural, estos se muestran en la Fig. 2.1.

En la Fig. 2.1 se muestra un esquema general de las diferentes instalaciones y equipos que componen el SGN, donde, la actividad de producción es realizada por los pozos y estaciones de regasificación de GNL, mientras que la actividad de almacenamiento la realizan las instalaciones de almacenamiento subterráneo, las plantas *peak shaving* y las instalaciones asociadas al GNL. Por otro lado, el transporte depende fundamentalmente de la red de gasoductos de alta presión y sus compresores, y la distribución es realizada mediante redes de gasoductos de media presión, estaciones de puerta de ciudad o *city gates* y pequeñas estaciones de almacenamiento de GNL conocidas como estaciones satélites.

Para efectos de este trabajo, se agruparán los equipos e instalaciones del SGN en tres tipos principales de elementos, estos son:

1. Elementos de inyección (EI): los cuales se definen como todo equipo en capacidad de inyectar gas natural al SGN. Los EI corresponden a pozos, estaciones de regasificación de GNL y almacenamientos de gas natural.
2. Elementos de consumo (EC): los cuales corresponden a equipos o instalaciones que extraen gas natural del SGN, estos son, demandas de gas natural, consumo en compresores, consumo de generadores termo-eléctricos (GTE), almacenamientos de gas natural y estaciones de licuefacción de GNL, entre otros.
3. Elementos de Transporte (ET): los cuales son gasoductos y compresores.

Todos los elementos mencionados, deben ser modelados apropiadamente de forma tal que se incluyan sus principales características, de manera que las decisiones de corto (operativas) y largo (planeamiento) plazo tomadas a partir de los modelos resultantes sean realistas. Es por lo anterior, que en esta sección se describen y modelan los principales elementos del SGN. Inicialmente, se muestran diferentes modelos operativos, los cuales posteriormente servirán para construir un modelo de planeamiento.

Se muestran tres modelos operativos, todos modelan los mismos elementos (equipos y características operativas) bajo los mismos supuestos (estado estable), la diferencia radica en las características matemáticas y el nivel de precisión de cada modelo.

El primer modelo operativo presentado es del tipo no lineal entero mixto, es un modelo altamente complejo de resolver numéricamente y además es no convexo. Sin embargo, este modelo es aceptado en la literatura como el que mejor representa las características operativas de la red de gas natural [2]-[8], por lo tanto en este trabajo será utilizado como referencia para los modelos linealizados.

El segundo modelo operativo, corresponde a un modelo del tipo lineal entero mixto, este surge a partir de la linealización del primer modelo (no lineal), y se ha utilizado recientemente en la literatura especializada para diferentes aplicaciones [2]. Sin embargo, aunque este modelo es el más aceptado en la literatura revisada, tiene problemas de precisión con respecto al comportamiento físico del sistema de gas natural, tal y como se muestra más adelante.

Es por lo anterior, que se propone el tercer y último modelo operativo. Este también es del tipo lineal entero mixto, pero dada la manera como se linealiza, se logra obtener una precisión mucho mayor que la obtenida con el segundo modelo. Además, el tercer modelo presenta un número de variables binarias menor en comparación con el segundo modelo, lo cual implica una menor complejidad computacional.

Por último, se presenta un modelo de planeamiento del tipo lineal entero mixto. Este modelo toma como insumo el tercer modelo operativo, ya que es el que mejor representa el comportamiento del sistema y además presenta la menor complejidad computacional.

2.3.1 Modelo operativo 1 (no lineal)

A continuación, se presenta la representación matemática de los principales elementos del SGN, y su interacción por medio de la ecuación de balance nodal, la cual es una consecuencia de la ley de conservación de la materia.

A. Modelo de los elementos de Inyección y Consumo

Como se mencionó previamente los elementos de inyección son todos aquellos que están en condiciones de entregar gas a la red, por lo tanto se modelan como indica la ecuación (2.1).

$$\underline{\Psi}^r \leq \Psi^r \leq \bar{\Psi}^r; \forall r \in \{EI\} \quad (2.1)$$

Donde $\underline{\Psi}^r$ y $\bar{\Psi}^r$ representan los límites de inyección inferior y superior respectivamente.

Por otro lado, los elementos de consumo son aquellos que utilizan gas para alguna actividad y por ende lo extraen de la red, de forma general estos elementos se modelan como indica la ecuación (2.2).

$$0 \leq \Psi^r \leq GL^r; \forall r \in \{EC\} \quad (2.2)$$

Donde GL^r corresponde al valor de demanda requerido por el elemento de consumo r .

La ecuación (2.2) modela apropiadamente el consumo de instalaciones como estaciones de almacenamiento, sin embargo para modelar otro tipo de demandas como los consumidores comerciales, industriales y residenciales de gas, se debe complementar la ecuación (2.2) con un término en la función objetivo que penalice el no abastecimiento de la demanda, este término tiene la siguiente forma:

$$Penalidad = \sum_{r \in \{EC\}} UUC^r \cdot (GL^r - \Psi^r)$$

Donde la constante UUC^r determina el costo de no abastecer la demanda solicitada. Para demandas que deban ser abastecidas, la constante UUC^r tendrá valores iguales al costo de racionamiento.

En el mismo sentido, existen otros tipos de elementos de consumo que requieren de un mayor detalle en su modelado, como por ejemplo los generadores termo-eléctricos o los compresores. Este tipo de elementos requieren de funciones de consumo $\Psi^r = f(\mathbf{x})$ generalmente no lineales, las cuales dependen de variables operativas \mathbf{x} , que pueden ser: la potencia eléctrica generada en el caso de los generadores termo-eléctricos, o la relación de compresión y el flujo comprimido en el caso de los compresores. Este tipo de elementos se describirán en detalle más adelante.

B. Modelo de los elementos de transporte – Ducto

El flujo de gas natural a través de un ducto se presenta debido a la diferencia de presiones entre sus extremos, tal y como lo expresa la ecuación (2.3), donde Ψ representa el flujo a través del ducto, ρ la presión nodal y C la resistencia del ducto, la cual es una constante que depende de características físicas como longitud, diámetro y rugosidad.

$$\text{sign}(\Psi) \cdot \Psi^2 = C^2 \cdot (\rho_{in}^2 - \rho_{out}^2) \quad (2.3)$$

$$\underline{\rho} \leq \rho_{in}, \rho_{out} \leq \bar{\rho} \quad (2.4)$$

En la Fig. 2.2(a) se muestra el espacio de soluciones factibles (área amarilla) calculado a partir de las ecuaciones (2.3) y (2.4) para un ducto con resistencia de ducto $C = 0.32[\text{Mm}^3/(\text{día} \cdot \text{bar})]$. Las líneas azules aquí llamadas curvas de presión de entrada isobárica (IIPC), representan la presión de salida (ρ_{out}) del ducto en función del flujo transportado (Ψ) para una presión de entrada (ρ_{in}) conocida. Note que cuando no hay flujo a través del ducto ($\Psi = 0$), las presiones en sus extremos son iguales ($\rho_{out} = \rho_{in}$). La línea verde de la Fig. 2.2(a) corresponde a la presión de salida en función del flujo cuando la presión de entrada es la máxima permitida ($\rho_{in} = \bar{\rho}$) y determina el máximo flujo que el ducto puede transportar.

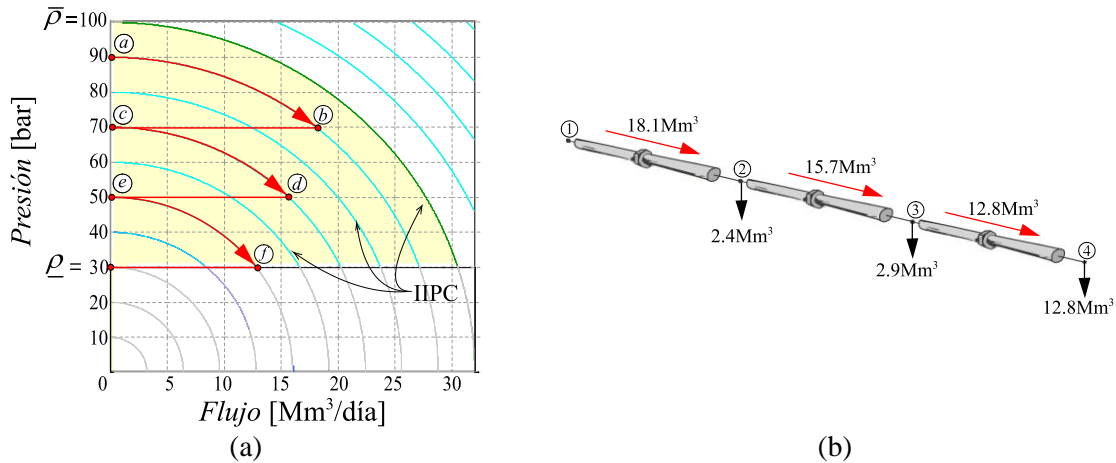


Fig. 2.2 Flujo de gas a través de un ducto en función de la presión en sus extremos; (a) IIPC, (b) ejemplo

Para un mayor entendimiento del comportamiento del ducto, observe la Fig. 2.2(b), esta contiene un sistema compuesto por 3 ductos y 4 nodos donde el nodo 1 es un nodo de inyección de gas mientras que los otros son nodos de carga. Note que, debido a ley de conservación de la materia, todo el flujo que entra a un nodo, sale de él, ya sea por otro ducto o como demanda. Para efectos del ejemplo, y sin pérdida de generalidad, considere que los tres ductos son idénticos y por lo tanto tienen la misma resistencia de ducto ($C = 0.32[\text{Mm}^3/(\text{día} \cdot \text{bar})]$), de esta forma las IIPC mostradas en la Fig. 2.2(a) serán válidas para los tres ductos.

Ahora, para determinar las presiones de cada nodo asuma que la presión del nodo 1 es de 90bar. Observe la trayectoria *a-f* mostrada en la Fig. 2.2(a) y note que dicha trayectoria indica el comportamiento de los tres ductos bajo estudio, el segmento *a-b* indica que para un flujo de $18.1\text{Mm}^3/\text{día}$ y una presión de entrada de 90bar la presión de salida (nodo 2) deberá ser de 70bar, de igual manera la trayectoria *c-d* establece que para una presión de entrada de 70bar y un flujo de 15.7Mm^3 la presión de salida (nodo 3) es de 50bar, y por último la trayectoria *e-f* determina que para una presión de entrada de 50bar y un flujo de $12.8\text{Mm}^3/\text{día}$ la presión de salida (nodo 4) es de 30bar. Note que en este caso la presión del nodo 4 está justo en el límite inferior, lo que indica que, si la demanda de algún nodo se incrementa, la presión del nodo 4 entrará en una zona prohibitiva, a menos que la presión del nodo 1 se incremente.

Como se pudo notar en el ejemplo anterior, la única manera de controlar la presión en los nodos de carga de un sistema de transporte de gas, es mediante la manipulación de la presión de los nodos de inyección o a través del uso de compresores.

C. Modelo de los elementos de transporte - Compresor

Los compresores son elementos que permiten incrementar la presión operativa del sistema de gas natural. Existen diferentes tipos de compresores, sin embargo, los más utilizados en el transporte de gas natural son los compresores centrífugos. Este tipo de compresores son máquinas rotativas que utilizan energía cinética para aumentar la presión de un fluido, esta energía usualmente proviene de turbinas que se alimentan del gas que transporta el sistema, aunque también pueden existir otras fuentes de energía, como por ejemplo, motores eléctricos o turbinas que utilicen otro tipo de combustible, este trabajo se concentra en el modelado de los compresores centrífugos alimentados con gas natural, puesto que son los más comunes en los sistemas de gas natural, sin embargo la formulación desarrollada es fácilmente extensible a otro tipo de compresores.

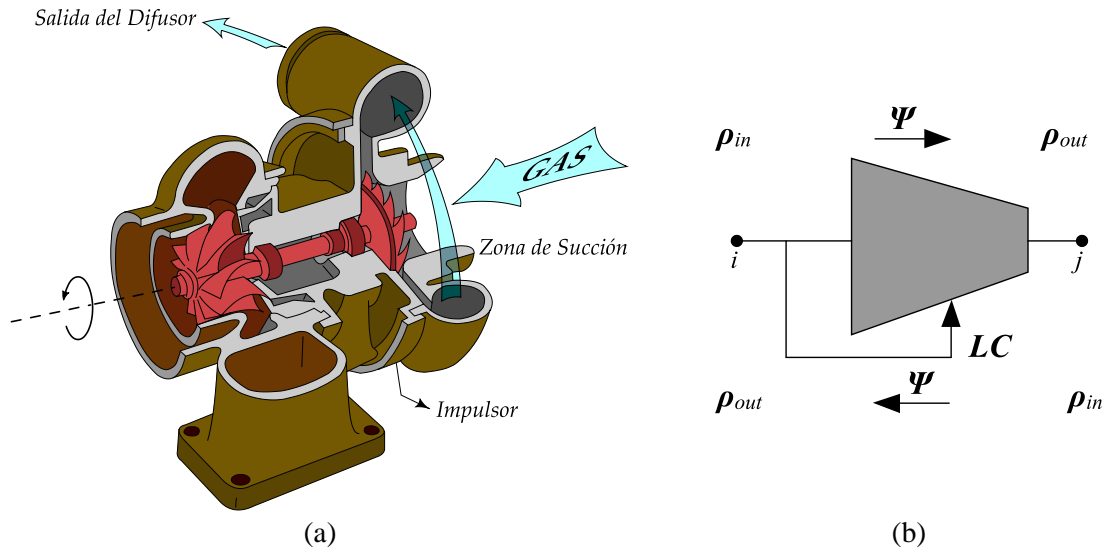


Fig. 2.3 Compressor centrífugo; (a) principales componentes, (b) diagrama

Los compresores centrífugos se componen de dos partes principales, una giratoria y otra estática (ver Fig. 2.3(a)). La giratoria, es llamada impulsor y su función es generar una fuerza centrífuga que succiona el gas y que aumenta la velocidad de sus partículas, añadiéndole energía cinética a este. Mientras que la pieza estática, también conocida como difusor, es un elemento cuyo diámetro se reduce a medida que el gas avanza a través de él, consiguiendo así disminuir la velocidad del gas y aumentar su presión.

Las ecuaciones (2.5)-(2.9) representan el comportamiento físico del compresor [9], donde (2.5) relaciona las presiones de entrada ρ_{in} y salida ρ_{out} del compresor con la tasa de compresión β . La ecuación (2.6) representa el consumo de gas del compresor LC en función de la tasa de compresión β y del flujo comprimido Ψ y las ecuaciones (2.7)-(2.9) corresponden a los límites operacionales del compresor.

$$\rho_{out} = \rho_{in} \cdot \beta \quad (2.5)$$

$$LC = \gamma \cdot (\beta^\alpha - 1) \cdot abs(\Psi) \quad (2.6)$$

$$1 \leq \beta \leq \bar{\beta} \quad (2.7)$$

$$\underline{\rho} \leq \rho_{in}, \rho_{out} \leq \bar{\rho} \quad (2.8)$$

$$-\bar{\Psi} \leq \Psi \leq \bar{\Psi} \quad (2.9)$$

D. Ecuación de balance nodal – ley de conservación de la materia

Todos los elementos que componen el SGN inyectan o extraen gas de la red dependiendo de su naturaleza, por lo cual, es fundamental garantizar el balance de la red, lo que consiste en asegurar que todo el gas que se extraiga sea inyectado. Esta característica se modela mediante la ecuación (2.10).

$$\sum_{r \in \{EI\}_i} \Psi^r - \sum_{k \in \{EC\}_i} \Psi^k = \sum_{j \in \{ER\}_i} \Psi^j; \forall i \in \{\text{nodos del sistema}\} \quad (2.10)$$

Donde:

- $\{EI\}_i$ Elementos de Inyección conectados al nodo i
- $\{EC\}_i$ Elementos de Consumo conectados al nodo i
- $\{ET\}_i$ Elementos de Transporte conectados al nodo i

E. Modelo operativo del sistema de gas natural – (modelo operativo 1)

Las ecuaciones (2.11)-(2.21) representan un modelo operativo general del SGN. Donde la ecuación (2.11) corresponde al costo operativo del SGN, el cual se asocia al costo del gas inyectado más el costo de no abastecimiento de la demanda (racionamiento dependiendo del tipo de demanda). Por otro lado, las ecuaciones (2.12)-(2.21) modelan el comportamiento físico de los principales elementos del SGN descritos anteriormente; la ecuación (2.12) es la ecuación de balance nodal, las ecuaciones (2.13) y (2.14) modelan los elementos de inyección y consumo y las ecuaciones (2.15)-(2.21) modelan los elementos de transporte.

Se debe aclarar, que las ecuaciones (2.11)-(2.21) fueron adaptadas por medio de la inserción de subíndices para su presentación monolítica y todos los subíndices, conjuntos, variables y constantes se encuentran descritos en la sección de nomenclatura. Adicionalmente, para efectos de modelar la bi-direccionalidad de los compresores, la ecuación (2.5) se transformó en las ecuaciones (2.17), (2.18) y (2.19), las cuales son habilitadas de forma excluyente por la función $sign(\Psi_i^{CP})$. De esta forma, cuando el flujo por el compresor sea positivo se habilita la ecuación (2.17) y las otras dos se deshabilitan, si es negativo se habilita solo la ecuación (2.18) y si es cero entonces se habilita solo la ecuación (2.19), garantizando así la relación correcta entre las presiones de los nodos de entrada y salida del compresor.

$$\min_{\Psi, \rho, \beta} \left\{ \sum_{r \in \hat{B}} \sum_{i \in \hat{F}^r} UC_i^r \cdot \Psi_i^r + \sum_{i \in \hat{F}^{NGD}} UUC_i^{NGD} \cdot (GL_i - \Psi_i^{NGD}) \right\}; \quad (2.11)$$

$$\hat{B} = \{W, LNG\}$$

Sujeto a:

$$\sum_{r \in \hat{E}} \sum_{i \in \hat{F}^r} b_{i,k}^r \cdot \Psi_i^r = 0; \forall k \in \hat{S}^{GS}; \hat{E} = \{P, CP, CPC, NGD, W, LNG\} \quad (2.12)$$

$$\underline{\Psi}_i^r \leq \Psi_i^r \leq \bar{\Psi}_i^r; \forall r \in \{W, LNG, CP\}, \forall i \in \hat{F}^r \quad (2.13)$$

$$0 \leq \Psi_i^{NGD} \leq GL_i; \forall i \in \hat{F}^{NGD} \quad (2.14)$$

$$\underline{\rho} \leq \rho_k \leq \bar{\rho}; \forall k \in \hat{S}^{GS} \quad (2.15)$$

$$sign(\Psi_i^P) \cdot (\Psi_i^P)^2 = C_i^2 \cdot \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} b_{i,k}^P \cdot \rho_k^2; \forall i \in \hat{F}^P \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned}
-BIGM^{CP} \cdot (1 - \text{sign}(\Psi_i^{CP})) &\leq \left(\sum_{k \in \hat{S}^{GS}} \text{out}_{i,k}^{CP} \cdot \rho_k \right) - \left(\beta_i \cdot \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} \text{in}_{i,k}^{CP} \cdot \rho_k \right) \\
&\leq BIGM^{CP} \cdot (1 - \text{sign}(\Psi_i^{CP})); \forall i \in \hat{F}^{CP}
\end{aligned} \tag{2.17}$$

$$\begin{aligned}
-BIGM^{CP} \cdot (1 + \text{sign}(\Psi_i^{CP})) &\leq \left(\sum_{k \in \hat{S}^{GS}} \text{in}_{i,k}^{CP} \cdot \rho_k \right) - \left(\beta_i \cdot \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} \text{out}_{i,k}^{CP} \cdot \rho_k \right) \\
&\leq BIGM^{CP} \cdot (1 + \text{sign}(\Psi_i^{CP})); \forall i \in \hat{F}^{CP}
\end{aligned} \tag{2.18}$$

$$\begin{aligned}
-BIGM^{CP} \cdot \text{abs}(\text{sign}(\Psi_i^{CP})) &\leq \left(\sum_{k \in \hat{S}^{GS}} \text{in}_{i,k}^{CP} \cdot \rho_k \right) - \left(\sum_{k \in \hat{S}^{GS}} \text{out}_{i,k}^{CP} \cdot \rho_k \right) \\
&\leq BIGM^{CP} \cdot \text{abs}(\text{sign}(\Psi_i^{CP})); \forall i \in \hat{F}^{CP}
\end{aligned} \tag{2.19}$$

$$\Psi_i^{CPC} = \gamma \cdot ((\beta_i)^\alpha - 1) \cdot \text{abs}(\Psi_i^{CP}); \forall i \in \hat{F}^{CP} \tag{2.20}$$

$$1 \leq \beta_i \leq \bar{\beta}_i; \forall i \in \hat{F}^{CP} \tag{2.21}$$

2.3.2 Modelo operativo 2 (lineal entero mixto)

Como se puede observar, el modelo operativo presentado en la sección 2.3.1 presenta no-linealidades, las cuales comprometen la convexidad del modelo y por ende imposibilitan garantizar optimalidad global. Dichas no-linealidades se asocian al modelo de los elementos de transporte (ductos y compresores), por lo tanto, en esta sección se presenta un modelo linealizado de los ductos y compresores basado en las ecuaciones (2.3)-(2.9). Se aclara que las ecuaciones que modelan los elementos de consumo e inyección, así como la ecuación de balance nodal se mantienen intactas, pues estas son lineales y por ende no afectan la convexidad del espacio de soluciones.

A. Linealización del modelo de los elementos de transporte – Ducto

El modelo del ducto representado por la ecuación (2.3) genera que el espacio de solución sea no-convexo y no-diferenciable. Para eliminar estas dificultades, la literatura especializada ha propuesto diferentes modelos linealizados, de los cuales el más aceptado es la representación lineal a trozos que se muestra en las ecuaciones (2.22)-(2.28) [2]. En esta, se hace el cambio de variable $\pi = \rho^2$, y se aproxima la función $\text{sign}(\Psi) \cdot \Psi^2$ por medio de un conjunto de segmentos de recta, tal y como se ilustra en Fig. 2.4.

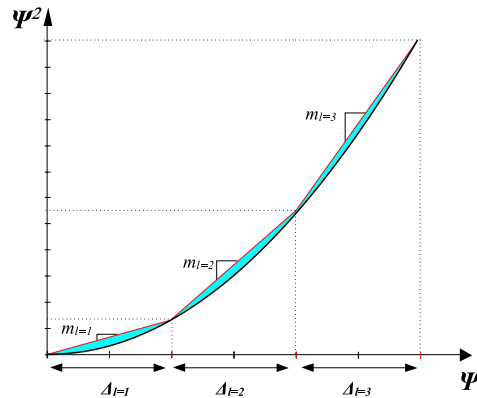


Fig. 2.4 Representación lineal a trozos de una función cuadrática

Las ecuaciones (2.23) y (2.24) permiten calcular el valor absoluto del flujo a través del ducto, para esto hace uso de la variables **PGF** y **NGF** las cuales representan el flujo de gas en dirección positiva y negativa respectivamente; adicionalmente la variable binaria **S** representa la dirección del flujo de gas (1 positiva, 0 negativa).

$$\mathbf{PSF} - \mathbf{NSF} = C^2 \cdot (\boldsymbol{\pi}_{in} - \boldsymbol{\pi}_{out}) \quad (2.22)$$

$$\mathbf{PGF} - \mathbf{NGF} = \boldsymbol{\Psi} \quad (2.23)$$

$$\mathbf{PGF} + \mathbf{NGF} = \sum_{l=1}^{NLS} \boldsymbol{\Delta}_l \quad (2.24)$$

$$\mathbf{PSF} + \mathbf{NSF} = \sum_{l=1}^{NLS} m_l \cdot \boldsymbol{\Delta}_l \quad (2.25)$$

$$0 \leq \mathbf{PGF}, \mathbf{PSF} \leq \mathbf{BIGM} \cdot \mathbf{S} \quad (2.26)$$

$$0 \leq \mathbf{NGF}, \mathbf{NSF} \leq \mathbf{BIGM} \cdot (1 - \mathbf{S}) \quad (2.27)$$

$$\bar{\boldsymbol{\Delta}} \cdot \mathbf{z}_{l+1} \leq \boldsymbol{\Delta}_l \leq \bar{\boldsymbol{\Delta}} \cdot \mathbf{z}_l; \forall l \quad (2.28)$$

La ecuación (2.25) corresponde a la aproximación lineal a trozos de la función $f(\boldsymbol{\Psi}) = \text{sign}(\boldsymbol{\Psi}) \cdot \boldsymbol{\Psi}^2$, note que el lado izquierdo de las ecuaciones (2.22)-(2.25), en conjunto con las ecuaciones (2.26) y (2.27), permiten representar de forma lineal la función $\text{sign}(\boldsymbol{\Psi})$. Mientras que los términos del lado derecho de las ecuaciones (2.24) y (2.25) son los que permiten aproximar la función $\boldsymbol{\Psi}^2$.

Sin embargo, la aproximación presentada en las ecuaciones (2.22)-(2.27) es apropiada solo si los tramos de linealización $\boldsymbol{\Delta}_l$ se llenan en estricto orden, esto ocurre de forma natural en problemas de optimización donde la función aproximada hace parte de la función objetivo, pero este no es el caso, pues no es de interés minimizar el flujo de gas a través de los ductos. Por lo tanto, se hace necesario el uso de una variable binaria \mathbf{z}_l , para que controle el orden de llenado de los tramos de linealización, tal y como se muestra en la ecuación (2.28).

B. Linealización del modelo de los elementos de transporte - Compresor

Al igual que en el caso del modelo del ducto, el modelo del compresor representado por las ecuaciones (2.17)-(2.21) tiene no-convexidades. En general las no-convexidades se presentan como consecuencia de la bi-direccionalidad de los flujos a través del compresor y de la ecuación que determina el consumo de energía del compresor cuando este se encuentra operando. Es por lo anterior, que se introduce el uso de las variables binarias $\boldsymbol{\sigma}$ y **S**, las cuales representan el estado operativo del compresor (1 encendido, 0 apagado) y la dirección del flujo comprimido (1 positiva, 0 negativa), respectivamente.

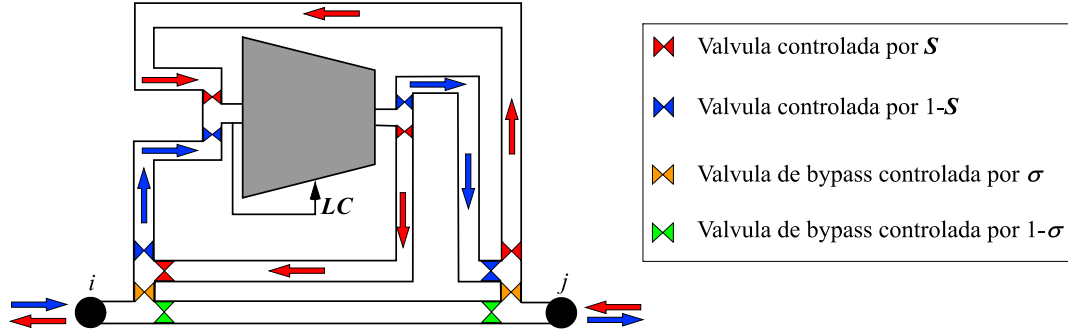


Fig. 2.5 Representación de un compresor bidireccional. Fuente: Adaptada de [9] por el autor

Para un mejor entendimiento del comportamiento del compresor bidireccional considere la Fig. 2.5, allí se presenta un esquema del sistema de válvulas que permite el re-direccionamiento de los flujos a través del compresor. Las ecuaciones (2.29)-(2.31) permiten determinar el comportamiento del compresor en función de su estado operativo (encendido o apagado), note que si $\sigma = 0$ entonces, dado que el compresor se encuentra apagado, el consumo del compresor se hace cero y las presiones en sus extremos se hacen iguales. Mientras que si $\sigma = 1$ entonces, el consumo del compresor es calculado por la ecuación (2.29), la cual es una aproximación altamente aceptada en la literatura especializada [10], que se fundamenta en que en condiciones nominales el consumo del compresor oscila entre el 3% y 5% del gas comprimido [10].

Por otro lado, note que las ecuaciones (2.32)-(2.34) permiten calcular el valor absoluto del flujo a través del compresor, para esto se utiliza la variable binaria S la cual determina la dirección del flujo (1 dirección positiva $j-i$, 0 dirección negativa $i-j$). Y por último se tiene la ecuación (2.35) la cual determina la relación entre la presión del nodo de entrada y el nodo de salida en función de la dirección del flujo, note que si $S = 1$ entonces $\pi_j \leq \pi_i$, mientras que si $S = 0$ entonces $\pi_i \leq \pi_j$.

$$-BIGM \cdot (1 - \sigma) \leq LC - \gamma \cdot (PGF + NGF) \leq BIGM \cdot (1 - \sigma) \quad (2.29)$$

$$0 \leq LC \leq BIGM \cdot \sigma \quad (2.30)$$

$$-(\bar{\pi} - \underline{\pi}) \cdot \sigma \leq \pi_i - \pi_j \leq (\bar{\pi} - \underline{\pi}) \cdot \sigma \quad (2.31)$$

$$PGF - NGF = \Psi \quad (2.32)$$

$$0 \leq PGF \leq \bar{\Psi} \cdot S \quad (2.33)$$

$$0 \leq NGF \leq \bar{\Psi} \cdot (1 - S) \quad (2.34)$$

$$-BIGM \cdot (1 - S) \leq \pi_i - \pi_j \leq BIGM \cdot S \quad (2.35)$$

C. Modelo operativo del sistema de gas natural – (modelo operativo 2)

El modelo presentado en las ecuaciones (2.36)-(2.51) corresponde a una aproximación lineal a trozos del modelo operativo de la red de gas natural representado por las ecuaciones (2.11)-(2.21), este modelo es del tipo lineal entero mixto y por ende se puede garantizar la existencia de optimalidad global.

$$\min_{\Psi, \pi, \beta} \left\{ \sum_{r \in \hat{B}} \sum_{i \in \hat{F}^r} UC_i^r \cdot \Psi_i^r + \sum_{i \in \hat{F}^{NGD}} UUC_i^{NGD} \cdot (GL_i - \Psi_i^{NGD}) \right\}; \hat{B} = \{W, LNG\} \quad (2.36)$$

Sujeto a:

$$\sum_{r \in \hat{E}} \sum_{i \in \hat{F}^r} b_{i,k}^r \cdot \Psi_i^r = 0; \forall k \in \hat{S}^{GS}; \hat{E} = \{P, CP, CPC, NGD, W, LNG\} \quad (2.37)$$

$$\underline{\Psi}_i^r \leq \Psi_i^r \leq \bar{\Psi}_i^r; \forall r \in \{W, LNG, CP\}, \forall i \in \hat{F}^r \quad (2.38)$$

$$0 \leq \Psi_i^{NGD} \leq GL_i; \forall i \in \hat{F}^{NGD} \quad (2.39)$$

$$\underline{\pi} \leq \pi_k \leq \bar{\pi}; \forall k \in \hat{S}^{GS} \quad (2.40)$$

$$PSF_i^P - NSF_i^P = C_i^2 \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} b_{i,k}^P \cdot \pi_k; \forall i \in \hat{F}^P \quad (2.41)$$

$$PGF_i^P + NGF_i^P = \sum_{l=1}^{NLS} \Delta_{i,l}^P \quad (2.42)$$

$$PSF_i^P + NSF_i^P = \sum_{l=1}^{NLS} m_l \cdot \Delta_{i,l}^P \quad (2.43)$$

$$\bar{\Delta} \cdot \mathbf{Z}_{i,l+1} \leq \Delta_{i,l}^P \leq \bar{\Delta} \cdot \mathbf{Z}_{i,l}; \forall i \in \hat{F}^P, \forall l \quad (2.44)$$

$$0 \leq PGF_i^r, PSF_i^r \leq BIGM^r \cdot S_i^r; \forall r \in \{P, CP\}, \forall i \in \hat{F}^r \quad (2.45)$$

$$0 \leq NGF_i^r, NSF_i^r \leq BIGM^r \cdot (1 - S_i^r); \forall r \in \{P, CP\}, \forall i \in \hat{F}^r \quad (2.46)$$

$$PGF_i^r - NGF_i^r = \Psi_i^r; \forall r \in \{P, CP\}, \forall i \in \hat{F}^r \quad (2.47)$$

$$-BIGM^{CP} \cdot (1 - \sigma_i^{CP}) \leq LC_i - \gamma \cdot (PGF + NGF) \leq BIGM^{CP} \cdot (1 - \sigma_i^{CP}); \forall i \in \hat{F}^{CP} \quad (2.48)$$

$$0 \leq LC_i \leq BIGM^{CP} \cdot \sigma_i^{CP}; \forall i \in \hat{F}^{CP} \quad (2.49)$$

$$-(\bar{\pi} - \underline{\pi}) \cdot \sigma_i^{CP} \leq \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} b_{i,k}^{CP} \cdot \pi_k \leq (\bar{\pi} - \underline{\pi}) \cdot \sigma_i^{CP}; \forall i \in \hat{F}^{CP} \quad (2.50)$$

$$-BIGM^{CP} \cdot (1 - S_i^{CP}) \leq \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} b_{i,k}^{CP} \cdot \pi_k \leq BIGM^{CP} \cdot S_i^{CP}; \forall i \in \hat{F}^{CP} \quad (2.51)$$

Se debe mencionar, que el modelo descrito por las ecuaciones (2.36)-(2.51) presenta limitaciones en términos de la precisión con respecto al modelo no lineal (ecuaciones (2.11)-(2.21)). Estas limitaciones se asocian principalmente al cálculo de las IIPC (ver Fig. 2.2(a)) que representan el ducto y al cálculo del consumo de gas de los compresores.

Para ilustrar el error de aproximación asociado a la linealización de los ductos, considere la Fig. 2.6, allí se muestran dos ejemplos para valores diferentes de NLS . En la Fig. 2.6(a) se muestra una linealización para $NLS=4$, observe que el error de linealización no es uniforme en el espacio de búsqueda y note que porcentualmente el error es mucho más alto en la región asociada a bajos flujos y bajas presiones, infortunadamente esta es la región más crítica, pues es la región operativa más frecuente en la operación normal de un ducto, ver Fig. 2.2. Por otro lado, si el valor de NLS se incrementa a $NLS=12$, tal y como se muestra en la Fig. 2.6(b), se obtiene una excelente representación de la curva real, pero en este caso se requiere del triple de variables binarias que en la linealización con $NLS=4$, lo cual impacta fuertemente la complejidad computacional del modelo.

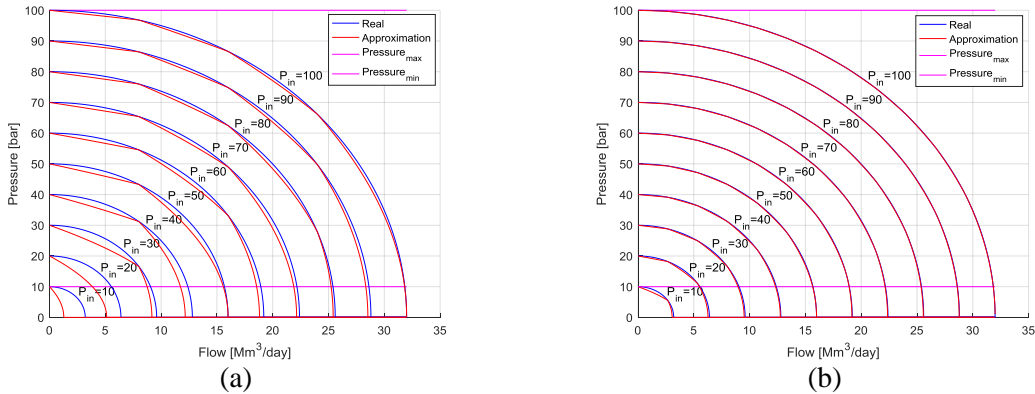


Fig. 2.6 Aproximación de las IIPC resultante de la representación lineal a trozos del flujo al cuadrado a través de un ducto; (a) $NLS = 4$, (b) $NLS = 12$.

Por otro lado, en la Fig. 2.7(a) se muestra la curva que corresponde al consumo LC de un compresor en función del flujo comprimido Ψ y la relación de compresión β (dada por la ecuación (2.6)). Note que la aproximación representada por la ecuación (2.29) (ver Fig. 2.7(b)), solo presenta un comportamiento apropiado en puntos operativos que se encuentren alrededor de la relación de compresión nominal (en este caso $\beta = 2$), presentando errores no despreciables en la mayoría del rango de operación factible del compresor, tal y como se aprecia en la Fig. 2.7(c).

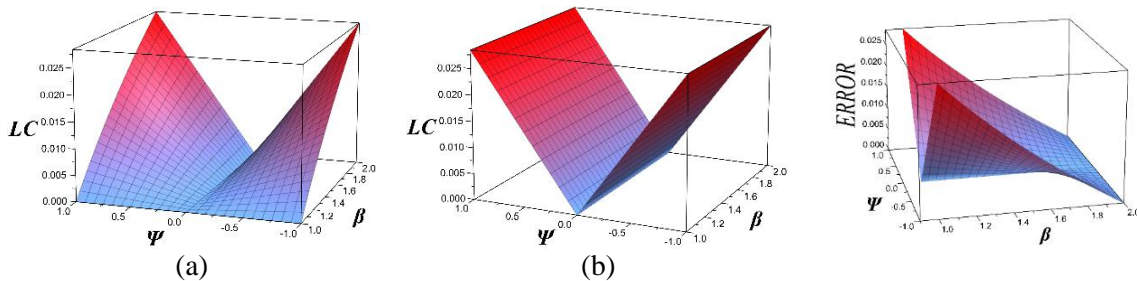


Fig. 2.7 Consumo del compresor; (a) curva real, (b) aproximación lineal, (c) error absoluto de aproximación.

2.3.3 Modelo operativo 3 (lineal entero mixto)

Tal y como se discutió en la sección 2.3.2, el modelo linealizado allí expuesto presenta errores de aproximación relevantes, que comprometen la fidelidad de la respuesta con respecto al comportamiento real del sistema modelado. Es por esto, que en esta sección se presenta un nuevo modelo lineal entero mixto, el cual surge de linealizar directamente las curvas IIPC que representan a los ductos, al igual que la curva de consumo de los compresores.

A. Linealización del modelo de los elementos de transporte – Ducto

Para encontrar una representación lineal apropiada para el comportamiento físico del ducto, se propone linealizar directamente las curvas IIPC, para esto se utilizan múltiples planos cortantes que dividen uniformemente el espacio de operación factible del ducto en sub-espacios, tal y como se muestra en la Fig. 2.8. Observe que los puntos de intersección entre los planos cortantes y las curvas IIPC pueden ser unidos por medio de segmentos de recta, que juntos equivalen a una representación lineal a trozos, cuyo error porcentual de linealización se mantiene uniforme y bajo en todo el espacio de soluciones factibles.

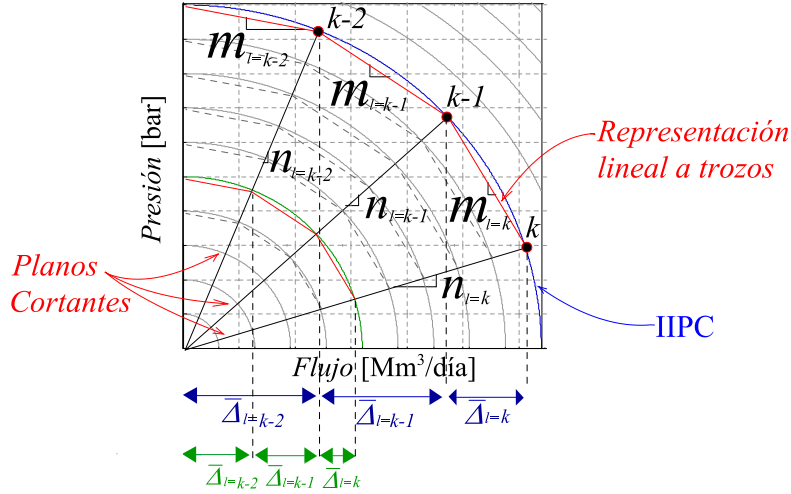


Fig. 2.8 Representación lineal a trozos de las IIPC.

Ahora considere la ecuación (2.52), esta corresponde a la aproximación lineal a trozos descrita en la Fig. 2.8, donde m_l es la pendiente del tramo de linealización l , ρ_{in} es la presión en el nodo de entrada en el ducto y ρ_{out} es la presión en el nodo de salida del ducto. Note que el término $m_l \cdot \Delta_l$ indica la caída de presión asociada a un incremento Δ_l en el flujo de gas a través del ducto, y es válida solo si la suma ordenada de los Δ_l corresponde al flujo a través del ducto, lo cual se expresa en las ecuaciones (2.53)-(2.56), donde PGF y NGF representan el flujo de gas por el ducto en dirección positiva y negativa respectivamente, y S es una variable binaria que indica la dirección del flujo en el ducto (1 para positiva, 0 para negativa)

$$\rho_{out} = \rho_{in} + \sum_{l=1}^{NLS} m_l \cdot \Delta_l \quad (2.52)$$

$$PGF - NGF = \Psi \quad (2.53)$$

$$PGF + NGF = \sum_{l=1}^{NLS} \Delta_l \quad (2.54)$$

$$0 \leq PGF \leq BIGM \cdot S \quad (2.55)$$

$$0 \leq NGF \leq BIGM \cdot (1 - S) \quad (2.56)$$

Por otro lado, observe que el tamaño máximo de cada tramo de linealización ($\bar{\Delta}_l$) es variable, y depende únicamente del punto de intersección entre el plano cortante asociado al tramo de linealización y la IIPC (la cual depende de la presión de entrada).

Para determinar una expresión que permita calcular el límite superior de cada tramo de linealización, es necesario tener en cuenta que cualquier punto factible debe cumplir la ecuación (2.57) tal y como se observa en la Fig. 2.8 y por lo tanto, en los puntos de intersección entre la curva IIPC original, la aproximación a trozos y los planos cortantes, se debe cumplir la expresión mostrada en la ecuación (2.58).

$$\underbrace{n_l \sum_{k=1}^l \Delta_k}_{\text{Plano Cortante}} \leq \underbrace{\rho_{in} + \sum_{k=1}^l m_k \cdot \Delta_k}_{\text{Aproximación}} \leq \underbrace{\sqrt{\rho_{in}^2 - \frac{(\sum_{k=1}^l \Delta_k)^2}{C^2}}}_{\text{IIPC Real}}; \forall l \quad (2.57)$$

$$\underbrace{n_l \sum_{k=1}^l \bar{\Delta}_k}_{\text{Plano Cortante}} = \underbrace{\rho_{in} + \sum_{k=1}^l m_k \cdot \bar{\Delta}_k}_{\text{Aproximación}} = \underbrace{\sqrt{\rho_{in}^2 - \frac{(\sum_{k=1}^l \bar{\Delta}_k)^2}{C^2}}}_{\text{IIPC Real}}; \forall l \quad (2.58)$$

Para garantizar el cumplimiento de las ecuaciones (2.57) y (2.58), todos los tramos Δ_l deben ser positivos, y además, deben ser llenados en estricto orden, es decir, ningún tramo puede empezar a llenarse si los tramos anteriores no están en el límite superior. Para cumplir esta condición, es necesario el uso de la variable binaria z_l y la variable continua ξ_l . La variable z_l determina el control de llenado de los tramos, mientras que ξ_l , representa el límite inferior de la suma ordenada de los tramos Δ_l , tal y como se muestra en la ecuación (2.59). La ecuación (2.60) garantiza que el tramo Δ_l pueda ser llenado solo si $z_l = 1$. Y las ecuaciones (2.61) y (2.62) definen el valor de ξ_l , note que si $z_l = 0$ entonces $\xi_l = 0$, pero si $z_l = 1$, entonces ξ_l será igual al límite superior de la suma de todos los tramos anteriores a Δ_l .

$$\xi_{l+1} \leq \sum_{k=1}^l \Delta_k \leq \frac{1}{n_l} \left(\rho_{in} + \sum_{k=1}^l m_k \cdot \Delta_k \right); \forall l \quad (2.59)$$

$$0 \leq \Delta_l \leq \text{BIGM} \cdot z_l; \forall l \quad (2.60)$$

$$-\text{BIGM} \cdot (1 - z_l) \leq n_{l-1} \cdot \xi_l - \left(\rho_{in} + \sum_{k=1}^{l-1} m_k \cdot \Delta_k \right) \leq \text{BIGM} \cdot (1 - z_l); \forall l \quad (2.61)$$

$$-\text{BIGM} \cdot z_l \leq \xi_l \leq \text{BIGM} \cdot z_l; \forall l \quad (2.62)$$

Después de una manipulación algebraica de la ecuación (2.58) se pueden obtener las ecuaciones (2.63)-(2.65), las cuales comprueban que los tramos de linealización Δ_l presentan límites variables que dependen de la presión de entrada del ducto y además confirman que las pendientes m_l dependen únicamente de los valores de n_l y de la resistencia de ducto C .

$$\sum_{k=1}^l \bar{\Delta}_k = \frac{\rho_{in}}{\sqrt{n_l^2 + \frac{1}{C^2}}}; \forall l \quad (2.63)$$

$$\bar{\Delta}_l = \sum_{k=1}^l \bar{\Delta}_k - \sum_{k=1}^{l-1} \bar{\Delta}_k = \frac{\rho_{in}}{\sqrt{n_l^2 + \frac{1}{C^2}}} - \frac{\rho_{in}}{\sqrt{n_{l-1}^2 + \frac{1}{C^2}}}; \forall l \geq 2 \quad (2.64)$$

$$m_1 = n_1 - \sqrt{n_1^2 + \frac{1}{C^2}};$$

$$m_l = n_l + \frac{(n_l - n_{l-1})}{\bar{\Delta}_l} \sum_{k=1}^{l-1} \bar{\Delta}_k = n_l + (n_l - n_{l-1}) \frac{\sqrt{n_l^2 + \frac{1}{C^2}}}{\sqrt{n_{l-1}^2 + \frac{1}{C^2}} - \sqrt{n_l^2 + \frac{1}{C^2}}}; \forall l \geq 2 \quad (2.65)$$

Por último, las ecuaciones (2.66)-(2.69) relacionan las presiones de entrada y salida del ducto con las presiones nodales del sistema de gas natural. Para esto, se asume sin pérdida de generalidad, que la dirección positiva del flujo es la dirección i - j , donde i y j representan los nodos del sistema de gas natural entre los cuales se conecta el ducto.

$$-BIGM \cdot (1 - S) \leq \rho_i - \rho_{in} \leq BIGM \cdot (1 - S) \quad (2.66)$$

$$-BIGM \cdot (1 - S) \leq \rho_j - \rho_{out} \leq BIGM \cdot (1 - S) \quad (2.67)$$

$$-BIGM \cdot S \leq \rho_j - \rho_{in} \leq BIGM \cdot S \quad (2.68)$$

$$-BIGM \cdot S \leq \rho_i - \rho_{out} \leq BIGM \cdot S \quad (2.69)$$

Con lo anterior, se tiene que las ecuaciones (2.52)-(2.69), son una representación lineal a trozos con tramos variables de la ecuación (2.3). Que por el contrario de la representación (2.22)-(2.28), permite obtener un error de aproximación uniforme en todo el espacio de soluciones, garantizando que la representación del ducto sea apropiada incluso si se consideran pocos tramos de linealización.

Ahora observe la Fig. 2.9, esta muestra una comparación entre las líneas IIPC reales (calculadas a partir de (2.3), azul), y las aproximaciones con tramos continuos (calculadas a partir de (2.22)-(2.28), roja) y tramos variables (calculadas a partir de (2.52)-(2.69), negra), para diferentes cantidades de tramos de linealización. Observe en la Fig. 2.9(a), que la linealización con tramos continuos (roja) con $NLS=3$ conlleva a un error muy alto en la región asociada a bajos flujos y bajas presiones, contrario al comportamiento que presenta la linealización con tramos variables (negra). Note, que en la región asociada a presiones inferiores a los 60[bar] y flujos menores a 20[Mm³/día], la curva negra se encuentra casi siempre por encima de la curva roja, lo que significa el error de aproximación de la curva negra es inferior al de la roja. Mientras que en el resto de la región factible, si bien la curva roja tiene una mejor aproximación, la mejoría en términos porcentuales es marginal.

Otro aspecto importante a resaltar, es que cuando se incrementa levemente el número de tramos, ambas aproximaciones reducen sus errores (ver Fig. 2.9(b)-(d)), sin embargo, dado que la aproximación de tramos continuos (roja) no garantiza una distribución uniforme del error, esta

requiere de muchos más tramos de linealización que la aproximación de tramos variables (negra) para garantizar un bajo máximo error porcentual. Esto implica que la linealización de tramos variables puede obtener una apropiada representación del espacio de soluciones del ducto, mediante el uso de una cantidad de tramos de linealización muy inferior a los requeridos por la linealización de tramos continuos, lo que significa el uso de menos variables binarias y por ende una mejor eficiencia computacional.

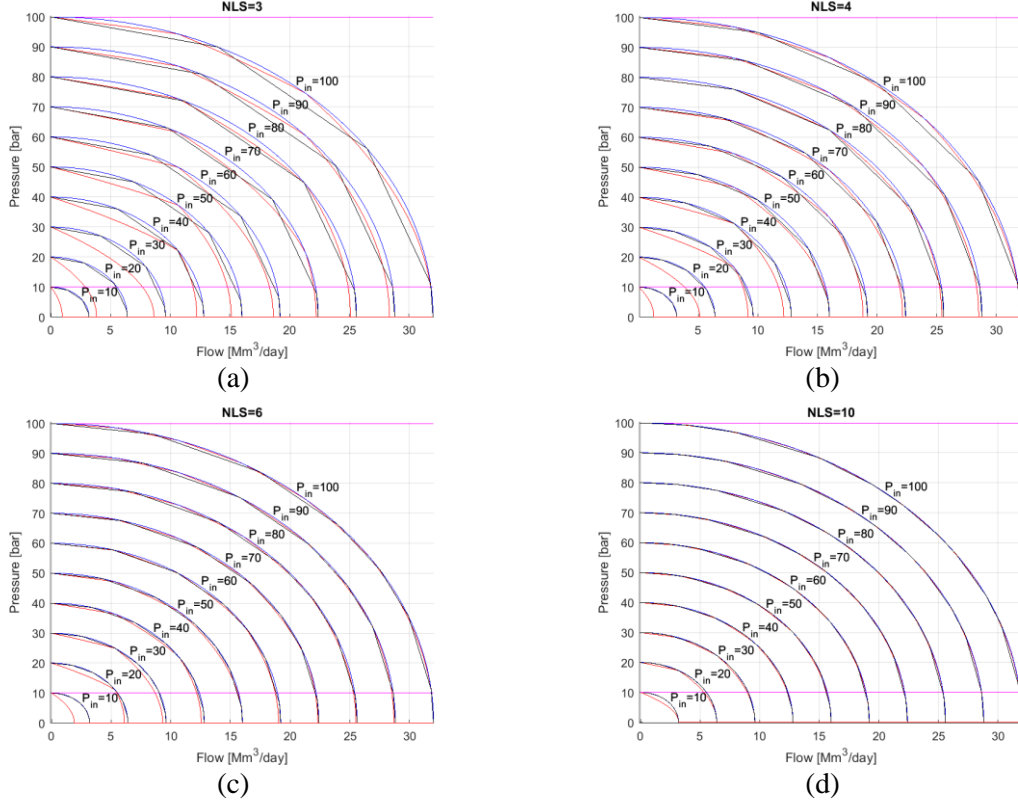


Fig. 2.9 Comparación entre la aproximación de tramos constantes (roja) y la aproximación de tramos variables (negra); (a) $NSL=3$, (b) $NSL=4$, (c) $NSL=6$, (d) $NSL=10$.

B. Linealización del modelo de los elementos de transporte - Compresor

Para obtener una expresión lineal que represente apropiadamente el consumo del compresor, es necesario involucrar el efecto de la presión. Para esto se introduce la variable $\Delta\pi$, la cual representa la diferencia de presión entre los nodos de salida y de entrada del compresor, i.e., $\Delta\pi = \rho_{out} - \rho_{in}$. Note que $\Delta\pi$ también puede ser expresado en términos de la relación de compresión β , i.e., $\Delta\pi = (\beta - 1) \cdot \rho_{in}$, por lo cual los límites inferior y superior de $\Delta\pi$ corresponden a 0 y $(\bar{\beta} - 1) \cdot \rho_{in}$ respectivamente.

Ahora considere la ecuación (2.70), esta resulta de combinar las ecuaciones (2.5) y (2.6) con la definición de $\Delta\pi$. Para encontrar una expresión que aproxime de forma lineal el consumo del compresor en términos de todas las variables de interés, se propone calcular la aproximación de primer orden alrededor del punto $\{\Psi_0, \Delta\pi_0, \rho_0\}$ de la ecuación (2.70), tal y como se presenta en (2.71).

$$LC = \gamma \cdot \left(\left(\frac{\rho_{in} + \Delta\pi}{\rho_{in}} \right)^\alpha - 1 \right) \cdot abs(\Psi) \quad (2.70)$$

$$LC \approx LC_0 + \frac{\partial LC}{\partial \Psi} \cdot (\Psi - \Psi_0) + \frac{\partial LC}{\partial \Delta\pi} \cdot (\Delta\pi - \Delta\pi_0) + \frac{\partial LC}{\partial \rho} \cdot (\rho_{in} - \rho_0); \quad (2.71)$$

Donde:

$$\begin{aligned} LC_0 &= \frac{\partial LC}{\partial \Psi} \cdot \Psi_0 \\ \frac{\partial LC}{\partial \Psi} &= \gamma \left(\left(\frac{\Delta\pi_0}{\rho_0} + 1 \right)^\alpha - 1 \right) \\ \frac{\partial LC}{\partial \Delta\pi} &= \frac{\alpha \cdot \Psi_0}{\rho_0 + \Delta\pi_0} \cdot \left(\frac{\partial LC}{\partial \Psi} + \gamma \right) \\ \frac{\partial LC}{\partial \rho} &= -\frac{\partial LC}{\partial \Delta\pi} \cdot \left(\frac{\Delta\pi_0}{\rho_0} \right) \end{aligned}$$

Después de una sencilla manipulación algebraica se tiene que (2.71) es equivalente a (2.72).

$$LC \approx \frac{\partial LC}{\partial \Psi} \cdot \Psi + \frac{\partial LC}{\partial \Delta\pi} \cdot \left(\Delta\pi - \frac{\Delta\pi_0}{\rho_0} \cdot \rho_{in} \right) \quad (2.72)$$

Se debe resaltar que la ecuación (2.72) solo es válida para la dirección positiva del flujo, por lo cual, tanto $\Delta\pi$ como Ψ deben ser positivos. Sin embargo, aunque es posible determinar una dirección en la cual el compresor opere la mayoría del tiempo, eventualmente las condiciones del sistema (por razones técnicas o económicas) podrían requerir una operación en sentido contrario al preestablecido. Además, se debe tener en cuenta que en general las estaciones compresoras cuentan con un conjunto de válvulas que permiten redireccionar los flujos a través del compresor (ver Fig. 2.5), lo cual posibilita su operación bi-direccional.

Para incorporar la posibilidad de operación bi-direccional en los compresores, se asumirá sin pérdida de generalidad que la dirección positiva del flujo es la dirección i - j , lo cual implica que $\rho_{in} = \rho_i$ y $\rho_{out} = \rho_j$. Note que este cambio permite que tanto Ψ como $\Delta\pi$ puedan tomar valores negativos dependiendo de la dirección del flujo, y por lo tanto el modelo lineal del compresor bidireccional será el que se presenta en las ecuaciones (2.73)-(2.76).

$$\Delta\pi = \rho_j - \rho_i \quad (2.73)$$

$$\underline{\rho} \leq \rho_i, \rho_j \leq \bar{\rho} \quad (2.74)$$

$$-(\bar{\beta} - 1) \cdot \rho_j \leq \Delta\pi \leq (\bar{\beta} - 1) \cdot \rho_i \quad (2.75)$$

$$LC = \begin{cases} LCP = \frac{\partial LC}{\partial \Psi} \cdot \Psi + \frac{\partial LC}{\partial \Delta\pi} \cdot \left(\Delta\pi - \frac{\Delta\pi_0}{\rho_0} \cdot \rho_i \right) & , if \quad (\Delta\pi > 0) \& (\Psi > 0) \\ LCN = -\frac{\partial LC}{\partial \Psi} \cdot \Psi + \frac{\partial LC}{\partial \Delta\pi} \cdot \left(-\Delta\pi - \frac{\Delta\pi_0}{\rho_0} \cdot \rho_j \right) & , if \quad (\Delta\pi < 0) \& (\Psi < 0) \\ 0 & , if \quad (\Delta\pi = 0) | (\Psi = 0) \end{cases} \quad (2.76)$$

La ecuación (2.76) es una ecuación lineal a trozos donde se cumple que:

$$\begin{aligned}
\mathbf{LC} &= \overbrace{\frac{\partial \mathbf{LC}}{\partial \Psi} \cdot \Psi + \frac{\partial \mathbf{LC}}{\partial \Delta \pi} \cdot \Delta \pi - \left(\frac{\Delta \pi_0}{\rho_0}\right) \cdot \frac{\partial \mathbf{LC}}{\partial \Delta \pi} \cdot \rho_i}^{\mathbf{LCP}} \\
&> \underbrace{-\left(\frac{\partial \mathbf{LC}}{\partial \Psi} \cdot \Psi + \frac{\partial \mathbf{LC}}{\partial \Delta \pi} \cdot \Delta \pi\right) - \left(\frac{\Delta \pi_0}{\rho_0}\right) \cdot \frac{\partial \mathbf{LC}}{\partial \Delta \pi} \cdot \rho_j}_{\mathbf{LCN}}; \text{ if } (\Delta \pi \geq 0) \& (\Psi > 0)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{LC} &= -\overbrace{\left(\frac{\partial \mathbf{LC}}{\partial \Psi} \cdot \Psi + \frac{\partial \mathbf{LC}}{\partial \Delta \pi} \cdot \Delta \pi\right) - \left(\frac{\Delta \pi_0}{\rho_0}\right) \cdot \frac{\partial \mathbf{LC}}{\partial \Delta \pi} \cdot \pi_j}^{\mathbf{LCN}} \\
&> \underbrace{\frac{\partial \mathbf{LC}}{\partial \Psi} \cdot \Psi + \frac{\partial \mathbf{LC}}{\partial \Delta \pi} \cdot \Delta \pi - \left(\frac{\Delta \pi_0}{\rho_0}\right) \cdot \frac{\partial \mathbf{LC}}{\partial \Delta \pi} \cdot \rho_i}_{\mathbf{LCP}}; \text{ if } (\Delta \pi \leq 0) \& (\Psi < 0)
\end{aligned}$$

Teniendo en cuenta lo anterior, y considerando que los problemas típicos de operación y planeamiento que incluyen compresores buscan minimizar los costos operativos, dentro de los cuales \mathbf{LC} hace parte, se tiene que la ecuación (2.76) es equivalente a las ecuaciones (2.77)-(2.83). Donde σ es una variable binaria que indica el estado del compresor (encendido $\sigma = 1$, apagado $\sigma = 0$) y $BIGM$ es un escalar de gran tamaño.

$$0 \leq \mathbf{LC} \leq BIGM \cdot \sigma \quad (2.77)$$

$$-(\bar{\rho} - \underline{\rho}) \cdot \sigma \leq \Delta \pi \leq (\bar{\rho} - \underline{\rho}) \cdot \sigma \quad (2.78)$$

$$-\bar{\Psi} \leq \Psi \leq \bar{\Psi} \quad (2.79)$$

$$\mathbf{LCP} \leq \mathbf{LC} \quad (2.80)$$

$$\mathbf{LCN} \leq \mathbf{LC} \quad (2.81)$$

$$-BIGM \cdot (1 - \sigma) \leq \mathbf{LCP} - \left(\frac{\partial \mathbf{LC}}{\partial \Psi} \cdot \Psi + \frac{\partial \mathbf{LC}}{\partial \Delta \pi} \cdot \left(\Delta \pi - \frac{\Delta \pi_0}{\rho_0} \cdot \rho_i\right)\right) \leq BIGM \cdot (1 - \sigma) \quad (2.82)$$

$$-BIGM \cdot (1 - \sigma) \leq \mathbf{LCN} - \left(-\frac{\partial \mathbf{LC}}{\partial \Psi} \cdot \Psi + \frac{\partial \mathbf{LC}}{\partial \Delta \pi} \cdot \left(-\Delta \pi - \frac{\Delta \pi_0}{\rho_0} \cdot \rho_j\right)\right) \leq BIGM \cdot (1 - \sigma) \quad (2.83)$$

Note que si el compresor está apagado ($\sigma = 0$) las ecuaciones (2.80)-(2.83) pierden efecto sobre el espacio de búsqueda, mientras que las ecuaciones (2.77) y (2.78) obligan a que \mathbf{LC} y $\Delta \pi$ valgan cero sin importar el flujo que pase por el compresor. Por otro lado, si el compresor está encendido ($\sigma = 1$) entonces $\mathbf{LC} = \max\{\mathbf{LCP}, \mathbf{LCN}, \mathbf{0}\}$.

Por último, es importante notar que la formulación (2.77)-(2.83) permite incorporar múltiples planos que correspondan a diferentes puntos de linealización $\{\Psi_z, \Delta \pi_z, \rho_z\}$, mejorando así la aproximación del consumo del compresor. Para esto se sustituyen las ecuaciones (2.80)-(2.83) por las ecuaciones (2.84)-(2.87).

$$\mathbf{LCP}_z \leq \mathbf{LC}; \forall z \in \{1, \dots, NLS\} \quad (2.84)$$

$$\mathbf{LCN}_z \leq \mathbf{LC}; \forall z \in \{1, \dots, NLS\} \quad (2.85)$$

$$-BIGM(1 - \sigma) \leq LCP_z - \left(\frac{\partial LC}{\partial \Psi_z} \Psi + \frac{\partial LC}{\partial \Delta \pi_z} \left(\Delta \pi - \frac{\Delta \pi_z}{\rho_z} \rho_i \right) \right) \leq BIGM(1 - \sigma); \quad (2.86)$$

$$\forall z \in \{1, \dots, NLS\}$$

$$-BIGM(1 - \sigma) \leq LCN - \left(-\frac{\partial LC}{\partial \Psi_z} \Psi + \frac{\partial LC}{\partial \Delta \pi_z} \left(-\Delta \pi - \frac{\Delta \pi_z}{\rho_z} \rho_j \right) \right) \leq BIGM(1 - \sigma); \quad (2.87)$$

$$\forall z \in \{1, \dots, NLS\}$$

Con lo anterior se tiene que las ecuaciones (2.73)-(2.75), (2.77)-(2.79) y (2.84)-(2.87) corresponden a una representación tipo MILP del compresor bidireccional.

Ahora observe la Fig. 2.10, allí se presenta un ejemplo numérico de la aproximación lineal a trozos del consumo del compresor. Para el caso del ejemplo fue necesario aplicar una simplificación del modelo propuesto con $NLS = 2$, y se despreció el efecto de ρ_{in} , es decir, se hizo $\frac{\Delta \pi_z}{\rho_z} \rho_i = \frac{\Delta \pi_z}{\rho_z} \rho_j = \Delta \pi_z$, esto con el objetivo de poder construir la gráfica en 3D. Sin embargo, lo anterior no altera las conclusiones derivadas de la gráfica.

Note que el modelo propuesto presenta un comportamiento cercano al modelo real. Lo cual se comprueba en la Fig. 2.10(c), donde se evidencia que el error absoluto de aproximación se redujo sustancialmente con respecto a la aproximación presentada en la sección 2.3.2. Adicionalmente, en este modelo no es necesario el uso de la variable binaria \mathcal{S} , la cual en el modelo 2 indica la dirección del flujo a través del compresor.

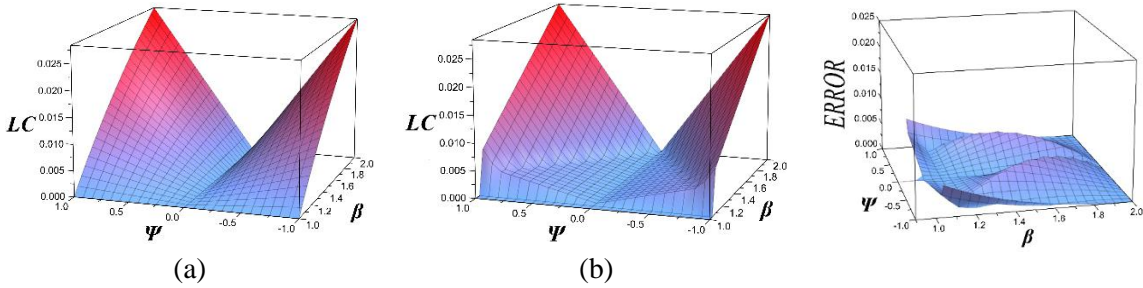


Fig. 2.10 Consumo del compresor; (a) curva real, (b) aproximación lineal propuesta, (c) error absoluto de aproximación.

C. Modelo operativo del sistema de gas natural – (modelo operativo 3)

Las ecuaciones (2.88)-(2.113) corresponden a un modelo del tipo lineal entero mixto que representa el comportamiento operativo de los principales componentes del sistema de gas natural. Todas las variables, parámetros, índices y conjuntos utilizados se encuentran descritos en la sección de nomenclatura.

$$\min_{\Psi, \rho, \beta} \left\{ \sum_{r \in \hat{B}} \sum_{i \in \hat{F}^r} UC_i^r \cdot \Psi_i^r + \sum_{i \in \hat{F}^{NGD}} UUC_i^{NGD} \cdot (GL_i - \Psi_i^{NGD}) \right\}; \quad \hat{B} = \{W, LNG\} \quad (2.88)$$

Sujeto a:

$$\sum_{r \in \hat{E}} \sum_{i \in \hat{F}^r} b_{i,k}^r \cdot \Psi_i^r = 0; \forall k \in \hat{S}^{GS}; \hat{E} = \{P, CP, CPC, NGD, W, LNG\} \quad (2.89)$$

$$\underline{\Psi}_i^r \leq \Psi_i^r \leq \bar{\Psi}_i^r; \forall r \in \{W, LNG, CP\}, \forall i \in \hat{F}^r \quad (2.90)$$

$$0 \leq \Psi_i^{NGD} \leq GL_i; \forall i \in \hat{F}^{NGD} \quad (2.91)$$

$$\underline{\rho} \leq \rho_k \leq \bar{\rho}; \forall k \in \hat{S}^{GS} \quad (2.92)$$

$$\rho_i^{out} = \rho_i^{in} + \sum_{l=1}^{NLS} m_{i,l} \cdot \Delta_{i,l}^P; \forall i \in \hat{F}^P \quad (2.93)$$

$$\Psi_i^P = PGF_i^P - NGF_i^P; \forall i \in \hat{F}^r \quad (2.94)$$

$$PGF_i^P + NGF_i^P = \sum_{l=1}^{NLS} \Delta_{i,l}^P; \forall i \in \hat{F}^P \quad (2.95)$$

$$0 \leq PGF_i^P \leq BIGM \cdot S_i; \forall i \in \hat{F}^P \quad (2.96)$$

$$0 \leq NGF_i^P \leq BIGM \cdot (1 - S_i); \forall i \in \hat{F}^P \quad (2.97)$$

$$\xi_{l+1} \leq \sum_{u=1}^l \Delta_{i,u}^P \leq \frac{1}{n_{i,l}} \left(\rho_i^{in} + \sum_{u=1}^l m_{i,u} \cdot \Delta_{i,u}^P \right); \forall i \in \hat{F}^P, \forall l \in \{1, \dots, NLS^P\} \quad (2.98)$$

$$\Delta_{i,u}^P \leq BIGM \cdot z_{i,l}; \forall i \in \hat{F}^P, \forall l \in \{2, \dots, NLS^P\} \quad (2.99)$$

$$-BIGM \cdot (1 - z_{i,l}) \leq n_{i,l-1} \cdot \xi_{i,l} - \left(\rho_i^{in} + \sum_{u=1}^{l-1} m_{i,u} \cdot \Delta_{i,u}^P \right) \leq BIGM \cdot (1 - z_{i,l}); \quad (2.100)$$

$$\forall i \in \hat{F}^P, \forall l \in \{2, \dots, NLS^P\}$$

$$-BIGM \cdot z_{i,l} \leq \xi_{i,l} \leq BIGM \cdot z_{i,l}; \forall i \in \hat{F}^P, \forall l \in \{2, \dots, NLS^P\} \quad (2.101)$$

$$-BIGM \cdot (1 - S_i) \leq \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} in_{i,k}^P \cdot \rho_k - \rho_i^{in} \leq BIGM \cdot (1 - S_i); \forall i \in \hat{F}^P \quad (2.102)$$

$$-BIGM \cdot (1 - S_i) \leq \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} out_{i,k}^P \cdot \rho_k - \rho_i^{out} \leq BIGM \cdot (1 - S_i); \forall i \in \hat{F}^P \quad (2.103)$$

$$-BIGM \cdot S_i \leq \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} out_{i,k}^P \cdot \rho_k - \rho_i^{in} \leq BIGM \cdot S_i; \forall i \in \hat{F}^P \quad (2.104)$$

$$-BIGM \cdot S_i \leq \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} in_{i,k}^P \cdot \rho_k - \rho_i^{out} \leq BIGM \cdot S_i; \forall i \in \hat{F}^P \quad (2.105)$$

$$\sum_{k \in \hat{S}^{GS}} b_{i,k}^{CP} \cdot \rho_k = \Delta \pi_i; \forall i \in \hat{F}^{CP} \quad (2.106)$$

$$(1 - \bar{\beta}_i) \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} out_{i,k}^{CP} \cdot \rho_k \leq \Delta \pi_i \leq (\bar{\beta}_i - 1) \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} in_{i,k}^{CP} \cdot \rho_k; \forall i \in \hat{F}^{CP} \quad (2.107)$$

$$-(\bar{\rho} - \underline{\rho}) \cdot \sigma_i^{CP} \leq \Delta \pi_i \leq (\bar{\rho} - \underline{\rho}) \cdot \sigma_i^{CP}; \forall i \in \hat{F}^{CP} \quad (2.108)$$

$$0 \leq \Psi_i^{CPC} \leq BIGM^{CP} \cdot \sigma_i^{CP}; \forall i \in \hat{F}^{CP} \quad (2.109)$$

$$LCP_{i,l}^{CPC} \leq \Psi_i^{CPC}; \forall l \in \{1, \dots, NLS^{CP}\} \quad (2.110)$$

$$LCN_{i,l}^{CPC} \leq \Psi_i^{CPC}; \forall l \in \{1, \dots, NLS^{CP}\} \quad (2.111)$$

$$\begin{aligned} -BIGM^{CP} \cdot (1 - \sigma_i^{CP}) &\leq LCP_{i,l}^{CPC} - \alpha_{2,i,l} \cdot \Psi_i^{CP} - \alpha_{1,i,l} \cdot \Delta \pi_i + \alpha_{0,i,l} \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} in_{i,k}^{CP} \cdot \rho_k \\ &\leq BIGM^{CP} \cdot (1 - \sigma_i^{CP}); \forall l \in \{1, \dots, NLS^{CP}\}, \forall i \in \hat{F}^{CP} \end{aligned} \quad (2.112)$$

$$\begin{aligned} -BIGM^{CP} \cdot (1 - \sigma_i^{CP}) &\leq LCN_{i,l}^{CPC} + \alpha_{2,i,l} \cdot \Psi_i^{CP} + \alpha_{1,i,l} \cdot \Delta \pi_i + \alpha_{0,i,l} \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} out_{i,k}^{CP} \cdot \rho_k \\ &\leq BIGM^{CP} \cdot (1 - \sigma_i^{CP}); \forall l \in \{1, \dots, NLS^{CP}\}, \forall i \in \hat{F}^{CP} \end{aligned} \quad (2.113)$$

Donde: $\alpha_{2,i,l} = \frac{\partial LC}{\partial \Psi}$, $\alpha_{1,i,l} = \frac{\partial LC}{\partial \Delta \pi}$ y $\alpha_{0,i,l} = -\frac{\partial LC}{\partial \Delta \pi} \cdot \frac{\Delta \pi_0}{\rho_0}$

2.3.4 Modelo de planeamiento del sistema de gas natural

El modelo de planeamiento de sistemas de gas natural propuesto en este trabajo se fundamenta en el modelo operativo 3 del SGN. Este permite instalar nuevos activos en la red de transporte de gas, tales como: ductos (P), compresores (CP) y estaciones de regasificación de GNL (LNG).

La ecuación (2.114) corresponde a la función objetivo, la cual contiene los costos de inversión más los costos de operación, donde τ representa la duración del periodo operativo. Se debe tener en cuenta que el modelo de planeamiento descrito por las ecuaciones (2.114)-(2.127) es estático, es decir solo considera un único periodo de inversión, además también solo considera un único periodo de operación, más adelante se extenderá este modelo a un modelo de planeamiento dinámico con múltiples condiciones operativas.

Las ecuaciones (2.115)-(2.127), corresponden a las restricciones operativas y de inversión del modelo. Note, que la mayoría de las restricciones operativas de los ductos y los compresores mostradas en el modelo operativo 3 del SGN, se conservan, y que se adicionan las restricciones (2.118)-(2.127), las cuales permiten incluir o excluir las restricciones operativas para aquellos activos que sean propuestas de inversión. Observe que, cuando $\Lambda_i^P = 1$ las ecuaciones (2.118)-(2.121) se

convierten en las ecuaciones (2.102)-(2.105) permitiendo así que el ducto i entre en operación, mientras que si $\Lambda_i^P = 0$ entonces el ducto i no tiene ningún efecto operativo, pues las presiones en los terminales del ducto no se acoplan con las presiones nodales del sistemas y además, la ecuación (2.122) hace que el flujo por el ducto sea cero. A la par, la ecuación (2.123) obliga la conexión de los ductos existentes.

De igual forma, para los compresores se conservan todas las restricciones operativas planteadas en el modelo operativo 3 del SGN y se adiciona la ecuación (2.124), la cual evita que el compresor i sea encendido si este no se ha construido. Por último, las ecuaciones (2.125)-(2.127) garantizan que para cada clase r de activo solo pueda instalar una única capacidad o tipo de activo, y que los límites de capacidad de cada activo se respeten.

$$\min_{\Lambda, \Psi, \rho, \beta} \left\{ \overbrace{\sum_{r \in \hat{A}} \sum_{i \in \hat{M}^r} \sum_{j \in \hat{I}^r} IC_{i,j}^r \cdot \Lambda_{i,j}^r}^{\text{inversión}} + \tau \cdot \left(\overbrace{\sum_{r \in \hat{B}} \sum_{i \in \hat{F}^r} UC_i^r \cdot \Psi_i^r + \sum_{i \in \hat{F}^{NGD}} UUC_i^{NGD} \cdot (GL_i - \Psi_i^{NGD})}^{\text{operación}} \right) \right\};$$

$$\hat{A} = \{P, CP, LNG\}, \hat{B} = \{W, LNG\} \quad (2.114)$$

Sujeto a:

$$\text{Ecuación de balance nodal (ecuación (2.89))} \quad (2.115)$$

$$\text{Modelo operativo del ducto (ecuaciones (2.91)-(2.101))} \quad (2.116)$$

$$\text{Modelo operativo del compresor (ecuaciones (2.106)-(2.113))} \quad (2.117)$$

$$-BIGM \cdot (2 - S_i - \Lambda_i^P) \leq \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} in_{i,k}^P \cdot \rho_k - \rho_i^{in} \leq BIGM \cdot (2 - S_i - \Lambda_i^P); \forall i \in \hat{F}^P \quad (2.118)$$

$$-BIGM \cdot (2 - S_i - \Lambda_i^P) \leq \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} out_{i,k}^P \cdot \rho_k - \rho_i^{out} \leq BIGM \cdot (2 - S_i - \Lambda_i^P);$$

$$\forall i \in \hat{F}^P \quad (2.119)$$

$$-BIGM \cdot (1 + S_i - \Lambda_i^P) \leq \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} out_{i,k}^P \cdot \rho_k - \rho_i^{in} \leq BIGM \cdot (1 + S_i - \Lambda_i^P); \forall i \in \hat{F}^P \quad (2.120)$$

$$-BIGM \cdot (1 + S_i - \Lambda_i^P) \leq \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} in_{i,k}^P \cdot \rho_k - \rho_i^{out} \leq BIGM \cdot (1 + S_i - \Lambda_i^P); \forall i \in \hat{F}^P \quad (2.121)$$

$$z_{i,l} \leq \Lambda_i^P; \forall i \in \hat{F}^P \quad (2.122)$$

$$\Lambda_i^P = 1; \forall i \notin \hat{M}^P \quad (2.123)$$

$$\sigma_i^{CP} \leq \sum_{j \in \hat{I}^{CP}} \Lambda_{i,j}^{CP}; \forall i \in \hat{M}^{CP} \quad (2.124)$$

$$\sum_{j \in \hat{I}^r} \Lambda_{i,j}^r \leq 1; \forall r \in \hat{A}, \forall i \in \hat{M}^r \quad (2.125)$$

$$\underline{\Psi}_i^r \leq \Psi_i^r \leq \bar{\Psi}_i^r; \forall r \in \hat{A}, \forall \{i \in \hat{F}^r\} \& \{i \notin \hat{M}^{LNG}\} \quad (2.126)$$

$$0 \leq \Psi_i^{LNG} \leq \sum_{j \in \hat{I}^r} CAP_j^{LNG} \cdot \Lambda_{i,j}^{LNG}; \forall i \in \hat{M}^{LNG} \quad (2.127)$$

2.4 Modelo del sistema eléctrico de potencia

El sistema eléctrico de potencia, está compuesto por diferentes elementos que permiten la producción, transporte y consumo de electricidad. En la Fig. 2.11 se resumen sus principales componentes, los cuales son; generadores térmicos, hidráulicos y a base de energía renovable, el sistema de transmisión (líneas y transformadores) y las demandas, las cuales pueden grandes usuarios, sistemas de sub-transmisión o sistemas externos.

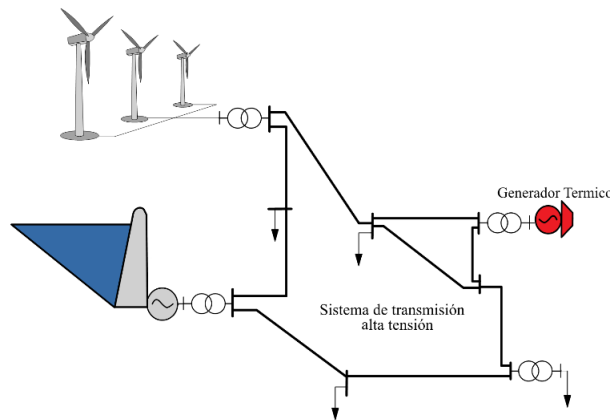


Fig. 2.11 Sistema eléctrico de potencia.

AL igual que para el SGN, en el SEP se agruparán los equipos e instalaciones en tres tipos principales de elementos, estos son:

1. Elementos de inyección (EI): los cuales se definen como todo equipo en capacidad de inyectar potencia al SEP. Los EI corresponden en general a generadores eléctricos, los cuales se discriminan dependiendo de su tecnología de generación (térmica, hidráulica y renovable).
2. Elementos de consumo (EC): los cuales corresponden a equipos o instalaciones que consumen potencia. Estos elementos, son todas las demandas de potencia las cuales se modelan como constantes predeterminadas por medio de pronósticos, y los consumos de los compresores de gas que operen con electricidad (aunque en este trabajo no se consideran, estos pueden ser agregados con facilidad).
3. Elementos de transporte (ET): los cuales son líneas de transmisión y transformadores.

A continuación, se modela cada uno de los elementos previamente mencionados, tanto para entornos operativos como de planeamiento.

2.4.1 Modelo operativo SEP (lineal entero mixto)

En esta sección se presenta un modelo operacional del SEP, el cual representa de forma aproximada el comportamiento de sus componentes. Se aclara que se asume que el sistema se encuentra en estado

estable y que todos los componentes considerados se encuentran conectados a niveles de alta y extra alta tensión (mayores a 220kV).

A. Modelo de los elementos de Inyección y Consumo - SEP

Como se ya mencionó, los elementos de consumo se modelan mediante la ecuación (2.128). Donde PL_i corresponde al valor de demanda requerido por el elemento de consumo i .

$$0 \leq \mathbf{P}_i^{PD} \leq PL_i; \forall i \in \hat{F}^{PD} \quad (2.128)$$

La ecuación (2.128) se debe complementar con un término en la función objetivo que penalice el no abastecimiento de la demanda, este término tiene la siguiente forma:

$$\text{Penalidad} = UUC^{PD} \cdot (PL_i - \mathbf{P}_i^{PD})$$

Donde la constante UUC^{PD} determina el costo de no abastecer la demanda solicitada. Para demandas que deban ser abastecidas, la constante UUC^{PD} tendrá valores iguales al costo de racionamiento.

Por otro lado, los elementos de inyección son todos aquellos que están en condiciones de entregar potencia a la red, por lo tanto se modelan como indica las ecuaciones (2.129) y (2.130). Donde \mathbf{P}_i^r representa la potencia inyectada por el generador i clase r , σ_i^r es una variable binaria que determina el encendido y apagado de cada generador y \bar{P}_i^r y \underline{P}_i^r corresponden a los límites superior e inferior de generación. Se debe aclarar que la clase en el caso de los generadores se refiere a:

<i>NDF</i>	Generadores que operan con un único combustible.
<i>DFC</i>	Generadores que pueden operar con múltiples combustibles – Carbón.
<i>DFO</i>	Generadores que pueden operar con múltiples combustibles – Fuel Oil.
<i>DFG</i>	Generadores que pueden operar con múltiples combustibles – Gas natural.
<i>H</i>	Generador hidráulico.
<i>RNW</i>	Generador renovable.

$$\underline{P}_i^r \cdot \sigma_i^r \leq \mathbf{P}_i^r \leq \bar{P}_i^r \cdot \sigma_i^r; \forall r \in \{NDF, DFC, DFO, DFG, H, RNW\}, \forall i \in \hat{F}^r \quad (2.129)$$

$$\sum_{j \in \hat{F}^r} \sigma_j^r \leq 1; \forall r \in \{DFC, DFO, DFG\}, \forall i \in \hat{F}^r \quad (2.130)$$

Ahora, es necesario determinar la cantidad de energético primario necesaria para generar la potencia \mathbf{P}_i^r . En las ecuaciones (2.131)-(2.133) se determina por medio de una linealización de la curva de calor de los generadores térmicos (cuadrática), la cantidad de combustible requerida para generar una potencia \mathbf{P}_i^r .

$$\Psi_i^r = k_{0,i}^r \cdot \sigma_i^r + \sum_{l=1}^{NLS^r} k_{1,i,l}^r \cdot \Delta_{i,l}^r; \forall r \in \hat{D} = \{NDF, DFC, DFO, DFG\}, \forall i \in \hat{F}^r \quad (2.131)$$

$$\mathbf{P}_i^r = \underline{P}_i^r \cdot \sigma_i^r + \sum_{l=1}^{NLS^r} \Delta_{i,l}^r; \forall r \in \hat{D}, \forall i \in \hat{F}^r \quad (2.132)$$

$$0 \leq \Delta_{i,l}^r \leq \bar{\Delta}_{i,l}^r \cdot \sigma_i^r; \forall r \in \hat{D}, \forall i \in \hat{F}^r, \forall l \in \{1, 2, \dots, NLS^r\} \quad (2.133)$$

Por otro lado la ecuación (2.134) determina la cantidad de agua turbinada para generar la potencia \mathbf{P}_i^H en el generador hidráulico i .

$$\boldsymbol{\Psi}_i^H = \kappa_i^H \cdot \mathbf{P}_i^H; \forall i \in \hat{\mathcal{F}}^H \quad (2.134)$$

B. Modelo de los elementos de transporte – líneas y transformadores

En este trabajo, se modelan los elementos de transporte utilizando la aproximación de flujo DC, la cual asume que a altas tensiones la magnitud del voltaje es cercana a 1pu y la resistencia de los conductores es muy inferior a la reactancia. Por lo tanto, el flujo de potencia activa por las líneas y transformadores del SEP se puede modelar por medio de la ecuación (2.135), donde la constante $a_{i,k}^L$ representa los elementos de la matriz de incidencia nodo-rama. La ecuación (2.136) representa la cargabilidad de los elementos de transporte.

$$\mathbf{P}_i^L = \frac{1}{X0_i} \sum_{k \in \hat{\mathcal{S}}^{PS}} a_{i,k}^L \cdot \boldsymbol{\theta}_k; \forall i \in \hat{\mathcal{F}}^L \quad (2.135)$$

$$-\bar{P}_i^L \leq \mathbf{P}_i^L \leq \bar{P}_i^L; \forall i \in \hat{\mathcal{F}}^L \quad (2.136)$$

C. Ecuación de balance nodal – ley de conservación de la energía

La ley de conservación de la energía se modela mediante la ecuación (2.137) la cual garantiza que todas la potencia que entra (generación ($DFO, DFC, DFG, NDF, H, RNW$) y líneas (L)) a un nodo k sea igual a la potencia que sale (demanda (PD) y líneas (L)). La constante $a_{i,k}^r$ representa los elementos de la matriz de incidencia nodo-elemento de clase r .

$$\sum_{r \in \hat{\mathcal{C}}} \sum_{i \in \hat{\mathcal{F}}^r} a_{i,k}^r \cdot \mathbf{P}_i^r = 0; \forall k \in \hat{\mathcal{S}}^{PS}; \hat{\mathcal{C}} = \{DFO, DFC, DFG, NDF, H, RNW, L, PD\} \quad (2.137)$$

D. Modelo operativo del SEP

Las ecuaciones (2.138)-(2.148) representan un modelo operativo general del SEP. Este modelo se puede clasificar como un despacho económico con restricciones de red y que considera encendido y apagado de generadores así como selección de combustible de operación. Donde la ecuación (2.138) corresponde al costo operativo del SEP, el cual se asocia al costo de los combustibles utilizados para generar más el costo de la demanda no abastecida.

$$\min_{\boldsymbol{\Psi}, \mathbf{P}} \left\{ \sum_{r \in \hat{\mathcal{B}}} \sum_{i \in \hat{\mathcal{F}}^r} UC_i^r \cdot \boldsymbol{\Psi}_i^r + \sum_{i \in \hat{\mathcal{F}}^{PD}} UUC^{PD} \cdot (PL_i - \mathbf{P}_i^{PD}) \right\}; \quad (2.138)$$

$$\hat{\mathcal{B}} = \{DFO, DFC, DFG, NDF\}$$

Sujeto a:

$$\sum_{r \in \hat{C}} \sum_{i \in \hat{F}^r} a_{i,k}^r \cdot \mathbf{P}_i^r = 0; \forall k \in \hat{S}^{PS}; \quad (2.139)$$

$$\hat{C} = \{DFO, DFC, DFG, NDF, H, RNW, L, PD\}$$

$$\boldsymbol{\Psi}_i^r = k_{0,i}^r \cdot \boldsymbol{\sigma}_i^r + \sum_{l=1}^{NLS^r} k_{1,i,l}^r \cdot \boldsymbol{\Delta}_{i,l}^r; \forall r \in \hat{D} = \{NDF, DFC, DFO, DFG\}, \forall i \in \hat{F}^r \quad (2.140)$$

$$\mathbf{P}_i^r = \underline{\mathbf{P}}_i^r \cdot \boldsymbol{\sigma}_i^r + \sum_{l=1}^{NLS^r} \boldsymbol{\Delta}_{i,l}^r; \forall r \in \hat{D}, \forall i \in \hat{F}^r \quad (2.141)$$

$$0 \leq \boldsymbol{\Delta}_{i,l}^r \leq \bar{\boldsymbol{\Delta}}_{i,l}^r \cdot \boldsymbol{\sigma}_i^r; \forall r \in \hat{D}, \forall i \in \hat{F}^r, \forall l \in \{1, 2, \dots, NLS^r\} \quad (2.142)$$

$$\boldsymbol{\Psi}_i^H = \kappa_i^H \cdot \mathbf{P}_i^H; \forall i \in \hat{F}^H \quad (2.143)$$

$$\underline{\mathbf{P}}_i^r \cdot \boldsymbol{\sigma}_i^r \leq \mathbf{P}_i^r \leq \bar{\mathbf{P}}_i^r \cdot \boldsymbol{\sigma}_i^r; \forall r \in \{NDF, DFC, DFO, DFG, H, RNW\}, \forall i \in \hat{F}^r \quad (2.144)$$

$$\sum_{j \in \hat{I}^r} \boldsymbol{\sigma}_i^r \leq 1; \forall r \in \{DFC, DFO, DFG\}, \forall i \in \hat{F}^r \quad (2.145)$$

$$0 \leq \mathbf{P}_i^{PD} \leq PL_i; \forall i \in \hat{F}^{PD} \quad (2.146)$$

$$\mathbf{P}_i^L = \frac{1}{X0_i} \sum_{k \in \hat{S}^{PS}} a_{i,k}^L \cdot \boldsymbol{\theta}_k; \forall i \in \hat{F}^L \quad (2.147)$$

$$-\bar{\mathbf{P}}_i^L \leq \mathbf{P}_i^L \leq \bar{\mathbf{P}}_i^L; \forall i \in \hat{F}^L \quad (2.148)$$

2.4.2 Modelo de planeamiento del SEP (lineal entero mixto)

El modelo de planeamiento de SEP utilizado en este trabajo se fundamenta en el modelo operativo presentado en las ecuaciones (2.138)- (2.148). Este modelo permite la instalación de nuevos activos en la red eléctrica, tales como: líneas de transmisión (L), generadores hidráulicos (H), generadores térmicos que operan con un único combustible (NDF) y generadores térmicos que operan con múltiples combustibles (DF), los cuales pueden tener hasta tres tipos diferentes de combustible de operación, gas (DFG), carbón (DFC) y *fuel oil* (DFO).

Note que las ecuaciones (2.139)-(2.146) del modelo de operación se conservan intactas, mientras que las ecuaciones (2.147) y (2.148), que se refieren al modelo de flujo DC para las líneas, fueron modificadas para que solo sean aplicadas a las líneas existentes, tal y como se muestra en las ecuaciones (2.153) y (2.154). En este mismo sentido, se introducen las ecuaciones (2.155)-(2.157) las cuales permiten la activación del modelo de flujo DC para las líneas nuevas que sean instaladas por el modelo.

Por último, la ecuación (2.158) garantiza que el modelo seleccione una única capacidad para cada clase de activo, mientras que las ecuaciones (2.159) y (2.160) garantizan que los generadores térmicos nuevos de único combustible y múltiple combustible, operen solo si sus respectivas variables de inversión se activan.

$$\min_{\Lambda, \Psi, P} \left\{ \overbrace{\sum_{r \in \hat{A}} \sum_{i \in \hat{M}^r} \sum_{j \in \hat{I}^r} IC_{i,j}^r \cdot \Lambda_{i,j}^r}^{\text{inversión}} + \tau \cdot \left(\overbrace{\sum_{r \in \hat{B}} \sum_{i \in \hat{F}^r} UC_i^r \cdot \Psi_i^r + \sum_{i \in \hat{F}^{PD}} UUC^{PD} \cdot (PL_i - P_i^{PD})}^{\text{operación}} \right) \right\};$$

$$\hat{A} = \{H, DF, NDF, L\}, \hat{B} = \{DFO, DFC, DFG, NDF\} \quad (2.149)$$

Sujeto a:

$$\text{Ecuación de balance nodal (ecuación (2.139))} \quad (2.150)$$

$$\text{Modelo de los generadores (ecuaciones (2.140)-(2.145))} \quad (2.151)$$

$$\text{Modelo de consumo (ecuación (2.146))} \quad (2.152)$$

$$P_i^L = \frac{1}{X0_i} \sum_{k \in \hat{S}^{PS}} a_{i,k}^L \cdot \theta_k; \forall \{i \in \hat{F}^L\} \& \{i \notin \hat{M}^L\} \quad (2.153)$$

$$-\bar{P}_i^L \leq P_i^L \leq \bar{P}_i^L; \forall \{i \in \hat{F}^L\} \& \{i \notin \hat{M}^L\} \quad (2.154)$$

$$-BIGM^L \cdot \left(1 - \sum_{j \in \hat{I}^L} \Lambda_{i,j}^L \right) \leq \sum_{j \in \hat{I}^L} X_{i,j} \cdot PF_{i,j} - \sum_{k \in \hat{S}^{PS}} a_{i,k}^L \cdot \theta_k$$

$$\leq BIGM^L \cdot \left(1 - \sum_{j \in \hat{I}^L} \Lambda_{i,j}^L \right); \forall i \in \hat{M}^L \quad (2.155)$$

$$P_i^L = \sum_{j \in \hat{I}^L} PF_{i,j}; \forall i \in \hat{M}^L \quad (2.156)$$

$$-CAP_j^L \cdot \Lambda_{i,j}^L \leq PF_{i,j} \leq CAP_j^L \cdot \Lambda_{i,j}^L; \forall i \in \hat{M}^L, \forall j \in \hat{I}^L \quad (2.157)$$

$$\sum_{j \in \hat{I}^r} \Lambda_{i,j}^r \leq 1; \forall r \in \hat{A}, \forall i \in \hat{M}^r \quad (2.158)$$

$$P_i^r \leq \sum_{j \in \hat{I}^r} CAP_j^r \cdot \Lambda_{i,j}^r; \forall r \in \{H, NDF, L\}, \forall i \in \hat{M}^r \quad (2.159)$$

$$\sum_{r \in \{DFO, DFC, DFG\}} P_i^r \leq \sum_{j \in \hat{I}^{DF}} CAP_j^{DF} \cdot \Lambda_{i,j}^{DF}; \forall i \in \hat{M}^{DF} \quad (2.160)$$

2.5 Modelo integrado de los sistemas de electricidad y gas natural

En esta sección se presentan los modelos de operación y planeamiento integrados de los sistemas de electricidad y gas natural. Los modelos integrados utilizan la formulación descrita previamente para ambos sistemas a integrar.

2.5.1 Modelo operativo integrado (lineal entero mixto)

El modelo operativo integrado tiene como función objetivo minimizar el costo de los combustibles utilizados para la operación de ambos sistemas, al igual que la energía no suministrada, tal y como se muestra en la ecuación (2.161). Note que el combustible asociado a las plantas termoeléctricas que operan con gas natural no es considerado en la función objetivo de manera explícita, pues dicho combustible debe salir de alguna de las fuentes de gas (W, LNG) y por lo tanto su costo es considerado de forma implícita en los términos asociados al gas inyectado a la red de gas.

$$\min_{\Psi, P, \rho, \beta} \left\{ \sum_{r \in \hat{B}} \sum_{i \in \hat{F}^r} UC_i^r \cdot \Psi_i^r + \sum_{i \in \hat{F}^{PD}} UUC^{PD} \cdot (PL_i - P_i^{PD}) + \sum_{i \in \hat{F}^{NGD}} UUC_i^{NGD} \cdot (GL_i - \Psi_i^{NGD}) \right\};$$

$$\hat{B} = \{W, LNG, DFO, DFC, NDF\} \quad (2.161)$$

Por otro lado, el espacio de solución factible obedece a la intersección de los espacios de soluciones de la red de gas y de la red eléctrica. Por lo tanto, las ecuaciones asociadas al modelo operativo integrado son las ecuaciones (2.89)-(2.113) y las ecuaciones (2.139)-(2.148).

2.5.2 Modelo de planeamiento integrado (lineal entero mixto)

Al igual que el modelo operativo, el modelo de planeamiento integrado consiste en la unión de los modelos de planeamiento de la red de gas [ecuaciones (2.114)-(2.127)], y el modelo de planeamiento de la red eléctrica [ecuaciones (2.149)-(2.160)]. Dado que se desea construir un modelo de planeamiento dinámico estocástico, entonces se incluyen múltiples periodos de inversión repartidos uniformemente en el horizonte de planeamiento, tal y como se observa en la Fig. 2.12(a), donde cada círculo corresponde a un nodo n del árbol de escenarios, y representa una posible realización de las variables estocásticas consideradas (se discutirán en el capítulo 3). De igual manera, cada nodo del árbol de escenarios contiene un conjunto de condiciones operativas o , las cuales representan la variabilidad de aspectos operativos como la demanda o la hidrología (ver Fig. 2.12(b)).

Para simplificar la nomenclatura del modelo, se introducen los vectores \mathbb{X}_n y \mathbb{Y}_n .

$$\mathbb{X}_n = [\Lambda_{i,j,n}^H, \Lambda_{i,j,n}^{DF}, \Lambda_{i,j,n}^{NDF}, \Lambda_{i,n}^L, \Lambda_{i,j,n}^P, \Lambda_{i,j,n}^{CP}, \Lambda_{i,j,n}^{LNG}]^T$$

$$\mathbb{Y}_n = [\Psi_{i,o,n}^r, P_{i,o,n}^r, \Delta_{i,l,o,n}^r, \theta_{k,o,n}, \sigma_{i,o,n}^r, \rho_{k,o,n}, \rho_{i,o,n}^{out}, \rho_{i,o,n}^{in}, \Delta \pi_{i,o,n}, \dots$$

$$\dots PGF_{i,o,n}^P, NGF_{i,o,n}^P, LCP_{i,l,o,n}^{CPC}, LCN_{i,l,o,n}^{CPC}, \Delta_{i,l,o,n}^P, \xi_{l,o,n}, S_{i,o,n}, z_{i,l,o,n}]^T$$

Donde el vector \mathbb{X}_n contiene todos los requerimientos de infraestructura necesarios para la operación factible del escenario n , y el vector \mathbb{Y}_n , contiene todas las variables operativas asociadas a cada condición operativa o de cada nodo n del árbol de escenarios.

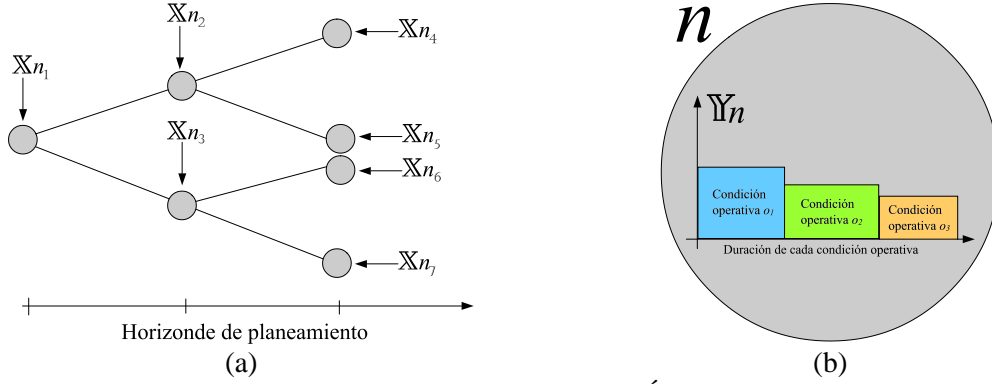


Fig. 2.12 Manejo de incertidumbres y variabilidad; (a) Árbol de escenarios, (b) Conjunto de condiciones operativas.

De igual forma, se define el espacio \mathcal{F}_n como el conjunto de todos los puntos $\{\mathbb{X}_n, \mathbb{Y}_n\}$ que satisfacen las ecuaciones (2.114)-(2.127) y (2.149)-(2.160). Ahora, para conectar los nodos del árbol de escenarios se utiliza el vector de variables de asignación de recursos \mathbb{X}'_n , el cual es penalizado en la función objetivo tal y como se muestra en la ecuación (2.162) y se relaciona con las variables de requerimientos de infraestructura \mathbb{X}_n por medio de las restricciones de no anticipatividad descritas en la ecuación (2.163), donde el conjunto τ_n contiene a todos los nodos n' del árbol de escenarios que son antecesores del nodo n , y $\hat{\mathcal{N}}$ es el conjunto de todos los nodos del árbol de escenarios.

$$\min_{\mathbb{X}'_n, \mathbb{X}_n, \mathbb{Y}_n} \left\{ \sum_{n \in \hat{\mathcal{N}}} \mathbb{C}\mathbb{O}_n^T \mathbb{Y}_n + \mathbb{C}\mathbb{I}_n^T \mathbb{X}'_n \right\} \quad (2.162)$$

$$s. t. \quad \mathbb{X}_n \leq \sum_{n' \in \tau_n} \mathbb{X}'_{n'}; \forall n \in \hat{\mathcal{N}} \quad (2.163)$$

$$\{\mathbb{X}_n, \mathbb{Y}_n\} \in \mathcal{F}_n; \forall n \in \hat{\mathcal{N}} \quad (2.164)$$

$$\sum_{n \in \hat{\mathcal{N}}} \mathbb{X}'_n \leq [\mathbf{1}] \quad (2.165)$$

Referencias

- [1] Standby Systems, INC, "Propane peak shaving ... an overview". Disponible en: http://www.standby.com/propane/pdf/pps_ovw_e4.pdf
- [2] C. M. Correa-Posada. "Optimal Security-Constrained Model for the Integrated Power and Natural-Gas System," [Ph.D. dissertation]. Madrid, Spain: *Universidad Pontificia Comillas de Madrid Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI)*; 2015. Available from: <https://repositorio.comillas.edu/xmlui/handle/11531/2042?locale-attribute=en> [accessed 27.06.18].
- [3] C. A. Saldarriaga, R. A. Hincapié and H. Salazar, "A Holistic Approach for Planning Natural Gas and Electricity Distribution Networks," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 4, pp. 4052-4063, Nov. 2013. doi: 10.1109/TPWRS.2013.2268859
- [4] M. Qardran, J. Wu, N. Jenkins and J. Ekanayake, "Operating Strategies for a GB Integrated Gas and Electricity Network Considering the Uncertainty in Wind Power Forecasts," in *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 5, no. 1, pp. 128-138, Jan. 2014.
- [5] M. Qardran, H. Amelib, G. Strbac and N. Jenkins, "Efficacy of options to address balancing challenges: Integrated gas and electricity perspectives," in *Applied Energy*, vol 190, no. 1, pp. 181-190, Mar. 2017.
- [6] M. Chaudry, N. Jenkins, M. Qardran and J. Wu, "Combined gas and electricity network expansion planning," in *Applied Energy*, vol 113, no. 1, pp. 1171-1187 Jan 2014.

- [7] J. Devlin, K. Li, P. Higgins and A. Foley, "The importance of gas infrastructure in power systems with high wind power penetrations," in *Applied Energy*, vol 167, no. 1, pp. 294-304 Apr 2016.
- [8] Qadrdan, M. Cheng, J. Wu and N. Jenkins, "Benefits of demand-side response in combined gas and electricity networks," in *Applied Energy*, vol 192, no. 1, pp. 360-369 Oct 2017.
- [9] H. Amelia, M. Qadrdan and G. Strbac, "Value of gas network infrastructure flexibility in supporting cost effective operation of power systems," in *Applied Energy*, vol 202, no. 1, pp. 571-580 Sep 2017.
- [10] C. He, L. Wu, T. Liu and Z. Bie, "Robust Co-Optimization Planning of Interdependent Electricity and Natural Gas Systems With a Joint N-1 and Probabilistic Reliability Criterion," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 2, pp. 2140-2154, Mar 2018.

3 Aplicaciones

En este capítulo se presentan tres aplicaciones de los modelos de optimización propuestos en el capítulo 2. Vale la pena resaltar que dichas aplicaciones se encuentran publicadas en revistas internacionales de categoría Q1 y congresos internacionales, por esta razón las aplicaciones se encuentran en el idioma en el cual fueron publicadas.

La primera aplicación se presenta en la sección 3.1, y corresponde a un análisis de la seguridad energética del caso colombiano. Para esto, se utilizan de forma integrada los modelos operativos no lineales de la red de gas natural y la red eléctrica, con el objetivo de evaluar el impacto de diferentes ubicaciones de estaciones de regasificación de GNL ante múltiples condiciones operativas y contingencias de la red de gas natural.

La metodología empleada en la sección 3.1, consiste en una estrategia maestro esclavo, la cual toma las decisiones asociadas a encendidos y apagados de los equipos de generación eléctrica y selecciona el tipo de combustible utilizado por dichos equipos, por medio de un modelo simplificado lineal entero mixto de la red de electricidad y gas natural, denominado maestro. Y luego, evalúa la factibilidad de las decisiones del maestro por medio de un modelo no lineal de ambas redes, denominado esclavo. Si el modelo esclavo encuentra alguna violación de factibilidad, entonces envía al maestro un corte que restringe el espacio de soluciones del maestro y lo obliga a buscar otro punto, este procedimiento se repite hasta que el modelo esclavo no encuentra ningún tipo de infactibilidad. Al finalizar, si bien no se puede garantizar que la respuesta alcanzada es el punto óptimo global, sí se puede afirmar que la respuesta encontrada es de alta calidad en términos de la función objetivo y es factible.

Los resultados presentados en la sección 3.1, muestran que el tratamiento integrado de los modelos de las redes de electricidad y gas natural permite evaluar el impacto de nueva infraestructura sobre la seguridad energética de los sectores analizados. La principal ventaja del tratamiento integrado, es que al considerarse ambos sistemas en un único modelo se puede aprovechar en mayor proporción las sinergias existentes entre ellos. Es por tal razón, que se propone la aplicación presentada en la sección 3.2, la cual utiliza los modelos operativos no lineales presentados en el capítulo 2 como función de adaptación del algoritmo genético multiobjetivo NSGAI.

En esta segunda aplicación, el objetivo es establecer una metodología que permita encontrar inversiones en infraestructura tanto de la red de gas natural como de la red eléctrica, de forma tal que se aprovechen las características del modelo integrado para seleccionar inversiones que mitiguen el efecto de la variabilidad de condiciones operativas como la demanda y la hidrología. En esta aplicación, es el algoritmo NSGAI el que selecciona las inversiones mientras que los modelos de optimización no lineal determinan el costo y la factibilidad de la operación de ambas redes antes todas las condiciones operativas simuladas.

En los resultados reportados en la sección 3.2 se muestra que la infraestructura de la red de gas natural resulta de alta importancia para mitigar los efectos asociados a la variabilidad de aspectos operativos de la red de eléctrica. Este tipo de resultados solo es posible obtenerlos mediante metodologías basadas en modelos integrados, sin embargo, aunque los resultados obtenidos son de buena calidad en términos de la función objetivo, no es posible garantizar la optimalidad global de estos debido a la no convexidad de los modelos implementados.

De lo anterior surge la necesidad de contar con modelos integrados del tipo lineal entero mixto, los cuales permitan garantizar la existencia y convergencia a una única respuesta óptima global, y que adicionalmente incorporen el efecto de la variabilidad operativa y de las principales fuentes de incertidumbre de largo plazo, como lo son la aparición de nuevas demandas y generadores renovables.

En este sentido, surge la tercera y última aplicación presentada en este trabajo, la cual se muestra en la sección 3.3 y corresponde a la implementación del modelo integrado descrito en la sección 2.3. Dada la alta complejidad matemática del modelo resultante, es necesario el uso de una técnica de descomposición matemática que permita aprovechar la estructura matemática del modelo y así paralelizar la búsqueda de la solución óptima, los detalles de la implementación del modelo y su descomposición son presentados en la sección 3.3.

Los resultados presentados en la sección 3.3 demuestran que solo mediante modelos integrados que consideren la variabilidad operativa y la incertidumbre de largo plazo, es posible encontrar inversiones en infraestructura que resulten estratégicas en términos de incrementar la flexibilidad de ambas redes.

3.1 Security of the Colombian energy supply: The need for liquefied natural gas regasification terminals for power and natural gas sectors

Carlos A. Saldarriaga-C. and Harold Salazar.

Electrical Engineering Department, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira 660003, Colombia
casaldarriaga@utp.edu.co, hsi@utp.edu.co

Abstract— The reliability of natural gas and electricity supply is a crucial aspect in many fast-growing economies, as the economic boom of these countries demands a solid energy infrastructure. In Colombia, the economy has experienced a steady increment over the last several years that have placed the country as one of the most promising economies in Latin America. However, the natural gas infrastructure lacks sufficient robustness to withstand the rate of economic growth. This paper assesses the impact on the reliability of a liquefied natural gas regasification terminal in Colombia as one potential solution to improve the reliability in the country. Contrary to other works, this paper investigates the impact of using an integrated electric and natural gas model, as there exists a strong interdependency between both sectors. This approach is more suitable since it permits evaluation of the impact of a terminal on electricity users, as they also experience the negative consequences of an unreliable natural gas supply. Numerical results show that the terminals substantially improve the reliability of both systems. Furthermore, numerical results prove that the current regulatory approach, based on a priority service queue to mitigate the negative effect of an unreliable system, would no longer be needed.

Index Terms—Reliability, integration of natural gas and electricity, liquefied natural gas regasification terminal.

Nomenclature

Sets

Ω^{EN}	Set formed by all electrical nodes
Ω^{GN}	Set formed by all natural gas nodes
Ω^{GEN}	Set formed by all power generators $\Omega^{GEN} = \{\varpi^{NDC} \cup \varpi^{DC}\}$
Ω^{EL}	Set formed by all electric links (transmission line and power transformer)
Ω^{GL}	Set formed by all natural gas links (pipelines and compressors) $\Omega^{GL} = \{\varpi^{PIPE} \cup \varpi^{COMP}\}$
Ω^S	Set formed by all of natural gas resources (natural gas wells and LNG-RTs) $\Omega^S = \{\varpi^{WELL} \cup \varpi^{GNL}\}$
Ω^C	Set formed by all types of fuel $\Omega^C = \{gas, oil, coal\}$
ϖ^{NDC}	Set formed by all power generators that have non-dual capability
ϖ^{DC}	Set formed by all power generators that have dual capability
ϖ^{GTG}	Set formed by all natural gas-based power generators that have non-dual capability $\varpi^{GTG} \subseteq \varpi^{NDC}$
ϖ^{COMP}	Set formed by all natural gas compressors $\varpi^{COMP} \subseteq \Omega^{GL}$
ϖ^{PIPE}	Set formed by all natural gas pipelines $\varpi^{PIPE} \subseteq \Omega^{GL}$
ϖ_k^{EN}	Set formed by electrical nodes that are connected to electrical node k by an electric link

ω_k^{GEN}	Set formed by all power generators that are connected to electrical node k
ω_n^{INY}	Set formed by all natural gas resources that are connected to natural gas node n
ω_n^{DC}	Set formed by all power generators that have dual capability that are connected to natural gas node n
ω_n^{GTG}	Set formed by all natural gas-based power generators that have non-dual capability that are connected to natural gas node n
ω_n^{COMP}	Set formed by all natural gas compressors that consumes natural gas from node n

Parameters

Nm	Number of straight-line sections of the linear approximation
CL	Cost of electric power losses
$CDPG$	Cost of deviation of the power schedule and natural gas nomination
$\beta_{1,g,c}^{DC}; \beta_{2,g,i,c}^{DC}; \beta_{1,g}^{NDC}; \beta_{2,g,i}^{NDC}$	Production cost curve constants of the power generators
UC_s^{INY}	Production cost of natural gas resources s (natural gas wells and LNG-RTs)
RC^E	Cost of rationing electric power
RC^G	Cost of rationing natural gas
P_k^{LOAD}	Active power load at electrical node k (MW)
Q_k^{LOAD}	Reactive power load at electrical node k (MVA _r)
$G_{B_{ij}}$	Real part of the k - j element of the nodal admittance matrix (mho)
$B_{B_{ij}}$	Imaginary part of the k - j element of the nodal admittance matrix (mho)
g_l, b_l	Conductance and susceptance of the electric link l (mho)
$a_{l,k}^{EL}$	Element l - k of the electric nodal incidence matrix (dimensionless units)
$a_{m,n}^{GL}$	Element m - n of the nodal natural gas incidence matrix (dimensionless units)
τ_l	Adjustment factor of the flow through electric link l (dimensionless units)
Ψ_n^{LOAD}	Natural gas load at node n (m ³ /h)
X_l	Inductive reactance of the electric link l (Ohm)
$m_{g,i}^{NDC}$	Slope of the straight-line section i of the power generator g
$m_{g,i,c}^{DC}$	Slope of the straight-line section i of the power generator g that uses fuel type c
$\kappa_{2,g}^{NDC}; \kappa_{1,g}^{NDC}; \kappa_{0,g}^{NDC}$	Generator heat rate curve coefficients of the quadratic cost curve of power generator g that have non-dual capability (m ³ /MW ² h, m ³ /MWh, m ³ /h)
$\kappa_{2,g,c}^{DC}; \kappa_{1,g,c}^{DC}; \kappa_{0,g,c}^{DC}$	Generator heat rate curve coefficients of the quadratic cost curve of power generator g that have dual capability and uses fuel type c (m ³ /MW ² h, m ³ /MWh, m ³ /h)
$\bar{\Delta}_{g,i}^{NDC}$	Upper limit of straight-line section i of the generator g for non-dual generators
$\bar{\Delta}_{g,c}^{DC}$	Upper limit of straight-line section i of the generator g for dual generators
\hat{P}_g^{GEN}	Active power schedule for power generator g (MW)
$\hat{\Psi}_s^{INT}$	Natural gas nomination of the well s or LNG-RT s (m ³ /h)
$\underline{P}_g^{NDC}, \bar{P}_g^{NDC}$	Active power limits of power generator g that have non-dual capability (MW)

$\underline{P}_{g,c}^{DC}, \bar{P}_{g,c}^{DC}$	Active power limits of power generator g that have dual capability, for every possible type of fuel c (MW)
$\underline{Q}_g^{GEN}; \bar{Q}_g^{GEN}$	Reactive power limits of power generator g (MVar)
$\hat{\sigma}_g^{NDC}$	Solution of the master stage, 1 if the generator is on, 0 otherwise. Non-Dual generators.
$\hat{\sigma}_{g,c}^{DC}$	Solution of the master stage, 1 if the generator is on, 0 otherwise. Dual generators.
$\underline{V}_k; \bar{V}_k$	Minimum and maximum voltage limit at electric node k (kV)
\bar{P}_l^{EL}	Maximum active power flow through the electric link l (MW)
$\bar{\Psi}_m^{GL}$	Maximum natural gas flow through the natural gas link m (m ³ /h)
$\underline{\Psi}_s^{INY}, \bar{\Psi}_s^{INY}$	Natural gas flow limits of natural gas resource s (m ³ /h)
α_m^{COMP}	Proportionality constant of the compressor m and its natural gas consumption
λ_m, γ_m	Compressor m constants (dimensionless units)
$\bar{\beta}_m$	Maximum compression ratio of the compressor m (dimensionless units)
$\underline{\pi}_n; \bar{\pi}_n$	Minimum and maximum natural gas pressure limits at node n (bar)
C_m	Pipeline resistance of the pipeline m (m ³ /bar-h)
k_m^z	Pipeline constant that depends on the difference of altitude between each extreme of pipeline m (bar ²)

Continuous variables

P_g^{GEN}	Active power injected by power generator g (MW)
Q_g^{GEN}	Reactive power injected by power generator g (MVar)
R_k^E	Active power rationing at electrical node k (MW)
R_n^G	Natural gas rationing at natural gas node n (m ³ /h)
θ_k	Voltage phase at electrical node k (radians)
V_k	Voltage magnitude at electrical node k (kV)
$\Psi_g^{NDC}; \Psi_g^{DC}$	Natural gas consumption of power generator g that have non-dual and dual capability respectively (m ³ /h)
Ψ_s^{INY}	Natural gas injected by a natural gas well or LNG-RT (m ³ /h)
Ψ_m^{GL}	Natural gas flow through natural gas link m (m ³ /h)
$\Psi_m^{GL+}, \Psi_m^{GL-}$	Natural gas flow through natural gas link m for a positive and negative direction respectively (m ³ /h)
β_m	Compression ratio of a natural gas compressor m (dimensionless units)
π_n	Natural gas pressure at node n (bar)
$\Delta P_{g,i}^{NDC}$	Active power value of the linear section i of the generator g for non-dual generators
$\Delta P_{g,i,c}^{DC}$	Active power value of the linear section i of the generator g for dual generators, for all types of fuel c
ΔP_g^{LOOS}	Increment of active power of the generator g to supply power losses (MW)

$\varepsilon_g^{GEN^+}; \varepsilon_g^{GEN^-}$	Active power production increment or reduction of generator g (MW)
$\Delta\Psi_s^{LOSS}$	Natural gas production increment of the well or LNG-RT s to supply power losses (m ³ /h)
$\varepsilon_s^{INY^+}; \varepsilon_s^{INY^-}$	Natural gas production increment or reduction of the well or LNG-RT s (m ³ /h)

Binary variables

σ_g^{NDC}	Binary variable associated with the scheduling of power generator g that have non-dual capability
$\sigma_{g,c}^{DC}$	Binary variable associated with the scheduling of power generator g that have dual capability, for every possible type of fuel c

3.1.1 Introduction

Natural gas has become an important worldwide energy source due to the reserve of shale gas that has been recently become obtainable by the new hydraulic fracking technologies. In fact, the Energy Information Administration (EIA) indicates that the worldwide reserve of natural gas reached 220.73 trillion m³ in 2013 [1], which would last for 66 years if the actual worldwide consumption remains constant (3.31 trillion m³/year) [2].

Due to the large worldwide reserves and the low cost of production and transportation [3],[4], various countries in South America like Brazil, Chile, and recently Colombia have developed their production, transportation and distribution infrastructures so that natural gas is nowadays an important part of their energy matrix. In Colombia, for instance, natural gas is currently the second most important primary energy resource for the electric sector, with hydro-resources being the most important. However, reliability is a crucial aspect, as these fast growing economies demand a robust supply, transportation, and distribution systems that will support their economic development in the years ahead.

One solution to improve the reliability of the natural gas system is to construct Liquefied Natural Gas Regasification Terminals (LNG-RTs) that make it possible to import natural gas and hence increase the security (reliability) of supply. Different academic papers, reports, and white papers show the importance of developing a Liquefied Natural Gas (LNG) infrastructure. In fact, these analyses indicate that LNG-RT is an efficient and a low-cost solution to improve the reliability of the system. For example, the United Nation Economic Commission for Latin America (CEPAL in Spanish) elaborated on this assertion in a report [5] that analyzed the development of LNG in South America. The report indicates that Chile, Argentina, and Brazil need to consider developing an LNG-RT infrastructure, as these economies might face a supply shortage in the medium term. Moreover, the Inter-American Development Bank (IDB in Spanish) conducted a study that highlights the steady increment of natural gas consumption of the power sector in South America and hence the need for investing in LNG-RTs to secure the natural gas supply [6].

The need for LNG-RTs is not also a concern in South America. For instance, reference [7] discuss the need to develop LNG infrastructure in China as a mechanism to diversify the country's energy matrix and to reduce the CO₂ emissions caused by coal-based power generation. The paper also emphasizes the fact that the natural gas and the electricity sectors should be analyzed as one system due to their strong interdependence. Reference [8] has performed a similar analysis. The paper investigates the actual and future development of LNG in China because the country is experiencing rapid economic growth that demands intensive use of natural gas. They estimate that at least 10 new LNG-RTs will be required by 2020, along with LNG satellite plants. In [9], the need of LNG-RTs in Japan is analyzed after the Fukushima disaster.

On the other hand, reference [10] investigates the case of the European Union (EU). The authors analyze the European natural gas market and conclude that one of the most significant challenges faced by the union is the interruption of natural gas from supplying countries. The paper points out that LNG-RTs are required in order to mitigate the risk of a possible supply shortage and also to reduce natural gas transmission congestion.

LNG-RTs are, therefore, becoming an important solution to help improve the reliability of the supply of a natural gas system for developed and developing economies, especially for South American economies. LNG-RTs secure the supply of natural gas, as they facilitate access to a global LNG market. Hence, this paper investigates the impact of LNG-RTs on the reliability of the power and natural gas systems in Colombia. This type of evaluation is necessary since there are different geographical options to position LNG-RTs, which have different consequences on the reliability of both systems. The paper uses a novel mathematical model to assess the impact of LNG-RT location. The model takes into account the characteristics of the power and natural gas networks, such as interdependency.

Finally, this paper is organized as follows. Section 3.1.2 illustrates the critical situation of natural gas supply in Colombia. Section 3.1.3 discusses the importance of an integrated analysis (electricity and natural gas sectors) to assess the impact of LNG-RTs. It will argue that an integrated analysis facilitates a more precise reliability assessment when both sectors are highly dependent. Sections 3.1.4 and 3.1.5 present the mathematical model and qualitative analysis, respectively. Conclusions and policy implications are in Section 3.1.6.

3.1.2 Unreliability of Supply and Transportation of Natural Gas in Colombia and a Potential Solution

Colombia has been expanding its natural gas infrastructure for the last 15 years due to discovering important natural gas reserves at the beginning of 1990. The result is the current infrastructure that has responded to the most basic needs of the country. However, urgent measures are needed as the natural gas supply is being jeopardized since no significant reserves have been found in the last decade. In fact, according to the Ministry of Mines and Energy of Colombia (MME in Spanish) and the Mining and Energy Planning Unit of Colombia (UPME in Spanish), a national agency that plans the development of energy and mining sectors, it is completely possible that in 2015-2016, the country will face a shortage of natural gas supply [11]. In [12], a consulting firm, have drawn a similar conclusion in a study for the Energy and Gas Regulatory Commission of Colombia (CREG in Spanish), predicting a deficit of supply by 2016.

The country has also experienced a series of major power and natural gas rations due to the unreliability of natural gas supply and transportation. Table 3.1 summarizes the most important natural gas rations since 2006. The cause, consequences, and the decisions made by the MME are detailed in the table.

Based on Table 3.1, the country faces a serious problem of reliability of the natural gas supply and transportation. The MME has limited the service as a consequence of the lack of an adequate infrastructure during different climatological phenomena (El Niño and La Niña). Table 3.1 also indicates that the power sector has been negatively impacted due to the lack of natural gas for the thermal generators. It can also be observed that there is a supply shortage at least every two years. This naturally affects the economic development of the country.

Due to this pessimistic panorama, the CREG conducted several studies for the purpose of finding different strategies to improve system reliability [12 -15]. The most important findings of these studies are 1) it is a high priority to find a solution to the supply problem characterized as a duopoly; 2) the lack of storage is worsening the reliability of supply; 3) the radial (no looping) characteristic of the natural gas transportation system also contributes to deteriorating system reliability, and 4) the need to construct LNG-RTs in Colombia.

There is also an academic study that examines the problem of system unreliability in Colombia and explores potential solutions [16]. The study proposes an agent-based simulation algorithm to evaluate different strategies so that the performance (in terms of system operation) can be improved. Furthermore, it proposes establishing different types of regasification and storage facilities located in different regions of the country (e.g., Atlantic and Pacific) and their associated costs. One important conclusion is that an LNG-RT located on the Pacific coast would have the most significant and favorable impact on system reliability. Likewise, [17] and [18] analyze the characteristics of the power and natural gas systems in Colombian and they conclude that the natural gas system is not able to supply its demand under a severe drought condition or under a severe contingency.

Although all of these studies (consulting results and academic papers) agree with the necessity of installing LNG-RTs to improve system reliability, they do not explicitly take into account the impact of the LNG-RT on power grid reliability. That is, Table 3.1 shows that the power sector is undergoing serious consequences from the unreliability of the natural gas sector. Therefore, the power grid needs to be considered in any study that assesses the impact of LNG-RTs on the reliability of both sectors (natural gas and power).

Table 3.1. Most recent events that caused a rationing of natural gas supply in Colombia

Year	Cause	Consequences	Actions taken by the Minister of Mining and Energy (MME)
2006	Expansion of Chuchupa-Ballenas production field	Reduction of the natural gas production during the expansion process.	Resolution 18-0257 of 2006 by the MME that declared the beginning of a natural gas rationing and defined the priority of supply for natural gas users.
2008	Maintenance of the Cusuaian-Cupiaga production field	Reduction of the natural gas production that affects the supply of the important industrial customers and natural gas vehicles.	Resolution 18-2278 of 2008 by the MME that declared the beginning of a natural gas rationing and defined the priority of supply for natural gas users.
2009 2010	The occurrence of El Niño*	A reduction of the water-storage capacity of various dams that obligated the dispatch of the most of the natural gas based power generation. The use of natural gas for power generation caused a shortage of supply for other type of users.	Resolution 18-1654 of 2009 by the MME that declared the beginning of a natural gas rationing and defined the priority of supply for natural gas users.
2012	The occurrence of La Niña**	Natural gas pipeline ruptures due to landfalls caused by the rainfall. The rupture caused a supply shortage in the southwest of the country.	No actions
2012	The occurrence of La Niña**	An overflowing of the Magdalena river in the north threatened to rupture a natural gas pipeline. For security reasons, the operation of that pipeline was suspended so that there was a supply shortage for most of the natural-gas based power generation. It led to electric power rationing in the country.	Resolution 18-0056 of 2012 by the MME that declared the beginning of a natural gas rationing and defined the priority of supply for natural gas users.
2014	The possible occurrence of El Niño*	Interruption of natural gas exports to Venezuela.	Resolution 9-0456 of 2014 by the MME that declared the beginning of a natural gas rationing and defined the priority of supply for natural gas users.

* A climatological event that is characterized by extreme droughts in Colombia; English translation: the boy.

** A climatological event that is characterized by extreme rainfall in Colombia; English translation: the girl.

3.1.3 Importance of Integrated Analysis

The low cost of production and transportation of natural gas has yielded a significant increment of the natural gas-based power generation in different countries. This technology provides different benefits for the power

system, i.e., low cost production, firm energy, and low CO₂ emissions are among some advantages. In fact, a report of the North American Electric Reliability Corporation (NERC) has assessed the interdependency of the natural gas and electric networks in North America [19]. The report points out that the fast growing penetration of natural-gas power generation is beneficial for the power system, but it also has exposed the power grid to service interruption caused by the disruption of gas supply. Reference [20] has conducted a similar study that shows the interdependency of the natural gas and the power grid in different regions of the United States. The paper emphasizes the challenges and risk associated with the integration and stresses the need to develop new analytic tools for system operators to assess the risk of supply shortage due to failures in the natural gas transportation network. Constant communication and coordination between power system and natural gas system operators is also mentioned in the paper as a mechanism to prevent, identify, and take remedial actions in the event of a contingency.

The integration and the interdependency of the natural gas and the power sectors demand new analytic tools. The most common approach in academic papers and consulting works is to consider the power system (i.e., natural gas-based thermal generators) as a demand or a given consumption of the natural gas system. Similarly, the natural gas system is seen by the power grid as an injection of power given by the natural gas-based thermal generators. Mathematically, this approach considers the power system or natural gas system as an exogenous given variable. In other words, this corresponds to a disintegrated analysis.

There have been recent works that show the advantages of analyzing both systems as one system, i.e., to conduct an integrated analysis. For example, in [21] and [22], the authors evaluate a multi-carrier energy system and optimize its operation. They reveal that lower energy cost is achieved when the system is analyzed as one system. Likewise, [23] and [24] present a methodology that evaluates the effect of the reliability of the natural gas network on the operative risk of thermal generators. The work shows that it is possible to achieve more robust generation scheduling if the operative constraints of both networks are taken into account. Similarly, [25] model the operation of an integrated power and natural gas system that includes the reservoirs of the hydro-plants. The research concludes that an integrated vision is more convenient, as it is able to simultaneously investigate the physical constraints of both systems. References [26-29] analyze the effect of taking into account the limitation of a natural gas transportation system on the operation of a power system. For instance, [26] and [29] shows how the power generation has to be dispatched when considering the feasibility of the natural gas system. In [28], the wind power uncertainties effect on the operation of the power and natural gas system is examined.

In [30], an integrated optimization model is developed to plan an electric power distribution network and a natural gas distribution network. The paper confirms that it is possible to achieved a lower operational and investment costs if both systems are analyzed as one system. In fact, the paper is able to prove that under different scenarios of demand, the model present better results when compared with conventional approaches, i.e., disintegrated analysis. Reference [31] presents a methodology to design an integrated energy system based on a binary mixed linear model that simplify the representation of the power, natural gas and steam distribution networks. In [32], an optimal network capacity model is presented.

In [33], an extensive review of the state of the art related with optimization models of natural gas transportation is presented. The review emphasizes the fact that an important challenge faced by natural gas transportation operators is the growing interdependency of the natural gas and power systems, as it is expected that 60% of the new power generation will be based on natural gas in 2035. Another important conclusion of the review is “the current state of the art on natural gas transmission network problems in steady-state can efficiently handle large gas systems by applying network reduction and decomposition techniques, or hybrid-heuristic algorithms, most of them, however, with no guarantee of optimality, which enforces the scientific community to enhance the existing methods”. It is, therefore, an open field of research.

A description of the natural gas market in Latin America is presented in [34]. The article focuses on existing barriers for the gas and electricity markets integration. In [36], the value of the power interconnections under climate change and natural gas price is analyzed. The study case shows that the natural gas cost is the most significant aspect when assessing the value of the interconnection. Reference [35] evaluates the future of the primary energy consumption of the thermo-electrical power generation in Italy. The authors indicate that the importance of considering all possible impact of an energy policy.

The previous works indicate that a holistic or an integrated approach is desirable to analyze electric and natural gas systems if there exists an important interdependency between both systems. Hence, this paper explores the effect of installing LNG-RTs on the operation of the natural gas and the power grid in Colombia when both systems are analyzed holistically, i.e., as one system. It is evident (based on Table 3.1) that power users currently suffer the consequences of very unreliable natural gas in Colombia. Any solution to improve the reliability of the natural gas systems cannot be conducted ignoring the most significant users (in terms of consumption) of the system, i.e., natural gas-based power generators. Hence, the authors of this paper believe that an integrated analysis is a more robust approach.

3.1.4 Mathematical Model

The mathematical model to analyze the impact of new LNG-RTs is an optimization model that takes into account the physical limitations of the natural gas transportation system and the physical limitations of the power system components. This approach is more robust, as the solution guarantees that the impact of the natural gas regasified from LNG-RTs does not violate any constraints of either system.

This paper proposed a master-slave methodology to solve the problem. The master problem is a linear mixed integer problem that minimizes the production cost of power and natural gas subject to a linear representation of the power and natural gas transportation systems. The slave problem establishes the feasibility of the solution of the master problem, since it has a full-blown representation of both networks. If the solution of the master problem is infeasible for a full-blown representation, a set of constraints of the master problem is modified, and the master is solved again. The new constraints modify the feasible region until an integer optimal solution is found.

For the sake of clarity, the methodology is presented in different parts. Section 3.1.4.A presents the master problem, Section 3.1.4.B the slave problem, and Section 3.1.4.C shows how the constraints of the master models have to be modified if a solution is infeasible.

A. Master Problem

For this stage, the mathematical model is a mixed binary linear model that minimizes the production cost for the electric energy system, the natural gas system, and the rationing cost. The objective function is shown in (1), and it has five terms. The first term is the production cost for all electrical power generators that does not have the possibility of dual-fuel capability, i.e., the capability to burn an alternative fuel to produce electricity. Hydropower generators are also considered in this term because they use only one type of primary energy resource, i.e., water. In fact, for the purpose of this model, all non-dual power generators are thermal generators that lack this capability and hydropower generators.

On the other hand, the second term of (1) is the production cost of all dual-fuel capability generators. These generators are considered since 55% of thermal generation in Colombia has this flexibility so that they can switch to the most convenient fuel based on economic and technical reasons. Neither of the two first terms of (1) takes into account natural-gas-based power generation because their operative costs are included by the third term. On the other hand, observe that the first two terms take into account the start-up cost of all technologies but natural-based power generation. This last cost is not explicitly considered since it is embedded in equations (16) and (17). Lastly, shut-down costs are not taken into consideration in the objective function because the Colombian regulation ignores this cost.

The third term of (1) is the production cost of all natural gas resources, i.e., natural gas wells and LNG-RTs. Finally, the last two terms of (1) are the rationing cost for the electric and natural gas systems, respectively. It is worth mentioning that equation (1) is adapted from [30].

$$\min v_1 = \sum_{\substack{g \in \mathcal{W}^{NDC} \\ g \notin \mathcal{W}^{GTG}}} \left(\beta_{1,g}^{NDC} \sigma_g^{NDC} + \sum_{i=1}^{Nm} \beta_{2,g,i}^{NDC} \Delta P_{g,i}^{NDC} \right) + \sum_{g \in \mathcal{W}^{DC}} \sum_{\substack{c \in \Omega^C \\ c \neq gas}} \left(\beta_{1,g,c}^{DC} \sigma_{g,c}^{DC} + \sum_{i=1}^{Nm} \beta_{2,g,i,c}^{DC} \Delta P_{g,i,c}^{DC} \right) + \sum_{s \in \Omega^S} UC_s^{INY} \Psi_s^{INY} + RC^E \sum_{k \in \Omega^{EN}} R_k^E + RC^G \sum_{n \in \Omega^{GN}} R_n^G \quad (1)$$

To simplify the presentation, the model constraints are divided into three parts. The first part, equations (2) to (7), represents the physical and operational constraints of the electric power system. The second part, equations (8) to (15), corresponds to the physical and operational constraints of the natural gas system, and the third part, equations (16) to (23), represents the link between the power system and the natural gas system.

As mentioned, the first part of the constraints is associated to the electric system. Equation (2) is the nodal active power balance at all electrical nodes of the system. This equation uses a DC representation of the electric network, which is a common practice in modeling a transmission network in power system optimization [26]. Equation (3) guarantees that the power flow limits through the electric links (transmission lines and power transformers) are not exceeded. The electric power rationing at each electric node must be less than or equal to the active power load at that node and is represented in equation (4).

$$\sum_{g \in \mathcal{W}_k^{GEN}} P_g^{GEN} + \sum_{l \in \Omega^{EL}} \left(\frac{1}{X_l} \sum_{j \in \Omega^{EN}} (a_{l,j}^{EL} \theta_j) \right) = P_k^{LOAD} - R_k^E; \forall k \in \Omega^{EN} \quad (2)$$

$$-\tau_l \bar{P}_l^{EL} \leq \frac{1}{X_l} \sum_{k \in \Omega^{EN}} (a_{l,k}^{EL} \theta_k) \leq \tau_l \bar{P}_l^{EL}; \forall l \in \Omega^{EL} \quad (3)$$

$$0 \leq R_k^E \leq P_k^{LOAD}; \forall k \in \Omega^{EN} \quad (4)$$

Equations (5) and (6) are the minimum and maximum operative limits of the active power of the non dual-fuel capability and dual-fuel capability generators, respectively.

$$\underline{P}_g^{NDC} \sigma_g^{NDC} \leq P_g^{GEN} \leq \bar{P}_g^{NDC} \sigma_g^{NDC}; \forall g \in \mathcal{W}^{NDC} \quad (5)$$

$$\sum_{c \in \Omega^C} \left(\underline{P}_{g,c}^{DC} \sigma_{g,c}^{DC} \right) \leq P_g^{GEN} \leq \sum_{c \in \Omega^C} \left(\bar{P}_{g,c}^{DC} \sigma_{g,c}^{DC} \right); \forall g \in \mathcal{W}^{DC} \quad (6)$$

Equation (7) guarantees that generators with dual-fuel capability only use one type of fuel, and it is the last equation associated to the physical and operational constraints of the electric power system.

$$\sum_{c \in \Omega^C} \sigma_{g,c}^{DC} \leq 1; \forall g \in \mathcal{W}^{DC} \quad (7)$$

For the second part of mathematical constraints, equation (8) is a linear representation of the nodal gas balance at all nodes of the gas system. Equations (9)-(11) are part of the linear representation of the natural gas consumption of all compressors of the system.

$$\sum_{s \in \mathcal{W}_n^{INY}} \Psi_s^{INY} + \sum_{m \in \Omega^{GL}} \left(a_{m,n}^{GL} \Psi_m^{GL} \right) = \Psi_n^{LOAD} - R_n^G + \sum_{g \in \mathcal{W}_n^{DC}} \Psi_g^{DC} + \sum_{g \in \mathcal{W}_n^{GTG}} \Psi_g^{NDC} + \sum_{m \in \mathcal{W}_n^{COMP}} \alpha_m^{COMP} \left(\Psi_m^{GL^+} + \Psi_m^{GL^-} \right); \quad (8)$$

$$\forall n \in \Omega^{NG}$$

$$\Psi_m^{GL} = \Psi_m^{GL^+} - \Psi_m^{GL^-}; \forall m \in \mathcal{W}^{COMP} \quad (9)$$

$$0 \leq \Psi_m^{GL^+} \leq \bar{\Psi}_m^{GL^+}; \forall m \in \mathcal{W}^{COMP} \quad (10)$$

$$0 \leq \Psi_m^{GL^-} \leq \bar{\Psi}_m^{GL^-}; \forall m \in \mathcal{W}^{COMP} \quad (11)$$

Equation (12) guarantees that the natural gas rationing at each natural gas node must be less than or equal to the natural gas load at that node. Equation (13) is the minimum and maximum operative limits of the natural gas flow through gas links (pipelines and compressors), and (14) limits the natural gas injection of natural gas resources in between their operative limits.

$$0 \leq R_n^G \leq \Psi_n^{LOAD} ; \forall n \in \Omega^{GN} \quad (12)$$

$$-\bar{\Psi}_m^{GL} \leq \Psi_m^{GL} \leq \bar{\Psi}_m^{GL} ; \forall m \in \mathcal{w}^{PIPE} \quad (13)$$

$$\underline{\Psi}_s^{INY} \leq \Psi_s^{INY} \leq \bar{\Psi}_s^{INY} ; \forall s \in \Omega^S \quad (14)$$

For the third part of the mathematical constraints, equations (15) to (20) represent the linkage of both systems, and they are a piecewise linear representation of the natural gas consumption of all natural-gas-based power generators that have both non-dual and dual fuel capabilities. Equation (15) and (16) represent the consumption of non-dual and dual fuel capabilities, respectively. Equations (17)-(20) are part of the linearization of (15) and (16).

$$\Psi_g^{NDC} = \kappa_{2,g}^{NDC} \left(\left(\underline{P}_g^{NDC} \right)^2 \sigma_g^{NDC} + \sum_{i=1}^{Nm} m_{g,i}^{NDC} \Delta P_{g,i}^{NDC} \right) + \kappa_{1,g}^{NDC} \left(\underline{P}_g^{NDC} \sigma_g^{NDC} + \sum_{i=1}^{Nm} \Delta P_{g,i}^{NDC} \right) + \kappa_{0,g}^{NDC} \sigma_g^{NDC} \quad (15)$$

$$; \forall g \in \mathcal{w}^{GTG}$$

$$\Psi_g^{DC} = \kappa_{2,g,c}^{DC} \left(\left(\underline{P}_{g,c}^{DC} \right)^2 \sigma_{g,c}^{DC} + \sum_{i=1}^{Nm} m_{g,i,c}^{DC} \Delta P_{g,i,c}^{DC} \right) + \kappa_{1,g,c}^{DC} \left(\underline{P}_{g,c}^{DC} \sigma_{g,c}^{DC} + \sum_{i=1}^{Nm} \Delta P_{g,i,c}^{DC} \right) + \kappa_{0,g,c}^{DC} \sigma_{g,c}^{DC} ; \quad (16)$$

$$\forall g \in \mathcal{w}^{DC} \quad \forall c = gas$$

$$P_g^{GEN} = \underline{P}_g^{NDC} \sigma_g^{NDC} + \sum_{i=1}^{Nm} \Delta P_{g,i}^{NDC} ; \forall g \in \mathcal{w}^{NDC} \quad (17)$$

$$0 \leq \Delta P_{g,i}^{NDC} \leq \bar{\Delta}_{g,i}^{NDC} ; \forall g \in \mathcal{w}^{NDC} \quad (18)$$

$$P_g^{GEN} = \sum_{c \in \Omega^C} \left(\left(\underline{P}_{g,c}^{DC} \sigma_{g,c}^{DC} \right) + \sum_{i=1}^{Nm} \Delta P_{g,i,c}^{DC} \right) ; \forall g \in \mathcal{w}^{DC} \quad (19)$$

$$0 \leq \Delta P_{g,i,c}^{DC} \leq \bar{\Delta}_{g,c}^{DC} \sigma_{g,c}^{DC} ; \forall i ; \forall g \in \mathcal{w}^{DC} ; \forall c \in \Omega^C \quad (20)$$

B. Slave Problem

As mentioned, this stage establishes the feasibility of the energy analysis or the optimal solution of the optimization model of Section 3.1.4.A. In general terms, the slave stage minimizes the electric energy losses, deviations from the scheduled power generation and natural gas nomination, and the rationing cost. Equation (21) shows the objective function of the slave stage.

The first term of (21) is required since it is necessary to adjust the generation schedule since the network of the master stage is a lossless network (a DC network model). The second term is also required since the generation needs to be adjusted in case of an infeasible schedule of the master solution. And the last term is used to evaluate if the electric and natural gas infrastructure is able to supply the whole demand (power and natural gas). In fact, this last term is used to assess the effect of the LNG-RT on the reliability of the system, and its use and interpretation are explained in Section 3.1.4.C.

$$\begin{aligned} \min v_2 = & CL \sum_{g \in \Omega^{GEN}} \Delta P_g^{LOSS} + \\ & + CDPG \left(\sum_{g \in \Omega^{GEN}} (\varepsilon_g^{GEN+} + \varepsilon_g^{GEN-}) + \sum_{s \in \Omega^S} (\varepsilon_s^{INY+} + \varepsilon_s^{INY-}) \right) + \\ & + RC^E \sum_{k \in \Omega^{EN}} R_k^E + RC^G \sum_{n \in \Omega^{GN}} R_n^G \end{aligned} \quad (21)$$

As the master stage, the model constraints of the slave problem are divided into four parts: the first part, equations (22) to (30) represent the AC physical and operational constraints of the electric power system; the second part, equations (31) to (40), corresponds to the hydraulic physical and operational constraints of the natural gas system; the third part, equations (41) to (42), represents the link between the power system and natural gas system; and the last part guarantees that the solution of the slave model is as close as possible to the solution of the master model.

It is worth mentioning that equations (22) to (42) do not simplify the representation of the technical and operational characteristic of both systems. That is, they are not a linear representation of the equations and are function of the state variables of both systems (voltage and pressure). It analyzes if a solution of the optimization model of Section 3.1.4.A is feasible in a full-blown representation of the system. These equations are adapted from [30].

For the first part, equations (22) and (23) are the active and reactive power nodal balance at all electrical system nodes. Note that equation (23) is not considered in the master stage since the reactive power flow is ignored in DC network modeling. Equation (23) also takes into account the fact that rationing active power necessary leads to a reduction of reactive power. Equations (24) to (27) are the minimum and maximum operative limits of the active power of the non dual-fuel capability and dual-fuel capability generators, respectively. Equation (28), (29), and (30) are the operational limits of the power rationing at each electric node, the nodal voltage at each electric node, and the active power through all electric links.

$$\sum_{g \in \mathcal{G}_k^{GEN}} P_g^{GEN} - V_k \cdot \left(\sum_{j \in \mathcal{B}_k^{EN}} V_j (G_{B_{ij}} \cos(\theta_k - \theta_j) + B_{B_{ij}} \sin(\theta_k - \theta_j)) \right) = P_k^{LOAD} - R_k^E; \forall k \in \Omega^{EN} \quad (22)$$

$$\sum_{g \in \mathcal{G}_k^{GEN}} Q_g^{GEN} - V_k \left(\sum_{j \in \mathcal{B}_k^{EN}} V_j (G_{B_{ij}} \sin(\theta_k - \theta_j) - B_{B_{ij}} \cos(\theta_k - \theta_j)) \right) = Q_k^{LOAD} \left(1 - \frac{R_k^E}{P_k^{LOAD}} \right); \forall k \in \Omega^{EN} \quad (23)$$

$$\underline{P}_g^{NDC} \hat{\sigma}_g^{NDC} \leq P_g^{GEN} \leq \bar{P}_g^{NDC} \hat{\sigma}_g^{NDC}; \forall g \in \mathcal{W}^{NDC} \quad (24)$$

$$\sum_{c \in \Omega^C} (P_{g,c}^{DC} \hat{\sigma}_{g,c}^{DC}) \leq P_g^{GEN} \leq \sum_{c \in \Omega^C} (\bar{P}_{g,c}^{DC} \hat{\sigma}_{g,c}^{DC}); \forall g \in \mathcal{W}^{DC} \quad (25)$$

$$\underline{Q}_g^{GEN} \hat{\sigma}_g^{NDC} \leq Q_g^{GEN} \leq \bar{Q}_g^{GEN} \hat{\sigma}_g^{NDC}; \forall g \in \mathcal{W}^{NDC} \quad (26)$$

$$\underline{Q}_g^{GEN} \sum_{c \in \Omega^C} \hat{\sigma}_{g,c}^{DC} \leq Q_g^{GEN} \leq \bar{Q}_g^{GEN} \sum_{c \in \Omega^C} \hat{\sigma}_{g,c}^{DC}; \forall g \in \mathcal{W}^{DC} \quad (27)$$

$$0 \leq R_k^E \leq P_k^{LOAD}; \forall k \in \Omega^{EN} \quad (28)$$

$$\underline{V}_k \leq V_k \leq \bar{V}_k; \forall k \in \Omega^{EN} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} -\bar{P}_l^{EL} \leq & \frac{g_l}{2} \left(\sum_{k \in \Omega^{EN}} (a_{l,k}^{EL} + |a_{l,k}^{EL}|) V_k^2 \right) - \\ & \frac{1}{4} \left(\sum_{k \in \Omega^{EN}} (a_{l,k}^{EL} + |a_{l,k}^{EL}|) V_k \right) \left(\sum_{k \in \Omega^{EN}} (|a_{l,k}^{EL}| - a_{l,k}^{EL}) V_k \right) \left(g_l \cos \left(\sum_{k \in \Omega^{EN}} a_{l,k}^{EL} \theta_k \right) + b_l \sin \left(\sum_{k \in \Omega^{EN}} a_{l,k}^{EL} \theta_k \right) \right) \leq \bar{P}_l^{EL} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\forall l \in \Omega^{EL}$$

On the other hand, equations (31) to (40) represent the natural gas system. Equation (31) is similar to equation (8), but the last term is a non-linear representation of the natural gas compressor consumption, i.e., it takes into account the gas pressure relationship effect of the compressor. Equation (32) is the relationship between gas pressures at each compressor of the system. Equation (33) models the natural gas flow through a pipeline as a function of the nodal gas pressure and the physical characteristics of a pipeline.

Equations (34) to (37) are the operational limits of the natural gas rationing, nodal pressure limits, gas pressure relationship limits, and natural gas injection limits. Equations (38) to (40) are included so that the possibility of having a bidirectional flow of the natural gas through pipelines or compressor is satisfied.

$$\sum_{s \in \varpi_n^{INY}} \Psi_s^{INY} + \sum_{m \in \Omega^{GL}} (a_{m,n}^{GL} \Psi_m^{GL}) = \Psi_n^{LOAD} - R_n^G + \sum_{g \in \varpi_n^{DC}} \Psi_g^{DC} + \sum_{g \in \varpi_n^{GTG}} \Psi_g^{NDC} + \sum_{m \in \varpi_n^{COMP}} \lambda_m \left((\beta_m)^{\gamma_m} - 1 \right) (\Psi_m^{GL^+} + \Psi_m^{GL^-}) \quad (31)$$

$$\forall n \in \Omega^{GN}$$

$$\sum_{n \in \Omega^{GN}} \left((|a_{m,n}^{GL}| - a_{m,n}^{GL}) \pi_n \right) = \beta_m \sum_{n \in \Omega^{GN}} \left((a_{m,n}^{GL} + |a_{m,n}^{GL}|) \pi_n \right); \forall m \in \varpi^{COMP} \quad (32)$$

$$\left(\Psi_m^{GL^+} + \Psi_m^{GL^-} \right) \Psi_m^{GL} = C_m^2 \left(\sum_{n \in \Omega^{GN}} (a_{m,n}^{GL} \pi_n^2) - (k_m^z)^2 \right); \forall m \in \varpi^{PIPE} \quad (33)$$

$$0 \leq R_n^G \leq \Psi_n^{LOAD}; \forall n \in \Omega^{GN} \quad (34)$$

$$\underline{\pi}_n \leq \pi_n \leq \bar{\pi}_n; \forall n \in \Omega^{GN} \quad (35)$$

$$1 \leq \beta_m \leq \bar{\beta}_m; \forall m \in \varpi^{COMP} \quad (36)$$

$$\underline{\Psi}_s^{INY} \leq \Psi_s^{INY} \leq \bar{\Psi}_s^{INY}; \forall s \in \Omega^S \quad (37)$$

$$\Psi_m^{GL} = \Psi_m^{GL^+} - \Psi_m^{GL^-}; \forall m \in \Omega^{GL} \quad (38)$$

$$\Psi_m^{GL^+} \cdot \Psi_m^{GL^-} = 0; \forall m \in \Omega^{GL} \quad (39)$$

$$\Psi_m^{GL^+}, \Psi_m^{GL^-} \geq 0; \forall m \in \Omega^{GL} \quad (40)$$

For the third part, equations (41) and (42) represent the linkage of both systems or the natural gas consumption of non-dual capability and dual capability generators, respectively.

$$\Psi_g^{NDC} = \kappa_{2,g}^{NDC} \left(P_g^{GEN} \right)^2 + \kappa_{1,g}^{NDC} P_g^{GEN} + \kappa_{0,g}^{NDC}; \forall g \in \varpi^{GTG} \quad (41)$$

$$\Psi_g^{DC} = \kappa_{2,g,c}^{DC} \left(P_g^{GEN} \right)^2 + \kappa_{1,g,c}^{DC} P_g^{GEN} + \kappa_{0,g,c}^{DC}; \forall g \in \varpi^{DC}, \forall c = gas \quad (42)$$

Finally, equations (43)-(47) guarantee that the solution of the slave model is as close as possible to the optimal solution of the master model so that the solution is feasible and near to the optimal solution of the linear approximation.

$$P_g^{GEN} = \hat{P}_g^{GEN} + \Delta P_g^{LOSS} + \varepsilon_g^{GEN^+} - \varepsilon_g^{GEN^-}; \forall g \in \Omega^{GEN} \quad (43)$$

$$\sum_{g \in \Omega_k^{GEN}} \Delta P_g^{LOSS} = \sum_{g \in \Omega_k^{GEN}} P_g^{GEN} - \sum_{k \in \Omega^{EN}} (P_k^{LOAD} - R_k^E); \quad (44)$$

$$\Psi_s^{INT} = \hat{\Psi}_s^{INT} + \Delta \Psi_s^{LOSS} + \varepsilon_s^{INT^+} - \varepsilon_s^{INT^-}; \quad \forall s \in \Omega^S \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \sum_{s \in \Omega^S} \Delta \Psi_s^{LOSS} = & \sum_{g \in \Omega_n^{DC}} \left(\left(\kappa_{2,g,c}^{DC} (2\hat{P}_g^{GEN} + \Delta P_g^{LOSS}) + \kappa_{1,g,c}^{DC} \right) \Delta P_g^{LOSS} \hat{\sigma}_{g,c}^{DC} \right) \\ & + \sum_{g \in \Omega_n^{GTG}} \left(\left(\kappa_{2,g}^{NDC} (2\hat{P}_g^{GEN} + \Delta P_g^{LOSS}) + \kappa_{1,g}^{NDC} \right) \Delta P_g^{LOSS} \right) \end{aligned} \quad (46)$$

$$\forall c = gas$$

$$\Delta P_g^{LOSS}, \varepsilon_g^{GEN^+}, \varepsilon_g^{GEN^-}, \Delta \Psi_s^{LOSS}, \varepsilon_s^{INT^+}, \varepsilon_s^{INT^-} \geq 0; \quad \forall g \in \Omega^{GEN}, \quad \forall s \in \Omega^S \quad (47)$$

C. Feasibility analysis of the master solution

In order to assess the impact of the LNG-RT on the reliability of the system, this section explains how the model of Sections 3.1.4.A and 3.1.4.B can be used for that purpose. The solution of the master and slave models can be categorized into four possible categories. These categories are valid only if the power loss costs are lower than the deviation cost, and the deviation cost is lower than any of the rationing costs for the slave model, i.e., $CL \ll CDPG \ll RC^E < RC^G$ or $CL \ll CDPG \ll RC^G < RC^E$. These categories are as follows:

- Category 1: The solution of the slave model shows that there are no deviations of the power schedule or gas nomination, and there is no power or natural gas rationing. In mathematical terms, the decision variables $\varepsilon_g^{GEN^+}, \varepsilon_g^{GEN^-}, \varepsilon_s^{INT^+}, \varepsilon_s^{INT^-}$, and R_n^G, R_k^E are zero for the model of Section 3.1.4.B, which implies that the solution of master model is feasible with respect to a full-blown and optimal representation of both systems.
- Category 2: The solution of the slave model shows that there are no deviations of the power schedule or gas nomination, but there is power or natural gas rationing. The solution implies that the solution of the master model is feasible, but the electric or natural gas system is not able to supply the demand, i.e., there exists rationing.
- Category 3: The solution of the slave model shows that there are deviations of the power schedule and gas nomination, but there is no power or natural gas rationing. It also implies that the master solution is infeasible because the power generation and natural gas nomination have to be changed so that none of the full-blown operational or physical characteristics of the power or natural gas systems are violated. However, if adjusted, there is no rationing.
- Category 4: The solution of the slave model shows that there are deviations of the power schedule and gas nomination and that there is power or natural gas rationing. Moreover, it implies that the solution is infeasible.

For Categories 3 and 4, it is possible to solve the optimization model again having information about the infeasibility. That is, the master model can be solved again taking into account the values of τ_l, α_m^{COMP} , and $\bar{\Psi}_m^{GL}$ obtained from the results of the slave model. These parameters are fed back to the master model so that a better linear representation of the natural gas transmission networks can be used. In other words, these parameters modify the feasibility region of the master model. Take, for instance α_m^{COMP} , the numerical value of this constant for Categories 3 and 4 is used to change constraint (8) so that a better linear representation of a natural gas compressor is obtained for the next solution of the master program. The process can be repeated until an integer optimal solution is found for the master model and fits Categories 1 or 2. The optimal solution

indicates the lowest production cost (given by the master problem) so that there are no constraint violations of a full-blown representation of the power and natural gas transmission networks (given by the slave problem).

3.1.5 Qualitative Analysis

A. Description of Electric and Natural Gas Systems in Colombia

1) Colombian Electric System

The Colombian electric system has an installed generation capacity of 14.6 GW. In terms of generation technologies, the country is 64% hydro-based, 17.5% thermal-based (coal, fuel-oil, diesel, and jet fuel), 13.5% natural gas-based, and the rest (5%) is comprised of minor plants that generate less than 20MW. The high voltage transmission network is a meshed network that has operational assets of 500kV and 230-220kV. The network is operated as a single grid by the national dispatch center (CND in Spanish) and attends to 95% of the power demand of the country. Fig. 3.1 (left panel) shows the most important parts of the electric infrastructure, i.e., all transmission lines of 500kV and 230-220kV and the most important power generators and consumption centers (demands).

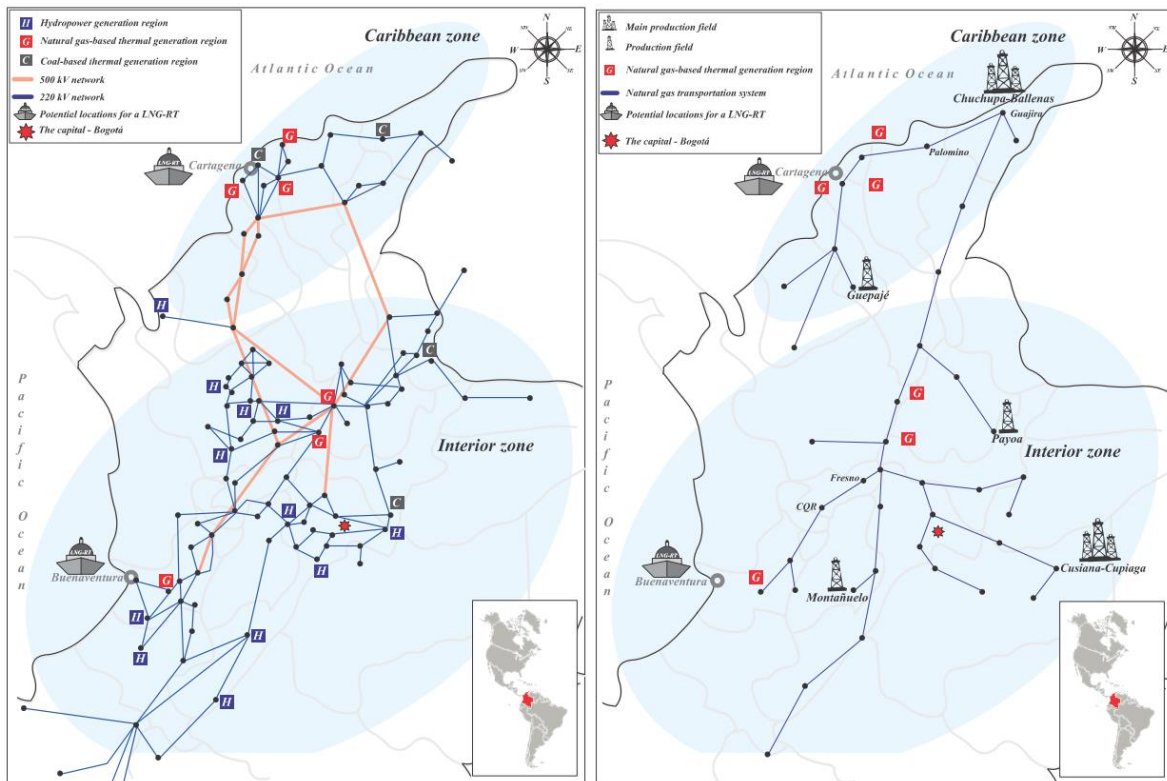


Fig. 3.1. Colombian electric (left panel) and natural gas (right panel) transportation systems

General speaking, the power grid covers two zones that present different geographic and climatological characteristics, the Caribbean zone and the interior zone (see Fig. 3.1, left panel). The first zone (Caribbean) is in the north of Colombia, and it is a dry zone that is consistently exposed to high temperatures during the year. The zone has abundant resources of coal and natural gas, and one of the major natural gas producers is in fact located in that region. The majority of power thermal generation is in that zone, and it is needed for reliability purposes.

The second zone (interior) covers most of Colombia, from north to southwest. It is a more diverse zone in terms of climatological and geographical conditions, i.e., the zone has high and low temperature regions as well as high altitude mountains and extensive river valleys. The interior has abundant hydro resources (the vast majority of hydropower generation is located therein), and it is highly affected by two climatological natural phenomena, El Niño and the La Niña, which have a significant impact on dam levels and hence hydropower generation. Finally, it is important to mention that the Caribbean and the Interior zones are connected by 500kv transmission lines. These lines are used to exchange power between them and for reliability purposes.

The electricity industry is market-oriented and the reliability of the system is kept (from institutional point of view) by different market mechanisms. At the transmission level (500kv and 200kv transmission lines), the Mining and Energy Planning Unit of Colombia (UPME-in Spanish) establishes all the expansions or reinforcements that the bulk system requires to meet expected future demand growth and to keep the system reliable. The requirements are consolidated into a single expansion plan that has to be approved by the Ministry of Mines and Energy (MME). Once the expansion plan is approved, UPME starts a process in which qualified private investors are invited to participate in the construction, operation and maintenance of the required enhancements. A sealed-bid auction is used to select the investor. The bid contains an expected income that must cover the construction, operation and maintenance cost of the required grid expansion or reinforcement.

On the other hand, the long-term supply of electricity is ensured by a forward capacity market that procures enough generation resources to satisfy expected demand growth and energy supply under scarcity conditions. The capacity market in Colombia is referred as reliability charge that allocates “Firm Energy Obligations (OEFs in Spanish) to new and exiting generation plan in order to guarantee a sufficient long-run supply of firm energy at prices determined by competitive auctions. OEFs are option contracts that commit generating companies to supply contracted amounts of energy at a predetermined scarcity price whenever the spot price in the electricity market exceeds the scarcity price” [37]. OEFs are auctioned by CREG and two auctions has held in Colombia (May 2008 and December 2011) [38].

Sealed-bid auction for transmission expansion and descending clock auction for OEFs have been two market mechanisms that have guaranteed the reliability of the electric system in Colombia.

2) *Colombian Natural Gas System*

The natural gas system in Colombia is characterized as a duopoly in production and transportation. The system is not well developed as a power system since natural gas has been recently introduced as a commercial activity in the country. In fact, the gas sector is currently experiencing intensive regulatory reforms to boost the natural gas market. General speaking, the natural gas sector has two main producers, i.e., the Cucupa-Ballenas field (50% of total production) and the Cusiana-Cupiaga (33% of total production) field. These two production fields are located in the north and in the east part of the country, respectively, as observed in Fig. 3.1, right panel.

With regards to the electric system, the natural gas covers mainly two zones, the Caribbean and the Interior, which are shown as shadow ovals in Fig. 3.1, right panel. The natural gas transportation system is a radial system with very low reliability. An important characteristic of the natural gas transmission system is that it actually has access to the Atlantic Ocean (in the north), and it is in proximity to the Pacific Ocean (in the southwest)—close enough to be easily expanded to reach the Pacific coast. In fact, a 130km pipeline (Cali-Buenaventura) is needed to connect the main natural gas system with the Pacific Ocean. In practical terms, the country has the potential to install LNG-RTs and to access a global LNG market in the Atlantic and the Pacific Oceans.

In terms of institutional structure, the natural gas sector is also regulated by CREG. As mentioned, the sector is not well developed as the electric sector. In particular, there is a new regulatory framework for the wholesale natural gas market that regulates commercial aspects of the primary and the secondary markets [39]. Additionally, the market has a new financial transaction and information system that provides more transparency to the market. The new system began its operation on January 01, 2015.

Table 3.2. Case studies

Case of study	Description
Case 1	Base case, normal operation.
Case 2	Supply reduction of 60% at Chuchupa-Ballenas field
Case 3	Supply reduction of 60% at Cusiana-Cupiaga field
Case 4	Contingency on the pipeline Fresno-CQR
Case 5	Contingency on the pipeline Guajira-Palomino

B. Case Studies

Different case studies are proposed in this work in order to analyze the impact of installing LNG-RT on the reliability of the power and natural gas systems in Colombia. This work considers the possibility of installing an LNG-RT on the Atlantic Coast (at Cartagena, see Fig. 3.1, right panel) and on the Pacific Coast (at Buenaventura, see Fig. 3.1, right panel). The capacities of the LNG-RTs are assumed to be 11.3 million m³/day and 7.4 million m³/day for the Atlantic and Pacific terminals, respectively. These capacities have been proposed by the Mining and Energy Planning Unit of Colombia and by the Energy and Gas Regulatory Commission of Colombia and they are based on the fact that the LNG-RT at the Atlantic Coast (Pacific Coast) needs to be able to supply all natural gas-based power generation located at that zone, i.e., Caribbean zone (Interior zone) [9-11].

Table 3.2 shows the case of studies for this work. The case studies are grouped in three categories for the sake of clarity: 1) Case 1 is the reference case or the normal operation case; 2) Cases 2 and 3 correspond to a reduction of natural gas supply in a production field; and 3) Cases 4 and 5 correspond to a contingency on the transportation system. It is worth mentioning that Cases 2 to 5 have occurred in the past with significant impact on the operation of natural gas and power systems (see Table 3.1).

All cases analyze the natural gas system and the power system as one integrated system under three hydrological situations, i.e., high, medium, and low hydrological conditions. For high hydrological conditions, it is assumed that all water reservoirs of the hydroelectric generation are at full capacity, whereas water reservoirs are assumed to be at 75% and 60% of their capacity for medium and low hydrological conditions, respectively. These percentages correspond to the average value and the historical lowest level of water reservoirs in the country. These climatological conditions are selected as they have a significant impact on the operation of both systems (natural gas and power). The mathematical model of Section 3.1.4 can simulate these hydrological conditions by limiting the maximum operating limiting for hydro generators in equations (5) and (24).

As mentioned in Section 3.1.2, one solution to overcome supply shortage in the country has been to prioritize the consumption of natural gas users. That is, the Ministry of Mines and Energy of Colombia have issued different resolutions that indicate how natural gas users must be attended to under emergency (shortage) conditions (see Table 3.1 for details). These resolutions basically establish a priority service queue, with natural gas compressors being at the top of the list, followed by residential areas, then commercial users, and lastly, some natural gas-based thermal generators. The natural gas compressors are first because they are needed to maintain the operative conditions (i.e., gas pressures) of the transportation system. On the other hand, some natural-gas generators are also on the list because they are needed to maintain power grid security.

It is interesting to observe that the MME recognizes the importance of natural gas to the power sector. This work also analyzes the effect of the priority service queue in order to evaluate if LNG-RTs are strictly required. That is, it might be the case that the majority of the natural gas and power demand can be supplied allocated under a priority service queue. If that is the case, LNG-RT might not be needed, as it is not a cost-effective solution to have LNG-RTs only serving a few users.

In this paper, two supply prioritization groups are created to analyze the need of LNG-RTs under a supply prioritization regulation policy. All power or electrical demands (industrial, residential, and commercial) comprise the first group, and the second group consists of residential, commercial, and industrial natural gas

consumers. This group also includes natural gas-based vehicles. In general terms, the second group is known as non-electrical natural gas demands or natural gas users excluding the natural gas-based power generators. Natural gas compressors are excluded from any group since they are always required for operative conditions. The mathematical model of Section 3.1.4 can assess the percentage of unsupplied demand (having different values for rationing cost) if one group has a higher supply priority than the other group. That is, this work evaluates what group has the lowest percentage of unsupplied demand and with it the necessity of LNG-RTs.

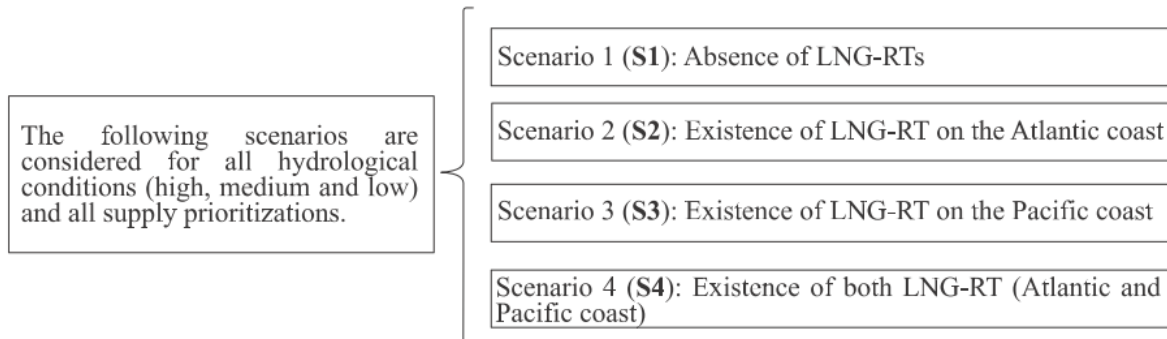


Fig. 3.2. Scenarios for all cases and for different hydrological conditions

In summary, there are five different cases (grouped in three categories), three hydrological conditions (high, medium, and low), and two types of supply prioritization that are numerically analyzed. The impact of the existence of LNG-RT is studied for each possible combination of case, hydrological conditions, and supply prioritization. This approach provides a broad overview of the impact of these terminals. Four scenarios are created to evaluate the impact of each location of a LNG-RT. They are shown in Fig. 3.2 and are referred as S1, S2, S3, and S4. For instance, S2 is the scenario that evaluates the impact of the existence of a LNG-RT on the Atlantic Coast for all climatological conditions and for all prioritization supply.

All numerical results are given in percentages of unsupplied daily demand based on 166 GWh/day and 15.8 million m³/day, which corresponds to the average daily electric energy and non-electric natural gas consumption in Colombia. The percentages indicate how much of power demand and non-electric natural gas demand is not met under the absence or the existence of LNG-RTs. That is, the reliability of the system, in this paper, is measured in terms of unsupplied demand for either system and it is quantified based on the numerical values of RC^E and RC^G of the master problem (section 3.1.4).

C. Numerical results

The numerical results are divided in two parts. The first part shows the effect of the LNG-RT on the reliability of both systems, and the second part shows the utilization of the capacity of the LNG-RT. For the first part, the unsupplied power and natural gas demands are used to assess the reliability impact under different scenarios. On the other hand, for the second part, the capacity utilization is used to assess if each terminal is really needed in the country for reliability purposes.

1) Unsupplied power and natural gas demand

Case 1 – reference case

As mentioned, the base case shows the results of the current situation of the system considering LNG-RTs in the north (Cartagena) and southwest (Buenaventura) of Colombia. Table 3.3 shows the percentage of unsupplied demand. Note that the power and natural gas systems are able to supply the total demand for high and medium hydrological conditions even if the LNG-RTs are not constructed in the country (Scenario S1, columns “High hydrology” and “Medium hydrology”). Hence, the presence of regasification terminals are, therefore, not strictly necessary for these scenarios.

Table 3.3. Case 1—Percentage of unsupplied daily demand

		High hydrology				Medium hydrology				Low hydrology			
		S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4
EP	%Pd	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
	%Ng	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	4.78%	0.00%	0.00%	0.00%
NGP	%Pd	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	3.44%	0.00%	0.00%	0.00%
	%Ng	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%

%Pd: Percentage of daily-unsupplied power demand

%Ng: Percentage of daily-unsupplied natural gas demand

EP: Electricity priority

NGP: Natural gas priority

However, the country is exposed to power and natural gas rationing for low hydrological conditions (El Niño) as shown under the column “Low hydrology,” Scenario S1. These scenarios reveal that the system is not able to meet the natural gas demand under the absence of LNG-RTs. Note that the percentage of unsupplied demand changes based on the priority supply. Take, for instance, the percentage of daily-unsupplied natural gas demand for Scenario S1, a low hydrological condition, i.e., 4.78%. This value means that a regulatory measure of prioritizing Group 1 (all power demands) implies that 4.78% of the natural gas demand (non-electrical natural gas demands) is not supplied, as the gas is mostly given to fulfill the need of the power generators.

On the contrary, for Priority Supply 2 and a low hydrological condition, the priority supply implies that 3.44% of the power demand cannot be supplied. That is, giving more importance to Group 2 (non-electrical natural gas demands) means that some natural-gas-based power generators cannot be dispatched such that some power demand (3.44%) is not attended. In any case, regardless of the priority supply, the regulatory approach is not able to fully mitigate the impact of a low hydrological condition in the absence of LNG-RTs. It is worth mentioning that this situation has occurred in the past.

Note that Case 1, Scenario S1, can be completely mitigated if LNG-RTs are available in the country as shown under the column “Low hydrology,” Scenarios S2, S3, and S4. Note how the unsupplied demand is reduced to zero for all climatological scenarios having LNG-RTs. These numerical results confirm the need for this type of facility in Colombia to mitigate the negative effects of an extreme drought, and they also show that the priority service queue established in Colombia would not be necessary.

Case 2 and 3 – supply contingency

As indicated in Section 3.1.5.B, Cases 2 and 3 correspond to a reduction of natural gas supply of two the main production fields. It is worth mentioning that the country has experienced this situation in previous years as observed in Table 3.1. Table 3.4 gives the numerical results or percentages of unsupplied power and natural gas demands and can be interpreted in a similar manner as Table 3.3.

There is one critical situation (17.80%) that needs to be highlighted. It corresponds to the percentage of daily-unsupplied natural gas demand for a low hydrological condition (El Niño), Scenario S1, Case 2. In other words, during a low hydrological condition, a supply reduction of 60% at Chuchupa-Ballenas field and the absence of LNG-RTs in the country produce an unsupplied power and natural gas demand. The percentage of unsupplied depends on the supply priority. That is, 17.80% (2.33%) of the natural gas demand (power demand) cannot be attended if there is a high priority for power demand. However, 8.56% of power demand cannot be attended if there is a high priority for natural gas demand.

Note that the negative effects of an extreme drought and a reduction of production of any of the two main fields can be fully mitigated if the two proposed LNG-RTs exist in the country (see Table 3.4, column Low hydrology, Scenario S4). It is important to point out that the two LNG-RTs are strictly necessary, since one of them cannot mitigate the impact of a low hydrological condition for Scenarios S2 and S3, Cases 2 and 3. That is, the existence

of only one regasification terminal and the existence of a priority policy might reduce the percentage of unsupplied demand of power or natural gas, but they are not able to reduce both of them.

Table 3.4. Cases 2 and 3—Percentage of unsupplied daily demand due to a reduction of natural gas supply

		High hydrology				Medium hydrology				Low hydrology				
		S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	
Case 2	EP	%Pd	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	2.33%	0.00%	0.99%	0.00%
		%Ng	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	17.80%	1.81%	5.33%	0.00%
	NGP	%Pd	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	8.56%	0.04%	2.49%	0.00%
		%Ng	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Case 3	EP	%Pd	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.52%	0.04%	0.00%	0.00%
		%Ng	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	3.22%	3.28%	0.00%	0.00%
	NGP	%Pd	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	1.73%	0.58%	0.00%	0.00%
		%Ng	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.60%	0.60%	0.00%	0.00%

%Pd: Percentage of daily-unsupplied power demand

%Ng: Percentage of daily-unsupplied natural gas demand

EP: Electricity priority

NGP: Natural gas priority

Case 4 and 5 – transportation contingency

Table 3.5 shows the numerical results or percentage of unsupplied demand for Cases 4 and 5 that correspond to different contingencies in the transportation system. These contingencies have occurred in the past. The table can be interpreted in a similar manner as Tables III and IV. It indicates that the country is always exposed to unsupplied natural gas demand regardless of the hydrological conditions if there are no LNG-RTs, i.e., Scenario S1 for all hydrological conditions.

Table 3.5. Cases 4 and 5—Percentage of unsupplied daily demand for contingencies in transportation system

		High hydrology				Medium hydrology				Low hydrology				
		S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	
Case 4	EP	%Pd	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
		%Ng	12.68%	12.68%	0.00%	0.00%	12.68%	12.68%	0.00%	0.00%	12.68%	12.68%	0.00%	0.00%
	NGP	%Pd	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
		%Ng	12.68%	12.68%	0.00%	0.00%	12.68%	12.68%	0.00%	0.00%	12.68%	12.68%	0.00%	0.00%
Case 5	EP	%Pd	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	5.36%	0.00%	4.90%	0.00%
		%Ng	14.42%	0.00%	14.42%	0.00%	14.42%	0.00%	14.42%	0.00%	31.56%	3.81%	25.69%	0.00%
	NGP	%Pd	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	9.79%	0.07%	8.44%	0.00%
		%Ng	14.42%	0.00%	14.42%	0.00%	14.42%	0.00%	14.42%	0.00%	14.42%	0.00%	14.42%	0.00%

%Pd: Percentage of daily-unsupplied power demand

%Ng: Percentage of daily-unsupplied natural gas demand

EP: Electricity priority

NGP: Natural gas priority

The most critical situation occurs for a low hydrological condition for Case 5 (contingency on the pipeline Guajira-Palomino) because the Caribbean zone is completely isolated as a consequence of that contingency (see Fig. 3.1, right panel). Table 3.5 confirms this fact since the highest percentage of unsupplied power and natural gas demand are under the column Low hydrology, Scenario S1.

2) Capacity utilization of LNG-RTs

This section analyzes the capacity utilization of LNG-RTs and their impact on the reliability of the system. It shows how each terminal is used for all cases and scenarios that are described in Section 3.1.5.B.

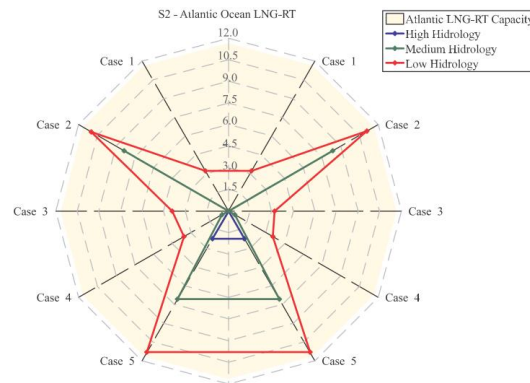


Fig. 3.3. Capacity utilization of the LNG-RT on the Atlantic Coast

Fig. 3.3 is a spider chart that represents the average daily capacity utilization in (million m^3/day) for Scenario S2 and for all cases. Recall that this scenario considers the existence of only one terminal on the Atlantic Coast. Each axis of the chart is a different case. The edge of the yellow area represents the maximum capacity (11.3 million m^3/day) of the LNG-RT. The chart is divided into two parts: the left-hand side of the chart (or left hemisphere) corresponds to the use of the terminal if non-electric natural gas demand has a higher priority over power demand. Conversely, the right-hand side of the chart (or right hemisphere) corresponds to the use of the terminal if power demand has a higher priority. Take, for instance, Case 2 on the left; the vertex of the red line is the average daily capacity utilization of the LNG-RT for Case 2 if natural gas demand has higher priority over the power demand. On the other hand, the vertex of the red line on the right of Case 2 is the average daily capacity utilization of the LNG-RT if power demand has higher priority over the natural gas demand.

Different conclusions can be drawn from Fig. 3.3. First, the figure is symmetric with respect to the middle vertical line (mirror effect), which implies that the injection of natural gas by LNG-RT does not depend on the supply priority. That is, it does not matter if an energy policy gives priority to power demand or natural gas demand; the LNG-RT on the Atlantic Coast always injects the same gas for all cases. A second conclusion corresponds to the fact that there is always more injection by the LNG-RT under a low hydrology condition for all cases. Observe from Fig. 3.3 that the red line is bigger than the blue line. This can be explained, as the electric system becomes more dependent on the natural gas system when there is a lack of hydro resources, i.e., the *El Niño* phenomenon. This stronger dependency implies that more natural gas provided by the LNG-RT is needed to supply a shortage by having hydrological conditions.

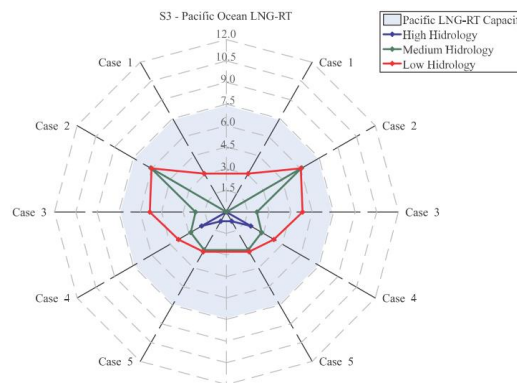


Fig. 3.4. Capacity utilization of the LNG-RT at the Pacific Coast

Fig. 3.4 shows the capacity utilization of Scenario S3 or utilization of the LNG-RT that is located on the Pacific Ocean for all cases. Recall that this scenario considers the existence of only one terminal on the Pacific Ocean. The edge of the blue area represents the maximum capacity (7.4 million m^3/day) of the LNG-RT. The utilization of the terminal has the same interpretation of Fig. 3.3. That is, the terminal has the same use regardless of the priority (the left hemisphere is equal to the right hemisphere), and the terminal has a more intensive use under a high hydrological condition when compared to a low hydrological condition. Case 5, a high hydrology

condition in Fig. 3.4 is an interesting case to analyze. Based on the numerical results, the gas provided by LNG-RT is employed using natural-gas based power generation so that this generation displaces expensive generation options. In other words, the gas injected by the LNG-RT at the Pacific location is used for economic purposes rather than for reliability purposes under high hydrological conditions.

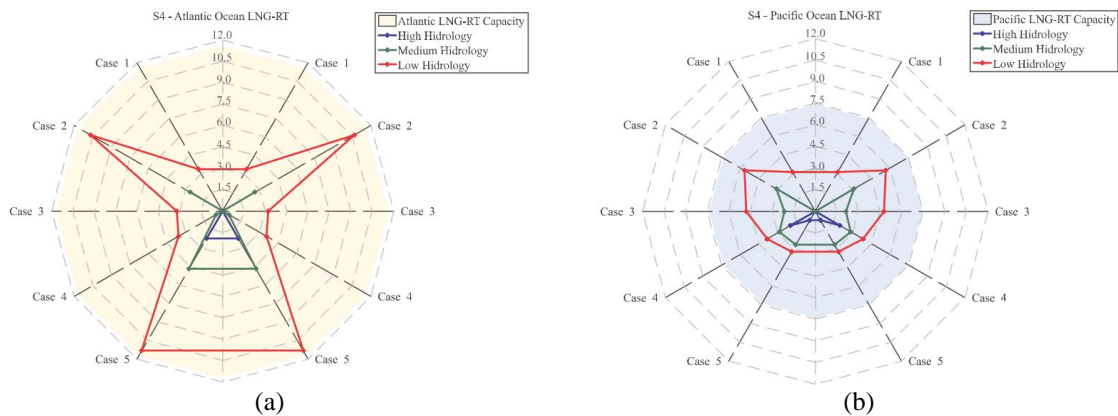


Fig. 3.5. Capacity utilization of the LNG-RT at the Atlantic Coast (a) and Pacific Coast (b)

Fig. 3.5 shows the capacity utilization for Scenario S4, which considers the operation of two terminals simultaneously, the Atlantic and Pacific Oceans. Observe that the red line of Fig. 3.5.(a) is similar to the red line of Fig. 3.3 or that the injection of natural gas by the LNG-RT by the Atlantic Ocean, Scenarios S2 and S4, are similar for a low hydrological condition. The similarity is due to the fact that this terminal, regardless of the existence of the LNG-RT at the Pacific Ocean, serves mainly the Caribbean zone (north part of the country) to provide the gas needed by thermal generation that is located in that zone. Additionally, the surplus of natural gas is difficult to move from the interior zone due to transportation limitations between both zones.

On the other hand, the terminal also has similar capacity utilization for high hydrology (see blue lines of Fig. 3.5.(a) and Fig. 3.3), regardless of the existence of LNG-RTs on the Pacific Ocean. It is due to the fact that the gas needed by thermal generation is mainly provided by the Chuchupa-Ballenas well, and the terminal is only used for reliability purposes as can be seen for Case 5 in both figures.

Consider the LNG-RT on the Pacific Ocean and its capacity utilization. Observe that the red and blue lines of Fig. 3.5.(b) and Fig. 3.4 are similar or that the utilization of the terminal is similar regardless of the existence of the Atlantic terminal for high and low hydrological conditions. For low hydrology cases, the similarity is due to the fact that the terminal supplies the gas for most of the thermal generators located at the interior zone and that the transportation system does not have enough capacity from the interior zone to the Caribbean zone for the gas that remains in the terminal. On the other hand, for a high hydrological condition, the gas in the terminal is mainly used for reliability purposes in Cases 4 and 5.

There is a significant difference for the utilization of the Pacific terminal for a medium hydrological condition as can be observed in Fig. 3.4 and Fig. 3.5.(b), and it is due to the fact that the terminal is used for economical purposes instead of reliability purposes. That is, dual-fuel capability generators use the gas injected by the terminal so that they can use a less expensive resource. Take, for instance, Case 2 in Fig. 3.4 and Fig. 3.5.(b). The terminal, according to Fig. 3.4, is used until there is a limitation in the transportation system. However, according to Fig. 3.5.(b), the terminal is not fully deployed because the terminal at the Atlantic site complements part of the gas that is needed for economical purposes. In fact, the existence of terminals under medium hydrology, Case 2, is able to completely eliminate the use of expensive fuel in the country.

Based on the numerical simulations, the absence of LNG-RT in the country implies that 31.57% of the thermal generation has to use a more expensive fuel for Case 2, medium hydrology (the most critical case). The existence of only the LNG-RT at the Atlantic location reduces the use to 2.64% and the existence of only the LNG-RT at the Pacific site reduces the use to 1.28%. However, if both terminals operate simultaneously, there is no use of expensive fuel, which leads to a significant reduction of the operation cost of the system. This is a

significant advantage since the existence of both terminals for a medium hydrological condition is also used to have a less expensive operational cost.

3.1.6 Conclusions and Policy Implications

This paper evaluates the impact of liquefied natural gas regasification terminals on the reliability of the natural gas and power sectors in Colombia. The paper uses an integrated mathematical formulation that considers the physical characteristic of the natural gas and power systems. This type of formulation permits a more accurate assessment, as there is a strong interdependency of both systems.

Numerical results show that there exists a need of this type of solution to mitigate the consequences of low reliability of the natural gas supply and transportation infrastructure. These results are based on a large set of climatological and operative conditions that confirms the need of these regasification terminals. Numerical results also show that a liquefied natural gas regasification terminal located on the Pacific Coast is necessary to completely mitigate the possibility of having unsupplied power or natural gas. This result should call the attention of policymakers.

On the other hand, numerical results reveal that the regulation policy (supply prioritization) established by the Ministry of Mines and Energy of Colombia would no longer be necessary with the use of LNG-RT facilities. That is, the priority service queue issued by the MME would not be needed as a regulatory measure to counteract the very low reliability of the natural gas system. The regasification terminals would avoid any regulatory intervention, as all energy users (natural gas and power) could be served.

Finally, the paper shows an approach to quantify the effect of regasification terminals on an integrated system that can be replicated in other countries that are facing similar situations. The extensive use of natural gas in fast growing economies demands new analytic tools that are needed by policymakers to improve the reliability of the energy sector. This paper demonstrates how a holistic analysis can be performed to yield a significant impact on two crucial energy sectors.

Acknowledgements

This work was supported by the Technological University of Pereira Colombia (UTP) under Grant 6-15-7; and by the National Department of Science, Technology and Research (COLCIENCIAS) of Colombia under Grant UTP- COLCIENCIAS 159-2015 and “*Programa de Formación Becas Doctorales - 2013*” scholarship.

References

- [1] EIA (Energy Information Administration), 2013. Technically Recoverable Shale Oil and Shale Gas Resources: An Assessment of 137 Shale Formations in 41 Countries Outside the United States. Available from: <http://www.eia.gov/analysis/studies/worldshalegas> [accessed 15.09.15].
- [2] BP Statistical Review of World Energy. 2013. Available from: https://www.bp.com/content/dam/bp/pdf/statistical-review/statistical_review_of_world_energy_2013.pdf [accessed 15.09.15].
- [3] Curran S, Wagner R, Graves R, Keller M, Green J. Well-to-wheel analysis of direct and indirect use of natural gas in passenger vehicles. *Energy* 2014; 75: 194–203.
- [4] Knudsen B.R, Whitson C.H, Foss B. Shale-gas scheduling for natural-gas supply in electric power production. *Energy* 2015; 78: 165–182.
- [5] CEPAL, 2008. Situation and Perspective of the Liquefied Natural Gas in South-America (Situación y perspectivas del gas natural licuado en América del Sur - in Spanish). División de recursos naturales e infraestructura. Available from: <http://www.cepal.org/es/publicaciones/6330-situacion-y-perspectivas-del-gas-natural-licuado-en-america-del-sur> [accessed 15.09.15].

- [6] CAF (Corporación Andina de Fomento), 2012. Infrastructure for the integral development in Latin America (La Infraestructura en el Desarrollo Integral de América Latina - in Spanish). Inter-American Development Bank. Available from: http://walk.caf.com/attach/19/publicaciones/ideal_2012/PDF/financiamiento2012.pdf [accessed 15.09.15].
- [7] Yajun L., Fangfang B. A policy study examining the use of imported LNG for gas-fired power generation on the southeast coast of China. *Energy Policy* 2010; 38: 896–901.
- [8] Wensheng L., Na Z., Anzhong G. LNG (liquefied natural gas): A necessary part in China's future energy infrastructure. *Energy* 2010; 35: 4383–4391.
- [9] Zhang Q, Ishihara K.N, Mclellan B.C, Tezuka T. Scenario analysis on future electricity supply and demand in Japan. *Energy* 2012; 38: 376–385
- [10] Dieckhöner C., Lochner S., Lindenberger D. European natural gas infrastructure: The impact of market developments on gas flows and physical market integration. *Applied Energy* 2013; 102: 994–1003.
- [11] MME (Ministerio de Minas y Energía), 2010. Supply and transportation plan for natural gas – version 2010 (Plan de abastecimiento para el suministro y transporte de gas natural - versión 2010 - in Spanish). Available from: http://www.upme.gov.co/Docs/Plan_Abast_Gas_Natural/PLAN_ABASTECIMIENTO_GAS%20NATURAL_2009.pdf [accessed 15.09.15].
- [12] Itansuca, Freyre & asociados, 2012. Reliability study and risk analysis for production well facilities (Estudio de confiabilidad y profundización en el análisis de los riesgos de continuidad del servicios asociado a la infraestructura de suministro en los campos de producción - in Spanish). Available from: [http://apolo.creg.gov.co/Publicac.nsf/1aed427ff782911965256751001e9e55/ed90092e974f3bb3052579b9006af5c2/\\$FILE/CIRCULAR011-2012%20ANEXO01.pdf](http://apolo.creg.gov.co/Publicac.nsf/1aed427ff782911965256751001e9e55/ed90092e974f3bb3052579b9006af5c2/$FILE/CIRCULAR011-2012%20ANEXO01.pdf) [accessed 15.09.15].
- [13] Itansuca, Freyre & asociados, 2010. Phase I-A – Diagnostic and analysis (Fase I-A diagnóstico y análisis - in Spanish). Available from: http://www.cnogas.org.co/documentos/CIRCULAR042_2010_Fase_IA.pdf [accessed 15.09.15].
- [14] Itansuca, Freyre & asociados, 2010. Phase I-B – Definition of alternatives and remuneration methodologies (Fase I-B definición de alternativas y metodologías de remuneración - in Spanish). Available from: http://www.cnogas.org.co/documentos/CIRCULAR042_2010_Fase_IB.pdf [accessed 15.09.15].
- [15] Milgrom P., Broxson B., Suarez G., 2011. Consultancy for standardizing the contracts for supply and pipeline transportation of natural gas in Colombia. Auctionomics and FTI consulting. Available from: [http://apolo.creg.gov.co/Publicac.nsf/52188526a7290f8505256eee0072eba7/191f0ed02563fd330525794f007b1f84/\\$FILE/CIRCULAR080-2011%20ANEXO%201.pdf](http://apolo.creg.gov.co/Publicac.nsf/52188526a7290f8505256eee0072eba7/191f0ed02563fd330525794f007b1f84/$FILE/CIRCULAR080-2011%20ANEXO%201.pdf) [accessed 15.09.15].
- [16] Villada J., Olaya Y. A simulation approach for analysis of short-term security of natural gas supply in Colombia. *Energy Policy* 2012; 53: 11–26.
- [17] Mejía J.M, Brugman A. Natural gas and electricity market issues in Colombia. IEEE Power Engineering Society General Meeting 2005.
- [18] Esteves-Meneses L.A, Ceron-Piamba A.F. Gas market vision in Colombia. Alternative Energies and Energy Quality (SIFAE), 2012 IEEE International Symposium on. Barranquilla, Colombia; 2012.
- [19] NERC (North American Electric Reliability Corporation), 2011. 2011 special reliability assessment: a primer of the natural gas and electric power interdependency in the United States. Available from: http://www.nerc.com/files/gas_electric_interdependencies_phase_i.pdf [accessed 15.09.15].
- [20] Hibbard P.J.,Schatzki T. The Interdependence of Electricity and Natural Gas: Current Factors and Future Prospects. *The Electricity Journal* 2012;25 (4): 6-17.
- [21] Geidl M., Andersson G. Optimal power flow of multiple energy carriers. *IEEE Transactions on Power Systems* 2007; 22 (1): 145–155.
- [22] Geidl M. 2007. Integrated modeling and optimization of multi-carrier energy systems. Ph.D. dissertation, Federal Institute of Technology, Zurich, Switzerland. Available from: <http://e-collection.library.ethz.ch/eserv/eth:29506/eth-29506-02.pdf> [accessed 15.09.15].
- [23] Şahin C., Li Z., Shahidehpour M., Erkmen I. Impact of natural gas system on risk-constrained midterm hydrothermal scheduling. *IEEE Transactions on Power Systems* 2011; 26 (2): 520-531.

- [24] Erdener B.C, Pambour K.A, Lavin R.B, Dengiz B. An integrated simulation model for analysing electricity and gas systems. *Electrical Power and Energy Systems* 2014; 61: 410–420.
- [25] Cintra C. R., Borges C. L. T., Falcão D. M. A simplified operation planning model considering natural gas network and reservoir constraints. *IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition, New Orleans, LA, USA; 2010.*
- [26] Panto S. Market-based congestion management in electric power systems with increased share of natural gas dependent power plants. *Energy* 2011; 36: 4244–4255.
- [27] Lienert M, Lochner S. The importance of market interdependencies in modeling energy systems – The case of the European electricity generation market. *Electrical Power and Energy Systems* 2012; 34: 99–113.
- [28] Martinez-Mares A, Fuerte-Esquivel C.R. A Robust Optimization Approach for the Interdependency Analysis of Integrated Energy Systems Considering Wind Power Uncertainty. *IEEE Transactions on Power Systems* 2013; 28 (4): 3964-3976
- [29] Biskas P.N, Kanelakis N.G. Co-optimization of electricity day-ahead market and steady-state natural gas system using Augmented Lagrangian. *11th International Conference on the European Energy Market (EEM), Krakow, Poland; 2014.*
- [30] Saldarriaga C., Hincapié R., Salazar H. A holistic approach to natural gas and distribution system planning. *IEEE Transactions on Power Systems* 2013; 28 (4): 4052-4063.
- [31] Yang Y, Zhang S, Xiao Y. Optimal design of distributed energy resource systems coupled with energy distribution networks. *Energy* 2015;85: 433–448.
- [32] Zhang X, Karady G.G, Ariaratnam S.T. Optimal Allocation of CHP-Based Distributed Generation on Urban Energy Distribution Networks. *IEEE Transactions on Sustainable Energy* 2014; 5(1): 246-253.
- [33] Ríos-Mercado R.Z, Sánchez C. Optimization problems in natural gas transportation systems: A state-of-the-art review. *Applied Energy* 2015; 147: 536–555.
- [34] Rubio R, Ojeda-Esteybar D, Ano O, Vargas A. Integrated natural gas and electricity market: A survey of the state of the art in operation planning and market issues. *IEEE Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America, Bogotá, Colombia; 2008.*
- [35] Bianco V, et al., Long term outlook of primary energy consumption of the Italian thermoelectric sector: Impact of fuel and carbon prices, *Energy* (2015), <http://dx.doi.org/10.1016/j.energy.2015.04.097>
- [36] Pineau P.O, Dupuis D.J, Cenesizoglu T. Assessing the value of power interconnections under climate and natural gas price risks. *Energy* 2015; 82: 128–137.
- [37] Harbord D., Pagnozzi M., 2012. Second review of firm energy auctions in Colombia. Report commissioned by the Comisión de Regulación de Energía y Gas (CREG). Available from: [http://apolo.creg.gov.co/Publicac.nsf/1aed427ff782911965256751001e9e55/cc25b74dcc5a1b6405257b44006c2d8b/\\$FILE/Circular015-2013%20ANEXO.pdf](http://apolo.creg.gov.co/Publicac.nsf/1aed427ff782911965256751001e9e55/cc25b74dcc5a1b6405257b44006c2d8b/$FILE/Circular015-2013%20ANEXO.pdf) [accessed 15.09.15].
- [38] Harbord D., Pagnozzi M. Britain's Electricity Capacity Auctions: Lessons from Colombia and New England. *The Electricity Journal* 2014; 27(5): 54-62.
- [39] CREG (Comisión de Regulación de Energía y Gas), 2013. Resolución CREG 089 del 2013, Regulation of commercial aspects for the natural gas market that are part of the natural gas operation rules (Por la cual se reglamentan aspectos comerciales del mercado mayorista de gas natural, que hacen parte del reglamento de operación de gas natural - in Spanish). Available from: [http://apolo.creg.gov.co/Publicac.nsf/1c09d18d2d5ffb05256eee00709c02/2d69cd3e359d971d05257bc8008299e3/\\$FILE/Creg089-2013.pdf](http://apolo.creg.gov.co/Publicac.nsf/1c09d18d2d5ffb05256eee00709c02/2d69cd3e359d971d05257bc8008299e3/$FILE/Creg089-2013.pdf) [accessed 15.09.15].

3.2 Integrated planning of electricity and natural gas systems under uncertain hydro inflows: A multi-objective approach

Carlos Saldarriaga-Cortés¹, Harold Salazar¹, Rodrigo Moreno^{2,3}, and Guillermo Jiménez-Estévez^{4,5}

¹Electrical Engineering Department, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira 660003, Colombia
casaldarriaga@utp.edu.co, hsi@utp.edu.co

²Department of Electrical Engineering, Universidad de Chile, Santiago 8370451, Chile
rmorenovieyra@ing.uchile.cl

³Department of Electrical and Electronic Engineering, Imperial College London, London SW7 2AZ, UK
r.moreno@imperial.ac.uk

⁴Energy Center, Universidad de Chile, Santiago 8370451, Chile
gjimenez@centroenergia.cl

⁵Department of Electrical and Electronics Engineering, Universidad de Los Andes, Bogotá 111711, Colombia

Abstract— This paper proposes a dynamic integrated electricity and gas investment (DIEGI) model based on multi-objective optimization concepts that can capture uncertainty in both hydro conditions (i.e. inflows) and demand growth. Thus, our model can determine efficient and adequate electricity and natural gas infrastructure that can deal with hydro conditions driven by extreme natural hazards (e.g. drought), and it also considers the risk of stranded assets in future periods when demand growth is less than expected (both hydro conditions and demand growth can be extremely volatile in countries such as Colombia, Brazil, Chile and Peru). Our multi-objective approach allows regulators and policy-makers to determine not only the least investment and operational cost solution, but also an array of investment portfolios that are Pareto efficient when considering budget constraints (that is the case in some developing countries). Through a case of study, we demonstrate that gas infrastructure plays a critical role in cost and reliability levels of the electricity infrastructure, and that integrated electricity and gas planning can significantly improve the robustness of the combined energy infrastructure to face uncertain scenarios in terms of demand and hydro inflows.

Index Terms— Integrated planning, demand and hydrology uncertainty, multi-objective optimization, NSGAIL.

3.2.1 Introduction

Due to fracking, natural gas has become a very low-cost energy source and has proven to have long-term reserves available [1], expecting a 69% increase in annual consumption from now to 2040 [2], with thermal power plants being the main consumers. This implies that natural gas is a promising fossil fuel because of its low cost, abundant reserves, and low environmental impact (i.e. CO₂ emissions) in comparison with other fossil fuels.

In this context, reinforcing the natural gas infrastructure can be a positive strategy to support a country's economic growth. This will require planning methodologies that can identify minimum cost solutions for an array of budget constraints, which may be relevant in developing countries. Additionally, because of the large interdependency between electricity and natural gas systems [3], it is critical for the aforementioned planning to be integrated, i.e., where, when and which infrastructure requirements are necessary for the natural gas and electricity systems, have to be determined in a combined manner. Furthermore, gas-fired plants are envisaged to provide the needed flexibility to integrate renewables in those countries where sources of flexibility (such as hydro and other forms of storage) are limited.

An important consideration of the integrated electricity and natural gas systems planning is the intensity of the interdependency between both systems. The interdependency intensity is defined as the magnitude and frequency (temporal variability) associated with energy exchanges between the electricity and natural gas

systems [4], [5]. For example, a mostly thermal power system has a high interdependency with the natural gas system, because there are great amounts of natural gas that are used to produce electricity in a continuous manner. On the other hand, in a hydro-thermal power system [4], the intensity of the interdependency depends on hydrological conditions. Hence, dry seasons entail a higher interdependency between natural gas and electricity systems, while wet seasons reduce the natural gas quantity that is required from gas-fired plants, decreasing the levels of the interdependency between both systems.

The latter case is the most critical one in planning studies, because it has a high risk of adding installations that are suboptimally dimensioned, either because they are insufficient to supply large gas consumptions in the electricity system under dry seasons, or because vice versa [6]. The underutilization translates into economic inefficiencies. This means that the integrated planning methodologies in systems with large hydroelectricity penetration – which is the case for countries such as Colombia, Chile and Brazil, among others – have to consider the effect of hydrological cycles and possible variations in the growth of electricity consumption, since these may cause significant impacts in terms of the interdependency intensity between electricity and natural gas systems.

The literature has tackled the problem of interdependency between electricity and natural gas systems through different approaches. In [7]-[9], its effect is discussed through the use of hydropower resources. It is shown that the natural gas system substantially affects the power system reliability, and therefore affects the hydro-thermal resources coordination. In [10], a state-of-the-art review is done involving integrated planning and operation between electricity and natural gas systems. Here, the advantages of integrated analyses are discussed in terms of efficiency maximization and resources exploitation. However, it is worth noting that there are a few studies of integrated planning in the available literature. In [11]-[14], different integrated planning approaches are shown. In [11], a coordinated planning between energy generation and transmission is undertaken, which seeks to improve the calculation of total fuel costs explicitly recognizing constraints in the natural gas network. With the purpose of reducing carbon emissions and investment costs, a mixed integer nonlinear model is proposed in [12]. In [13], a model that considers the effect of security on the energy supply is proposed, while in [14] the demand uncertainty effect is evaluated.

Multi-objective planning approaches are interesting because they provide Pareto-efficient investment plans, which are cost-effective under various levels of budget for capital expenditure, which is a relevant factor in developing countries. As shown in [15], the multi-objective optimization enables a systematic comparison between multiple planning and operation scenarios, which is an effective way to evaluate alternative portfolios of investment options. In [16] and [17], multi-objective planning strategies are proposed, in which the power network requirements and generation expansions are determined with the objective to incentivize wind power integration.

In this context, we propose a dynamic integrated electricity and gas investment (DIEGI) model based on multi-objective optimization concepts, that can capture uncertainty in both hydro conditions (i.e. inflows) and demand growth. Thus, our model can determine efficient and adequate electricity and natural gas infrastructure that can deal with hydro conditions driven by extreme natural hazards (e.g. drought), when also considering the risk of stranded assets in future periods when demand growth is less than expected (both hydro conditions and demand growth can be extremely volatile in countries such as Colombia, Brazil, Chile and Peru). Note that our multi-objective approach allows regulators and policy-makers to determine not only the least investment and operational cost solution, but also an array of investment portfolios that are Pareto efficient when considering budget constraints (that is the case in some developing countries). Due to the multi-objective, integer and non-linear nature of the problem, we use a Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II (NSGAI) to solve our DIEGI problem.

Finally, this paper is organized as follows. Section 3.2.2 shows the problem formulation. Section 3.2.3 details the proposed methodology. Numerical results and conclusions are shown in section 3.2.4 and 3.2.5 respectively.

3.2.2 Problem Formulation

The DIEGI model decides when and where to install new infrastructure in electricity and natural gas systems in a coordinated manner. It also considers the type of technology to install and its dimension. This paper proposes a multi-objective optimization model to find a set of Pareto-efficient when considering two objectives: 1) investment cost, and 2) operational cost. These objectives are explained in more detail in section 3.2.2.A. The feasible solution space is given by a set of equations that represents the physical behavior of both systems, which

is described in section 3.2.2.B, where both hydrology and electricity demand uncertainty are considered and this is explained in section 3.2.3.

A. Objective Function

The first objective is the investment cost of the electrical and natural gas infrastructure, which is calculated through the present value of the annual investment in transmission lines (TL), electrical generation units (G), pipelines (P), compressors (C) and liquefied natural gas regasification terminals (RT-LNG). For the sake of simplicity, this paper only explains the mathematical rationale and the complete mathematical formulation can be found in [4] and [18]. The second objective is the operational cost, which is calculated as the expected present value of the fuel consumption cost of power generators and natural gas production cost of the fields. How to compute these operational costs is thoroughly explained in [4].

B. Feasible solutions space

The feasible solutions space is given by the set of equations (1)-(3). They represent the physical behavior of both systems, and their complete mathematical formulation is reported in [4].

- *Nodal equations: electric power (Kirchhoff laws) and natural gas (Conservation mass law, nodal pressures)* (1)

- *Maximum capacity of the electric system elements (transmission lines, generators) and natural gas system elements (pipelines, wells, RT-LNG)* (2)

- *Fuel thermal generation consumption* (3)

3.2.3 Proposed Methodology

This work proposes to use the Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II [19] to solve the DIEGI problem. Fig. 3.6 shows the flowchart that describes the proposed methodology. The first step is to load the input data, which contains the information of investment and fuel costs, system parameters and investment proposals. Then, a data processing stage is undertaken by sampling the daily load curve into blocks, generating a package of different operating points which corresponds to all the possible combinations of demand growth and inflows scenarios.

The initial population is calculated in a random manner, and each individual is represented by a chromosome that contains the information of all investment proposals. This chromosome is given by a two-row matrix, where the first row represents the capacity of installing the proposed elements and the second row contains the planning phase in which the proposed element is installed. The chromosome columns represent the different investment proposals, which are arranged as shown in Fig. 3.7. It is worth mentioning that this paper uses an integer codification, thus, each element capacity is represented as an integer number (named as type) as well as the planning period (named as stages).

For each individual, both objectives have to be evaluated. The operating cost is calculated by an integrated optimal power flow (IOPF), which determines the required fuel quantity for both systems at the minimum cost. To do this, the mathematical model described in section 3.2.2 is used. To evaluate the uncertainty's effect, the IOPF is solved for all the operation points, which represent the combinations of demand growth and hydrology scenarios. Subsequently, the expected value is calculated by using each operation point cost and its probability. It is worth noting that, given the high number of points, all the IOPFs are evaluated in parallel.

After obtaining the investment cost and the operational cost in terms of the expected value across all individuals, the non-dominated individuals are determined. A non-dominated individual is an individual of the population that is better than the other individuals in at least one objective [20]. Non-dominated individuals are organized so that they conform a frontier. Afterwards, the operators of selection, recombination and mutation are applied to create a new population, and this procedure is repeated until the stopping criterion is met.

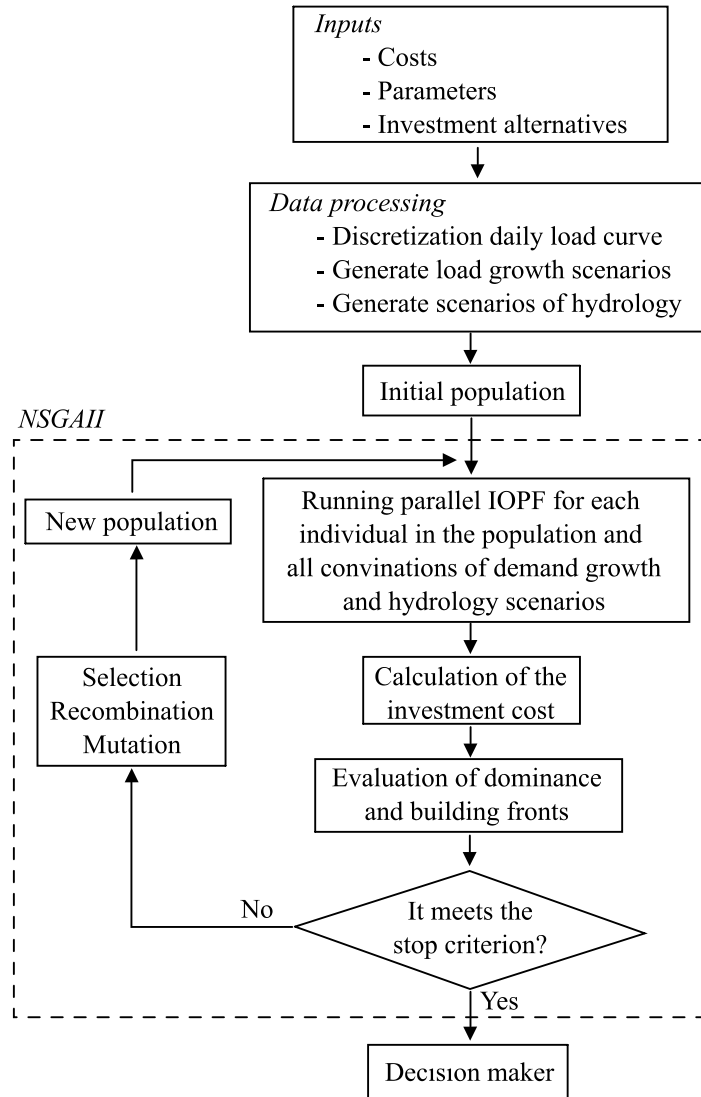


Fig. 3.6. Flow chart of the proposed methodology

	Transmission Lines (TL)				Generator (G)				Pipes (P)				Compressors (C)				RT-LNGs			
Capacity	0	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	2	1
Stage	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	2

Fig. 3.7. Example of a Chromosome and its codification

3.2.4 Test and Results

A. System Description

The proposed methodology is applied to the IEEE 24-bus electrical system and the Belgian natural gas system (refer to Fig. 3.8), where both systems were slightly modified for the purpose of this paper. In Fig. 3.8, investment proposals are indicated by dashed lines. For the electrical system, 8 transmission lines, 3 gas-fired plants (GFP) and 3 hydroelectric plants (HYP) are proposed, while for the natural gas system, 5 pipelines, 1 compressor and 2 RT-LNGs are proposed. Table 3.6 shows the proposed capabilities per type. Note that the similar generation capacity was assumed for GFP and HYP. Therefore, in the chromosome there is only one type of generator

Table 3.6. Investment Cost

Type	TL		G		P		C	RT-LNG	
	1	2	GFP	HYP	1	2	1	1	2
Capacity *	175	500	100	100	180	260	10	0.15	0.3
Annualized cost **	0.008	0.022	6	18	0.15	0.7	0.3	2.66	5.33

* MW for electricity infrastructure and Mm³ for RT-LNG, diameter in mm for pipelines and number of units per compressors

** MUSD/km for electricity lines and pipelines and MUSD for Generators and RT-LNGs

The planning horizon is 20 years, divided into two stages. The daily demand curve of both systems is sampled in 3 blocks of 100%, 80% and 50% (with respect to peak demand) with duration of 8, 12 and 4 daily hours, respectively. We consider an expected growth of 1% for both systems in the first stage and 2% in the second stage. The associated uncertainty for the electricity demand growth is equal to a $\pm 5\%$. Four hydrology conditions are considered: high, medium, low and extreme drought. These present a probability of 30%, 40%, 29% and 1%, respectively.

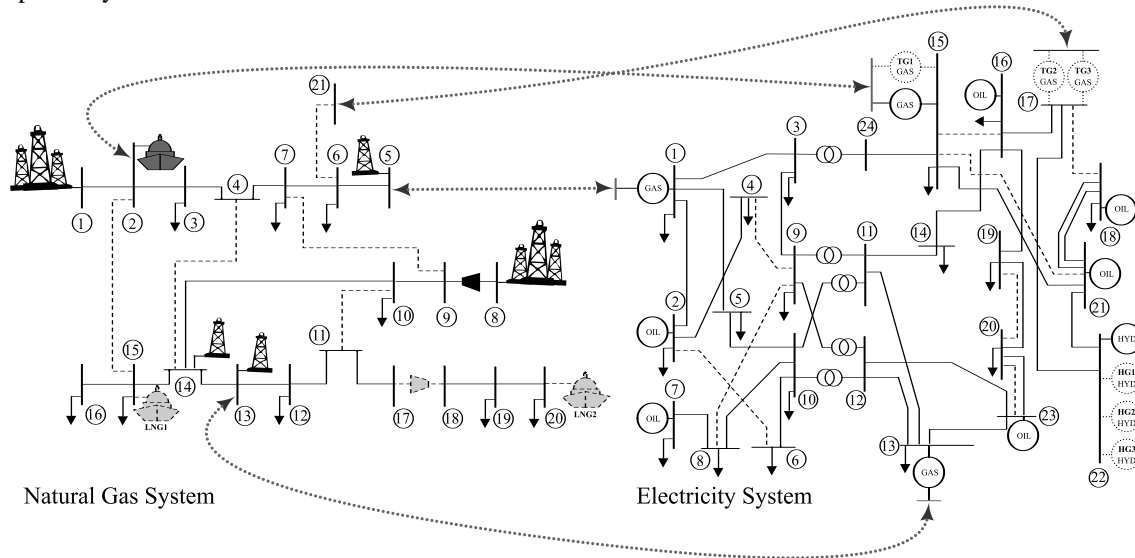


Fig. 3.8. Electricity (right figure) and natural gas (left figure) systems at the beginning of stage 1

B. Results and Discussion

The numerical results are obtained by the algorithm described in section 3.2.3. The NSGAII algorithm was implemented in MATLAB and the IOPF was implemented in GAMS. A 4-point recombination was used, and the used recombination and mutation rates were 90% and 30% respectively. The size of the population was equal to 20 individuals.

Fig. 3.9 shows the resulting Pareto-efficient frontier. It contains 96 different non-dominated individuals. Table 3.7 shows the extreme frontier points of the front, i.e. those that correspond to the lowest investment cost (IND1) and the lowest operating cost (IND2). In this Table, the notation $a@b$ indicates that the element of the solution is of type a and was obtained at the investment stage b . For instance, the element TL8-9 is of type 1 and was obtained at the second investment stage. According to Table 3.6, TL of type 1 corresponds to a line with transmission capacity of 175 MW. Furthermore, entries in Table 3.7 equal to zero means that no investment has been done in such an element. Likewise, the last two columns of Table 3.7 show the percentage of individuals in the Pareto-efficient frontier that invest on each element at each investment stage. For example, at stage 1, 0% of the individuals invest on line TL 8-9, whereas at stage 2, 20% of the individuals invest on such a line. It is worth noting that all solutions in the Pareto-efficient frontier are robust to demand growth and hydro uncertainty, otherwise the individual is dominated. Thus electricity demand will be supply under the occurrence of any scenario.

It is shown that the IND1 solution (refer to Table 3.7) contains the minimal investment requirements to supply future demands of the electricity and natural gas systems. Note that this requirement corresponds to elements in the natural gas network, which confirms the importance of the gas network to ensure adequacy in both systems.

On the other hand, it is shown that the IND2 solution (refer to Table 3.7) contains the necessary elements to obtain the lowest expected value of the operating cost in both systems. It is shown that the highest percentage of investment is presented in the natural gas network elements and electrical generation units, which demonstrates the importance of the natural gas in reducing the operational costs and in improving the robustness of the whole system.

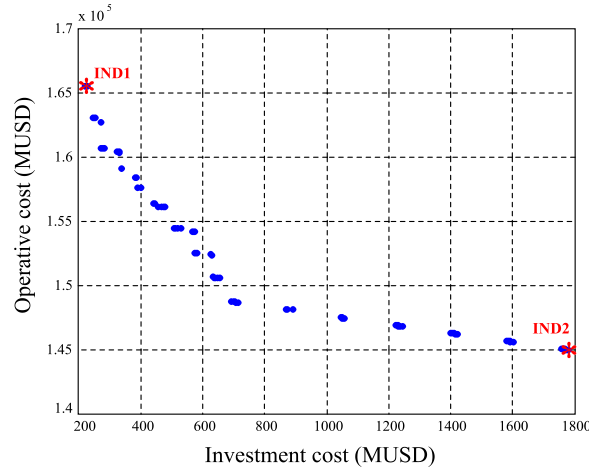


Fig. 3.9. Pareto-efficient frontier

Table 3.7. Numerical Results

ELEMENT	IND1	IND2	Percentage of individuals on Pareto curve		
			stage1	stage2	
TL	2-6	0	1@1	17%	6%
	4-9	0	0	2%	2%
	8-9	0	1@2	0%	20%
	15-16	0	0	2%	16%
	15-21	0	0	0%	0%
	17-18	0	0	4%	14%
	19-20	0	1@2	11%	20%
	20-23	0	0	3%	5%
	G	TG1	0	1@1	77%
TG2		0	1@1	57%	3%
TG3		0	1@1	58%	14%
HG1		0	1@1	15%	27%
HG2		0	1@1	29%	6%
HG3		0	1@1	26%	5%
P	4-14	1@1	0	33%	0%
	10-11	0	0	0%	0%
	9-7	0	0	0%	0%
	2-15	0	1@1	67%	0%
	6-21	0	1@1	59%	14%
C	17-18	0	0	5%	5%
RT-LNG	LNG1	0	2@1	91%	5%
	LNG2	1@1	1@1	100%	0%

3.2.5 Conclusions

This paper presents a multi-objective optimization methodology that allows to determine dynamic integrated expansion plans for electricity and natural gas networks, considering the uncertainty effect of demand growth and hydrology level.

The numerical results confirm that integrated analysis allow for better quantification of the technical and economic benefits that are generated by every installed element in both systems. It is shown that the natural gas network elements play an important role in the costs reduction and robustness increase of the electrical system to uncertainties.

It is also shown that the multi-objective analyses give very important information for the decision-makers, because they offer a set of expansion alternatives that show the more important elements for the reference plans.

Acknowledgment

This work was supported by National Department of Science, Technology and Research (COLCIENCIAS) of Colombia under Grant COLCIENCIAS 159-2015, and “Programa de Formación Becas Doctorales – Doctorados nacionales convocatoria 617 - 2013” scholarship. We also thank the PhD program at the Technological University of Pereira (UTP), the *funding of graduate projects* program, of the investigation, innovation and extension vice presidency UTP, the Pacific Alliance in its student and academic mobility platform, the Chilean Agency for International Cooperation (AGCI), Energy Center FCFM of University of Chile. Authors also gratefully acknowledge the financial support of CONICYT-Chile (through grants Fondecyt/Iniciacion/11130612, Newton-Picarte/MR/N026721/1, Fondef/ID15110592, SERC Fondap/15110019, and the Complex Engineering Systems Institute [ICM:P-05- 004-F, Conicyt:FBO16]).

References

- [1] EIA (Energy Information Administration). Shale oil and shale gas resources are globally abundant - Today in Energy - U.S, 2014. Available from: <http://www.eia.gov/todayinenergy/detail.php?id=11611> [accessed 27.10.16].
- [2] EIA (Energy Information Administration). International Energy Outlook 2016, 2016. Available from: [http://www.eia.gov/forecasts/ieo/pdf/0484\(2016\).pdf](http://www.eia.gov/forecasts/ieo/pdf/0484(2016).pdf) [accessed 27.10.16].
- [3] C. Unsihuay-Vila, J. W. Marangon-Lima, A. C. Z. de Souza, I. J. Perez-Arriaga and P. P. Balestrassi, "A model to long-term, multiarea, multistage, and integrated expansion planning of electricity and natural gas systems," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 1154-1168, May 2010.
- [4] C. Saldarriaga and H. Salazar, "Security of the Colombian energy supply: The need for liquefied natural gas regasification terminals for power and natural gas sectors", in *Energy*, vol.100 pp. 349-362, Jan. 2016.
- [5] NERC (North American Electric Reliability Corporation). 2011 special reliability assessment: a primer of the natural gas and electric power interdependency in the United States. 2011. Available from: http://www.nerc.com/files/gas_electric_interdependencies_phase_i.pdf [accessed 07.11.16].
- [6] X. Li, E. Armagan, A. Tomagard and P. I. Barton, "Long-term planning of natural gas production systems via a stochastic pooling problem," *Proceedings of the 2010 American Control Conference*, Baltimore, MD, 2010, pp. 429-435.
- [7] M. Geidl and G. Andersson, "Optimal power flow of multiple energy carriers," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, no. 1, pp. 145–155, Feb.2007.
- [8] C. Şahin, Z. Li, M. Shahidehpour, I. Erkmén, "Impact of natural gas system on risk-constrained midterm hydrothermal scheduling," in *IEEE Transactions on Power Systems.*, vol.26, no.2, pp. 520 - 531, May. 2011.
- [9] F. Toledo, E. Sauma and S. Jerardino, "Energy cost distortion due to ignoring natural gas network limitations in the scheduling of hydrothermal power systems," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, no. 5, pp. 3785-3793, Sept. 2016.
- [10] R. Rubio, D. Ojeda-Esteybar, O. Ano and A. Vargas, "Integrated natural gas and electricity market: A survey of the state of the art in operation planning and market issues," *Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America, 2008 IEEE/PES*, Bogota, 2008, pp. 1-8.
- [11] F. Barati, A. Nateghi, H. Seifi and M. S. Sepasian, "Generation and transmission expansion planning with considering natural gas network," *2013 21st Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE)*, Mashhad, 2013, pp. 1-7.
- [12] Qiu, Z. Y. Dong, J. H. Zhao, K. Meng, Y. Zheng and D. J. Hill, "Low carbon oriented expansion planning of integrated gas and power systems," in *IEEE Transactions on Power Systems.*, vol. 30, no. 2, pp. 1035-1046, Mar. 2015.
- [13] X. Zhang, M. Shahidehpour, A. S. Alabdulwahab and A. Abusorrah, "Security-Constrained Co-Optimization planning of electricity and natural gas transportation infrastructures," in *IEEE Transactions on Power Systems.*, vol. 30, no. 6, pp. 2984-2993, Nov. 2015.

- [14] J. Qiu *et al.*, "Multi-Stage flexible expansion co-planning under uncertainties in a combined electricity and gas market," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 4, pp. 2119-2129, July 2015.
- [15] P. Stefanov, A. Savić and G. Dobrić, "Power system optimization using parallel scenario algorithm," *Energy Conference (ENERGYCON), 2014 IEEE International*, Cavtat, 2014, pp. 310-317.
- [16] Q. Wang, C. Zhang, Y. Ding and J. Østergaard, "MOPSO-based multi-objective TSO planning considering uncertainties," *IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies, Europe*, Istanbul, 2014, pp. 1-5.
- [17] Chunyu Zhang, Y. Ding, J. Østergaard and Q. Wu, "Generation expansion planning considering integrating large-scale wind generation," *Industrial Electronics Society, IECON 2013 - 39th Annual Conference of the IEEE*, Vienna, 2013, pp. 2051-2056.
- [18] C.A. Saldarriaga, R.A. Hincapié and H. Salazar, "A Holistic Approach for Planning Natural Gas and Electricity Distribution Networks," *IEEE Trans. on Power Systems*, 28(4), pp. 4052-4063, Nov. 2013.
- [19] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal and T. Meyarivan, "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II," in *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 6, no. 2, pp. 182-197, Apr 2002.
- [20] K. Deb, *Multiobjective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. Chichester, U.K.: Wiley, 2001.

3.3 Stochastic planning of electricity and gas networks: An asynchronous column generation approach

Carlos Saldarriaga-Cortés¹, Harold Salazar¹, Rodrigo Moreno^{2,3}, and Guillermo Jiménez-Estévez^{4,5}

¹Electrical Engineering Department, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira 660003, Colombia
casaldarriaga@utp.edu.co, hsi@utp.edu.co

²Department of Electrical Engineering, Universidad de Chile, Santiago 8370451, Chile
rmorenovieyra@ing.uchile.cl

³Department of Electrical and Electronic Engineering, Imperial College London, London SW7 2AZ, UK
r.moreno@imperial.ac.uk

⁴Energy Center, Universidad de Chile, Santiago 8370451, Chile
gjimenez@centroenergia.cl

⁵Department of Electrical and Electronics Engineering, Universidad de Los Andes, Bogotá 111711, Colombia

Abstract— Planning networks within a multi-stage stochastic framework is becoming critical for improving the economic performance of investment decisions against the present levels of uncertainty. This problem, however, has been proved extremely challenging to be solved on real networks, especially when considering the interactions among various energy vectors. In this context, this paper proposes the use of Dantzig-Wolfe decomposition and parallel asynchronous column generation to solve a multi-stage stochastic planning of an integrated power and natural gas system, including non-linear effects of gas compressors reformulated in a mixed integer linear programming fashion. We compare the computational performance of the proposed approach against two alternatives: a parallel synchronous column generation approach and the counterfactual, monolithic approach, where the mixed integer linear program (without decomposition) is directly solved by a commercial solver. Our sources of long-term uncertainty are the locations and volumes of (i) new renewable generation (which may depend on policy objectives, regulatory incentives, etc. that are constantly evolving) and (ii) new demands. The model also ensures that the planned energy infrastructure can effectively be operated reliably against a large array of operating conditions originated by high variability of renewable generation outputs, multiple demand levels and hydro inflows. Through various case studies, we discuss and demonstrate the importance of stochastic and integrated planning of electricity and natural gas systems along with the benefits of asynchronous algorithms and decomposition techniques that can be parallelized.

Index Terms—Integrated planning, natural gas and electricity systems, stochastic programming, Dantzig-Wolfe decomposition.

Nomenclature

In this paper we use the following rules to simplify the notation:

- Variables are presented in italic and bold, and constants are in italics. For instance, $\mathbf{V}_{i,j}^k$ refers to a variable, $V_{i,j}^k$ is a parameter, and k , i and j are indexes within particular sets. We use lower case to refer generically to an index and upper case if an index is equal to a particular value in a set. For example, if we want to refer to the element where $j = J0$, we will write $V_{i,J0}^k$.
- We use a hat and an English letter in upper case to refer to sets as in \hat{A} . Sets can also be index dependent as in \hat{A}_n .

- Upper and lower bounds are denoted with a bar above (upper bound) or below (lower bound) the name of the variable, e.g., \bar{V} and \underline{V} are the upper and lower limits of variable $V_{i,j}^k$.

Indexes

h	Index that refers to a hydrological scenario
i	Index that refers to a specific asset in the class r
j	Index that refers to type, i.e., new asset capacity
k	Index that refers to an electrical or natural gas network bus
l	Index that refers to a segment of a piecewise linear approximation
n	Index that refers to a scenario-tree node
o	Index that refers to an operating condition
r	Index that refers to a generation technology or transmission asset. For generation technology, it can be hydropower (H), renewable (RNW), dual-fuel (DF) [which can be, in turn, coal (DFC), oil (DFO) or natural gas (DFG)], non-dual-fuel (NDF). For a transmission asset, it can be a power transmission line (L), pipeline (P), natural gas compressor (CP), natural gas well (W), or liquefied-natural gas regasification terminal (LNG)
s	Index that refers to an electrical system (ES) or natural gas system (GS)
w	Index that refers to wind availability scenario

Sets

\hat{F}^r	Set of all new and existing assets of class r
$\hat{G}_{h,w}$	Set of all operating conditions associated with a hydrological scenario h and a wind availability scenario w
\hat{H}	Set of all the hydrological scenarios
\hat{I}^r	Set of discretized capacities –or types– associated with all assets in class r
\hat{M}^r	Set of the new assets of class r that can be built
\hat{N}	Set of all scenario-tree nodes
\hat{O}	Set of the operating conditions
\hat{S}^s	Set of all buses of system s
\hat{W}	Set of all the wind availability scenarios

Parameters

$a_{i,k}^r$	Incidence matrix entry of the electrical network of class r , asset i , bus k
$b_{i,k}^r$	Incidence matrix entry of the natural gas network of class r , asset i , bus k
$BIGM^r$	Scalar of large magnitude of class r
CAP_j^r	Maximum capacity of a new asset of class r , type j
$IC_{i,j}^r$	Annuitized investment cost (IC) of a new class r , asset i , type j
$in_{i,k}^r, out_{i,k}^r$	Constants that indicate if the natural gas flows into or out of the bus k of the asset i , class r
$k_{0,i}^r, k_{1,i,l}^r$	Constants that depend on the physical characteristics of the asset i , class r , segment l
$m_{i,l}, n_{i,l}$	Weighting factor of the asset i , segment l
NLS^r	Number of segments of the piecewise linear approximation of class r
UC_i^r	Fuel cost per unit of class r , asset i
UUC^s	Unsupplied energy unit cost of system s
$PL_{k,o,n}$	Active power consumption at bus k , operating condition o , scenario-tree node n
$GL_{k,o,n}$	Natural gas consumption at bus k , operating condition o , scenario-tree node n
XO_i	Reactance of an existing transmission line, asset i
$X_{i,j}$	Reactance of a potential new transmission line, asset i , capacity j

$\alpha_{0,i,l}, \alpha_{1,i,l}, \alpha_{2,i,l}$	Constants that depend on the physical characteristics of compressors, asset i , segment l
$\bar{\beta}_i$	Maximum compression ratio of the asset i
ρ_n	Probability that scenario-tree node n occurs
λ_n	Discount rate of the scenario-tree node n
τ_o	Duration –in hours- of an operating condition o

Binary Variables

$S_{i,o,n}$	Natural gas flow direction (1 if positive or 0 if negative) through a pipeline or a compressor, asset i , operating condition o , scenario-tree node n
$z_{i,l,o,n}$	Auxiliary binary variable of the piecewise linear approximation of the pipeline, asset i , segment l , operating condition o , scenario-tree node n
$\Delta_{i,j,n}^r$	Granting decision variables of class r , asset i , type j , scenario-tree node n
$\Lambda_{i,j,n}^r$	Investment decision variables of class r , asset i , type j , scenario-tree node n
$\sigma_{i,o,n}^r$	Commitment variable of class r , asset i , operating condition o , scenario-tree node n

Positive Variables

$PGF_{i,o,n}$	Natural gas flow for a positive direction of the asset i , operating condition o , scenario-tree node n
$NGF_{i,o,n}$	Natural gas flow for a negative direction of the asset i , operating condition o , scenario-tree node n
$UE_{k,o,n}^s$	Unsupplied energy in system s , at bus k , operative condition o , scenario-tree node n
$\Delta_{i,l,o,n}^r$	Auxiliary variable of the piecewise linear approximation of class r , asset i , segment l , operating condition o , scenario-tree node n
$\Psi_{i,o,n}^r$	Amount of primary energy consumed by a power generator or transported by a transmission asset of class r , asset i , operating condition o , scenario-tree node n
$\pi_{k,o,n}$	Natural gas pressure at bus k , operating condition o , scenario-tree node n
$\pi_{i,o,n}^{in}$	Natural gas pressure at the input node of the pipeline of the asset i , operating condition o , scenario-tree node n
$\pi_{i,o,n}^{out}$	Natural gas pressure at the output node of the pipeline of the asset i , operating condition o , scenario-tree node n

Free Variables

$LCP_{i,o,n,l}^{CPC}$	Natural gas consumption of a compressor for a positive direction of the natural gas flow of the asset i , segment l , operative condition o , scenario-tree node n
$LCN_{i,o,n,l}^{CPC}$	Natural gas consumption of a compressor for a negative direction of the natural gas flow of the asset i , segment l , operative condition o , scenario-tree node n
$P_{i,o,n}^r$	Active power flow through asset i , class r , operative condition o of the scenario-tree node n
$\Delta\pi_{i,o,n}$	Difference between nodal pressures in the compressor i , operative condition o of the scenario-tree node n
$\theta_{k,o,n}$	Voltage angle, at bus k , operative condition o of the scenario-tree node n

3.3.1 Introduction

Nowadays, energy planners need to deal with both the increasing amounts of renewable generation in the power network and the unprecedented levels of uncertainty in the long term originated, among other reasons, by evolving policy and market conditions.

Regarding the increased amounts of renewables, it is important to ensure that the planned network infrastructure can effectively be operated reliably against a large array of operating conditions due to the high

variability of renewable generation outputs. This is exacerbated in hydro-thermal systems, where there is also a need to consider a variety of hydro inflows that can change every year/season. For instance, the need to adequately face a dry year/season (driven, for example, by a climate phenomenon like *el niño* in South America) might ultimately drive the need for further thermal generation capacity. In this context, gas-fired generation technologies are attractive because these can properly provide generation adequacy in hydro-thermal power systems and because of their lower CO₂ emission levels that are in line with the future decarbonization energy policy. Proper consideration of gas-fired power plants, however, requires careful planning of further critical infrastructure (which is also beyond the electricity system) such as the gas network (including pipelines, compressors, LNG regasification terminals, etc.). Hence, a proper energy plan may require recognition of the interactions between the gas and the electricity systems, and this has been already acknowledged by planners and regulators in jurisdictions like Colombia [1], Chile, [2], and CAISO [3].

Regarding the treatment of long-term uncertainty, planners need to consider a variety of future scenarios that may happen and thus plan infrastructure accordingly. In this context, investment decisions need to be sufficiently flexible in order to adapt to multiple scenarios in the long-term future, avoiding to lock into inefficient network plans that are usually determined through deterministic models. In fact, deterministic planning, like that proposed in [4]-[9], can lead to network investments that may be very efficient only if one given scenario realizes in the future (the one that is considered in the deterministic plan), but can also lead to an extremely poor economic and reliability performance if other realizations occur [10]. In contrast, planning through stochastic optimization models (such as [11]-[14], for a comprehensive review in electricity networks see [15]) can endogenously capture uncertainty, finding the true optimal solutions that can properly hedge against the uncertain future by determining investment plans that are flexible and adaptable in the long term. Furthermore, stochastic planning can find solutions that remain hidden by deterministic plans, irrespective of the parameters used [15]. In other words, there are solutions that are efficient and are revealed only under uncertainty and these cannot be found by deterministic models that do not acknowledge the presence of uncertainty. Although endogenous recognition of uncertainty in planning models is paramount, in particular in the case of the integrated electricity and gas systems as indicated in the latest literature such as [16]-[18], stochastic models still remain difficult to be solved due to the large amounts of variables and constraints needed in order to capture the occurrence of multiple scenarios in the future. This difficulty is compounded by the presence of network elements that require non-linear equations to be properly represented. In this context, our paper provides a new multi-stage stochastic model to deal with the integrated planning of power and natural gas systems with compressors (that are usually ignored due to their non-linear equations) that is solved through an asynchronous column generation approach.

A. Literature review

There are several papers that have proposed integrated electricity and gas expansion planning problems. From a deterministic point of view, static [4]-[6] and dynamic [7]-[9] integrated planning models have been proposed, demonstrating the advantages of the combined optimization of the power and natural gas systems. Beyond deterministic models, only a few papers have incorporated uncertainties in the power and natural gas systems. In this context, references [16]-[22] proposed both static (for instance [21], [22]) and dynamic or multi-stage (for instance [16]-[20]) planning models through robust and stochastic programs, considering various uncertainties such as the load demand growth, fuel availability, fuel costs, hydro inflows, and wind power outputs. Due to the inherent computational complexity associated with uncertainty, some of these papers (such as [19]-[21]) proposed meta-heuristic techniques that do not guarantee optimal solutions (although these can determine sufficiently good solutions in real, large-scale case studies). Robust optimization has been also used to deal with reliability and resilience within the integrated planning of the electricity and gas systems. For instance, [16] and [17] used robust optimization to determine secured plans against various events such as the occurrence of extreme events (superstorms, earthquakes and floods), wind power availability, and system contingencies.

As far as we know, only references [18] and [22] have proposed stochastic optimization programs to deal with the combined planning of electricity and gas networks under uncertainty that can be optimally solved through mixed integer linear programming (MILP) techniques. In fact, reference [22] presented a two-stage

stochastic optimization model to plan electricity and gas networks under uncertainties related to electricity and natural gas demands. This reference also highlights the need for advanced algorithms to solve problems at a larger scale. Likewise, reference [18] presented a multi-stage stochastic approach, demonstrating the advantages of the multi-stage approach against a two-stage approach. Our paper complements the previous literature as indicated next.

B. Paper's contributions

The two main contributions of our paper are as follows:

1. **Enhanced modelling of natural gas network components within planning models:** We model two features of the natural gas compressors: their capability to transfer gas in two directions and the effect of the compression rate on the natural gas consumption. These features are often ignored in planning models. In fact, the former is usually addressed under the assumption that natural gas flows only in a single direction. The latter is often assumed proportional to the flow magnitude through the compressor when, in reality, these relations are non-linear. So, neither of these is accurate. In this vein, we proposed a linear representation of both aforementioned features so that (i) the natural gas can flow freely in both directions over the network infrastructure and (ii) gas consumptions from compressors are more accurately represented. Additionally, we propose a new piecewise linear approximation of the natural gas flow through a pipeline that has a lower error when comparing with other academic literature. As a consequence, we believe that our piecewise linear approximations make the modelling of the entire natural gas network more realistic, accurate and therefore superior to previous works (e.g. [4]-[28]) since the greater levels of details in compressors and pipeline's model have an important impact on network operation, which may, in turn, affect investment decisions.
2. **A scalable gas-electricity network expansion problem:** We apply Dantzig-Wolfe decomposition and parallel asynchronous column generation (expanding from [12]) to solve the integrated planning of electricity and gas systems under long-term uncertainties such as demand growth, volumes and locations of new renewable generation plants (that may depend on evolving policy, regulatory incentives, etc.) and under short-term variability of operating conditions originated by multiple demand levels, renewable generation outputs, hydro conditions, etc. Particularly, we use the split-variable formulation and Dantzig-Wolfe reformulation of the capacity planning problem for electricity distribution proposed in reference [12] and adapted it to our integrated gas-electricity network expansion problem, solving the reformulated master-slave problem through an asynchronous column generation algorithm undertaken in a parallel computing fashion. We also compare the computational performance of the asynchronous column generation algorithm against that of the synchronous version. To our knowledge, this is the first time that these techniques are used to solve this problem.

Finally, it is worth to mention that we also contribute by adding more quantitative evidence to the academic literature (like that in [17]-[19]) that demonstrates the importance of multi-stage stochastic planning of integrated electricity and gas systems. We believe this is a key discussion since, in practice, network planners are still running deterministic approaches to determine network investment decisions, which significantly endangers the cost-effective transition towards a more sustainable and low-carbon energy system. These deterministic planning practices though may be justified by the lack of adequate computational tools and algorithms to tackle multi-stage stochastic planning problems in real life, which we attempt to attack in this paper.

This paper is organized as follows. Section 3.3.2 provides an overview of the problem and the main features of our proposal. Section 3.3.3 and 3.3.4 present our mathematical program and its solution methodology, respectively. Section 3.3.5 shows the main results, illustrating (i) the features of the stochastic planning of electricity and natural gas systems and (ii) the computational performance of the proposed approach. Finally, section 3.3.6 concludes.

3.3.2 Problem Overview

We seek to plan both electricity and natural gas networks in an integrated fashion and across various years (so-called stages due to the stochastic nature of the proposed mathematical program) when facing long-term uncertainty. In this paper, our sources of long-term uncertainty are the locations and volumes of (i) new renewable generation, for instance, wind based power generation (WG) [which may depend on policy objectives, regulatory incentives, etc. that are constantly evolving] and (ii) new demands (ND); although other sources of uncertainty can be included without undertaking significant changes in the proposed mathematical program. In our approach, we minimize the coupled, total cost of electricity and natural gas systems (which is the sum of the investment, operational and unsupplied demand costs in both electricity and natural gas networks), while investing in new infrastructure such as transmission lines, transformers, conventional generating units, gas pipelines, LNG regasification terminals and, importantly, compressors.

In the short-term, we model various operating conditions within every node of the scenario tree in order to determine operational and unsupplied demand costs. These operating conditions also ensure that the infrastructure planned can be operated against an array of different levels of wind power generation, demand and hydro inflows.

An important feature of the proposed model is also the coupling between electricity and gas sectors, and this is extremely important when the planner can invest in gas generating units that need significant network infrastructure (in both electricity and gas networks) to properly operate the systems. Importantly, this is undertaken within a stochastic framework with multiple long-term scenarios and operating conditions in the short-term, which clearly increases the model complexity.

In this context, we present 2 variants of a master-slave, column generation algorithm (based on a Dantzig-Wolfe decomposition –DWD– technique proposed in [12]): parallel asynchronous and synchronous. The mathematical formulation and the solution methodology are presented next.

3.3.3 Mathematical Formulation

The formulation corresponds to an integrated electricity and natural gas expansion planning problem under uncertainty, which is tackled through a multi-stage stochastic MILP model, whose objective function and constraints are explained next.

A. Objective function

The model minimizes the expected present value of operational, investment and unsupplied energy costs of both power and natural gas networks. The objective function is shown in (1a) which is composed of three terms $-IC_n, OC_{o,n}, UEC_{o,n}$ - that are detailed in (1b), (1c) and (1d), respectively. In this paper, an operating condition o is a combination of one hydrological/inflow scenario, one discretized demand level, and one wind availability level.

$$v = \sum_{n \in \mathcal{N}} \rho_n \cdot \lambda_n \cdot \left(IC_n + \sum_{o \in \hat{O}} \tau_o \cdot (OC_{o,n} + UEC_{o,n}) \right) \quad (1a)$$

Equation (1b) is the investment cost of expanding the current power and natural gas infrastructures to supply future demands at the scenario-tree node n . \mathbf{A}' and \mathbf{A} are the granted and required investment decision variables at the scenario-tree node n that are detailed in section 3.3.3.B.3.

$$IC_n = \sum_{r \in \hat{A}} \sum_{i \in \hat{M}^r} \sum_{j \in \hat{I}^r} IC_{i,j}^r \cdot \mathbf{A}'_{i,j,n}; \hat{A} = \{H, DF, NDF, L, P, CP, LNG\} \quad (1b)$$

Equation (1c) is the operational costs **-OC-** of an operating condition o at node n of the scenario tree. It takes into account the cost of different types of fuel to supply power and natural gas demands.

$$\mathbf{OC}_{o,n} = \sum_{r \in \hat{B}} \sum_{i \in \hat{F}^r} UC_i^r \cdot \boldsymbol{\Psi}_{i,o,n}^r; \hat{B} = \{DFO, DFC, NDF, W, LNG\} \quad (1c)$$

Finally, (1d) is the unsupplied energy cost of the power system (PS) and the natural gas system (GS) of an operating condition o at node n of the scenario tree.

$$\mathbf{UEC}_{o,n} = \sum_{s \in \{PS, GS\}} \sum_{k \in \hat{S}^s} UUC^s \cdot \mathbf{UE}_{k,o,n}^s \quad (1d)$$

B. Main optimization constraints

For the sake of clarity, power and natural gas system constraints are explained separately next. Non-anticipativity constraints are presented at the end.

1) Power system constraints

Equation (2a) is the active power balance equation at each bus of the power network.

$$\sum_{r \in \hat{C}} \sum_{i \in \hat{F}^r} a_{i,k}^r \cdot \mathbf{P}_{i,o,n}^r = PL_{k,o,n} - \mathbf{UE}_{k,o,n}^{PS}; \forall k \in \hat{S}^{PS}; \hat{C} = \{DFO, DFC, DFG, NDF, H, RNW, L\} \quad (2a)$$

Equations (2b)-(2d) represent the linear DC power flow equations associated with the existing and potentially new network infrastructure. $\mathbf{PF}_{i,j,o,n}$ is an auxiliary variable that includes the multiple effects of a transmission line on the disjunctive DC model.

$$\mathbf{P}_{i,o,n}^L = \frac{1}{X0_i} \cdot \sum_{k \in \hat{S}^{PS}} a_{i,k}^L \cdot \boldsymbol{\theta}_{k,o,n}; \forall \{i \in \hat{F}^L\} \& \{i \notin \hat{M}^L\} \quad (2b)$$

$$-BIGM^L \cdot \left(1 - \sum_{j \in \hat{I}^L} \Lambda_{i,j,n}^L\right) \leq \sum_{j \in \hat{I}^L} X_{i,j} \cdot \mathbf{PF}_{i,j,o,n} - \sum_{k \in \hat{S}^{PS}} a_{i,k}^L \cdot \boldsymbol{\theta}_{k,o,n} \leq BIGM^L \cdot \left(1 - \sum_{j \in \hat{I}^L} \Lambda_{i,j,n}^L\right); \quad (2c)$$

$$\forall i \in \hat{M}^L$$

$$\mathbf{P}_{i,o,n}^L = \sum_{j \in \hat{I}^L} \mathbf{PF}_{i,j,o,n}; \forall i \in \hat{M}^L \quad (2d)$$

A piecewise linear representation of the fuel consumption of thermal generators is shown in (2e)-(2h). Note that this representation corresponds to a linearization of the quadratic fuel consumption function, often used for power generators [4]. It also models the dual-fuel capability of thermal generators that it is the ability to utilize more than one type of fuel.

$$\boldsymbol{\Psi}_{i,o,n}^r = k_{0,i}^r \cdot \boldsymbol{\sigma}_{i,o,n}^r + \sum_{l=1}^{NLS^r} k_{1,i,l}^r \cdot \boldsymbol{\Delta}_{i,l,o,n}^r; \forall r \in \hat{D}, \forall i \in \hat{F}^r \quad (2e)$$

$$\mathbf{P}_{i,o,n}^r = \underline{P}_i^r \cdot \boldsymbol{\sigma}_{i,o,n}^r + \sum_{l=1}^{NLS^r} \mathbf{A}_{i,l,o,n}^r; \forall r \in \widehat{D}, \forall i \in \widehat{F}^r \quad (2f)$$

$$0 \leq \mathbf{A}_{i,l,o,n}^r \leq \overline{\mathbf{A}}_{i,l}^r \cdot \boldsymbol{\sigma}_{i,o,n}^r; \forall r \in \widehat{D}, \forall i \in \widehat{F}^r, \forall l \in \{1, 2, \dots, NLS^r\} \quad (2g)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{i,o,n}^{DFC} + \boldsymbol{\sigma}_{i,o,n}^{DFO} + \boldsymbol{\sigma}_{i,o,n}^{DFG} \leq 1; \forall i \in \widehat{F}^{DF}; \widehat{D} = \{NDF, DFC, DFO, DFG\} \quad (2h)$$

Equation (2i) is the water discharge ($\boldsymbol{\Psi}_{i,o,n}^H$) as a function of the power output ($\mathbf{P}_{i,o,n}^H$) and a water discharge constant (κ_i^H). Equation (2j) limits the energy storage capacity ($\mathbf{E}_{i,h}^H$) of a water reservoir for hydropower generation.

$$\boldsymbol{\Psi}_{i,o,n}^H = \kappa_i^H \cdot \mathbf{P}_{i,o,n}^H; \forall i \in \widehat{F}^H \quad (2i)$$

$$\sum_{o \in \widehat{G}_{n,w}} \tau_o \cdot \boldsymbol{\Psi}_{i,o,n}^H \leq \mathbf{E}_{i,h}^H; \forall i \in \widehat{F}^H, \forall h \in \widehat{H}, \forall w \in \widehat{W} \quad (2j)$$

Operational limits are represented as follows. Equation (2k) limits the unsupplied energy at each bus, (2l) limits the power output of all generators, (2m)-(2n) limit the active power flow through the power network assets.

$$0 \leq \mathbf{U}\mathbf{E}_{k,o,n}^{PS} \leq PL_{k,o,n}; \forall k \in \widehat{S}^{PS} \quad (2k)$$

$$\underline{P}_i^r \cdot \boldsymbol{\sigma}_{i,o,n}^r \leq \mathbf{P}_{i,o,n}^r \leq \overline{P}_i^r \cdot \boldsymbol{\sigma}_{i,o,n}^r; \forall r \in \{NDF, DFC, DFO, DFG, H, RNW\}, \forall i \in \widehat{F}^r \quad (2l)$$

$$-\overline{P}_i^L \leq \mathbf{P}_{i,o,n}^L \leq \overline{P}_i^L; \forall \{i \in \widehat{F}^L\} \& \{i \notin \widehat{M}^L\} \quad (2m)$$

$$-CAP_j^L \cdot \mathbf{A}_{i,j,n}^L \leq \mathbf{P}\mathbf{F}_{i,j,o,n}^L \leq CAP_j^L \cdot \mathbf{A}_{i,j,n}^L; \forall i \in \widehat{M}^L, \forall j \in \widehat{I}^L \quad (2n)$$

Finally, the maximum number of assets that can be built is limited by (2o), while (2p)-(2q) ensure that a new asset can be utilized only after being built. All new assets have a construction time (lag between decision and implementation times) of one stage.

$$\sum_{j \in \widehat{I}^r} \mathbf{A}_{i,j,n}^r \leq 1; \forall r \in \widehat{A}, \forall i \in \widehat{M}^r \quad (2o)$$

$$\mathbf{P}_{i,o,n}^r \leq \sum_{j \in \widehat{I}^r} CAP_j^r \cdot \mathbf{A}_{i,j,n}^r; \forall r \in \{H, NDF, L\}, \forall i \in \widehat{M}^r \quad (2p)$$

$$\sum_{r \in \{DFO, DFC, DFG\}} \mathbf{P}_{i,o,n}^r \leq \sum_{j \in \widehat{I}^{DF}} CAP_j^{DF} \cdot \mathbf{A}_{i,j,n}^{DF}; \forall i \in \widehat{M}^{DF} \quad (2q)$$

2) Natural gas system constraints

For the natural gas system, (3a) represents the nodal balance equation that includes the natural gas consumption of the compressor.

$$\sum_{r \in \widehat{E}} \sum_{i \in \widehat{F}^r} b_{i,k}^r \cdot \boldsymbol{\Psi}_{i,o,n}^r = GL_{k,o,n} - \mathbf{U}\mathbf{E}_{k,o,n}^{GS}; \quad (3a)$$

$$\forall k \in \widehat{S}^{GS}; \widehat{E} = \{P, CP, CPC, NDF, DFG, W, LNG\}$$

Equations (3b)-(3q) are the linear piecewise representations of the natural gas flows through existing or potentially new pipelines. The corresponding non-linear formulation can be found in [4], [23]-[28].

$$\boldsymbol{\pi}_{i,o,n}^{out} = \boldsymbol{\pi}_{i,o,n}^{in} + \sum_{l=1}^{NLS} m_{i,l} \cdot \boldsymbol{\Delta}_{i,l,o,n}^P; \quad \forall i \in \hat{F}^P \quad (3b)$$

$$\boldsymbol{\Psi}_{i,o,n}^r = \boldsymbol{PGF}_{i,o,n}^r - \boldsymbol{NGF}_{i,o,n}^r; \quad \forall r \in \{P, CP\}, \forall i \in \hat{F}^r \quad (3c)$$

$$\boldsymbol{PGF}_{i,o,n}^P + \boldsymbol{NGF}_{i,o,n}^P = \sum_{l=1}^{NLS} \boldsymbol{\Delta}_{i,l,o,n}^P; \quad \forall i \in \hat{F}^P \quad (3d)$$

$$0 \leq \boldsymbol{PGF}_{i,o,n}^P \leq \boldsymbol{BIGM} \cdot \boldsymbol{S}_{i,o,n}; \quad \forall i \in \hat{F}^P \quad (3e)$$

$$0 \leq \boldsymbol{NGF}_{i,o,n}^P \leq \boldsymbol{BIGM} \cdot (1 - \boldsymbol{S}_{i,o,n}); \quad \forall i \in \hat{F}^P \quad (3f)$$

$$\sum_{u=1}^l \boldsymbol{\Delta}_{i,u,o,n}^P \leq \frac{1}{n_{i,l}} \cdot \left(\boldsymbol{\pi}_{i,o,n}^{in} + \sum_{u=1}^l m_{i,u} \cdot \boldsymbol{\Delta}_{i,u,o,n}^P \right); \quad \forall i \in \hat{F}^P, \forall l \in \{1, \dots, NLS^P\} \quad (3g)$$

$$\boldsymbol{\xi}_{i,l,o,n} \leq \sum_{u=1}^{l-1} \boldsymbol{\Delta}_{i,u,o,n}^P; \quad \forall i \in \hat{F}^P, \forall l \in \{2, \dots, NLS^P\} \quad (3h)$$

$$\boldsymbol{\Delta}_{i,u,o,n}^P \leq \boldsymbol{BIGM} \cdot \boldsymbol{z}_{i,l,o,n}; \quad \forall i \in \hat{F}^P, \forall l \in \{2, \dots, NLS^P\} \quad (3i)$$

$$-\boldsymbol{BIGM} \cdot (1 - \boldsymbol{z}_{i,l,o,n}) \leq n_{i,l-1} \cdot \boldsymbol{\xi}_{i,l,o,n} - \left(\boldsymbol{\pi}_{i,o,n}^{in} + \sum_{u=1}^{l-1} m_{i,u} \cdot \boldsymbol{\Delta}_{i,u,o,n}^P \right) \leq \boldsymbol{BIGM} \cdot (1 - \boldsymbol{z}_{i,l,o,n}); \quad \forall i \in \hat{F}^P, \forall l \in \{2, \dots, NLS^P\} \quad (3j)$$

$$-\boldsymbol{BIGM} \cdot \boldsymbol{z}_{i,l,o,n} \leq \boldsymbol{\xi}_{i,l,o,n} \leq \boldsymbol{BIGM} \cdot \boldsymbol{z}_{i,l,o,n}; \quad \forall i \in \hat{F}^P, \forall l \in \{2, \dots, NLS^P\} \quad (3k)$$

$$-\boldsymbol{BIGM} \cdot (2 - \boldsymbol{S}_{i,o,n} - \boldsymbol{\Lambda}_{i,n}^P) \leq \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} in_{i,k}^P \cdot \boldsymbol{\pi}_{k,o,n} - \boldsymbol{\pi}_{i,o,n}^{in} \leq \boldsymbol{BIGM} \cdot (2 - \boldsymbol{S}_{i,o,n} - \boldsymbol{\Lambda}_{i,n}^P); \quad \forall i \in \hat{F}^P \quad (3l)$$

$$-\boldsymbol{BIGM} \cdot (2 - \boldsymbol{S}_{i,o,n} - \boldsymbol{\Lambda}_{i,n}^P) \leq \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} out_{i,k}^P \cdot \boldsymbol{\pi}_{k,o,n} - \boldsymbol{\pi}_{i,o,n}^{out} \leq \boldsymbol{BIGM} \cdot (2 - \boldsymbol{S}_{i,o,n} - \boldsymbol{\Lambda}_{i,n}^P); \quad \forall i \in \hat{F}^P \quad (3m)$$

$$(3n)$$

$$-BIGM \cdot (1 + S_{i,o,n} - \Lambda_{i,n}^P) \leq \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} out_{i,k}^P \cdot \pi_{k,o,n} - \pi_{i,o,n}^{in} \leq BIGM \cdot (1 + S_{i,o,n} - \Lambda_{i,n}^P);$$

$$\forall i \in \hat{F}^P$$

$$-BIGM \cdot (1 + S_{i,o,n} - \Lambda_{i,n}^P) \leq \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} in_{i,k}^P \cdot \pi_{k,o,n} - \pi_{i,o,n}^{out} \leq BIGM \cdot (1 + S_{i,o,n} - \Lambda_{i,n}^P);$$

$$\forall i \in \hat{F}^P \quad (3o)$$

$$z_{i,l,o,n} \leq \Lambda_{i,n}^P;$$

$$\forall i \in \hat{F}^P \quad (3p)$$

$$\Lambda_{i,n}^P = 1;$$

$$\forall i \notin \hat{M}^P \quad (3q)$$

Equations (4a)-(4h) are the linear piecewise representations of the natural gas flows through existing or potentially new compressors. The corresponding non-linear formulation can be found in [23]-[26].

$$\sum_{k \in \hat{S}^{GS}} b_{i,k}^{CP} \cdot \pi_{k,o,n} = \Delta \pi_{i,o,n}; \forall i \in \hat{F}^{CP} \quad (4a)$$

$$(1 - \bar{\beta}_i) \cdot \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} out_{i,k}^{CP} \cdot \pi_{k,o,n} \leq \Delta \pi_{i,o,n} \leq (\bar{\beta}_i - 1) \cdot \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} in_{i,k}^{CP} \cdot \pi_{k,o,n}; \forall i \in \hat{F}^{CP} \quad (4b)$$

$$-(\bar{\pi} - \underline{\pi}) \cdot \sigma_{i,o,n}^{CP} \leq \Delta \pi_{i,o,n} \leq (\bar{\pi} - \underline{\pi}) \cdot \sigma_{i,o,n}^{CP}; \forall i \in \hat{F}^{CP} \quad (4c)$$

$$0 \leq \Psi_{i,o,n}^{CPC} \leq BIGM^{CP} \cdot \sigma_{i,o,n}^{CP}; \forall i \in \hat{F}^{CP} \quad (4d)$$

$$LCP_{i,o,n,l}^{CPC} \leq \Psi_{i,o,n}^{CPC}; \forall l \in \{1, \dots, NLS^{CP}\} \quad (4e)$$

$$LCN_{i,o,n,l}^{CPC} \leq \Psi_{i,o,n}^{CPC}; \forall l \in \{1, \dots, NLS^{CP}\} \quad (4f)$$

$$-BIGM^{CP} \cdot (1 - \sigma_{i,o,n}^{CP}) \leq LCP_{i,o,n,l}^{CPC} - \alpha_{2,i,l} \cdot \Psi_{i,o,n}^{CP} - \alpha_{1,i,l} \cdot \Delta \pi_{i,o,n}$$

$$+ \alpha_{0,i,l} \cdot \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} in_{i,k}^{CP} \cdot \pi_{k,o,n} \leq BIGM^{CP} \cdot (1 - \sigma_{i,o,n}^{CP});$$

$$\forall l \in \{1, \dots, NLS^{CP}\}, \forall i \in \hat{F}^{CP} \quad (4g)$$

$$-BIGM^{CP} \cdot (1 - \sigma_{i,o,n}^{CP}) \leq LCN_{i,o,n,l}^{CPC} + \alpha_{2,i,l} \cdot \Psi_{i,o,n}^{CP} + \alpha_{1,i,l} \cdot \Delta \pi_{i,o,n}$$

$$+ \alpha_{0,i,l} \cdot \sum_{k \in \hat{S}^{GS}} out_{i,k}^{CP} \cdot \pi_{k,o,n} \leq BIGM^{CP} \cdot (1 - \sigma_{i,o,n}^{CP});$$

$$\forall l \in \{1, \dots, NLS^{CP}\}, \forall i \in \hat{F}^{CP} \quad (4h)$$

The operational limits associated with the natural gas system are presented in (5a)-(5c). Equation (5a) limits the unsupplied natural gas volumes per bus, (5b) constrains the production of natural gas wells and LNG-RT and the natural gas flow through the compressors, and (5c) limits the natural gas pressure at each bus.

$$0 \leq \mathbf{UE}_{k,o,n}^{GS} \leq GL_{k,o,n}; \forall k \in \hat{S}^{GS} \quad (5a)$$

$$\underline{\Psi}_i^r \leq \Psi_{i,o,n}^r \leq \bar{\Psi}_i^r; \forall r \in \{W, LNG, CP\}, \forall \{i \in \hat{F}^r\} \& \{i \notin \hat{M}^{GNL}\} \quad (5b)$$

$$\underline{\pi} \leq \boldsymbol{\pi}_{k,o,n} \leq \bar{\pi}; \forall k \in \hat{S}^{GS} \quad (5c)$$

Equations (5d)-(5e) ensure that a new natural gas asset (e.g. pipelines, LNG-TR, etc.) can be utilized only after being built.

$$\sigma_{i,o,n}^{CP} \leq \sum_{j \in \hat{I}^{CP}} \Lambda_{i,j,n}^{CP}; \forall i \in \hat{M}^{CP} \quad (5d)$$

$$0 \leq \boldsymbol{\Psi}_{i,o,n}^{LNG} \leq \sum_{j \in \hat{I}^{GNL}} CAP_j^{LNG} \cdot \Lambda_{i,j,n}^{LNG}; \forall i \in \hat{M}^{GNL} \quad (5e)$$

3) Non-anticipativity constraints

Equation (6) –adapted from [12]– shows the non-anticipativity constraints in a compact form, where \mathbb{X}_n is the binary vector composed of all investment decision variables $\Lambda_{i,j,n}^r$ and \mathbb{X}'_n is the binary vector composed of all “granting” decision variables that are penalized in (1b), i.e., $\Lambda_{i,j,n}^r$. Note that vectors are highlighted in double script.

$$\mathbb{X}_n \leq \sum_{n' \in \hat{t}_n} \mathbb{X}'_{n'}; \forall n \in \hat{\mathcal{N}} \quad (6)$$

Note that \mathbb{X}_n establishes a request of network expansion at each node $n \in \hat{\mathcal{N}}$ of the scenario tree and those requirements are granted by the vector $\mathbb{X}'_{n'}$ at some predecessor node $n' \in \hat{t}_n$.

3.3.4 Proposed Methodology

This section presents the algorithm used to determine the optimal solution of the abovementioned problem, which is based on a Dantzig-Wolfe, column generation method introduced in [12]. Here, we present 2 implementations of a column generation: parallel asynchronous and synchronous. Also, we briefly introduce the serial case in order to help the reader understand our proposal. Next, we introduce some fundamental definitions that serve, afterwards, to explain the algorithm implementation.

A. Fundamental definitions

Next, we re-write the entire problem in its compact form in order to introduce, in a more straightforward manner, the master and slave subproblems used to determine the optimal solution.

1) The compact problem

For the sake of simplicity, the complete formulation of the model in its compact form is re-written and presented in (7a)-(7c), where $\mathbb{X}'_{n'}$ is a vector that corresponds to the investment decisions at node $n' \in \hat{\mathcal{N}}$, \mathbb{Y}_n is a vector that corresponds to the operational variables at node $n \in \hat{\mathcal{N}}$, and \mathcal{F}_n represents the feasible solution space formulated in detail previously in (2a)-(5e).

$$\min_{\mathbb{X}'_n, \mathbb{X}_n, \mathbb{Y}_n} \left\{ \sum_{n \in \hat{\mathcal{N}}} \mathbb{C}\mathbb{O}_n^T \mathbb{Y}_n + \mathbb{C}\mathbb{I}_n^T \mathbb{X}'_n \right\} \quad (7a)$$

$$s. t. \mathbb{X}_n \leq \sum_{n' \in \tau_n} \mathbb{X}'_{n'}; \forall n \in \hat{\mathcal{N}} \quad (7b)$$

$$\{\mathbb{X}_n, \mathbb{Y}_n\} \in \mathcal{F}_n; \forall n \in \hat{\mathcal{N}} \quad (7c)$$

In (7b), \mathbb{X}_n is a vector that facilitates the formulation of the master-slave subproblems below and corresponds to, as explained in [17], the required investments to deal only with the operating conditions that compose node $n \in \hat{\mathcal{N}}$, ignoring other nodes of the scenario tree.

2) The master problem (MP)

The MP is presented in (8a)-(8e), where investment decisions are made based on a linear convex combination (with \mathbb{L}_n^p being the weighting variables) of the extreme points $\{\hat{\mathbb{X}}_n^p, \hat{\mathbb{Y}}_n^p\}$ that represents (5c). Each p -th extreme point of \mathcal{F}_n is obtained by running the slave subproblems (presented next). The dual variables \mathbb{W}_n and $\boldsymbol{\mu}_n$ are obtained from a fully linear, relaxed MP that ignores the integrality of (8d)-(8e).

$$v^{MP} = \min_{\mathbb{L}_n^p, \mathbb{X}'_n} \left\{ \sum_{n \in \hat{\mathcal{N}}} \left(\mathbb{C}\mathbb{I}_n^T \mathbb{X}'_n + \mathbb{C}\mathbb{O}_n^T \sum_{p \in \hat{\mathcal{P}}} \mathbb{L}_n^p \cdot \hat{\mathbb{Y}}_n^p \right) \right\} \quad (8a)$$

[Dual Variables]

$$s. t. \sum_{p \in \hat{\mathcal{P}}} \mathbb{L}_n^p \cdot \hat{\mathbb{X}}_n^p \leq \sum_{n' \in \tau_n} \mathbb{X}'_{n'}; \forall n \in \hat{\mathcal{N}} \quad [\mathbb{W}_n] \quad (8b)$$

$$\sum_{p \in \hat{\mathcal{P}}} \mathbb{L}_n^p = 1; \forall n \in \hat{\mathcal{N}} \quad [\boldsymbol{\mu}_n] \quad (8c)$$

$$\mathbb{X}'_n \in \{0,1\}; \forall n \in \hat{\mathcal{N}} \quad (8d)$$

$$\mathbb{L}_n^p \in \{0,1\}; \forall n \in \hat{\mathcal{N}}, \forall p \in \hat{\mathcal{P}} \quad (8e)$$

3) The slave subproblem (SSP)

The SSP per node $n \in \hat{\mathcal{N}}$ is presented in (9a)-(9b), where dual variables \mathbb{W}_n and $\boldsymbol{\mu}_n$ (imported from the master problem), are used.

$$\min_{\mathbb{X}_n, \mathbb{Y}_n} \left\{ \sum_{n \in \hat{\mathcal{N}}} \mathbb{C}\mathbb{O}_n^T \mathbb{Y}_n - \mathbb{W}_n^T \mathbb{Y}_n - \boldsymbol{\mu}_n \right\} \quad (9a)$$

$$s. t. \{\mathbb{X}_n, \mathbb{Y}_n\} \in \mathcal{F}_n \quad (9b)$$

B. Algorithm

1) General description

The MP and SSP previously introduced are run by using the following 8-step algorithm.

- i. By using $\boldsymbol{\mu}_n = 0$ and $\mathbb{W}_n = \mathbb{C}\mathbb{I}_n$ for all $n \in \hat{\mathcal{N}}$, solve (9a)-(9b) and determine optimal values of \mathbb{X}_n^* and \mathbb{Y}_n^* for all $n \in \hat{\mathcal{N}}$. Also, define $k := 1$, $\hat{\mathcal{P}} := \{k\}$, and, for all $n \in \hat{\mathcal{N}}$, $\hat{\mathbb{X}}_n^{p=k} := \mathbb{X}_n^*$ and $\hat{\mathbb{Y}}_n^{p=k} := \mathbb{Y}_n^*$.
- ii. By using defined $\hat{\mathbb{X}}_n^p$ and $\hat{\mathbb{Y}}_n^p$ for all $n \in \hat{\mathcal{N}}$ and $p \in \hat{\mathcal{P}}$, solve (8a)-(8e), relaxing the integrality constraints associated with (8d)-(8e). Determine the value of the dual variables for all $n \in \hat{\mathcal{N}}$ (\mathbb{W}_n^* and $\boldsymbol{\mu}_n^*$), the

- objective function v^{MP^*} , and define $v^{MP-LP} := v^{MP^*}$.
- iii. If optimal solution from step ii is integer, then define $v^{MP-MILP} := v^{MP-LP}$ and go to v. Otherwise, go to iv.
 - iv. By using defined \widehat{X}_n^p and \widehat{Y}_n^p for all $n \in \widehat{N}$ and $p \in \widehat{P}$, solve (8a)-(8e) (without linear relaxation), determine the optimal value of the objective function v^{MP^*} , and define $v^{MP-MILP} := v^{MP^*}$.
 - v. By using W_n^* and μ_n^* for all $n \in \widehat{N}$ from step ii, solve (9a)-(9b) and determine optimal values of X_n^* and Y_n^* for all $n \in \widehat{N}$.
 - vi. Define $d_n := \mathbb{C}O_n^T Y_n^* - W_n^{*T} X_n^* - \mu_n^*$ for all $n \in \widehat{N}$ and calculate (10):

$$GAP = \frac{v^{MP-MILP} - (v^{MP-LP} + \sum_{n \in \widehat{N}} d_n)}{v^{MP-LP} + \sum_{n \in \widehat{N}} d_n} \quad (10)$$

- vii. If GAP is equal to or lower than a certain (very small) number, then STOP. Otherwise, go to viii.
- viii. For all $n \in \widehat{N}$ do: if $d_n < 0$ then: $k := k + 1$, $\widehat{P} := \widehat{P} \cup \{k\}$, $\widehat{X}_n^{p=k} := X_n^*$ and $\widehat{Y}_n^{p=k} := Y_n^*$. Go to ii.

Although the above procedure does not ensure $GAP = 0$, in practice, we always obtain $GAP < 0.05\%$ in our case studies.

2) Algorithm implementations

We implement the previous algorithm in 2 different running modes: parallel synchronous and parallel asynchronous. We also present the serial case in order to help the reader understand our proposal. These modes differ in the aforementioned step v (i.e. execution of SSP) as explained next:

- a. Serial (S), where (9a)-(9b) is solved for all $n \in \widehat{N}$, one after the other.
- b. Parallel synchronous (PS), where execution of (9a)-(9b) is started for all $n \in \widehat{N}$. Execution of (9a)-(9b) for each node n is undertaken in parallel. We move from step v to vi, once (9a)-(9b) has been solved for all $n \in \widehat{N}$.
- c. Parallel asynchronous (PAS), where execution of (9a)-(9b) is started for all $n \in \widehat{N}$. We move from step v to vi after a critical waiting time is reached (reset every time a new set of subproblems is executed) and (9a)-(9b) has been solved for, at least, one node n (while solutions for other nodes remain being executed). In this case, MP can be run by adding new columns associated with $d_n < 0$, while slave subproblems continue being executed. Note that there is a lag to compute (10) since, to do so, we have to wait for solutions from (9a)-(9b) for all $n \in \widehat{N}$ whose executions started at the same time. Next, we show that, despite this lag, this asynchronous mode presents the fastest times to solve the problem.

It is important to emphasize that we selected a Dantzig–Wolfe-based approach rather than a (nested) Benders-based decomposition approach (or any variants), because the latter does not allow straightforward treatment of integer variables in a multi-stage stochastic setting. In this vein, the work in [29] that developed the stochastic dual dynamic integer programming (SDDiP) concept is promising. Comparisons between our proposal and the recent work in [29] are beyond the scope of this paper.

3.3.5 Tests and Results

In this section, two test systems are used to illustrate the advantages of the proposed stochastic framework and solution methodology. The first system is shown in Fig. 3.10.(a) along with its scenario tree in Fig. 3.10.(b) and this is used to demonstrate how the proposed integrated stochastic approach is paramount to capture

uncertainty and thus determine flexible, first-stage adaptive investment solutions that can be complemented later on by further investments, when more information become available. The second test system is shown in Fig. 3.11, which is used to demonstrate the need for decomposition approaches to make the problem scalable. Here, we show that the proposed asynchronous approach is critical to reach solutions within a reasonable execution time. Note that the second test system presents a compressor in the gas network, which is (as explained earlier) represented through a piecewise mathematical representation. Although this representation increases the number of binary variables in the problem, we demonstrated that the proposed approach can successfully deal with that as shown next. For both test systems, all new assets have a construction time (lag between decision and implementation times) of one stage.

The scenario tree used for both test systems is described in Fig. 3.10.(b), where two types of uncertainty are considered: 1) the future connection of wind generation capacity (WG) that depends on evolution of regulatory incentives and policy, and 2) the future connection of new demand (ND).

All results are obtained on a 64-bit personal computer with a 3.2-GHz processor Intel(R) Core(TM) i5-4570 CPU and 8GB of RAM. The proposed algorithms were implemented in GAMS version 24.5.4, the MILP sub-problems were solved by using CPLEX 12.6.2.0, and the LP master problem was solved by using KNITRO 9.1.0.

A. 3-bus case study: Perfect information vs. stochastic solution

1) Input data

The 3-bus integrated system is composed of a 3-bus power system and a 3-bus natural gas system (see Fig. 3.10.(a)). At stages 1 and 2, the power system is composed of 3 thermal generators (1 dual-fuel unit and 2 oil units), 1 hydro generator, 3 transmission lines and 2 power demands located at bus 2 (50MW) and bus 3 (700MW). Likewise, the natural gas system is composed of 1 pipeline, 1 well and no natural gas demand, except for that from the dual-fuel unit. At stage 3, the natural gas system will present 2 new demands ($20 \times 10^3 \text{ m}^3/\text{h}$) at buses 2 and 3 (equal in volume), and, in the power system, 50 MW of additional demand will be connected to bus 2. Additionally, it is probable that a new WG of 600MW might be connected to bus 1 and a ND of 300MW might be connected to bus 3, and all the possible scenarios of ND and WG are shown in the scenario tree of Fig. 3.10.(b).

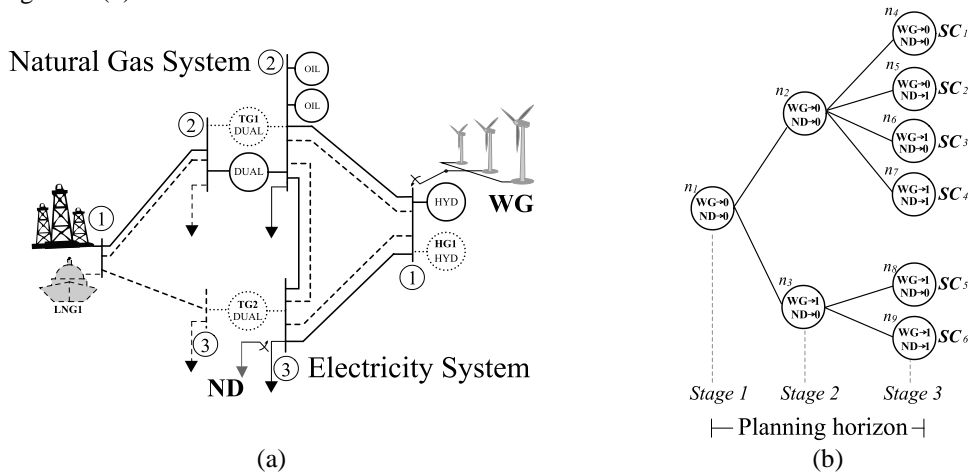


Fig. 3.10. (a) 3-bus test system at the stage 1 (where continuous and dashed lines indicate existing and candidate infrastructure, respectively) and (b) scenario tree.

In order to supply the future demand in the electricity and natural gas systems, various candidate assets are proposed, which are plotted in dotted lines in Fig. 3.10.(a). The capacity and annuitized cost of each candidate asset is presented in Table 3.8.

Table 3.8. Investment Cost – 3-Bus Test System

	L		DF	H	P		LNG-RT	
Type*	1	2	1	1	1	2	1	2
Capacity **	300	1000	500	10	115	190	0.15	0.3
Annuitized cost ***	0.013	0.044	31	2	0.09	0.15	2.66	5.33

* Indicates the size of the new investment

** In MW for electricity infrastructure, Mm³ for LNG terminal, and mm for pipelines (diameter).

*** In \$/km for electricity lines and pipelines, and in \$ for generators and LNG terminals.

2) Results

To demonstrate the advantages of the proposed stochastic framework, the stochastic (STC) solution is compared against the optimal investment plan under perfect information, i.e., the optimal plan that results when the planner has full information on future generation and demand realizations [11]. The optimal infrastructure found for each scenario (SC) under perfect information and the optimal infrastructure proposed by the STC, are presented in Table 3.9.

Table 3.9 shows that under perfect information, there are decisions that are not optimal under the stochastic approach. Conversely and more importantly, in the true stochastic solution, there are optimal investments that are not found in any scenario under the deterministic approach. For example, deterministic analysis can justify investment in pipe 1-3 of up to 190 mm, while in the stochastic approach investment in the same pipe can be only up to 115 mm. Similarly, investments in line 1-2 and generator TG1 are not determined under any scenario in the deterministic approach; however, they are clearly part of the optimal stochastic solution.

Table 3.9. Optimal infrastructure for 3-Bus Test System

	SC1*	SC2*	SC3*	SC4*	SC5*	SC6*	STC**
Line	1-2	0	0	0	0	0	1@n2
	1-3	0	0	1@st2	1@st2	1@st1	1@n1
	2-3	0	1@st2	0	0	0	1@n1
Generator	TG1	0	0	0	0	0	1@n1
	TG2	1@st1	1@st1	1@st1	1@st1	0	1@st2
	HG1	0	0	0	0	0	0
Pipe	1-2	0	1@st2	0	0	0	2@n1
	1-3	2@st1	2@st1	2@st1	2@st1	1@st2	1@n2,3
LNG-RT	LNG1	2@st1	2@st1	1@st1	1@st1	0	1@st2
							2@n1

* x@y indicates: element type x decided at stage y (installed one stage later).

** x@z indicates: element type x decided at scenario tree node z (installed one stage later).

Table 3.10. Operational and Investment Cost for 3-Bus Test System MMUSD

		Realization of						
		SC1	SC2	SC3	SC4	SC5	SC6	STC
Optimal plan	SC1	\$ 14.2	\$ 18.8	\$ 9.4	\$ 12.0	\$ 5.0	\$ 7.6	\$ 11.2
	SC2	\$ 14.5	\$ 17.5	\$ 9.5	\$ 11.8	\$ 5.2	\$ 7.5	\$ 11.0
	SC3	\$ 14.5	\$ 20.1	\$ 8.6	\$ 10.5	\$ 4.3	\$ 6.1	\$ 10.7
	SC4	\$ 14.5	\$ 20.1	\$ 8.6	\$ 10.5	\$ 4.3	\$ 6.1	\$ 10.7
	SC5	\$ 15.1	IS*	IS	IS	\$ 2.2	\$ 4.6	IS
	SC6	\$ 17.5	IS	IS	IS	\$ 2.5	\$ 4.3	IS
	STC	\$ 14.5	\$ 17.6	\$ 9.3	\$ 11.0	\$ 3.8	\$ 5.7	\$ 10.3

*IS: infeasible solution

Table 3.10 shows the benefits of the stochastic solution in terms of its lower expected cost against the uncertain future. In effect, Table 3.10 shows that although the realization of a particular scenario can be faced at lower costs by deterministic decisions, under uncertainty, the stochastic solution features the smallest average cost. In fact, optimal plan SC1, for example, that is optimal only if scenario SC1 occurs in the future, can perform very poorly if scenario SC6 happens (rather than SC1). Hence, every deterministic plan performs the best under the scenario for which it was designed, but poorly under another scenario. In this context, the stochastic solution performs reasonably well under every individual scenario and presents the lowest expected cost.

B. Larger scale study: Scalability and computational performance

1) Input data

The second test system is composed of the IEEE 24-bus power system coupled with a modified Belgian 21-bus natural gas system (see Fig. 3.11). For the power system, it is expected that a ND of 100MW and a new WG of 1000MW may be connected to power bus 17; the possible scenarios of ND and WG are shown in the scenario tree depicted in Fig. 3.10.(b).

Table 3.11 shows the computational performance of the monolithic, complete formulation (CF) of the model represented by (5) [without using decomposition methods], and the PS and PAS implementations presented in section 3.3.4.B. We ignored the serial case, since this proved extremely slow. To analyze the advantages of each implementation, 9 cases were defined with increasing size (escalating the number of operating conditions, i.e. combination of different demand levels, hydro inflows and wind availabilities). In this context, case 1 considers only one operating condition in the entire year and, evidently, corresponds to the smallest size in terms of the number of variables and constraints. In contrast, case 9 features 150 operating conditions in a year which represent the combination of 5 demand levels, 3 hydro conditions and 10 wind levels.

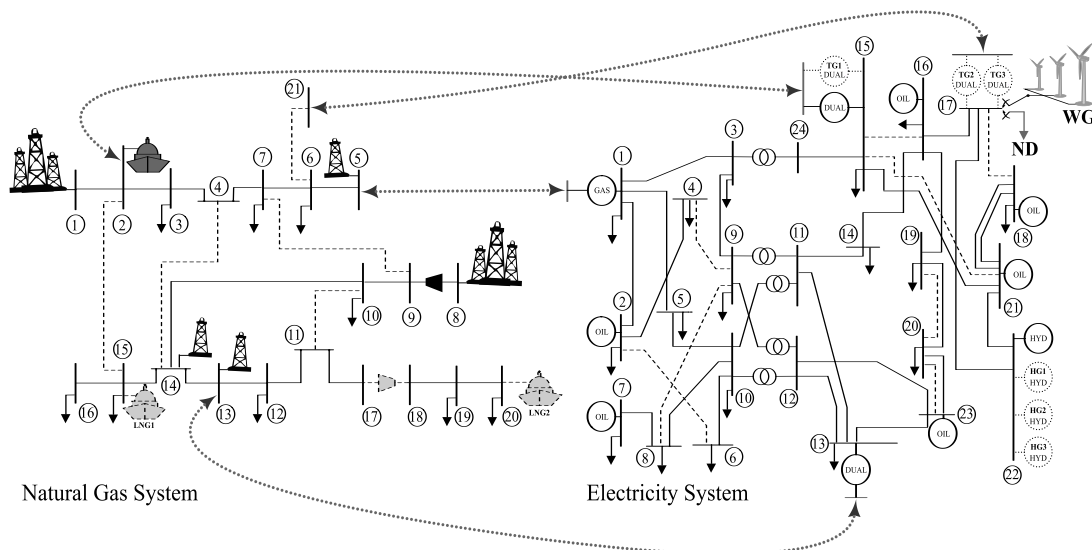


Fig. 3.11. Natural gas (left) and electricity (right) systems at the stage 1. Continuous and dashed lines indicate existing and candidate infrastructure, respectively.

Table 3.11. IEEE 24-Bus and Belgium Natural Gas Test System

Case	Demand levels	Hydrology conditions	Wind levels	Number of operating conditions	Number of continuous variables	Number of binary variables	Number of constraints	Simulation time (h)			Costs		
								CF	PS	PAS	Total cost (MUSD)	Investment cost (MUSD)	Operational cost (MUSD)
1	1	1	1	1	5,135	1,622	5,601	0.02	0.08	0.07	18,596.463	302.061	18,294.402
2	1	1	2	2	9,807	2,782	10,745	0.07	0.11	0.09	18,645.986	309.534	18,336.452
3	2	2	2	8	37,839	9,742	41,481	20.31	5.72	4.38	19,001.165	328.779	18,672.386
4	3	3	3	27	126,607	31,782	138,769	*	13.99	9.49	19,713.900	329.711	19,384.189
5	5	3	2	30	140,623	35,262	154,009	*	11.45	7.49	19,993.769	329.091	19,664.678
6	5	3	3	45	210,703	52,662	230,785	*	22.07	15.69	19,846.431	329.156	19,517.275
7	5	3	5	75	350,863	87,462	384,337	*	42.91	27.21	19,898.514	329.156	19,569.358
8	5	5	5	125	584,463	145,462	640,257	*	71.91	41.22	19,898.389	329.504	19,568.885
9	5	3	10	150	701,263	174,462	768,217	*	75.12	55.16	19,891.603	330.021	19,561.582

* More than 80 hours

2) Results

Table 3.11 shows that solving the problem through the CF can be significantly problematic since we could only find solutions for the firsts 3 cases. For those of increased size, only PS and PAS are capable to find an

optimal solution, where PAS features a clear advantage in terms of execution times. Interestingly, note that the advantages of CF for extremely small-size cases are quickly lost when the problem increases its size.

3.3.6 Conclusions

We presented an integrated electricity and gas multi-stage stochastic mathematical program, which considers (i) long-term uncertainty associated with locations and volumes of new renewable generation and new demands, (ii) short-term variability associated with various operating conditions from multiple levels of wind, demand and hydro inflows in operational timescales, and (iii) a more adequately representation of the physics of the gas network by including the natural gas consumption from compressors through a piecewise formulation of their non-linear equations. The complete formulation is broken down through a Dantzig-Wolfe decomposition and a parallel asynchronous column generation algorithm that proves efficient for a larger instance of the planning problem.

Through our model, we discussed the importance to properly recognize uncertainty, variability and the coupling between the gas and electricity networks when planning new infrastructure in the energy sector. Failing to do so can lead to solutions extremely exposed to higher costs in both the short term (since the network has not been properly designed to deal with variable resources) and long term (since investments cannot be easily adapted to various scenarios that may occur in the future). We argue that these types of models and the necessary algorithms to efficiently solve large instances of the presented expansion planning problem are extremely necessary given the very high levels of uncertainty faced by energy planners currently, the necessity to ensure that decisions need to be both robust in the short-term (so as to deal with variable conditions) and flexible and adaptive in the long-term (so as to take appropriate first-stage decisions that can be optimally complemented later on, while the future unfolds), and the evident necessity to solve these problems in practice, at least over simplified, equivalent networks that are large enough for policy and long-term planning studies.

Acknowledgements

This work was supported by National Department of Science, Technology and Research (COLCIENCIAS) of Colombia under Grant COLCIENCIAS 159-2015, 286-2018, and “Programa de Formación Becas Doctorales – Doctorados nacionales convocatoria 617 - 2013” scholarship. We also thank the Pacific Alliance in its student and academic mobility platform, the Chilean Agency for International Cooperation (AGCI), Energy Center FCFM at University of Chile. The authors gratefully acknowledge the Complex Engineering Systems Institute (CONICYT-PIA-FB0816; ICM P-05-004-F), the financial support from Conicyt-Chile (through grants Fondecyt/1181928, Newton-Picarte/MR/N026721/1, SERC Fondap/15110019) and “Sustainable gas pathways for Brazil; from microcosm to macrocosm” project supported by Natural Environment Research Council - NE/N018656/1.

References

- [1] UPME, Energy Planning Unit of Colombia (in Spanish). (2015, Jan). Plan Energético Nacional Colombia - Ideario Energético 2050. UPME. Bogotá, Colombia. [Online]. Available: <https://www.iea.org/media/pams/colombia/EnergyPlan2050PlanEnergeticoNacionalColombia2050.pdf>
- [2] R. Moreno, M. Matus, A. Flores and S. Püschel. (2014, Dec). Análisis Económico del Despacho Eléctrico de Generadores con Contratos de Suministro de Combustible GNL Take or Pay. Centro de Energía- Universidad de Chile. Santiago, Chile. [Online]. Available: https://www.cne.cl/wp-content/uploads/2015/07/CNE-CE-ToP-InformeFinal_vf.pdf
- [3] N. Schlag, A. Olson, G. Kwok, Z. Ming, M. Bolze and K. Hemingway. (2014, July). Natural Gas Infrastructure Adequacy in the Western Interconnection: An Electric System Perspective. Energy and Environmental Economics, Inc. San Francisco, CA. [Online]. Available: http://westernenergyboard.org/wp-content/uploads/2014/07/E3_WIEB_Ph2_Report_full_7-28-2014.pdf

- [4] C. A. Saldarriaga and H. Salazar, "Security of the Colombian Energy Supply: The Need for Liquefied Natural Gas Regasification Terminals for Power and Natural Gas Sectors", in *Energy*, vol.100 pp. 349-362, Jan. 2016. <http://dx.doi.org/10.1016/j.energy.2016.01.064>
- [5] C. B. Sánchez, R. Bent, S. Backhaus, S. Blumsack, H. Hijazi and P. v. Hentenryck, "Convex Optimization for Joint Expansion Planning of Natural Gas and Power Systems," *2016 49th Hawaii International Conference on System Sciences (HICSS)*, Koloa, HI, 2016, pp. 2536-2545. doi: 10.1109/HICSS.2016.317
- [6] X. Zhang, M. Shahidehpour, A. Alabdulwahab and A. Abusorrah, "Optimal Expansion Planning of Energy Hub With Multiple Energy Infrastructures," in *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 6, no. 5, pp. 2302-2311, Sept. 2015. doi: 10.1109/TSG.2015.2390640
- [7] C. Unsihuay-Vila, J. W. Marangon-Lima, A. C. Z. de Souza, I. J. Perez-Arriaga and P. P. Balestrassi, "A Model to Long-Term, Multiarea, Multistage, and Integrated Expansion Planning of Electricity and Natural Gas Systems," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 1154-1168, May 2010. doi: 10.1109/TPWRS.2009.2036797
- [8] C. A. Saldarriaga, R. A. Hincapié and H. Salazar, "A Holistic Approach for Planning Natural Gas and Electricity Distribution Networks," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 4, pp. 4052-4063, Nov. 2013. doi: 10.1109/TPWRS.2013.2268859
- [9] X. Zhang, M. Shahidehpour, A. S. Alabdulwahab and A. Abusorrah, "Security-Constrained Co-Optimization Planning of Electricity and Natural Gas Transportation Infrastructures," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 6, pp. 2984-2993, Nov. 2015. doi: 10.1109/TPWRS.2014.2369486
- [10] F. D. Munoz, B. F. Hobbs, J. L. Ho and S. Kasina, "An Engineering-Economic Approach to Transmission Planning Under Market and Regulatory Uncertainties: WECC Case Study," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, no. 1, pp. 307-317, Jan. 2014. doi: 10.1109/TPWRS.2013.2279654
- [11] I. Konstantelos and G. Strbac, "Valuation of Flexible Transmission Investment Options Under Uncertainty," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 2, pp. 1047-1055, Mar. 2015. doi: 10.1109/TPWRS.2014.2363364
- [12] K. J. Singh, A. B. Philpott and R. K. Wood, "Dantzig-Wolfe decomposition for solving multistage stochastic capacity-planning problems," in *Operations Research*, vol. 57, no. 5, pp. 1271–1286, Sep. 2009.
- [13] H. Park and R. Baldick, "Transmission Planning Under Uncertainties of Wind and Load: Sequential Approximation Approach," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 3, pp. 2395-2402, Aug. 2013. doi: 10.1109/TPWRS.2013.2251481
- [14] A. Moreira, G. Strbac, R. Moreno, A. Street and I. Konstantelos, "A Five-Level MILP Model for Flexible Transmission Network Planning Under Uncertainty: A Min–Max Regret Approach," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 1, pp. 486-501, Jan. 2018. doi: 10.1109/TPWRS.2017.2710637
- [15] R. Moreno, A. Street, J. M. Arroyo, P. Mancarella, "Planning low-carbon electricity systems under uncertainty considering operational flexibility and smart grid technologies," *Phil. Trans. R. Soc. A*, 375:20160305, 2017. doi: 10.1098/rsta.2016.0305
- [16] C. Shao, M. Shahidehpour, X. Wang, X. Wang and B. Wang, "Integrated Planning of Electricity and Natural Gas Transportation Systems for Enhancing the Power Grid Resilience," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 32, no. 6, pp. 4418-4429, Nov. 2017. doi: 10.1109/TPWRS.2017.2672728
- [17] C. He, L. Wu, T. Liu and Z. Bie, "Robust Co-optimization Planning of Interdependent Electricity and Natural Gas Systems with a Joint N-1 and Probabilistic Reliability Criterion," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. PP, no. 99, pp. 1-1. doi: 10.1109/TPWRS.2017.2727859
- [18] T. Ding, Y. Hu and Z. Bie, "Multi-Stage Stochastic Programming With Nonanticipativity Constraints for Expansion of Combined Power and Natural Gas Systems," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 1, pp. 317-328, Jan. 2018. doi: 10.1109/TPWRS.2017.2701881

- [19] J. Qiu et al., "Multi-Stage Flexible Expansion Co-Planning Under Uncertainties in a Combined Electricity and Gas Market," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 4, pp. 2119-2129, Jul. 2015. doi: 10.1109/TPWRS.2014.2358269
- [20] C. A. Saldarriaga-Cortés, H. Salazar, R. Moreno and G. Jiménez-Estévez, "Integrated Planning of Electricity and Natural Gas Systems Under Uncertain Hydro Inflows: A Multi-Objective Approach," in Proc. IEEE/PES General Meeting, 2017, pp. 1–5.
- [21] J. Qiu, Z. Y. Dong, J. H. Zhao, K. Meng, Y. Zheng and D. J. Hill, "Low Carbon Oriented Expansion Planning of Integrated Gas and Power Systems," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 2, pp. 1035-1046, Mar. 2015. doi: 10.1109/TPWRS.2014.2369011
- [22] B. Zhao, A. J. Conejo and R. Sioshansi, "Coordinated Expansion Planning of Natural Gas and Electric Power Systems," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. PP, no. 99, pp. 1-1. doi: 10.1109/TPWRS.2017.2759198
- [23] C. M. Correa-Posada. "Optimal Security-Constrained Model for the Integrated Power and Natural-Gas System," [Ph.D. dissertation]. Madrid, Spain: *Universidad Pontificia Comillas de Madrid Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI)*; 2015. Available from: <https://repositorio.comillas.edu/xmlui/handle/11531/2042?locale-attribute=en> [accessed 27.06.18].
- [24] Y. Hu, Z. Bie, T. Ding and Y. Lin, "An NSGA-II based multi-objective optimization for combined gas and electricity network expansion planning," in *Applied Energy*, vol.167 pp. 280-293, Nov. 2015. <http://dx.doi.org/10.1016/j.apenergy.2015.10.148>
- [25] Z. Qiao, Q. Guo, H. Sun, Z. Pan, Y. Liu and W. Xiong, "An interval gas flow analysis in natural gas and electricity coupled networks considering the uncertainty of wind power," in *Applied Energy*, vol.201 pp. 343-353, Dec. 2016. <http://dx.doi.org/10.1016/j.apenergy.2016.12.020>
- [26] J. Qiu, J. Zhao, H. Yang, D. Wang and Z. Y. Dong, "Planning of Solar Photovoltaics, Battery Energy Storage System and Gas Micro Turbine for Coupled Micro Energy Grids," in *Applied Energy*, vol.219 pp. 361-369, Oct. 2017. <http://dx.doi.org/10.1016/j.apenergy.2017.09.066>
- [27] C. M. Correa-Posada and P. Sánchez-Martin, "Security-Constrained Optimal Power and Natural-Gas Flow," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, no. 4, pp. 1780-1787, July 2014.
- [28] C. M. Correa-Posada and P. Sánchez-Martín, "Integrated Power and Natural Gas Model for Energy Adequacy in Short-Term Operation," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 6, pp. 3347-3355, Nov. 2015.
- [29] J. Zou, S. Ahmed, and X. A. Sun, "Stochastic dual dynamic integer programming," *Mathematical Programming*, pp. 1-42, Mar. 2018.

4 Conclusiones

En este trabajo se presentan múltiples modelos, metodologías y herramientas de cómputo que permiten estudiar y proponer estrategias de operación y expansión de sistemas energéticos, las cuales sean flexibles y robustas ante la incertidumbre que implica la aparición de fuentes de energías renovable de tipo intermitente. Igualmente se aplican dos metodologías de cómputo, una basada en técnicas metaheurísticas multiobjetivo y la otra en una descomposición matemática que, mezcladas con computación paralela, permiten resolver los modelos propuestos en tiempos de cómputo razonables. Los diferentes modelos propuestos fueron utilizados en tres aplicaciones, las cuales evidencian la contundencia de los aportes de esta tesis.

La primera aplicación de los modelos propuestos, analiza el comportamiento de sistemas energéticos mediante modelos de operación integrados, esta fue utilizada para evaluar el impacto de nueva infraestructura (terminales de regasificación de gas natural licuado) en la confiabilidad de un sistema energético basado en los sistemas de gas natural y electricidad de Colombia, y es presentada en la sección 3.1. En esta aplicación se muestra que la formulación integrada permite una evaluación más precisa, ya que considera la fuerte interdependencia existente entre ambos sistemas.

Los resultados numéricos presentados en la sección 3.1, fueron obtenidos a partir de la evaluación de un amplio conjunto de condiciones climatológicas y operativas, que, al ser analizadas mediante un modelo de operación integrada, permiten determinar el impacto de la infraestructura evaluada sobre todo el sistema energético. Estos, muestran que los modelos integrados son de alta importancia para detectar soluciones que mitiguen las consecuencias de tener un sistema de gas natural con baja confiabilidad en el suministro y en la infraestructura de transporte, lo cual, es una condición frecuente en países en vía de desarrollo como, por ejemplo, Colombia.

Igualmente, los resultados de la sección 3.1 permiten concluir que en esta sección se muestra un enfoque para cuantificar el efecto de nueva infraestructura en un sistema energético, que se puede replicar en otros sistemas (países) que enfrentan situaciones de baja confiabilidad en el sistema de gas natural. Pues, el uso extensivo de gas natural en economías de rápido crecimiento, exige nuevas herramientas analíticas que los tomadores de decisiones necesitan para mejorar la confiabilidad del sector energético. Este documento demuestra cómo se puede realizar un análisis holístico para producir un impacto significativo en dos sectores energéticos cruciales.

Dados los resultados y conclusiones obtenidos de la sección 3.1, se implementó una metodología de optimización multi-objetivo que permite determinar planes de expansión integrados dinámicos para sistemas energéticos, considerando el efecto de incertidumbre del crecimiento de la demanda y el nivel de hidrología. Esta metodología se presentó en la sección 3.2, y sus resultados numéricos confirman que el análisis integrado permite una mejor cuantificación de los beneficios técnicos y económicos que genera cada elemento instalado en ambos sistemas. También se muestra que los elementos de la red de gas natural desempeñan un papel importante en la reducción de costos y el aumento de la robustez del sistema eléctrico ante incertidumbres. Y permiten concluir que los análisis de múltiples objetivos brindan información muy importante para los tomadores de decisiones, porque ofrecen un conjunto de alternativas de expansión que muestran las inversiones en infraestructura más importantes para los planes de referencia.

Gracias a lo anterior, la tercera y última aplicación (presentada en la sección 3.3) propone el uso de un modelo matemático de optimización estocástica multientapa, del tipo lineal entero mixto, que realiza la expansión dinámica (múltiples inversiones en el tiempo) de sistemas energéticos compuestos por sistemas de electricidad y gas natural. El modelo propuesto considera (i) la incertidumbre a largo plazo asociada con las ubicaciones y los volúmenes de la nueva generación renovable y las nuevas demandas, (ii) la variabilidad de corto plazo asociada a diversas condiciones operativas de aspectos como: el nivel del viento, la variación de la demanda y las condiciones hidráulicas, y (iii) una representación lineal entera mixta de la red de gas natural, la cual presenta un bajo error de linealización con respecto al modelo exacto no lineal y que permite considerar aspectos cruciales de la operación como lo son el consumo de gas natural de los compresores y las presiones nodales de la red de gas.

A través del modelo propuesto, se discute la importancia de reconocer adecuadamente la incertidumbre, la variabilidad y el acoplamiento entre las redes de gas y electricidad cuando se planifica una nueva infraestructura en el sector energético. No hacerlo puede llevar a soluciones extremadamente expuestas a costos más altos, tanto a corto plazo (ya que la red no ha sido diseñada adecuadamente para lidiar con recursos variables) como a largo plazo (ya que las inversiones no pueden adaptarse fácilmente a varios escenarios que pueden ocurrir en el futuro).

Por último, es relevante resaltar que un modelo como el utilizado en la sección 3.3 para resolver el problema de planificación de la expansión de sistemas energéticos es extremadamente necesario, dada la existencia de altos niveles de incertidumbre que enfrentan los planificadores de sistemas energéticos en la actualidad, más la necesidad de garantizar que las decisiones deben ser sólidas a corto plazo (para tratar con condiciones variables) y flexible y adaptable a largo plazo (para tomar decisiones apropiadas en la primera etapa que pueden complementarse de manera óptima más adelante, mientras que el futuro se desarrolla), y la necesidad evidente para resolver estos problemas en la práctica, al menos sobre redes equivalentes simplificadas que son lo suficientemente grandes para estudios de planificación a largo plazo y políticas energéticas.

5 Listado de publicaciones

5.1 Artículos publicados en revistas internacionales categoría Q1

- 1) “Security of the Colombian Energy Supply: the Need for Liquefied Natural Gas Regasification Terminals for Power and Natural Gas Sectors”, publicado en Energy journal – Elsevier, 2016.
- 2) “Stochastic Planning of Electricity and Gas Networks: An Asynchronous Column Generation Approach”, publicado en Applied Energy journal – Elsevier, 2019.

5.2 Artículos en congresos internacionales

- 1) “An Integrated Expansion Planning Model of Electric and Natural Gas Distribution Systems Considering Demand Uncertainty”, publicado en IEEE PES General Meeting, Denver-CO, EE.UU, 2014.
- 2) “A Multi-Objective Analysis for Planning Electric and Natural Gas Distribution Networks”, publicado en IEEE PES ISGT Latin America, Montevideo, Uruguay, 2014.
- 3) “Integrated Planning of Electricity and Natural Gas Systems under Uncertain Hydro Inflows-A MultiObjective Approach”, publicado en IEEE PES General Meeting, Chicago-IL, EE.UU, 2017.
- 4) “A Multi-Objective Approach for Planning Power and Natural Gas Distribution Networks Based on an Evolutionary Algorithm”, João Pessoa, Brasil, 2018.