

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA**

**FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS**

**MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

**INCIDENCIA DEL LENGUAJE METAFÓRICO EMPLEADO POR EL  
DOCENTE EN EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN CON  
ESTUDIANTES DE GRADO ONCE DEL COLEGIO MILITAR GENERAL  
RAFAEL REYES DE LA CIUDAD DE PEREIRA**

**TESISTA:**

**PAULA ANDREA ARENAS**

**PEREIRA, 2018**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA**  
**FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS**  
**MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**



**INCIDENCIA DEL LENGUAJE METAFÓRICO EMPLEADO POR EL  
DOCENTE EN EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN CON  
ESTUDIANTES DE GRADO ONCE DEL COLEGIO MILITAR GENERAL  
RAFAEL REYES DE LA CIUDAD DE PEREIRA**

**Tesista:**

**PAULA ANDREA ARENAS**

**Director:**

**OSCAR FERNÁNDEZ SÁNCHEZ**

**Doctor en Ciencias de la Educación**

**Universidad Tecnológica de Pereira**

**Documento presentado como requisito para optar al título de:**

**Magister en Enseñanza de las Matemáticas**

**PEREIRA, Enero 2018**

Nota de aceptación:

---

---

---

---

---

Firma del jurado

---

Firma del jurado

---

Firma del director

Pereira, Enero 2018

A Dios infinitas gracias por esta maravillosa oportunidad de fortalecer mi vocación como docente, mi pasión por la educación y mi fascinación por las matemáticas, una gran oportunidad de transformar mis prácticas en el aula, compartiendo con mis estudiantes otra visión de la enseñanza de las matemáticas generando así ambientes de aprendizaje más agradables e interesantes que permitan visualizar las matemáticas como algo fácil, útil, atractivo y muy agradable.

## **AGRADECIMIENTOS**

Quiero iniciar dando gracias al doctor Oscar Fernández Sánchez por darme la oportunidad de hacer parte del Grupo de Investigación en Pensamiento Matemático y Comunicación GIPEMAC, donde he tenido la oportunidad de enamorarme cada día más de la labor investigativa y en especial de la investigación en Educación Matemática, un espacio para expresar ideas, compartir experiencias, debatir opiniones, encaminar acciones, explorar metodologías y estrategias didácticas, todo esto en pro de mejorar las practicas pedagógicas en el aula con el objetivo de potencializar la construcción del conocimiento matemático, acciones que retroalimentan continuamente mí vocación docente.

A mi amada familia infinitas gracias por su apoyo incondicional, por creer siempre en mí, respaldando mi labor, fortaleciendo mis esfuerzos e impulsando mis sueños, en especial a mi madre y mi a esposo por todo su amor y comprensión, por siempre estar dispuestos a caminar a mi lado asumiendo cada reto en este proceso de formación. A mis estudiantes y compañeros por estar siempre dispuestos y atentos para participar y colaborar con las diferentes actividades propuestas para el desarrollo de esta investigación.



El firmante, doctor Óscar Fernández Sánchez, profesor de la Maestría en Enseñanza de las Matemática de la Universidad Tecnológica de Pereira (UTP).

Certifica:

Que la presente investigación titulada: “Incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente en el aprendizaje del concepto de función con estudiantes de grado once del Colegio Militar General Rafael Reyes”, ha sido realizada bajo su dirección por la licenciada en Matemáticas y Física, Paula Andrea Arenas, y constituye su trabajo de grado para optar al título de Magister en Enseñanza de las Matemáticas, en la línea de Educación Matemática y Comunicación. Así, se espera que tenga efectos oportunos ante la Facultad de Ciencias Básicas de la Universidad Tecnológica de Pereira, el día \_\_\_\_ del mes de \_\_\_\_\_ del año 2018.

---

Doctor Oscar Fernández Sánchez

## TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN .....	12
CAPÍTULO 1 .....	15
2 PLANTEAMIENTO GENERAL.....	15
2.1 Planteamiento del problema .....	15
2.2 Pregunta de investigación.....	19
2.3 Objetivos.....	20
2.3.1 Objetivo general.....	20
2.3.2 Objetivos específicos .....	20
2.4 Justificación.....	21
2.5 Estado del arte .....	26
2.5.1 Pensamiento metafórico desde la época clásica griega hasta el siglo XVIII....	26
2.5.2 Pensamiento metafórico desde el siglo XVIII hasta la época actual .....	27
2.5.3 Investigaciones de análisis metafórico en objetos matemáticos concretos.....	30
2.5.4 Investigaciones asociadas al concepto de función.....	33
CAPÍTULO 2 .....	35
3 MARCO TEÓRICO .....	35
3.1 Teoría cognitiva de las matemáticas.....	35
3.2 Pensamiento metafórico .....	38
3.3 Metáforas conceptuales .....	39
3.4 Metáforas que nos piensan .....	42
3.5 Concepto de función.....	46

CAPÍTULO 3 .....	47
4 METODOLOGÍA.....	47
4.1 Método de investigación.....	48
4.2 Método Etnográfico.....	50
4.3 Ámbito de la investigación.....	51
4.4 Población de investigación.....	52
4.5 Presentación de la información obtenida.....	52
4.5.1 Descriptores metodológicos.....	52
4.5.2 Variables estudiadas.....	55
4.5.2.1 Organización de la Información.....	57
4.5.2.2 Análisis puntuaciones escala de coincidencia tipo Likert.....	66
CAPITULO 4 .....	87
5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	87
4.1 Resultados.....	87
4.2 Conclusiones.....	92
4.3 Recomendaciones y cuestiones abiertas .....	94
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS .....	97
ANEXOS.....	102

## **INDICE DE ANEXOS**

Anexo A. 1 Tabla de codificación abierta, grupo #1. ....	102
Anexo A. 2 Tablas codificación abierta, grupo #2.....	106
Anexo B. 1 Cuestionario grupo #1-Estudiantes y docente.....	111
Anexo B. 2. Cuestionario grupo #2-Estudiantes y docente.....	118
Anexo C. 1. Tabla de sistematización grupo #1 .....	126
Anexo C. 2. Tabla de sistematización grupo #2.....	139
Anexo D. 1. Transcripción de audio-Clase grupo#1 .....	154
Anexo D. 2. Transcripción de audio-Clase grupo#2.....	165

## INDICE DE TABLAS

Tabla 3.1. Calificación y cuantificación, escala Likert .....	56
Tabla 3.2. Porcentajes de recurrencia - coincidencia 1 .....	58
Tabla 3.3: Porcentajes de recurrencia - coincidencia 2.....	59
Tabla 3.4: Tabla de puntuaciones Likert.....	67
Tabla 3.5: Tabla de puntuaciones Likert.....	68
Tabla 3.6: Escala de valoración puntuaciones verticales y horizontales en las entrevistas ....	69
Tabla 3.7: Nivel de coincidencia análisis horizontal y vertical Grupo de estudiantes # 1.....	70
Tabla 3.8: Nivel de coincidencia análisis horizontal y vertical Grupo de estudiantes # 2.....	71
Tabla 3.9: Tabla de coincidencia Intencionalidad del docente grupo #1 – Definición formal del libro referente. ....	72
Tabla 3.10: Tabla de coincidencia Intencionalidad del docente grupo #2 – Definición formal del libro referente .....	77
Tabla 3.11: Tabla de incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente Grupo #1. ....	85
Tabla 3.12: Tabla de incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente Grupo #2. ....	86

## INDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 3.1. Esquema Relacional del acto comunicativo.....	53
Gráfico 3.2. Contraste coincidencia .....	60
Gráfico 3.3. Contraste coincidencia de puntuaciones extremas.....	61
Gráfico 3.4. Contraste coincidencia de puntuaciones medias.....	62
Gráfico 3.5. Contraste coincidencia .....	63
Gráfico 3.6. Contraste coincidencia de puntuaciones extremas.....	64
Gráfico 3.7. Contraste coincidencia de puntuaciones medias.....	65

## **INTRODUCCIÓN**

En la actualidad el docente de matemáticas se enfrenta a un enorme reto pedagógico y conceptual, el cual le exige tener tanto bases sólidas en la disciplina del conocimiento matemático, como ser un maestro estratégico al momento de acompañar y orientar procesos de enseñanza dentro y fuera del aula de clase, donde el ejercicio comunicativo se convierte en un aspecto relevante y esencial, considerando el hecho de que la misma matemática es un lenguaje y ello implica involucrar ciertas convenciones que no siempre son fáciles de recrear, concretizar, contextualizar, ejemplificar y asimilar dentro de un ambiente de aprendizaje.

Teniendo en cuenta lo anterior, la labor docente debe estar encaminada a propiciar diversos escenarios para el aprendizaje de las matemáticas, brindando así un espacio que facilite al estudiante la apropiación de conceptos de una forma cómoda, autónoma e interesante, pero con un continuo acompañamiento del docente, donde se considere la rigurosidad de las matemáticas desde un lenguaje acertado, fluido y efectivo, mostrándole así a los estudiantes las maravillosas estructuras de los diversos modelos matemáticos que sirven como herramienta para interpretar el mundo y sustentar el funcionamiento del universo.

En este sentido el docente está llamado a buscar un cambio en su quehacer pedagógico, impulsando en sus prácticas una terapia transformadora que le permita enfrentar los diferentes desafíos que traen consigo los procesos de enseñanza-aprendizaje

y que explora en compañía de sus estudiantes día a día. Un llamado que resalta Paulo Freire, (Freire, 1969) con su frase: *“enseñar no es transferir el conocimiento, sino crear las posibilidades para su propia producción o construcción”*; de tal manera que es transcendental valorar la importancia del acto comunicativo que se suscita en el aula de clase entre el docente y sus estudiantes, pues representa una base esencial para desarrollar cualquier proceso de aprendizaje, contemplando de esta manera la imaginación como una gran herramienta para alimentar los procesos de contextualización, donde se debe reflexionar desde la sociedad, la cultura y el sentir colectivo que se reflejara en las construcciones matemáticas, para las cuales la riqueza que proporcionan las metáforas es significativa e invaluable en la labor explicativa en conexión con su conocimiento y su propio imaginario, sin desconocer que dependiendo del enfoque que estas tengan, pueden ser un elemento facilitador u obstaculizador del aprendizaje, pues para realizar una buena contextualización se debe considerar la lectura previa del entorno, el escenario y el público, ello marca el enfoque y la intencionalidad del proceso.

Se pretende analizar la incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente en el aprendizaje del concepto de función con estudiantes de grado once del colegio Militar General Rafael Reyes de la ciudad de Pereira, mediante un enfoque de investigación de tipo cualitativo-interpretativo, con el fin de analizar mediante la observación de las clases, la evidencia lingüística manifiesta en el discurso docente y como esta influye en el nivel de comprensión y apropiación del tema en los estudiantes; y a su vez, observar y valorar la intencionalidad del lenguaje empleado por el docente y la percepción e interpretación de dicho lenguaje por parte de los estudiantes.

Mediante dicha observación se pretende realizar la codificación abierta del lenguaje metafórico empleado en el discurso del docente para la enseñanza del concepto de función, mediante la aplicación de cuestionarios que permitan contrastar la intencionalidad del docente con la interpretación de los estudiantes, la sistematización y análisis de los datos mediante la aplicación de una escala tipo Likert se establece la coincidencia entre la coincidencia entre la intencionalidad del docente y las definiciones formales que proponen algunos libros referentes, con el fin de poder evaluar el tipo de incidencia que todo esto tiene sobre el aprendizaje de los estudiantes. Este proyecto de investigación es derivado del proyecto “Imaginarios matemáticos en el Eje Cafetero 2016-2017. Fase Uno”.

## **CAPÍTULO 1**

### **1 PLANTEAMIENTO GENERAL**

#### **1.1 Planteamiento del problema**

En la enseñanza de las matemáticas el lenguaje juega un papel esencial como elemento dinamizador del aprendizaje, actuando como facilitador u obstaculizador de los procesos de comprensión que se suscitan en el aula de clase alrededor de un concepto matemático, generalmente un concepto abstracto que el docente debe recrear y contextualizar con el fin de hacerlo “comprensible para los estudiantes”.

En la enseñanza de las matemáticas son muchos los factores que influyen, no solo se debe pensar en las condiciones en las cuales el estudiante se encuentra en el aula de clase sino también las condiciones del docente, ya que ambos son protagonistas del proceso de enseñanza-aprendizaje.

El proceso comunicativo en el aula de clase es un espacio donde se combina la enseñanza y el aprendizaje a la vez según (Neil Mercer-1997, p.116) quien llama este proceso como “la construcción guiada del conocimiento”. Este autor resalta la importancia del lenguaje en la enseñanza de la matemática, ya que existe una relación directa entre la expresión y el aprendizaje de las matemáticas, esto debido a que

aprendemos conceptos matemáticos hablando de ellos con nuestras propias palabras utilizando el lenguaje de los acontecimientos de la real. Pero inicialmente los conceptos son tratados desde el lenguaje cotidiano empleado por el docente, permitiendo considerar este canal como probablemente el primordial propulsor del fracaso de la comprensión de los objetos matemáticos en estudio. (Pimm. D, 2003) señala que “las matemáticas son un lenguaje de modo especial, como una metáfora” (p.19). Este considera los elementos lingüísticos que frecuentemente utilizamos para referirnos a nuestra cotidianidad como un tratamiento especial que subyace en el lenguaje metafórico que diariamente empleamos para comunicarnos. De igual manera lo hace el docente de matemáticas durante su discurso, al emplear metáforas con el fin de abordar objetos matemáticos desde el uso cotidiano del lenguaje empleado y comprendido por todos.

Dice (Lakoff, y Johnson, 1995) Los procesos de pensamiento humano son en gran medida metafóricos, “la metáfora, impregna la vida cotidiana, no solamente el lenguaje, sino también el pensamiento y la acción. Nuestro sistema conceptual ordinario en términos del cual pensamos y actuamos, es fundamentalmente de naturaleza metafórica” (p.40). Esta concepción permite sustentar como el lenguaje metafórico hace parte de una práctica cotidiana, que en el caso de la clase de matemáticas, indiscutiblemente, es difícil no manejar, ya que este lenguaje es innato de nuestra condición como canal de comunicación verbal. Esto deja en evidencia como nuestro lenguaje está fundado mediante las metáforas que son clasificadas según su contexto de desarrollo; a partir de esto podemos caracterizar las metáforas que percibimos en la vida cotidiana como: estructurales, orientacionales y ontológicas. (Font, Godino, Planas y Acevedo, 2009)

describen: “Los objetos metafóricos están siempre presentes en el discurso del docente porque aquí las entidades matemáticas se presentan como "objetos con propiedades" que puede ser representados físicamente (en el tablero, con manipulativos, con gestos, etc.)” (p.15).

Teniendo en cuenta estas apreciaciones, resulta interesante pensar como este lenguaje metafórico influye en el proceso de aprendizaje de un objeto matemático concreto. Ahora, tomando en cuenta que: La esencia de la metáfora es entender y experimentar un tipo de cosa en términos de otra (Lakoff y Johnson, 1995, p. 41) esto se podría prestar para realizar malas interpretaciones de diferentes objetos matemáticos en estudio, debido a que las metáforas ayudan a la comprensión del concepto de manera indirecta.

Tomando como referencia cada una de las apreciaciones anteriores acerca de las características de nuestra estructura lingüística, la metáfora puede ser entendida como el lente con el cual se mira el mundo, mundo que puede ser comprendido de manera diferente por cada persona debido a que nuestras experiencias son diferentes.

En el caso del concepto de función durante la Edad Media se estudiaron fenómenos naturales y las ideas se desarrollaron alrededor de cantidades, variables independientes y dependientes, sin definir las específicamente. Una función se definía mediante una descripción verbal de sus propiedades específicas, o mediante un gráfico, no utilizándose formulas (Sastre, 2005).

Durante la edad moderna, que comenzó a finales del siglo XVI, las funciones fueron consideradas como expresiones analíticas. Esto fue cuando Descartes y Fermat lograron que la aritmética y el álgebra superaran su subordinación de la geometría dando lugar a la construcción de nuevas curvas, mediante ecuaciones algebraicas, que antes no eran consideradas por no ser posible trazarlas con regla y compás.

En 1692, Leibniz utiliza por primera vez el término función para referirse a cualquier cantidad que varía de un punto a otro en una curva, como la longitud de la tangente, la normal, subtangente y de la ordenada. Para él, una curva estaba formada por un número infinito de tramos rectos infinitamente pequeños.

En 1775, Euler define función como una expresión analítica “la función de una cantidad variable es una expresión analítica compuesta de cualquier manera a partir de esa cantidad variable y de números o cantidades constantes”. (p. 53) D’Alembert, Euler y D. Bernoulli lograron que este concepto evolucionara y se enriqueciera cuando trataron de resolver el problema de la cuerda vibrante. En 1753, Bernoulli formula la siguiente definición: “llamamos función a las diversas cantidades dadas de alguna forma por una (cantidad) indeterminada  $x$ , y por constantes, ya sea algebraicamente o transcendentemente”. (Montaner y Simón, 1891, p. 846) En 1829, Dirichlet definió función como: “ $y$  es una función de la variable  $x$ , definida en el intervalo  $a < x < b$ , si para todo valor de la variable  $x$  en ese intervalo, le corresponde un valor determinado de la variable  $y$ . Además, es irrelevante como se establece esa correspondencia”.

La teoría de conjuntos iniciada por Cantor (1845-1918) produce una nueva evolución del concepto de función, extendiéndose esta noción para incluir en su definición: “toda correspondencia arbitraria que satisfaga la condición de unicidad entre conjunto numéricos o no numéricos” (Evolución-función, 2006, p.47).

En lo anterior podemos observar a través de la historia como cada uno de los matemáticos aquí mencionados realiza una interpretación diferente del concepto de función de acuerdo a sus experiencias y a su contexto personal y cultural, además es muy interesante observar como cada visión puede ampliar o limitar la actividad matemática a partir de la estructura del concepto.

## **1.2 Pregunta de investigación**

Es importante pensar que tipo de impacto causa el uso de este lenguaje que es innato de nuestra estructura lingüística en la clase de matemáticas. Por tal razón se plantea la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo incide el lenguaje metafórico empleado por el docente en la enseñanza del concepto de función en los estudiantes de grado once del colegio militar General Rafael Reyes de la ciudad de Pereira?

## **1.3 Objetivos**

A continuación, se presentarán los objetivos que enmarcaron el desarrollo de esta investigación.

### **1.3.1 Objetivo general**

Analizar la incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente en el aprendizaje del concepto de función en los estudiantes de grado once del colegio militar general Rafael Reyes de la ciudad de Pereira.

### **1.3.2 Objetivos específicos**

- Compilar y documentar literatura referente a la conceptualización metafórica en la enseñanza del concepto de función.
- Identificar las metáforas del lenguaje empleado por el docente en la enseñanza del concepto de función a los estudiantes de grado once del colegio militar General Rafael Reyes.
- Caracterizar las metáforas identificadas en el lenguaje empleado por el docente en la enseñanza del concepto de función.
- Contrastar la significación de las metáforas identificadas desde la intencionalidad del docente y la percepción del estudiante en el proceso del aprendizaje del concepto de función.

## 1.4 Justificación

Desde hace algunos años los docentes de matemáticas se cuestionan y reflexionan sobre la forma eficaz de como orientar la enseñanza de las matemáticas de manera humanizada y en contexto (Arboleda-1984, Guzmán Ozámiz-1993, Rocha Silva-2006, Hernandez-2009, Rodriguez-2011), sin olvidar lo formal, y en ocasiones, rigurosa que puede ser esta disciplina. En este sentido, la educación matemática debe responder a nuevas demandas globales y nacionales, como las relacionadas con una educación para todos, la atención a la diversidad y a la interculturalidad y la formación de ciudadanos y ciudadanas con las competencias necesarias para el ejercicio de sus derechos y deberes democráticos (estándares básicos en competencias matemáticas) , por ello la educación matemática debe responder a la competencia de la disciplina, teniendo presente la exigencia que representa para el docente la multiculturalidad (D'Amore, Font, Godino-2007) que puede encontrar en el aula de clase, donde el lenguaje empleado debe ser la clave de la comunicación docente-estudiante y una herramienta esencial para el éxito del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Es importante reconocer el papel fundamental que desempeñan las matemáticas en el desarrollo del universo en pleno y el instrumento fundamental que constituyen para la interpretación y argumentación del funcionamiento del mismo y todo lo que en el habita, el hecho de enseñar un concepto matemático y darle un sentido, implica entrar de una manera fluida al mundo actual y real de los estudiante, y es precisamente este hecho el que obliga al docente a utilizar un lenguaje pertinente a cada ámbito de enseñanza, relacionando el concepto matemático con una posible relación de utilidad que le dé un

verdadero sentido lógico para el estudiante facilitando así la apropiación de los nuevos conceptos.

En el proceso comunicativo que se suscita en el aula de clase durante el espacio de enseñanza-aprendizaje existen dos factores decisivos: el primero es la intencionalidad del lenguaje empleado por el docente, y el segundo es la interpretación de este lenguaje por parte del estudiante, del nivel de coherencia entre estos dos aspectos depende el éxito de un proceso de aprendizaje; en este caso, de diferentes objetos matemáticos.

El lenguaje hace parte activa del proceso de enseñanza de las matemáticas debido a la estructura de nuestro sistema de comunicación. La cual trae consigo un alto grado de complejidad debido a sus componentes lingüísticos. Los conceptos que rigen nuestro pensamiento no son simplemente asunto del intelecto. Rigen también nuestro funcionamiento cotidiano (Lakoff, *et al.*, 1995, p.35). El lenguaje cotidiano que utilizamos para comunicarnos está constituido esencialmente por metáforas que permean nuestras acciones ya que estas son producto de nuestro pensamiento, y teniendo en cuenta la influencia del lenguaje como medio de comunicación en la enseñanza de las matemáticas, esta constituye un nuevo campo de investigación sobre los problemas que se dan en el proceso de enseñanza y aprendizaje de un objeto matemático concreto.

(Font, Acevedo y Nanclares, 2001, p.406) citan a (Lakoff y Johnson, 1995) poniendo de manifiesto la importancia del pensamiento metafórico, entendido como la interpretación de un campo de experiencias en términos de otro ya conocido, el papel del pensamiento metafórico en

la formación de los conceptos matemáticos es un tema que cada vez tiene más relevancia para la investigación en didáctica de las matemáticas. (Font, *et al.*, 2001, p. 407) a (Lakoff y Núñez, 2000) los cuales hacen referencia a “la existencia de una nueva disciplina llamada ciencia cognitiva de la matemática. El núcleo central de esta nueva teoría está basado en la importancia que tiene el cuerpo sobre la mente y en los relativamente recientes hallazgos en lingüística cognitiva”.

Estas apreciaciones, dejan de manifiesto como el origen de las estructuras matemáticas deben ser buscadas en los procesos cognoscitivos cotidianos, a través de las representaciones mentales del individuo y el pensamiento metafórico. Según estos autores, la construcción de estos objetos matemáticos está relacionada directamente con nuestras experiencias cotidianas. Es a partir de esto, que resulta importante el análisis de la incidencia del lenguaje metafórico que utiliza el docente en su discurso de matemáticas, puesto que cada uno de estos factores mencionados anteriormente son evidenciados a través de la experiencia en las clases de matemáticas; en el momento que se realiza el preámbulo para iniciar con la concepción de un objeto matemático nuevo, se presenta en diversas ocasiones una confusión entre las palabras utilizadas por el docente para iniciar con el tema, produciendo en los estudiantes la expresión de gestos que indican la confusión en la comprensión de términos, que para algunos son comprensibles y para otros no. En el momento que el docente retoma la expresión dicha, con otras palabras, va produciendo cambios en la comprensión de dichos estudiantes anteriormente confundidos. Esto es un muestra clara de cómo el lenguaje en la explicación de un objeto

matemático en concreto juega un papel muy importante, el cual puede ser provechoso o desastroso dependiendo de la complejidad del lenguaje que se utilice.

Pero a pesar de estas necesidades y las innumerables investigaciones realizadas en este campo, los problemas sobre la comprensión de las matemáticas siguen siendo un interrogante de cómo se está concibiendo la actividad matemática en el aula de clase.

Con frecuencia se indaga sobre los problemas que surgen en la enseñanza de la matemática, estos en su mayoría, acerca de las concepciones erróneas o distorsionadas y los tipos de procesos que realizan los estudiantes en la construcción del conocimiento de un objeto matemático concreto. Por ello, con este trabajo se pretende brindar pautas a los docentes de matemáticas del colegio militar General Rafael Reyes para mejorar y fortalecer el discurso metafórico en el aula de clase como elemento clave para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Cabe señalar que este trabajo es derivado del proyecto “Imaginarios matemáticos en el Eje Cafetero 2016-2017. Fase Uno”.

## **1.5 Estado del arte**

Hasta la fecha son innumerables las investigaciones realizadas en el campo de la Educación Matemática y Didáctica de la Matemática. Diversos investigadores se han interesado en diferentes aspectos que están relacionados con las dificultades que se presentan en estudiantes al momento de afrontar el estudio de un objeto matemático concreto. Además de trabajos realizados para estructuras curriculares y trabajo de formación con docentes de matemáticas. Hasta la fecha en Colombia, es casi nula la investigación en el campo de “la ciencia cognitiva de la matemática”, situación contraria a nivel internacional, ya que es en países externos donde se ha avanzado en la investigación de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática a través del desarrollo de este nuevo campo de acción.

Mediante varias lecturas, es evidente el desarrollo histórico del pensamiento metafórico a través de dos grandes momentos: el primero desde la época clásica griega hasta el romanticismo del siglo XVIII y el segundo desde el siglo XVIII hasta la época actual.

### **1.5.1 Pensamiento metafórico desde la época clásica griega hasta el siglo XVIII**

Esta época inicia desde las apreciaciones de Aristóteles quien planteó dos enfoques para la comprensión de la metáfora: Enfoque analógico: el elemento

metaforizado es similar al elemento metaforizador. Enfoque traslacional: el elemento metafórico no necesita de un metaforizante, esta se da implícitamente.

A su vez, según (Gredos, 1974, citando a Aristóteles) “la metáfora consiste en dar a una cosa un nombre que también pertenece a otra, la transferencia puede ser de género a especie, o de una especie a género, o de especie a especie, o con fundamento a una analogía (p. 1457b). Por otra parte, en la época romana los tratados de retórica se referían a la metáfora como un lenguaje figurado y poético.

### **1.5.2 Pensamiento metafórico desde el siglo XVIII hasta la época actual**

Se evidencia la utilización de la metáfora en todos los ámbitos; poético, filosófico, social en la totalidad del lenguaje. La aparición de metáforas tales como: “la cuna de la humanidad”, “me golpeo la noticia”, “he invertido mucho tiempo en esto”, son expresiones que suponen que la metáfora está presente en todos los registros del lenguaje. De igual manera, (Nietzsche, 1873, p.9) manifiesta, “el universo es pensable en virtud de la metáfora”.

A través de la historia, la metáfora ha tomado importancia debido a su carácter sistemático e histórico. (De Bustos, 2002) cita a (Black, 1954) como el más destacable investigador del papel de la metáfora en el lenguaje, el cual realizó un tratamiento de la metáfora en la reflexión sobre la materia.

Durante el siglo XX, se inicia la reflexión lingüística y filosófica retomando la metáfora dejando evidencia de esto mediante diversas investigaciones en este campo. Algunas de estas investigaciones que guardan relación con esta investigación se describen a continuación:

- Los filósofos (Scheffler, 1960) y (Petrie, 1986) en la década de los sesenta y setenta, analizaron el papel de la metáfora en la educación. Scheffler, en el libro *The language of education*, señaló que “las metáforas educativas más que estar atadas a procesos de verificación experimental y predicción, contribuyen a organizar el pensamiento social sobre las practicas asociadas con la escuela; y a su vez, a reflexionar sobre estas” (p. 52).
- Para (Eco, 1984), la metáfora encarna la auténtica naturaleza del lenguaje y del pensamiento, y es el fenómeno central del que debe dar cuenta la teoría semántica y literaria.
- Por otra parte, (Beare, Caldwell y Millikan, 1992), describen la escuela recurriendo a la metáfora de comparación. Para ellos, la escuela es una prisión, un ejército, una fábrica, un monasterio, una familia feliz y un mercado libre.

En ese orden de ideas, el análisis de las metáforas del discurso docente al abordar el concepto de función, implica una reflexión de la manera como el profesor

estructura los significados y como lo conciben los estudiantes, como mecanismo de auto observación para mejorar la comunicación, la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Las investigaciones más conocidas respecto a metáforas son las realizadas por (Lakoff y Johnson, 1980, 1999), en las que pretendieron mostrar cómo buena parte de la experiencia cotidiana del mundo y de las relaciones sociales, están estructuradas metafóricamente.

Durante las últimas dos décadas se han escrito artículos de investigación relacionados con el lenguaje metafórico y las implicaciones que este genera en el discurso de los docentes. Entre estos (Lizcano, 1999), manifiesta que el estudio sistemático de las metáforas puede emplearse como un potente analizador social.

Para (Vázquez, 2007), la metáfora como vía para entender la realidad: tiene un valor y un sentido diferente para la persona que investiga y para la persona que aporta el discurso metafórico; para la primera, la metáfora es un instrumento con el que pretende acceder a la realidad encubierta y para la segunda, la metáfora es una forma de representar y explicar dicha realidad. Por tanto, se trata de posiciones diferentes que no se pueden olvidar cuando se afronta la tarea de intentar comprender una realidad a través de las metáforas (p. 143).

### **1.5.3 Investigaciones de análisis metafórico en objetos matemáticos concretos**

Son múltiples las investigaciones que se han realizado en el campo de la didáctica de la matemática con respecto al análisis metafórico. En el siguiente apartado se citaran de manera sucinta las investigaciones más relevantes en este campo para esta investigación.

Importantes trabajos como el de los investigadores (Leger, Gálvez, Inostroza, Cubillos, Luci, Tanter, Cosmelli y Soto ,2014) crean un software llamado ECOCAM un sistema computacional adaptable al contexto para promover estrategias de cálculo mental. Diseñado a partir del análisis de la actividad cognitiva basada en metáforas, desde lo más concreto a lo más abstracto. Esto a través de la concepción de la “mente corporizada” ligada íntimamente a nuestro funcionamiento gracias a una permanente actividad metafórica, desde los niveles más elementales a los más sofisticados. Tratan a la metáfora además de su rol cognitivo con un rol didáctico. El programa funciona con actividades de cálculo mental en los niveles más elementales (suma, resta, multiplicación y división) adaptables según el contexto desarrollado por cada individuo.

Por otra parte, (Pochulu, Abrate y Font, 2008) con su investigación “Implicancias educativas del uso de metáforas en contextos de resolución de ecuaciones”, bajo el marco teórico de la metáfora conceptual, diseñan una secuencia de actividades para ser resueltas por los estudiantes, con la intención de analizar el discurso escrito que emplean los alumnos en contextos de resolución de ecuaciones, y poner en evidencia potenciales dificultades y obstáculos debidos al uso de metáforas en la resolución de ecuaciones.

Trabajaron con las producciones escritas de 429 estudiantes aspirantes a ingresar en la Universidad Nacional de Villa María (Argentina), durante el año 2007, mientras cursaban el Módulo de Matemática. Para la segunda fase, analizaron 60 libros de matemáticas que abordan la resolución de ecuaciones como tema de estudio. Estos libros pertenecen a las bibliotecas de los dos centros educativos encargados de la formación de profesores en la ciudad, y buscaron en ellos la presencia de las metáforas que eran más utilizadas por los alumnos y que habían sido detectadas en la primera fase de estudio.

Así mismo, (Acevedo, 2001) con su tesis doctoral “fenómenos relacionados con el uso de metáforas en el discurso del profesor”. El caso de las gráficas de funciones en la cual buscaba comprobar que este fenómeno detectado en (Font, 2000, p. 408) ocurre con una cierta regularidad, bajo los siguientes objetivos:

1. Detectar si el profesor, al explicar la representación gráfica de funciones en el bachillerato, usa metáforas del tipo “La gráfica de una función se puede considerar como la traza que deja un punto que se mueve sujeto a determinadas condiciones” o bien una variación de esta metáfora: “La gráfica de una función se puede considerar como la traza que deja un punto que se mueve sobre la gráfica”

2. Analizar el contenido de su discurso para detectar, además de la anterior, otras metáforas.

3. Verificar si el profesor es consciente del uso que ha hecho de las metáforas en su discurso y hasta qué punto las tiene controladas.

4. Determinar el efecto que producen estas metáforas sobre los alumnos.

Por otra parte, (Romaña, 2014) realiza el trabajo de maestría: “Posibles implicaciones del discurso metafórico docente en el abordaje del concepto de divisibilidad con estudiantes de séptimo grado de la institución educativa santa teresita del municipio de la victoria (valle del cauca)”, en la Universidad Tecnológica de Pereira. En este trabajo se aborda toda la teoría cognitiva de la matemática aplicada concretamente al concepto de divisibilidad, con lo cual dicho trabajo es el referente teórico y metodológico más importante en la presente investigación.

La metodología bajo la cual se desarrolló la investigación de Romaña, concebida en el seno del grupo de investigación en Pensamiento Matemático y Comunicación – GIPEMAC, consistió en el registro de una serie de clases de divisibilidad, para las cuales se desarrolló la completa transcripción de todos los audios registrados, material con el cual más tarde, se realizó la clasificación de metáforas utilizadas en la explicación del docente con el fin de estructurar una entrevista con cada estudiante, para contrastar los significados emergente y significados referentes en la explicación del concepto de divisibilidad. A partir del análisis de las metáforas utilizadas por el docente se realizó la configuración epistémica a través de la clasificación de las metáforas encontradas, permitiendo realizar el análisis de las posibles implicaciones del discurso metafórico del docente al explicar el concepto de divisibilidad.

A través de esta panorámica, se resalta la importancia del análisis metafórico en el estudio de objetos matemáticos concretos en la búsqueda constante por mejorar la enseñanza de la matemática mediante la utilización apropiada de las estrategias que hacen parte activa de nuestra cotidianidad, pues es la metáfora un recurso común que puede llegar a considerarse provechoso dependiendo de su utilización, estructuración y corporeización.

#### **1.5.4 Investigaciones asociadas al concepto de función**

Son mínimas las investigaciones realizadas en didáctica de la matemática en el aprendizaje y enseñanza del concepto de función, pues se han trabajado otros conceptos del cálculo desde la didáctica como límites y derivadas, pero el concepto de función no ha sido trabajado a profundidad. Salvador Llinares en su investigación *Conocimiento Profesional del Profesor de Matemáticas: Conocimiento, Creencias y Contexto en Relación a la Noción de Función* afirma que:

“El conocimiento y creencias del profesor, inferidos desde la triangulación de información procedente de diversas fuentes con un reconocimiento explícito del papel que puede desempeñar el contexto en la caracterización de la práctica, son en este caso, y en un primer nivel de análisis, altamente específicos del contenido (la noción de función) y del nivel educativo” (p. 307)

Teniendo en cuenta que las investigaciones en este campo de la didáctica de la matemática en la enseñanza del concepto de función son mínimas, toma mayor validez el desarrollo de esta investigación para analizar como incide el lenguaje metafórico empleado por el docente en la enseñanza del concepto de función, teniendo como referentes fundamentales aspectos como: el lenguaje, la enseñanza, el aprendizaje y el concepto de función, analizando su influencia en el proceso de comprensión por parte de los estudiantes.

## **CAPÍTULO 2**

### **2 MARCO TEÓRICO**

En esta investigación se aplican herramientas teóricas relacionadas con la teoría cognitiva de la matemática, la metáfora conceptual de (Lakoff y Núñez 2000), metáforas que nos piensan de (Lizcano, 2006) y la estructuración del concepto de función debido a su desarrollo socio epistemológico.

#### **2.1 Teoría cognitiva de las matemáticas**

La importancia que tiene el pensamiento metafórico en la construcción del significado de los objetos matemáticos es reconocida por diversos investigadores en didáctica de las matemáticas, y es el origen de una nueva teoría del aprendizaje, propuesta realizada por (Lakoff y Núñez, 2000).

Esta nueva teoría, llamada por sus autores ciencia cognitiva de las matemáticas, presenta como núcleo la importancia que tiene el cuerpo sobre la mente y algunas investigaciones recientes en lingüística cognitiva. Su tesis afirma que el origen de las estructuras matemáticas que construyen las personas y las instituciones, hay que buscarlo en los procesos cognoscitivos cotidianos, como son los esquemas de las imágenes y el pensamiento metafórico (Lakoff y Núñez, 2000).

Según estos autores, dichos procesos permiten explicar cómo la construcción de los objetos matemáticos, tanto los personales como los institucionales, están sostenidos por la manera como el cuerpo se relaciona con los objetos de la vida cotidiana. Teniendo en cuenta este punto de vista, para (Font y Acevedo, 2003), la naturaleza de las matemáticas hay que buscarlas en las ideas de las personas, más no en las demostraciones y rigurosidades propias de las matemáticas. (p. 407).

Así, los mismos (Font y Acevedo, 2003) argumentan: Recientemente, la ciencia cognitiva no dualista en la que se basa la propuesta de (Lakoff y Núñez, 2000) ha realizado importantes avances en la comprensión del funcionamiento de la mente y más en concreto en lo que atañe a nuestra comprensión de las matemáticas. Esto se puede apreciar en los siguientes apuntes: 1) La importancia que tiene el cuerpo sobre la mente. La naturaleza y dinámica de nuestros cuerpos, nuestros cerebros y nuestro funcionamiento de todos los días tienen una importancia fundamental en la estructura de la razón humana, la cual incluye el pensamiento matemático. 2) El papel del conocimiento inconsciente. La mayoría de los procesos cognitivos son inconscientes, en el sentido de que no son accesibles a nuestra introspección consciente, puesto que no podemos llegar directamente a nuestros sistemas conceptuales y a nuestros procesos cognitivos de nivel inferior que incluyen una gran parte del pensamiento matemático. 3) El pensamiento metafórico. La mayor parte de los seres humanos conceptúan conceptos abstractos en términos de objetos concretos y usan la estructura inferencial y maneras de razonar conectadas con nuestro sistema motor y sensorial. El mecanismo cognitivo que

permite que lo abstracto se comprenda en términos de lo concreto es la metáfora conceptual (pg. 407-408).

## 2.2 Pensamiento metafórico

Según (Frant, Acevedo y Font , 2006), las metáforas se caracterizan por crear un puente conceptual entre el dominio de partida y el dominio de llegada, donde el dominio de partida hace referencia a la metáfora utilizada en el discurso y el dominio de llegada el significado pretendido por el docente. Otra de las funciones que cumple la metáfora es la de enlazar diferentes sentidos y en consecuencia, ampliar el significado que tiene para una persona un determinado objeto matemático, incluso para comprenderlo desde otra perspectiva (Font y Acevedo, 2003).

A través de diversas apreciaciones e investigaciones en didáctica de la matemática, el pensamiento metafórico revela grandes implicaciones en la construcción del significado de los objetos matemáticos. Por tal razón (Lakoff y Núñez, 2000) plantean en su teoría de la cognición matemática que: “el origen de las matemáticas hay que buscarlo en las ideas de las personas, no en rigurosas demostraciones formales de teoremas, axiomas y definiciones, ni en mundos trascendentes platónicos” (p.407). Estas apreciaciones dejan de manifiesto como las ideas surgen de los mecanismos cognitivos y corporales de las personas, por razones de tipo evolutivo, sociales, culturales y de relaciones con el entorno.

### 2.3 Metáforas conceptuales

(Lakoff y Núñez, 2000) estudian los detalles del sistema conceptual del que surgen las matemáticas y a partir del cual son concebidas y entendidas, con el fin de describir cómo las matemáticas constituyen un sistema conceptual. Esto supone una nueva perspectiva desde la cual las matemáticas son un producto corporeizado de la mente humana. (Soto, s.f., p.3) cita a (Varela & Thomson, 1998, Núñez & Freeman, 2000, Lakoff & Núñez, 2000) con su literatura acerca de “cognición corporizada”, aludiendo al hecho que nuestro conocer no es un simple percibir una realidad objetiva “allí afuera” ni tampoco un procesamiento de información captada por nuestras ventanas sensoriales, sino que es un proceso que se construye a partir de nuestra experiencia corporal sensomotriz.

(Lakoff y Núñez, 2000) se basan en algunos resultados de la lingüística cognitiva relacionada con la teoría de las metáforas:

- Hay un extenso sistema convencional de metáforas conceptuales en todo sistema conceptual humano.
- Las metáforas son correspondencias conceptuales entre dominios.
- Las correspondencias metafóricas no son arbitrarias sino que están motivadas por nuestra experiencia cotidiana, especialmente la experiencia corporal.

- Las metáforas no residen en las palabras, son una cuestión del pensamiento. Las expresiones lingüísticas metafóricas son manifestaciones superficiales del pensamiento metafórico.

Además de estas descripciones acerca de la metáfora conceptual realizadas por (Lakoff y Núñez, 2000) advierte (Núñez, 2000) que las metáforas también llevan asociada cierta confusión y aparentes paradojas si estas no están claramente definidas o se interpretan de manera literal.

En concordancia con lo anterior, (Soriano, s.f.) define: “La metáfora conceptual es un fenómeno de cognición en el que un área semántica o dominio se representa conceptualmente en términos de otro. Esto quiere decir que utilizamos nuestro conocimiento de un campo conceptual, por lo general concreto o cercano a la experiencia física, para estructurar otro campo que suele ser más abstracto. El primero se denomina dominio fuente, puesto que es el origen de la estructura conceptual que importamos. El segundo se denomina dominio meta o destino”. (p. 87).

En este sentido, un concepto se corporiza dependiendo de la interpretación que se realiza de éste a través de la experiencia, cultura y entorno del individuo, originando tanto en el discurso del profesor como en el aprendizaje del estudiante una respuesta corporeizada. Es aquí donde este último hace referencia a la pregunta de investigación planteada.

(Forceville y Aparisi, 2009), advierten que las metáforas conceptuales son fenómenos de pensamiento que también encuentran expresión en los gestos, ademanes e incluso en el comportamiento, y que ocurre de igual manera en los objetos que se crean para construir significados de uso cotidiano, como los esquemas de representación y materiales manipulativos.

A su vez para (Deignan, 2005), el método más usado para localizar metáforas conceptuales es el análisis del lenguaje, haciendo uso de la propia introspección (discurso metafórico docente), de diccionarios y del corpus electrónico entre otros.

(Romaña, 2014) cita a (Lakoff y Núñez, 2000), En lo que se refiere a los conceptos matemáticos haciendo una distinción entre los tres importantes tipos de metáforas conceptuales:

□ *Metáforas básicas (Grounding metaphors)*: Estas fundamentan las ideas matemáticas en términos de la vida cotidiana, razón por la cual también se les llama metáforas extra matemáticas, ya que el dominio de partida está dentro de las matemáticas, pero su dominio de llegada está fuera de ellas. Por ejemplo, los puntos son objetos, las clases son contenedores. Las metáforas básicas permiten proyectar una estructura de imagen abstracta de la experiencia cotidiana que se conoce y que se entiende íntimamente en el dominio de las matemáticas.

- *Metáforas de redefinición (Redefinitional metaphors)*: estas imponen una comprensión técnica que sustituye a conceptos ordinarios. Por ejemplo, la expresión *a sobre b*, se

puede redefinir como *b divide a*, ya que esta última es más técnica en el mundo matemático.

- *Metáforas vinculatorias (Linking metaphors)*: son metáforas dentro de las propias matemáticas que permiten conceptualizar ciertos dominios matemáticos en función de otros dominios también matemáticos; es decir que tanto el dominio de partida como el de llegada, están dentro de las matemáticas. Estas últimas se dan cuando una rama de las matemáticas se utiliza para modelizar otra, como ocurre con frecuencia. Por ejemplo, cuando se entiende metafóricamente a los números como puntos sobre una línea recta, se está relacionando la aritmética con la geometría. (pg.29)

Es a través de estas concepciones, que se ordena de manera objetiva la estructura metafórica del lenguaje a través del cual nos comunicamos. Las investigaciones realizadas en el exterior acerca del lenguaje metafórico que utilizamos para comunicarnos dejan evidencia clara de la importancia de su estudio en el campo de la didáctica de la matemática.

## **2.4 Metáforas que nos piensan**

La preferencia permanente que tenemos en nuestro diario vivir por conjeturar cosas, situaciones o momentos realizando analogías entre eventos que hacen parte de nuestra historia o evocan momentos importantes de la misma, constituyen un sin número de imaginarios que por su constante familiarización en nuestra sociedad llegan a considerarse colectivos, traspasando de esta manera la concepción de su aparición mucho

más allá de ser una moda. Es por esto, que se ha visualizado un campo de estudio amplio y productivo con respecto a los imaginarios colectivos, ya que estos no son traídos solo desde las relaciones interpersonales, son también evidenciados a través de la historia en el desarrollo y evolución de las diferentes ciencias abordadas desde la rigurosidad científica.

Es de pensarse, que en el desarrollo y evolución de las matemáticas desde la antigüedad, también se abordasen ciertos imaginarios tratados desde obras épicas tales como los trabajos de Euclides y demás hombres de ciencia con grandes aportes en diferentes campos. Claro ejemplo de esto, se establece en el momento en el cual diferentes culturas trabajaban objetos matemáticos desde sus perspectivas socioculturales, a través de sus propios imaginarios, sin tener en cuenta que dichos trabajos y avances fuesen erróneos en algunos de los casos, pero si alguno más avanzado que el otro. Si centramos la atención en la concepción de imaginario social, inicialmente se concibe la palabra imaginario a la imaginación y dicha imaginación es propia o persuadida a través de las imágenes. No obstante, es necesario analizar el término social ya que este es tomado desde diferentes enfoques, situados a través de acontecimientos que han permitido pensar en lo social como la clasificación de un grupo selecto, con cualidades y características en particular. Pero lo social no solo puede ser referido a esto, son muchas las concepciones las cuales pueden ser atribuidas a este término y más aún si se considera de manera completa con respecto al “imaginario social” ya que ambas se encuentran en construcción, es difícil concretar su significado por lo cual resultaría más útil evocar determinaciones más generales como la de imaginario colectivo.

Si se trata de dar definición al imaginario, este resulta incomprensible ya que es este la fuente de demás definiciones, pues a partir de él puede decirse lo que se dice. No obstante su carencia de definición no lo deja desarmado ante su validez, ya que constantemente alude a través de referencias indirectas, metáforas y analogías (Lizcano, 2000). El imaginario constituye un conjunto de ideas representativas e imaginarias que pueden ser comunes en un determinado grupo de personas, como también pueden no serlo, ya que puede ser tratado como concepto o herramienta, en la mente de quien lo postula y lo usa como categoría de análisis propia. La manera más apropiada para investigar la realidad imaginaria está centrada en el mundo de las metáforas ya que esta sustenta de manera veraz punto por punto la imagen que plasma el imaginario. Estas metáforas aluden constantemente a fenómenos de la naturaleza. Por lo cual el imaginario constituye ese lugar del cual salen estas representaciones. Las metáforas son utilizadas desde diferentes ámbitos. Al detenernos a pensar en la significación de las palabras que ya son universales para nosotros como por ejemplo la raíz cuadrada de un número, se sienta un precedente de como a través de los diferentes imaginarios se constituyó este término.

Según

(Lizcano, 2006): A este tipo de metáforas que son ya naturales en nuestras concepciones se les denomina metáforas muertas ya que muestran ampliamente las bases bien sentadas de los imaginarios” (p.65). Pero dichas metáforas no solo arrastran los significados del mundo habitual también son permeadas por los sentimientos y valores. Esto último cobra mayor sentido, si retomamos la idea que se concibe acerca del carácter condicionado del lenguaje metafórico.

Por otra parte, (Lizcano, 2006) interpreta: “metáforas vivas a todas aquellas que establecen una conexión entre dos significados a través de nuevas perspectivas. Sin embargo no todas las metáforas vivas expresan los cambios sociales” (p.68). Para que dichas metáforas aportaran un cambio a los imaginarios colectivos deben cumplir tres condiciones: La primera consiste en abordar las metáforas desde la imaginación ya que estas en su consolidación crean los imaginarios. La segunda, consiste que la metáfora viva debe crecer y consolidarse y por último, las metáforas vivas no tienen por obligación la suplantación de otras metáforas.

Consecuentemente, los imaginarios colectivos sustentan la concepción del sistema metafórico del cual hacemos uso en el proceso de comunicación. De allí el origen netamente sistemático que subyace en las representaciones mentales y percepción de cada individuo, haciendo referencia una vez más al objeto de investigación correspondiente al tipo de influencia del discurso del docente en la clase de matemáticas.

## 2.5 Concepto de función.

Es importante para el desarrollo de la investigación, tratar en este apartado el objeto de estudio matemático, el cual corresponde al concepto de función. El estudio del concepto de función, aparece en la media secundaria, precisamente en el grado once, este es tratado continuamente durante el desarrollo de las temáticas de grado once, a continuación, se realizará una visualización de su concepto a través de algunos textos escolares y universitarios utilizados por los docentes.

- Una relación puede considerarse funcional si a cada elemento del dominio le corresponde uno y solo un elemento del rango. Si una relación es funcional se dice que es una función.
- Una función  $f$  de  $A$  en  $B$  es la que a cada elemento  $a$  de  $A$  le corresponde un único elemento  $b$  de  $B$ . (*Caminos del Saber grado 11-Editorial Santillana-2013*)
- Una función  $f$  es un conjunto de pares ordenados  $(x, y)$  ninguno de los cuales tiene el mismo primer elemento.
- Si  $f$  es una función, el conjunto de todos los elementos de  $x$  que aparecen como primeros elementos de pares  $(x, y)$  de  $f$  se llama el dominio de  $f$ , o conjunto de valores de  $f$ .  
Intuitivamente, una función puede imaginarse como una tabla que consta de dos columnas. Cada entrada en la tabla es un par ordenado  $(x, y)$ ; la columna de la  $x$  es el dominio de  $f$ , y la de las  $y$ . (*Calculo Tom Apóstol Vol 1*)

## **CAPÍTULO 3**

### **3 METODOLOGÍA**

En la presente investigación se usa un enfoque de tipo cualitativo-interpretativo el cual brinda un acercamiento explicativo desde el ambiente natural del objeto de estudio, pretendiendo así darle sentido o interpretar los fenómenos con base en los significados que les otorgan las personas.

De acuerdo con Maanen (1983), el método cualitativo puede visualizarse como un procedimiento que cubre una serie de técnicas e iniciativas con un valor interpretativo que pretende traducir, describir, analizar, codificar y sintetizar el significado, de hechos que se suscitan de forma natural. Además posee un enfoque interpretativo naturalista hacia su objeto de estudio, por lo que estudia la realidad en su contexto natural, interpretando y analizando el sentido de los fenómenos de acuerdo con los significados que tiene para las personas involucradas. Es decir, las metodologías cualitativas no son subjetivas ni objetivas, sino interpretativas, incluye la observación y el análisis de la información en ámbitos naturales para explorar los fenómenos, comprender los problemas y responder las preguntas. Por ello en esta investigación se trabaja desde el contexto que se genera en el aula de clase considerando el aporte significativo de todos los actores y factores involucrados en el ambiente de aprendizaje.

### **3.1 Método de investigación**

La metodología abordada en esta investigación busca principalmente poder analizar la incidencia del discurso del docente en los procesos de aprendizaje, desde la lectura del contexto de la práctica educativa diaria, en este caso particular en el aprendizaje del concepto de función con estudiantes de grado once del Colegio Militar General Rafael Reyes de la ciudad de Pereira. Para realizar dicho análisis se trabajó desde un enfoque cualitativo-interpretativo apreciando y reflexionando el ambiente natural del sujeto y el objeto de estudio, es decir, el aula de clase donde se desarrolla el proceso comunicativo entre el docente y sus estudiantes, con el objetivo de poder observar y analizar las condiciones del ambiente natural, considerando el nivel de potencialización o afectación que pueden ocasionar en el proceso de construcción del conocimiento.

En la investigación cualitativa la recolección y el registro de la información se sirven de diferentes sistemas de observación como grabaciones, diarios, aplicación de encuestas, entrevistas, cuestionarios entre otros, los cuales de manera progresiva se van focalizando para extraer información cada vez más específica y dentro de lo posible, precisa, buscando de esta manera poder conocer el significado y las perspectivas de los participantes: estudiantes y docente involucrados en el ámbito de estudio.

Creswell (1998) muestra la investigación cualitativa como un proceso interpretativo de indagación basado en distintas tradiciones metodológicas -la biografía, la fenomenología, la teoría fundamentada en los datos, la etnografía y el estudio de casos

que examina un problema humano o social. La persona que investiga construye una imagen compleja y holística, analiza palabras, presenta detalladas perspectivas de los informantes y conduce el estudio en una situación natural.

Por su parte (Denzin y Lincoln, 1994), presentan la investigación cualitativa como multimetódica, naturalista e interpretativa. Es decir, que las investigadoras e investigadores cualitativos indagan en situaciones naturales, intentando dar sentido o interpretar los fenómenos en los términos del significado que las personas les otorgan. La investigación cualitativa abarca el estudio, uso y recolección de una variedad de materiales empíricos –estudio de caso, experiencia personal, introspectiva, historia de vida, entrevista, textos observacionales, históricos, interaccionales y visuales- que describen los momentos habituales y problemáticos y los significados en la vida de los individuos.

La investigación cualitativa-interpretativa representa una forma de pensar, una forma diferente de indagar y de aproximarse a la realidad del otro, como lo expresa (Morse, 2005), una forma de ver y una manera de conceptualizar, una cosmovisión unida a una particular perspectiva teórica para comunicar e interpretar la realidad. La investigación cualitativa permite comprender, hacer al caso individual significativo en el contexto de la teoría, reconocer similares características en otros casos. Provee nuevas perspectivas sobre lo que conocemos y nos dice más de lo que las personas piensan, nos dice qué significa e implica ese pensamiento.

### 3.2 Método Etnográfico

Dentro de la metodología de investigación cualitativa con perspectiva en el ámbito educativo, se encuentra el enfoque del método etnográfico el cual ofrece minuciosas descripciones, aportando modelos para comprender la dinámica escolar, explorando las perspectivas, estrategias y culturas de docentes y estudiantes, con el objetivo de aportar mejoras a la práctica pedagógica. Como plantea (Torres, 1988), las etnografías no deben quedarse exclusivamente en su dimensión descriptiva, sino que, como modalidad de investigación educativa que son, deben coadyuvar también a sugerir alternativas, teóricas y prácticas, que conlleven una intervención pedagógica mejor.

(Hammersley y Atkinson, 2005, p.130) mencionan: "entendemos el término como una referencia que alude principalmente a un método concreto o a un conjunto de métodos. Su principal característica es que el etnógrafo participa, abiertamente o de manera encubierta, en la vida diaria de las personas durante un periodo de tiempo, observando qué sucede, escuchando qué se dice, haciendo preguntas; de hecho, haciendo acopio de cualquier dato disponible que pueda arrojar un poco de luz sobre el tema en que se centra la investigación".

De tal manera que la etnografía permite una aproximación al ámbito escolar, facilitando la lectura del contexto desde el rol de cada uno de los actores, dando validez a sus acciones, significados y percepciones, a partir la naturalidad del escenario educativo.

Es importante resaltar los propósitos que trae consigo la etnografía los cuales están altamente relacionados entre si: la descripción de los contextos, la interpretación de los mismos para llegar a su comprensión, el análisis de la información obtenida, la difusión de los hallazgos y la posible mejora de la práctica educativa, todo un proceso realmente valioso para propiciar el inicio de una transformación del que hacer pedagógico para mejorar los resultados del proceso de aprendizaje.

### **3.3   Ámbito de la investigación**

Esta investigación se desarrolló en el Colegio Militar General Rafael Reyes de la ciudad de Pereira. La observación inicial se realizó con 21 estudiantes de grado once de la modalidad académica y con 13 estudiantes de grado once de la modalidad militar de la promoción académica 2017, buscado poder observar dos escenarios diferentes con condiciones comunes, como lo son el mismo docente (Licenciado en Matemáticas y física de la universidad tecnológica) y el mismo objeto matemático, que en este caso particular es el concepto de función. Para dicha observación se realizó la grabación de los respectivos audios de ambos ambientes de aprendizaje apreciando el discurso del docente y la participación activa de los estudiantes considerando la dinámica educativa de la clase. Posteriormente se aplicaron unos cuestionarios tanto al docente orientador, como a los estudiantes participantes, realizando la diferenciación de cuestionarios de acuerdo a la lectura del contexto de cada realidad considerando la estructura, el lenguaje y sus posibles significados.

### **3.4 Población de investigación**

La Investigación se realizó con estudiantes de grado once del Colegio Militar General Rafael Reyes, institución de carácter mixto y privado de la ciudad de Pereira, para realizar este proceso de observación y análisis se trabajó con dos grupos de estudio con diferentes énfasis vocacionales aprovechando la estructura curricular de la institución, académico y militar, el grupo académico con 21 estudiantes y el grupo militar con 13 estudiantes, en ambos casos la edad de los estudiantes se ubicada en el rango de los 15 a los 17 años, es importante resaltar que se manejaron condiciones comunes con respecto al docente orientador quien fue un Licenciado en Matemáticas y Física de la Universidad Tecnológica de Pereira del año 1998, con una Especialización en formulación de Proyectos Pedagógicos de la Universidad de Antioquia en el año 2014 y con 21 años de experiencia en la labor docente, y al objeto matemático, que para este caso particular es el concepto de función.

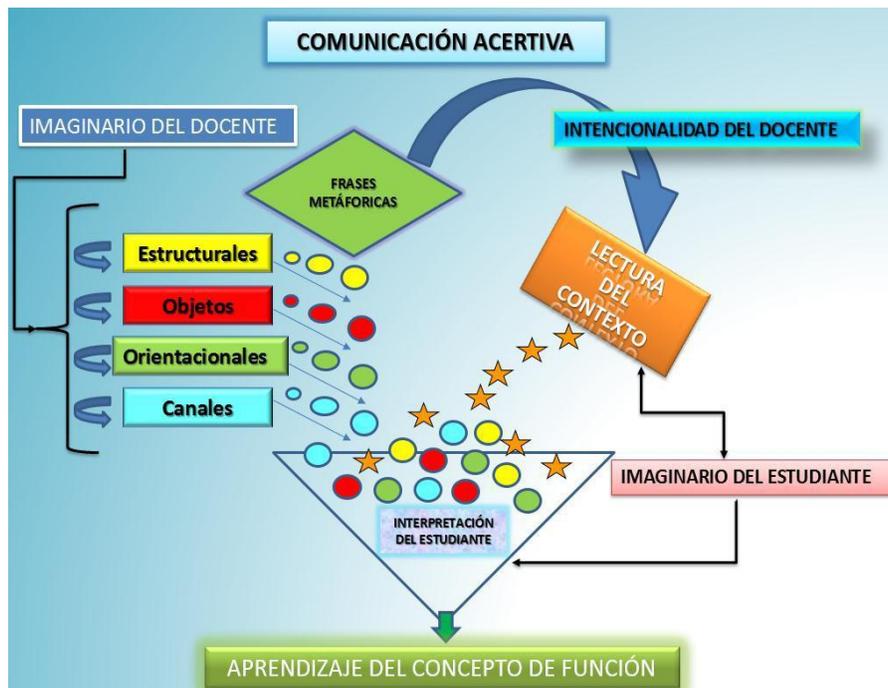
### **3.5 Presentación de la información obtenida.**

#### **3.5.1 Descriptores metodológicos**

Este espacio de observaciones de clase se desplegó en dos momentos diferentes, de tal forma que con el grupo de estudiantes académicos se realizó una sección de 110 minutos el día viernes 19 de mayo de 2017 y con el grupo de estudiantes militares se

desarrolló una sección de 115 minutos el día martes 23 de mayo de 2017, de ambas secciones se grabaron los respectivos audios, con el objetivo de tener un registro claro y minucioso de todo el material discursivo activado en este proceso comunicativo dentro del escenario de las clases, tanto del docente como de los estudiantes participantes. Posteriormente, se procedió a realizar la correspondiente transcripción de dichos audios buscando guardar la mayor fidelidad posible a la información obtenida, después de culminar el proceso de las transcripciones, se pasó a identificar en cada documento las frases metafóricas empleadas por el docente orientador para contextualizar el concepto de función, teniendo como referente el marco teórico definido para esta investigación y de manera simultánea categorizar estas frases detectadas de acuerdo a su estructura y funcionalidad, representado en el siguiente esquema relacional, construido a partir de dicho proceso.

**Gráfico 3.1. Esquema Relacional del acto comunicativo**



Fuente: Elaboración propia.

El esquema anterior refleja elementos esenciales que estructuran el acto comunicativo que se origina en el aula de clase, ensamblando un andamiaje decisivo para incentivar la construcción de un conocimiento matemático a partir de aportes determinantes del mismo ambiente de aprendizaje, donde tanto el imaginario del docente, como el de los estudiantes y la lectura del contexto juegan un papel definitivo para brindar una verdadera significación al lenguaje oral empleado en clase, desde la percepción y concepción de cada uno de los actores que intervienen en dicho escenario. Por ello, es importante resaltar que la imaginación refuerza la estructura de la razón para engrandecer sus impactos como lo mencionan (Lizcano,2000) convirtiéndose en una gran herramienta para encaminar los procesos de contextualización, alimentada desde la sociedad, la cultura y el sentir colectivo que se refleja en las construcciones matemáticas, y es allí donde las metáforas cobran un protagonismo relevante, pues a través de ellas se establece una relación funcional de semejanza entre dos términos, uno matemático y otro “cotidiano” por medio de alguna característica o cualidad entre ambas que facilite una conexión práctica y eficaz que propicie el aprendizaje.

Las metáforas se personalizan respetando la cultura y la sociedad para generar identidad, pues el imaginario de cada ser humano permite dar una mirada funcional a un objeto concreto desde su verdadera utilidad, partiendo desde el hecho, de que cada imaginario determina un concepto y abre un espacio de interpretación y contextualización de múltiples posibilidades, ya que la imaginación es algo personal, que propicia la autenticidad y la apropiación de conceptos, desde la reflexividad misma. De tal manera que para generar pensamiento se establecen analogías basadas en relaciones de

funcionalidad, contemplando el compartir de ideas individuales que permiten construir modelos colectivos, donde los sentidos son un instrumento vital para potenciar el imaginario de cada ser humano, cohesionando elementos como: el imaginario, la percepción, la idea y la representación, que son esenciales para dinamizar la modelación y construcción del conocimiento, a partir de la intercepción de representaciones personales que facilitan la comunicación y conciben un imaginario común. Donde lo imaginario está anclado a una cadena de hechos, ideas, percepciones, sentimientos y pensamientos, que son la esencia que configura la razón y fortalece el argumento, los cuales se nutren desde los sentidos, los pensamientos y el comportamiento del ser, propiciando un espacio de debate y creación para proyectar la contextualización social; sin olvidar que el imaginario está en la mente del individuo, pero su utilidad se da en la colectividad de forma concreta dando significaciones y sentido.

### **3.5.2 Variables estudiadas**

El propósito central de esta investigación fue poder establecer la incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente en el aprendizaje del concepto de función, asumiendo como referente de estudio y observación la teoría del análisis de contenido, por medio del diseño y la estructuración de cuestionarios por parte del investigador, a partir de las frases metafóricas usadas por el docente en el desarrollo del acto comunicativo dentro del aula de clase, aplicando posteriormente dichos cuestionarios, tanto al docente orientador, como a cada uno de los estudiantes participantes con el objetivo de poder conocer y contrastar la intencionalidad del discurso del docente con

cada una de las interpretaciones y percepciones de los estudiantes para valorar la coincidencia entre ambas apreciaciones, teniendo en cuenta su respectiva significación.

Un análisis de medición de complejidad societal implica la vinculación de conceptos con indicadores, mediante la clasificación y la cuantificación, mediante un instrumento de medida que brinde parámetros de validez y confiabilidad, aspectos que ofrecen el escalonamiento tipo Rensis Likert propuesta en 1932.

La escala del Likert es una herramienta de medida muy útil que permite realizar un acercamiento sociométrico de la interrelación entre un grupo de personas, para este caso los grupos de estudiantes y el docente observados; considerando sus actitudes, opiniones, interpretaciones e intencionalidades, entre otras, mediante métodos estadísticos, a través de la aplicación de un cuestionario con un conjunto de ítems que deben ser valorados por los participantes a partir de unos criterios establecidos que permiten agrupar numéricamente datos que se expresan en forma escrita con diferentes frases, para poder luego operar con ellos y realizar su respectivo análisis.

**Tabla 3.1. Calificación y cuantificación, escala Likert**

<b>ESCALA DE VALORACIÓN</b>	<b>Muy de acuerdo</b>	<b>De acuerdo</b>	<b>Ni de acuerdo ni en desacuerdo</b>	<b>En desacuerdo</b>	<b>Muy en desacuerdo</b>
<b>VALOR</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>

Estos criterios permiten analizar dos variables esenciales para indagar acerca de la dinámica del proceso de aprendizaje dentro del aula de clase. Para esta investigación las variables analizadas fueron: la variable de incidencia entre la intencionalidad del docente y la interpretación del estudiante, que busca observar los niveles de interpretación y comprensión, y la variable de coincidencia entre la intencionalidad del docente y las versiones conceptuales de los libros formales utilizados como referentes, que busca observar el contraste entre el concepto manejado por el docente y la rigurosidad matemática, todo esto a partir de las frases metafóricas extraídas del discurso empleado por el docente para conceptualizar y contextualizar el concepto de función, dando así un valor trascendental al acto comunicativo que se desarrolla en la clase y que cumple un papel fundamental dentro del proceso de aprendizaje.

### **3.5.2.1 Organización de la Información**

La recolección y organización de la información obtenida a través de la observación y el análisis se presenta por medio de tablas de sistematización que sintetizan: las frases metafóricas extraídas del discurso empleado por el docente para conceptualizar y contextualizar el concepto de función, la intencionalidad conceptual pretendida por el docente, la recurrencia de las respuestas de interpretación por parte de los estudiantes y la clasificación y cuantificación de la coincidencia entre la intencionalidad del docente y la interpretación de los estudiantes.

A partir de esta información registrada y sistematizada (anexo 4), se elaboró una tabla que indica las 5 categorías de calificación y cuantificación de coincidencia y el porcentaje de recurrencia en la interpretación de los estudiantes, la cual se presenta a continuación:

Respuestas: Estudiantes-Docente Grupo # 1

**Tabla 3.2. Porcentajes de recurrencia - coincidencia 1**

<b>METÁFORAS</b>	<b>Muy de acuerdo (%)</b>	<b>De acuerdo (%)</b>	<b>Ni de acuerdo ni en desacuerdo (%)</b>	<b>En desacuerdo (%)</b>	<b>Muy en desacuerdo (%)</b>
<b>M1</b>	28.6	66.6	4.8	0	0
<b>M2</b>	42.8	57.2	0	0	0
<b>M3</b>	28.6	57.1	14.3	0	0
<b>M4</b>	38.1	57.1	0	4.8	0
<b>M5</b>	28.6	66.6	4.8	0	0
<b>M6</b>	33.3	61.9	0	4.8	0
<b>M7</b>	0	61.9	28.6	9.5	0
<b>M8</b>	42.8	28.6	23.8	4.8	0
<b>M9</b>	57.1	28.6	4.8	0	9.5
<b>M10</b>	61.9	14.3	19	0	4.8
<b>M11</b>	42.8	9.6	47.6	0	0
<b>M12</b>	23.8	23.8	52.4	0	0

Fuente: Elaboración propia.

Respuestas: Estudiantes-Docente Grupo # 2

Tabla 3.3: Porcentajes de recurrencia - coincidencia 2

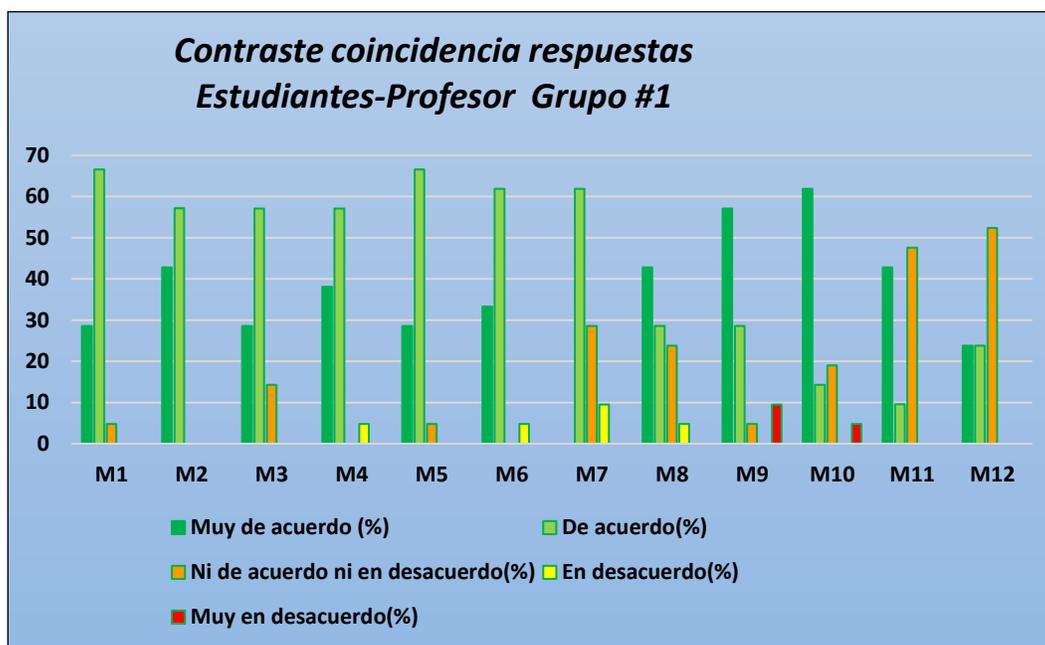
METÁFORAS	Muy de acuerdo (%)	De acuerdo (%)	Ni de acuerdo ni en desacuerdo (%)	En desacuerdo (%)	Muy en desacuerdo (%)
M1	0	14.29	85.71	0	0
M2	28.58	57.14	14.28	0	0
M3	7.14	78.58	14.28	0	0
M4	28.58	14.28	57.14	0	0
M5	14.28	7.15	57.14	14.28	7.15
M6	0	28.57	50	21.43	0
M7	21.42	35.73	42.85	0	0
M8	14.28	42.85	7.14	35.73	0
M9	21.43	71.43	0	0	7.14
M10	7.14	92.86	0	0	0
M11	7.15	42.85	42.85	0	7.15
M12	21.43	78.57	0	0	0

Fuente: Elaboración propia

Teniendo en cuenta la información referenciada en las tablas anteriores de porcentajes de recurrencia - coincidencia, se construyeron los siguientes gráficos que permiten realizar comparaciones en la coincidencia de respuestas en cada una de las frases metafóricas extraídas del discurso del docente.

## Respuestas: Estudiantes-Docente Grupo # 1

Gráfico 3.2. Contraste coincidencia

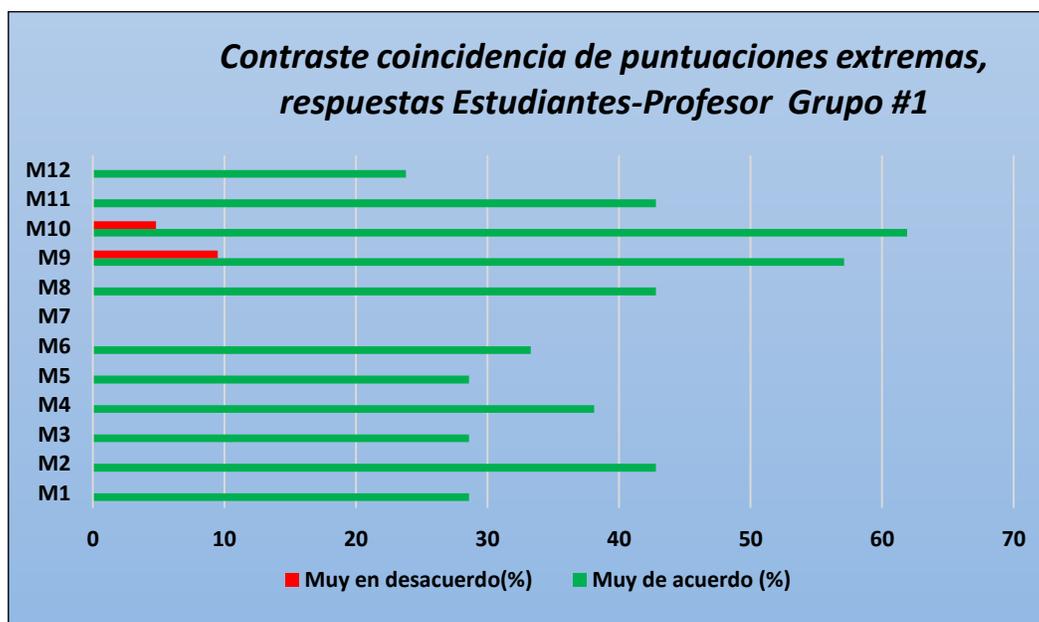


Fuente: Elaboración propia programa Excel

La grafica permite visualizar una coincidencia alta entre la comprensión de los estudiantes del grupo #1 y la intencionalidad del docente mostrando un registro 35,7% en muy de acuerdo y 44,4% en de acuerdo, mostrando de esta manera un nivel de comprensión alto desde lo que interpretaron los estudiantes y lo que pretendía el docente con las frases metafóricas expresadas en el transcurso de la clase para contextualizar el concepto de función.

Respuestas: Estudiantes-Docente Grupo # 1

Gráfico 3.3. Contraste coincidencia de puntuaciones extremas



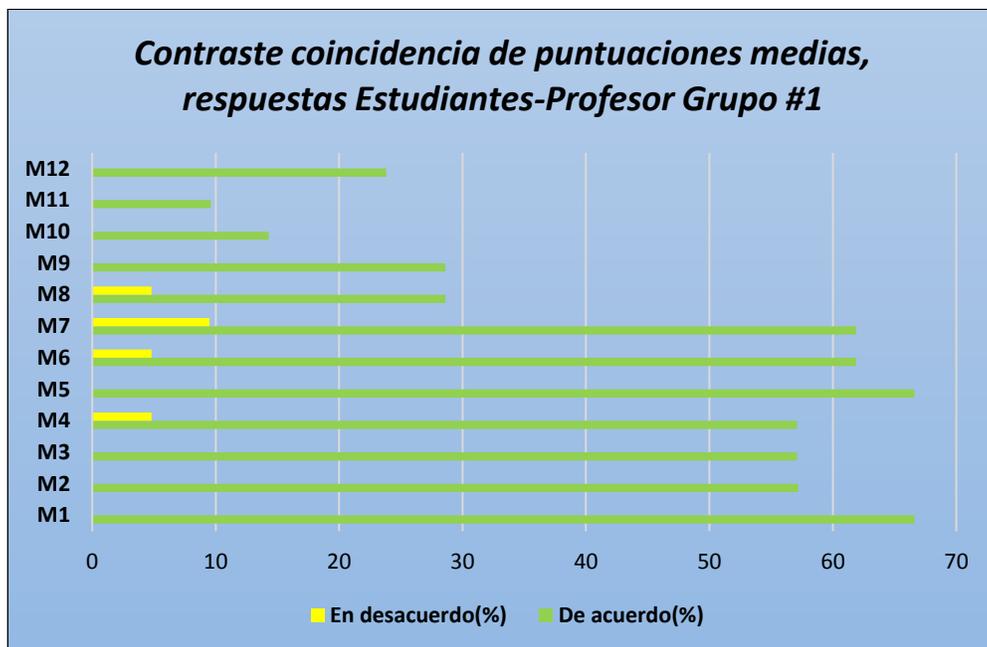
Fuente: Elaboración propia programa Excel

Al visualizar la gráfica que relaciona el contraste de coincidencia de las puntuaciones extremas entre las respuestas de los estudiantes del grupo #1 con respecto a lo que comprendieron y la intencionalidad del docente, considerando los referentes extremos muy en desacuerdo y muy de acuerdo, se observa que en las metáforas 9 y 10 presentan los porcentajes más altos de coincidencia entre el docente y los estudiantes con unos porcentajes de M9G1 (57,1%) y M10G1 (61,9%), sin embargo, en estas mismas metáforas también se refleja dificultades en la coincidencia entre lo que comprendieron los estudiantes y la intencionalidad que tenía el docente con estas frases metafóricas con porcentajes de M9G1 (9,5%) y M10G1 (4,8%). En la M9G1 se presentó una metáfora orientacional en la cual el docente expreso: “Relación o función es una función y en el caso de que Sebastián tengan dos novias que sólo es una relación para que sea función

que hay que hacer hay que quitarle una de las novias a Sebastián, ahora esa relación si es función” y en la M10G1 se presentó una metáfora canal en la cual el docente expreso: “Ósea que Quiénes son las beneficiadas aquí son las mujeres porque ellas sí pueden tener dos relaciones pero para que sea función los hombres solamente pueden tener una sola novia si un hombre como Óscar que tiene dos relaciones”. Además es importante resaltar que en la metáfora M7G1 no presenta ninguna puntuación en estos referentes extremos.

Respuestas: Estudiantes-Docente Grupo # 1

Gráfico 3.4. Contraste coincidencia de puntuaciones medias

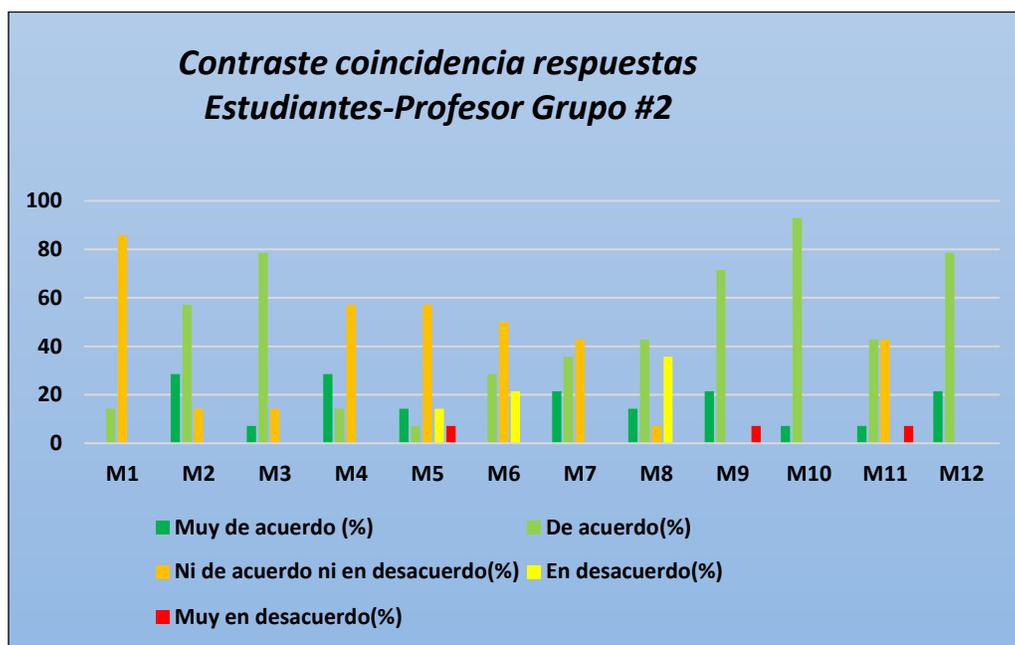


Fuente: Elaboración propia programa Excel

La gráfica muestra una alta coincidencia en la puntuación media de acuerdo de 44,4% y además, también se visualiza que el 66,6% de las metáforas analizadas no presentan puntuaciones en referencial en desacuerdo.

Respuestas: Estudiantes-Docente Grupo # 2

Gráfico 3.5. Contraste coincidencia



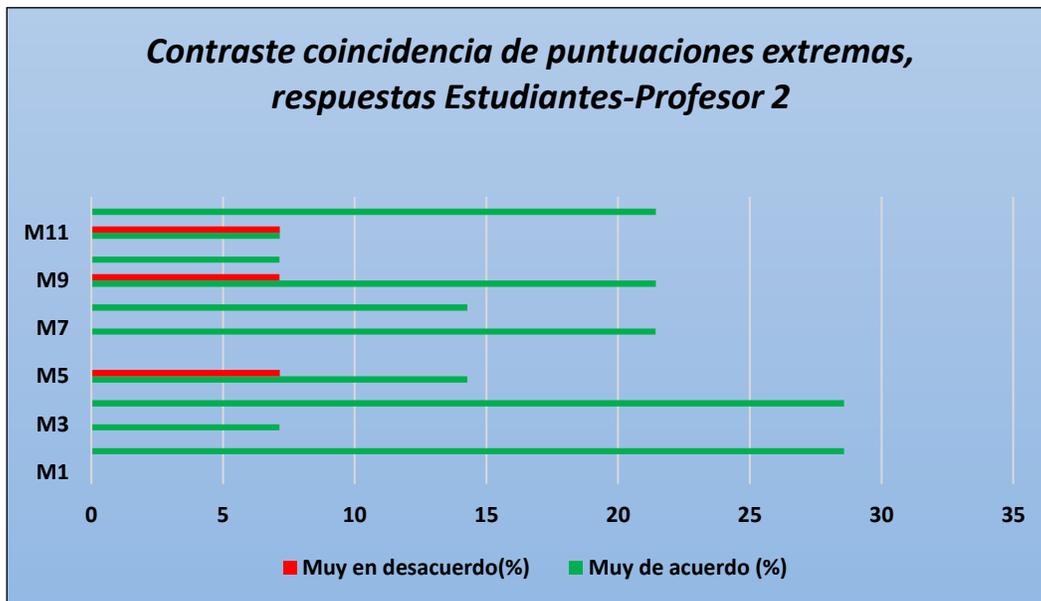
Fuente: Elaboración propia programa Excel

En la gráfica se observa que en las frases metafóricas 1 y 6 no hay porcentaje valorativo en el criterio muy de acuerdo, lo que representa dificultades en el nivel de comprensión en la comunicación entre el docente y sus estudiantes, de igual manera se puede evidenciar que en las frases metafóricas 9, 10 y 12 el total del porcentaje valorativo se encuentra entre los criterios muy de acuerdo y de acuerdo, reflejando de esta manera

que el nivel de comprensión es bueno entre la intencionalidad del docente y la interpretación de los estudiantes.

Respuestas: Estudiantes-Docente Grupo # 2

Gráfico 3.6. Contraste coincidencia de puntuaciones extremas



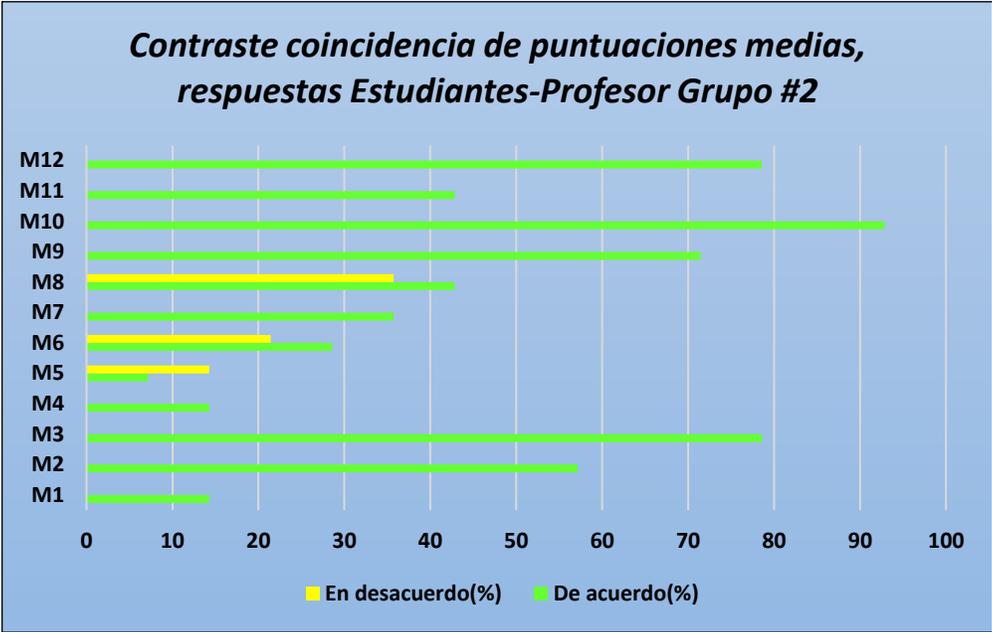
Fuente: Elaboración propia programa Excel

Al visualizar la gráfica que relaciona el contraste de coincidencia de las puntuaciones extremas entre las respuestas de los estudiantes del grupo #2 con respecto a lo que comprendieron y la intencionalidad del docente, considerando los referentes extremos muy en desacuerdo y muy de acuerdo, se observa que en las metáforas 2 y 4 presentan los porcentajes más altos de coincidencia entre el docente y los estudiantes con unos porcentajes de M2G2 (28,58%) y M4G2 (28,58%), además es importantes resaltar que en estas mismas frases metafóricas sin embargo en estas mismas metáforas también se refleja una puntuación de (0%) de muy en desacuerdo. De manera simultánea se puede

observar que en las frases metafóricas 1 y 6 no se registra ninguna puntuación en estos referentes extremos.

Respuestas: Estudiantes-Docente Grupo # 2

Gráfico 3.7. Contraste coincidencia de puntuaciones medias



Fuente: Elaboración propia programa Excel

A través de la gráfica de las puntuaciones medias se puede observar que el 75% de las frases metafóricas analizadas se encuentran ubicadas en el criterio valorativo de acuerdo lo que indica un buen nivel en el contraste entre la intencionalidad del docente y la interpretación de los estudiantes.

### **3.5.2.2 Análisis puntuaciones escala de coincidencia tipo Likert**

Para realizar el análisis de la información recolectada, se realiza la categorización y cuantificación de las puntuaciones registradas y valoradas a la luz de la escala de Likert (Hernández, Fernández, y Baptista. 2006), también llamada método de evaluaciones sumativas, las respuestas de cada estudiante se suman para obtener una puntuación total para cada una de las frases metafóricas evaluadas. Para ello se construyó una tabla donde se relacionan de mayor a menor las puntuaciones alcanzadas por cada estudiante en cada una de las frases metafóricas evaluadas en el cuestionario aplicado.

**Tabla 3.4: Tabla de puntuaciones Likert.**

Coincidencia Respuestas: Estudiantes-Docente Grupo # 1

ESTUDIANTE	PUNTUACIONES METÁFORAS ANALIZADAS GRUPO #1												SUMA
	MT1	MT2	MT3	MT4	MT5	MT6	MT7	MT8	MT9	MT10	MT11	MT12	
19	4	5	5	5	5	5	3	5	4	4	5	5	55
10	4	5	5	4	4	4	4	5	5	5	5	3	53
18	5	5	5	4	5	4	4	5	3	3	5	5	53
11	4	4	5	4	4	4	4	5	5	5	5	3	52
15	4	5	4	5	5	4	3	4	5	5	5	3	52
3	5	4	4	4	4	4	4	5	4	5	4	4	51
16	3	5	3	5	5	4	4	4	5	5	5	3	51
2	4	4	4	4	4	4	4	5	4	5	4	4	50
4	5	4	4	4	4	4	4	5	4	5	3	4	50
5	5	4	4	4	4	5	4	5	5	3	3	4	50
12	4	4	5	5	4	4	4	4	5	5	3	3	50
14	4	5	4	5	5	4	3	4	5	5	3	3	50
1	4	4	4	4	4	5	3	5	4	5	3	4	49
13	4	5	4	5	3	4	4	4	5	5	3	3	49
17	5	5	4	2	5	4	4	4	4	1	5	5	48
9	4	5	5	4	4	2	4	3	5	5	3	3	47
20	4	4	3	5	4	5	4	3	1	4	5	5	47
6	5	4	4	4	4	5	3	3	5	3	3	3	46
8	4	4	4	4	4	5	2	3	5	5	3	3	46
7	4	4	4	4	4	5	2	3	5	3	3	3	44
21	4	4	3	5	4	4	3	2	1	4	5	5	44
<b>SUMA</b>	89	93	87	90	89	89	74	86	89	90	83	78	

Fuente: Elaboración propia, programa Excel. 2017

**Tabla 3.5: Tabla de puntuaciones Likert.**

Coincidencia Respuestas: Estudiantes-Docente Grupo # 2

ESTUDIANT E	PUNTUACIONES METÁFORAS ANALIZADAS GRUPO #2												SUM A
	MT 1	MT 2	MT 3	MT 4	MT 5	MT 6	MT 7	MT 8	MT 9	MT1 0	MT1 1	MT1 2	
<b>1</b>	4	5	4	5	4	4	5	4	5	4	4	4	52
<b>2</b>	3	5	4	5	3	3	5	4	5	4	3	4	48
<b>14</b>	3	4	5	4	5	4	3	2	4	4	4	5	47
<b>4</b>	3	5	4	5	3	3	3	4	4	4	4	4	46
<b>3</b>	3	5	4	5	3	3	3	4	4	4	3	4	45
<b>10</b>	3	4	4	3	2	3	5	5	1	5	5	4	44
<b>6</b>	3	4	4	3	3	3	4	4	4	4	3	4	43
<b>11</b>	3	4	4	3	2	3	3	5	4	4	4	4	43
<b>5</b>	3	3	4	3	3	3	4	4	4	4	3	4	42
<b>12</b>	3	4	3	3	3	4	3	3	4	4	3	5	42
<b>8</b>	4	3	4	4	1	2	4	2	5	4	4	4	41
<b>9</b>	3	4	4	3	3	2	4	2	4	4	4	4	41
<b>13</b>	3	4	3	3	5	4	3	2	4	4	1	5	41
<b>7</b>	3	4	4	3	3	2	4	2	4	4	3	4	40
<b>SUMA</b>	44	58	55	52	43	43	53	47	56	57	48	59	

Fuente: Elaboración propia, programa Excel. 2017

El análisis de las puntuaciones que se registró en las tablas anteriores 3.4 y 3.5 distingue los diferentes grupos de trabajos y los diferentes factores observados, de tal manera que en el sentido horizontal de la matriz se encuentra la puntuación de la interpretación de cada estudiante teniendo como referente el cuestionario aplicado y en sentido vertical se pueden observar las valoraciones registradas en cada una de las frases metafóricas analizadas, extraídas del discurso del docente para conceptualizar y contextualizar el concepto de función.

El análisis de dichas puntuaciones se realizó mediante el siguiente criterio:

**Tabla 3.6: Escala de valoración puntuaciones verticales y horizontales en las entrevistas**

<b>ESCALA DE VALORACIÓN</b>	<b>Muy de acuerdo</b>	<b>De acuerdo</b>	<b>Ni de acuerdo ni en desacuerdo</b>	<b>En desacuerdo</b>	<b>Muy en desacuerdo</b>
<b>VALOR</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>

Fuente: Calificación y cuantificación, escala Likert

A partir de la información presentada en las tablas 3.4 y 3.5 y el criterio de puntuaciones de la tabla 3.6, la calificación y cuantificación del cuestionario aplicado a cada uno de los estudiantes tiene un nivel de coincidencia según la escala Likert, mostrada en las siguientes tablas.

**Tabla 3.7: Nivel de coincidencia análisis horizontal y vertical Grupo de estudiantes # 1**

ESTUDIANTE	SUMA	UBICACIÓN ESCALA	METÁFORA	SUMA	UBICACIÓN ESCALA
19	55	4.58	MT2	93	4.42
13	53	4.41	MT4	90	4.28
21	53	4.41	MT10	90	4.28
14	52	4.33	MT1	89	4.23
15	52	4.33	MT5	89	4.23
3	51	4.25	MT6	89	4.23
16	51	4.25	MT9	89	4.23
2	50	4.16	MT3	87	4.14
4	50	4.16	MT8	86	4.09
5	50	4.16	MT11	83	3.95
12	50	4.16	MT12	78	3.71
14	50	4.16	MT7	74	3.52
1	49	4.08			
13	49	4.08			
17	48	4.0			
9	47	3.91			
20	47	3.91			
6	46	3.83			
8	46	3.83			
7	44	3.66			
21	44	3.66			

Fuente: Elaboración propia.

**Tabla 3.8: Nivel de coincidencia análisis horizontal y vertical Grupo de estudiantes # 2**

ESTUDIANTE	SUMA	UBICACIÓN ESCALA	METÁFORA	SUMA	UBICACIÓN ESCALA
1	52	4.33	MT12	59	4.21
2	48	4.00	MT2	58	4.14
14	47	3.91	MT10	57	4.07
4	46	3.83	MT9	56	4.00
3	45	3.75	MT3	55	3.92
10	44	3.66	MT7	53	3.78
6	43	3.58	MT4	52	3.71
11	43	3.58	MT11	48	3.42
5	42	3.50	MT8	47	3.35
12	42	3.50	MT1	44	3.14
8	41	3.41	MT5	43	3.07
9	41	3.41	MT6	43	3.07
13	41	3.41			
7	40	3.33			

Fuente: Elaboración propia.

Es importante dar claridad sobre la relevancia del manejo de los colores para el análisis de las tablas 3.7 y 3.8, como estrategia de categorización y cuantificación de tal manera que el color rojo corresponde a un nivel de coincidencia bajo, escalonado entre los valores de 0 a 2,99, el color amarillo representa un nivel de coincidencia de indiferencia, escalonado entre las valoraciones de 3 a 3,99, y el color verde corresponde a un nivel de coincidencia alta escalonado entre las valoraciones de 4 a 5.

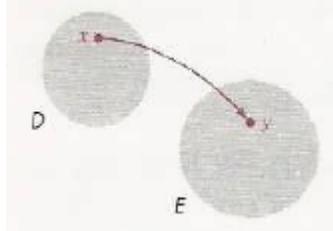
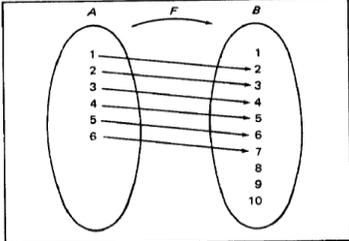
Para efectuar el análisis de la variable incidencia, se realiza una contrastación entre la puntuación de coincidencia de respuestas de interpretación de los estudiantes y la intencionalidad del docente, y la puntuación de la intencionalidad del docente y la

definición formal tomada del libro de referencia. Dicho análisis se registra, en las siguientes tablas mostrando de manera simultánea la categorización y cuantificación de los resultados obtenidos entre la intencionalidad del docente para conceptualizar y contextualizar el concepto de función y a la definición formal del libro de referencia.

**Tabla 3.9: Tabla de coincidencia Intencionalidad del docente grupo #1 – Definición formal del libro**

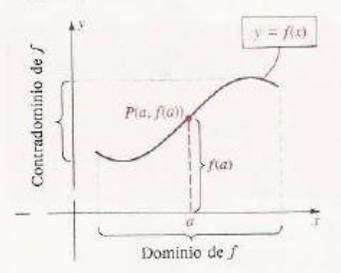
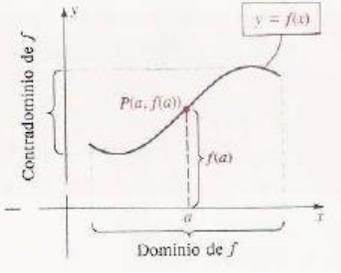
referente.

COINCIDENCIA INTENCIONALIDAD PROFESOR 1 - DEFINICIÓN FORMAL.					
TIPO DE METÁFORA	FRASE METAFÓRICA	INTENCIÓN DEL DOCENTE	DEFINICIÓN FORMAL	CONCORDANCIA INTENCIÓN DEFINICIÓN	JUSTIFICACIÓN
M 1	<i>“Que siempre que haya una correspondencia entre dos conjuntos, entre un conjunto A y un conjunto B de la correspondencia se conoce como una...relación”</i>	Una relación es una correspondencia entre los elementos de dos conjuntos.	La noción de correspondencia aparece frecuentemente en la vida diaria. Por ejemplo, a cada libro de una biblioteca le corresponde un número de páginas; a cada ser humano le corresponde una fecha de nacimiento; si se registra la temperatura del aire a lo largo de un día, entonces a cada instante de tiempo le corresponde una temperatura. Estos ejemplos de correspondencia involucran dos conjuntos D y E. En el primer ejemplo D denota el conjunto de los libros de la biblioteca y E es el conjunto de los enteros positivos. A cada libro x en D le corresponde un entero positivo y en E, el número de páginas del libro.	5	

			 <p>(Calculo con Geometría analítica, Earl Swokowski, 1989, pag 29)</p>		
M 2	<p><b>“Cuando estoy hablando de una función estoy hablando de que es una relación pero lo contrario No se cumple, es decir que yo no puedo decir que toda relación sea una función”</b></p>	<p>Una función es un caso particular de una relación.</p>	<p>Una función es una relación <math>f</math> entre dos conjuntos <math>D</math> y <math>W</math>, en la cual a cada elemento de <math>D</math> se le asigna un elemento determinado de <math>W</math>, simbólicamente <math>f: x \rightarrow f(x)</math>, <math>x \in D</math> o también <math>y = f(x)</math>, <math>x \in D</math>. (Matemáticas, Manfred Hoffmann, 2013, pag 103)</p>	5	
M 3	<p><b>“En una función sólo se puede dar una correspondencia de los elementos del Rango con los elementos del dominio pero en una relación los elementos del Rango pueden tener una o varias relaciones, relaciones con los elementos del dominio”</b></p>	<p>Una función se caracteriza porque los elementos del conjunto de partida tienen cada uno, una única imagen en el conjunto de llegada.</p>	<p>Una función es una relación en la que todos los elementos de un conjunto llamado dominio son transformados en un único elemento de un conjunto llamado rango. El conjunto <math>A</math> es el dominio de la función. El conjunto <math>B</math> se denomina el conjunto de llegada de la función.</p>  <p>(Matemáticas universitarias, cuarta edición-Carl B Allendoerfer, 1990, pag 205)</p>	5	
	<p><b>“Yo cojo un elemento de un conjunto de partida y hago una correspondencia ¿con quién? .....con un conjunto ¿de qué? .....de llegada”</b></p>	<p>Se establece una correspondencia entre elementos del conjunto de partida y el</p>	<p>La definición de función es esencialmente la siguiente: Dados dos conjuntos de objetos, el conjunto <math>X</math> y el conjunto <math>Y</math>, una función es una ley que asocia a cada objeto de <math>X</math> uno</p>	5	

M 4		conjunto de llegada.	y sólo un objeto en Y. (Calculo Volumen 1, Apóstol, pag 62)		
M 5	<i>“Cuando usted tiene dos conjuntos el conjunto de partida es el dominio y el conjunto de llegada es el recorrido y cuando todos los elementos de ese recorrido tienen una relación con todos los elementos del dominio entonces se llama Rango”</i>	Los elementos del conjunto de partida que tienen una correspondencia, hacen parte del dominio de la función, de igual manera, los elementos del conjunto de llegada que tienen o son imágenes hacen parte del rango.	El conjunto de todos los primeros componentes de una relación, que pertenece a A, Se llama dominio. El conjunto de todos los segundos componentes de una relación, que pertenece a B, se llama rango. (Matemáticas universitarias, cuarta edición-Carl B Allendoerfer pag 204)	5	
M 6	<i>“A cada elemento de X le corresponde un elemento de Y Pero en cambio los elementos de Y pueden estar relacionados con varios elementos de X En palabras normalitas para nuestro ejemplo las mujeres pueden tener varios novios y los hombres.....solamente uno porque los elementos del conjunto de partida solamente pueden tener una relación”</i>	Analogía para entender el concepto de función y relación.	Una función $f$ de un conjunto $D$ a un conjunto $E$ es una correspondencia que asigna a cada elemento $x$ de $D$ un elemento único $y$ de $E$ . (Calculo con Geometría analítica, Earl Swokowski, 1989, pag 30)	5	
M 7	<i>“donde hay un conjunto de salida y un conjunto de llegada y hay una.....correspondencia”</i>	Todos los elementos del conjunto de partida que tengan una correspondencia con un elemento del conjunto de llegada hacen parte de la relación.	Dados dos conjuntos de objetos, el conjunto $X$ y el conjunto $Y$ , una función es una ley que asocia a cada objeto de $X$ uno y solo un objeto en $Y$ . El conjunto $X$ se denomina el dominio de la función. Los objetos de $Y$ , asociados con los objetos en $X$ forman otro conjunto denominado el recorrido de la función. Este puede ser todo el conjunto $Y$ , pero no es	5	

			necesario.) (Calculo Volumen 1, Apóstol, 1999, pag 62)		
M 8	<i>“El conjunto de llegada, porque es hacia dónde está direccionada entre el primer conjunto, el segundo o conjunto de llegada y a esos elementos que están relacionados con el conjunto de partida se le llaman rango”</i>	Los elementos del conjunto de llegada hacen parte del rango.	Un subconjunto del producto cartesiano $A \times B$ es una relación $r$ de $A$ en $B$ . Las parejas ordenadas de dicho subconjunto satisfacen la condición dada por $r$ . El conjunto de todos los primeros componentes de una relación, que pertenece a $A$ , se llama dominio. El conjunto de todos los segundos componentes de una relación, que pertenecen a $B$ , se llama rango. (Matemáticas universitarias, cuarta edición-Carl B Allendoerfer, 1990, pag 204)	5	
M 9	<i>“Relación o función es una función y en el caso de que Sebastián tengan dos novias que sólo es una relación para que sea función que hay que hacer hay que quitarle una de las novias a Sebastián, ahora esa relación si es función”</i>	Analogía para entender el concepto de relación y función.	La noción de correspondencia aparece frecuentemente en la vida diaria. Por ejemplo, a cada libro de una biblioteca le corresponde un número de páginas; a cada ser humano le corresponde una fecha de nacimiento; si se registra la temperatura del aire a lo largo de un día, entonces a cada instante de tiempo le corresponde una temperatura. (Calculo con Geometría analítica, Earl Swokowski, 1989, pag 29)	5	
M 10	<i>“Ósea que Quiénes son las beneficiadas aquí son las mujeres porque ellas sí pueden tener dos relaciones pero para que sea función los hombres solamente pueden tener una sola novia si un hombre como Óscar que tiene dos relaciones”</i>	Un ejemplo para mejorar el nivel de atención de los estudiantes.	La noción de correspondencia aparece frecuentemente en la vida diaria. Por ejemplo, a cada libro de una biblioteca le corresponde un número de páginas; a cada ser humano le corresponde una fecha de nacimiento; si se registra la temperatura del aire a lo largo de un día, entonces a cada instante de tiempo le corresponde una temperatura. (Calculo con Geometría	5	

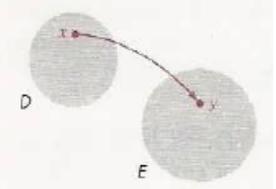
			analítica, Earl Swokowski, 1989, pag 29)		
M 11	<i>“Hay una manera en el plano cartesiano para identificar de manera gráfica si tenemos una relación y una función”</i>	Otra forma de visualizar si la correspondencia entre los elementos de dos conjuntos es una relación o una función.	Es importante notar que como hay un valor único $f(a)$ para cada $a$ en el dominio, sólo hay un punto de la gráfica que tiene abscisa $a$ . Por lo tanto, toda recta vertical corta a la gráfica de una función a lo más en un punto. Entonces una gráfica a la que alguna recta vertical corte en más de un punto, como en el caso de una circunferencia, no puede ser la gráfica de una función.  	5	
M 12	<i>“Cuando usted traza una línea vertical y la Gráfica se corta en dos puntos es una relación pero no una función, para que esta circunferencia puede ser una función tendríamos que dibujar sólo la mitad”</i>	Para determinar si la relación es una función se puede trazar una línea recta vertical para determinar cuántas imágenes puede tener un elemento del conjunto de partida.	Es importante notar que como hay un valor único $f(a)$ para cada $a$ en el dominio, sólo hay un punto de la gráfica que tiene abscisa $a$ . Por lo tanto, toda recta vertical corta a la gráfica de una función a lo más en un punto. Entonces una gráfica a la que alguna recta vertical corte en más de un punto, como en el caso de una circunferencia, no puede ser la gráfica de una función.  	5	

			(Calculo con Geometría analítica, Earl Swokowski, 1989, pag 34)		
--	--	--	---	--	--

Fuente: Elaboración propia.

**Tabla 3.10: Tabla de coincidencia Intencionalidad del docente grupo #2 – Definición formal del libro referente**

<b>COINCIDENCIA INTENCIONALIDAD PROFESOR GRUPO 2 - DEFINICIÓN FORMAL.</b>					
<b>TIPO DE METÁFORA</b>	<b>FRASE METAFÓRICA</b>	<b>INTENCIÓN DEL DOCENTE</b>	<b>DEFINICIÓN FORMAL</b>	<b>CONCORDANCIA INTENCIÓN DEFINICIÓN</b>	<b>JUSTIFICACIÓN</b>
<b>M<sub>1</sub></b>	<i>“Cualquier tipo de correspondencia entre el conjunto A y el conjunto B es una relación, no importa que A tenga más de una relación o que el elemento c tenga más de una relación.”</i>	La correspondencia entre elementos de dos conjuntos determina una relación.	La noción de correspondencia aparece frecuentemente en la vida diaria. Por ejemplo, a cada libro de una biblioteca le corresponde un número de páginas; a cada ser humano le corresponde una fecha de nacimiento; si se registra la temperatura del aire a lo largo de un día, entonces a cada instante de tiempo le corresponde una temperatura. Estos ejemplos de correspondencia involucran dos conjuntos D y E. En el primer ejemplo D denota el conjunto de	5	

			<p>los libros de la biblioteca y E es el conjunto de los enteros positivos. A cada libro x en D le corresponde un entero positivo y en E, el número de páginas del libro.</p>  <p>(Calculo con Geometría analítica, Earl Swokowski, 1989, pag 29)</p>		
<b>M<sub>2</sub></b>	<p><i>“Estamos hablando del producto A x B, donde A, pues deben ser los elementos del conjunto de partida y B los elementos del conjunto de llegada.”</i></p>	<p>El producto cartesiano A x B, determina relaciones entre elementos de dos conjuntos.</p>	<p>Un subconjunto del producto cartesiano AXB es una relación r de A en B. Las parejas ordenadas de dicho subconjunto satisfacen la condición dada por r. El conjunto de todos los primeros componentes de una relación, que pertenece a A, se llama dominio. El conjunto de todos los segundos componentes de una relación, que pertenecen a B, se llama rango. (Matemáticas universitarias, cuarta edición-Carl B Allendoerfer, 1990, pag 204)</p>	5	
	<p><i>“Cualquier subconjunto de estos que corresponda a una relación</i></p>	<p>Se tiene un conjunto universal a los números reales y cualquier</p>	<p>En calculo elemental tiene interés considerar en primer lugar, aquellas funciones en las que el dominio y el</p>	5	

M <sub>3</sub>	<p><i>es un subconjunto de un producto cartesiano y ese producto cartesiano son números que van de los reales a los reales.”</i></p>	<p>relación entre los elementos de dos conjuntos se puede ubicar en el plano cartesiano.</p>	<p>recorrido son conjuntos de números reales. Estas funciones se llaman funciones de variable real o más brevemente funciones reales y se pueden representar geoméricamente mediante una gráfica en el plano xy. Se representa el dominio X en el eje x, y a partir de cada punto x de X se representa el punto (x,y) donde <math>y=f(x)</math>. La totalidad de los puntos (x,y) se denomina gráfica de la función. (Calculo Volumen 1, Apóstol, 1999, pag 62)</p>		
M <sub>4</sub>	<p><i>“Usted cada vez que establece una relación entre A y B, usted lo que va a encontrar es un subconjunto del producto cartesiano ¿por qué?...porqu e estas son parejas que usted puede ubicar ¿dónde?...En el plano cartesiano.”</i></p>	<p>El producto cartesiano da la posibilidad de acceder a los estudiantes al concepto de relación.</p>	<p>Un subconjunto del producto cartesiano AXB es una relación r de A en B. Las parejas ordenadas de dicho subconjunto satisfacen la condición dada por r. El conjunto de todos los primeros componentes de una relación, que pertenece a A, se llama dominio. El conjunto de todos los segundos componentes de una relación, que pertenecen a B, se llama rango. (Matemáticas universitarias, cuarta edición-Carl B Allendoerfer, 1990, pag 204)</p>	5	
	<p><i>“En el momento que un hombre tenga dos novias, ósea</i></p>	<p>Es una relación.</p>	<p>Una función es un conjunto de pares ordenados de números (x,y) en los que no existen dos pares</p>	5	

M <sub>5</sub>	<i>dos imágenes, ya no es ¿qué?...Ya no es función, es relación.”</i>		ordenados diferentes con el mismo primer número. El conjunto de todos los valores admisibles de x se denomina dominio de la función, y el conjunto de todos los valores resultantes de y recibe el nombre de “contradominio” de la función. (Leithold, 1998, pag 3)		
M <sub>6</sub>	<i>“El primer elemento de la parejita ordenada es el valor de X,...El segundo es Y....Entonces por eso es que se dice, que cuando usted tiene una relación, esa relación es un subconjunto de ¿quién?.....D el producto cartesiano ¿por qué?...porqu e esos elementos que acabo aquí de nombra ¿usted los puede ubicar dónde?...en el plano cartesiano.”</i>	Las parejas ordenadas representan puntos en el plano cartesiano determinados por una determinada correspondencia.	En calculo elemental tiene interés considerar en primer lugar, aquellas funciones en las que el dominio y el recorrido son conjuntos de números reales. Estas funciones se llaman funciones de variable real o más brevemente funciones reales y se pueden representar geoméricamente mediante una gráfica en el plano xy. Se representa el dominio X en el eje x, y a partir de cada punto x de X se representa el punto (x,y) donde y=f(x). La totalidad de los puntos (x,y) se denomina gráfica de la función. (Calculo Volumen 1, Apóstol, 1999, pag 62)	5	
	<i>“Ese conjunto de donde voy a establecer esa correspondencia, el</i>	Una pareja ordenada está dada por una correspondencia que se ha establecido	Un subconjunto del producto cartesiano AXB es una relación r de A en B. Las parejas ordenadas de dicho subconjunto satisfacen	5	

<p><b>M<sub>7</sub></b></p>	<p><i>conjunto de partida, y el conjunto con el cual lo estoy relacionando es el, ¿conjunto de qué?...De llegada.”</i></p>	<p>entre los elementos de dos conjuntos.</p>	<p>la condición dada por r. El conjunto de todos los primeros componentes de una relación, que pertenece a A, se llama dominio. El conjunto de todos los segundos componentes de una relación, que pertenecen a B, se llama rango. (Matemáticas universitarias, cuarta edición-Carl B Allendoerfer, 1990, pag 204)</p>		
<p><b>M<sub>8</sub></b></p>	<p><i>“Que en el conjunto de llegada un elemento sea la imagen de dos ¿qué?..... de dos elementos del conjunto de partida, es decir, de acuerdo al ejemplo puede suceder que una mujer tenga dos, ¿dos qué?...Dos novios...Si dos novios, y sigue siendo entonces es una ¿qué?...Una función...Con palabras más claras, ahora si ¿qué es una función?...Es una relación especial.”</i></p>	<p>Determinar si se ha comprendido el concepto de relación y función.</p>	<p>La restricción de que dos pares ordenados no pueden tener el mismo primer número asegura que y es único para cada valor específico de x. Los símbolos x y y denotan variables. Debido a que el valor de y depende de la elección de x, x denota a la variable independiente mientras que y representa a la variable dependiente. (Leithold, 1998, pag 4)</p>	<p>5</p>	

<p><b>M<sub>9</sub></b></p>	<p><i>“como el 3 está libre no hace parte del rango, entonces como se llamaran todos estos elementos del conjunto de llegada hacen parte del codominio, pero solo los elementos que tiene alguna relación son los elementos que forman el rango y en el conjunto de partida los elementos que tiene correspondencia, ósea que tiene una relación.”</i></p>	<p>El codominio son todos los elementos del conjunto de llegada.</p>	<p>Una función es un conjunto de pares ordenados de números (x,y) en los que no existen dos pares ordenados diferentes con el mismo primer número. El conjunto de todos los valores admisibles de x se denomina dominio de la función, y el conjunto de todos los valores resultantes de y recibe el nombre de “contradominio” de la función. (Leithold, 1998, pag 3)</p>	<p>5</p>	
<p><b>M<sub>10</sub></b></p>	<p><i>“En el plano cartesiano usted puede ubicar todas las parejas que quiera cierto, solo que en una relación uno ubica las parejas con cierta ¿qué?....., con cierta condición.”</i></p>	<p>Al establecer un producto cartesiano, se establece una condición para realizar la correspondencia.</p>	<p>Un subconjunto del producto cartesiano AXB es una relación r de A en B. Las parejas ordenadas de dicho subconjunto satisfacen la condición dada por r. El conjunto de todos los primeros componentes de una relación, que pertenece a A, se llama dominio. El conjunto de todos los segundos componentes de una relación, que pertenecen a B, se llama rango. (Matemáticas universitarias, cuarta edición-Carl B Allendoerfer, 1990, pag 204)</p>	<p>5</p>	

<p><b>M<sub>11</sub></b></p>	<p><i>“¿ósea que todas las respuestas se forman en un plano cartesiano?... Siüüü, listo, entonces vean hay un tipo de relación especial, ¿que se llama qué?...Función.”</i></p>	<p>Las parejas que se establecen a partir de un producto cartesiano se pueden ubicar en el plano cartesiano.</p>	<p>Un subconjunto del producto cartesiano <math>A \times B</math> es una relación <math>r</math> de <math>A</math> en <math>B</math>. Las parejas ordenadas de dicho subconjunto satisfacen la condición dada por <math>r</math>. El conjunto de todos los primeros componentes de una relación, que pertenece a <math>A</math>, se llama dominio. El conjunto de todos los segundos componentes de una relación, que pertenecen a <math>B</math>, se llama rango. (Matemáticas universitarias, cuarta edición-Carl B Allendoerfer, 1990, pag 204)</p>	<p>5</p>	
<p><b>M<sub>12</sub></b></p>	<p><i>“Vamos a tomar cuatro hombres por ejemplo: Mauricio, .....Profe Miguel, Pedrito, Víctor y Juan....Víctor y Juan, y aquí vamos a tomar cuatro mujeres Isabel, Valentina y Ángela, entonces ojo, ¿cuándo una relación es función?, para que me entiendan y en este ejemplo que voy hacer,</i></p>	<p>Una relación donde se establece la regla que cada elemento del conjunto de partida tenga una única imagen se llama función.</p>	<p>La definición de función es esencialmente la siguiente: Dados dos conjuntos de objetos, el conjunto <math>X</math> y el conjunto <math>Y</math>, una función es una ley que asocia a cada objeto de <math>X</math> uno y sólo un objeto en <math>Y</math>. (Calculo Volumen 1, Apóstol, pag 62)</p>	<p>5</p>	

<p><i>como cosa rara las mujeres van a salir ganando, digamos que Miguel es novio de Valentina, y digamos que Pedro es novio de Ángela, vea ¿sí o no?, y digamos que Víctor es novio de Isabel, y Juan con Daniela, ojo miren que aquí los hombres solamente tienen una novia, ¿cuando eso sucede, es una qué?....Una función especial.”</i></p>					
--	--	--	--	--	--

Fuente: Elaboración propia.

La información que se presenta en las tablas anteriores 3.9 y 3.10 hace referencia a las diferentes frases metafóricas extraídas del discurso que el docente empleo para conceptualizar y contextualizar el concepto de función, la intencionalidad del docente con cada una de estas frases, las definiciones formales de los libros referentes seleccionados y su respectiva categorización y cuantificación según la escala de Likert.

**Tabla 3.11: Tabla de incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente Grupo #1.**

<b>METÁFORA</b>	<b>Puntuación de coincidencia respuestas estudiantes - profesor 1</b>	<b>Puntuación de coincidencia intencionalidad profesor 1 - Definición formal</b>	<b>Tipo de incidencia</b>
<b>MT2</b>	4.42	5	Positiva
<b>MT4</b>	4.28	5	Positiva
<b>MT10</b>	4.28	5	Positiva
<b>MT1</b>	4.23	5	Positiva
<b>MT5</b>	4.23	5	Positiva
<b>MT6</b>	4.23	5	Positiva
<b>MT9</b>	4.23	5	Positiva
<b>MT3</b>	4.14	5	Positiva
<b>MT8</b>	4.09	5	Positiva
<b>MT11</b>	3.95	5	Negativa
<b>MT12</b>	3.71	5	Negativa
<b>MT7</b>	3.52	5	Negativa

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla se registra el tipo de incidencia entre la coincidencia respuestas estudiantes - profesor Grupo #1 y coincidencia intencionalidad profesor Grupo #1 - Definición formal, la cual refleja un tipo de incidencia POSITIVA EN UN 75% DE LAS METÁFORAS ANALIZADAS Y UNA INCIDENCIA NEGATIVA EN UN 25%, teniendo como referente de análisis la escala de Likert.

**Tabla 3.12: Tabla de incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente Grupo #2.**

<b>METÁFORA</b>	<b>Puntuación de coincidencia respuestas estudiantes - profesor 1</b>	<b>Puntuación de coincidencia intencionalidad profesor 1 - Definición formal</b>	<b>Tipo de incidencia</b>
<b>MT12</b>	4.21	5	Positiva
<b>MT2</b>	4.14	5	Positiva
<b>MT10</b>	4.07	5	Positiva
<b>MT9</b>	4.00	5	Positiva
<b>MT3</b>	3.92	5	Negativa
<b>MT7</b>	3.78	5	Negativa
<b>MT4</b>	3.71	5	Negativa
<b>MT11</b>	3.42	5	Negativa
<b>MT8</b>	3.35	5	Negativa
<b>MT1</b>	3.14	5	Negativa
<b>MT5</b>	3.07	5	Negativa
<b>MT6</b>	3.07	5	Negativa

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla se registra el tipo de incidencia entre la coincidencia respuestas estudiantes - profesor Grupo #2 y coincidencia intencionalidad profesor Grupo #1 - Definición formal, la cual refleja un tipo de incidencia POSITIVA EN UN 33,3% DE LAS METÁFORAS ANALIZADAS Y UNA INCIDENCIA NEGATIVA EN UN 66.6%, teniendo como referente de análisis la escala de Likert.

## **CAPITULO 4**

### **4 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

#### **4.1 Resultados**

Realizando un análisis más preciso de los resultados obtenidos en el nivel de coincidencia valorado horizontalmente desde las puntuaciones alcanzadas por cada estudiante y verticalmente desde la cuantificación obtenida en cada frase metafórica empleada por el docente para conceptualizar y contextualizar el concepto de función en el grupo #1 (estudiantes del énfasis académico), información registrada en la tabla 3.7, de la cual se puede deducir lo siguiente:

- El 71,4% de los estudiantes participante de la clase de observación y a los cuales se les aplico el cuestionario mostraron una coincidencia alta entre su interpretación y la intencionalidad del docente con las frases metafóricas extraídas de su discurso.
- El 28,57% de los estudiantes presentaron una puntuación de indiferencia, la cual se interpreta como un aspecto de alguna manera desfavorable, porque este hecho refleja algún tipo de confusión en el proceso de comprensión.

- El 0% de los estudiantes de los estudiantes del grupo#1 observado presentan un nivel de coincidencia bajo, lo que se considera como un aspecto positivo con respecto al proceso de comprensión de los estudiantes.

- El 75% de las frases metafóricas empleadas por el docente en su discurso para conceptualizar y contextualizar el concepto de función, obtuvieron un nivel de coincidencia alto entre la intencionalidad del docente y la interpretación de los estudiantes, lo que refleja que el docente empleo un lenguaje asertivo en el proceso comunicativo.

- El 14,28% de las frases metafóricas extraídas del discurso del docente una puntuación de indiferencia lo que evidencia que presente alguna dificultad en el proceso comunicativo en el aula.

Para los datos obtenidos con la observación del grupo#2 registrada en la tabla 3.8

- El 14,28 % de los estudiantes a los cuales se les aplico el cuestionario presentaron una coincidencia alta entre su interpretación y la intencionalidad del docente con las frases metafóricas extraídas de su discurso.

- El 85,71% de los estudiantes mostraron una puntuación de indiferencia, la cual se interpreta como un aspecto de alguna manera desfavorable, porque este hecho refleja algún tipo de confusión en el proceso de comprensión.
- El 0% de los estudiantes de los estudiantes del grupo#2 observado presentan un nivel de coincidencia bajo, lo que se considera como un aspecto positivo con respecto al proceso de comprensión de los estudiantes.
- El 33,3% de las frases metafóricas empleadas por el docente en su discurso para conceptualizar y contextualizar el concepto de función, obtuvieron un nivel de coincidencia alto entre la intencionalidad del docente y la interpretación de los estudiantes, lo que refleja que el docente empleo un lenguaje asertivo en el proceso comunicativo.
- El 66,6% de las frases metafóricas extraídas del discurso del docente una puntuación de indiferencia lo que evidencia que presente alguna dificultad en el proceso comunicativo en el aula.

A partir del anterior análisis, se realizó un contraste entre la intencionalidad del docente y la definición formal de los libros seleccionados como textos referentes, teniendo como punto de partida las frases metafóricas empleadas por el docente en su discurso con ambos grupos de observación, dicha información base se encuentra

registrada en las tablas 3.9 y 3.10. Esta información propicia el análisis del tipo de incidencia de cada una de las frases metafóricas creadas e implementadas por el docente en su discurso de conceptualización y contextualización del concepto de función. Dicho análisis de incidencia se encuentra registrado en las tablas 3.11 y 3.12, de donde se puede deducir lo siguiente:

La incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente en el grupo #1 (estudiantes con énfasis académico) se encuentra en la tabla 3.11,

- El 75 % de las frases metafóricas diseñadas y empleadas por el docente en su discurso de conceptualización y contextualización del concepto de función, alcanzaron un nivel de coincidencia alta entre la intencionalidad del docente, la interpretación de los estudiantes y la definición formal del libro referente, dicho porcentaje representa un nivel de incidencia positiva.

- El 25% de las frases metafóricas extraídas del discurso del docente, alcanzaron un nivel de coincidencia indiferente entre la intencionalidad del docente y la interpretación de los estudiantes, y una coincidencia alta entre la intencionalidad del docente y la definición formal del libro de referencia, lo que representa una incidencia negativa.

- Es importante resaltar que el 100 % de las metáforas empleadas por el docente en su discurso de contextualización obtuvieron una coincidencia alta entre la

puntuación de intencionalidad del docente y la definición formal del libro de referencia, lo que representa un buen manejo de conceptos por parte del docente orientador desde la rigurosidad de la disciplina matemática.

La incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente en el grupo #2 (estudiantes con énfasis militar) se encuentra en la tabla 3.12,

- El 33,3 % de las frases metafóricas diseñadas y empleadas por el docente en su discurso de conceptualización y contextualización del concepto de función, alcanzaron un nivel de coincidencia alta entre la intencionalidad del docente, la interpretación de los estudiantes y la definición formal del libro referente, dicho porcentaje representa un nivel de incidencia positiva.
- El 66,6% de las frases metafóricas extraídas del discurso del docente, alcanzaron un nivel de coincidencia indiferente entre la intencionalidad del docente y la interpretación de los estudiantes, y una coincidencia alta entre la intencionalidad del docente y la definición formal del libro de referencia, lo que representa una incidencia negativa.
- Es importante resaltar que el 100 % de las metáforas empleadas por el docente con el grupo de estudiantes del énfasis militar, en su discurso de contextualización obtuvieron una coincidencia alta entre la puntuación de intencionalidad

del docente y la definición formal del libro de referencia, lo que representa un buen manejo de conceptos por parte del docente orientador desde la rigurosidad de la disciplina matemática.

## **4.2 Conclusiones**

Después de analizar todos los resultados obtenidos en el transcurso de esta exploración y teniendo claridad acerca del objetivo central de esta investigación se concluye lo siguiente:

Inicialmente es importante dar claridad sobre el contexto de la investigación, pues en este caso en particular se realizaron las observaciones de clase con dos grupos de estudiantes con énfasis curriculares diferentes, un grupo académico y un grupo militar orientados por el mismo docente, es decir, diferentes grupos con condiciones comunes para este caso se tiene el mismo docente orientador y el mismo objeto matemático de estudio, que para este caso fue el concepto de función.

Cabe destacar que el docente orientador del colegio Militar General Rafael Reyes de la ciudad de Pereira observado para la investigación presenta una formación como licenciado en Matemáticas y Física de la Universidad Tecnológica de Pereira, con especialización en Formulación de Proyectos Pedagógicos de la Universidad de Antioquia y con 21 años de experiencia en la carrera docente, aspectos que nutren la formación del docente y fortalecen su quehacer pedagógico en la implementación de

estrategias pedagógicas, hecho que se evidencio de manera particular en cada una de las frases metafóricas estructuradas e implementadas por el docente en su discurso de conceptualización y contextualización del concepto de función para la orientación de dicho concepto en el aula de clase y las cuales fueron extraídas de su argumentación, para realizar el análisis del acto comunicativo desarrollado.

Es importante tener presente que los procesos de enseñanza deben generar posibilidades de construcción de conocimiento considerando la imaginación como una herramienta esencial que refuerza la estructura de la razón, para fortalecer y potencializar procesos de conceptualización y contextualización desde lo que proporciona la sociedad, la cultura y el sentir colectivo que se refleja en las diversas construcciones matemáticas, donde las metáforas toman un protagonismo relevante, pues a través de ellas se establece una relación funcional de semejanza entre dos términos uno rigurosamente matemático y otro “cotidiano” por medio de alguna característica o cualidad entre ambos que facilite una conexión practico-conceptual que propicie un verdadero aprendizaje.

Las frases implementadas por el docente en su discurso en un 75% fueron asertivas logrando un nivel de coincidencia alta entre su intencionalidad y las interpretaciones de los estudiantes, lo que muestra un buen nivel de comprensión del concepto orientado y una comunicación efectiva en este caso, adicionalmente y no menos importante un nivel de coincidencia alta entre la intencionalidad del docente y la definición formal de libro referente alcanzando un 100% de la puntuación, situación que

refleja el buen manejo del concepto desde la rigurosidad matemática y el acto comunicativo pedagógico, en pro de facilitar los procesos de aprendizajes.

La gran mayoría de los estudiantes al momento de contestar el cuestionario manifestaron entender las explicaciones del docente con respecto al concepto de función, afirmando que el lenguaje utilizado era claro y comprensible, de tal manera que era fácil entender lo que el docente quería decir.

Por ello el lenguaje empleado en la construcción del discurso del docente debe contemplar varios factores relevantes para su modelación como lo son: el imaginario de los estudiantes a quien va dirigida la clase, la lectura del contexto involucrado, el imaginario del docente y la intencionalidad del docente, sin olvidar nunca la rigurosidad misma de los conceptos matemáticos.

Teniendo en cuenta todo lo anterior se infiere que el lenguaje empleado por el docente en su discurso conceptual en el aula de clase representa es un factor decisivo para optimizar la comunicación efectiva con el fin de facilitar el proceso de aprendizaje.

#### **4.3 Recomendaciones y cuestiones abiertas**

Teniendo en cuenta toda la información referenciada durante el proceso investigativo se efectúan algunas recomendaciones como producto del proceso investigativo:

Con el fin de generar una incidencia positiva en los procesos de aprendizaje dentro del aula de clase a partir del discurso de docente en el aula de clase, es importante impactar varios aspectos que transformen el quehacer del docente desde el acto comunicativo:

- El docente debe realizar una lectura previa del contexto, considerando una posible contextualización del concepto, reflexionando posibles ejemplificaciones que se acoplen al imaginario de los estudiantes involucrados y que sean familiares a su lenguaje y cotidianidad, sin perder el rigor matemático.

- Es importante realizar con los estudiantes un diagnóstico de los conceptos previos requeridos para abordar el nuevo concepto, generando así un punto de partida para el proceso de construcción de conocimiento.

- Definir palabras y conceptos claves para diseñar un andamiaje sólido que propicie la construcción de conocimiento, es decir, generar un lenguaje común entre el docente y sus estudiantes que facilite la comunicación.

- Siempre que el docente presente conceptos, ejemplos, situaciones a analizar y/o diferentes escenarios de aplicación, es importante que verifique la interpretación de los estudiantes, solicitando que sea el propio estudiante quien con sus palabras y desde su propia percepción describa lo comprendido y de igual forma

proponga un ejemplo que permita visualizar su nivel de interpretación y manejo del concepto en diferentes escenarios de aplicación.

- Realizar siempre al terminar la clase un proceso de retroalimentación que permita generar un espacio de interacción con los estudiantes donde se depure todo lo trabajado, para propiciar una base sólida de avance hacia la construcción sólida de un conocimiento.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2013). Ministerio de Educación Nacional.

Caminos del saber grado 11. (2013). Editorial Santillana. Santa fe de Bogotá, Colombia.

Apóstol, T. Cálculo. Vol 1.

Acevedo, J. (2007). Fenómenos relacionados con el uso de metáforas en el discurso del profesor. El caso de las gráficas de funciones. Universidad de Barcelona.

Apóstol, T. (1976). Análisis matemático. 2da edición. Barcelona. Editorial reverte s.a.

Aristóteles (1974), Poética. Trilingüe de V. García Yebra, Madrid, Gredos.

Beare, H.; Caldwell, B. J. y Millikan, R. H. (1992). *Cómo conseguir centro de calidad. Nuevas técnicas de dirección*. Madrid: La Muralla.

Bustos, E. (2002). *La metáfora y la filosofía contemporánea del lenguaje*.  
Disponible en: [http://www.antroposmoderno.com/antro-version-imprimir.php?id\\_articulo=150](http://www.antroposmoderno.com/antro-version-imprimir.php?id_articulo=150)

Deignan, A. (2005). *Metaphor and Corpus linguistics*. Amsterdam, Jhon Benjamins.

Distéfano, M. Aznar, M & Pochulu, M. (2012). Errores asociados a la representación geométrica-vectorial de números complejos: un análisis ontosemiótico. *Revista Iberoamérica de educación matemática*.

Eco, U. (1984). *Semiotics and the Philosophy of Language*. London, Macmillan.

Font, Vicenç, Acevedo & Nanclares. (2001). *Fenómenos relacionados con el uso de metáforas en el discurso del profesor. El caso de las gráficas de funciones*. Departamento de Didáctica de las CCEE y de la Matemática. Universidad de Barcelona.

Font, Godino, Planas & Acevedo. (2009). the object metaphor and synecdoche in mathematics classroom discourse.

Forceville, C y Urios-Aparisi, E. (2009). Multimodal Metaphor. Berlin, Mouton de Gruyter.

Lakoff, George Y Jhonson. (1995). Metáforas de la vida cotidiana. (2da ed.).

Lakoff, G. Núñez, R. (2000). Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being. New York.

Leger, P. gálvez, G. Inostroza, M. Cubillos, L. Luci, G. Tanter, E. Cosmelli, D. Soto, J. (2014). Ecocam, un sistema computacional adaptable al contexto para promover estrategias de cálculo mental: características de su diseño y resultados preliminares. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.

Lizcano, M. (1999). La metáfora como analizador social. EMPIRIA, Revista de metodología de Ciencias Sociales. N° 2, 1999, pp. 29-60. Disponible en: <http://es.scribd.com/doc/92851346/La-Metafora-Como-Analizador-Social>.

Lizcano, E. (2006). Imaginario colectivo y análisis metafórico. En *Metáforas que nos piensan*.

Nietzsche, F. (1873). *Verdad y mentira en sentido extramoral*. Buenos Aires, Ediciones prestigio.

Pimm, D. (2003). *El lenguaje matemático en el aula*. (3ra ed.). Madrid: Morata.

Pochulu, M. Abrate, R. Font, V. (2008). *Implicancias educativas del uso de metáforas en contextos de resolución de ecuaciones*. Universidad Nacional de Villa María - Universidad de Barcelona.

Scheffler, I. (1960). *The language of education*. Illinois, Charles L. Thomas publishers.

Soto, J. (S.F). *La cognición hecha cuerpo florece en metáforas*. Centro de Investigación Avanzada en Educación. Universidad de Chile.

Soriano, C. (S.F). *La metáfora conceptual*.

Romaña, R. (2014). Posibles implicaciones del discurso metafórico docente en el abordaje del concepto de divisibilidad con estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Santa Teresita del municipio de la Victoria (Valle del Cauca). Universidad Tecnológica de Pereira.

Vázquez, R. (2007). Las metáforas: Una vía posible para comprender y explicar las organizaciones escolares y la dirección de centros. REICE. Vol. 5, No. 3, pp. 137-151. Disponible en: <http://rinace.net/arts/vol5num3/art14.pdf>

# ANEXOS

## ANEXOS A

Anexo A. 1 Tabla de codificación abierta, grupo #1.

CODIFICACIÓN ABIERTA #1		
TIPO DE METÁFORA	CATEGORÍA METAFÓRICA	EXPRESIONES METAFÓRICAS
ESTRUCTURAL	1. SE ESTABLECE UNA CONDICIÓN CAUSA-EFECTO.	a) Usted sabe que cuando usted establece unos valores para X obtiene.....otros valores para Y.
		b) Que siempre que haya una correspondencia entre dos conjuntos, entre un conjunto A y un conjunto B de la correspondencia se conoce como una...relación.
		c) En este caso qué números están relacionados con un hombre, ahí vemos que todos los nombres tienen una relación con un número.
		d) Cuando estoy hablando de una función estoy hablando de que una relación pero lo contrario No se cumple, es decir que yo no puedo decir que toda relación sea una función.
		e) Puede suceder que en el conjunto de llegada algunos elementos no estén relacionados con algún elemento del conjunto de partida, los elementos que están relacionados son el rango, pero todos los elementos del conjunto así no estén relacionados se llaman codominio.
	2. ESTABLECE UNA CONDICIÓN DE IDENTIDAD Y EXISTENCIA, ENTRE LOS CONCEPTOS DE RELACIÓN Y CORRESPONDENCIA.	a) Cuando usted habla de relación usted tiene que establecer una correspondencia, ósea, es decir, tratar de identificar que para un determinado valor de X existe ¿Qué?...un valor determinado de Y.
		b) yo cada vez que hablo de relación es una correspondencia que yo establezco.
		c) El conjunto de partida o el dominio ¿por qué?... porque es el elemento que va a establecer una correspondencia.
		d) Todos los nombres tienen correspondencia con una nota determinada; qué podemos decir entonces de esto que es una relación ¿por qué? .....porque hay un conjunto.
		e) En el caso de que Oscar tenga otra novia ya no es función ¿es qué? Relación, pero puede suceder que los elementos del rango tengan varias relaciones, cual es la condición para que sea función que los hombre tengan una sola relación.
	3. ESTABLECE CONDICIONES PARA	a) Algunas relaciones que pueden ser funciones; más adelante vamos a hablar de cuál es la diferencia que hay entre una relación y una función.

	<p><b>RELACIONAR INFORMACIÓN.</b></p>	<p>b) En este caso qué números están relacionados con un hombre, ahí vemos que todos los nombres tienen una relación con un número.</p> <p>c) Hay dos personas que tienen dos números telefónicos, no cierto, ósea que se establecen dos relaciones por ejemplo Mónica tiene dos números de celular igual que nuestra amiga Beatriz tiene dos números de celular, hay una correspondencia entre las personas y los números.</p> <p>d) Hay dos elementos del dominio que tienen doble correspondencia con elementos del rango cierto, y igual es una relación, Entonces está la primera que es una relación que hay entre las notas que saca un estudiante y su valor numérico y la segunda las personas relacionadas con sus números telefónicos.</p> <p>e) Hay una correspondencia entre los elementos de un conjunto y los elementos de otro.</p> <p>f) En una función sólo se puede dar una correspondencia de los elementos del Rango con los elementos del dominio pero en una relación los elementos del Rango pueden tener una o varias relaciones, relaciones con los elementos del dominio.</p>
	<p><b>4. LA CONTEXTUALIZACIÓN DEL CONCEPTO PUEDE SER UNA SITUACIÓN DE PREFERENCIA, QUE PUEDE AGRADAR O NO.</b></p>	<p>a) Podemos decir que para que una relación sea una función se debe cumplir lo siguiente: ojo que los elementos del conjunto de partida Solamente pueden tener una sola relación mire, Juan está relacionado con un solo numerito del conjunto de llegada es decir nuevamente del conjunto de partida solamente cada elemento puede tener una sola relación</p> <p>b) Pero eso no implica que no sea una función es decir los que sí están relacionados con el conjunto de salida son los que se llaman el rango, pero todos los elementos del conjunto de llegada todos toditos son llaman codominio.</p> <p>c) Es una función porque la condición es que estos elementos de acá solamente estén relacionados con una sola mujer donde Camilo tenga otra novia, Entonces ya no es una función.</p> <p>d) Términos sociales según Este ejemplo Las mujeres pueden tener varias relaciones Pero en cambio los hombres solamente pueden tener una sola novia porque en el momento en el que un hombre tenga dos relaciones Entonces ya no es función.</p>
<p><b>OBJETO</b></p>	<p><b>1. UNA RELACIÓN ES UN OBJETO QUE SE PUEDE VISUALIZAR.</b></p>	<p>a) Esos valores que usted gráfica en el plano cartesiano o pueden ser una relación o puede ser.....función.</p> <p>b) Cuando usted habla de relación usted tiene que establecer una correspondencia.</p> <p>c) La primera correspondencia que mostraremos en el cuadro de calificaciones de los estudiantes que</p>

		<p>muestra cual ha sido la calificación que ha obtenido cada uno en una prueba es el dominio,</p> <p>d) Vamos a ver un ejemplo para que les quede claro lo que es una relación.</p> <p>e) Ojo todas las funciones son relaciones.</p>	
	<p><b>2. LA RELACIÓN ES UN OBJETO QUE SE PUEDE MOVER Y PUEDE CAMBIAR DE LUGAR.</b></p>	<p>a) Esa es la relación que se establece entre Juan y su nota es una correspondencia.</p> <p>b) Yo cojo un elemento de un conjunto de partida y hago una correspondencia ¿con quién? .....con un conjunto ¿de qué? .....de llegada.</p> <p>c) Todos los elementos del conjunto de partida se llaman dominio y acá este que es el conjunto de llegada ósea dónde llega la correspondencia, se establecen como el rango o recorrido</p> <p>d) No hay ningún de estos numeritos del conjunto de llegada que este solito todos tienen una ¿qué?.....una relación, con algún elemento del dominio.</p>	
	<p><b>3. UNA CORRESPONDENCIA ES UN OBJETO QUE LE PUEDE PERTENECER A ALGUIEN.</b></p>	<p>a) Todos los nombres tienen correspondencia con una nota determinada.</p> <p>b) Las mujeres pueden tener dos relaciones pero los hombres no.</p> <p>c) El dominio sólo puede tener una relación, pero el rango sí puede tener varias relaciones.</p>	
	<p><b>4. SE ESTABLECEN DOS CONDICIONES UNA DE POSICIÓN Y OTRA DE MOVIMIENTO, SE CONCIBEN LOS ELEMENTOS DEL CONJUNTO COMO OBJETOS DINÁMICOS.</b></p>	<p>a) Cuando usted tiene dos conjuntos el conjunto de partida es el dominio y el conjunto de llegada es el recorrido y cuando todos los elementos de ese recorrido tienen una relación con todos los elementos del dominio entonces se llama Rango.</p> <p>b) Generalmente por acá por estos lados se utiliza el término Rango que recorrido es más Pero si a usted le habla de Rango o recorrido le están hablando de los elementos del conjunto de llegada.</p> <p>c) A cada elemento de X le corresponde un elemento de Y Pero en cambio los elementos de Y pueden estar relacionados con varios elementos de X En palabras normalitas para nuestro ejemplo las mujeres pueden tener varios novios y los hombres.....solamente uno porque los elementos del conjunto de partida solamente pueden tener una relación.</p>	
	<b>ORIENTACIONAL</b>	<p><b>1. SE ESTABLECE UN PUNTO DE INICIO AFIRMANDO QUE EL DOMINIO ES UN CONJUNTO DE PARTIDA.</b></p>	<p>a) Entonces póngame cuidado hay dos conjuntos cierto, este es el conjunto de partida o el dominio.</p>
			<p>b) Todos los elementos del conjunto de partida se llaman dominio y acá este que es el conjunto de llegada ósea dónde llega la correspondencia, se establecen como el rango o recorrido.</p>
			<p>c) Si son relaciones porque cualquier correspondencia establece una relación entre los elementos de un conjunto de partida y los elementos de un conjunto de llegada.</p>

	<p><b>2. SE PRESENTA UN CONCEPTO A TRAVÉS DE LA RELACIÓN DE UN PUNTO DE INICIO Y PUNTO FINAL.</b></p>	<p>a) Definido donde hay un conjunto de salida y un conjunto de llegada y hay una.....correspondencia.</p> <p>b) Condición para ser función es que los elemento de acá esta relacionados solamente con elemento de acá.</p> <p>c) Una función solamente tiene un punto de llegada y una relación puede tener varios</p>
	<p><b>3. SE ESTABLECE UNA RELACIÓN DE ORDEN Y DIRECCIÓN.</b></p>	<p>a) El conjunto de llegada, porque es hacia dónde está direccionada entre el primer conjunto, el segundo o conjunto de llegada y a esos elementos que están relacionados con el conjunto de partida se le llaman rango.</p>
	<p><b>4. LA RELACIÓN ES UNA CONDICIÓN QUE SI CAMBIA DE DIRECCIÓN GENERA UNA REACCIÓN DIFERENTE.</b></p>	<p>a) Relación o función es una función y en el caso de que Sebastián tengan dos novias que sólo es una relación para que sea función que hay que hacer hay que quitarle una de las novias a Sebastián, ahora esa relación si es función.</p> <p>b) Toda función es una relación pero no toda relación es una función por eso dejamos claro el ejercicio con los hombres y las mujeres para que quede claro el concepto las mujeres pueden tener varias relaciones los hombres no.</p>
CANAL	<p><b>1. UNA FUNCIÓN ES UN MEDIO PARA LOGRAR UN BENEFICIO.</b></p>	<p>a) Ósea que Quiénes son las beneficiadas aquí son las mujeres porque ellas sí pueden tener dos relaciones pero para que sea función los hombres solamente pueden tener una sola novia si un hombre como Óscar que tiene dos relaciones.</p>
	<p><b>2. SE MUESTRA COMO UN GRÁFICO ES EL MEDIO PARA IDENTIFICAR UNA RELACIÓN O UNA FUNCIÓN.</b></p>	<p>a) Hay una manera en el plano cartesiano para identificar de manera gráfica si tenemos una relación y una función.</p> <p>b) La gráfica Bueno entonces digamos que este gráfico representa una circunferencia ¿porque esto es una relación y no una función muy sencilla? X tendríamos el hombre digamos que es un x 1 por ejemplo Jorge Mario este x uno tiene dos correspondencias Uno hacia arriba y ¿otro hacia dónde?.....hacia abajo.</p>
		<p>c) Cuando usted traza una línea vertical y la Gráfica se corta en dos puntos es una relación pero no una función, para que esta circunferencia puede ser una función tendríamos que dibujar sólo la mitad.</p>

Anexo A. 2 Tablas codificación abierta, grupo #2.

CODIFICACIÓN ABIERTA #2		
TIPO DE METÁFORA	CATEGORÍA METAFÓRICA	EXPRESIONES METAFÓRICAS
ESTRUCTURAL	1. UNA CORRESPONDENCIA ES UNA CONDICIÓN PARA RELACIONAR DIFERENTES ELEMENTOS.	a) Si uno tenía dos conjuntos podía entre ellos establecer unas relaciones cierto, una correspondencia.
		b) Cualquier tipo de correspondencia entre el conjunto A y el conjunto B es una relación, no importa que A tenga más de una relación o que el elemento c tenga más de una relación.
		c) Una relación no es más que una correspondencia que se establece entre los elementos de ¿dos?.....conjuntos.
		d) Los elementos del conjunto de partida se llaman el dominio, por ejemplo 1 y 2 ¿pertenece al dominio de quién?....., de la relación, y 1 y 2 pertenecen al rango de la relación, porque estos elementos de X que hacen parte de una correspondencia se le llama dominio, los elementos de X cierto, y a los elementos de Y, ósea a los que son imágenes, se les llaman ¿qué?..... rango, pero solamente a aquellos elementos que están relacionados con elementos de ¿quién?.....de X.
		e) ¿Entonces queda claro que es una relación?, ¿es una relación?.....La correspondencia entre los elementos de dos conjuntos.
		f) La relación es la correspondencia que hay entre elementos de dos conjuntos.
	2. UNA RELACIÓN ES UNA CONDICIÓN PARA CONECTAR DIFERENTES ELEMENTOS.	a) yo puedo, relacionar algunos elementos que están en A con algunos elementos que están en B.
		b) una relación es una correspondencia cierto, ¿es una correspondencia entre qué?.....Conjuntos.
		c) Entonces yo podría decir que X va ser quién?, 1 y 2 cierto? y Y también van a ser?....y Y va ser 1 y 2 ....Y yo entre ellos establezco esa correspondencia y ¿esa correspondencia se llama una?.....Una relación.
		d) Una relación es una correspondencia que se establece entre dos conjuntos.
	3. SE MUESTRA UNA FORMA DE ASOCIAR ELEMENTOS QUE PERTENECEN A CONJUNTOS DIFERENTES.	a) El 1 con el 1, y tengo por ejemplo el 2 con el 2, eso también ¿es una qué?.... Una relación, ¿porque?.....porque el conjunto de partida ¿quién es?, ¿son los elementos de quién?....Los elementos de X.
		b) Estamos hablando del producto A x B, donde A, pues deben ser los elementos del conjunto de partida y B los elementos del conjunto de llegada.

		<p>c) ¿Profe una relación también se puede establecer para tres conjuntos?.....Siiiiii, pero es que ahora tendríamos que mirar varias alternativas, pero dentro las alternativas que voy a mirar solo van a ser entre dos conjuntos, por ahora solo vamos a hacerlo para dos conjuntos, pero es cierto!....., claro yo puedo tener tres conjuntos entonces ya no estaríamos hablando en el plano, si no del espacio.</p>
<b>5. UNA RELACIÓN ES UNA CONDICIÓN PARA SER SUBCONJUNTO DEL PRODUCTO CARTESIANO.</b>	a)	Entonces cualquier relación es un subconjunto del producto cartesiano.
	b)	Cualquier subconjunto de estos que corresponda a una relación es un subconjunto de un producto cartesiano y ese producto cartesiano son números que van de los reales a los reales.
<b>6. SE ESTABLECEN UNAS CONDICIONES OPERACIONALES PARA OBTENER UNOS POSIBLES RESULTADOS.</b>	a)	Les voy a decir $Y=2X^3$ , así como esta hay una regla en las matemáticas que dice que usted lo primero que tiene que hacer son las potencias,...bueno los logaritmos, las potencias, radicaciones, multiplicaciones, divisiones y por último suma o resta, entonces aquí lo que dice el compañero es cierto primero tenían que elevarlo al ¿qué?..... al cubo y ¿después qué?...multiplico.
<b>7. UNA RELACIÓN TIENE UNAS CONDICIONES ESPECIALES PARA SER UNA FUNCIÓN.</b>	a)	Una función es un tipo especial de ¿qué?.... de relación, es una relación especial.
	b)	¿cuál es la condición?....Que solo sea una vez.....Que no se repita.....Que los elementos del conjunto de partida solamente tenga una sola imagen, para este caso que los hombres solamente tengan una sola ¿qué?.....Novia.
	c)	¿esa es la única condición para función? ...Pero si se puede dar el caso de que una mujer tenga dos novios....¿Ósea el conjunto de llegada puede tener varias relaciones?.....Por ejemplo ahí, ahí sigue siendo una función ¿por qué? para estos dos hombres solamente hay una mujer, del conjunto de partida.... Una imagen, Una relación, pero.....puede suceder...Que el conjunto de llegada reciba dos.
	d)	Ósea que puedo decir que es una relación donde los elementos del conjunto de partida solamente pueden tener una única imagen en el conjunto de llegada, entiéndase por conjunto de partida en este caso X, y entiéndase por conjunto de llegada Y.....Profe ósea dominio y rango.
	e)	¿qué es una función?....Es una relación especial, entre los elementos del conjunto de partida y los elementos del conjunto de llegada, en el conjunto de partida los

		elementos pueden tener una sola imagen, pero los de llegada pueden tener varias..
<b>OBJETO</b>	<b>1. LAS RELACIONES Y LAS FUNCIONES SON OBJETOS QUE SE PUEDEN VISUALIZAR.</b>	a) Entonces el tema qué vamos a ver en el segundo periodo tiene que ver con relaciones y funciones.
		b) Cuando yo relaciono elementos de un conjunto X, con los elementos de un conjunto Y, y esa relación de ese producto cartesiano, pues yo lo puedo graficar.
		c) Usted cada vez que establece una relación entre A y B, usted lo que va a encontrar es un subconjunto del producto cartesiano ¿por qué?...porque estas son parejas que usted puede ubicar ¿dónde?...En el plano cartesiano.
		d) En el momento que un hombre tenga dos novias, ósea dos imágenes, ya no es ¿qué?... Ya no es función, es relación.
	<b>2. LOS CONJUNTOS SON OBJETOS QUE SE PUEDEN TENER Y MANIPULAR.</b>	a) si uno tenía dos conjuntos podía entre ellos establecer unas relaciones.
		b) aquí está el conjunto de los hombres X cierto, y que aquí está el conjunto de ¿quién?...Las mujeres, Y.
	<b>3. EL PLANO CARTESIANO ES ALGO QUE SE PUEDE TENER.</b>	a) si yo tengo aquí el plano cartesiano XY.
	<b>4. LOS ELEMENTOS QUE HACEN PARTE DE UN CONJUNTO SON MANIPULABLES.</b>	a) por ejemplo por aquí puedo tener el 3, pero el 3 no está relacionado con ningún elemento de X, entonces en el rango no cabe el 3 porque el rango son solamente aquellos que tienen una relación.
		b) Coja un elemento y lo eleva a la tres done Y va a ser la imagen, $Y = X^3$ , si por ejemplo X vale 2, ¿Y cuánto daría?...Y sería 9.
		c) Da 8, porque usted coge 2 y elévelo al cubo da 8, por ejemplo esto es una relación, y como es una relación es un subconjunto de ¿qué?...Del plano cartesiano.
		d) Si del plano cartesiano, ¿por qué?...porque X tiene unos elementos y Y tiene otros elementos es más usted puede graficar en el plano cartesiano por parejitas por ejemplo: (1,1).
		e) El primer elemento de la parejita ordenada es el valor de X,...El segundo es Y...Entonces por eso es que se dice, que cuando usted tiene una relación, esa relación es un subconjunto de ¿quién?...Del producto cartesiano ¿por qué?...porque esos elementos que acabo aquí de nombra ¿usted los puede ubicar dónde?...en el plano cartesiano.
		f) Profe entonces, si por decir usted nos pone x es al cubo,...Al cubo o a la cuatro, por

		ejemplo si tenemos $Y=2X^3$ que significa, coja el valor de X ¿y?...Coja el valor de X multiplíquelo por dos y elévelo a la tres.....Profe, primero se eleva a la tres.
	<b>5. UNA PAREJA ORDENADA ES UN OBJETO QUE SE PUEDE MANIPULAR.</b>	a) Del producto cartesiano, les recuerdo si yo tengo una parejita ordenada $(x, y)$ , esa parejita ordenada pertenece al producto cartesiano $A \times B$ .
	<b>6. EN UNA FUNCIÓN LOS NÚMEROS SON OBJETOS QUE SE PUEDEN MANIPULAR.</b>	a) Por ejemplo hagamos el del 2, cuando x vale 2, sería 2 al cubo, ¿2 por 2?...4...Y ¿4 por 2?...8...Y lo multiplico ¿por quién?...Por 2, 16.
<b>ORIENTACIONAL</b>	<b>1. UNA RELACIÓN ESTABLECE UN MOVIMIENTO QUE VA DESDE UN PUNTO INICIAL A UN PUNTO FINAL.</b>	a) una relación con otro conjunto, este conjunto A que se llama el conjunto de partida y este conjunto B es el conjunto de ¿qué?...De llegada.
		b) Donde el conjunto de donde sale la relación ósea A es el conjunto de salida y el conjunto en el cual tiene la imagen, por así decirlo, se llama el conjunto de llegada, entonces cualquier tipo de correspondencia se va a llamar una...?....Relación.
	<b>2. LA CORRESPONDENCIA TIENE UN EFECTO DE MOVIMIENTO PRESENTANDO UN PUNTO DE INICIO Y FINALIZACIÓN.</b>	a) Lo importante es que haya correspondencia entre los elementos de un conjunto de partida y otro un conjunto ¿de?...Llegada.
b) Ese conjunto de donde voy a establecer esa correspondencia, el conjunto de partida, y el conjunto con el cual lo estoy relacionando es el, ¿conjunto de qué?...De llegada.		
c) Que en el conjunto de llegada un elemento sea la imagen de dos ¿qué?... de dos elementos del conjunto de partida, es decir, de acuerdo al ejemplo puede suceder que una mujer tenga dos, ¿dos qué?...Dos novios...Si dos novios, y sigue siendo entonces es una ¿qué?...Una función...Con palabras más claras, ahora si ¿qué es una función?...Es una relación especial.		
<b>3. LOS ELEMENTOS DE UN CONJUNTO PUEDEN TENER EFECTOS DE MOVIMIENTO DESDE UN PUNTO DE PARTIDA HASTA UN PUNTO DE LLEGADA.</b>	a) como el 3 está libre no hace parte del rango, entonces como se llamaran todos estos elementos del conjunto de llegada hacen parte del codominio, pero solo los elementos que tiene alguna relación son los elementos que forman el rango y en el conjunto de partida los elementos que tiene correspondencia, ósea que tiene una relación.	
<b>CANAL</b>	<b>1. LOS CONJUNTOS SON RECIPIENTES QUE CONTIENEN LETRAS Y NÚMEROS.</b>	a) digamos que este sea el conjunto de....., algunas letras del abecedario, cierto?... a, b, c y d, y digamos que B sean los números naturales, algunos números naturales el 2, el 3, 4 y el 7, ¿sí o no?...Siiiiiii.
	<b>2. EL TIPO DE CORRESPONDENCIA</b>	a) Elementos de dos conjuntos !listo!, ahora dependiendo del tipo de correspondencia, pues

	<b>ES UN MEDIO QUE PERMITE ESTABLECER UNA RELACIÓN.</b>	uno determinara cual va hacer ese,... ese tipo de relación, me explico, cuando ustedes tienen puntos en el plano cartesiano.
	<b>3. EL PLANO CARTESIANO ES MEDIO PARA REPRESENTAR UNA RELACIÓN.</b>	<p>a) Cuando ustedes ubicaban en el plano cartesiano parejitas ordenadas donde la primera componente era X y la segunda era Y, eso no era más, no era más que establecer una relación entre dos conjuntos.</p> <p>b) En el plano cartesiano usted puede ubicar todas las parejas que quiera cierto, solo que en una relación uno ubica las parejas con cierta ¿qué?....., con cierta condición.</p> <p>c) ¿ósea que todas las respuestas se forman en un plano cartesiano?...Siiiiii, listo, entonces vean hay un tipo de relación especial, ¿que se llama qué?...Función.</p>
	<b>4. UNA RELACIÓN ES UN MEDIO PARA OBTENER UN BENEFICIO.</b>	<p>a) Vamos a tomar cuatro hombres por ejemplo: Mauricio, .....Profe Miguel, Pedrito, Víctor y Juan.... Víctor y Juan, y aquí vamos a tomar cuatro mujeres Isabel, Valentina y Ángela, entonces ojo, ¿cuándo una relación es función?, para que me entiendan y en este ejemplo que voy hacer, como cosa rara las mujeres van a salir ganando, digamos que Miguel es novio de Valentina, y digamos que Pedro es novio de Ángela, vea ¿sí o no?, y digamos que Víctor es novio de Isabel, y Juan con Daniela, ojo miren que aquí los hombres solamente tienen una novia, ¿cuando eso sucede, es una qué?...Una función especial.</p>

## ANEXOS B

### Anexo B. 1 Cuestionario grupo #1-Estudiantes y docente.



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PENSAMIENTO MATEMÁTICO Y COMUNICACIÓN –GIPEMAC

**Proyecto de Investigación: Incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente en la enseñanza del concepto de función a los estudiantes grado once del colegio militar General Rafael Reyes.**

Investigador: Paula Andrea Arenas

Docente: Gonzaga Evel Londoño

Asignatura: Cálculo.

Nombre: \_\_\_\_\_ Edad: \_\_\_\_\_

#### CUESTIONARIO 1: ENTREVISTA ESCRITA-ESTUDIANTES 11-A

*NOTA: Ten presente que en tus explicaciones no hay respuestas equivocadas, pues lo que queremos conocer son tus percepciones y argumentos acerca de lo que le entendiste a tu profesor.*

**TEMAS DESARROLLADOS:** conceptos de relación y función, conjunto de partida y conjunto de llegada, conceptos de dominio, codominio y rango, ejemplos de relación y función.

1. Cuando el profesor se refirió a: ***“Que siempre que haya una correspondencia entre dos conjuntos, entre un conjunto A y un conjunto B de la correspondencia se conoce como una...relación”*** ¿usted que entendió?

---

---

---

---

2. Cuando el profesor dijo: ***“Cuando estoy hablando de una función estoy hablando de que una relación pero lo contrario No se cumple, es decir que yo no puedo decir que toda relación sea una función”*** ¿usted qué entendió?

---

---

---

---

3. Cuando el profesor dijo: ***“En una función sólo se puede dar una correspondencia de los elementos del Rango con los elementos del dominio pero en una relación los elementos del***



**Rango pueden tener una o varias relaciones, relaciones con los elementos del dominio” ¿usted qué entendió?**

---

---

---

---

4. Cuando el profesor se refirió a: **“Yo cojo un elemento de un conjunto de partida y hago una correspondencia ¿con quién? .....con un conjunto ¿de qué? .....de llegada”** ¿usted qué entendió?

---

---

---

---

5. Cuando el profesor dijo: **“Cuando usted tiene dos conjuntos el conjunto de partida es el dominio y el conjunto de llegada es el recorrido y cuando todos los elementos de ese recorrido tienen una relación con todos los elementos del dominio entonces se llama Rango”** ¿usted qué entendió?

---

---

---

---

6. Cuando el profesor se refirió a: **“A cada elemento de X le corresponde un elemento de Y Pero en cambio los elementos de Y pueden estar relacionados con varios elementos de X En palabras normalitas para nuestro ejemplo las mujeres pueden tener varios novios y los hombres.....solamente uno porque los elementos del conjunto de partida solamente pueden tener una relación”** ¿usted qué entendió?

---

---

---

---

7. Cuando el profesor se refirió a: **“donde hay un conjunto de salida y un conjunto de llegada y hay una.....correspondencia”** ¿usted qué entendió?

---

---



8. Cuando el profesor dijo: ***“El conjunto de llegada, porque es hacia dónde está direccionada entre el primer conjunto, el segundo o conjunto de llegada y a esos elementos que están relacionados con el conjunto de partida se le llaman rango”*** ¿usted qué entendió?

---

---

---

---

9. Cuando el profesor se refirió a: ***“Relación o función es una función y en el caso de que Sebastián tengan dos novias que sólo es una relación para que sea función que hay que hacer hay que quitarle una de las novias a Sebastián, ahora esa relación si es función”*** ¿usted qué entendió?

---

---

---

---

10. Cuando el profesor dijo: ***“Ósea que Quiénes son las beneficiadas aquí son las mujeres porque ellas sí pueden tener dos relaciones pero para que sea función los hombres solamente pueden tener una sola novia si un hombre como Óscar que tiene dos relaciones”*** ¿usted qué entendió?

---

---

---

---

11. Cuando el profesor se refirió a: ***“Hay una manera en el plano cartesiano para identificar de manera gráfica si tenemos una relación y una función”*** ¿usted qué entendió?

---

---

---

---

12. Cuando el profesor dijo: ***“Cuando usted traza una línea vertical y la Gráfica se corta en dos puntos es una relación pero no una función, para que esta circunferencia puede ser una función tendríamos que dibujar sólo la mitad”*** ¿usted qué entendió?



---

---

---

---

---



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PENSAMIENTO MATEMÁTICO Y COMUNICACIÓN –GIPEMAC

**Proyecto de Investigación: Incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente en la enseñanza del concepto de función a los estudiantes grado once del colegio militar General Rafael Reyes.**

Investigador: Paula Andrea Arenas

Docente: Gonzaga Evel Londoño

Asignatura: Cálculo.

**CUESTIONARIO 1: ENTREVISTA ESCRITA-DOCENTE**

Explique que trataba de dar a entender a los estudiantes con cada una de las siguientes expresiones que utilizó en el desarrollo de las clases:

1. *“Que siempre que haya una correspondencia entre dos conjuntos, entre un conjunto A y un conjunto B de la correspondencia se conoce como una...relación”*

---

---

---

---

---

2. *“Cuando estoy hablando de una función estoy hablando de que una relación pero lo contrario No se cumple, es decir que yo no puedo decir que toda relación sea una función”*

---

---

---

---

---

3. *“En una función sólo se puede dar una correspondencia de los elementos del Rango con los elementos del dominio pero en una relación los elementos del Rango pueden tener una o varias relaciones, relaciones con los elementos del dominio”*

---

---

---

---

---



4. *“Yo cojo un elemento de un conjunto de partida y hago una correspondencia ¿con quién? .....con un conjunto ¿de qué? .....de llegada”*

---

---

---

---

---

5. *“Cuando usted tiene dos conjuntos el conjunto de partida es el dominio y el conjunto de llegada es el recorrido y cuando todos los elementos de ese recorrido tienen una relación con todos los elementos del dominio entonces se llama Rango” ¿usted qué entendió?*

---

---

---

---

---

6. *“A cada elemento de X le corresponde un elemento de Y Pero en cambio los elementos de Y pueden estar relacionados con varios elementos de X En palabras normalitas para nuestro ejemplo las mujeres pueden tener varios novios y los hombres.....solamente uno porque los elementos del conjunto de partida solamente pueden tener una relación” ¿usted qué entendió?*

---

---

---

---

---

7. *“donde hay un conjunto de salida y un conjunto de llegada y hay una.....correspondencia” ¿usted qué entendió?*

---

---

---

---

---

8. *“El conjunto de llegada, porque es hacia dónde está direccionada entre el primer conjunto, el segundo o conjunto de llegada y a esos elementos que están relacionados con el conjunto de partida se le llaman rango”*

---

---

---



- 
- 
9. *“Relación o función es una función y en el caso de que Sebastián tengan dos novias que sólo es una relación para que sea función que hay que hacer hay que quitarle una de las novias a Sebastián, ahora esa relación si es función”*

---

---

---

---

---

10. *“Ósea que Quiénes son las beneficiadas aquí son las mujeres porque ellas sí pueden tener dos relaciones pero para que sea función los hombres solamente pueden tener una sola novia si un hombre como Óscar que tiene dos relaciones”*

---

---

---

---

---

11. *“Hay una manera en el plano cartesiano para identificar de manera gráfica si tenemos una relación y una función”*

---

---

---

---

---

12. *“Cuando usted traza una línea vertical y la Gráfica se corta en dos puntos es una relación pero no una función, para que esta circunferencia puede ser una función tendríamos que dibujar sólo la mitad”*

---

---

---

---

---

**Anexo B. 2. Cuestionario grupo #2-Estudiantes y docente.**



**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA**

**MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA**

**GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PENSAMIENTO MATEMÁTICO Y COMUNICACIÓN –GIPEMAC**

**Proyecto de Investigación: Incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente en la enseñanza del concepto de función a los estudiantes grado once del colegio militar General Rafael Reyes.**

**Investigador: Paula Andrea Arenas**

**Docente: Gonzaga Evel Londoño**

**Asignatura: Cálculo.**

**Nombre: \_\_\_\_\_ Edad: \_\_\_\_\_**

**CUESTIONARIO 2: ENTREVISTA ESCRITA-ESTUDIANTES 11-B**

**NOTA: Ten presente que en tus explicaciones no hay respuestas equivocadas, pues lo que queremos conocer son tus percepciones y argumentos acerca de lo que le entendiste a tu profesor.**

**TEMAS DESARROLLADOS: conceptos de relación y función, conjunto de partida y conjunto de llegada, conceptos de dominio, codominio y rango, ejemplos de relación y función.**

**Quando el profesor se refirió a: “Cualquier tipo de correspondencia entre el conjunto A y el conjunto B es una relación, no importa que A tenga más de una relación o que el elemento c tenga más de una relación.” ¿usted que entendió?**

---

---

---

---

---

**Quando el profesor dijo: “Estamos hablando del producto  $A \times B$ , donde A, pues deben ser los elementos del conjunto de partida y B los elementos del conjunto de llegada.” ¿usted qué entendió?**

---

---

---



---

---

Cuando el profesor dijo: "Cualquier subconjunto de estos que corresponda a una relación es un subconjunto de un producto cartesiano y ese producto cartesiano son números que van de los reales a los reales." ¿usted qué entendió?

---

---

---

---

Cuando el profesor se refirió a: "Usted cada vez que establece una relación entre A y B, usted lo que va a encontrar es un subconjunto del producto cartesiano ¿por qué?...porque estas son parejas que usted puede ubicar ¿dónde?...En el plano cartesiano." ¿usted qué entendió?

---

---

---

---

Cuando el profesor dijo: "En el momento que un hombre tenga dos novias, ósea dos imágenes, ya no es ¿qué?...Ya no es función, es relación." ¿usted qué entendió?

---

---

---

---

Cuando el profesor se refirió a: "El primer elemento de la parejita ordenada es el valor de X,...El segundo es Y....Entonces por eso es que se dice, que cuando usted tiene una relación, esa relación es un subconjunto de ¿quién?.....Del producto cartesiano ¿por qué?...porque esos elementos que acabo aquí de nombra ¿usted los puede ubicar dónde?...en el plano cartesiano." ¿usted qué entendió?

---

---

---

---



Quando el profesor se refirió a: "Ese conjunto de donde voy a establecer esa correspondencia, el conjunto de partida, y el conjunto con el cual lo estoy relacionando es el, ¿conjunto de qué?...De llegada." ¿usted qué entendió?

---

---

---

---

---

Quando el profesor se refirió a: "Que en el conjunto de llegada un elemento sea la imagen de dos ¿qué?... de dos elementos del conjunto de partida, es decir, de acuerdo al ejemplo puede suceder que una mujer tenga dos, ¿dos qué?...Dos novios...Si dos novios, y sigue siendo entonces es una ¿qué?...Una función...Con palabras más claras, ahora si ¿qué es una función?...Es una relación especial." ¿usted qué entendió?

---

---

---

---

---

Quando el profesor dijo: "como el 3 está libre no hace parte del rango, entonces como se llamaran todos estos elementos del conjunto de llegada hacen parte del codominio, pero solo los elementos que tiene alguna relación son los elementos que forman el rango y en el conjunto de partida los elementos que tiene correspondencia, ósea que tiene una relación." ¿usted qué entendió?

---

---

---

---

---

Quando el profesor dijo: "En el plano cartesiano usted puede ubicar todas las parejas que quiera cierto, solo que en una relación uno ubica las parejas con cierta ¿qué?....., con cierta condición." ¿usted qué entendió?

---

---

---

---

---



Cuando el profesor se refirió a: “¿ósea que todas las respuestas se forman en un plano cartesiano?...Siiiiii, listo, entonces vean hay un tipo de relación especial, ¿que se llama qué?...Función.” ¿usted qué entendió?

---

---

---

---

Cuando el profesor dijo: “Vamos a tomar cuatro hombres por ejemplo: Mauricio, .....Profe Miguel, Pedrito, Víctor y Juan....Víctor y Juan, y aquí vamos a tomar cuatro mujeres Isabel, Valentina y Ángela, entonces ojo, ¿cuándo una relación es función?, para que me entiendan y en este ejemplo que voy hacer, como cosa rara las mujeres van a salir ganando, digamos que Miguel es novio de Valentina, y digamos que Pedro es novio de Ángela, vea ¿sí o no?, y digamos que Víctor es novio de Isabel, y Juan con Daniela, ojo miren que aquí los hombres solamente tienen una novia, ¿cuando eso sucede, es una qué?...Una función especial.” ¿usted qué entendió?

---

---

---

---



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PENSAMIENTO MATEMÁTICO Y COMUNICACIÓN –GIPEMAC

Proyecto de Investigación: Incidencia del lenguaje metafórico empleado por el docente en la enseñanza del concepto de función a los estudiantes grado once del colegio militar General Rafael Reyes.

Investigador: Paula Andrea Arenas

Docente: Gonzaga Evel Londoño

Asignatura: Cálculo.

**CUESTIONARIO 2: ENTREVISTA ESCRITA-DOCENTE**

Explique que trataba de dar a entender a los estudiantes con cada una de las siguientes expresiones que utilizó en el desarrollo de las clases:

“Cualquier tipo de correspondencia entre el conjunto A y el conjunto B es una relación, no importa que A tenga más de una relación o que el elemento c tenga más de una relación.”

---

---

---

---

---

“Estamos hablando del producto  $A \times B$ , donde A, pues deben ser los elementos del conjunto de partida y B los elementos del conjunto de llegada.”

---

---

---

---

---

“Cualquier subconjunto de estos que corresponda a una relación es un subconjunto de un producto cartesiano y ese producto cartesiano son números que van de los reales a los reales.”

---

---

---



---

---

**“Usted cada vez que establece una relación entre A y B, usted lo que va a encontrar es un subconjunto del producto cartesiano ¿por qué?....porque estas son parejas que usted puede ubicar ¿dónde?....En el plano cartesiano.”**

---

---

---

---

**“En el momento que un hombre tenga dos novias, ósea dos imágenes, ya no es ¿qué?...Ya no es función, es relación.”**

---

---

---

---

**“El primer elemento de la parejita ordenada es el valor de X,....El segundo es Y....Entonces por eso es que se dice, que cuando usted tiene una relación, esa relación es un subconjunto de ¿quién? .....Del producto cartesiano ¿por qué?....porque esos elementos que acabo aquí de nombra ¿usted los puede ubicar dónde?....en el plano cartesiano.”**

---

---

---

---

**“Ese conjunto de donde voy a establecer esa correspondencia, el conjunto de partida, y el conjunto con el cual lo estoy relacionando es el, ¿conjunto de qué?...De llegada.”**

---

---

---

---



“Que en el conjunto de llegada un elemento sea la imagen de dos ¿qué?..... de dos elementos del conjunto de partida, es decir, de acuerdo al ejemplo puede suceder que una mujer tenga dos, ¿dos qué?...Dos novios...Si dos novios, y sigue siendo entonces es una ¿qué?...Una función...Con palabras más claras, ahora si ¿qué es una función?...Es una relación especial.”

---

---

---

---

---

“como el 3 está libre no hace parte del rango, entonces como se llamaran todos estos elementos del conjunto de llegada hacen parte del codominio, pero solo los elementos que tiene alguna relación son los elementos que forman el rango y en el conjunto de partida los elementos que tiene correspondencia, ósea que tiene una relación.”

---

---

---

---

---

“En el plano cartesiano usted puede ubicar todas las parejas que quiera cierto, solo que en una relación uno ubica las parejas con cierta ¿qué?....., con cierta condición.”

---

---

---

---

---

“¿ósea que todas las respuestas se forman en un plano cartesiano?...Siiiiii, listo, entonces vean hay un tipo de relación especial, ¿que se llama qué?....Función.”

---

---

---

---

---

“Vamos a tomar cuatro hombres por ejemplo: Mauricio, .....Profe Miguel, Pedrito, Víctor y Juan....Víctor y Juan, y aquí vamos a tomar cuatro mujeres Isabel, Valentina y Ángela, entonces ojo, ¿cuándo una relación es función?, para que me entiendan y en este ejemplo que voy hacer, como cosa rara las mujeres van a salir ganando, digamos que Miguel es novio de Valentina, y



digamos que Pedro es novio de Ángela, vea ¿sí o no?, y digamos que Víctor es novio de Isabel, y Juan con Daniela, ojo miren que aquí los hombres solamente tienen una novia, ¿cuando eso sucede, es una qué?....Una función especial.”

---

---

---

---

---

ANEXOS C.

Tablas de sistematización de la información.

Anexo C. 1. Tabla de sistematización grupo #1

SISTEMATIZACIÓN - CUESTIONARIO # 1					
TIPO DE METÁFORA	FRASE METAFORICA DEL DOCENTE	INTENCIÓN DEL DOCENTE	INTERPRETACIÓN DEL ESTUDIANTE	RECURRENCIA DE RESPUESTAS	COINCIDENCIA DE INTERPRETACIÓN DOCENTE - ESTUDIANTE
M <sub>1</sub>	<i>“Que siempre que haya una correspondencia entre dos conjuntos, entre un conjunto A y un conjunto B de la correspondencia se conoce como una...relación”</i>	Una relación es una correspondencia entre los elementos de dos conjuntos.	Una correspondencia es una asociación de dos o más cosas, por lo tanto es una relación ya que asocia los datos de dos conjuntos de forma que a los datos del primer conjunto le corresponda o le toque uno del segundo.	2	4
			Siempre que un elemento esta junto o se asocia con un elemento del otro conjunto es denominado relación.	4	5
			La relación es la correspondencia entre dos conjuntos, sin importar si todos los elementos no son correspondidos.	2	4
			El hecho de que todo elemento de A tenga un elemento correspondiente en B.	3	4
			Se entiende que 2 conjuntos se asocian si todos sus elementos tienen alguna correspondencia.	1	4
			Cuando se asocian y tiene que ver un conjunto de partida con uno de llegada, algunos elementos tiene que ver con los otros.	3	4
			Una relación es cuando un elemento tiene una o varias correspondencias.	1	3
			Cuando hay dos conjuntos y hay una correspondencia entre	2	5

			ellos, esto se llama relación.		
			Asocia a los dos conjuntos de tal manera que todos los datos del conjunto (A) tendrán llegada al (B).	3	4
<b>M<sub>2</sub></b>	<i>“Cuando estoy hablando de una función estoy hablando de que una relación pero lo contrario No se cumple, es decir que yo no puedo decir que toda relación sea una función”</i>	Una función es un caso particular de una relación.	Toda función es una relación, porque la única condición es que está asociada con una o más imágenes, mientras que la función tiene una única imagen, por lo tanto la relación no es una función, pero la función es relación.	2	4
			Una función son asociaciones que se caracterizan por tener una única correspondencia. Una relación es una asociación entre elementos en las que puede tener más de una imagen o elementos relacionados.	6	4
			Una relación es la correspondencia de dos conjuntos y pueden quedar uno o más sin corresponder mientras en la función ningún elemento puede quedar sin su respectiva pareja, pero de igual manera es correspondido.	1	5
			Cuando tenemos una función esta tiene que tener solo un punto de llegada, y para ser solamente relación toca que tenga 1, 2 o más imágenes.	1	5
			Todas las funciones son relaciones pero eso no significa que todas las relaciones sean funciones, la relación permite	2	4

			cualquier cruce, la función solo puede ser uno a uno.		
			Para ser función debe ser uno a uno y que relación puede ser como lo desee.	2	5
			Cuando es relación desde el punto de partida le corresponde en la llegada una imagen o varias imágenes, pero cuando es función solo le corresponde un punto de llegada al punto de partida.	3	5
			Toda función es una relación, pero no toda relación es función, ya que la función tiene más requisitos que una relación.	2	5
			Toda relación no puede ser una función, ya que la relación tiene varios destinos y la función no.	2	4
<b>M<sub>3</sub></b>	<b><i>“En una función sólo se puede dar una correspondencia de los elementos del Rango con los elementos del dominio pero en una relación los elementos del Rango pueden tener una o varias relaciones, relaciones con los elementos del dominio”</i></b>	Una función se caracteriza porque los elementos del conjunto de partida tienen cada uno, una única imagen en el conjunto de llegada.	En la función el elemento del conjunto A solo puede tener asociación con un elemento del conjunto B, mientras que en una relación el elemento del conjunto A puede tener asociación con uno o más elementos del conjunto.	7	4
			El rango puede tener varios elementos del dominio para ser función, pero el dominio no puede tener asociación con otros elementos ya que no sería función.	1	4
			En una función un elemento del dominio solo puede tener una imagen con el conjunto de llegada o rango, mientras en la relación un elemento del dominio puede tener varias	4	5

			imágenes en el conjunto llegada.		
			Toda función tiene una condición y que cuando ocupamos todos los elementos de B son rangos pero cuando dejamos algunos de sobra son codominio.	2	4
			En una función simplemente debe de haber una correspondencia es decir se cumple si tiene una sola imagen; mientras que la relación se cumple con uno o más correspondencias o imágenes.	1	4
			Si puede tener pero no cumpliría para ser función.	1	3
			En una relación el punto de partida al llegar tiene una sola imagen, pero en las relaciones se tienen varias imágenes.	1	4
			Una función es cuando los datos del conjunto de llegada pueden corresponder solo con un dato del conjunto de salida. En una relación los datos del rango pueden tener varias correspondencias.	2	5
			En una función solo se relaciona con un rango y la relación se puede asociar dos veces con el mismo rango.	1	3
			La correspondencia es solo tener una imagen y el rango es tener una imagen, pero varias llegadas al conjunto A.	1	3
	<b>"Yo cojo un elemento de un</b>	Se establece una correspondencia	Que los elementos del dominio (conjunto A)	4	4

<b>M<sub>4</sub></b>	<p><i>conjunto de partida y hago una correspondencia ¿con quién? .....con un conjunto ¿de qué? .....de llegada"</i></p>	entre elementos del conjunto de partida y el conjunto de llegada.	tienen una asociación con un elemento del codominio (conjunto B)		
			Si junto un elemento del dominio y hago una correspondencia con el codominio.	1	4
			Un elemento digamos que de la variable X o dominio, tendrá siempre una imagen con un elemento de la variable Y o rango, al menos que no todos estén relacionados entre sí, ya que el rango recibiría el nombre de dominio.	2	4
			Siempre todo elemento del grupo de partida tiene que tener un punto de llegada.	4	4
			Para obtener una correspondencia entre dos conjuntos es necesario tener un elemento que se relacione con otro el cual pertenezca al conjunto de llegada y de salida.	5	5
			Se hace correspondencia de llegada o rango.	1	2
			Coge un elemento del grupo A y lo relaciona con una imagen del conjunto B que está relacionado directamente con el punto de partida del grupo A.	1	4
			El primer conjunto es el de salida y el segundo es el de llegada y ahí es donde se forma una correspondencia o función.	3	5
	<i>"Cuando usted tiene dos conjuntos el conjunto de partida es el</i>	Los elementos del conjunto de partida que tienen una correspondencia,	Todos los elementos del conjunto de llegada tienen asociación con alguno del conjunto de salida son rangos, pero si	2	4

<b>M<sub>5</sub></b>	<b><i>dominio y el conjunto de llegada es el recorrido y cuando todos los elementos de ese recorrido tienen una relación con todos los elementos del dominio entonces se llama Rango"</i></b>	hacen parte del dominio de la función, de igual manera, los elementos del conjunto de llegada que tienen o son imágenes hacen parte del rango.	sobra alguno no hace parte del rango sino del codominio.		
			Cuando los elementos del conjunto tienen una correspondencia se denomina rango.	4	4
			Cuando todos los elementos de los dos conjuntos son correspondidos sin faltar ninguno, recibirá el nombre de rango, si uno de los elementos no tiene imagen se llamara codominio.	2	4
			Siempre que todos los elementos del grupo de llegada al tener una correspondencia tienen el nombre de rango pero al no ocupar todos son codominio.	1	4
			Cuando uno del conjunto de partida tiene una correspondencia en el conjunto de llegada estos hacen son el rango pero si el conjunto de llegada sobran elementos no hacen parte del rango sino del codominio.	2	4
			Si porque son todos los elementos que tienen correspondencia.	1	4
			El punto de partida todos los elementos que tenga con el punto de llegada se llaman rango si sobra algún elemento es del codominio.	1	3
			Los datos del conjunto de salida se le llama dominio y el de llegada que tiene correspondencia o son imagen se le llama rango.	6	5
			Todos los elementos que tengan correspondencia	2	4

			con el conjunto de salida son el rango y si sobran elementos son el codominio.		
<b>M<sub>6</sub></b>	<i><b>“A cada elemento de X le corresponde un elemento de Y Pero en cambio los elementos de Y pueden estar relacionados con varios elementos de X En palabras normalitas para nuestro ejemplo las mujeres pueden tener varios novios y los hombres.....solamente uno porque los elementos del conjunto de partida solamente pueden tener una relación”</b></i>	Analogía para entender el concepto de función y relación.	Esa asociación es una relación porque los elementos del conjunto de salida tienen una o más imágenes.	1	5
			Cada elemento de X o del dominio le corresponde un elemento de Y, lo anterior dicho es la definición de función, los elementos de X (dominio) pueden estar relacionados con varios elementos de Y, lo anterior es la definición de relación.	3	4
			Los elementos del conjunto X tienen una única imagen con los elementos de Y, pero Y tiene varios en X, entonces esto sería una relación más no una función.	4	5
			Siempre debemos tener una relación entre los elementos de X y Y pero los de X pueden tener varios resultados en Y.	1	2
			Es una relación ya que puede tener una o varias imágenes en el conjunto de llegada.	2	4
			Los elementos del conjunto de partida solo pueden tener una correspondencia y el de llegada varias relaciones.	7	4
			En este ejemplo hay una relación porque el conjunto X solo le corresponde un solo elemento del grupo Y, esto vendría siendo el	2	5

			rango o codominio, y el conjunto Y puede tener varios elementos en el grupo X esto se llama dominio.		
			Todos los hombres que tienen una relación son del rango y los que sobran son el codominio.	1	4
<b>M<sub>7</sub></b>	<i>“donde hay un conjunto de salida y un conjunto de llegada y hay una.....correspondencia”</i>	Todos los elementos del conjunto de partida que tengan una correspondencia con un elemento del conjunto de llegada hacen parte de la relación.	Una función porque existe una asociación.	1	3
			Correspondencia es cuando se asocian elementos.	4	4
			Al haber correspondencia puede ser relación o función, ya que no dice si tiene una única imagen sino que son correspondidos.	1	3
			Siempre que haya una unión entre un elemento del grupo X y el grupo Y hay una correspondencia pero que X puede tener varios rangos mientras que los de Y solo pueden ser de uno.	2	2
			Como hay una correspondencia depende de la asociación puede ser una relación o función.	5	4
			Si siempre porque tiene que ver el uno con el otro.	1	3
			Es una relación y también puede ser una función.	1	3
			Cuando hay un conjunto de partida y un conjunto de llegada, siempre tiene que haber una correspondencia.	3	4
			Es cuando hay una función siendo 1, 2 o más elementos del conjunto del dominio y del rango.	1	3
			La función siempre será uno a uno y en la relación	1	4

			habrá varios elementos involucrados.		
			Todos los elementos están asociados con todos.	1	3
<b>M<sub>8</sub></b>	<i>“El conjunto de llegada, porque es hacia dónde está direccionada entre el primer conjunto, el segundo o conjunto de llegada y a esos elementos que están relacionados con el conjunto de partida se le llaman rango”</i>	Los elementos del conjunto de llegada hacen parte del rango.	El conjunto de llegada se llama rango siempre y cuando tenga una asociación con el dominio, sino sería codominio.	5	5
			El segundo conjunto el que posee los elementos que pueden relacionarse con más de uno, es denominado rango.	4	3
			Cuando todos los elementos del conjunto de partida tienen imagen con el conjunto de llegada y el conjunto de llegada no queda sin ningún elemento correspondido se llamará rango.	2	5
			Al conjunto de llegada se le llama rango cuando a cada elemento le corresponde alguien pero cuando no todos tienen punto de llegada los que sobran son ele codominio.	2	4
			Para que al conjunto B se le llame rango debe de tener correspondencia con el conjunto A, sino hay asociación entre los dos conjuntos se le llama codominio.	1	4
			Se le llama rango porque tienen asignado un elemento de partida.	3	4
			El conjunto de llegada recibe el nombre de rango solo si hay un elemento de partida que le corresponda del dominio.	2	5
			A los elementos de partida siempre le van	1	3

			asignar un elemento del conjunto de llegada.		
			Son los del conjunto de llegada cuando tienen imagen estos y se unen con los del conjunto de salida y se representan después gráficamente.	1	2
M <sub>9</sub>	<p><i>“Relación o función es una función y en el caso de que Sebastián tengan dos novias que sólo es una relación para que sea función que hay que hacer hay que quitarle una de las novias a Sebastián, ahora esa relación si es función”</i></p>	Analogía para entender el concepto de relación y función.	Cuando un elemento del dominio tiene dos imágenes del codominio es una relación y para que se vuelva función el elemento del dominio tiene que desechar un elemento del codominio para ser función.	1	4
			Para que sea función el dominio tiene que tener una única correspondencia.	3	4
			Sebastián es el conjunto de partida al tener dos novias será una relación al quedarse con solo una esto sería una función y una función es una relación.	4	5
			Para ser una función cada elemento del conjunto de salida tiene una y solo una imagen en el conjunto de llegada.	8	5
			Es una función cuando Sebastián tiene una sola novia en el codominio pero es una relación cuando Sebastián tiene 2 o más novias en el codominio.	1	4
			Sebastián es el conjunto de partida y sus dos novias el de llegada.	1	3
			Para que sea función Sebastián solo puede tener una novia, pero no importa si la novia tiene varias parejas.	1	4

			Si Sebastián tiene varias novias se le considera función, pero si tiene solo una se le llama relación.	2	1
<b>M<sub>10</sub></b>	<b><i>“Ósea que Quiénes son las beneficiadas aquí son las mujeres porque ellas sí pueden tener dos relaciones pero para que sea función los hombres solamente pueden tener una sola novia si un hombre como Óscar que tiene dos relaciones”</i></b>	Un ejemplo para mejorar el nivel de atención de los estudiantes.	Si un hombre como Oscar tiene dos relaciones quiere decir que es una relación y no una función.	4	5
			El conjunto del rango se caracteriza por poder tener más de una correspondencia y se denomina función.	3	3
			Oscar no está cumpliendo una función, sino una relación, ya que tiene dos mujeres y los hombres solo pueden tener una mujer para que sea función.	3	5
			Si un elemento del conjunto de salida tiene varias imágenes deja por completo de ser función para solo ser relación.	3	5
			Oscar no es una función debido a que tiene más de una novia por lo tanto se denomina una relación.	3	5
			Oscar representa al conjunto de llegada por tener correspondencia con 2 de la partida o sea que es una relación.	1	1
			Las mujeres son el conjunto de llegada y los hombres el conjunto de salida.	1	3
			Los elementos del conjunto de llegada pueden tener más imágenes con respecto a los elementos de partida que solo pueden tener un solo elemento, al tener más de ellos se vuelve en una relación y no función.	3	4

M <sub>11</sub>	<b><i>“Hay una manera en el plano cartesiano para identificar de manera gráfica si tenemos una relación y una función”</i></b>	Otra forma de visualizar si la correspondencia entre los elementos de dos conjuntos es una relación o una función.	Se puede notar si es relación cuando un valor de X tiene dos valores en Y.	1	3
			Toda relación o función tiene una forma de graficarse.	2	4
			Todos los elementos del conjunto de partida del eje X tienen una imagen en el conjunto de llegada Y.	6	3
			Que cada relación o cada función tienen una manera diferente de ser graficada en el plano cartesiano.	2	5
			Todas las relaciones se pueden graficar.	2	3
			Muchas de las relaciones pueden graficarse.	1	3
			En la gráfica solo puede identificarse cuando al trazar una línea vertical se corta con un solo punto es función, con dos o más es relación.	7	5
M <sub>12</sub>	<b><i>“Cuando usted traza una línea vertical y la Gráfica se corta en dos puntos es una relación pero no una función, para que esta circunferencia puede ser una función tendríamos que dibujar sólo la mitad”</i></b>	Para determinar si la relación es una función se puede trazar una línea recta vertical para determinar cuántas imágenes puede tener un elemento del conjunto de partida.	Por ejemplo cuando dibujamos media circunferencia y trazamos una línea vertical solo corta en un punto la gráfica.	1	4
			Cuando una gráfica se intersecta más de una vez en un punto tiene varias imágenes por lo tanto no sería función.	4	4
			Si en una línea vertical para un valor del eje X le dan un valor positivo y negativo en Y lo que un valor no tendría una imagen sino dos.	1	3
			Que siempre que queramos tener una función solo se puede	1	3

			<p>tocar un punto no dos por ende en una circunferencia para que cumpla función trazaríamos solo la mitad.</p>		
			<p>Para un valor de X me dan 2 valores en Y.</p>	7	3
			<p>No es una función porque a un valor en X se le dan dos valores de Y, tiene dos imágenes.</p>	2	3
			<p>Cuando la línea vertical que se traza corta dos puntos de la gráfica entonces es una relación porque tendría dos imágenes y para ser función solo puede tener una imagen.</p>	5	5

Anexo C. 2. Tabla de sistematización grupo #2.

SISTEMATIZACIÓN-CUESTIONARIO # 2					
TIPO DE METÁFORA	FRASE METAFORICA DEL DOCENTE	INTENCIÓN DEL DOCENTE	INTERPRETACIÓN DEL ESTUDIANTE	RECURRENCIA DE RESPUESTAS	COINCIDENCIA DE INTERPRETACIÓN DOCENTE - ESTUDIANTE
M <sub>1</sub>	<i>“Cualquier tipo de correspondencia entre el conjunto A y el conjunto B es una relación, no importa que A tenga más de una relación o que el elemento c tenga más de una relación.”</i>	La correspondencia entre elementos de dos conjuntos determina una relación.	Es una relación cuando todos los elementos del conjunto de salida tienen correspondencia en el conjunto de llegada, no importa que en el conjunto de salida hallan elementos que tengan correspondencia con un mismo elemento del conjunto de llegada.	1	4
			Cada correspondencia debe tener una relación o más del conjunto de llegada pero el de salida solo puede tener una relación.	1	3
			El conjunto B donde está el elemento c puede tener más de una relación.	4	3
			A y B pueden tener distintas relaciones.	1	3
			Los elementos del conjunto de llegada y los de salida pueden tener más de una relación tanto como los de salida y los de llegada, como ejemplo un elemento de llegada puede ser imagen de dos elementos de partida. Se puede	1	4

			concluir que hay una relación entre dos conjuntos.		
			Que el elemento de llegada puede tener más de una relación pero el de partida no.	1	3
			El conjunto de llegada puede tener más de una relación sin que este sea afectado, porque lo que importa es que todos los elementos del conjunto de salida no queden sobrando.	1	3
			Que el conjunto de llegada puede tener más de una relación a diferencia del conjunto de salida.	1	3
			El conjunto B puede tener más de una relación.	3	3
<b>M<sub>2</sub></b>	<i>“Estamos hablando del producto A x B, donde A, pues deben ser los elementos del conjunto de partida y B los elementos del conjunto de llegada.”</i>	El producto cartesiano A x B, determina relaciones entre elementos de dos conjuntos.	El producto de la relación entre A y B es un resultado que contiene a A (elemento del conjunto de salida) y a B (elemento del conjunto de llegada).	4	5
			Que hay dos conjuntos con unos elementos, los elementos de partida son del A y los elementos de llegada del B.	1	3
			De A y B se pueden obtener parejas ordenadas teniendo en cuenta el plano cartesiano.	2	4
			Normalmente los conjuntos A son los de partida y los	1	3

			conjuntos B son los que contienen las imágenes de acuerdo con la función, en el conjunto B pueden sobrar datos pero no en el conjunto A porque es el de partida.		
			A y B tiene una relación por medio de parejas ordenadas.	1	4
			A es el conjunto de partida y B es el conjunto de llegada de tal manera que se pueden formar parejas ordenadas.	4	4
			Existe una relación entre A y B de dos componentes siendo la primera componente del conjunto de partida y la segunda del conjunto de llegada.	1	4
<b>M<sub>3</sub></b>	<i>“Cualquier subconjunto de estos que corresponda a una relación es un subconjunto de un producto cartesiano y ese producto cartesiano son números que van de los reales a los reales.”</i>	Se tiene un conjunto universal a los números reales y cualquier relación entre los elementos de dos conjuntos se puede ubicar en el plano cartesiano.	Si se toman mínimo 2 elementos del conjunto se forma un subconjunto que pertenece al producto cartesiano y puede ir desde $-\infty$ a $+\infty$ .	1	4
			Uno puede sacar un subconjunto o más del conjunto, y el plano contiene todos los números reales.	2	4
			Uno puede extraer un subconjunto de un conjunto que es el producto cartesiano del plano cartesiano.	8	4
			Si uno puede sacar varios subconjuntos	2	3

			de un conjunto del plano cartesiano.		
			Un subconjunto de cualquier conjunto A, es decir una parte del, ya sea uno o más datos, que correspondan a una relación con otro subconjunto es porque esta relación es un subconjunto del producto cartesiano que pertenece a los números reales en el plano.	1	5
<b>M<sub>4</sub></b>	<i>“Usted cada vez que establece una relación entre A y B, usted lo que va a encontrar es un subconjunto del producto cartesiano ¿por qué?...porque estas son parejas que usted puede ubicar ¿dónde?...En el plano cartesiano.”</i>	El producto cartesiano da la posibilidad de acceder a los estudiantes al concepto de relación.	La relación entre el conjunto de llegada y partida se convierte en un subconjunto que se puede encontrar en el plano cartesiano.	1	5
			Uno relaciona un elemento de un conjunto con el de otro y crea subconjuntos que se ubican en el plano cartesiano.	1	5
			Cada que establecemos una relación entre A y B obtenemos como resultado un subconjunto del producto cartesiano que se ubica en el plano cartesiano entre X y Y.	2	5
			Los subconjuntos son aquellos que son seleccionados para ser ubicados en el plano cartesiano.	2	3
			Estos subconjuntos que se sacaron son	1	3

			parejas ordenadas que están ubicadas en plano cartesiano.		
			Cada producto del plano cartesiano es una relación entre dos conjuntos es decir una pareja de números que se ubicaran en el plano y a esto se le puede llamar subconjunto.	1	4
			Un subconjunto está conformado por parejas extraídas del conjunto de salida y del conjunto de llegada.	1	3
			Cada vez que se establece una relación en el plano cartesiano puede salir un subconjunto.	1	3
			Cuando se establecen relaciones entre el conjunto del plano cartesiano se hayan subconjuntos que son aquellos que se seleccionan y pueden ser ubicados en el plano cartesiano.	2	3
			Al tener un conjunto ubicado en el plano cartesiano, tenemos un subconjunto. Un subconjunto está conformado por un punto de llegada y un punto de partida.	1	3
			Encontramos un subconjunto porque se hacen parejas entre el conjunto A y el conjunto B y las ubicamos en el plano cartesiano donde la	1	4

			primera va en el eje X y la segunda en el eje Y.		
M <sub>5</sub>	<i>“En el momento que un hombre tenga dos novias, ósea dos imágenes, ya no es ¿qué?...Ya no es función, es relación.”</i>	Es una relación.	Si en el conjunto de partida hay un elemento con más de una imagen en el conjunto de llegada entonces esto sería una relación pero no una función.	1	4
			La mujer si puede tener varios novios pero el hombre solo puede tener una novia.	1	3
			El elemento de partida solo puede tener un elemento, mientras que el de llegada puede tener dos o más relaciones.	2	3
			El conjunto de partida no puede tener más de una relación en cambio el conjunto de llegada si puede.	3	3
			Una relación es cuando los elementos del conjunto de partida (novias) tienen una sola imagen en el conjunto de llegada (novios) pero cuando una mujer tiene dos hombres como novios se le puede llamar una función.	1	1
			No es una función es una relación porque los elementos del conjunto de partida solo pueden tener una relación.	1	3

			El conjunto de partida no puede tener dos imágenes.	2	2
			Se deja de ser función cuando el conjunto A repite varios elementos del conjunto B, función es cuando los elementos de A solo tiene una pareja con los elementos de B.	1	3
			Deja de ser función para volverse relación cuando un elemento del conjunto de partida tiene más de una imagen en el conjunto de llegada.	1	5
			Al tener el hombre (salida) dos novias (llegada) ya no es función sino relación ya que el de salida no puede tener dos conjuntos de llegada.	1	5
<b>M<sub>6</sub></b>	<i>“El primer elemento de la pareja ordenada es el valor de X,....El segundo es Y....Entonces por eso es que se dice, que cuando usted tiene una relación, esa relación es un subconjunto de ¿quién?.....Del producto cartesiano ¿por qué?....porque esos elementos que acabo aquí de nombra ¿usted los puede ubicar</i>	Las parejas ordenadas representan puntos en el plano cartesiano determinados por una determinada correspondencia.	Cuando en el conjunto de partida (X) y el conjunto de llegada (Y) tienen una relación que se convierte en un subconjunto del producto cartesiano porque se puede ubicar en el plano cartesiano.	1	4
			Los subconjuntos se forman a partir de las parejas de los conjuntos y se ubican en el plano cartesiano.	2	3
			Del conjunto de partida se extrae un valor y del llegada otro, haciendo eso se	1	3

	<i>dónde?...en el plano cartesiano."</i>		forman parejas ordenadas y eso es el conjunto.		
			Una pareja ordenada tiene dos objetos pero de ellos es un subconjunto y tiene una relación.	2	3
			Todo conjunto tiene subconjuntos y estos subconjuntos forman una relación.	2	2
			Una pareja ordenada (X,Y) es un subconjunto del producto cartesiano dentro de una función.	1	2
			El plano cartesiano es un conjunto de parejas ordenadas de tal manera que un subconjunto es una relación del plano cartesiano.	2	3
			X y Y son dos conjuntos del plano cartesiano X de salida y Y de llegada, entonces cuando se hacen parejas, los subconjuntos son parte del conjunto y eso forma una relación.	1	4
			Las parejas ordenadas tienen dos componentes una pertenece al conjunto de partida y el otro al de llegada, estas parejas forman un subconjunto que puede ubicarse en el plano cartesiano.	2	4
<i>"Ese conjunto de donde voy a</i>	Una pareja ordenada está dada	La correspondencia se establece con el	2	5	

<b>M<sub>7</sub></b>	<i>establecer esa correspondencia, el conjunto de partida, y el conjunto con el cual lo estoy relacionando es el, ¿conjunto de qué?...De llegada.</i>	por una correspondencia que se ha establecido entre los elementos de dos conjuntos.	conjunto A y el conjunto con el que lo relaciono es el conjunto B.		
			Debe haber dos conjuntos para poder formar las relaciones.	1	3
			Hay dos conjuntos uno de llegada y otro de partida con una relación entre estos se forma un nuevo conjunto.	1	3
			Hay un conjunto de llegada y de partida y para ello es necesario asociarlos para formar una relación.	4	4
			El conjunto de partida es de donde arranca y la forma en que los relaciona con el otro conjunto de llegada es una relación.	1	4
			Para formar una relación hay que tener 2 conjuntos donde uno sería de salida y el otro de llegada (la correspondencia es la relación).	1	5
			En una relación van a existir dos conjuntos donde empieza y donde termina.	4	3
<b>M<sub>8</sub></b>	<i>“Que en el conjunto de llegada un elemento sea la imagen de dos ¿qué?.... de dos elementos del conjunto de partida, es decir, de acuerdo al ejemplo puede</i>	Determinar si se ha comprendido el concepto de relación y función.	Cuando en el conjunto de llegada un elemento es la imagen de dos elementos del conjunto de partida se forma una relación especial.	4	4
			Cuando los elementos de llegada tienen dos imágenes	2	4

<p><i>sucedier que una mujer tenga dos, ¿dos qué?...Dos novios...Si dos novios, y sigue siendo entonces es una ¿qué?...Una función...Con palabras más claras, ahora si ¿qué es una función?...Es una relación especial."</i></p>	<p>se llaman relaciones especiales y cuando tiene una sola se llaman funciones.</p>		
	<p>Una función es cuando una mujer tiene dos novios, es decir que un elemento del conjunto de partida puede tener dos imágenes en el conjunto de llegada y será una función.</p>	3	2
	<p>Una función es una relación especial donde los elementos del conjunto de partida tienen una sola imagen en el conjunto de llegada.</p>	1	5
	<p>Una función puede seguir siendo función sin importar que 2 elementos de A tengan el mismo en B, eso si deja de serlo cuando A tiene 2 imágenes en B (es decir un hombre 2 mujeres).</p>	1	5
	<p>En la función un elemento del conjunto de llegada puede ser la imagen de un elemento del conjunto de partida lo cual es una relación especial.</p>	1	3
	<p>El conjunto de llegada puede tener dos imágenes y sigue siendo una función pero especial.</p>	1	2
	<p>Cuando en el conjunto de llegada existen dos imágenes</p>	1	2

			se forma una relación especial.		
<b>M<sub>9</sub></b>	<i>“como el 3 está libre no hace parte del rango, entonces como se llaman todos estos elementos del conjunto de llegada hacen parte del codominio, pero solo los elementos que tiene alguna relación son los elementos que forman el rango y en el conjunto de partida los elementos que tiene correspondencia, ósea que tiene una relación.”</i>	El codominio son todos los elementos del conjunto de llegada.	Solamente los elementos que tienen una imagen hacen parte del rango, los elementos del conjunto de llegada que no son imagen hacen parte del codominio.	2	5
			El rango son los elementos del codominio que tienen una relación, pero los que no tienen una relación no hacen parte del rango.	5	4
			Los elementos del codominio que tienen una correspondencia se les puede asignar el nombre de rango.	1	5
			Los elementos del codominio que tiene una correspondencia con los elementos del dominio se les pueden llamar relación y esos elementos son los que hacen parte del rango.	1	4
			Los elementos del codominio que tienen una correspondencia se les puede tener una relación pero no hacen parte del rango.	1	1
			El rango es cuando se tiene imagen y los que no tienen son codominio.	3	4

			Todos los elementos que no tengan una relación o correspondencia hacen parte del codominio.	1	4
<b>M<sub>10</sub></b>	<i>“En el plano cartesiano usted puede ubicar todas las parejas que quiera cierto, solo que en una relación uno ubica las parejas con cierta ¿qué?....., con cierta condición.”</i>	Al establecer un producto cartesiano, se establece una condición para realizar la correspondencia.	En el plano cartesiano se puede ubicar cualquier pareja que cumpla la regla establecida.	5	4
			Una relación es donde se ubican una o más parejas que comparte una misma condición.	4	4
			Una correspondencia que comparte una misma condición se puede llamar relación y se puede ubicar en el plano cartesiano.	1	5
			Una relación es donde se ubican una o más parejas que comparte una misma condición, por ejemplo una condición puede ser que Y sea el doble de X.	3	4
			Al ubicar una relación hay ciertas condiciones para graficar.	1	4
<b>M<sub>11</sub></b>	<i>“¿ósea que todas las respuestas se forman en un plano cartesiano?...Siiiiii , listo, entonces vean hay un tipo de relación especial, ¿que se llama qué?....Función.”</i>	Las parejas que se establecen a partir de un producto cartesiano se pueden ubicar en el plano cartesiano.	Cuando el conjunto de salida tiene una correspondencia en el punto de llegada se forma una relación y si al graficarlo en el plano cartesiano cada elemento tiene una única imagen entonces esto se conoce como una función.	1	4

		Las respuestas en un plano cartesiano que tengan coordenadas X (dominio) y una sola imagen para cada valor de Y.	2	3
		Hay relaciones especiales que tienen como condición y regla que cada uno de los elementos de partida deben tener una única imagen en el conjunto de llegada, llamada función.	1	4
		Una función es una relación donde los elementos del conjunto de partida solamente pueden tener una imagen.	2	3
		Cuando cada elemento del dominio tiene una sola imagen en el codominio es porque ese conjunto de relaciones se les puede llamar una función especial.	1	3
		Las respuestas en un plano cartesiano que tengan coordenadas X (dominio) y una sola imagen para cada valor de Y es porque es un conjunto de relaciones que pasan a llamarse funciones por ejemplo $f(x)=2X+4$	2	4
		Cuando el conjunto de salida tiene una correspondencia en el punto de llegada se forma una relación y se puede graficar.	1	5

			Los conjuntos de salida al tener uno del conjunto de llegada se forma una relación y cuando estas relaciones se ponen en el plano cartesiano se puede ver una función.	1	4
			La función es una relación especial en la cual hay una condición y es que cualquier elemento del conjunto de partida solo puede tener una imagen.	1	3
			No contesto.	1	1
			En un plano cartesiano se forman respuestas con una relación especial llamada función.	1	4
M <sub>12</sub>	<p><i>“Vamos a tomar cuatro hombres por ejemplo: Mauricio, .....Profe Miguel, Pedrito, Víctor y Juan....Víctor y Juan, y aquí vamos a tomar cuatro mujeres Isabel, Valentina y Ángela, entonces ojo, ¿cuándo una relación es función?, para que me entiendan y en este ejemplo que voy hacer, como cosa rara las mujeres van a salir ganando, digamos que Miguel es novio de Valentina, y</i></p>	Una relación donde se establece la regla que cada elemento del conjunto de partida tenga una única imagen se llama función.	Cuando el conjunto de salida tiene solo una imagen en el conjunto de llegada es una función y cuando en el conjunto de llegada un elemento es imagen de más de 2 elementos esto es una función.	2	4
			Para cada hombre solo hay una mujer ya que eso se llama función especial, es decir los elementos del conjunto de partida, es decir cada elemento tiene una sola imagen.	5	4
			Cada elemento del conjunto de partida tiene una imagen en el conjunto de llegada, así como	1	4

<p><i>digamos que Pedro es novio de Ángela, vea ¿sí o no?, y digamos que Víctor es novio de Isabel, y Juan con Daniela, ojo miren que aquí los hombres solamente tienen una novia, ¿cuando eso sucede, es una qué?....Una función especial."</i></p>	<p>cada hombre tiene una sola mujer como novia y a eso se le llama una función especial.</p>		
	<p>Para cada hombre solo hay una mujer y eso se llama función especial, es decir los elementos tienen una sola imagen en el conjunto de llegada formando en este caso relaciones (función especial).</p>	2	4
	<p>Una función es cuando los del conjunto A solo tienen uno de B, el conjunto B puede tener dos de A se convierte en una relación, pero deja de ser función cuando uno de A comparte dos de B y ahí es una relación.</p>	1	4
	<p>Es una función cuando los elementos del conjunto de partida solo tienen una imagen y en el caso contrario se convertirán en una relación.</p>	2	5
	<p>Cuando los elementos del conjunto de partida tienen una única imagen es una función.</p>	1	5

## ANEXOS D

### Anexo D. 1. Transcripción de audio-Clase grupo#1

#### TRASCRIPTIÓN #1

**COLEGIO MILITAR GENERAL RAFAEL REYES**

**ASIGNATURA: CALCULO**

**DOCENTE: GONZAGA EVEL LONDOÑO**

**TEMÁTICA: INTRODUCCIÓN DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN**

**GRADO: 11-A**

**Docente:**

El tema nuevo que se supone que va a comenzar en el segundo periodo y que ya lo vamos a comenzar a partir de hoy se llama relaciones y funciones, entonces lo primero que ustedes tienen que saber, es que cuando usted tiene un plano cartesiano usted puede establecer valores de X y ....

**Estudiantes:**

de Y,

**Docente:**

y de Y cierto, y esos valores que usted gráfica en el plano cartesiano o pueden ser una relación o puede ser.....

**Estudiantes:**

una función,

**Docente:**

hoy el objetivo es saber si esa correspondencia entre elementos de X y de Y, o es una relación o ¿es una qué?

**Estudiantes:**

una función

**Docente:**

listo, bueno ese concepto como lo dice la diapositiva es fundamental para el cálculo que ustedes van a ver en la universidad ¿Por qué? Porque a partir de las relaciones y funciones se desarrolla todo lo que corresponde a las matemática uno en la universidad, entonces póngale cuidado porque eso es como ya el primer contacto formal porque ustedes ya en años anteriores habían graficado ¿qué?

**Estudiantes:**

funciones

**Docente:**

y habían manejado ¿Qué?

**Estudiantes:**

el plano cartesiano,

**Docente:**

usted sabe que cuando usted establece unos valores para X obtiene.....

**Estudiantes:**

otros valores para Y,

**Docente:**

pero a partir de hoy ya es una situación más formal establecer una clara diferencia entre lo que es una relación y una función listo, estamos, cuando usted habla de relación usted tiene que establecer una correspondencia, ósea, es decir, tratar de identificar que para un determinado valor de X existe ¿Qué?

**Estudiantes:**

un valor determinado de Y

**Docente:**

o varios valores para Y, depende ¿ de Qué? si es una relación o si es una función, listo en la diapositiva ¿Quién quiere leer lo que dice ahí?, yo... bien pueda Vela

**Estudiantes:**

(Lectura del estudiante) La noción de correspondencia determina un papel fundamental en los conceptos de relación y de función en nuestra vida cotidiana frecuentemente hemos tenido experiencias con correspondencias o relaciones,

**Docente:**

entonces, yo cada vez que hablo de relación es una correspondencia que yo establezco, cierto vamos a ver un ejemplo para que les quede claro lo que es una relación, ¿quién quiere leer lo que aparece en la diapositiva?

**Estudiantes:**

Yo...

**Docente:**

démosle la palabra a mi amiga

**Estudiantes:**

(Lectura del estudiante) en un almacén a cada artículo le corresponde un precio, a cada nombre en el directorio telefónico le corresponde un número o varios números, a cada número le corresponde una segunda potencia, a cada estudiante le corresponde un promedio de calificación,

**Docente:**

Ahí, lo que ustedes acaban de visualizar en la pantalla, esta parte es que siempre que haya una correspondencia entre dos conjuntos, entre un conjunto A y un conjunto B de la correspondencia se conoce como una.....

**Estudiantes:**

relación,

**Docente:**

algunas relaciones que pueden ser funciones; más adelante vamos a hablar de cuál es la diferencia que hay entre una relación y una función. Vamos a hacer un primer ejemplo de correspondencia alguna niña por acá que me quiera leer.

**Estudiantes:**

Yo... (Lectura de la estudiante) la primera correspondencia que mostraremos en el cuadro de calificaciones de los estudiantes que muestra cual ha sido la calificación qué ha obtenido cada uno en una prueba es el dominio,

Docente:

Entonces póngame cuidado hay dos conjuntos cierto, este es el conjunto de partida o el dominio ¿por qué? porque es el elemento que va a establecer una correspondencia ¿Con otro qué?

Estudiantes:

con otro conjunto,

Docente:

entonces como en la diapositiva anterior habíamos hablado de que hay unos estudiantes ¿con unas qué?, ....

Estudiantes:

con unas calificaciones,

Docente:

entonces vamos a tratar de identificarlas por ejemplo Juan tiene una calificación de 16,4, esa es la relación que se establece entre Juan y su nota es una correspondencia, ¿o sea ¿que esto es una?

Estudiantes:

relación

Docente:

¿Por qué?..... porque yo cojo un elemento de un conjunto de partida y hago una correspondencia ¿con quién? ..... con un conjunto ¿de qué? .....

Estudiantes:

de llegada,

Docente:

cierto, todos estos elementos se conocen cómo elementos del dominio, es decir, todos los elementos del conjunto de partida se llaman dominio y acá este que es el conjunto de llegada ó sea dónde llega la correspondencia, se establecen como el rango o recorrido cierto, de que depende que sea rango o recorrido del dominio, pues depende que sea siempre le corresponde el rango aún respectivo.....

Estudiantes:

dominio

Docente:

en este caso qué números están relacionados con un hombre, ahí vemos que todos los nombres tienen una relación con un número, por ejemplo: a Juan con 16,4; Víctor y Biron 16,5, Carlos tiene 16,9 y así todos tienen una correspondencia a cada nombre le corresponde un valor. Todos los nombres tienen correspondencia con una nota determinada; ¿qué podemos decir entonces de esto que es una relación ¿por qué? .....

Estudiantes:

porque hay un conjunto

Docente:

definido donde hay un conjunto de salida y un conjunto de llegada y hay una.....

Estudiantes:  
correspondencia,

Docente:  
ósea que hay una .....

Estudiantes:  
correspondencia entre dos conjuntos.

Docente:  
Bueno vamos a ver otro ejemplo del mismo, un hombre que quiera leer esta otra parte quien de los hombres

Estudiantes:  
(Lectura del estudiante), el conjunto del cual partimos en este caso se denomina dominio,

Docente:  
no olviden entonces ya tenemos dos definiciones, que nos las tenemos que aprender; cuando usted tiene dos conjuntos el conjunto de partida es el dominio y el conjunto de llegada es el recorrido y cuando todos los elementos de ese recorrido tienen una relación con todos los elementos del dominio entonces se llama Rango ¿por qué? .....porque el rango son todos los elementos del conjunto de llegada que tienen una relación ¿con quién?.....

Estudiantes:  
con los elementos del dominio,

Docente:  
por ejemplo miren cómo lo dije ahora, no hay ningún de estos numeritos del conjunto de llegada que este solito todos tienen una ¿qué?.....

Estudiantes:  
una relación, con algún elemento del dominio

Docente:  
Entonces es que una relación, bueno alguien que quiera leer esta diapositiva

Estudiantes:  
El conjunto de llegada se llama recorrido o rango.

Docente:  
Generalmente por acá por estos lados se utiliza el término Rango que recorrido es más Pero si a usted le habla de Rango o recorrido le están hablando de los elementos del conjunto de llegada ¿Porque será qué se le dice conjunto de llegada? porque es hacia dónde está direccionada entre el primer conjunto, el segundo o conjunto de llegada y a esos elementos que están relacionados con el conjunto de partida se le llaman rango,

Docente:  
Señor lea por favor esa diapositiva

Estudiantes:  
(Lectura del estudiante), aquí podemos observar la correspondencia que existe entre las personas y los números telefónicos,

**Docente:**

hay dos personas que tienen dos números telefónicos, no cierto, ósea que se establecen dos relaciones por ejemplo Mónica tiene dos números de celular igual que nuestra amiga Beatriz tiene dos números de celular entonces ¿es una relación?

**Estudiantes:**

siiii

**Docente:**

¿por qué? Si es cierto ¿Por qué? .....

**Estudiantes:**

hay una correspondencia entre las personas y los números,

**Docente:**

es decir, que hay una correspondencia entre los elementos de los dos conjuntos, muy bien ahí vamos aprendiendo cosas. Ahí vemos lo que ya les expliqué hay dos elementos del dominio que tienen doble correspondencia con elementos del rango cierto, y igual es una relación, Entonces está la primera que es una relación que hay entre las notas que saca un estudiante y su valor numérico y la segunda las personas relacionadas con sus números telefónicos cierto, vamos a aprender ahora en la siguiente diapositiva ¿Cuál es la diferencia entre relación y función? alguien que quiera leer la diapositiva; bien pueda

**Estudiantes:**

(Lectura del estudiante) una correspondencia es una relación, pero no toda relación es una función,

**Docente:**

Entonces qué es lo que quiere decir acá esta diapositiva, ojo todas las funciones son relaciones, cuando estoy hablando una función estoy hablando de que una relación pero lo contrario No se cumple, es decir que yo no puedo decir que toda relación sea una función, más adelante lo vamos aclarar, Por ahora nos vamos a quedar con la siguiente definición una función también es.....

**Estudiantes:**

una relación

**Docente:**

Es decir es una relación especial entonces miremos Acá está primera relación es una función pero esta segunda no es una función que observan en esta primera correspondencia.....,

**Estudiantes:**

Pues que en la primera cada persona sólo tiene una nota pero en la segunda Hay personas que tienen dos números telefónicos,

**Docente:**

entonces podemos decir que para que una relación sea una función se debe cumplir lo siguiente: ojo que los elementos del conjunto de partida Solamente pueden tener una sola relación miren, Juan está relacionado con un solo numerito del conjunto de llegada es decir nuevamente del conjunto de partida solamente cada elemento puede tener una sola relación para que me entiendas, por ejemplo digamos que estos sean los hombres y estas las mujeres, entonces los hombres son el conjunto de partida, entonces en lo que voy a explicar les va gustar mucho a las mujeres por lo siguiente,

voy a explicar la diferencia que hay entre relación y función la diferencia entre una relación y una función entendiéndolo que la relación también es una.....

**Estudiantes:**

Función

**Docente:**

Entonces digamos que aquí tengo el conjunto A de hombres demen 4 Nombres de hombres, machos, varones:.....

**Estudiantes:**

Óscar, Samuel, Camilo, Sebastián y Aquí vamos a colocar cuatro niñas Daniela, Camila, Sofía, Luciana, yo voy a establecer una relación entre Oscar y Daniela, entre Mario y Daniela, entre Camilo y Camila, Sebastián y Camila,

**Docente:**

¿Es una relación?

**Estudiantes:**

Síiiii

**Docente:**

¿Por qué?, ¿por qué es una relación?

**Estudiantes:**

porque hay una correspondencia entre los elementos de un conjunto y los elementos de otro,

**Docente:**

ahora pregunto ¿será que esta relación es una función?

**Estudiantes:**

no, no, no

**Docente:**

los que dicen que no levanten la mano y expliquen por qué.

**Estudiantes:**

yo creo que, porque no todos los del otro grupo están relacionados, los del otro grupo no tienen a alguien asignado,

**Docente:**

¡Ah Bueno! les aclaro que puede suceder que en el conjunto de llegada algunos elementos no estén relacionados con algún elemento del conjunto de partida, los elementos que están relacionados son el rango, pero todos los elementos del conjunto así no estén relacionados se llaman codominio,

**Estudiantes:**

Profe entonces ¿si usted en este caso nos dice cuál es el rango: solo serían Daniela y Camila?,

**Docente:**

SI, por ejemplo si decimos que Oscar es novio de Daniela y Mario es novio de Daniela, Camilo es novio de Camila y Sebastián también es novio de Camila, ¿eso es una función?

**Estudiantes:**

Siiiiii

**Docente:**

¿Porque es una relación?

**Estudiantes:**

Porque hay una correspondencia

**Docente:**

porque la condición para ser función es que los elemento de acá esta relacionados solamente con elemento de acá, pero por ejemplo en el caso de que Oscar tenga otra novia ya no es función ¿es qué? Relación, pero puede suceder que los elementos del rango tengan varias relaciones, cual es la condición para que sea función que los hombre tengan una sola relación, por ejemplo si Oscar es novio de Daniela y de Luciana

**Docente:**

Ahora pregunto ¿será que esta relación es una función?

**Estudiantes:**

Noooooo

**Docente:**

¿Por qué?

**Estudiantes:**

Porque tiene dos relaciones,

**Docente:**

listo vamos Pero eso no implica que no sea una función es decir los que sí están relacionados con el conjunto de salida son los que se llaman el rango, pero todos los elementos del conjunto de llegada todos toditos es llaman codominio, Pero eso más adelante lo vamos a ver,

**Estudiantes:**

Profe, entonces por ejemplo: si usted nos dice que escojamos el rango sólo Entonces serían Daniela y Camila

**Docente:**

sí vean esta relación es una función por lo siguiente no se les vaya a olvidar Oscar el novio de Daniela y Mario también es novio de Daniela, obviamente Mario no puede saber porque le pega, Camilo el novio de Camila y Sebastián es novio de Sofía eso es una función porque la condición es que estos elementos de acá solamente estén relacionados con una sola mujer donde Camilo tenga otra novia, Entonces ya no es una función, pero si es una.....

**Estudiantes:**

Relación,

**Docente:**

pero no es una función Pero puede suceder que los elementos del Rango tengan ¿qué?.....

**Estudiantes:**

varias relaciones

**Docente:**

Ósea que Quiénes son las beneficiadas aquí son las mujeres porque ellas sí pueden tener dos relaciones pero para que sea función los hombres solamente pueden tener una sola novia si un hombre como Óscar que tiene dos relaciones. Óscar es novio de Daniela y también de Camila preguntó ¿es función?

**Estudiantes:**

Noooooo,

**Docente:**

¿Por qué no?

**Estudiantes:**

porque tienen dos relaciones

**Docente:**

listo entonces queda claro el concepto Sí profe Por ejemplo Camilo tiene dos novias que una es Camila y la otra es Luciana ahí es ¿Qué? relación o función es una función y en el caso de que Sebastián tengan dos novias que sólo es una relación para que sea función que hay que hacer hay que quitarle una de las novias a Sebastián, ahora esa relación sí es función

**Estudiantes:**

Sí profe ya sí porque a cada uno le corresponde una relación

**Docente:**

Es decir que las mujeres pueden tener dos relaciones pero los hombres no. Por eso pongámosle cuidado a lo que acaba de decir Camila hagamos silencio para que todos escuchen, es decir

**Estudiantes:**

El dominio sólo puede tener una relación pero el rango sí puede tener varias relaciones, es decir los elementos del dominio solamente pueden tener una sola relación Es decir una correspondencia con un elemento de B y el rango puede tener varias correspondencias.

**Docente:**

Por eso términos sociales según Este ejemplo Las mujeres pueden tener varias relaciones Pero en cambio los hombres solamente pueden tener una sola novia porque en el momento en el que un hombre tenga dos relaciones Entonces ya no es función. ¿es que?

**Estudiantes:**

profe es una relación

**Docente:**

hagamos el siguiente ejercicio mental dejemos aparte el ejercicio de los hombres y las mujeres quién me quiere decir ¿cuál es la diferencia entre una función y una relación?

**Estudiantes:**

una función solamente tiene un punto de llegada y una relación puede tener varios

**Docente:**

¿quién más quiere participar? ¿Cuál es la diferencia entre una función y una relación?,

**Estudiantes:**

En una función sólo se puede dar una correspondencia de los elementos del Rango con los elementos del dominio pero en una relación los elementos del Rango pueden tener una o varias relaciones, relaciones con los elementos del dominio

**Docente:**

eso muy bien lo que dice mi amigo es cierto que aquí lo vamos a leer. Toda función es una relación pero no toda relación es una función por eso dejamos claro el ejercicio con los hombres y las mujeres para que quede claro el concepto las mujeres pueden tener varias relaciones los hombres No, para nuestro ejemplo ¿los hombres son las?

**Estudiantes:**

X y las mujeres los Y,

**Docente:**

es decir que a cada elemento de X le corresponde un elemento de Y Pero en cambio los elementos de Y pueden estar relacionados con varios elementos de X En palabras normalitas para nuestro ejemplo las mujeres pueden tener varios novios y los hombres.....

**Estudiantes:**

solamente uno porque los elementos del conjunto de partida solamente pueden tener una relación

**Docente:**

en cambio en el ejemplo 2 sólo podemos decir que es una relación porque Beatriz tiene dos correspondencias es decir tiene dos números telefónicos. Alguna dama que me quiera leer definición de relación y función...

**Estudiantes:**

la correspondencia se establece entre un conjunto llamado dominio y otro conjunto llamado Rango a cada elemento del conjunto dominio le corresponde algunos de los elementos del conjunto del Rango

**Docente:**

es decir Qué elemento del Rango le pertenece uno y sólo un elemento del dominio todas las funciones son relaciones pero no todas las relaciones son funciones No se les vaya olvidar Esta última parte Qué es fundamental para comprender cómo funciona el cálculo, es decir ¿que la función es un caso particular de quién?

**Estudiantes:**

de una relación

**Docente:**

Bueno, ya entremos en el contexto de los números es decir trabajaremos el pensamiento numérico tengo 5 relaciones todas Son relaciones porque hay elementos de X relacionados elementos de Y. Por ejemplo: si yo tengo  $X^2 + Y^2 = 25$ , para los que no saben esta es la ecuación de una circunferencia  $Y = 2X + 1$ , Esta es la ecuación de una línea recta,  $Y = X^2 + 2X + 1$ , es la ecuación que cuando usted la Gráfica en el plano le va a dar una parábola,  $(X + 1)^2 = 9$  esa es porque se supone que hay elementos de X elevado al cuadrado. Pregunto de estas cinco, ¿Cuáles de ellas son relaciones y cuáles son funciones?

**Estudiantes:**

profe Todas Son relaciones.

**Docente:**

Pero necesito que me den un argumento que sea demostrado, ¿la primera es relación o función?

**Estudiantes:**

Es relación

**Docente:**

$X^2 + Y^2 = 25$ , ¿ustedes porque dicen que es una relación y porque no es función? obvio tiene un razón si son relaciones porque cualquier correspondencia establece una relación entre los elementos de un conjunto de partida y los elementos de un conjunto de llegada. Pero miren en este ejemplo en particular ¿ustedes porque es porque dicen ustedes que es una relación y no una función?

**Estudiantes:**

porque

**Docente:**

Hay una manera en el plano cartesiano identificar de manera gráfica si tenemos una relación y una función Aunque ustedes ya deben saberlo porque cuando se ve trigonometría Se ven cónica y ahí también se trabaja este concepto yo me imagino que ustedes el año pasado en décimo con la profesora de matemática vieron esto Qué es la relación entre  $X^2 + Y^2 = 25$ , corresponde a una circunferencia ¿de radio cuánto?

**Estudiantes:**

profe de 5

**Docente:**

entonces miremos la gráfica Bueno entonces digamos que este gráfico representa una circunferencia ¿porque esto es una relación y no una función muy sencillo? X tendríamos el hombre digamos que es un x 1 por ejemplo Jorge Mario este x uno tiene dos correspondencias Uno hacia arriba y ¿otro hacia dónde?

**Estudiantes:**

Hacia abajo

**Docente:**

cuando usted traza una línea vertical y la Gráfica se corta en dos puntos es una relación pero no una función, para que esta circunferencia puede ser una función tendríamos que dibujar sólo la mitad es decir ¿toda la circunferencia completa es una que?

**Estudiantes:**

Es una relación

**Docente:**

pero media circunferencia es una función

**Estudiantes:**

profe entonces las funciones de Y son la segunda la tercera y la última vela porque dice que son Porque son es la función cuadrática

**Docente:**

Cuando usted grafique la segunda es más cuando ustedes vieron desigualdades vieron que uno puede despejar en función de  $y$  y el valor que tiene es un conjunto de valores. Qué son mayores o iguales o menores iguales que determina la expresión algebraica ¿cuándo usted gráfica esto en el plano cartesiano le va a dar una?

**Estudiantes:**

línea recta

**Docente:**

miremos Cómo puede graficarse igual. Qué pasa si  $x$  vale 0 la 1 entonces ubicar y vamos este punto por acá 0,1 cuando  $x$  vale cuánto cuando  $x$  vale 2 dos por dos nos daría 4 más 1 daría Terminé 5. Es decir el otro punto es 2,5. Con estos dos puntos trazamos la recta.

## Anexo D. 2. Transcripción de audio-Clase grupo#2

### TRASCRIPTIÓN #2

COLEGIO MILITAR GENERAL RAFAEL REYES

ASIGNATURA: CÁLCULO

DOCENTE: GONZAGA EVEL LONDOÑO

TEMÁTICA: INTRODUCCIÓN DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN

GRADO: 11-B

#### Docente:

Bueno entonces el tema que vamos a ver en el segundo periodo tiene que ver con relaciones y funciones, entonces vamos aprender hoy, a saber ¿qué es una relación? y ¿qué es una función? y ¿cuál la diferencia entre una relación y una función?, cuando ustedes estaban más pequeñitos en grado sexto o séptimo les enseñaron que... si uno tenía dos conjuntos podía entre ellos establecer unas relaciones cierto, una correspondencia, por ejemplo: digamos que este sea el conjunto de....., algunas letras del abecedario, cierto?... a, b, c y d, y digamos que B sean los números naturales, algunos números naturales el 2, el 3, 4 y el 7, ¿sí o no?

#### Estudiantes:

Siiiiiii

#### Docente:

Entonces hay dos conjuntos, el conjunto A lo vamos a llamar el conjunto de partida, porque es el conjunto con el que se va a establecer ¿una qué?

#### Estudiantes:

Una unión

#### Docente:

Nooo, una relación con otro conjunto, este conjunto A que se llama el conjunto de partida y este conjunto B es el conjunto de ¿qué?

#### Estudiantes:

De llegada

#### Docente:

Entonces yo puedo, relacionar algunos elementos que están en A con algunos elementos que están en B, por ejemplo yo puedo decir que sería a con 2, y...

#### Estudiantes:

b con 3, c con 4

#### Docente:

Por ejemplo podríamos relacionar c con 2

#### Estudiantes:

Profe uno puede repetir por decir, el a con 2 y el a con 3 o con 4

**Docente:**

Siiii, no hay ningún problema, porque cualquier tipo de correspondencia entre el conjunto A y el conjunto B es una relación, no importa que A tenga más de una relación o que el elemento c tenga más de una relación, esto como está aquí es una?...

**Estudiantes:**

.....relación

**Docente:**

Entonces, una relación no es más que una correspondencia que se establece entre los elementos de dos?.....

**Estudiantes:**

.....conjuntos

**Docente:**

Donde el conjunto de donde sale la relación ósea A es el conjunto de salida y el conjunto en el cual tiene la imagen, por así decirlo, se llama el conjunto de llegada, entonces cualquier tipo de correspondencia se va a llamar una...?

**Estudiantes:**

Relación

**Docente:**

Entonces podemos decir en términos generales que una relación es una correspondencia cierto, ¿es una correspondencia entre qué?

**Estudiantes:**

Conjuntos

**Docente:**

Entre los elementos de dos conjuntos, cierto?

**Estudiantes:**

Siiiiiiii

**Docente:**

Elementos de dos conjuntos !listo!, ahora dependiendo del tipo de correspondencia, pues uno determinara cual va hacer ese,... ese tipo de relación, me explico, cuando ustedes tienen puntos en el plano cartesiano

**Estudiantes:**

¿Puntos?

**Docente:**

Si puntos, por ejemplo, si yo tengo aquí el plano cartesiano XY, tengo por ejemplo: el 1 con el 1, y tengo por ejemplo el 2 con el 2, eso también ¿es una qué?.... Una relación, ¿porque?.....porque el conjunto de partida ¿quién es?, ¿son los elementos de quién?

**Estudiantes:**

Los elementos de X

Docente:

Y el conjunto de llegada son los elementos ¿de quién?

Estudiantes:

Los elementos de Y

Docente:

Entonces yo podría decir que X va ser quién?, 1 y 2 cierto? y Y también van a ser?

Estudiantes:

y Y va ser 1 y 2

Docente:

Y yo entre ellos establezco esa correspondencia y ¿esa correspondencia se llama una?

Estudiantes:

Una relación

Docente:

Esa correspondencia se llama una relación, listo!, entonces cuando ustedes ubicaban en el plano cartesiano parejas ordenadas donde la primera componente era X y la segunda era Y, eso no era más, no era más que establecer una relación entre dos conjuntos

Estudiantes:

Profe entonces ahí no se puede hacer el 2 en X con el 1 de Y o si?

Docente:

Sí, es que no importa, como establezca la relación

Estudiantes:

Lo importante es que sea una relación

Docente:

Lo importante es que haya correspondencia entre los elementos de un conjunto de partida y otro un conjunto de?

Estudiantes:

Llegada

Docente:

Los elementos del conjunto de partida se llaman el dominio, por ejemplo 1 y 2 ¿pertenece al dominio de quién?....., de la relación, y 1 y 2 pertenecen al rango de la relación, porque estos elementos de X que hacen parte de una correspondencia se le llama dominio, los elementos de X cierto, y a los elementos de Y, ósea a los que son imágenes, se les llaman ¿qué?..... rango, pero solamente a aquellos elementos que están relacionados con elementos de ¿quién?.....de X, por ejemplo por aquí puedo tener el 3, pero el 3 no está relacionado con ningún elemento de X, entonces en el rango no cabe el 3 porque el rango son solamente aquellos que tienen una relación, que están ocupados pues pa que me entiendan, como el 3 está libre no hace parte del rango, entonces como se llamaran todos estos elementos del conjunto de llegada hacen parte del codominio, pero solo los elementos que tiene alguna relación son

los elementos que forman el rango y en el conjunto de partida los elementos que tiene correspondencia, ósea que tiene una relación se llaman ¿qué?, dominio ¿cierto?....

**Docente:**

Entonces vamos haciendo el esquema porque voy a borrar

**Estudiantes:**

Profe copiamos todo eso?

**Docente:**

Si

**Docente:**

¿Entonces queda claro que es una relación?, ¿es una relación?

**Estudiantes:**

La correspondencia entre los elementos de dos conjuntos

**Docente:**

Eso... Muy bien

**Docente:**

La relación es la correspondencia que hay entre elementos de dos conjuntos, ¿cierto?, donde el conjunto A.....

**Estudiantes:**

¿Profe una relación también se puede establecer para tres conjuntos?

**Docente:**

Siiiiii, pero es que ahora tendríamos que mirar varias alternativas, pero dentro las alternativas que voy a mirar solo van a ser entre dos conjuntos, por ahora solo vamos a hacerlo para dos conjuntos, pero es cierto!....., claro yo puedo tener tres conjuntos entonces ya no estaríamos hablando en el plano, si no del espacio, pero ese no es tema para trabajarlo ahora, pero es interesante la pregunta claro.

**Docente:**

Copie pues hermano, voy a borrar la parte de acá

**Estudiantes:**

Profe espere por fa, espere no borre lo del otro lado

**Docente:**

Entonces cualquier relación es un subconjunto del producto cartesiano, ¿qué es un producto cartesiano?....., es cuando yo relaciono elementos de un conjunto X, con los elementos de un conjunto Y, y esa relación de ese producto cartesiano, pues yo lo puedo graficar ¿cierto?.....

**Estudiantes:**

Siiiiiiii

**Docente:**

De ahí viene pues obviamente el trabajo que ustedes desde años anteriores han realizado de graficar relaciones.....

**Estudiantes:**

En el plano cartesiano

**Docente:**

Entonces una relación ¿es un subconjunto de quién?.....¿del producto qué?

**Estudiantes:**

.....cartesiano

**Docente:**

Del producto cartesiano, les recuerdo si yo tengo una parejita ordenada  $(x, y)$ , esa parejita ordenada pertenece al producto cartesiano  $A \times B$ . ¿por qué?... porque yo puedo decir que A que los son elementos de X, tenga varios....varios elementos valga la redundancia tenga 1, 5, 7 y - 4, y digamos que B

**Estudiantes:**

¿Siempre se le pone la X?

**Docente:**

Sí, porque estamos hablando del producto  $A \times B$ , donde A, pues deben ser los elementos del conjunto de partida y B los elementos del conjunto de llegada, entonces usted cada vez que establece una relación entre A y B, usted lo que va a encontrar es un subconjunto del producto cartesiano ¿por qué?...porque estas son parejas que usted puede ubicar ¿dónde?

**Estudiantes:**

En el plano cartesiano

**Docente:**

Entendiendo que en el plano cartesiano usted puede ubicar todas las parejas que quiera cierto, solo que en una relación uno ubica las parejas con cierta ¿qué?....., con cierta condición, por ejemplo

**Estudiantes:**

Los múltiplos, los pares, impares....

**Docente:**

Siiiiii, los múltiplos, los pares, por ejemplo que usted me diga, no es que la relación es que X va a ser lo siguiente: coja un valor en x

**Estudiantes:**

Que este en tres

**Docente:**

Coja un elemento y lo eleva a la tres done Y va a ser la imagen,  $Y = X^3$ , si por ejemplo X vale 2, ¿Y cuánto daría?

**Estudiantes:**

Y sería 9

**Estudiantes:**

Sería 16

Estudiantes:

No, sería 8

Docente:

Da 8, porque usted coge 2 y élévelo al cubo da 8, por ejemplo esto es una relación, y como es una relación es un subconjunto de ¿qué?

Estudiantes:

Del plano cartesiano

Docente:

Si del plano cartesiano, ¿por qué?....porque X tiene unos elementos y Y tiene otros elementos es más usted puede graficar en el plano cartesiano por parejitas por ejemplo: (1,1)

Estudiantes:

(2,8); (3,27)

Estudiantes:

O (3,1) o (3,8)

Docente:

El primer elemento de la parejita ordenada es el valor de X

Estudiantes:

El segundo es Y

Docente:

Entonces por eso es que se dice, que cuando usted tiene una relación, esa relación es un subconjunto de ¿quién?.....

Docente:

Del producto cartesiano ¿por qué?...porque esos elementos que acabo aquí de nombra ¿usted los puede ubicar dónde?

Estudiantes:

En el plano cartesiano

Docente:

Y no son todos los conjuntos del plano cartesiano, pues el plano cartesiano es...

Estudiantes:

No, son variados, son cierta variedad de conjuntos

Docente:

Eso..... Muy bien usted está nítido

Estudiantes:

Profe entonces, si por decir usted nos pone x es al cubo

Docente:

Al cubo o a la cuatro, por ejemplo si tenemos  $Y=2X^3$  que significa, coja el valor de X ¿y?

Estudiantes:

Coja el valor de X multiplíquelo por dos y elévelo a la tres

Estudiantes:

Profe, primero se eleva a la tres

Estudiantes:

Bobo, primero se multiplica por dos y después se eleva a la tres

Estudiantes:

Primero hay que hacer las potencias, ¿cierto profe?

Estudiantes:

¿Profe primero se multiplica o se eleva?

Docente:

Ya, les voy a decir  $Y=2X^3$ , así como esta hay una regla en las matemáticas que dice que usted lo primero que tiene que hacer son las potencias,...bueno los logaritmos, las potencias, radicaciones, multiplicaciones, divisiones y por último suma o resta, entonces aquí lo que dice el compañero es cierto primero tenían que elevarlo al ¿qué?..... al cubo y ¿después qué?

Estudiantes:

Multiplico

Estudiantes:

Entonces 2 al cubo serian 3, ve perdón 8 por 2, 16

Docente:

Por ejemplo hagamos el del 2, cuando x vale 2, seria 2 al cubo, ¿2 por 2?

Estudiantes:

4

Docente:

Y ¿4 por 2?

Estudiantes:

8

Docente:

Y lo multiplico ¿por quién?

Estudiantes:

Por 2, 16

**Docente:**

¿Listo?

**Estudiantes:**

Listo, profe de una

**Docente:**

entonces volvamos a lo anterior, quiero que quede claro dos cositas, primero que una relación es una correspondencia que se establece entre dos conjuntos, ese conjunto de donde voy a establecer esa correspondencia, el conjunto de partida, y el conjunto con el cual lo estoy relacionando es el, ¿conjunto de qué?

**Estudiantes:**

De llegada

**Docente:**

Si de llegada, en cualquier tipo de relación que yo establezca debe pertenecer al... Al ¿qué?,...al producto cartesiano ¡listo!, ¿claro hasta ahí?

**Estudiantes:**

Siiiiiiii

**Estudiantes:**

Profe ¿ósea que todas las respuestas se forman en un plano cartesiano?

**Docente:**

Siiii, listo, entonces vean hay un tipo de relación especial, ¿que se llama qué?

**Estudiantes:**

Función

**Docente:**

Una función es un tipo especial de ¿qué?,... de relación, es una relación especial

**Estudiantes:**

Ahhhhh, profe pero, ¿profe que tiene diferente a la normal?

**Docente:**

Ya voy a decirle, vea cuando a ustedes les hablen de funciones que es lo que vamos a ver en el segundo periodo, ¿una función, es una qué?

**Estudiantes:**

Es una relación muy especial

**Docente:**

Pero muy especial, les voy a colocar un ejemplo para que me entiendan, vea digamos que aquí está el conjunto de los hombres X cierto, y que aquí está el conjunto de ¿quién?

Estudiantes:

Las mujeres, Y

Docente:

Vamos a tomar cuatro hombres por ejemplo: Mauricio,

Estudiantes:

Profe Miguel, Pedrito, Víctor y Juan

Docente:

Víctor y Juan, y aquí vamos a tomar cuatro mujeres Isabel, Valentina y Ángela, entonces ojo, ¿cuándo una relación es función?, para que me entiendan y en este ejemplo que voy hacer, como cosa rara las mujeres van a salir ganando, digamos que Miguel es novio de Valentina, y digamos que Pedro es novio de Ángela, vea ¿sí o no?, y digamos que Víctor es novio de Isabel, y Juan con Daniela, ojo miren que aquí los hombres solamente tienen una novia, ¿cuando eso sucede, es una qué?

Estudiantes:

Una función especial

Docente:

Es decir ¿cuál es la condición?,.....

Estudiantes:

Que solo sea una vez

Estudiantes:

Que no se repita

Docente:

Que los elementos del conjunto de partida solamente tenga una sola imagen, para este caso que los hombres solamente tengan una sola ¿qué?

Estudiantes:

Novia

Docente:

En el momento que.....

Estudiantes:

..... Pedro se quiera cuadrar a otra

Docente:

En el momento que Pedro

Estudiantes:

Ósea que Pedro tenga dos novias

Docente:

En el momento que un hombre tenga dos novias, ósea dos imágenes, ya no es ¿qué?

Estudiantes:

Ya no es función, es relación, estoy volador

Docente:

Si señor es relación, pero.....

Estudiantes:

Profe ¿esa es la única condición para función?

Docente:

Pero si se puede dar el caso de que una mujer tenga dos novios

Estudiantes:

¿O sea el conjunto de llegada puede tener varias relaciones?

Docente:

Por ejemplo ahí, ahí sigue siendo una función ¿por qué? para estos dos hombres solamente hay una mujer, del conjunto de partida

Estudiantes:

Una imagen

Docente:

Una relación, pero.....puede suceder

Estudiantes:

Que el conjunto de llegada reciba dos

Docente:

Que en el conjunto de llegada un elemento sea la imagen de dos ¿qué?..... de dos elementos del conjunto de partida, es decir, de acuerdo al ejemplo puede suceder que una mujer tenga dos, ¿dos qué?

Estudiantes:

Dos novios

Docente:

Si dos novios, y sigue siendo entonces es una ¿qué?

Estudiantes:

Una función

Docente:

Con palabras más claras, ahora si ¿qué es una función?

Estudiantes:

Es una relación especial

**Estudiantes:**

Donde los elementos del conjunto de partida solo tienen una sola imagen, pero el de llegada puede tener varias.....ya gane la materia

**Docente:**

Ósea que puedo decir que es una relación donde los elementos del conjunto de partida solamente pueden tener una única imagen en el conjunto de llegada, entiéndase por conjunto de partida en este caso X, y entiéndase por conjunto de llegada Y

**Estudiantes:**

Profe ósea dominio y rango

**Docente:**

Póngame cuidado vamos hacer unos ejemplos para que me entiendan lo que les acabo de explicar, espero que por ahora que den dos cosas bien clarificadas, ¿qué es una relación?

**Estudiantes:**

Profe la relación es la correspondencia entre dos elementos de un conjunto

**Estudiantes:**

De dos conjuntos

**Estudiantes:**

Si perdón dos conjuntos, perdón

**Docente:**

Si y la otra que debe quedar muy clara es ¿qué es una función?

**Estudiantes:**

Es una relación especial, entre los elementos del conjunto de partida y los elementos del conjunto de llegada, en el conjunto de partida los elementos pueden tener una sola imagen, pero los de llegada pueden tener varias

**Docente:**

Ejemplo número uno, copiemos este ejemplo para que lo podamos resolver: dado un conjunto M que tiene los siguientes elementos: -2, -1, -1/2,

**Estudiantes:**

Medio como es 1 sobre 2

**Estudiantes:**

Siiiiii

**Docente:**

1/3, 3/2, cierra paréntesis, y el conjunto de los números reales se define la relación f de la siguiente manera

**Estudiantes:**

Profe ¿quién es M?

**Docente:**

Es un subconjunto, cuando ustedes van a graficar, no utilizan todo el plano cartesiano

**Docente:**

Es que hay algo que quiero que le quede claro a ustedes, cualquier subconjunto de estos que corresponda a una relación es un subconjunto de un producto cartesiano y ese producto cartesiano son números que van de los reales a los reales, entonces, miren pongan cuidado, cuando por ahora no hemos visto un conjunto más grande que los reales, obviamente que lo hay, pero por ahora en cálculo en grado once, toda relación va de real a real.