

# Operación integrada del sistema de distribución de energía eléctrica y el ruteo de vehículos eléctricos considerando entrega y recogida de mercancía

Luis Carlos Cubides Rivera  
1088317459

Trabajo de grado presentado como requisito  
parcial para optar al título de  
Magister en Ingeniería Eléctrica

Pereira, Noviembre de 2018  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
Maestría en Ingeniería Eléctrica.  
Grupo de investigación DINOP

Operación integrada del sistema de distribución de energía eléctrica y el ruteo de vehículos eléctricos considerando entrega y recogida de mercancía

©Luis Carlos Cubides Rivera

Director: Mauricio Granada Echeverri

Pereira, Noviembre de 2018

Programa de Ingeniería Eléctrica.

Universidad Tecnológica de Pereira

La Julita. Pereira(Colombia)

TEL: (+57)(6)3137122

*www.utp.edu.co*

Versión web disponible en: *<http://recursosbiblioteca.utp.edu.co/tesisd/index.html>*

# Agradecimientos

A mis padres Amparo y Luis, por su compañía y ejemplo impartido para mi vida.

A mi novia Ángela, por saber estar y volar a mi lado.

A los docentes Mauricio, Ricardo y Ramón, por su disposición en el transcurso de mis estudios de postgrado y ejemplo en formación como profesional.

A todos los compañeros con los que compartí en la sala de laboratorio de planeación en sistemas eléctricos, por hacer ameno este lugar, sin su ayuda y consejos no hubiera sido posible.

# Resumen

La distribución separada y servicios de recogida de mercancía en diferentes rutas es un tema de interés actual para las empresas de distribución de bienes, dado que algunas compañías consideran difícil la reorganización de la carga al interior de los vehículos ya que son sólo una vez cargados en el depósito. En el problema de ruteo de vehículos con clientes de retorno (VRPB, “*vehicle routing problem with backhaul*”) los clientes son divididos en 2 subconjuntos, los clientes de retorno (*linehaul*) y los clientes de entrega (*backhaul*). El VRPB es presentado en la literatura como una extensión del CVRP (“*capacitated vehicle routing problem*”) y tiene clase de complejidad NP-hard. Las compañías logísticas están altamente motivadas en hacer que sus operaciones sean menos contaminantes a través de una solución eficiente con vehículos eléctricos (VEs). Sin embargo, el rango de conducción es uno de los aspectos limitantes en la inserción de los vehículos eléctricos en las flotas logísticas, debido a la baja capacidad proporcionada por las baterías para completar las rutas. En este sentido, es necesario desarrollar un marco de trabajo para incrementar de forma virtual la capacidad de la batería, por medio de la ubicación de estaciones de recarga a lo largo de la red de transporte, y completar las rutas satisfactoriamente. Por otro lado, los operadores de redes de distribución expresan su preocupación asociada a la inclusión de nuevas cargas eléctricas (estaciones de recarga de VEs), sin desmejorar la gestión óptima de suministro de energía a los usuarios finales. Bajo estas circunstancias, en este artículo se introduce el problema de ruteo de vehículos eléctricos con clientes de retorno, formulado como un modelo de programación lineal entera mixta y considerando la operación del sistema de distribución en condiciones de máxima demanda (EVRPB\_SDL). Se consideran diferentes puntos candidatos a estaciones de recarga de VEs para recargar la batería al final de una ruta de entrega o durante la ruta de retorno. El problema se formula con un enfoque multiobjetivo, donde se modela la operación de las redes de transporte y de distribución de energía eléctrica. El modelo propuesto es evaluado en algunas instancias del VRPB (“*Vehicle Routing Problem with Backhauls*”) junto

con sistemas de prueba de sistemas de distribución de la literatura especializada. Para cada prueba, se presentan los correspondientes frentes de Pareto usando el método  $\xi$ -constraint.

# Tabla de Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Planteamiento del problema . . . . .	2
1.2. Justificación . . . . .	4
1.3. Objetivos . . . . .	6
1.3.1. General . . . . .	6
1.3.2. Especificos . . . . .	6
1.4. Estado del arte . . . . .	6
1.5. Principales resultados . . . . .	10
1.6. Estructura del trabajo de grado . . . . .	10
<b>2. Marco teórico</b>	<b>12</b>
2.1. Vehículos eléctricos . . . . .	12
2.2. Ruteo de vehículos . . . . .	14
2.2.1. OVRP . . . . .	15
2.2.2. VRPB . . . . .	16
2.3. Operación del sistema de distribución . . . . .	17
2.3.1. Modelo de operación de la red de distribución . . . . .	18
2.3.2. Modelo de operación de la red de distribución linealizado . . . . .	21
2.4. Aspectos básicos de optimización matemática. . . . .	24
2.5. Modelo matemático . . . . .	25
2.5.1. optimización multiobjetivo . . . . .	28
2.5.2. Lenguaje de programación matemática (AMPL) . . . . .	33

*TABLA DE CONTENIDO*

VI

<b>3. Formulación del problema para el EVRPB_SDL</b>	<b>35</b>
3.1. Nomenclatura . . . . .	38
3.2. Modelo propuesto para el EVRPB_SDL. . . . .	40
<b>4. Resultados computacionales</b>	<b>49</b>
<b>5. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>63</b>

# Capítulo 1

## Introducción

El problema de ruteo de vehículos considerando entrega y recogida de mercancía (VRPB, “*vehicle routing problem with backhauls*”), se describe como el problema de determinar un conjunto de rutas de vehículos que visita 2 subconjuntos diferentes de clientes. El primer subconjunto contiene los clientes de entrega, cada uno requiriendo una cantidad de producto que debe ser entregado por la flota de vehículos. El segundo subconjunto, contiene los clientes de retorno, a quienes la flota de vehículos debe recoger una cantidad de mercancía para llevar al depósito. El objetivo del VRPB es realizar la visita a los 2 subconjuntos, en donde debe atender primero los clientes de entrega y después los clientes de recogida de mercancía ó volver al depósito. Esta partición de conjuntos es frecuentemente utilizada en situaciones prácticas en las que se intenta evitar la reorganización de la mercancía transportada y los clientes de entrega tienen una mayor prioridad. El problema en este trabajo de grado, se aborda considerando una representación de cada tipo de ruta del VRPB basada en una generalización del problema de ruteo abierto (OVRP, “*Open Vehicle Routing Problem*”).

El OVRP se propuso por primera vez a principios de los 80 [1, 2], y afronta el problema de realizar el recorrido y realizar la entrega de mercancía a los clientes sin necesidad de volver al depósito central, como su nombre lo indica la ruta es abierta. En el VRPB, las rutas de entrega y recogida, constituyen un subproblema con configuración radial formada por un árbol de expansión mínimo, comenzando en el depósito hasta terminar en un cliente de entrega y empezando en un cliente de recogida hasta el depósito final. Por lo tanto, la estructura del VRPB se puede ver como un OVRP de clientes de entrega y clientes de recogida conectado



por enlaces.

Los Vehículos eléctricos (VEs) a menudo se han sugerido como una solución útil y eficiente para reducir el consumo de petróleo y las emisiones de contaminantes atmosféricos. Debido a la eficiencia energética y las ventajas ambientales sobre los vehículos convencionales, el futuro de los vehículos eléctricos parece prometedor, sin embargo, la integración de los VEs a los sistemas de distribución de energía actuales plantea nuevas técnicas económicas, políticas y desafíos regulatorios, que deben ser tenidos en cuenta en las proyecciones de demanda para los futuros planes de expansión de la red eléctrica.

Debido al reducido alcance de los VEs es necesario operar puntos de recarga o intercambio eficientes que no impacten la operación del sistema de potencia actual y que los haga competitivos en el campo económico frente a los vehículos convencionales de combustión interna. Esto provoca que este caso de carga óptima de baterías combinado con el ruteo óptimo de los VEs con clientes de entrega y retorno establezcan un problema de gran importancia y actualidad para el sector de transporte de carga y el sector eléctrico.

La operación integrada del sistema de distribución de energía eléctrica y el ruteo de vehículos eléctricos considerando entrega y recogida de mercancía, se puede definir como un problema de alta complejidad computacional, además se pueden presentar conflictos asociados entre los dos objetivos, ya que la dependencia del sistema de transporte por los recursos eléctricos ocasionan un incremento en el costo de operación del sistema de distribución, por otro lado, los puntos de carga que hacen eficiente la operación de éste incide en un cambio de la topología de las rutas para llegar al punto impuesto por el sistema de distribución, lo que ocasiona mayores costos asociados debido al recorrido de los vehículos. Este tipo de problemas son comúnmente conocidos como multiobjetivos, y es necesario aplicar diferentes técnicas de optimización para poder establecer un conjunto de soluciones de alta calidad que permitan alcanzar los dos objetivos.

## 1.1. Planteamiento del problema

El objetivo de VRPB es determinar un conjunto de rutas de vehículos para visitar a todos los clientes a fin de satisfacer la demanda de productos. En tal caso, los vehículos deben atender primero a los clientes con requisitos de entrega antes que a los clientes con requisitos de recolección. Esta división de clientes es extremadamente frecuente en situaciones prácticas en las que se requiere evitar la reorganización permanente de los bienes transportados y los

clientes de entrega tienen una mayor prioridad. Las restricciones tradicionales de eliminación de sub-tours se ajustan perfectamente a los modelos VRP con un único conjunto de vértices, donde la evaluación de la conservación del flujo y las restricciones de grados se puede hacer de una manera general en todos los vértices. En el VRPB, la restricción de precedencia estipula que en cada circuito los vértices que representa los clientes de entrega preceden a los vértices de los clientes de retorno. Esto lleva a considerar algunos casos especiales, como los vértices al final de la ruta de entrega, los vértices en el inicio de una ruta de retorno y las rutas solo con clientes de entrega. Además, se sabe que el problema es de complejidad NP, la mayoría de la literatura existente sobre VRPB está relacionado con metodologías heurísticas y metaheurísticas [3]. Pocos trabajos sobre los enfoques exactos han sido propuestos para desarrollar el VRPB y todos ellos se centran en la inclusión de técnicas de delimitación o modelos de partición de conjuntos [4].

Con el progreso de la tecnología y las preocupaciones ecológicas, la electricidad se ha convertido en un opción sólida para el reemplazo de combustible. Los vehículos eléctricos se consideran una alternativa para implementar en el sector del transporte, algunas ventajas de usarlos son: i) La disminución de la liberación de gases de efecto invernadero, ii) reducción de la dependencia de los combustibles fósiles y iii) el poco ruido generado. Sin embargo, los vehículos eléctricos todavía tienen que superar algunos problemas asociados con la autonomía de la batería, ya que la tecnología todavía necesita crecer además la infraestructura de las estaciones de carga aún no están instalados masivamente. Por lo tanto, integrar la planificación de rutas y estaciones de carga es un problema que ha estado ganando importancia en la industria del transporte en los últimos años [5, 6, 7, 8, 9, 10].

Aparte de los beneficios mencionados en el sector de transporte, los VE impactan potencialmente la red eléctrica existente, ya que ésta no fue diseñada para poder soportar dicha carga. Entre los impactos se incluyen problemas de operación relacionados con apagones, deslastre de carga, sobrecarga en conductores, transformadores, y degradación del perfil de tensión y pérdidas. Por lo tanto, los operadores de red tienen 2 opciones a implementar. Primero, realizar un control de carga desplegando una coordinación para la recarga de los vehículos, de lo contrario es necesario planear el sistema para poder soportar estas demandas adicionales no controladas [11]. Este estudio aporta a la última opción, ya que mediante la evaluación de la operación de la red eléctrica se pueden actualizar los planes de expansión previendo las necesidades futuras, además los VEs de transporte de mercancía deben cumplir con un servicio de calidad a los usuarios finales y no es viable esperar que el

operador de red coordine el momento de carga del vehículo.

El problema de ruteo de vehículos eléctricos considerando entrega y recogida de mercancía, integrado con la operación de la red (EVRPB\_SDL) ocasiona un problema de gran interés para las empresas de distribución local y de transporte, debido a que se debe realizar una ubicación de la estación de recarga que impacte en lo mínimo la red eléctrica existente y mantenga rutas eficientes para realizar las entregas y recogidas de mercancía.

## 1.2. Justificación

- El sector automotriz ha venido realizando grandes esfuerzos para desarrollar alternativas de automóviles que reduzcan la utilización de combustibles fósiles en su operación, ya que la mayoría de vehículos en la actualidad funcionan por combustión interna generando un alto impacto sobre el medio ambiente a través de la emisión de gases con efecto invernadero. Los vehículos eléctricos son una de estas alternativas que ha venido ganando importancia y popularidad, además se ha observado en los últimos años la masificación de estos vehículos en programas relacionados con respuesta a la demanda y Smart Grids. La autonomía máxima de los VEs puede ser insuficiente para completar las rutas de entrega y de retorno, por lo tanto, es necesario que se considere en los modelos una disminución de la carga de la batería en el recorrido de la ruta, y es preciso realizar una adecuada logística en el proceso de recarga de éstas. Las empresas promotoras de los VEs han realizado grandes esfuerzos relacionados con la carga y descarga de baterías, tiempo de carga y su eficiencia, lo que provoca que este caso de carga óptima de baterías combinado con el ruteo óptimo de los VEs establezcan un problema de gran importancia y actualidad para el sector de transporte de carga y los operadores de la red eléctrica.
- Toth y Vigo en [12], establecen que no se ha propuesto ningún modelo matemático exacto para el VRPB en la última década, en esta propuesta se contribuye a esto.
- El problema de VRPB puede ser formulado mediante un modelo de programación lineal entera mixta, en la mayoría de las propuestas se consideran técnicas Heurísticas para resolver el modelo, aquí se presentará un modelo de propósito general, quiere decir no es necesario algoritmos adaptados para llegar a una solución efectiva y puede ser resuelto por un solver de programación entera.

- Varias compañías ya han desplegado flotas de camiones de reparto eléctricos. En general, la flota se compone de camiones de tipo comercial mediano a menudo utilizados para entregar suministros a los clientes dentro de una localidad, considerado especialmente adecuado como camiones eléctricos, dado que las rutas diarias a menudo son exactamente las mismas, significa que las necesidades de rango son fijas y predecibles, y los vehículos siempre regresan a una estación de carga por la noche, lo que facilita la recarga. Además, debido a que sus camiones de entrega de paquetes no están en operación de la noche a la mañana, las empresas no dependen de la infraestructura de recarga pública [13]. Algunos estudios analizan el uso real de vehículos eléctricos en flotas comerciales desde el punto de vista del rango máximo de autonomía necesario de la batería para cubrir la mayoría de los viajes. En [14], los datos sugieren que alrededor del 90 % de las rutas móviles podría cubrirse con un rango EV de 60 km y una recarga nocturna. Ellos muestran una movilidad diaria muy por debajo de su rango máximo con largas horas de estacionamiento por la noche, por lo tanto, no hay necesidad de una carga rápida.
- Actualmente los operadores de red planean su sistema de distribución para una futura operación considerando en sus proyecciones de demanda de potencia el ingreso de los vehículos eléctricos, por lo tanto, genera preocupación la magnitud de dicha demanda, la fecha de entrada y la respuesta que va a tener la red existente ante dicha carga. Así, que esta propuesta permite evaluar los planes de expansión realizados por los operadores de red, de acuerdo a la operación del sistema ante una entrada de camiones eléctricos bajo el esquema del VRPB, permitiendo realizar modificaciones a los planes realizados, de acuerdo a las solicitudes presentadas por las empresas de transporte de mercancía.
- Koc y Laporte en el año 2017 [15], identifican la necesidad de nuevos estudios centrados en el desarrollo efectivo y poderoso de los métodos exactos para resolver todas las instancias de VRPB estándar disponibles en la literatura. Los autores también concluyen que aún no se ha publicado ninguna versión de vehículo eléctrico para el VRPB.

## 1.3. Objetivos

### 1.3.1. General

Desarrollar un nuevo modelo matemático exacto para el problema de ruteo de vehículos eléctricos considerando entrega y recogida de mercancía y vehículos homogéneos, capacitados, la ubicación de posibles estaciones de carga en el camino y su efecto en la operación del sistema de distribución local asociado a las pérdidas de energía.

### 1.3.2. Especificos

- Recopilar información en base de datos disponibles acerca del ruteo de vehículos, su posible implementación con vehículos eléctricos, efecto en el sistema de distribución y modelos propuestos por otros autores necesarios para alcanzar el estado del arte.
- Estudiar modelos similares que describan el EVRPB\_SDL, además como se van a optimizar diferentes funciones objetivos, es necesario precisar en la optimización matemática multiobjetivo.
- Plantear modelo matemático que incorpore EVRPB\_SDL.
- Solucionar el modelo propuesto para el EVRPB\_SDL.
- Construir diferentes casos de estudio para probar el modelo propuesto.
- Resolver el modelo mediante un software comercial de optimización y documentar los resultados obtenidos.

## 1.4. Estado del arte

Como el problema de ruteo de vehiculos con clientes de retorno (VRPB) es NP-completo [4], algunos procesos de heurísticas apropiadas han sido propuestas para su solución, además, la literatura más reciente relacionada con el VRPB se relatan algunas heurísticas y metaheurísticas con soluciones de buena calidad. Dos revisiones completas de metaheurísticas aplicadas al VRPB, pueden ser encontradas en [3].

Dos revisiones bibliográficas cubren los principales trabajos alrededor del VRPB: EL primero, presentado por Toth y Vigo [12], donde se presentan los trabajos existentes antes del año 2002, y la segunda, por Irnisch et al. quienes se centran en completar la revisión bibliográfica hasta el año 2013 [16].

Goetschalck y Jacobs-Blecha en 1989 [17] desarrollan una formulación lineal entera mixta para el VRPB mediante una extensión del modelo propuesto por Fisher y Jaikumar en 1986 [18] que incluía punto de retorno (*pick-up*). Ellos desarrollan un algoritmo heurístico como técnica de solución para este problema el cual, a su vez, es descompuesto en tres subproblemas. Los primeros dos subproblemas corresponden a decisiones de clusterización para los clientes de entrega y de retorno, como problemas de asignación generalizada e independiente. El tercer subproblema consiste en resolver  $K$  independientes problemas del viajante (TSP-“Traveling Salesman Problem”) conformados por clientes de entrega y recogida, además de las restricciones de precedencia, que impone la relación de dependencia en todos los componentes del modelo.

El primer método exacto es reportado por Toth y Vigo en 1997 [19], en donde un efectivo lagrangiano acotado es introducido mediante la extensión de los métodos previamente propuestos para el problema de ruteo de vehículos capacitados (*CVRP*). El algoritmo Branch-and-Bound resultante es capaz de resolver problemas de hasta 70 clientes en total. El segundo método exacto es propuesto por Mingozzi et al. en 1999 [20], en donde un enfoque de partición de conjuntos es presentado y el modelo de programación lineal entera mixta (MILP) es resuelto a través de un proceso complejo. Los resultados muestran que el enfoque es capaz de resolver problemas no dirigidos con hasta 70 clientes. Toth y Vigo en el año 2014 afirman que no se han propuesto enfoques exactos para VRPB durante la última década [4]. En la revisión, se llega a la misma conclusión y nuevas propuestas para modelos exactos unificados de VRPB no se encontraron, ya que las únicas dos propuestas existentes se utilizan para derivar las relajaciones basadas en un enfoque exacto [19].

Ropke y Pisinger, en 2006 [3], propusieron un modelo unificado que es capaz de manejar la mayoría de las variantes del VRPB, usan diferentes técnicas metaheurísticas para VRPB. Chávez et al. en 2016 [21], presentan un algoritmo multiobjetivo de colonia de hormigas para el problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos y clientes de retorno (MDVRPB-“Multi Depot Vehicle Routing Problem With Backauls”) donde se minimizan tres objetivos: i) la distancia recorrida, ii) los tiempos de viaje y iii) el consumo total de energía. Los mismos autores en 2018 [22], presentan una metaheurística búsqueda Tabú para

resolver el problema de enrutamiento, lo dividieron en rutas secundarias, una para clientes de entrega y otra para clientes de retorno, con el objetivo de obtener una solución global al costo mínimo.

Otros dos problemas en la literatura comúnmente modelados mediante métodos exactos, donde se considera los clientes de retorno, son: i) el problema de enrutamiento de vehículos mixtos con clientes de retorno (MVRPB-“Mixed Vehicle Routing Problem with Backhauls”) y ii) recogidas y entregas simultáneas. En el primero, se permiten las entregas después de las recolecciones, en las que los clientes de entrega y retorno se mezclan a lo largo de las rutas. En el segundo, los clientes pueden recibir y enviar bienes simultáneamente. Aunque las diferencias entre estos dos problemas y el VRPB parecen ser sutiles, son muy diferentes; no se deben realizar comparaciones directas entre los problemas que atienden las recolecciones y las entregas en orden mixto o al mismo tiempo, que los problemas que se entregan en primer lugar y en el momento de la recogida en segundo lugar, ya que se están siguiendo diferentes requisitos. El VRPB es un problema con una especial estructura de las rutas que constan de dos partes distintas; una entrega y un segmento de recogida. Una revisión completa de estos dos tipos de problemas se pueden encontrar en [3, 23, 24].

Con respecto a los EV, en el contexto del VRP, Conrad y Figliozzi en [25] introduce el problema de enrutamiento del vehículo de recarga (RVRP), donde los vehículos con un alcance limitado pueden recargar en las ubicaciones de los clientes a mitad de recorrido, el problema se presenta como un problema de ruteo de vehículos de recarga capacitado (CRVRP) y como un problema de enrutamiento de vehículos capacitados con ventanas de tiempo (CRVRP-TW). Yang et al. en [26], presentan un problema de enrutamiento de ubicación de estación de intercambio de batería de vehículo eléctrico (BSS-EV-LRP), que tiene como objetivo determinar la estrategia de ubicación de las estaciones de intercambio de baterías (BSS) y el enrutamiento de una flota de vehículos eléctricos simultáneamente bajo las limitaciones del alcance de la batería, se propone una técnica heurística formulada en cuatro fases, llamada SIGALNS, para resolver el problema. Una publicación reciente con conclusiones interesantes y perspectivas de investigación para el VRPB, incluidos modelos, algoritmos exactos y heurísticos, variantes, aplicaciones comerciales y estudios de casos, se presentan en [15], además identifican que uno de los problemas a estudiar está relacionado con los vehículos eléctricos y el VRPB. Goeke y Schneider en [27], proponen el problema de enrutamiento de vehículos eléctricos con ventana de tiempo y flota mixta (‘Electric vehicle Routig Problem With Time Windows and Mixed Fleet’-EVRPTWMF) para optimizar el ruteo de una flota

mixta de vehículos eléctricos comerciales (ECV) que asumen que el consumo de energía es una función lineal de la distancia recorrida y los tiempos de recarga en las estaciones pueden ser descritas mediante ventanas de tiempo. Arias et al. en 2017 [10], presentan un enfoque probabilístico para la carga óptima de vehículos eléctricos en sistemas de distribución, donde los costos de la demanda y las pérdidas de energía en el sistema se minimizan, la metodología se someten a un conjunto de restricciones que consideran las características inteligente de la carga del VE y aspectos operativos de la red eléctrica. Los costos de los camiones de reparto eléctricos son comparadas con los camiones diesel convencionales por Feng y Figliozzi [28], y desarrollan un modelo que integra las restricciones de ruta, los perfiles de velocidad, el consumo de energía y los costos de propiedad de los vehículos. Los problemas asociados a la ubicación de la estación de carga son presentados por Schiffer y Walther [29], en donde evalúan una función objetivo teniendo en cuenta minimizar no solo la distancia recorrida, sino también la cantidad de vehículos necesarios y el número de estaciones de carga, así como los costos totales.

Múltiples trabajos se han realizado en relación a los Vehículos eléctricos y su impacto en el sistema de distribución Local (SDL), abordando estudios de estabilidad, cargabilidad, electrónica de potencia, calidad de la energía, distorsión de onda de tensión, pero estos problemas son producto de la mal ubicación y dimensionamiento de las estaciones de carga. J. Sanchez en [30], realiza un modelo matemático para el problema integrado de ubicación óptima de estaciones de intercambio de baterías, ruteo de vehículos y reducción de pérdidas de energía en el SDL, ellos utilizan 4 sistemas de pruebas, a través de una solución acoplada y desacoplada, verifican además que las pérdidas en el sistema tienen un gran efecto en la resolución del problema de ruteo, lo anterior hace que las estaciones de intercambio sean ubicadas en el lugar más cercano a la subestación. Franco et.al en 2014 [31], proponen un modelo de programación no lineal para representar el problema de recarga de vehículos eléctricos híbridos en sistema de distribución, permitiendo disminuir las pérdidas en éste. Musio et.al en [32], presentan un método para la determinación del perfil de carga de vehículos eléctricos (EVs) adecuado para micro redes, con un principal objetivo de realizar una estrategia de control para definir un óptimo perfil de carga con el fin de aumentar la autonomía de la micro red, dicho objetivo lo lograron por medio de teoría de control óptimo. Xu y Chung en [33] proponen una mejora en la fiabilidad de los sistemas de distribución mediante la incorporación de vehículos eléctricos y su contribución en diferentes modelos de funcionamiento, proponiendo 2 topologías de carga, centralizada y dispersa. En el contexto



de garantizar la operación del SDL minimizando pérdidas de energía, Franco et al en [34] presenta un modelo lineal de planeamiento de la expansión en sistemas de distribución radiales, ubicando y repotenciando subestaciones y conductores a lo largo de las etapas de planeamiento, manteniendo un buen funcionamiento del sistema en operación normal, garantizando límites de tensión, cargabilidad y pérdidas mínimas. Shi et al. en [35] estudian un modelo integrado del enrutamiento y carga de VEs teniendo en cuenta la congestión de la red de energía y de tráfico en donde se realiza el estudio.

## 1.5. Principales resultados

Los principales resultados y contribuciones de este trabajo de grado son los siguientes:

- Se presenta un modelo multiobjetivo que formula el conflicto entre dos operadores: transporte y compañías de distribución de energía, que tiene como objetivo encontrar un conjunto de soluciones óptimas (Frente de Pareto) que minimice las pérdidas de energía en el SDL y los costos operativos del VRPB con una flota exclusiva de VEs, utilizando la metodología de  $\xi - constraint$ .
- El problema es modelado con una formulación lineal entera mixta (MILP), aprovechando la topología radial de los tipos de rutas, para eliminar las posibilidades de creación de subtours.
- Se aprovecha el problema del VRPB desde otro punto de vista, considerando un conjunto de nuevas restricciones de radialidad, aprovechando los recorridos a los clientes de retorno y entrega, basados en una generalización del OVRP.
- Se propone un dataset basado en instancias construidas para el VRPB y nuevos sistemas de distribución de prueba para futuros estudios.

## 1.6. Estructura del trabajo de grado

El trabajo de grado está organizado de la siguiente forma. En el Capítulo 2, se presentan definiciones importantes acerca del ruteo de vehículos eléctricos, operación de la red, modelo utilizado para el flujo de carga y linealización de éste, optimización matemática multiobjetivo

y modelamiento matemático. En el Capítulo 3 se presenta las condiciones del modelo propuesto y su estructura matemática, posteriormente en el Capítulo 4 se presentan los resultados computacionales para algunas instancias del VRPB y sistemas de distribución de la literatura especializada. Finalmente, se presentan las conclusiones y trabajo futuro en el Capítulo 5.

# Capítulo 2

## Marco teórico

### 2.1. Vehículos eléctricos

Los vehículos eléctricos (VEs) resurgen para suplir las necesidades de transporte y al mismo tiempo reducir la contaminación causada por el uso de combustibles fósiles ante la necesidad urgente de utilizar los recursos de manera sostenible. Contrario a los vehículos de combustión interna, los VEs ayudan con la disminución de emisiones de CO<sub>2</sub> y ofrecen otras ventajas: consumo eficiente de energía dado que no consumen energía mientras permanecen quietos (en semáforos o trancones) y recuperan energía mientras se descienden pendientes; disminución de los costos de mantenimiento debido a que no necesitan cambio de aceite, cambio de filtros ni desgaste de piezas como correas de distribución y otros accesorios; disminución del costo por km recorrido debido al bajo costo de la electricidad con respecto a los combustibles fósiles; disminución de contaminación auditiva [36], además de la capacidad que tienen estos vehículos para almacenar energía de la red eléctrica e incluso devolverle excedentes [37]. Sin embargo, el principal inconveniente que han tenido estos vehículos a lo largo de la historia, desde su primera aparición entre 1832 y 1839 [38] son las limitaciones en el almacenamiento de energía. Aunque las baterías recargables aparecen en el año 1880 como solución a este problema, el peso, la duración de carga (autonomía) y los altos costos detuvieron la masificación de los vehículos eléctricos por muchos años, de modo que se ha hecho necesario desarrollar nuevas tecnologías en baterías [39].

Los parámetros que se tienen en cuenta para el uso de baterías en vehículos eléctricos son esencialmente: la densidad de potencia que va relacionada con la autonomía que tendrá el

vehículo, la potencia, eficiencia, costo y ciclo de vida. Las baterías de Ion de Litio son hasta el momento las más utilizadas dada a su alta densidad de energía, larga vida útil y seguridad en comparación con otros tipos de batería [40, 41, 42]. Actualmente la autonomía de los VE no supera los 250 km y varios estudios resaltan que los VE deberán tener 400 km o más de autonomía para una mayor penetración en el mercado [36].

La mayoría de los vehículos eléctricos comerciales se conectan a la red para cargar sus baterías por medio de cargadores enchufables, sin embargo, se han desarrollado otros modos de carga mediante transferencia de energía inductiva (IPT) [40], sistema de transferencia de potencia inalámbrico capacitivo [43]. Existen diferentes ventajas y desventajas de los métodos de carga existentes: como los conectores y la carga inalámbrica, y las estaciones de intercambio de baterías. El método de carga con conectores permite usar carga lenta, rápida y muy rápida, presenta alta eficiencia en la recarga con conexión directa y se puede acceder a este tipo de carga en varios lugares, sin embargo no hay una estandarización en los conectores y se deben implementar restricciones al acceso a la red eléctrica; la recarga inalámbrica es otro método de carga en el cual no es necesario contar con un conector ya que la transferencia de energía se realiza a través de inducción magnética, por lo cual se puede considerar la posibilidad de cargar el vehículo en movimiento, sobre suelo mojado, arena, polvo o nieve y se elimina el problema de estandarización de conectores sin embargo, este tipo de sistemas presentan mayor complejidad en la ubicación del transmisor (bobina conectada a la red) y el receptor (bobina en el vehículo), no están muy desarrollados por lo cual existen pocos modelos de VE listos para la recarga de inducción y tienen mayor costo de implementación que los sistemas de conectores. El sistema de intercambio de baterías permite obtener el 100 % de capacidad de batería en menos de un minuto dado que consiste en el alquiler de baterías, el conductor no tiene que salir del vehículo, el usuario no es responsable de la vida útil y fallas de la batería, y las baterías almacenadas en estaciones pueden participar en la iniciativa V2G (Vehicle to Grid: del vehículo a la red), los principales inconvenientes que tiene son el alto costo que tiene la implementación de este tipo de estaciones de recarga, la no estandarización de modelos de baterías en VE y el costo del alquiler de batería puede ser mayor que el costo de usar combustibles fósiles en los vehículos convencionales con motor de combustión [36].

## 2.2. Ruteo de vehículos

Las empresas de distribución de bienes tienen como objetivo ofrecer un servicio óptimo, este consiste en realizar las entregas de manera eficiente y de calidad, con los costos de operación más bajos posibles. Los costos de operación están asociados a la mano de obra, costos de utilización de vehículos, entre otros. Algunas empresas ven el tiempo como un factor monetario, cuando se debe cumplir con la entrega o colecta de un bien en una franja de tiempo determinado. Otros ven la necesidad de que la programación de las rutas de cada vehículo sea lo más equitativa posible en cuanto a la capacidad de carga del vehículo. Por tal motivo algunas empresas invierten en softwares o investigaciones que conlleven a planificar las mejores estrategias de operación de su sistema. Un gran número de aplicaciones del mundo real, tanto en Norte América como en Europa, han demostrado ampliamente que el uso de procedimientos informáticos para la planificación del proceso de distribución produce un ahorro sustancial (estimado entre el 5% y el 20%) en los costos globales de transporte [12]. Una disminución de los costos de operación en los problemas reales, se traduce en un aumento del beneficio de la empresa o en una disminución de los costos finales del producto. La investigación de operaciones busca optimizar el beneficio de las empresas distribuidoras, valiéndose de modelos matemáticos que describen el proceso que se desea mejorar, basados en un objetivo previamente definido. Estos modelos posteriormente son resueltos mediante técnicas exactas, metaheurísticas y técnicas híbridas conocidas como matheurísticas.

El problema de ruteo de vehículos VRP, es una formulación del tipo lineal entero mixto. El uso de técnicas exactas en este tipo de problemas está restringido a la complejidad del modelo matemático que lo describe, como por ejemplo, el número de variables discretas o el número de restricciones. Estos problemas generan una explosión combinatorial que se refleja en los altos tiempos de cómputo para obtener la solución óptima global, adicionalmente dichos tiempos crecen exponencialmente con el tamaño del problema, razón por la cual, en términos de la complejidad computacional se clasifica dentro de la categoría NP-complejo.

Las variables involucradas en el problema del VRP pueden ser: tiempo, número de vehículos, naturaleza de los vehículos quiere decir homogéneos o heterogéneos, tiempo, número de depósitos, localización geográfica, demanda de los clientes, costo de transporte. Aquí interesan el estudio de 2 problemas en particular, el principal es el VRPB pero el modelo se realiza basado en los estudios hechos para el OVRP.

### 2.2.1. OVRP

Es aquel caso en donde la compañía de entrega de bienes no tiene su propia flota de vehículos o su flota privada era inadecuada para satisfacer la demanda de los clientes. Por lo tanto, contratistas que no eran empleados de la empresa de distribución usaban sus propios vehículos para realizar la entrega, en este caso, los vehículos no requieren volver al depósito después de sus rutas de entrega porque la compañía fue sólo contratada para atender hasta el ultimo cliente de la ruta. En consecuencia, el objetivo del OVRP es diseñar un conjunto de caminos Hamiltonianos que satisfagan la demanda de los clientes. En la Figura 2.1 se presenta la solución óptima del OVRP para 30 clientes, en cada nodo el limite superior indica la necesidad de mercancía y el inferior el indice del nodo. En la practica, el OVRP representa situaciones como las enuncia [1]: entrega a domicilio de paquetes y periódicos, ruta del bus de una escuela, rutas de minas de carbón, transporte de residuos peligrosos.

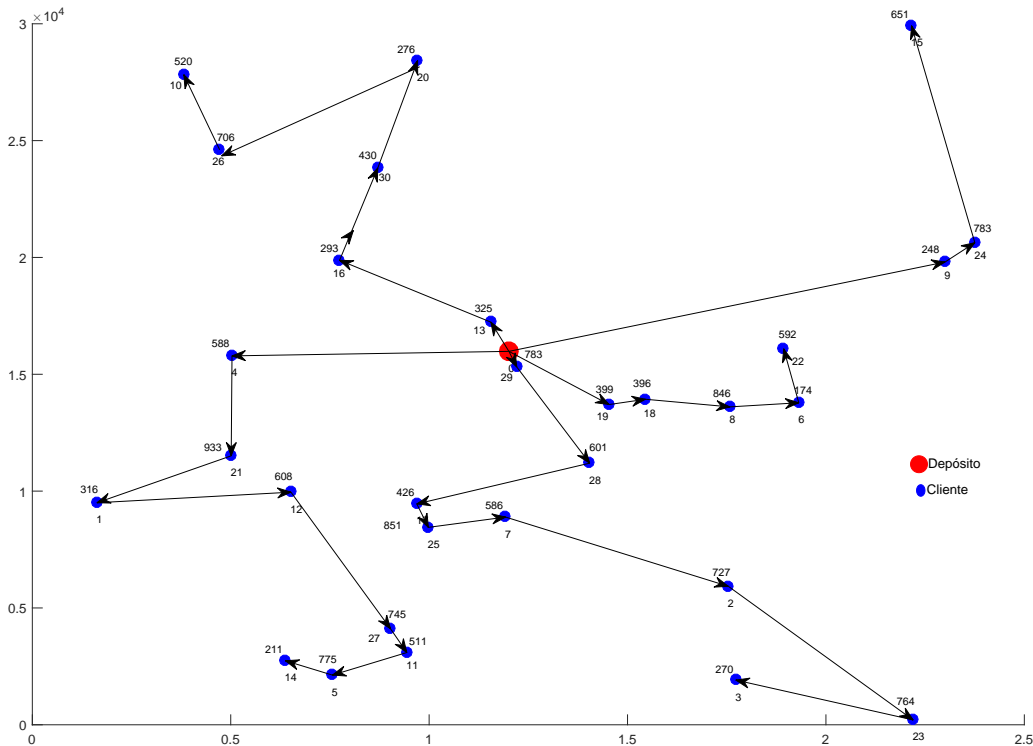


Figura 2.1: Ejemplo de OVRP, solución óptima para 30 clientes.

### 2.2.2. VRPB

El VRPB (*Vehicle routing problem with backhauls*) ha sido definido en la literatura [12, 3, 17] y puede ser establecido como el problema de determinar un grupo de rutas de vehículos que visite todos los clientes que están divididos en 2 subconjuntos. El primer subconjunto contiene los vértices de los clientes de entrega, donde hay una cantidad de producto solicitada por cada cliente. El segundo subconjunto contiene los clientes de recogida de mercancía, y son aquellos clientes a los que se les debe recoger mercancía que requiere ser llevada al depósito. El objetivo es tener en cuenta las rutas a realizar desde el depósito al cliente por una flota de vehículos homogéneos con el fin de satisfacer la demanda de los clientes (productos para ser recogidos o productos a ser entregados), en un orden específico, primero los clientes de entrega y después los de retorno. En tal caso, los vehículos han de seguir en primer lugar los clientes con requisitos de entrega antes de los clientes con requisitos de retorno, dichos subconjuntos de clientes deben estar unidos mediante un camino, el cual se conoce con el nombre de enlace.

Para algunas empresas de transporte es fundamental evitar la reorganización de los productos dentro de los vehículos en cada punto de entrega. Los retiros y entregas de mercancías de manera mezclada o simultáneamente provoca dificultades, debido a los reordenamientos de los bienes a bordo, en este caso es necesario recoger y entregar mercancía sin importancia de precedencia. En la Figura 2.2 se presenta la solución óptima del VRPB para 40 clientes, en cada nodo el límite superior indica la necesidad de mercancía y el inferior el índice del nodo.

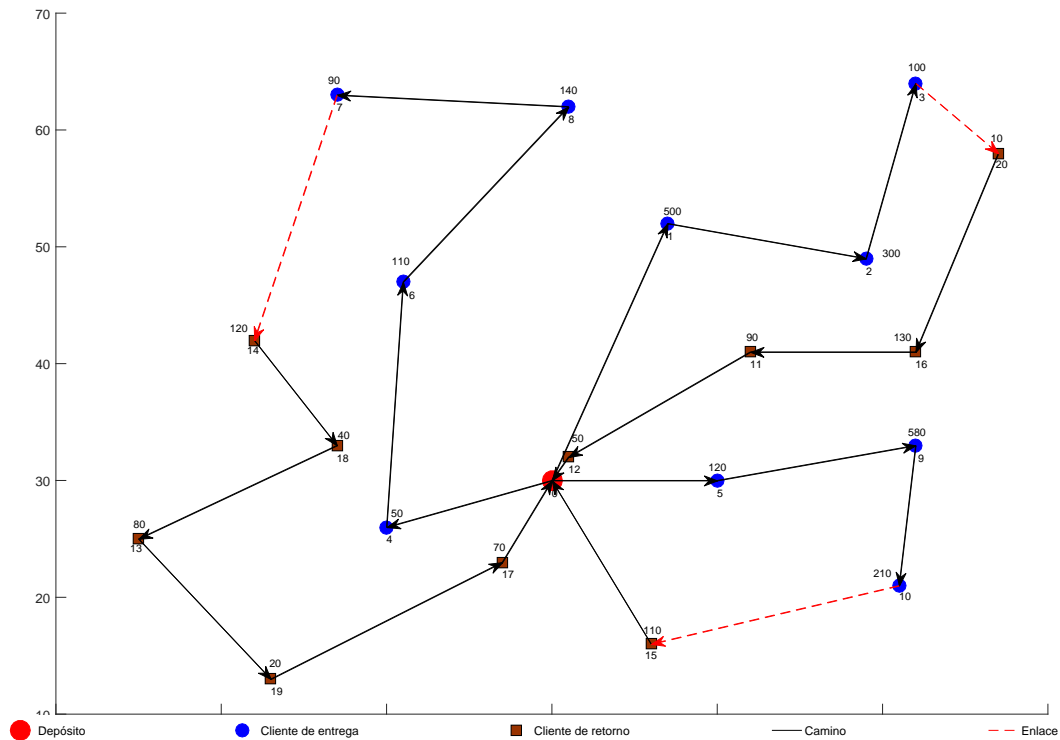


Figura 2.2: Ejemplo de VRPB, Solución óptima para 40 clientes.

### 2.3. Operación del sistema de distribución

Entre muchos de los requisitos que existen para operar un sistema de distribución, la regulación de tensión y cargabilidad en las líneas/subestaciones, son medidas necesarias a monitoriar. En el primer caso, cuando se exceden los límites de capacidad de corriente en los elementos de la red, se incrementa la temperatura en éstos y con ello pueden ocurrir daños irreversibles que afectan las características eléctricas de los componentes, de modo se podrían incurrir en costos considerables. Por otro lado, la regulación de tensión permite mantener el suministro de potencia al cliente final dentro de unos límites de tensión definidos garantizando un buen servicio a éste, además una buena regulación de tensión (poca diferencia de tensión entre 2 nodos) implica menor corriente circulando por las líneas ocasionando proporcionalmente una disminución de las pérdidas de potencia activa.



Los operadores de la red de distribución buscan disminuir los índices de pérdidas en sus niveles de tensión, realizando diferentes medidas operativas para ajustar dichos valores a los establecidos por la regulación, ya que un nivel alto de éstas ocasionan penalización por parte del ente regulador, y tiene un crecimiento proporcional al aumento de las pérdidas e incurre en altos costos. Para el caso del sistema eléctrico según el código de Red, en condiciones de operación normal, las tensiones en las barras no deben ser inferiores al 90 % ni superiores al 110 % del valor nominal. La máxima transferencia por las líneas se considera como el mínimo valor entre el límite térmico de los conductores, máxima capacidad de los transformadores de corriente, el límite de transmisión por regulación de voltaje y el límite por estabilidad transitoria y dinámica [44].

### 2.3.1. Modelo de operación de la red de distribución

El objetivo del flujo de carga es determinar el estado de operación en régimen permanente de un sistema eléctrico, obteniendo las variables de estado  $(V, \Theta)$  en todas las barras del sistema y así poder obtener los flujos de corriente por la línea y finalmente los de potencia activa y reactiva.

El problema de flujo de carga puede ser modelado mediante un conjunto de ecuaciones no lineales donde varios algoritmos han sido presentados para su solución tales como ; los métodos de flujo de carga de barrido iterativo de Cespedes [45], Shirmohammadi, et al. en [46], entre otros que se desarrollaron para flujos de carga en transmisión y modificados mediante variantes para el caso de distribución en donde se encuentran redes generalmente radiales y una relación resistencia reactancia  $R/X$  no tan clara como para el caso de sistemas de transmisión en donde se desprecia la resistencia.

Para el modelamiento del flujo de carga en sistemas de distribución se tienen en cuenta las siguientes consideraciones.

- Las demandas en las barras del sistema de distribución se representan mediante consumo de potencia activa y reactiva constante.
- El sistema tiene un ordenamiento nodal.
- El sistema es balanceado y representado por su equivalente monofásico.

La nomenclatura utilizada en el modelamiento del problema operativo de la red de distribución se describe a continuación:

Conjuntos:

- $N$  Conjunto de nodos eléctricos del sistema de distribución  
 $Ln$  Conjunto de Lineas del sistema eléctrico compuesta por la combinación de todos los nodos  $Ln\{N_1, N_2\}$ , donde  $N_1$  es el nodo de envío y  $N_2$  es el de recibo.

Parámetros:

- $U_{max}$  Tensión máxima permitida en el sistema  
 $U_{min}$  Tensión mínima permitida en el sistema  
 $I_{mn}^{max}$  Corriente máxima permitida por la línea  $(m, n) \in Ln$   
 $R_{mn}$  Resistencia de la línea  $(m, n) \in Ln$   
 $X_{mn}$  Reactancia de la línea  $(m, n) \in Ln$   
 $Z_{mn}$  Impedancia de la línea  $(m, n) \in Ln$

Variables:

- $p_n^g$  Potencia activa entregada por una subestación en el nodo  $n \in N$   
 $q_n^g$  Potencia reactiva entregada por una subestación en el nodo  $n \in N$   
 $p_{mn}^f$  Potencia activa que fluye por la línea  $(m, n) \in Ln$   
 $q_{mn}^f$  Potencia reactiva que fluye por la línea  $(m, n) \in Ln$   
 $i_{mn}$  Cuadrado de la corriente que fluye por la línea  $(m, n) \in Ln$   
 $u_m$  Cuadrado de la tensión en el nodo  $m \in N$

$$\text{mín } \Omega_1 = \sum_{(m,n) \in L_n} R_{mn} * i_{mn} \quad (2.1)$$

*s.t.*

$$\sum_{(m,n) \in L_n} p_{mn}^f + p_n^g = p_n^d + \sum_{(n,k) \in L_n} (p_{nk}^f + R_{nk} * i_{nk}) \quad \forall n \in N \quad (2.2)$$

$$\sum_{(m,n) \in L_n} q_{mn}^f + q_n^g = q_n^d + \sum_{(n,k) \in L_n} (q_{nk}^f + X_{nk} * i_{nk}) \quad \forall n \in N \quad (2.3)$$

$$u_m - u_n = 2 * (R_{mn} * p_{mn}^f + X_{mn} * q_{mn}^f) + Z_{mn}^2 * i_{mn} \quad \forall (m, n) \in L_n \quad (2.4)$$

$$u_m * i_{mn} = (p_{mn}^f)^2 + (q_{mn}^f)^2 \quad \forall (m, n) \in L_n \quad (2.5)$$

$$U_{min}^2 \leq u_n \leq U_{max}^2 \quad \forall n \in N \quad (2.6)$$

$$0 \leq i_{mn} \leq (I_{mn}^{max})^2 \quad \forall (m, n) \in L_n \quad (2.7)$$

$$0 \leq p_n^g \leq P s_n \quad \forall n \in N \quad (2.8)$$

$$0 \leq q_n^g \leq Q s_n \quad \forall n \in N \quad (2.9)$$

$$(2.10)$$

EL objetivo del modelo anterior (2.1-2.7) consiste en minimizar el costo de operación de un sistema de distribución radial asociado a las pérdidas de potencia activa por las líneas ( $L_n$ ). Las restricciones (2.2) y (2.3) mantienen el balance de potencia activa y reactiva respectivamente, garantizando que la potencia que fluye por las líneas sea equivalente a la diferencia entre la potencia generada y demandada en el nodo de llegada  $n$  y a la cantidad que fluye más las pérdidas de todas las líneas conectadas a éste aguas abajo. La ecuación (2.4) representa la caída de tensión de los cuadrados de las magnitudes en la línea conectada entre los nodos ( $m, n$ ) en función lineal de la potencia que fluye por la línea y el cuadrado de la corriente, además, la restricción (2.5) establece la relación entre el flujo de potencia activa y reactiva con el cuadrado de la magnitud de la corriente y de la tensión. Finalmente, los límites de la tensión en los barrajes y las corrientes por las líneas son establecidos por las restricciones (2.6) y (2.7). Las restricciones (2.8) y (2.9) garantizan que la potencia activa y reactiva que entrega la subestación, no exceda la capacidad de ésta.

### 2.3.2. Modelo de operación de la red de distribución linealizado

En el modelo no lineal presentado en la anterior sección, se puede observar en la ecuación (2.5) que a un lado de la expresión las variables de potencia activa y reactiva están elevadas al cuadrado, además al otro lado de la igualdad se multiplica las variables del cuadrado de la tensión y la corriente. Por lo tanto, en esta sección se describe la manera de realizar la linealización de dicha expresión, propuesta y utilizada por Franco et al. en [34], posteriormente para realizar estudios de plan de expansión es utilizada por Pozos et al. en [47] y probada por Grisales en [48] para planeación dinámica de los sistemas de distribución de energía eléctrica considerando generación distribuida.

Inicialmente, en el producto  $(u_m * i_{mn})$  la tensión  $u_m$  puede ser tomada como el valor promedio entre los límites de la tensión o el valor de la tensión nominal del sistema ( $U_{nom}$ ) obteniendo como resultado la expresión lineal  $(U_{nom} * i_{mn})$ .

El término de la suma del cuadrado de las sumas de las potencias activa y reactiva, se linealiza por medio del conjunto de ecuaciones (2.11-2.18), utilizando  $|Y|$  bloques de discretización. Las ecuaciones 2.12 y 2.13 representan las variables reales ( $p_{mn}^f$  y  $q_{mn}^f$ ) mediante variables auxiliares positivas, depende del flujo de la potencia ésta puede ser negativa ó positiva y será tomada por  $(p_{m,n}^+$  ó  $p_{mn}^-)$  respectivamente para el caso de potencia activa y  $(q_{m,n}^+$  ó  $q_{mn}^-)$  en el de potencia reactiva. Las ecuaciones (2.14) y (2.15), garantizan que el valor absoluto de las variables  $|p_{mn}^f|$  y  $|q_{mn}^f|$  sea la suma de las variables de discretización  $(\delta p_{mny}, \delta q_{mny})$ . Finalmente, el valor límite que puede tomar un valor de discretización es presentado en las restricciones (2.16) y (2.17), éste debe ser menor al valor límite  $\Delta_{mn}$

calculado con los valores nominales de la red en (2.18).

$$(p_{mn}^f)^2 + (q_{mn}^f)^2 = \sum_{y \in Y} (2 * y - 1) * \Delta_{mn} * (\delta p_{mny} + \delta q_{mny}) \quad \forall (m, n) \in Ln \quad (2.11)$$

$$p_{mn}^f = p_{m,n}^+ - p_{mn}^- \quad \forall (m, n) \in Ln \quad (2.12)$$

$$q_{mn}^f = q_{m,n}^+ - q_{mn}^- \quad \forall (m, n) \in Ln \quad (2.13)$$

$$p_{m,n}^+ + p_{mn}^- = \sum_{y \in Y} \delta p_{mny} \quad \forall (m, n) \in Ln, \quad (2.14)$$

$$q_{m,n}^+ + q_{mn}^- = \sum_{y \in Y} \delta q_{mny} \quad \forall (m, n) \in Ln, \quad (2.15)$$

$$\delta p_{mny} \leq \Delta_{mn} \quad \forall (m, n) \in Ln, y \in Y \quad (2.16)$$

$$\delta q_{mny} \leq \Delta_{mn} \quad \forall (m, n) \in Ln, y \in Y \quad (2.17)$$

$$\Delta_{mn} = \frac{I_{mn}^{max} * U_{max}}{|Y|} \quad (2.18)$$

Por lo tanto, el modelo de operativo que tiene como objetivo la reducción de las pérdidas en las líneas, se presenta a continuación. Este modelo ha sido ampliamente probado en la literatura y presentan buenos resultados al compararlo con la formulación no lineal [34, 48, 47].

$$\min \Omega_1 = \sum_{(m,n) \in Ln} R_{mn} * I_{mn} \quad (2.19)$$

s.t.

$$\sum_{(m,n) \in Ln} p_{mn}^f + p_n^g = p_n^d + \sum_{(n,k) \in Ln} (p_{nk}^f + R_{nk} * i_{nk}) \quad \forall n \in N \quad (2.20)$$

$$\sum_{(m,n) \in Ln} q_{mn}^f + q_n^g = p_n^d + \sum_{(n,k) \in Ln} (q_{nk}^f + X_{nk} * i_{nk}) \quad \forall n \in N \quad (2.21)$$

$$u_m - u_n = 2 * (R_{mn} * p_{mn}^f + X_{mn} * q_{mn}^f) + Z_{mn}^2 * i_{mn} \quad \forall (m, n) \in Ln \quad (2.22)$$

$$U_{nom} * i_{mn} = \sum_{y \in Y} (2 * y - 1) * \Delta_{mn} * (\delta p_{mny} + \delta q_{mny}) \quad \forall (m, n) \in Ln \quad (2.23)$$

$$p_{mn}^f = p_{m,n}^+ - p_{mn}^- \quad \forall (m, n) \in Ln \quad (2.24)$$

$$q_{mn}^f = q_{m,n}^+ - q_{mn}^- \quad \forall (m, n) \in Ln \quad (2.25)$$

$$p_{m,n}^+ + p_{mn}^- = \sum_{y \in Y} \delta p_{mny} \quad \forall (m, n) \in Ln, \quad (2.26)$$

$$q_{m,n}^+ + q_{mn}^- = \sum_{y \in Y} \delta q_{mny} \quad \forall (m, n) \in Ln, \quad (2.27)$$

$$\delta p_{mny} \leq \Delta_{mn} \quad \forall (m, n) \in Ln, y \in Y \quad (2.28)$$

$$\delta q_{mny} \leq \Delta_{mn} \quad \forall (m, n) \in Ln, y \in Y \quad (2.29)$$

$$\Delta_{mn} = \frac{I_{mn}^{max} * U_{max}}{|Y|} \quad (2.30)$$

$$\sum_{n \notin O} p_n^v = 0 \quad (2.31)$$

$$U_{min}^2 \leq u_n \leq U_{max}^2 \quad \forall n \in N \quad (2.32)$$

$$0 \leq i_{mn} \leq (I_{mn}^{max})^2 \quad \forall (m, n) \in Ln \quad (2.33)$$

$$0 \leq p_n^g \leq P s_n \quad \forall n \in N \quad (2.34)$$

$$0 \leq q_n^g \leq Q s_n \quad \forall n \in N \quad (2.35)$$

$$(2.36)$$

## 2.4. Aspectos básicos de optimización matemática.

La optimización matemática es un proceso espontaneo que se encuentra presente en todas partes y que hace integral del día a día de nuestras vidas al momento de seleccionar la mejor alternativa entre un conjunto de opciones validas. En las ciencias aplicadas es la búsqueda de los valores de un conjunto de variables limitadas que maximizan o minimizan un objetivo, dicho proceso debe tener los siguientes requisitos:

- Técnicas de modelamiento matemático que permitan representar y simular adecuadamente el sistema que se optimiza.
- Sistemas de cómputo que realicen los cálculos de manera eficiente.
- Técnicas de solución de los modelos resultantes (métodos de optimización).

La Figura 2.3 presenta las diferentes clasificaciones para un problema general de optimización.

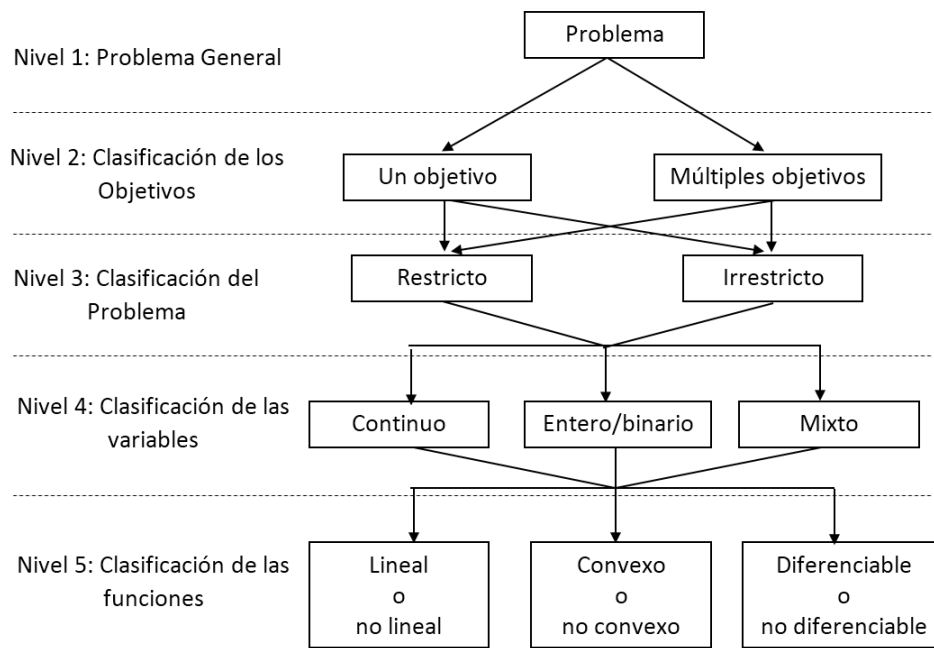


Figura 2.3: Clasificación de los problemas de optimización, tomada de [49]

Algunos analistas describen que el proceso de optimización de un problema se puede desarrollar a través de los siguientes seis pasos consecutivo:

- Identificar y clarificar el problema
- Definir el problema
- Formular y construir un modelo matemático
- Obtener una solución al modelo
- Probar el modelo, evaluar la solución, y llevar a cabo un proceso de sensibilidad
- Implementar la solución

Los enfoques de solución para resolver problemas de optimización pueden ser divididos en 2 grupos: (1) técnicas de optimización clásicas (2) Las técnicas heurísticas y metaheurísticas modernas. hay 2 diferencias claras entre estos 2 grupos, se enfrenta el problema de encontrar la mejor solución y el tiempo computacional. Mientras que el grupo 1 de soluciones, permite llegar a la mejor solución ya que se basan en técnicas matemáticas puras, llegar a ésta puede ser un procedimiento tedioso y de días, meses o años, dependiendo de la naturaleza del modelo. El grupo de técnicas 2, se basa en técnicas bio-inspiradas, permite llegar a una solución buena, tal vez no la mejor en un tiempo computacional bajo.

## 2.5. Modelo matemático

Un modelo matemático representa el desempeño y comportamiento de un sistema dado en términos de ecuaciones matemáticas, ofreciendo resultado cuantitativos. Las ecuaciones que gobiernan el sistema pueden ser algebraicas, ecuaciones diferenciales ordinarias y/o parciales, ecuaciones integrales o combinación de varias de ellas [49].

Una estructura general de un modelo matemático puede ser representado como el siguiente:



$$\begin{aligned}
& \min_{\bar{x}} f(\bar{x}) \\
& \text{s.a} \\
& g_i(\bar{x}) \leq gb_i \quad i = 1, 2, \dots, m. \\
& h_j(\bar{x}) = hb_j \quad j = 1, 2, \dots, l. \\
& \bar{x} \geq 0
\end{aligned} \tag{2.37}$$

Donde la función objetivo  $f$  es una función de múltiples variables  $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ , y las funciones de restricción  $g_i$  y  $h_i$  son funciones generales de las variables  $x \in R^n$ . Los valores del lado derecho de las expresiones,  $gb_i$  y  $hb_j$ , son valores usualmente conocidos para problemas deterministas. Las restricciones de no negatividad de las variables, es utilizada con frecuencia, dado que algunas variables no pueden ser negativas, además es aprovechada por la mayoría de métodos de solución.

Las características generales de un modelo matemático son descritas a continuación [49].

- Tiene una cantidad de recursos limitados ( normalmente representado al lado derecho de una ecuación de restricción) se conoce como un parámetro.
- Los recursos se utilizan para alguna actividad ( generalmente representada por una variable de decisión ), destinados para producir algo o proporcionar un servicio.
- Tiene una serie de maneras alternativas en las que se pueden utilizar los recursos.
- Cada actividad en la que se utilizan los recursos tiene un retorno en términos de la meta establecida, quiere decir, contribuye a la función objetivo.
- La asignación de recursos se restringe generalmente por varias limitaciones (conocidas como restricciones).

Los supuestos generales para la formulación de un modelo matemático pueden ser las siguientes [49]:

- La rentabilidad asignadas a los recursos se pueden medir mediante una unidad común.
- Los recursos son utilizados de la mejor manera.
- Para los problemas deterministas todos los parámetros son conocidos.

- Las variables de decisión son reales, enteras, o una mezcla de ambas.

El modelo propuesto en esta tesis, es un modelo de programación lineal entera mixta, quiere decir todas las funciones son algebraicas lineales y sus variables son de naturaleza entera, continua y binaria, por lo tanto, interesa conocer 2 tipos de formulaciones: Programación lineal y Programación entera. Las técnicas se presentan en sus características básicas, debido a que no hacen parte del alcance del trabajo plantear nuevas técnicas o modificar las existentes, el enfoque principal es el modelado. Para profundizar más acerca de las siguientes técnicas puede dirigirse a libros clásicos [50, 49].

### Modelo de Programación Lineal

Son aquellos problemas en el que las variable son asumidas como valores reales (cualquier número mayor o igual a cero), y la función objetivo y todas sus restricciones son funciones algebraicas lineales [49].

Los supuestos básicos de la programación lineal son:

- Certeza: los valores de los parámetros (datos) son conocidos y constantes.
- Proporcional: Cualquier función (objetivo o restricción) es proporcional a el nivel de la actividad (con unidad coherente de medida).
- Aditividad: La actividad total es la suma de todas las actividades individuales.
- Divisibilidad: las Variables de decisión podrían ser reales o enteras.
- Nonegatividad: Sólo se permiten valores positivos de las variables.

Para dar solución a problemas de programación lineal, se pueden encontrar tres metodologías populares. Estas son : i) El método gráfico, ii) El método simplex y sus variantes, iii) El método del punto interior. Los tres métodos, determinan la solución factible del problema en uno de los cortes (puntos en común) de las funciones de restricción del problema. Los cortes en el método gráfico pueden ser representados por medio de la intersección entre 2 líneas, planos, para el caso de  $R^2$  y  $R^3$ , respectivamente.

## Modelo de Programación Entera

Un problema de programación entera (PE) es una extensión del problema general de programación lineal. Desafortunadamente, los valores continuos no son prácticos ni muy significativos en ciertos tipos de problemas. Por ejemplo, 2.5 líneas de transmisión para el problema de planeamiento de la transmisión no pueden ser cuantificados en la realidad.

hay tres tipos de modelos de programación entera [49] :

- Entera: Donde todas las variables de decisión son enteras.
- Entera binaria: Donde todas las variables de decisión son binarias (cero o uno) solamente. En esta situación las variables pueden asumir solo 2 valores, Por ejemplo, si o no, activo o desactivado.
- Entera mixta: las variables pueden ser, enteras, continuas, binarias.

Los problemas de programación lineal entero mixto son difíciles de resolver, esto se debe a la no continuidad del espacio solución. Por lo tanto, la cantidad de posibilidades de solución ya no se ubica en los cortes, y hace que esta evaluación sea exhaustiva y crezca en un orden exponencial de acuerdo al tamaño del problema. Las soluciones comunes para resolver este tipo de problemas son : redondear la solución lineal, branch & bound, cutting plane, branch & cut, entre otros. Sin embargo, redondear es un proceso que puede no garantizar la optimalidad y entregar soluciones infactibles.

Debido a la complejidad que presentan los modelos de programación entera descrita anteriormente, se utiliza un valor GAP (%) que relaciona la diferencia entre la mejor solución relajando algunas restricciones o variables y la mejor solución encontrada manteniendo la naturaleza del modelo, por lo tanto, permite cuantificar que tan lejos se está del óptimo. Cuando la solución relajada es equivalente a la mejor solución entera, el GAP (%) es equivalente a cero, por lo tanto, se ha encontrado el valor óptimo. Generalmente, la solución en estos problemas se reporta con un valor GAP bajo, quiere decir que no se sabe si la respuesta es el óptimo, pero está cerca de éste.

### 2.5.1. optimización multiobjetivo

Un problema de optimización multiobjetivo se plantea al tener un problema compuesto por diferentes objetivos con soluciones óptimas individuales diferentes

$\{\Omega_1(x), \Omega_2(x), \dots, \Omega_m(x)\}$ , donde un objetivo del conjunto no puede ser alcanzado sin la degradación de otro generando un conflicto. Debido a esto, no se logra encontrar una solución óptima global para este tipo de problemas, por lo tanto, la solución se representa mediante un conjunto de soluciones de buena calidad entre todos los objetivos del conjunto, las cuales son llamadas soluciones óptimas de Pareto y se representan mediante un Frente Óptimo de Pareto.

Matemáticamente un problema de optimización multi-objetivo puede ser escrito como:

$$\text{mín } \{\Omega_1(x), \Omega_2(x), \dots, \Omega_m(x)\} \quad (2.38)$$

*s.t.*

$$h(x) = \{h_1(x), h_2(x), \dots, h_m(x)\} = 0 \quad (2.39)$$

$$g(x) = \{g_1(x), g_2(x), \dots, g_m(x)\} \geq 0 \quad (2.40)$$

$$(2.41)$$

Donde  $x$  es el vector de decisión y  $\Omega_i(x)$  corresponde a cada función objetivo del problema. El conjunto de soluciones factibles  $\Theta^*$  del modelo descrito en el modelo (2.39-2.41), es definido como las variables de decisión que satisfacen las restricciones de igualdad  $h_i(x)$  y desigualdad  $g_i(x)$ . Por lo tanto:

$$\Theta^* = \{\hat{x} \in \hat{\Theta} / g_i(x) \geq 0 \wedge h_i(x) = 0\} \quad (2.42)$$

Cualquier punto  $x$  en  $\theta^*$  define una solución factible. El diagrama del espacio de soluciones factibles  $\theta^*$  es denominada espacio objetivo factible. Este espacio es representado por  $Z^*$  y es definido como:

$$Z^* = \{[\Omega_1(x), \Omega_2(x), \dots, \Omega_m(x)] , x \in \Theta\} \quad (2.43)$$

Para un conjunto de soluciones, se puede realizar una comparación entre todos los pares posibles de soluciones en el caso de 2 objetivos y determinar cuál solución domina a cuál y, además, cuales soluciones son no-dominadas.

### Optimalidad de Pareto

Para determinar el conjunto de soluciones óptimas de Pareto, se realiza una comparación entre todos los pares de soluciones para el caso de 2 objetivos, para determinar cuales

soluciones son dominadas ó no dominadas. Finalmente, se obtiene un conjunto de soluciones que son no dominadas entre sí, quiere decir, por lo menos una domina a la otra en uno de sus objetivos. Por lo tanto, este conjunto tiene las características de dominar al resto de soluciones que no pertenecen a él, dicho conjunto se denomina frente de Pareto [51].

En un espacio de soluciones  $Z$ , se pueden presentar diferentes conjuntos óptimos de solución o Frentes de Pareto, que depende de los requerimientos en cada objetivo, correspondientes a maximizar o minimizar ésta como se presenta en la Figura 2.4. En cualquier caso, el Frente óptimo de Pareto siempre esta compuesto por soluciones ubicadas en el extremo de la región factible

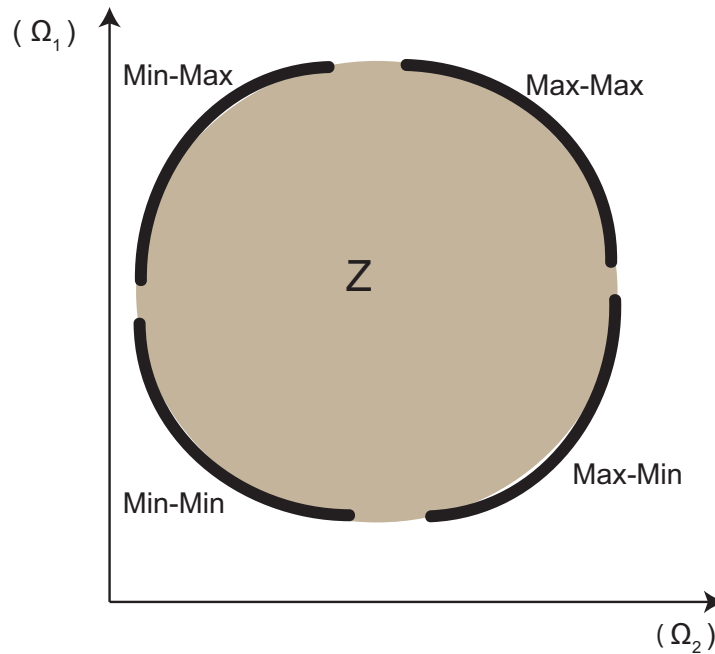


Figura 2.4: Conjunto óptimo de Pareto

Para determinar la dominancia entre 2 soluciones  $(X_1, X_2)$ , se dice que la solución  $X_1$  domina a  $X_2$  si se cumplen los siguientes criterios [52]:

- La solución  $X_1$  no es peor que  $X_2$  en todos los objetivos.
- La solución  $X_1$  es mejor que  $X_2$  en por lo menos un objetivo.

Diferentes técnicas para resolver optimización multiobjetivo han sido propuestas, entre ellas [53, 52]:

- Solución mediante algoritmo evolutivos (EMO) como el algoritmo genético de clasificación no dominado (NSGA II), diseño de trayectoria de astronave, algoritmos de manejo de restricciones y medidas de desempeño, entre otros.
- Métodos clásicos como, suma de pesos ponderados,  $\xi$ -Constraint, entre otros.

En esta tesis interesa profundizar en la metodología de  $\xi$ -Constraint, la cual será utilizada para resolver el problema planteado en las próximas secciones.

### Método de $\xi$ -Constraint

Una de las técnicas clásicas más utilizadas en la solución de problemas multiobjetivo propuesta por Haimes et. al en [54], es  $\xi$ -constraint, esta permite aliviar las dificultades que enfrenta el método de suma ponderados frente a los espacios no convexos. El método consiste en la transformación de un modelo multiobjetivo en uno mono objetivo, haciendo una de las funciones objetivos como la principal y las restantes se configuran como restricciones de acuerdo al siguiente modelo descrito en el espacio solución  $\Theta$ .

$$\text{mín } \Omega_1(x) \tag{2.44}$$

$$\Omega_k(x) \leq \xi_k \quad k = 2, \dots, m \tag{2.45}$$

$$x \in \Theta$$

Cohon & Markx en [55], muestran que la metodología  $\xi$ constraint puede ser derivada de las condiciones de Kuhn-Tucker para problemas multi-objetivo. Además, La variación del valor  $\xi_k$ , ocasiona soluciones óptimas de Pareto según Marley et al. [56] .

Inicialmente, como lo presenta la figura 2.5 se optimiza cada función objetivo con las restricciones originales del modelo y cancelando la otra función objetivo. Lo anterior permite obtener los puntos extremos del frente de Pareto.

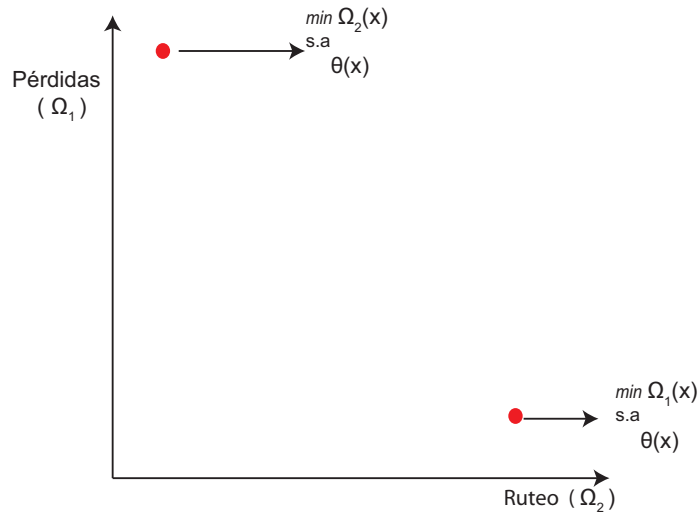


Figura 2.5: Determinación de los puntos extremos

Para determinar los puntos intermedios del frente de Pareto, se escoge una de las 2 funciones objetivo iniciales para representar el problema mono-objetivo ( $\Omega_1$ ), la otra función objetivo ( $\Omega_2$ ) pasa a ser restricción y limitada mediante el valor  $\xi_k$ , y toma como valor inicial un punto cercano y menor al valor de ésta que fue obtenido en el paso anterior, como lo presenta la Figura 2.6.

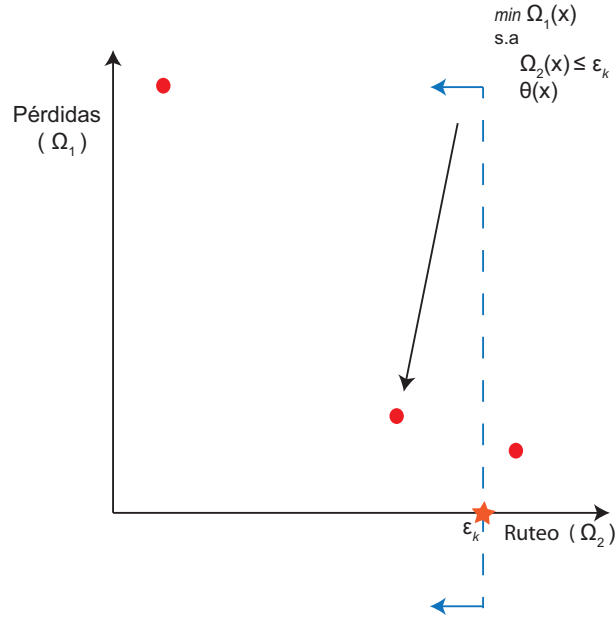


Figura 2.6: Determinación de los puntos intermedios

El anterior proceso se realiza de forma consecutiva hasta llegar al otro extremo del frente de Pareto. El criterio de selección de la función objetivo que representa el problema mono-objetivo, se hace evaluando los recursos computacionales que consume al momento de ser optimizada cada función objetivo en la fase 1 para determinar los puntos extremos.

### 2.5.2. Lenguaje de programación matemática (AMPL)

Es un lenguaje de modelamiento matemático que describe y resuelve apoyado en un SOLVER problemas de alto grado de complejidad matemática, relacionado con la no linealidad de las expresiones o la cantidad de restricciones.

La principal ventaja de AMPL es la facilidad de realizar la sintaxis del modelo matemático, ya que coincide con la formulación realizada. Algunos solvers comúnmente utilizados en AMPL dependiendo del tipo de problema son:



Tabla 2.1: Tipos de SOLVER para cada problema de optimización [57].

SOLVER	LP	NLP	DNLP	MILP	MINLP
<b>CPLEX</b>	x			x	
<b>GUROBI</b>	x			x	
<b>XPRESS</b>	x			x	
<b>CONOPT</b>	x	x	x		
<b>KNITRO</b>	x	x		x	x
<b>LOQO</b>	x	x		x	
<b>MINOS</b>	x	x	x		
<b>SNOPT</b>	x	x	x		
<b>BARON</b>	x	x	x	x	x
<b>LGO</b>	x	x	x		

LP:Modelo de programación lineal.

DNLP:Optimización local con derivadas discontinuas.

NLP:Optimización de programación no lineal

MILP: Programacion lineal entera mixta.

MINLP: Programacion no lineal entera mixta.

El solver que se utiliza para resolver el problema propuesto, es GUROBI 6.5, dicho programa computacional tiene las siguientes características de solución:

- Los tipos de problema que soporta son clasificados como, lineales y optimización cuadratica convexa en variables continuas y enteras.
- Para problemas continuos, el solver usa métodos como el simplex (primal y dual), punto interior.
- para problemas enteros, se utiliza un branch and bound avanzado con soluciones previas, heurísticas y generadores de cortes.
- Entre sus herramientas especiales se destaca, procesamiento paralelo de memoria, optimización simultanea, tiene instalaciones especiales para diagnosticar infactibilidad.

## Capítulo 3

# Formulación del problema para el EVRPB\_SDL

El EVRPB\_SDL, relaciona la combinación de 3 problemas. El primero, es el ruteo de vehículos considerando clientes de entrega (CE) y recogida (CR), conocido en la literatura como VRPB. El segundo, es la inserción de vehículos eléctricos al problema del VRPB, por lo tanto es necesario localizar estaciones de recarga (ER) de vehículos eléctricos, nombrado en esta tesis como el EVRPB. Finalmente, se considera la operación del SDL en el EVRPB, para dar origen al EVRPB\_SDL.

La versión básica del VRPB debe cumplir las siguientes condiciones:

- Cada vértice debe ser visitado exactamente una vez por un ruta, quiere decir los vértices son de grado 2.
- Cada ruta inicia y finaliza en el depósito.
- Cada cliente debe ser atendido completamente en su demanda cuando es visitado.
- Todos los clientes son servidos por un único depósito.
- La capacidad del vehículo nunca puede ser excedida por la demanda en bienes de los clientes de entrega y los de retorno.
- En cada ruta los clientes de entrega precede los clientes de retorno (restricción de precedencia), quiere decir:

- Una ruta de solo clientes de retorno no es permitida.
- El último cliente de entrega de una ruta siempre debe estar conectado con el depósito ó un cliente de retorno que comienza la ruta de este tipo de clientes.
- El último cliente de retorno de una ruta de este tipo, siempre está conectada con el depósito.

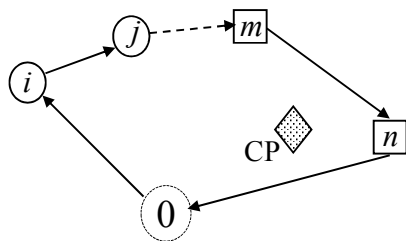
Para el problema del EVRPB, en esta tesis se propone que al final de ruta de clientes de entrega, el vehículo eléctrico tenga las siguientes alternativas: i) iniciar la ruta de clientes de retorno, ii) regresar al depósito, iii) recargar la batería en una estación de recarga en un periodo de tiempo determinado de acuerdo a los tipos de carga. Adicionalmente, debe satisfacer las siguientes condiciones:

- Una estación de recarga debe ser visitado por una o más rutas, o nunca ser visitado.
- Se asume que la capacidad de la batería es linealmente dependiente a la distancia recorrida.
- Los VEs quedan completamente cargados en el depósito y en los puntos de recarga.
- Los puntos de recarga son utilizados si se necesitan, con el fin de recargar la batería de los VEs al final de la ruta de los clientes de entrega o durante la ruta de los clientes de retorno.
- Las estaciones de recarga (ER) están en una ubicación diferente a los clientes, además tienen una demanda en bienes equivalente a cero.

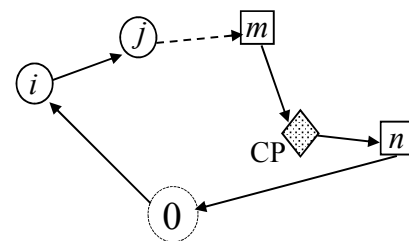
En el EVRPB\_SDL, se supone que los vehículos comienzan su turno laboral a la misma hora, por lo tanto, si la batería depende de la distancia recorrida, la recarga se realiza en el mismo intervalo de tiempo, además, se tienen las siguientes consideraciones:

- Se ignoran los costos asociados a planeamiento de la red a largo plazo, sólo se considera la operación del sistema.
- La red eléctrica sentirá el impacto de la recarga sólo en un intervalo de tiempo de acuerdo al modo de carga que se desee aplicar [36].

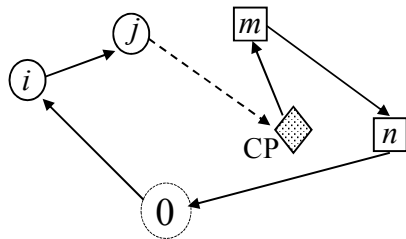
- Se conoce los posibles puntos de ubicación de estaciones de carga, se supone que el costo de instalación de éstas es el mismo, por lo tanto se desprecia del modelo de operación.
- La subestación tienen taps que mantienen controlada la tensión en 1 pu.
- El flujo de carga es monofásico, por lo tanto, se considera que las redes son simétricas y sus demandas están balanceadas correctamente.
- Las estaciones de carga pueden ser públicas, quiere decir, son de uso privado para los camiones de las empresa de ruteo y público en las horas en que no se estén cargando.
- La cargabiidad limite de las líneas y transformadores de la subestación es del 100 %, la regulación de tensión debe estar en el rango de  $[\pm 10\% V]$ .



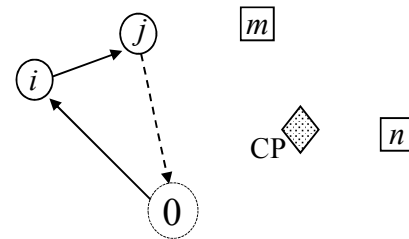
(a) Sin puntos de recarga.



(b) Puntos de carga en la ruta de retorno.



(c) Puntos de cargas al fin de la ruta de entrega.



(d) Solo clientes de entrega.

Figura 3.1: Tipos de rutas para el EVRPB, considerando precedencia.

La Figura 3.1, presenta los 4 diferentes tipos de rutas que puede dar como solución el EVRPB. i) una ruta en la que no se necesitan estaciones de recarga, tipo VRPB; ii) la estación de recarga está entre dos CR; iii) La estación de recarga está entre un CE comunicado por un enlace y un CR; finalmente, se puede presentar el caso en que no se realice visita a clientes

de retorno, por lo tanto el vehículo debe tener la suficiente carga en la batería para volver al depósito.

### 3.1. Nomenclatura

La nomenclatura para los conjuntos, variables y parámetros del modelo propuesto para el EVRPB\_SDL es listado a continuación.

#### Conjuntos:

- $L$  Conjunto de clientes de entrega.  $L = \{1, \dots, n\}$ .
- $B$  Conjunto de clientes de retorno.  $B = \{n + 1, \dots, n + m\}$ .
- $K$  Conjunto de puntos de recarga.  $K = \{n + m + 1, \dots, n + m + k\}$ .
- $L_o$  Conjunto de clientes de entrega y el depósito  $L_o = \{0\} \cup L$ . Vértice 0 corresponde a el depósito.
- $B_o$  Conjunto de clientes de recogida, puntos de recarga y depósito.  $B_o = \{0\} \cup B \cup K$ .
- $C_u$  Conjunto que unifica todos los clientes y las estaciones de recarga, sin incluir el depósito.  $C_u = L \cup B \cup K$ .
- $V$  Conjunto de vértices del sistema de transporte  $V = \{0\} \cup C_u$ .
- $N$  Conjunto de nodos eléctricos del sistema de distribución
- $Ln$  Conjunto de Lineas del sistema eléctrico compuesta por la combinación de todos los nodos  $LnN_1, N_1$ , donde  $N_1$  es el nodo de envió y  $N_2$  es el de recibo.
- $O$  Conjunto de nodos eléctricos candidatos a ser puntos de carga, es la codificación del conjunto  $K$  en el sistema eléctrico  $|O| = |K|$

#### Parámetros:

- $M_{ij}$  Distancia entre los vértices  $i$  y  $j$ .
- $C_{ij}$  Distancia asociada a ir del nodo  $i$  al nodo  $j$ .
- $D_j$  Cantidad de bienes a ser entregada o recogida en el cliente  $j \in C_u$ .
- $K_L$  Mínimo número de vehículos necesarios para servir todos lo clientes de entrega.
- $K_B$  Mínimo número de vehículos necesarios para servir los clientes de retorno.
- $Q$  Capacidad en bienes de los vehículos
- $E^{max}$  Capacidad eléctrica de los vehículos (idénticos).
- $T$  Tiempo que dura la recarga del VE
- $U_{nom}$  Cuadrado de la tensión nominal del sistema
- $U_{max}$  Tensión máxima permitida en el sistema
- $U_{min}$  Tensión mínima permitida en el sistema

$I_{mn}^{max}$	Corriente máxima permitida por la línea $(m, n) \in Ln$
$\Delta_{mn}$	Intervalo de discretización máxima
$\lambda$	Proporción de potencia activa consumida por el vehículo
$\varphi$	Proporción de potencia reactiva consumida por el vehículo $\varphi = (1 - \lambda)$
$Ps_n$	Potencia activa máxima suministrada por la subestación actual
$Qs_n$	Potencia reactiva máxima suministrada por la subestación actual
$\psi_i$	Desfase en cantidad del nodo eléctrico $O\{i\}$ respecto al nodo de transporte $K\{i\}$
$R_{mn}$	Resistencia de la línea $(m, n) \in Ln$
$X_{mn}$	Reactancia de la línea $(m, n) \in Ln$
$Z_{mn}$	Impedancia de la línea $(m, n) \in Ln$
$\Phi$	Relación lineal entre la capacidad en distancia de los vehículos $E^{max}$ y la potencia en $W$

Variables:

$s_{ij}$	Variable binaria que describe la activación del camino entre los vértices $i, j \in V$ .
$\xi_{ij}$	Variable binaria que describe la activación del camino entre los vértices $i \in L$ and $j \in B_o$
$l_{ij}$	Variable continua que indica la cantidad de bienes transportado entre los vértices $i$ and $j$ .
$p_{ij}$	Distancia acumulada por el vehículo eléctrico desde el depósito hasta el arco $(i, j)$ .
$p_j^L$	Variable auxiliar que concentra la distancia del arco $(i, j)$ activo por la variables $s_{ij}$ en el nodo $j \in L$ . Igualmente para un $(j \in L)$ o un $(j \in K)$ , se utilizan las variables $p_j^B$ y $p_j^K$ , respectivamente.
$\gamma_i$	Variable binaria que indica si el nodo $i \in K$ está activo como punto de carga.
$p_n^v$	Demanda consumida por el vehículo en el nodo $n \in N$
$p_n^d$	Demanda de potencia activa en el nodo $n \in N$
$q_n^d$	Demanda de potencia reactiva en el nodo $n \in N$
$p_n^g$	Potencia activa entregada por una subestación en el nodo $n \in N$
$q_n^g$	Potencia reactiva entregada por una subestación en el nodo $n \in N$
$p_{mn}^f$	Potencia activa que fluye por la línea $(m, n) \in Ln$
$q_{mn}^f$	Potencia reactiva que fluye por la línea $(m, n) \in Ln$
$p_{mn}^+$	Variable auxiliar para obtener $p_{mn}^f$
$p_{mn}^-$	Variable auxiliar para obtener $p_{mn}^f$
$q_{mn}^+$	Variable auxiliar para obtener $q_{mn}^f$
$q_{mn}^-$	Variable auxiliar para obtener $q_{mn}^f$
$\delta p_{mny}$	Variable de discretización del intervalo $y \in Y$ para la variable $p_{mn}^f$
$\delta q_{mny}$	Variable de discretización del intervalo $y \in Y$ para la variable $q_{mn}^f$
$i_{mn}$	Cuadrado de la corriente que fluye por la línea $(m, n) \in Ln$
$U_m$	cuadrado de la tensión en el nodo $m \in N$

## 3.2. Modelo propuesto para el EVRPB\_SDL.

El EVRPB tiene como objetivo minimizar la distancia total recorrida necesaria para visitar todos los clientes, dado que está restringido a la capacidad en la batería eléctrica es necesario ubicar ER que facilitan el recorrido de los vehículos, mediante la recarga de estas. El EVRPB en esta tesis se define como el siguiente problema teórico de grafos: Sea  $G = (V, A)$  un grafo directo, donde  $V = 0 \cup C_u$  es el conjunto de vértices y  $A$  es el conjunto de arcos. El vértice 0 denota el depósito y el conjunto de vértices  $C_u$  representa los puntos factibles que el vehículo eléctrico puede visitar una vez deja el depósito. Estos puntos factibles están conformados por: el conjunto de  $n$  clientes de entrega (CE), definido como el conjunto de vértices  $L = \{1, 2, \dots, n\}$ , el conjunto de  $m$  clientes de retorno (CR), definido como el conjunto  $B = \{n + 1, \dots, n + m\}$ , finalmente el conjunto de  $k$  estaciones de recarga (ER),  $K = \{n + m + 1, \dots, n + m + k\}$ . Se define el conjunto  $C_u = L \cup B \cup K$ , donde cada vértice  $j \in C_u$  está asociado con una demanda positiva de bienes conocida ( $D_j$ ) para ser entregada o recogida, considerando que en  $j \in K \Rightarrow D_j = 0$ . El depósito tiene una cantidad ilimitada de vehículos idénticos con la misma capacidad en mercancía para transportar carga denotada como  $Q$ , y capacidad eléctrica  $E^{max}$ . El mínimo número de vehículos necesarios para atender los clientes de entrega y retorno, es definido por los parámetros  $K_L$  y  $K_B$  respectivamente, siendo  $K_L$  el número máximo para servir los CR.

El modelo del EVRPB es una formulación de flujo de dos-índices que usa dos variables de decisión:  $s_{ij}$  que toma el valor de 1 si el arco  $(i, j) \in A$  pertenece a la solución óptima y  $\xi_{ij}$  que toma el valor de 1 si el enlace entre los nodos  $i \in L$  y  $j \in B_0$  es usado.

La variable positiva  $l_{ij}$  está asociada con el flujo de bienes transportados por el vehículo a través de los arcos  $(i, j) \in A$ . Por otro lado,  $p_{ij}$ , es una variable continua que indica el estado de carga de la batería del VE en unidad de distancia, entre los nodos  $i$  y  $j$ , además,  $p_j^L$  es una variable auxiliar positiva que representa la distancia entre los nodos  $(i, j)$  referido al nodo  $j \in L$  cuando el arco  $s_{ij}$  está activo, igualmente las variables  $p_j^B$  y  $p_j^K$  para los CR y ER, respectivamente.

En el EVRPB\_SDL, el SDL es definido mediante un sistema eléctrico representado por un diagrama unifilar  $H = (N, Ln)$  donde  $N$  son el conjunto de nodos y  $Ln$  las líneas que permiten la conexión eléctrica del sistema. Las variables de estado que permiten cumplir las 2 primeras leyes de kirchhoff son la tensión y la corriente, y son descritas mediante el cuadrado de dichas variables  $U_m$  e  $i_{mn}$  respectivamente, con el fin de mantener la linealidad de la función

objetivo que relaciona las pérdidas. La potencia activa y reactiva entregada por el alimentador primario se representan por  $p_n^g$  y  $q_n^g$ , que permiten relacionar el consumo de demanda de los usuarios modelado mediante  $p_n^d$  y  $q_n^d$ . Las pérdidas de potencia activa asociada al efecto Joule debido al calentamiento del conductor, son calculadas por medio de la resistencia  $R_{mn}$  de éste, igualmente para las de potencia reactiva mediante  $X_{mn}$ . La potencia consumida por los VEs  $p_i^v(N, V)$ , es considerada en el balance de potencia, se distribuye en potencia activa y reactiva utilizando las proporciones  $\lambda$  y  $\varphi$ , respectivamente.

La operación del sistema eléctrico se debe garantizar mediante los límites de corriente y tensión  $I_{mn}$  y  $U_{max}$  respectivamente. La evaluación de la operación del sistema eléctrico se realiza mediante los costos asociados a las pérdidas de éste. El modelo es de origen lineal entero mixto (MILP), se utiliza el flujo de carga linealizado propuesto en la metodología descrita por Franco et al. en [34], además, Pozos et al. realiza estudios de plan de expansión utilizando dicha linealización en [47].

La evaluación de la operación del sistema de transporte que describe la función objetivo ( $\Omega_1$ ) con un enfoque VRPB y la operación del sistema eléctrico descrita por ( $\Omega_2$ ), se presenta mediante el siguiente modelo lineal entero mixto (MILP).

$$\text{mín } \Omega_1 = \sum_{i \in V} C_{ij} * s_{ij} + \sum_{\substack{i \in L \\ j \in B_o}} C_{ij} * \xi_{ij} \quad (3.1)$$

$$\text{mín } \Omega_2 = T * \sum_{(m,n) \in Ln} R_{mn} * I_{mn} \quad (3.2)$$

*s.t.*

$$\sum_{i \in L_o} l_{ij} - \sum_{k \in L} l_{jk} = D_j \quad \forall j \in L \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in L_o} s_{ij} = 1 \quad \forall j \in L \quad (3.4)$$



$$\sum_{k \in L_o} s_{jk} + \sum_{k \in B_o} \xi_{jk} = \sum_{i \in L_o} s_{ij} \quad \forall j \in L \quad (3.5)$$

$$l_{ij} \leq Q * s_{ij} \quad \forall i \in L_o \quad (3.6)$$

$$\forall j \in L$$

$$\sum_{i \in L} s_{0j} \geq K_L \quad (3.7)$$

$$p_j^L = \sum_{i \in L_o} M_{ij} * s_{ij} \quad \forall j \in L \quad (3.8)$$

$$\sum_{i \in L_o} p_{ij} - \sum_{k \in V} p_{jk} = p_j^L \quad \forall j \in L \quad (3.9)$$

$$p_{ij} \leq E^{max} * s_{ij} \quad \forall i \in L_o, \quad \forall j \in L \quad (3.10)$$

$$p_{ij} \leq E^{max} * \xi_{ij} \quad \forall i \in L, \quad \forall j \in B_o \quad (3.11)$$

$$p_{0j} = E^{max} * s_{0j} \quad \forall j \in L \quad (3.12)$$

$$p_{ji} \geq D_{ji} * \xi_{ji} \quad \forall j \in L, \quad \forall i \in B_o \quad (3.13)$$

$$\sum_{i \in B} l_{ij} - \sum_{k \in B_o} l_{jk} = -D_j \quad \forall j \in B \quad (3.14)$$

$$\sum_{j \in B_o} s_{ij} = 1 \quad \forall i \in B \quad (3.15)$$

$$\sum_{k \in B} s_{ki} + \sum_{j \in L} \xi_{ji} + \sum_{m \in K} s_{mi} = \sum_{j \in B_o} s_{ij} \quad \forall i \in B \quad (3.16)$$

$$l_{ij} \leq Q * s_{ij} \quad \forall i \in B, \quad \forall j \in B_o \quad (3.17)$$

$$K_B \leq \sum_{i \in B} s_{i0} \leq K_L \quad (3.18)$$

$$\sum_{i \in B} s_{i0} + \sum_{i \in L} \xi_{i0} = \sum_{j \in L} s_{0j} \quad (3.19)$$

$$p_j^B = \sum_{i \in B} M_{ij} s_{ij} + \sum_{i \in L} M_{ij} \xi_{ij} + \sum_{i \in K} M_{ij} s_{ij} \quad \forall j \in B \quad (3.20)$$

$$\sum_{i \in C_u} p_{ij} - \sum_{k \in B_o} p_{jk} = p_j^B \quad \forall j \in B \quad (3.21)$$

$$p_{ij} \leq E^{max} * s_{ij} \quad \forall i \in B, \forall j \in B_o \quad (3.22)$$

$$p_{j0} \geq D_{j0} * s_{j0} \quad \forall j \in B \quad (3.23)$$

$$\sum_{k \in B} s_{ki} + \sum_{j \in L} \xi_{ji} = \sum_{j \in B} s_{ij} \quad \forall i \in K \quad (3.24)$$

$$\sum_{i \in B} l_{ij} - \sum_{k \in B_o} l_{jk} = 0 \quad \forall j \in K \quad (3.25)$$

$$p_j^K = \sum_{i \in B} M_{ij} * s_{ij} + \sum_{i \in L} M_{ij} * \xi_{ij} \quad \forall j \in K \quad (3.26)$$

$$\sum_{i \in C_u} p_{ij} - \sum_{k \in K_o} p_{jk} = p_j^K \quad \forall j \in K \quad (3.27)$$

$$p_{ij} \leq E^{max} s_{ij} \quad \forall i \in K, \forall j \in B \quad (3.28)$$

$$\gamma_j = \sum_{i \in L} E_{ij} + \sum_{i \in B} S_{ij} \quad \forall j \in K \quad (3.29)$$

$$p_i^v = \gamma_{i+\psi_i} * E^{max} * \Phi \quad \forall i \in O \quad (3.30)$$

$$\sum_{(m,n) \in Ln} p_{mn}^f + p_n^g = \lambda * p_n^v + p_n^d + \sum_{(n,k) \in Ln} (p_{nk}^f + R_{nk} * i_{nk}) \quad \forall n \in N \quad (3.31)$$

$$\sum_{(m,n) \in Ln} q_{mn}^f + q_n^g = \varphi * p_n^v + q_n^d + \sum_{(n,k) \in Ln} (q_{nk}^f + X_{nk} * i_{nk}) \quad \forall n \in N \quad (3.32)$$

$$u_m - u_n = 2 * (R_{mn} * p_{mn}^f + X_{mn} * q_{mn}^f) + Z_{mn}^2 * i_{mn} \quad \forall (m, n) \in Ln \quad (3.33)$$

$$U_{nom} * i_{mn} = \sum_{y \in Y} (2 * y - 1) * \Delta_{mn} * (\delta p_{mny} + \delta q_{mny}) \quad \forall (m, n) \in Ln \quad (3.34)$$

$$p_{mn}^f = p_{m,n}^+ - p_{mn}^- \quad \forall (m, n) \in Ln \quad (3.35)$$

$$q_{mn}^f = q_{m,n}^+ - q_{mn}^- \quad \forall (m, n) \in Ln \quad (3.36)$$

$$p_{m,n}^+ + p_{mn}^- = \sum_{y \in Y} \delta p_{mny} \quad \forall (m, n) \in Ln, \quad (3.37)$$

$$q_{m,n}^+ + q_{mn}^- = \sum_{y \in Y} \delta q_{mny} \quad \forall (m, n) \in Ln, \quad (3.38)$$

$$\delta p_{mny} \leq \Delta_{mn} \quad \forall (m, n) \in Ln, y \in Y \quad (3.39)$$

$$\delta q_{mny} \leq \Delta_{mn} \quad \forall (m, n) \in Ln, y \in Y \quad (3.40)$$

$$\Delta_{mn} = \frac{I_{mn}^{max} * U_{max}}{|Y|} \quad (3.41)$$

$$\sum_{n \notin O} p_n^v = 0 \quad (3.42)$$

$$U_{min}^2 \leq u_n \leq U_{max}^2 \quad \forall n \in N \quad (3.43)$$

$$0 \leq i_{mn} \leq (I_{mn}^{max})^2 \quad \forall (m, n) \in Ln \quad (3.44)$$

$$0 \leq p_n^g \leq P s_n \quad \forall n \in N \quad (3.45)$$

$$0 \leq q_n^g \leq Q s_n \quad \forall n \in N \quad (3.46)$$

Este modelo matemático está compuesto por 2 funciones objetivos ( $\Omega_1, \Omega_2$ ) con un enfoque multiobjetivo. La función objetivo (3.1) minimiza la distancia recorrida, esta consiste en dos terminos. El primero, corresponde a la suma del recorrido total de las rutas usadas para realizar la entrega y recogida de los productos. El segundo termino relaciona la suma de la distancia recorrida por la conexión de los enlaces que unen los clientes de entrega con los de retorno, estaciones de carga o el depósito.

La segunda función objetivo (3.2), cuantifica las pérdidas de energía por las líneas del sistema en el periodo de tiempo ( $T$ ) que es la cantidad de horas en las que va a estar conectado el VE.

El conjunto de restricciones (3.3)-(3.7) permite modelar el OVRP de las rutas conformadas por los CE, imponiendo los requerimientos de conectividad descritos en la descripción del VRPB. En la solución óptima para el OVRP, cada ruta tiene una configuración de arborescencia formada por un árbol de expansión mínimo, comenzando desde el depósito, abarcando todos los vértices y terminando en un cliente de este conjunto. En el contexto del problema de ruteo de vehículos, la condición necesaria para obtener un árbol de expansión

mínimo es que el número de arcos sea igual al número de clientes. Sin embargo, esta restricción es necesaria pero no suficiente porque puede haber nodos de cliente con un grado mayor que dos y se pueden obtener soluciones desconectadas.

Un árbol de expansión se convierte en un subgrafo formado solo por rutas hamiltonianas, si cada vértice cliente tiene un grado menor o igual a dos. Por lo tanto, otra condición necesaria esta dada por el conjunto de restricciones de grado (3.4) y (3.5). La restricción de grado (3.4) impone que solo un arco entre a cada cliente, en consecuencia, la restricción que impone que solo un arco lo deje es (3.5), es necesario tener las siguientes consideraciones: i) que de un CE puede salir un enlace hacia un CR o hacia el depósito y ii) que a un CE puede llegar únicamente un arco proveniente de otro CE o del depósito. La restricción (3.6) es un límite superior definido por la capacidad del vehículo para transportar una cantidad de productos por una ruta de CE, mientras la restricción (3.7) limita la cantidad mínima de vehículos necesarios para atender los CE. Sin embargo, la adición de estas restricciones de grado en grafos dirigidos puede no representar un árbol de expansión, porque se puede obtener uno desconectado.

La adición de la restricción de balance de flujo por cada nodo de cliente evita que se acumule soluciones desconectadas, ya que se obtiene una solución inviable cuando los bienes al salir del depósito no puede llegar a los CE. Por lo tanto, la restricción reportada en (3.3) garantiza conectividad de red a través de la restricción de conservación de flujo en cada CE para que estén completamente servidos cuando el vehículo los visite. Igualmente, las restricciones (3.14) y (3.25) garantiza conectividad de red a través del equilibrio del flujo de demanda por cada CR y punto de carga, respectivamente. Tenga en cuenta que en la restricción (3.25) la demanda para el CR se considera 0.

De manera similar al conjunto de restricciones (3.3) - (3.7), se establece el conjunto de restricciones (3.14) -(3.18) para modelar el OVRP para rutas de CR. Tenga en cuenta que la restricción (3.19) asegura que el número de arcos que salen del depósito es igual al número de arcos que llegan al depósito. Al comparar las desigualdades (3.19) y (3.7), se puede ver que el número de arcos de CE que salen del depósito puede ser diferente del número de arcos de CR que llegan al depósito. Este caso ocurre cuando hay enlaces de unión entre una ruta de CE y el depósito, además el parámetro  $K_L$  limita la cantidad de vehículos necesarios para atender los CR.

Las restricciones necesarias para cuantificar la distancia recorrida por las rutas de los CE, se describen mediante el conjunto (3.8)- (3.13), representando las limitaciones de los VE de

acuerdo a la capacidad de la batería eléctrica que es proporcional a la distancia recorrida. Las restricciones (3.8) y (3.9) garantizan el cumplimiento de la restricción de balance de distancia en una ruta de CE, que es necesaria para el cálculo de la distancia acumulada en el momento de la aproximación de cada arco  $(i, j)$  de la solución óptima, estas ecuaciones se plantean de manera similar al balance de flujo de demanda, pero para este caso será un balance de flujo de distancia, quiere decir, en cada nodo  $(j \in L)$  se concentra la distancia del arco activo  $s_{ij}$  en  $p_j^L$  haciendo analogía con el parámetro  $D_j$ , y por medio de un balance con la variable  $p_{ij}$  se garantiza que dicha variable acumule la distancia, parecido como lo realiza la variable  $l_{ij}$ . De forma similar, las restricciones (3.20) y (3.21) garantizan el cumplimiento de la restricción de balance de distancia en una ruta de CR, (3.26) y (3.27) hacen lo mismo para el conjunto de vértices que son ER.

Las restricciones (3.10) y (3.11) aseguran que cuando se cruza un arco entre CE o por medio de un enlace, respectivamente, no se excede la capacidad máxima de la batería del vehículo, en términos de distancia. De forma similar, la restricción (3.22) verifica el cumplimiento de esta misma restricción de capacidad eléctrica cuando se cruza un arco entre CRs y que salga completamente cargado al visitar una estación de carga lo garantiza la ecuación (3.28).

La ecuación (3.12) asegura que el VE salga del depósito con la batería completamente cargada. El retorno al depósito siempre se realiza a través de un enlace o un arco que sale de un CR. Por lo tanto, la restricción (3.13) asegura que la carga de la batería es suficiente para regresar al depósito a través de un enlace. La restricción (3.23) realiza esta misma verificación cuando se devuelve al depósito a través de un arco compuesto por CR.

La ecuación (3.24) impone que exactamente un arco deja cada ER usada, considerando dos situaciones: i) que un arco de un CE o CR puede llegar a un ER y ii) que desde una ER un arco solo puede ser conectado a un CR. El retorno directo de una ER al depósito no está permitido ya que el objetivo es aprovechar la carga total del VE para realizar una ruta de CR y no para regresar al depósito. Tenga en cuenta que esta restricción es similar a (3.16), que impone que exactamente cada arco sale de cada CR visitado. En la restricción (3.16) se consideran dos situaciones: i) que un arco que llega a un CR solo puede provenir de otro CR, de un enlace que deja un CE o de una ER, y ii) que un arco desde un CR solo se puede conectar a otro CR o al depósito.

En la restricción (3.29),  $\gamma_j$  funciona como una variable que reconoce cuales estaciones de carga fueron visitadas, permite realizar un mapeo entre los nodos del sistema eléctrico y los

vértices del sistema de transporte.

Las restricciones que representan la operación del sistema eléctrico es representado mediante el conjunto (3.30)- (3.45). La restricción (3.30) se enlaza con (3.29), permitiendo hacer un mapeo de los nodos físicos ( $j \in K$ ) almacenados en la variable  $\gamma_j$ , a los nodos eléctricos ( $i \in O$ ), para ser reconocidos como puntos de demanda de vehículos con valor  $(\Phi * E^{max}[W])$ , en el sistema eléctrico, se denota  $\Phi$  como un parámetro que relaciona las unidades de distancia con las de potencia de la batería. Para mantener el balance de potencia activa y reactiva en cada nodo  $n \in N$ , las restricciones (3.31) y (3.32) lo modelan respectivamente, teniendo en cuenta aquella que es generada, que sale por las líneas y es demandada en cada nodo. Note en ambas restricciones que el consumo  $p_n^v$  de los vehículos es distribuido mediante el factor  $\lambda$  de acuerdo a la cantidad de potencia activa y reactiva necesaria para ser atendida.

La restricción (3.33), representa la caída de tensión de los cuadrados de las magnitudes en la línea conectada entre los nodos  $(m, n)$  en función lineal de la potencia que fluye por las líneas y el cuadrado de la corriente, por otro lado, el conjunto de restricciones (3.34)-(3.41) es la linealización mediante intervalos de discretización de la expresión que relaciona el cuadrado de la potencia aparente con la suma de los cuadrados de la potencia activa y reactiva, dicha linealización puede ser profundizada en [34]. En la expresión (3.34) la variable  $(U_{nom})$ , es válida siempre y cuando las caídas de tensión permitidas sean pequeñas, como la regulación de los países lo exige, la relación del lado derecho de la ecuación, representa la suma de  $(p_{mn}^f)^2 + (q_{mn}^f)^2$ .

En el conjunto de restricciones (3.35)-(3.36), se representan las variables reales  $(p_{mn}^f$  y  $q_{mn}^f$ ) mediante variables auxiliares positivas, dependiendo del flujo de potencia ésta puede ser negativa ó positiva y será tomada por  $(p_{m,n}^+$  ó  $p_{mn}^-)$  para el caso de potencia activa y  $(q_{m,n}^+$  ó  $q_{mn}^-)$  en el de potencia reactiva. Las restricciones (3.37) y (3.38), garantizan que el valor absoluto de las variables  $|p_{mn}^f|$  y  $|q_{mn}^f|$  sea la suma de las variables de discretización, además, Los límites de las variables de discretización vienen definidos por las restricciones (3.39) y (3.40), para la potencia activa y reactiva respectivamente. El parámetro  $\Delta_{mn}$  es calculado mediante la ecuación (3.41), que relaciona los parámetros nominales del sistema con la cantidad de discretizaciones  $|Y|$ .

Finalmente la restricción (3.42), garantiza que los únicos nodos que entreguen potencia al vehículo eléctrico sean los seleccionados en el conjunto  $O$  y el conjunto de restricciones (3.43)-(3.46), permiten la operación normal del sistema respecto a corrientes máximas

permitidas por cada línea, regulación de tensión y capacidad de las subestación.

# Capítulo 4

## Resultados computacionales

El modelo propuesto corresponde a un formulación lineal entera mixta, implementada en AMPL [57] y resuelta con GUROBI 6.5 (llamado con GAP óptimo igual a 0%), con un tiempo limite de 14400 segundos, en un computador intel core i5-4210 2,4 Ghz, 4 GB de RAM.

Dos sistemas de prueba son usados con el fin de evaluar el comportamiento del modelo ante diferentes características del sistema de distribución. Además se utilizan algunas instancias del conjunto denotado como *GJ dataset*, propuesta por [17], éstas permanecen iguales, solo se anexa el conjunto de estaciones de carga  $K$ .

La metodología propuesta se implementa en el sistema de distribución de prueba modificado en demanda de 31 nodos de la Figura 4.1 [58] y de 16 nodos presentado en la figura 4.2 [59], ambos sistemas son de tension nominal equivalente a 23 kV. En las Tablas 4.1 y 4.2, se presentan las demandas concentrada en cada barraje para los sistemas de distribución de prueba.



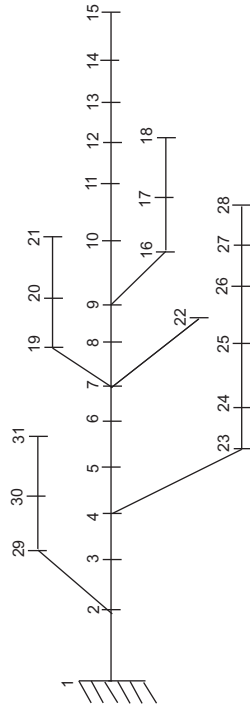


Figura 4.1: Sistema de distribución de prueba de 31 nodos 23 kV

Tabla 4.1: Demanda de sistema de prueba de 31 nodos 23 kV

Nodo	P (MW)	Q (MVA <sub>r</sub> )
2	6	60
3	5	40
4	5	0
5	3	30
6	7	20
8	4	1.2
9	2.6	20
10	3.5	2
11	2	1.4
12	1	1
13	3	0.6
15	7	1.4
16	2.5	1.4
17	2	1.6
18	6	40
19	3	40
21	7	1.8
22	1	0.8
23	3	1.5
26	3	1.6
28	6	2.9
31	6	1.8

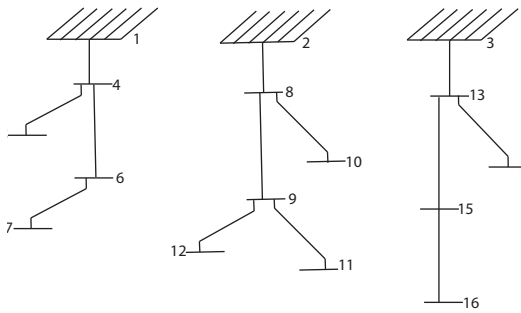


Figura 4.2: Sistema de distribución de prueba de 16 nodos 23 kV

Tabla 4.2: Demanda de sistema de prueba de 16 nodos 23 kV

Nodo	P (MW)	Q (MVAr)
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	2	1,6
5	3	0,4
6	2	-0,4
7	1,5	1,2
8	4	2,7
9	5	1,8
10	1	0,9
11	0,6	-0,4
12	4,5	-1,7
13	1	0,9
14	1	-1,1
15	1	0,9
16	2,1	-0,8

Los sistemas de distribución tienen pérdidas en la red de (0.4101-0.5347) MW al ser resueltos con el modelo linealizado propuesto en la sección 2.3.2 para el caso de 31 y 16 nodos respectivamente. Los resultados son comparados utilizando el software comercial DigSilent Power Factory, encontrando un valor de pérdidas de (0.3994-0.5202) MW, obteniendo un error (%) de (2.6 - 2.72), respectivamente. La relación de potencia/distancia ( $\Phi$ ) son iguales a  $\Phi = 15$  y  $\Phi = 10$ , para ambos sistemas, por otro lado, se incluyen valores límites de cargabilidad de las líneas de la red en un valor aleatorio entre (1.5-3) veces la corriente nominal a demanda en operación normal sin considerar VEs. En el flujo de carga, se considera que la demanda de los vehículos atendida por el sistema de distribución es solamente potencia activa ( $\lambda = 1$ ). El tiempo de carga de los VEs ( $T$ ) es de 1 y 3 horas para el sistema de 16 y 33 nodos, respectivamente.

El frente de Pareto mostrado en la Figura 4.3, presenta la solución para la instancia B3 utilizando el sistema de prueba de 3 alimentadores 16 nodos. El valor de NR, son los nodos de recarga que selecciona el sistema de distribución para proporcionar energía a las ER del sistema de transporte. En las Figuras (4.4-4.7) se puede observar los puntos que conforman el

frente de Pareto óptimo para dicha instancia, las figuras son ordenadas desde la (a) hasta la (d) especificando cada punto. La Figura 4.4, que corresponde al óptimo visto desde la función objetivo que representa el problema del VRPB, se observa la visita a 2 estaciones de recarga (encerradas en circulo rojo) ubicadas en el sistema de distribución en los nodos (NR=[5-12]) que corresponden a los vértices del sistema de transporte (ER=[32-36]) respectivamente, para este caso, el sistema de distribución esta en su peor valor de función objetivo visto desde el lado de la pérdidas, ya que los 2 puntos de recarga están lejanos de la subestación y éstas crecen a 0.5699 MWh ocasionado un incremento de 6.7 % respecto al valor base.

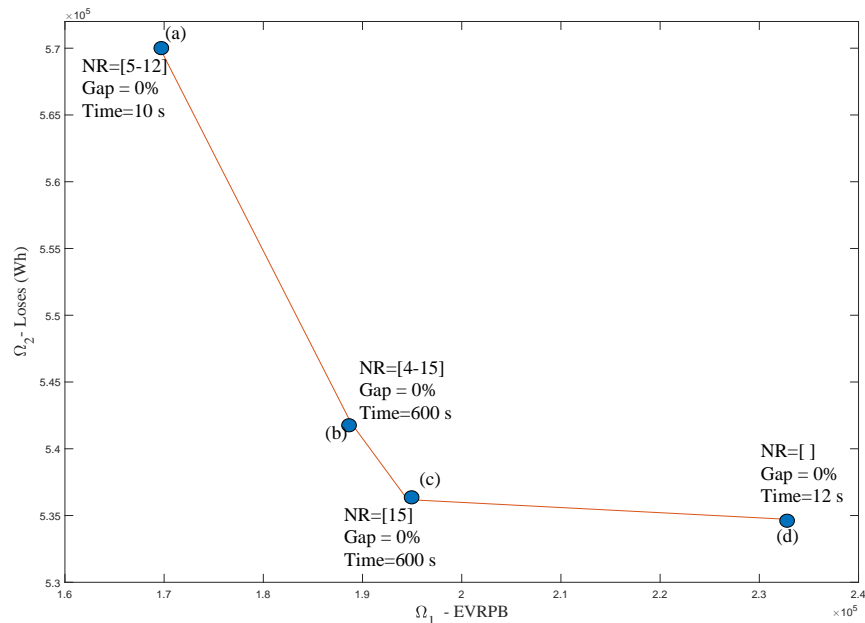


Figura 4.3: Frente de Pareto Óptimo para la Instancia B3 sistema de 16 nodos

Para los punto (b) y (c) del frente de Pareto, presentados en las Figuras (4.5-4.6), los puntos de carga están más cercanos a la subestación pero se utilizan más rutas para poder cumplir el ruteo, esto ocasiona un aumento en la función objetivo que relaciona el problema del VRPB.

Finalmente, se puede observar el otro punto extremo del frente en donde se encuentra una ruta en la que no es necesario utilizar puntos de recarga. Por lo tanto, el valor de la función objetivo que relaciona el VRPB es alto, pero las pérdidas del sistema se mantienen en su valor nominal (ver Figura 4.7).

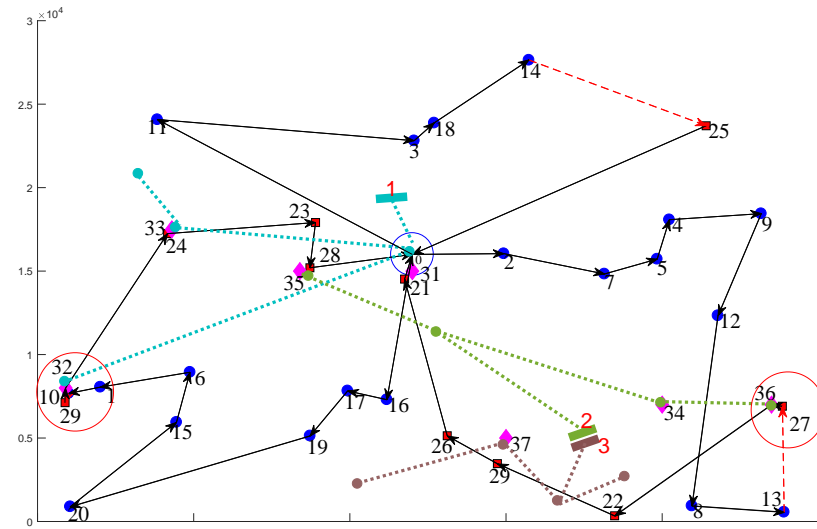


Figura 4.4: Solución (a) del Frente de Pareto Óptimo

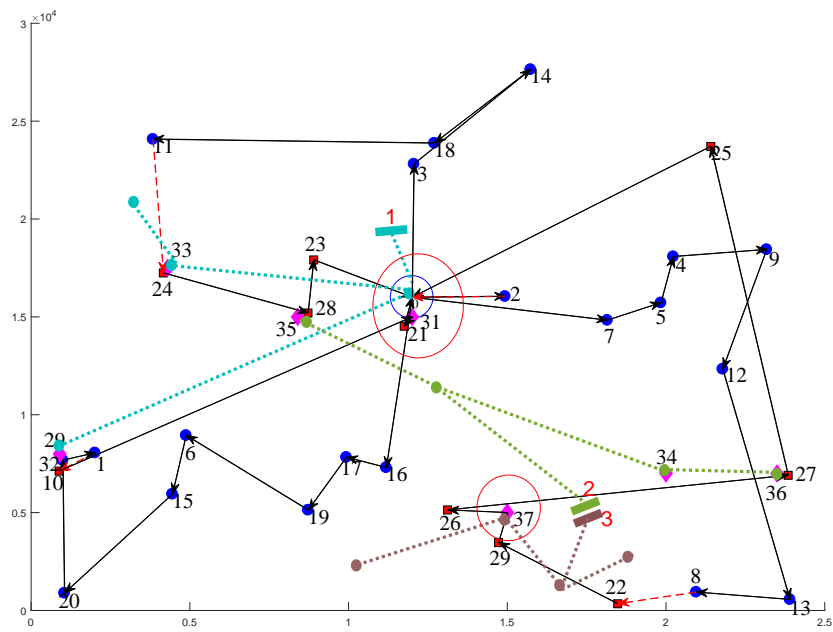


Figura 4.5: Solución (b) del Frente de Pareto Óptimo

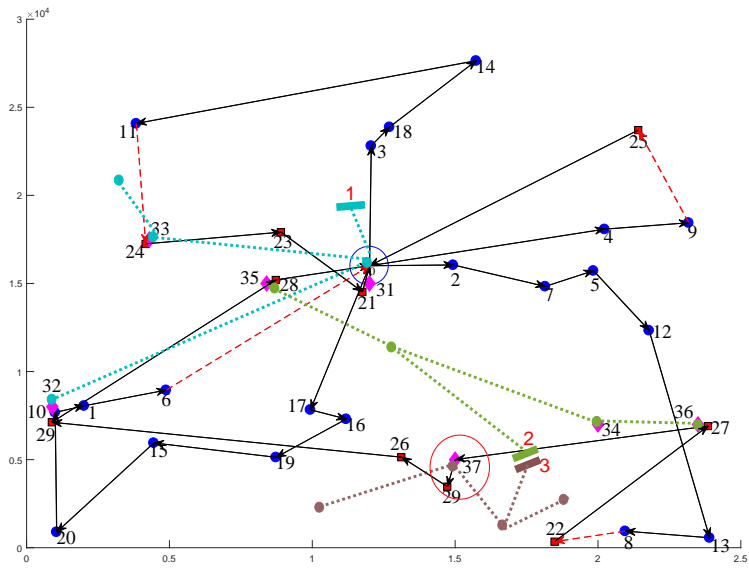


Figura 4.6: Solución (c) del Frente de Pareto Óptimo

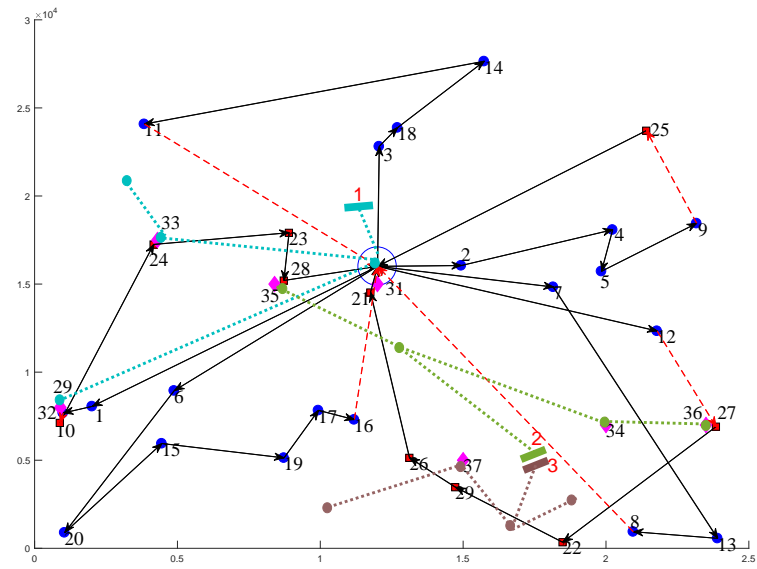


Figura 4.7: Solución (d) del Frente de Pareto Óptimo

En las tablas (4.4-4.5) se presentan los resultados computaciones para los 2 sistemas de prueba, se incluye los Frentes de Pareto óptimos para cada una de las instancias seleccionadas del dataset *GJ dataset* del VRPB. Los parámetros utilizados y la mejor solución reportada para el VRPB por [17] de cada una, es mostrada en la Tabla 4.3. Las anteriores instancias son modificadas con nuevos vértices que representan la cantidad de puntos de carga ( $k$ ), el parámetro de capacidad de la batería seleccionado  $E^{max}$ . Se presenta el valor de las funciones objetivos ( $\Omega_1$  y  $\Omega_2$ ) que representan las pérdidas en red y distancia recorrida respectivamente, las estaciones de recarga (ER) visitadas en la evaluación de cada punto del frente y su respectivo mapeo a los nodos de recarga del sistema de distribución (NR), el tiempo de ejecución (Tiempo) en segundos y el GAP (%) resultante después de ejecutar el software durante 14400 segundos.

Tabla 4.3: Solución para del VRPB para las instancias utilizadas tomada de [17]

<b>Inst</b>	<b>n</b>	<b>m</b>	<b>k</b>	<b>VRPB</b>	$E^{max}$
<b>A1</b>	20	5	8	229886	32000
<b>A2</b>	20	5	7	180119	35000
<b>B2</b>	20	10	6	198048	30000
<b>B3</b>	20	10	7	169372	45000
<b>C2</b>	20	20	7	215020	34000
<b>C3</b>	20	20	7	199346	30000
<b>C4</b>	20	20	8	195366	35000
<b>D2</b>	30	8	8	316709	38000
<b>D3</b>	30	8	6	239479	35000
<b>E3</b>	30	15	8	206659	40000

Al compararse los resultados para cada instancia y los dos sistemas de distribución, se observa que sólo se mantiene el óptimo visto desde el lado de la función objetivo de ruteo ( $\Omega_2$ ), esto es debido a que la instancia es la misma y las restricciones del problema de flujo de carga al resolver el problema mono-objetivo no son violadas. Generalmente, el conjunto de soluciones que conforman el frente de Pareto cambia, esto se puede dar por 2 razones. Primero, se debe a la topología del sistema de distribución, un ejemplo claro es la instancia A1; como se puede observar para el sistema de 16 nodos en todos los puntos aparece al menos una de las estaciones de carga que hacen parte de la solución, pero para el sistema de 33 la estación ubicada en el nodo eléctrico (9) insiste en ser la solución porque es buena vista

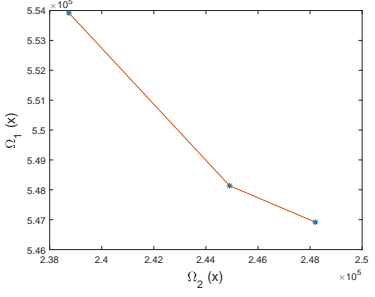
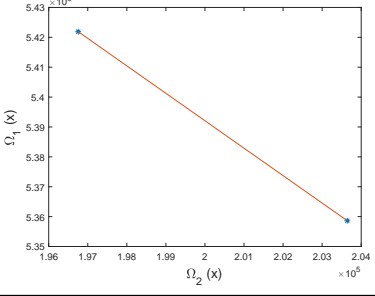
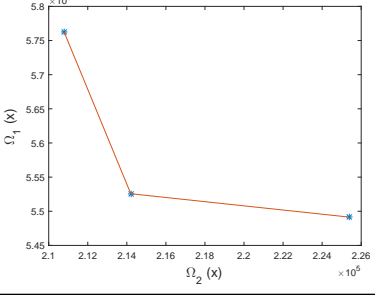
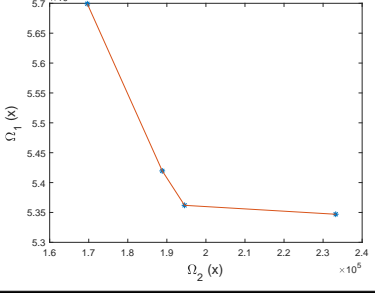
desde la operación del sistema de distribución y no tan mala desde el de ruteo. La segunda, se debe a la dificultad en solucionar algunas instancias, por lo tanto quedan algunas soluciones con GAP (%) generalmente entre los puntos intermedios del Frente de Pareto, lo que puede significar que converja a un punto ya conocido.

En la Tabla 4.4, la instancia A2, presenta una particularidad, y se puede asociar aun bajo conflicto entre las dos funciones objetivos, ya que el ruteo se logra reducir hasta un valor de 203644 utilizando solo una estación de carga, quiere decir, los vehículos tienen capacidad suficiente y no necesitan del sistema eléctrico para realizar recarga en más de 1 estación, además si se observa la Tabla 4, para la misma instancia, se comprueba que aparece un tercer punto (con gap de 1.2%), pero es altamente probable que en un mayor tiempo de ejecución dicho punto tome como valor de las funciones objetivo uno de los 2 extremos del Frente de Pareto.

Para ambos sistemas de prueba, se puede notar que el valor de la función objetivo que relaciona la distancia recorrida, es mayor en todos los casos al compararse con la solución del VRPB, esto se espera dado a las restricciones asociadas a la operación de la red y de batería, las distancias totales recorridas van a aumentar al tener que visitar los puntos de carga.

Se observa que el sistema de 16 Nodos, generalmente tiene más puntos en el frente de Pareto en la solución del EVRPB\_SDL, respecto al de 31 nodos. Una explicación es la topología del sistema, el sistema de 16 nodos tiene más opciones en pérdidas parecidas por tener 3 alimentadores y mayor cercanía en el sistema de transporte (hace más combinatorial el problema); respecto al de 31 nodos que es un solo alimentador y las pérdidas crecen a medida que se conecte en los puntos más lejanos a la subestación.

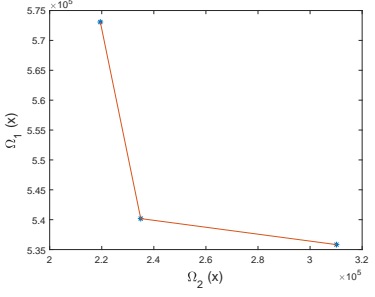
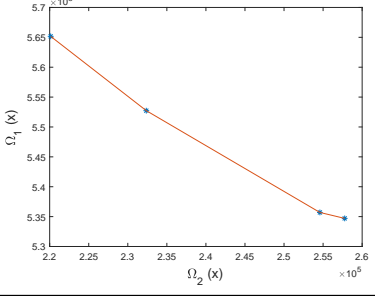
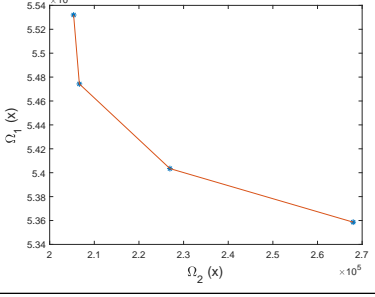
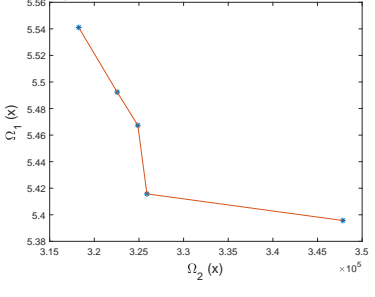
Tabla 4.4 – Resultados para el sistema de 16 Nodos 23 kV

Inst.	ER	NR	$\Omega_1 [WH]$	$\Omega_2$	Tiempo(s)	Gap( %)	Pareto
A1	(5, 10, 16)	(27,30,33)	553919	238739	9400	0	
	(10,16)	(30,33)	548137	244909	10800	0	
	(10)	(30)	546917	248202	1800	0	
A2	(5,15)	(27,32)	542189	196755	13800	0	
	(15)	(32)	535862	203644	11700	0	
B2	(4,5,12)	(31,32,36)	576223	210792	650.4	0	
	(5,12)	(32,36)	552568	214203	984.5	0	
	(4,5)	(31,32)	549146	225384	14400	1.58	
B3	(5,12)	(32,36)	569922	169634	10	0	
	(4,15)	(31,36)	541957	188827	1200	0	
	(15)	(36)	536194	194536	600	0	
	()	()	534702	233233	20	0	

Continued on next page



Tabla 4.4 – Resultados para el sistema de 16 Nodos 23 kV

Inst.	ER	NR	$\Omega_1 [WH]$	$\Omega_2$	Tiempo(s)	Gap( %)	Pareto
C2	(4,5,6,12)	(41,42,43,46)	573078	219450	680	0	
	(4,15)	(41,47)	540184	234970	12750	0	
	(15)	(47)	535829	310133	9762	0	
C3	(1,3,10,12,15)	(41,43,45,46,47)	565166	220125	8651	0	
	(1,2,3,12)	(41,42,43,46)	552730	232369	14400	3.26	
	(1,3,15)	(41,43,47)	535697	254591	14400	0.9	
	(1,2,3)	(41,42,43)	534702	257765	14400	0	
C4	(4,5,6)	(41,42,43)	553196	205365	11720	0	
	(4,6,15)	(41,43,48)	547428	206652	11312	0	
	(4,15)	(41,48)	540345	226936	14400	1.01	
	(15)	(48)	535862	267987	13200	0	
D2	(4,10)	(39,43)	554104	318252	11400	0	
	(10)	(43)	549237	322561	14400	2.6	
	(4,5)	(39,40)	546739	324874	14400	2.2	
	(5)	(40)	541574	325894	14400	1.2	
	(4)	(39)	539570	347838	14400	0.2	

Continued on next page

Tabla 4.4 – Resultados para el sistema de 16 Nodos 23 kV

Inst.	ER	NR	$\Omega_1 [WH]$	$\Omega_2$	Tiempo(s)	Gap( %)	Pareto
D3	(4,5,10)	(39,40,43)	559082	264493	123	0	
	(4,10)	(39,43)	552560	278584	14400	3.2	
	(4,5)	(39,40)	545707	282874	14400	2	
	(4)	(39)	539185	325737	12750	0	
E3	(6,9,10,16)	(48,49,50,53)	580199	216350	12300	0	
	(5,6,10,16)	(47,48,50,53)	567018	219852	14400	5.43	
	(4,15,16)	(46,52,53)	542676	249575	14400	1.47	
	(15,16)	(52,53)	537553	262795	14400	0.53	
	(16)	(53)	536227	275390	14400	0.28	
	(15)	(52)	536028	289922	12354	0	
	()	()	534702	352983	3695	0	

Tabla 4.5 – Resultados para el sistema de 31 Nodos 23 kV

Inst.	ER	NR	$\Omega_1 [WH]$	$\Omega_2$	Tiempo(s)	Gap( %)	Pareto
A1	(7, 10, 31)	(27,30,33)	1245650	238733	11200	0	
	(7,9,31)	(27,29,33)	1244610	238974	11100	0	
	(9,31)	(29,33)	1232490	243929	8700	0	
	(9)	(29)	1230470	490568	6200	0	
A2	(13,31)	(27,32)	1238090	196755	1700	0	
	(12,31)	(26,32)	1237150	201250	14400	1.2	
	(31)	(32)	1215400	203428	2338	0	
B2	(1,15,31)	(31,32,36)	1472560	210792	383	0	
	(1,22,31)	(31,35,36)	1463010	214691	14400	0.9	
	(1,31)	(31,36)	1449300	222851	7306	0	
B3	(7,15)	(32,36)	1224980	169634	10	0	
	(7,9)	(32,34)	1218090	172220	15	0	
	(31)	(37)	1179000	187282	3465	0	
	()	()	1176130	195631	500	0	

Continued on next page

Tabla 4.5 – Resultados para el sistema de 31 Nodos 23 kV

Inst.	ER	NR	$\Omega_1 [WH]$	$\Omega_2$	Tiempo(s)	Gap(%)	Pareto
C2	(1,7,8,15)	(41,42,43,46)	1264880	219450	650	0	
	(1,8,31)	(41,43,47)	1230960	226531	14400	1.27	
	(1,7,31)	(41,42,47)	1228210	229463	14400	1.05	
	(1,31)	(41,47)	1215340	231210	12500	0	
	(1)	(41)	1213190	290225	14400	0.2	
C3	(1,8,10,15,31)	(41,43,45,46,47)	1509210	220125	641	0	
	(1,8,15)	(41,43,46)	1489100	226855	14400	2.7	
	(1,8,31)	(41,43,47)	1465850	258122	14400	1.27	
	(1,7)	(41,42)	1462940	384000	14400	1.08	
C4	(1,7,8)	(41,42,43)	1242510	205365	1620	0	
	(1,8,31)	(41,42,48)	1231480	215911	14400	1.31	
	(1,31)	(41,48)	1215400	229610	8800	0	
	(1)	(41)	1213190	267611	3098	0	
D2	(1,31)	(39,43)	1215600	318252	1820	0	
	(1)	(39)	1213190	347062	8750	0	

Continued on next page

Tabla 4.5 – Resultados para el sistema de 31 Nodos 23 kV

Inst.	ER	NR	$\Omega_1 [WH]$	$\Omega_2$	Tiempo(s)	Gap(%)	Pareto
D3	(1,7,10)	(39,40,43)	1246480	264493	2826	0	
	(1,7)	(39,40)	12226440	298755	14400	1.2	
	(1)	(39)	1213190	357132	12610	0	
E3	(8,9,10,31)	(48,49,50,53)	1524870	216350	2628	0	
	(1,8,31)	(46,48,49)	1472110	243729	14400	1.69	
	(1,31)	(46,53)	1450050	254925	14400	0.2	
	(1)	(46)	1447160	321421	182	0	

# Capítulo 5

## Conclusiones y trabajo futuro

En esta Tesis, se presenta un nuevo modelo de propósito general para modelar el EVRPB\_SDL por programación lineal entera mixta, con el objetivo de minimizar los costos asociados a la operación del sistema de transporte bajo el enfoque del VRPB y la operación del SDL. En este sentido, se encuentra un conflicto entre las 2 funciones, por lo tanto, se debe realizar la solución de éste con un enfoque multiobjetivo para determinar un conjunto de soluciones óptimas o frente de Pareto que permita a quien toma las decisiones seleccionar un punto de acuerdo a sus intereses. Los resultados presentados para el EVRPB\_SDL muestran que encuentra soluciones de buena calidad para instancias de la literatura del VRPB de 45 clientes, 8 posibles ubicaciones de estaciones de recarga y un sistema de distribución con 31 nodos, como es la instancia E3 con el sistema de 31 nodos 23 kV, teniendo en cuenta que el modelo del problema es bastante restricto de acuerdo a las consideraciones presentadas.

El EVRPB\_SDL es un problema de gran interés para las empresas de transporte que requieren de los servicios de recogida y entrega de mercancía. Por otro lado, el operador de la red de distribución debe garantizar el servicio de energía a todos los usuarios, sin importar las estaciones de recarga instaladas que deben de estar de acuerdo con los planes de expansión propuestos para superar posibles problemas de operación. La selección de uno de los puntos del frente de Pareto, queda a elección y posible negociación entre las partes (los operadores de la red y compañía de logística), aclarando que ubicarse en uno de los extremos ocasiona la maximización del beneficio en una de las partes.

Se contribuye a las discusiones presentadas por Koc y Laporte [15], ya que se propone un enfoque inicial del VRPB considerando vehículos eléctricos.

Acerca del trabajo futuro, es necesario estudiar otras formas de carga para los VEs, o

el caso de estaciones de intercambio de baterías. Se deben realizar mejores aproximaciones asociadas con el tiempo de recarga, por lo tanto, se recomienda utilizar ventanas de tiempo en modelos futuros para dar solución a este problema. Evaluar el modelo del EVRPB integrado con el planeamiento de la red de distribución, teniendo en cuenta diferentes medidas operativas que permita llegar a mejores soluciones, incluyendo proyecciones de demanda a lo largo de los periodos de planeamiento. Igualmente, una de las limitantes para poder abordar instancias más grandes del VRPB, fue la eficiencia de los métodos de solución, ya que no era posible encontrar alguna solución, por lo tanto, se requiere profundizar más en éstos y nuevas técnicas para resolver este tipo de modelos.

# Bibliografía

- [1] L. Schrage, Formulation and structure of more complex/realistic routing and scheduling problems, *Networks* 11 (2) (1981) 229–232.
- [2] L. Bodin, B. Golden, A. Assad, Routing and scheduling of vehicles and crews: the state of the art, *Computers and Operations Research* 10 (2) (1983) 63–211.
- [3] S. Ropke, D. Pisinger, A unified heuristic for a large class of vehicle routing problems with backhauls, *European Journal of Operational Research* 171 (3) (2006) 750–775.
- [4] P. Toth, D. Vigo, *Vehicle routing: problems, methods, and applications*, Vol. 18, Siam, 2014.
- [5] S. Ge, L. Feng, H. Liu, The planning of electric vehicle charging station based on grid partition method, in: *Electrical and Control Engineering (ICECE)*, 2011 International Conference on, IEEE, 2011, pp. 2726–2730.
- [6] C. Dharmakeerthi, N. Mithulananthan, T. Saha, Modeling and planning of ev fast charging station in power grid, in: *Power and Energy Society General Meeting, 2012 IEEE*, IEEE, 2012, pp. 1–8.
- [7] Z. Liu, F. Wen, G. Ledwich, Optimal planning of electric-vehicle charging stations in distribution systems, *IEEE Transactions on Power Delivery* 28 (1) (2013) 102–110.
- [8] G. Wang, Z. Xu, F. Wen, K. P. Wong, Traffic-constrained multiobjective planning of electric-vehicle charging stations, *IEEE Transactions on Power Delivery* 28 (4) (2013) 2363–2372.



- [9] J. Paz, M. Granada-Echeverri, J. Escobar, The multi-depot electric vehicle location routing problem with time windows, *International Journal of Industrial Engineering Computations* 9 (1) (2018) 123–136.
- [10] A. Arias, M. Granada-Echeverri, C. A. Castro, Optimal probabilistic charging of electric vehicles in distribution systems, *IET Electrical Systems in Transportation*.
- [11] A. R. Abul'Wafa, W. A. F. Mohamed, et al., Impacts of uncoordinated and coordinated integration of electric vehicles on distribution systems performance, in: *Power Systems Conference (MEPCON), 2017 Nineteenth International Middle East, IEEE, 2017*, pp. 337–364.
- [12] P. Toth, D. Vigo, *The vehicle routing problem*, Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2002.
- [13] Electrification Coalition, EV case study, the electric drive bellwether? - FedEx express on lessons learned - From global EV deployments, Tech. rep., Washington DC (2012).
- [14] M. Pfriem, F. Gauterin, Less range as a possible solution for the market success of electric vehicles in commercial fleets, in: *Electric Vehicle Symposium and Exhibition (EVS27), 2013 World, IEEE, 2013*, pp. 1–8.
- [15] Ç. Koç, G. Laporte, Vehicle routing with backhauls: Review and research perspectives, *Computers & Operations Research*.
- [16] S. Irnich, M. Schneider, D. Vigo, Four variants of the vehicle routing problem, *Vehicle routing: problems, methods, and applications* 18 (2014) 241–271.
- [17] M. Goetschalckx, C. Jacobs-Blecha, The vehicle routing problem with backhauls, *European Journal of Operational Research* 42 (1) (1989) 39–51.
- [18] M. L. Fisher, R. Jaikumar, L. N. Van Wassenhove, A multiplier adjustment method for the generalized assignment problem, *Management Science* 32 (9) (1986) 1095–1103.
- [19] P. Toth, D. Vigo, An exact algorithm for the vehicle routing problem with backhauls, *Transportation science* 31 (4) (1997) 372–385.

- [20] A. Mingozzi, S. Giorgi, R. Baldacci, An exact method for the vehicle routing problem with backhauls, *Transportation Science* 33 (3) (1999) 315–329.
- [21] J. Chávez, J. Escobar, M. Echeverri, A multi-objective pareto ant colony algorithm for the multi-depot vehicle routing problem with backhauls, *International Journal of Industrial Engineering Computations* 7 (1) (2016) 35–48.
- [22] J. Chávez, J. Escobar, M. Echeverri, C. Meneses, A heuristic algorithm based on tabu search for vehicle routing problems with backhauls, *Decision Science Letters* 7 (2) (2018) 171–180.
- [23] A. Wade, S. Salhi, An ant system algorithm for the mixed vehicle routing problem with backhauls, in: *Metaheuristics: computer decision-making*, Springer, 2003, pp. 699–719.
- [24] S. N. Parragh, K. F. Doerner, R. F. Hartl, A survey on pickup and delivery problems, *Journal für Betriebswirtschaft* 58 (1) (2008) 21–51.
- [25] R. G. Conrad, M. A. Figliozzi, The recharging vehicle routing problem, in: *IIE Annual Conference. Proceedings*, Institute of Industrial and Systems Engineers (IISE), 2011, p. 1.
- [26] J. Yang, H. Sun, Battery swap station location-routing problem with capacitated electric vehicles, *Computers & Operations Research* 55 (2015) 217–232.
- [27] D. Goeke, M. Schneider, Routing a mixed fleet of electric and conventional vehicles, *European Journal of Operational Research* 245 (1) (2015) 81–99.
- [28] W. Feng, M. Figliozzi, An economic and technological analysis of the key factors affecting the competitiveness of electric commercial vehicles: A case study from the usa market, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 26 (2013) 135–145.
- [29] M. Schiffer, G. Walther, The electric location routing problem with time windows and partial recharging, *European Journal of Operational Research* 260 (3) (2017) 995–1013.
- [30] J. D. Sanchez, Modelo matemático para el problema integrado de ubicación óptima de estaciones de intercambio de baterías, ruteo de vehículos eléctricos y reducción de pérdidas de energía en la red de distribución, Master’s thesis, Universidad Tecnológica de Pereira (8 2013).

- [31] J. Franco, M. Sanchez, M. Rider, et al., Un modelo de optimización no lineal para el problema de la recarga de vehículos eléctricos híbridos en sistemas de distribución, in: Anais do X Congreso Latinoamericano de Generación y Transporte de Energía Eléctrica (CLAGTEE 2013), paper, Vol. 95, pp. 1–6.
- [32] M. Musio, M. Porru, A. Serpi, I. Marongiu, A. Damiano, Optimal electric vehicle charging strategy for energy management in microgrids, in: Electric Vehicle Conference (IEVC), 2014 IEEE International, IEEE, 2014, pp. 1–8.
- [33] N. Xu, C. Chung, Reliability evaluation of distribution systems including vehicle-to-home and vehicle-to-grid, *IEEE Transactions on Power Systems* 31 (1) (2016) 759–768.
- [34] J. F. Franco, M. J. Rider, M. Lavorato, R. Romero, Optimal conductor size selection and reconductoring in radial distribution systems using a mixed-integer lp approach, *IEEE Transactions on Power Systems* 28 (1) (2013) 10–20.
- [35] Y. Shi, T. Sun, D. Feng, The economic impact of electric vehicle routing and charging strategy on traffic-power integrated networks, in: Industrial Electronics Society, IECON 2017-43rd Annual Conference of the IEEE, IEEE, 2017, pp. 453–458.
- [36] J. Martínez-Lao, F. G. Montoya, M. G. Montoya, F. Manzano-Agugliaro, Electric vehicles in Spain: An overview of charging systems, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 77 (2017) 970–983.
- [37] M. Yilmaz, P. T. Krein, Review of the impact of vehicle-to-grid technologies on distribution systems and utility interfaces, *IEEE Transactions on Power Electronics* 28 (12) (2013) 5673–5689.
- [38] C. C. Chan, The rise & fall of electric vehicles in 1828–1930: Lessons learned [scanning our past], *Proceedings of the IEEE* 101 (1) (2013) 206–212.
- [39] Z. Shi, X. Sun, L. Chen, Z. Yang, K. Li, J. Zhu, Y. Guo, Parameter matching and structure optimal design of a brushless dc motor for a battery electric vehicle, in: Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2017 20th International Conference on, IEEE, 2017, pp. 1–4.

- [40] V.-B. Vu, D.-H. Tran, W. Choi, Implementation of the constant current and constant voltage charge of inductive power transfer systems with the double-sided lcc compensation topology for electric vehicle battery charge applications, *IEEE Transactions on Power Electronics*.
- [41] A. Khaligh, Z. Li, et al., Battery, ultracapacitor, fuel cell, and hybrid energy storage systems for electric, hybrid electric, fuel cell, and plug-in hybrid electric vehicles: State of the art, *IEEE transactions on Vehicular Technology* 59 (6) (2010) 2806–2814.
- [42] B. Diouf, R. Pode, Potential of lithium-ion batteries in renewable energy, *Renewable Energy* 76 (2015) 375–380.
- [43] K. Yi, J. Jung, B.-H. Lee, Y. You, Study on a capacitive coupling wireless power transfer with electric vehicle's dielectric substrates for charging an electric vehicle, in: *Power Electronics and Applications (EPE'17 ECCE Europe)*, 2017 19th European Conference on, IEEE, 2017, pp. P–1.
- [44] C. de Regulación de Energía y Gas, Código de redes, como parte del reglamento de operación del sistema interconectado nacional, CREG, 2011.
- [45] R. Cespedes, New method for the analysis of distribution networks, *IEEE Transactions on Power Delivery* 5 (1) (1990) 391–396.
- [46] D. Shirmohammadi, H. W. Hong, A. Semlyen, G. Luo, A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks, *IEEE Transactions on power systems* 3 (2) (1988) 753–762.
- [47] A. T. Pozos, M. L. de Oliveira, J. F. F. Baquero, M. J. R. Flores, A mixed-binary linear formulation for the distribution system expansion planning problem, in: *Transmission & Distribution Conference and Exposition-Latin America (PES T&D-LA)*, 2014 IEEE PES, IEEE, 2014, pp. 1–6.
- [48] Y. S. R. Grisales, Formulación lineal entera mixta para el problema de planeación dinámica de sistemas de distribución de energía eléctrica considerando generación distribuida, Ph.D. thesis, Universidad Tecnológica de Pereira. Facultad de Ingenierías Eléctrica, Electrónica, Física, y Ciencias de la Computación. Maestría en Ingeniería Eléctrica. (2015).

- [49] R. A. Sarker, C. S. Newton, Optimization modelling: a practical approach, CRC Press, 2007.
- [50] M. S. Bazaraa, J. J. Jarvis, H. D. Sherali, Linear programming and network flows, John Wiley & Sons, 2011.
- [51] A. Carlos, A. Coello, G. B. Lamont, V. Van, Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems, Carlos, C. Coello, GB Lamont, A. David, V. Veldhuizen–Springer 800.
- [52] K. Deb, Multi-objective optimization, in: Search methodologies, Springer, 2014, pp. 403–449.
- [53] D. Kalyanmoy, Multi-objective optimization using evolutionary algorithms: An introduction, KanGAL Report (2011003).
- [54] Y. Haimes, On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization, IEEE transactions on systems, man, and cybernetics 1 (3) (1971) 296–297.
- [55] J. L. Cohon, D. H. Marks, A review and evaluation of multiobjective programming techniques, Water Resources Research 11 (2) (1975) 208–220.
- [56] R. T. Marler, J. S. Arora, Multi-objective optimization: concepts and methods for engineering, VDM Publishing, 2009.
- [57] R. Fourer, D. M. Gay, B. W. Kernighan, A modeling language for mathematical programming, Management Science 36 (5) (1990) 519–554.
- [58] S. Deilami, A. S. Masoum, P. S. Moses, M. A. Masoum, Real-time coordination of plug-in electric vehicle charging in smart grids to minimize power losses and improve voltage profile, IEEE Transactions on Smart Grid 2 (3) (2011) 456–467.
- [59] S. Civanlar, J. Grainger, H. Yin, S. Lee, Distribution feeder reconfiguration for loss reduction, IEEE Transactions on Power Delivery 3 (3) (1988) 1217–1223.