

PROBABILIDADES Y SIMULACIONES ASOCIADAS A UN JUEGO DE BLACKJACK

CARLOS A. RODRIGUEZ
Universidad Tecnológica de Pereira
Maestría en Enseñanza de la Matemática
Dirección: M.Sc. José Gerardo Cardona.
Abril de 2013.

INTRODUCCIÓN

La versatilidad de las herramientas matemáticas nos permiten en la actualidad, apoyados en la informática y en otros recursos didácticos, realizar estudios de diversos problemas de nuestro entorno.

Cualquiera que fuera el estudio, en la actualidad podemos reducir tiempos de cálculo y de procedimientos, incluso tiempo de experimentación física al simular todas las situaciones que vamos a estudiar.

El estudio de los juegos de azar ha llamado la atención de los matemáticos desde hace varios siglos, convirtiéndose en una rama de las matemáticas¹. Y dicho estudio, se fundamenta generalmente en la teoría de las probabilidades aunque no sea de una manera muy simple.

Es este el caso del *Blackjack*, que por su forma un poco compleja de desarrollarse, resulta un poco complejo de entenderse sin las herramientas necesarias para el extenso desarrollo de todas las posibles opciones que surgen en el desarrollo del juego. He aquí la necesidad de recurrir a sistemas de cómputo para simular diversas partidas que pudiéramos tener en el juego, tal como las presentó el matemático Edward Thorp en la década de 1960. A partir de estas simulaciones, se ha podido deducir la no total dependencia de este juego al completo azar, debido a ciertas probabilidades condicionales que deben ser tenidas en cuenta en cada uno de los diferentes juegos posibles.

Surge entonces el problema de determinar cuáles son todas estas posibles combinaciones de cartas que se van a obtener en el juego, cuáles serían sus probabilidades y qué tanto infieren en cada uno de los procesos que se desarrollan en el juego.

A partir del inicio del juego, nos encontramos en una situación en la cual se reparten dos cartas de una baraja de cincuenta y dos, donde los valores numéricos conservan su valor, las *figuras*² toman un valor de diez puntos y el as (A) puede valer uno u once puntos, dependiendo de su conveniencia en

¹Teoría de Juegos.

²Jack (J), Queen (Q) y King (K).

el juego y debemos llegar máximo a los veintiún puntos con la combinación de dos o más de estas cartas. Como no es tan probable obtener este objetivo en la primer mano, entran a hacer parte del juego las probabilidades que nos ayudan a decidir si debemos pedir o no una o mas cartas adicionales para lograr nuestro objetivo y el estudio de estas probabilidades nos lleva poco a poco hasta el cálculo de una permutación un poco extensa, $52P_5$, que supera los trescientos millones de juegos diferentes con los que nos podemos encontrar.

Dado que hasta el momento se conocían solamente las posibilidades diferentes y se calculaba la probabilidad de obtener una u otra mano de un posible juego como una aplicación de las técnicas de conteo de un curso básico de probabilidad, se presentan en el desarrollo del presente texto cada una de todas las posibles permutaciones que nos podemos encontrar si jugáramos al *blackjack*.

A partir de cada una de estas posibles combinaciones en cada estado del juego, es decir, según la cantidad de cartas que tengamos en nuestras manos, se estudian las probabilidades correspondientes que sustentan teóricamente que tan viable es solicitar una carta adicional en cada estado del juego sin superar los veintiún puntos.

Adicionalmente, estos estudios teóricos se ven corroborados con una simulación Montecarlo que nos muestra diferentes manos generadas pseudoaleatoriamente con el uso de una hoja de cálculo y que a su vez nos muestra las frecuencias absolutas de una corrida de diez mil manos diferentes en las cuales el computador se detiene con dos, tres, cuatro o con cinco cartas.

Índice general

1. EL JUEGO DE BLACKJACK	1
1.1. Introducción al Juego	1
1.2. Historia del Conteo de las Cartas	2
1.3. Las Probabilidades Involucradas en el Juego de Blackjack	2
2. TEORÍA RELACIONADA CON EL BLACKJACK	91
2.1. Introducción	91
2.2. Conceptos Previos	91
2.3. Definiciones Básicas	92
2.4. Teoría de Parada Óptima	95
3. SIMULACIONES Y ANÁLISIS ESTADÍSTICOS APLICADOS AL JUEGO	97
3.1. Dos Cartas	97
3.2. Tres Cartas	100
3.3. Cuatro Cartas	103
3.4. El Proceso de Markov	107
3.5. Simulación del Juego	108
3.6. Análisis Comparativo	110
3.6.1. Dos Cartas	110
3.6.2. Tres Cartas	111
3.6.3. Cuatro Cartas	112
3.6.4. Cinco Cartas	112
3.7. Parada del Proceso	113
4. CONCLUSIONES	115

Índice de tablas

1.1.	Combinaciones Para Dos Cartas.	5
1.2.	Combinaciones Para Tres Cartas.	12
1.3.	Combinaciones Para Cuatro Cartas.	33
1.4.	Combinaciones Para Cinco Cartas.	89
3.1.	Probabilidades para dos cartas.	98
3.2.	Probabilidades para pedir una tercera carta.	100
3.3.	Probabilidades para tres cartas.	102
3.4.	Probabilidades para pedir una cuarta carta.	103
3.5.	Probabilidades para cuatro cartas.	105
3.6.	Probabilidades para pedir una quinta carta.	106
3.7.	Comparaciones para dos cartas.	110
3.8.	Comparaciones para tres cartas.	111
3.9.	Comparaciones para cuatro cartas.	112
3.10.	Comparaciones para cinco cartas.	113
3.11.	Parada del Proceso.	114

Índice de figuras

3.1. Probabilidades para dos cartas.	98
3.2. Probabilidades para pedir una tercera carta.	99
3.3. Probabilidades para tres cartas.	101
3.4. Probabilidades para pedir una cuarta carta.	102
3.5. Probabilidades para cuatro cartas.	104
3.6. Probabilidades para pedir una quinta carta.	106
3.7. Comparación para dos cartas.	110
3.8. Comparación para tres cartas.	111
3.9. Comparación para cuatro cartas.	112
3.10. Comparación para cinco cartas.	113
3.11. Parada del proceso.	114

Capítulo 1

EL JUEGO DE BLACKJACK

1.1. Introducción al Juego

La premisa básica del juego de *blackjack* o 21 como se conoce también, consiste en obtener una serie de cartas cuyos valores sumados sean lo más cercanos a veintiún puntos pero sin sobrepasar este valor. El puntaje puede ser igual pero no mayor a este puntaje pues en este caso, el jugador pierde.

Inicialmente, el tallador¹ reparte a cada uno de los jugadores un par de cartas² y dependiendo de los puntos obtenidos con las cartas, el jugador puede pedir las cartas necesarias, sin exceder de cinco cartas porque en este caso ganaría inmediatamente, hasta lograr obtener un puntaje menor o igual a veintiuno.

Los puntos para las cartas numéricas equivalen al número correspondiente, las comúnmente llamadas figuras tienen un valor de diez puntos y el as puede valer uno u once puntos, dependiendo del criterio del jugador y del valor que le sea más conveniente en su mano.

Debido a que el objetivo del proyecto es investigar sobre un problema de parada óptima, vamos a estudiar el caso en el cual tenemos un sólo jugador

¹Dealer: Persona encargada de repartir las cartas a los jugadores.

²Una carta se entrega con la cara hacia arriba o descubierta y la otra con la cara hacia abajo o cubierta.

que está recibiendo las cartas de una baraja nueva³. Se asume que la probabilidad de obtener cada carta que se requiera en este estudio, corresponde a un evento totalmente aleatorio que sólo dependerá condicionalmente de las cartas que el jugador tenga en el momento inmediatamente anterior al de solicitar una carta nueva.

1.2. Historia del Conteo de las Cartas

Desde el siglo anterior, ha sido propuesto que el juego del *blackjack* no es completamente aleatorio y que bajo ciertas técnicas de conteo de cartas⁴, un jugador puede estar más seguro de su posibilidad de ganar si conoce y tiene en cuenta las cartas ya jugadas. En este caso, este conteo es el que se aplica porque en cada paso del procedimiento, vamos a conocer cuales son las cartas que se encuentran en juego y cuales son las cartas de la baraja que aún no han sido jugadas.

Es de notar que el conteo de las cartas está prohibido en los casinos, así como el uso de dispositivos que permitan el cálculo de las probabilidades mencionadas anteriormente; sin embargo, usaremos estas probabilidades en el presente documento como un estudio matemático del proceso aleatorio que se ve involucrado en el juego de *blackjack*.

1.3. Las Probabilidades Involucradas en el Juego de Blackjack

Al asumir que un jugador se encuentra frente a una baraja nueva⁵ y que las cartas se encuentran barajadas, se espera que el hecho de obtener una carta cualquiera en el inicio del juego es un proceso totalmente aleatorio; y que al solicitar una carta al momento de necesitarla, nos encontramos con una probabilidad condicional que va a depender sólo de las cartas que el jugador tiene en sus manos.

³El jugador empezará con una probabilidad basada en las cincuenta y dos cartas de la baraja.

⁴Desarrollada y estudiada matemáticamente por Edward Thorp y aplicada a los casinos por el famoso jugador Ken Uston.

⁵Con sus cincuenta y dos cartas.

Ahora, al iniciar el juego se van a recibir dos cartas de una baraja de cincuenta y dos. Es decir, nos encontraremos con la permutación ${}_{52}P_2$, lo que equivale a dos mil seiscientas cincuenta y dos (2652) opciones de juego diferentes. En la siguiente tabla se presenta distribuido según el puntaje, cuantas permutaciones se generan dependiendo de los puntos obtenidos, cuál es la probabilidad de obtener cierto puntaje y dado el caso de que se solicitará una carta, cuál sería la probabilidad de obtener un puntaje menor que veintiuno.

Para realizar este conteo, se requieren técnicas de conteo básicas, como lo son el principio de multiplicación y las permutaciones. Por ejemplo, para el cálculo de una permutación que posee dos cartas diferentes, y que ninguna de esta carta toma el valor de diez, nos encontramos con una multiplicación básica. Para ser más puntuales, supongamos que vamos a calcular las permutaciones posibles para obtener un siete y un cuatro; entonces, hay cuatro sietes y cuatro cuatros en la baraja y las posibles formas diferentes de obtener esta permutación son calculadas con la multiplicación $4 \times 4 \times 2$. Si deseáramos calcular una probabilidad para una carta repetida, que no tome el valor de diez duros, se realiza la operación $4 \times 3 \times 2$. Para las cartas que toman el valor de diez puntos, como hay diez y seis en la baraja, se usaría este número para multiplicarse por un cuatro si es una carta que no toma el valor de diez o por un quince si es una carta que también toma el valor de diez.

Puntaje	Cartas	Permutaciones	Probabilidad	$P \leq 21$
2	a-a	12	0,00452489	1
		Total	0,00452489	
3	a-2	32	0,01206637	1
		Total	0,01206637	
4	a-3	32	0,01206637	1
4	2-2	12	0,00452489	1
		Total	0,01659126	
5	a-4	32	0,01206637	1
5	2-3	32	0,01206637	1
		Total	0,02413274	
6	a-5	32	0,01206637	1
6	2-4	32	0,01206637	1
6	3-3	12	0,00452489	1
		Total	0,02865763	
7	a-6	32	0,01206637	1

7	2-5	32	0,01206637	1
7	3-4	32	0,01206637	1
	Total			0,03619911
8	a-7	32	0,01206637	1
8	2-6	32	0,01206637	1
8	3-5	32	0,01206637	1
8	4-4	12	0,00452489	1
	Total			0,040724
9	a-8	32	0,01206637	1
9	2-7	32	0,01206637	1
9	3-6	32	0,01206637	1
9	4-5	32	0,01206637	1
	Total			0,04826548
10	a-9	32	0,01206637	1
10	2-8	32	0,01206637	1
10	3-7	32	0,01206637	1
10	4-6	32	0,01206637	1
10	5-5	12	0,00452489	1
	Total			0,05279037
11	a-10	128	0,04826546	Blackjack
11	2-9	32	0,01206637	1
11	3-8	32	0,01206637	1
11	4-7	32	0,01206637	1
11	5-6	32	0,01206637	1
	Total			0,09653092
12	2-10	128	0,04826546	0,7
12	3-9	32	0,01206637	0,68
12	4-8	32	0,01206637	0,68
12	5-7	32	0,01206637	0,68
12	6-6	12	0,00452489	0,68
	Total			0,088989442
13	3-10	128	0,04826546	0,62
13	4-9	32	0,01206637	0,62
13	5-8	32	0,01206637	0,6
13	6-7	32	0,01206637	0,6
	Total			0,084464555
14	4-10	128	0,04826546	0,54

14	5-9	32	0,01206637	0,54
14	6-8	32	0,01206637	0,54
14	7-7	12	0,00452489	0,52
Total			0,076923077	
15	5-10	218	0,04826546	0,46
15	6-9	32	0,01206637	0,46
15	7-8	32	0,01206637	0,48
Total			0,07239819	
16	6-10	128	0,04826546	0,4
16	7-9	32	0,01206637	0,4
16	8-8	12	0,00452489	0,4
Total			0,064856712	
17	7-10	128	0,04826546	0,32
17	8-9	32	0,01206637	0,32
Total			0,060331825	
18	8-10	128	0,04826546	0,24
18	9-9	12	0,00452489	0,24
Total			0,052790347	
19	9-10	128	0,04826546	0,16
Total			0,04826546	
20	10-10	240	0,09049774	0,08
Total			0,09049774	

Tabla 1.1: Combinaciones Para Dos Cartas.

Ahora, dependiendo de las cartas obtenidas, el jugador debería considerar el pedir una nueva carta. Para este caso, se presentan las posibles opciones que podemos obtener al solicitar una tercera carta.

Adicionalmente, ponemos las permutaciones, las probabilidades de obtener un juego dado y la probabilidad de que al pedir otra carta, el puntaje sea menor o igual a veintiuno.

Las técnicas que se usan para este conteo son un poco más complejas debido a que han crecido bastante las posibles combinaciones que debemos tener en cuenta. Por ejemplo, si fuésemos a calcular las posibles opciones para obtener tres cartas diferentes y que ninguna de estas valiera diez puntos, la multiplicación sería $4 \times 4 \times 4 \times 6$, y si alguna de estas tomara el valor de diez puntos, deberíamos cambiar un cuatro por un diez y seis. Pero, donde

1.3. Las Probabilidades Involucradas en el Juego de Blackjack Capítulo 1

hubiese una carta repetida, al principio de multiplicación debemos ponerle un producto adicional que tenga en cuenta las tres posiciones diferentes en las cuales se pueda realizar el arreglo, en este caso, multiplicar por un tres.

Puntaje	Cartas	Permutaciones	Probabilidad	$P \leq 21$
3	a-a-a	24	0,000181	1
		Total	0,000181	
4	a-a-2	144	0,00108597	1
		Total	0,00108597	
5	a-a-3	144	0,00108597	1
5	a-2-2	144	0,00108597	1
		Total	0,00217195	
6	a-a-4	144	0,00108597	1
6	a-2-3	384	0,00289593	1
6	2-2-2	24	0,000181	1
		Total	0,0041629	
7	a-a-5	144	0,00108597	1
7	a-2-4	384	0,00289593	1
7	a-3-3	144	0,00108597	1
7	2-2-3	144	0,00108597	1
		Total	0,00615385	
8	a-a-6	144	0,00108597	1
8	a-2-5	384	0,00289593	1
8	a-3-4	384	0,00289593	1
8	2-2-4	144	0,00108597	1
8	2-3-3	144	0,00108597	1
		Total	0,00904978	
9	a-a-7	144	0,00108597	1
9	a-2-6	384	0,00289593	1
9	a-3-5	384	0,00289593	1
9	a-4-4	144	0,00108597	1
9	2-2-5	144	0,00108597	1
9	2-3-4	384	0,00289593	1
9	3-3-3	24	0,000181	1
		Total	0,0121267	
10	a-a-8	144	0,00108597	1
10	a-2-7	384	0,00289593	1
10	a-3-6	384	0,00289593	1

10	a-4-5	384	0,00289593	1
10	2-2-6	144	0,00108597	1
10	2-3-5	384	0,00289593	1
10	2-4-4	144	0,00108597	1
10	3-3-4	144	0,00108597	1
		Total	0,0159276	
11	a-a-9	144	0,00108597	Blackjack
11	a-2-8	384	0,00289593	Blackjack
11	a-3-7	384	0,00289593	Blackjack
11	a-4-6	384	0,00289593	Blackjack
11	a-5-5	144	0,00108597	Blackjack
11	2-2-7	144	0,00108597	1
11	2-3-6	384	0,00289593	1
11	2-4-5	384	0,00289593	1
11	3-3-5	144	0,00108597	1
11	3-4-4	144	0,00108597	1
		Total	0,01990951	
12	a-a-10	576	0,00434389	0,94444444
12	a-2-9	384	0,00289593	0,91666667
12	a-3-8	384	0,00289593	0,91666667
12	a-4-7	384	0,00289593	0,91666667
12	a-5-6	384	0,00289593	0,91666667
12	2-2-8	144	0,00108597	0,91666667
12	2-3-7	384	0,00289593	0,91666667
12	2-4-6	384	0,00289593	0,91666667
12	2-5-5	144	0,00108597	0,91666667
12	3-3-6	144	0,00108597	0,91666667
12	3-4-5	384	0,00289593	0,91666667
12	4-4-4	24	0,000181	0,91666667
		Total	0,0280543	
13	a-2-10	1536	0,01158371	0,9375
13	a-3-9	384	0,00289593	0,9375
13	a-4-8	384	0,00289593	0,90625
13	a-5-7	384	0,00289593	0,90625
13	a-6-6	144	0,00108597	0,90625
13	2-2-9	144	0,00108597	0,9375
13	2-3-8	384	0,00289593	0,90625

13	2-4-7	384	0,00289593	0,90625
13	2-5-6	384	0,00289593	0,90625
13	3-3-7	144	0,00108597	0,90625
13	3-4-6	384	0,00289593	0,90625
13	3-5-5	144	0,00108597	0,90625
13	4-4-5	144	0,00108597	0,90625
		Total	0,03728507	
14	a-3-10	1536	0,01158371	0,53061224
14	a-4-9	384	0,00289593	0,53061224
14	a-5-8	384	0,00289593	0,53061224
14	a-6-7	384	0,00289593	0,51020408
14	2-2-10	576	0,00434389	0,53061224
14	2-3-9	384	0,00289593	0,53061224
14	2-4-8	384	0,00289593	0,53061224
14	2-5-7	384	0,00289593	0,51020408
14	2-6-6	144	0,00108597	0,51020408
14	3-3-8	144	0,00108597	0,51020408
14	3-4-7	384	0,00289593	0,51020408
14	3-5-6	384	0,00289593	0,51020408
14	4-4-6	144	0,00108597	0,51020408
14	4-5-5	144	0,00108597	0,51020408
		Total	0,04343891	
15	a-4-10	1536	0,01158371	0,44897959
15	a-5-9	384	0,00289593	0,44897959
15	a-6-8	384	0,00289593	0,44897959
15	a-7-7	144	0,00108597	0,46938776
15	2-3-10	1536	0,01158371	0,44897959
15	2-4-9	384	0,00289593	0,44897959
15	2-5-8	384	0,00289593	0,44897959
15	2-6-7	384	0,00289593	0,44897959
15	3-3-9	144	0,00108597	0,44897959
15	3-4-8	384	0,00289593	0,44897959
15	3-5-7	384	0,00289593	0,44897959
15	3-6-6	144	0,00108597	0,42857143
15	4-4-7	144	0,00108597	0,44897959
15	4-5-6	384	0,00289593	0,42857143
15	5-5-5	24	0,000181	0,42857143

		Total	0,05085973	
16	a-5-10	1536	0,01158371	0,36734694
16	a-6-9	384	0,00289593	0,3877551
16	a-7-8	384	0,00289593	0,3877551
16	2-4-10	1536	0,01158371	0,36734694
16	2-5-9	384	0,00289593	0,36734694
16	2-6-8	384	0,00289593	0,3877551
16	2-7-7	144	0,00108597	0,3877551
16	3-3-10	576	0,00434389	0,36734694
16	3-4-9	384	0,00289593	0,36734694
16	3-5-8	384	0,00289593	0,36734694
16	3-6-7	384	0,00289593	0,3877551
16	4-4-8	144	0,00108597	0,36734694
16	4-5-7	384	0,00289593	0,36734694
16	4-6-6	144	0,00108597	0,3877551
16	5-5-6	144	0,00108597	0,36734694
		Total	0,05502262	
17	a-6-10	1536	0,01158371	0,30612245
17	a-7-9	384	0,00289593	0,30612245
17	a-8-8	144	0,00108597	0,30612245
17	2-5-10	1536	0,01158371	0,30612245
17	2-6-9	384	0,00289593	0,30612245
17	2-7-8	384	0,00289593	0,30612245
17	3-4-10	1536	0,01158371	0,30612245
17	3-5-9	384	0,00289593	0,30612245
17	3-6-8	384	0,00289593	0,30612245
17	3-7-7	144	0,00108597	0,30612245
17	4-4-9	144	0,00108597	0,26530612
17	4-5-8	384	0,00289593	0,30612245
17	4-6-7	384	0,00289593	0,30612245
17	5-5-7	144	0,00108597	0,32653061
17	5-6-6	144	0,00108597	0,32653061
		Total	0,06045249	
18	a-7-10	1536	0,01158371	0,2244898
18	a-8-9	384	0,00289593	0,2244898
18	2-6-10	1536	0,01158371	0,2244898
18	2-7-9	384	0,00289593	0,2244898

18	2-8-8	144	0,00108597	0,2244898
18	3-5-10	1536	0,01158371	0,2244898
18	3-6-9	384	0,00289593	0,2244898
18	3-7-8	384	0,00289593	0,2244898
18	4-4-10	576	0,00434389	0,24489796
18	4-5-9	384	0,00289593	0,24489796
18	4-6-8	384	0,00289593	0,24489796
18	4-7-7	144	0,00108597	0,24489796
18	5-5-8	144	0,00108597	0,24489796
18	5-6-7	384	0,00289593	0,24489796
18	6-6-6	24	0,000181	0,24489796
		Total	0,06280543	
19	a-8-10	1536	0,01158371	0,14285714
19	a-9-9	144	0,00108597	0,14285714
19	2-7-10	1536	0,01158371	0,14285714
19	2-8-9	384	0,00289593	0,14285714
19	3-6-10	1536	0,01158371	0,16326531
19	3-7-9	384	0,00289593	0,16326531
19	3-8-8	144	0,00108597	0,16326531
19	4-5-10	1536	0,01158371	0,16326531
19	4-6-9	384	0,00289593	0,16326531
19	4-7-8	384	0,00289593	0,16326531
19	5-5-9	144	0,00108597	0,16326531
19	5-6-8	384	0,00289593	0,16326531
19	5-7-7	144	0,00108597	0,16326531
19	6-6-7	144	0,00108597	0,16326531
		Total	0,06624434	
20	a-9-10	1536	0,01158371	0,06122449
20	2-8-10	1536	0,01158371	0,08163265
20	2-9-9	144	0,00108597	0,08163265
20	3-7-10	1536	0,01158371	0,08163265
20	3-8-9	384	0,00289593	0,08163265
20	4-6-10	1536	0,01158371	0,08163265
20	4-7-9	384	0,00289593	0,08163265
20	4-8-8	144	0,00108597	0,08163265
20	5-5-10	576	0,00434389	0,08163265
20	5-6-9	384	0,00289593	0,08163265

20	5-7-8	384	0,00289593	0,08163265
20	6-6-8	144	0,00108597	0,08163265
20	6-7-7	144	0,00108597	0,08163265
		Total	0,06660633	
21	a-10-10	2880	0,02171946	<i>Blackjack</i>
21	2-9-10	1536	0,01158371	<i>Blackjack</i>
21	3-8-10	1536	0,01158371	<i>Blackjack</i>
21	3-9-9	144	0,00108597	<i>Blackjack</i>
21	4-7-10	1536	0,01158371	<i>Blackjack</i>
21	4-8-9	384	0,00289593	<i>Blackjack</i>
21	5-6-10	1536	0,01158371	<i>Blackjack</i>
21	5-7-9	384	0,00289593	<i>Blackjack</i>
21	5-8-8	144	0,00108597	<i>Blackjack</i>
21	6-6-9	144	0,00108597	<i>Blackjack</i>
21	6-7-8	384	0,00289593	<i>Blackjack</i>
21	7-7-7	24	0,000181	<i>Blackjack</i>
		Total	0,080181	
22	2-10-10	2880	0,02171946	0
22	3-9-10	1536	0,01158371	0
22	4-8-10	1536	0,01158371	0
22	4-9-9	144	0,00108597	0
22	5-7-10	1536	0,01158371	0
22	5-8-9	384	0,00289593	0
22	6-6-10	576	0,00434389	0
22	6-7-9	384	0,00289593	0
22	6-8-8	144	0,00108597	0
22	7-7-8	144	0,00108597	0
		Total	0,06986425	
23	3-10-10	2880	0,02171946	0
23	4-9-10	1536	0,01158371	0
23	5-8-10	1536	0,01158371	0
23	5-9-9	144	0,00108597	0
23	6-7-10	1536	0,01158371	0
23	6-8-9	384	0,00289593	0
23	7-7-9	144	0,00108597	0
23	7-8-8	144	0,00108597	0
		Total	0,06262443	

24	4-10-10	2880	0,02171946	0
24	5-9-10	1536	0,01158371	0
24	6-8-10	1536	0,01158371	0
24	6-9-9	144	0,00108597	0
24	7-7-10	576	0,00434389	0
24	7-8-9	384	0,00289593	0
24	8-8-8	24	0,000181	0
		Total	0,05339367	
25	5-10-10	2880	0,02171946	0
25	6-9-10	1536	0,01158371	0
25	7-8-10	1536	0,01158371	0
25	7-9-9	144	0,00108597	0
25	8-8-9	144	0,00108597	0
		Total	0,04705882	
26	6-10-10	2880	0,02171946	0
26	7-9-10	1536	0,01158371	0
26	8-8-10	576	0,00434389	0
26	8-9-9	144	0,00108597	0
		Total	0,03873303	
27	7-10-10	2880	0,02171946	0
27	8-9-10	1536	0,01158371	0
27	9-9-9	24	0,000181	0
		Total	0,03348416	
28	8-10-10	2880	0,02171946	0
28	9-9-10	576	0,00434389	0
		Total	0,02606335	
29	9-10-10	2880	0,02171946	0
		Total	0,02171946	
30	10-10-10	3360	0,02533937	0
		Total	0,02533937	

Tabla 1.2: Combinaciones Para Tres Cartas.

Si el puntaje aún es muy bajo, el jugador considerará nuevamente la solicitud de una nueva carta al *dealer*. De solicitarla, nos encontraríamos con las probabilidades que se muestran a continuación.

Se presentan las permutaciones y las probabilidades correspondientes para

Capítulo 1 1.3. Las Probabilidades Involucradas en el Juego de Blackjack

que en la solicitud de otra carta adicional, el puntaje sea menor o igual a veintiuno.

Nuevamente, el problema del conteo se magnifica debido a las consideraciones que debemos tomar con más cartas. Sin embargo, aunque haya que tener más cosas respecto al orden y al tipo de cartas obtenidas, los cálculos se siguen basando en un principio de multiplicación combinado con una permutación. A diferencia del caso de las tres cartas, en este hay que modificar los cálculos dependiendo del número de cartas repetidas. Este número de cartas repetidas modifica la permutación.

Puntaje	Cartas	Permutaciones	Probabilidad	$P \leq 21$
4	a-a-a-a	24	0,00000369	1
		Total	0,00000369	
5	a-a-a-2	384	0,00005910	1
		Total	0,00005910	
6	a-a-a-3	384	0,00005910	1
6	a-a-2-2	864	0,00013298	1
		Total	0,00019208	
7	a-a-a-4	384	0,00005910	1
7	a-a-2-3	2304	0,0003546	1
7	a-2-2-2	384	0,00005910	1
		Total	0,00047280	
8	a-a-a-5	384	0,00005910	1
8	a-a-2-4	2304	0,0003546	1
8	a-a-3-3	864	0,00013298	1
8	a-2-2-3	2304	0,0003546	1
8	2-2-2-2	24	0,00000369	1
		Total	0,00090498	
9	a-a-a-6	384	0,00005910	1
9	a-a-2-5	2304	0,0003546	1
9	a-a-3-4	2304	0,0003546	1
9	a-2-2-4	2304	0,0003546	1
9	a-2-3-3	2304	0,0003546	1
9	2-2-2-3	384	0,00005910	1
		Total	0,00153661	
10	a-a-a-7	384	0,00005910	1
10	a-a-2-6	2304	0,0003546	1
10	a-a-3-5	2304	0,0003546	1

10	a-a-4-4	864	0,00013298	1
10	a-2-2-5	2304	0,0003546	1
10	a-2-3-4	6144	0,00094561	1
10	a-3-3-3	384	0,00005910	1
10	2-2-2-4	384	0,00005910	1
10	2-2-3-3	864	0,00013298	1
		Total	0,00245267	
11	a-a-a-8	384	0,00005910	Blackjack
11	a-a-2-7	2304	0,0003546	Blackjack
11	a-a-3-6	2304	0,0003546	Blackjack
11	a-a-4-5	2304	0,0003546	Blackjack
11	a-2-2-6	2304	0,0003546	Blackjack
11	a-2-3-5	6144	0,00094561	Blackjack
11	a-2-4-4	2304	0,0003546	Blackjack
11	a-3-3-4	2304	0,0003546	Blackjack
11	2-2-2-5	384	0,00005910	1
11	2-2-3-4	2304	0,0003546	1
11	2-3-3-3	384	0,00005910	1
		Total	0,00360513	
12	a-a-a-9	384	0,00005910	0,66666667
12	a-a-2-8	2304	0,0003546	0,66666667
12	a-a-3-7	2304	0,0003546	0,66666667
12	a-a-4-6	2304	0,0003546	0,66666667
12	a-a-5-5	864	0,00013298	0,66666667
12	a-2-2-7	2304	0,0003546	0,66666667
12	a-2-3-6	6144	0,00094561	0,66666667
12	a-2-4-5	6144	0,00094561	0,66666667
12	a-3-3-5	2304	0,0003546	0,66666667
12	a-3-4-4	2304	0,0003546	0,66666667
12	2-2-2-6	384	0,00005910	0,66666667
12	2-2-3-5	2304	0,0003546	0,66666667
12	2-2-4-4	864	0,00013298	0,66666667
12	2-3-3-4	2304	0,0003546	0,66666667
12	3-3-3-3	24	0,00000369	0,66666667
		Total	0,00511589	
13	a-a-a-10	1536	0,0002364	0,60416667
13	a-a-2-9	2304	0,0003546	0,60416667

13	a-a-3-8	2304	0,0003546	0,58333333
13	a-a-4-7	2304	0,0003546	0,58333333
13	a-a-5-6	2304	0,0003546	0,58333333
13	a-2-2-8	2304	0,0003546	0,58333333
13	a-2-3-7	6144	0,00094561	0,58333333
13	a-2-4-6	6144	0,00094561	0,58333333
13	a-2-5-5	2304	0,0003546	0,58333333
13	a-3-3-6	2304	0,0003546	0,58333333
13	a-3-4-5	6144	0,00094561	0,58333333
13	a-4-4-4	384	0,00005910	0,58333333
13	2-2-2-7	384	0,00005910	0,58333333
13	2-2-3-6	2304	0,0003546	0,58333333
13	2-2-4-5	2304	0,0003546	0,58333333
13	2-3-3-5	2304	0,0003546	0,58333333
13	2-3-4-4	2304	0,0003546	0,58333333
13	3-3-3-4	384	0,00005910	0,58333333
		Total	0,00715117	
14	a-a-2-10	9216	0,00141841	0,52083333
14	a-a-3-9	2304	0,0003546	0,52083333
14	a-a-4-8	2304	0,0003546	0,52083333
14	a-a-5-7	2304	0,0003546	0,5
14	a-a-6-6	864	0,00013298	0,5
14	a-2-2-9	2304	0,0003546	0,52083333
14	a-2-3-8	6144	0,00094561	0,52083333
14	a-2-4-7	6144	0,00094561	0,5
14	a-2-5-6	6144	0,00094561	0,5
14	a-3-3-7	2304	0,0003546	0,5
14	a-3-4-6	6144	0,00094561	0,5
14	a-3-5-5	2304	0,0003546	0,5
14	a-4-4-5	2304	0,0003546	0,5
14	2-2-2-8	384	0,00005910	0,52083333
14	2-2-3-7	2304	0,0003546	0,5
14	2-2-4-6	2304	0,0003546	0,5
14	2-2-5-5	864	0,00013298	0,5
14	2-3-3-6	2304	0,0003546	0,5
14	2-3-4-5	6144	0,00094561	0,5
14	2-4-4-4	384	0,00005910	0,5

14	3-3-3-5	384	0,00005910	0,5
14	3-3-4-4	864	0,00013298	0,5
		Total	0,01026872	
15	a-a-3-10	9216	0,00141841	0,4375
15	a-a-4-9	2304	0,0003546	0,4375
15	a-a-5-8	2304	0,0003546	0,4375
15	a-a-6-7	2304	0,0003546	0,4375
15	a-2-2-10	9216	0,00141841	0,4375
15	a-2-3-9	6144	0,00094561	0,4375
15	a-2-4-8	6144	0,00094561	0,4375
15	a-2-5-7	6144	0,00094561	0,4375
15	a-2-6-6	2304	0,0003546	0,41666667
15	a-3-3-8	2304	0,0003546	0,4375
15	a-3-4-7	6144	0,00094561	0,4375
15	a-3-5-6	6144	0,00094561	0,41666667
15	a-4-4-6	2304	0,0003546	0,41666667
15	a-4-5-5	2304	0,0003546	0,41666667
15	2-2-2-9	384	0,00005910	0,4375
15	2-2-3-8	2304	0,0003546	0,4375
15	2-2-4-7	2304	0,0003546	0,4375
15	2-2-5-6	2304	0,0003546	0,41666667
15	2-3-3-7	2304	0,0003546	0,4375
15	2-3-4-6	6144	0,00094561	0,41666667
15	2-3-5-5	2304	0,0003546	0,41666667
15	2-4-4-5	2304	0,0003546	0,41666667
15	3-3-3-6	384	0,00005910	0,41666667
15	3-3-4-5	2304	0,0003546	0,41666667
15	3-4-4-4	384	0,00005910	0,41666667
			0,01365223	
16	a-a-4-10	9216	0,00141841	0,35416667
16	a-a-5-9	2304	0,0003546	0,35416667
16	a-a-6-8	2304	0,0003546	0,375
16	a-a-7-7	864	0,00013298	0,375
16	a-2-3-10	24576	0,00378244	0,35416667
16	a-2-4-9	6144	0,00094561	0,35416667
16	a-2-5-8	6144	0,00094561	0,35416667
16	a-2-6-7	6144	0,00094561	0,375

Capítulo 1 1.3. Las Probabilidades Involucradas en el Juego de Blackjack

16	a-3-3-9	2304	0,0003546	0,35416667
16	a-3-4-8	6144	0,00094561	0,35416667
16	a-3-5-7	6144	0,00094561	0,35416667
16	a-3-6-6	2304	0,0003546	0,375
16	a-4-4-7	2304	0,0003546	0,35416667
16	a-4-5-6	6144	0,00094561	0,35416667
16	a-5-5-5	384	0,00005910	0,39583333
16	2-2-2-10	1536	0,0002364	0,35416667
16	2-2-3-9	2304	0,0003546	0,35416667
16	2-2-4-8	2304	0,0003546	0,35416667
16	2-2-5-7	2304	0,0003546	0,35416667
16	2-2-6-6	864	0,00013298	0,375
16	2-3-3-8	2304	0,0003546	0,35416667
16	2-3-4-7	6144	0,00094561	0,35416667
16	2-3-5-6	6144	0,00094561	0,35416667
16	2-4-4-6	2304	0,0003546	0,35416667
16	2-4-5-5	2304	0,0003546	0,33333333
16	3-3-3-7	384	0,00005910	0,35416667
16	3-3-4-6	2304	0,0003546	0,35416667
16	3-3-5-5	864	0,00013298	0,33333333
16	3-4-4-5	2304	0,0003546	0,33333333
16	4-4-4-4	24	0,00000369	0,33333333
		Total	0,01813279	
17	a-a-5-10	9216	0,00141841	0,29166667
17	a-a-6-9	2304	0,0003546	0,29166667
17	a-a-7-8	2304	0,0003546	0,29166667
17	a-2-4-10	24576	0,00378244	0,27083333
17	a-2-5-9	6144	0,00094561	0,29166667
17	a-2-6-8	6144	0,00094561	0,29166667
17	a-2-7-7	2304	0,0003546	0,29166667
17	a-3-3-10	9216	0,00141841	0,27083333
17	a-3-4-9	6144	0,00094561	0,27083333
17	a-3-5-8	6144	0,00094561	0,29166667
17	a-3-6-7	6144	0,00094561	0,29166667
17	a-4-4-8	2304	0,0003546	0,27083333
17	a-4-5-7	6144	0,00094561	0,29166667
17	a-4-6-6	2304	0,0003546	0,29166667

17	a-5-5-6	2304	0,0003546	0,3125
17	2-2-3-10	9216	0,00141841	0,27083333
17	2-2-4-9	2304	0,0003546	0,27083333
17	2-2-5-8	2304	0,0003546	0,29166667
17	2-2-6-7	2304	0,0003546	0,29166667
17	2-3-3-9	2304	0,0003546	0,27083333
17	2-3-4-8	6144	0,00094561	0,27083333
17	2-3-5-7	6144	0,00094561	0,29166667
17	2-3-6-6	2304	0,0003546	0,29166667
17	2-4-4-7	2304	0,0003546	0,27083333
17	2-4-5-6	6144	0,00094561	0,29166667
17	2-5-5-5	384	0,00005910	0,3125
17	3-3-3-8	384	0,00005910	0,27083333
17	3-3-4-7	2304	0,0003546	0,27083333
17	3-3-5-6	2304	0,0003546	0,29166667
17	3-4-4-6	2304	0,0003546	0,27083333
17	3-4-5-5	2304	0,0003546	0,29166667
17	4-4-4-5	384	0,00005910	0,27083333
		Total	0,02239911	
18	a-a-6-10	9216	0,00141841	0,20833333
18	a-a-7-9	2304	0,0003546	0,20833333
18	a-a-8-8	864	0,00013298	0,20833333
18	a-2-5-10	24576	0,00378244	0,20833333
18	a-2-6-9	6144	0,00094561	0,20833333
18	a-2-7-8	6144	0,00094561	0,20833333
18	a-3-4-10	24576	0,00378244	0,20833333
18	a-3-5-9	6144	0,00094561	0,20833333
18	a-3-6-8	6144	0,00094561	0,20833333
18	a-3-7-7	2304	0,0003546	0,20833333
18	a-4-4-9	2304	0,0003546	0,22916667
18	a-4-5-8	6144	0,00094561	0,22916667
18	a-4-6-7	6144	0,00094561	0,22916667
18	a-5-5-7	2304	0,0003546	0,22916667
18	a-5-6-6	2304	0,0003546	0,22916667
18	2-2-4-10	9216	0,00141841	0,20833333
18	2-2-5-9	2304	0,0003546	0,20833333
18	2-2-6-8	2304	0,0003546	0,20833333

18	2-2-7-7	864	0,00013298	0,20833333
18	2-3-3-10	9216	0,00141841	0,1875
18	2-3-4-9	6144	0,00094561	0,20833333
18	2-3-5-8	6144	0,00094561	0,20833333
18	2-3-6-7	6144	0,00094561	0,20833333
18	2-4-4-8	2304	0,0003546	0,22916667
18	2-4-5-7	6144	0,00094561	0,22916667
18	2-4-6-6	2304	0,0003546	0,22916667
18	2-5-5-6	2304	0,0003546	0,22916667
18	3-3-3-9	384	0,00005910	0,1875
18	3-3-4-8	2304	0,0003546	0,20833333
18	3-3-5-7	2304	0,0003546	0,20833333
18	3-3-6-6	864	0,00013298	0,20833333
18	3-4-4-7	2304	0,0003546	0,22916667
18	3-4-5-6	6144	0,00094561	0,22916667
18	3-5-5-5	384	5,9101E-05	0,22916667
18	4-4-4-6	384	0,00005910	0,25
18	4-4-5-5	864	0,00013298	0,25
		Total	0,02754086	
19	a-a-7-10	9216	0,00141841	0,125
19	a-a-8-9	2304	0,0003546	0,125
19	a-2-6-10	24576	0,00378244	0,125
19	a-2-7-9	6144	0,00094561	0,125
19	a-2-8-8	2304	0,0003546	0,125
19	a-3-5-10	24576	0,00378244	0,14583333
19	a-3-6-9	6144	0,00094561	0,14583333
19	a-3-7-8	6144	0,00094561	0,14583333
19	a-4-4-10	9216	0,00141841	0,14583333
19	a-4-5-9	6144	0,00094561	0,14583333
19	a-4-6-8	6144	0,00094561	0,14583333
19	a-4-7-7	2304	0,0003546	0,14583333
19	a-5-5-8	2304	0,0003546	0,14583333
19	a-5-6-7	6144	0,00094561	0,14583333
19	a-6-6-6	384	0,00005910	0,14583333
19	2-2-5-10	9216	0,00141841	0,125
19	2-2-6-9	2304	0,0003546	0,125
19	2-2-7-8	2304	0,0003546	0,125

19	2-3-4-10	24576	0,00378244	0,14583333
19	2-3-5-9	6144	0,00094561	0,14583333
19	2-3-6-8	6144	0,00094561	0,14583333
19	2-3-7-7	2304	0,0003546	0,14583333
19	2-4-4-9	2304	0,0003546	0,14583333
19	2-4-5-8	6144	0,00094561	0,14583333
19	2-4-6-7	6144	0,00094561	0,14583333
19	2-5-5-7	2304	0,0003546	0,14583333
19	2-5-6-6	2304	0,0003546	0,14583333
19	3-3-3-10	1536	0,0002364	0,14583333
19	3-3-4-9	2304	0,0003546	0,14583333
19	3-3-5-8	2304	0,0003546	0,14583333
19	3-3-6-7	2304	0,0003546	0,14583333
19	3-4-4-8	2304	0,0003546	0,14583333
19	3-4-5-7	6144	0,00094561	0,14583333
19	3-4-6-6	2304	0,0003546	0,14583333
19	3-5-5-6	2304	0,0003546	0,14583333
19	4-4-4-7	384	0,00005910	0,14583333
19	4-4-5-6	2304	0,0003546	0,14583333
19	4-5-5-5	384	0,00005910	0,14583333
		Total	0,03244621	
20	a-a-8-10	9216	0,00141841	0,04166667
20	a-a-9-9	864	0,00013298	0,04166667
20	a-2-7-10	24576	0,00378244	0,02083333
20	a-2-8-9	6144	0,00094561	0,02083333
20	a-3-6-10	24576	0,00378244	0,02083333
20	a-3-7-9	6144	0,00094561	0,02083333
20	a-3-8-8	2304	0,0003546	0,02083333
20	a-4-5-10	24576	0,00378244	0,02083333
20	a-4-6-9	6144	0,00094561	0,02083333
20	a-4-7-8	6144	0,00094561	0,02083333
20	a-5-5-9	2304	0,0003546	0,02083333
20	a-5-6-8	6144	0,00094561	0,02083333
20	a-5-7-7	2304	0,0003546	0,02083333
20	a-6-6-7	2304	0,0003546	0,02083333
20	2-2-6-10	9216	0,00141841	0,02083333
20	2-2-7-9	2304	0,0003546	0,02083333

20	2-2-8-8	864	0,00013298	0,02083333
20	2-3-5-10	24576	0,00378244	0,02083333
20	2-3-6-9	6144	0,00094561	0,02083333
20	2-3-7-8	6144	0,00094561	0,02083333
20	2-4-4-10	9216	0,00141841	0,02083333
20	2-4-5-9	6144	0,00094561	0,02083333
20	2-4-6-8	6144	0,00094561	0,02083333
20	2-4-7-7	2304	0,0003546	0,02083333
20	2-5-5-8	2304	0,0003546	0,02083333
20	2-5-6-7	6144	0,00094561	0,02083333
20	2-6-6-6	384	0,00005910	0,02083333
20	3-3-4-10	9216	0,00141841	0,02083333
20	3-3-5-9	2304	0,0003546	0,02083333
20	3-3-6-8	2304	0,0003546	0,02083333
20	3-3-7-7	864	0,00013298	0,02083333
20	3-4-4-9	2304	0,0003546	0,02083333
20	3-4-5-8	6144	0,00094561	0,02083333
20	3-4-6-7	6144	0,00094561	0,02083333
20	3-5-5-7	2304	0,0003546	0,02083333
20	3-5-6-6	2304	0,0003546	0,02083333
20	4-4-4-8	384	0,00005910	0,02083333
20	4-4-5-7	2304	0,0003546	0,02083333
20	4-4-6-6	864	0,00013298	0,02083333
20	4-5-5-6	2304	0,0003546	0,02083333
20	5-5-5-5	24	0,00000369	0,02083333
		Total	0,03776895	
21	a-a-9-10	9216	0,00141841	<i>Blackjack</i>
21	a-2-8-10	24576	0,00378244	<i>Blackjack</i>
21	a-2-9-9	2304	0,0003546	<i>Blackjack</i>
21	a-3-7-10	24576	0,00378244	<i>Blackjack</i>
21	a-3-8-9	6144	0,00094561	<i>Blackjack</i>
21	a-4-6-10	24576	0,00378244	<i>Blackjack</i>
21	a-4-7-9	6144	0,00094561	<i>Blackjack</i>
21	a-4-8-8	2304	0,0003546	<i>Blackjack</i>
21	a-5-5-10	9216	0,00141841	<i>Blackjack</i>
21	a-5-6-9	6144	0,00094561	<i>Blackjack</i>
21	a-5-7-8	6144	0,00094561	<i>Blackjack</i>

21	a-6-6-8	2304	0,0003546	<i>Blackjack</i>
21	a-6-7-7	2304	0,0003546	<i>Blackjack</i>
21	2-2-7-10	9216	0,00141841	<i>Blackjack</i>
21	2-2-8-9	2304	0,0003546	<i>Blackjack</i>
21	2-3-6-10	24576	0,00378244	<i>Blackjack</i>
21	2-3-7-9	6144	0,00094561	<i>Blackjack</i>
21	2-3-8-8	2304	0,0003546	<i>Blackjack</i>
21	2-4-5-10	24576	0,00378244	<i>Blackjack</i>
21	2-4-6-9	6144	0,00094561	<i>Blackjack</i>
21	2-4-7-8	6144	0,00094561	<i>Blackjack</i>
21	2-5-5-9	2304	0,0003546	<i>Blackjack</i>
21	2-5-6-8	6144	0,00094561	<i>Blackjack</i>
21	2-5-7-7	2304	0,0003546	<i>Blackjack</i>
21	2-6-6-7	2304	0,0003546	<i>Blackjack</i>
21	3-3-5-10	9216	0,00141841	<i>Blackjack</i>
21	3-3-6-9	2304	0,0003546	<i>Blackjack</i>
21	3-3-7-8	2304	0,0003546	<i>Blackjack</i>
21	3-4-4-10	9216	0,00141841	<i>Blackjack</i>
21	3-4-5-9	6144	0,00094561	<i>Blackjack</i>
21	3-4-6-8	6144	0,00094561	<i>Blackjack</i>
21	3-4-7-7	2304	0,0003546	<i>Blackjack</i>
21	3-5-5-8	2304	0,0003546	<i>Blackjack</i>
21	3-5-6-7	6144	0,00094561	<i>Blackjack</i>
21	3-6-6-6	384	0,00005910	<i>Blackjack</i>
21	4-4-4-9	384	5,9101E-05	<i>Blackjack</i>
21	4-4-5-8	2304	0,0003546	<i>Blackjack</i>
21	4-4-6-7	2304	0,0003546	<i>Blackjack</i>
21	4-5-5-7	2304	0,0003546	<i>Blackjack</i>
21	4-5-6-6	2304	0,0003546	<i>Blackjack</i>
21	5-5-5-6	384	0,00005910	<i>Blackjack</i>
		Total	0,04261151	
22	a-a-10-10	17280	0,00265953	0
22	a-2-9-10	24576	0,00378244	0
22	a-3-8-10	24576	0,00378244	0
22	a-3-9-9	2304	0,0003546	0
22	a-4-7-10	24576	0,00378244	0
22	a-4-8-9	6144	0,00094561	0

22	a-5-6-10	24576	0,00378244	0
22	a-5-7-9	6144	0,00094561	0
22	a-5-8-8	2304	0,0003546	0
22	a-6-6-9	2304	0,0003546	0
22	a-6-7-8	6144	0,00094561	0
22	a-7-7-7	384	0,00005910	0
22	2-2-8-10	9216	0,00141841	0
22	2-2-9-9	864	0,00013298	0
22	2-3-7-10	24576	0,00378244	0
22	2-3-8-9	6144	0,00094561	0
22	2-4-6-10	24576	0,00378244	0
22	2-4-7-9	6144	0,00094561	0
22	2-4-8-8	2304	0,0003546	0
22	2-5-5-10	9216	0,00141841	0
22	2-5-6-9	6144	0,00094561	0
22	2-5-7-8	6144	0,00094561	0
22	2-6-6-8	2304	0,0003546	0
22	2-6-7-7	2304	0,0003546	0
22	3-3-6-10	9216	0,00141841	0
22	3-3-7-9	2304	0,0003546	0
22	3-3-8-8	864	0,00013298	0
22	3-4-5-10	24576	0,00378244	0
22	3-4-6-9	6144	0,00094561	0
22	3-4-7-8	6144	0,00094561	0
22	3-5-5-9	2304	0,0003546	0
22	3-5-6-8	6144	0,00094561	0
22	3-5-7-7	2304	0,0003546	0
22	3-6-6-7	2304	0,0003546	0
22	4-4-4-10	1536	0,0002364	0
22	4-4-5-9	2304	0,0003546	0
22	4-4-6-8	2304	0,0003546	0
22	4-4-7-7	864	0,00013298	0
22	4-5-5-8	2304	0,0003546	0
22	4-5-6-7	6144	0,00094561	0
22	4-6-6-6	384	0,00005910	0
22	5-5-5-7	384	0,00005910	0
22	5-5-6-6	864	0,00013298	0

		Total	0,04934897	
23	a-2-10-10	46080	0,00709207	0
23	a-3-9-10	24576	0,00378244	0
23	a-4-8-10	24576	0,00378244	0
23	a-4-9-9	2304	0,0003546	0
23	a-5-7-10	24576	0,00378244	0
23	a-5-8-9	6144	0,00094561	0
23	a-6-6-10	9216	0,00141841	0
23	a-6-7-9	6144	0,00094561	0
23	a-6-8-8	2304	0,0003546	0
23	a-7-7-8	2304	0,0003546	0
23	2-2-9-10	9216	0,00141841	0
23	2-3-8-10	24576	0,00378244	0
23	2-3-9-9	2304	0,0003546	0
23	2-4-7-10	24576	0,00378244	0
23	2-4-8-9	6144	0,00094561	0
23	2-5-6-10	24576	0,00378244	0
23	2-5-7-9	6144	0,00094561	0
23	2-5-8-8	2304	0,0003546	0
23	2-6-6-9	2304	0,0003546	0
23	2-6-7-8	6144	0,00094561	0
23	2-7-7-7	384	0,00005910	0
23	3-3-7-10	9216	0,00141841	0
23	3-3-8-9	2304	0,0003546	0
23	3-4-6-10	24576	0,00378244	0
23	3-4-7-9	6144	0,00094561	0
23	3-4-8-8	2304	0,0003546	0
23	3-5-5-10	9216	0,00141841	0
23	3-5-6-9	6144	0,00094561	0
23	3-5-7-8	6144	0,00094561	0
23	3-6-6-8	2304	0,0003546	0
23	3-6-7-7	2304	0,0003546	0
23	4-4-5-10	9216	0,00141841	0
23	4-4-6-9	2304	0,0003546	0
23	4-4-7-8	2304	0,0003546	0
23	4-5-5-9	2304	0,0003546	0
23	4-5-6-8	6144	0,00094561	0

23	4-5-7-7	2304	0,0003546	0
23	4-6-6-7	2304	0,0003546	0
23	5-5-5-8	384	0,00005910	0
23	5-5-6-7	2304	0,0003546	0
23	5-6-6-6	384	0,00005910	0
		Total	0,05502262	
24	a-3-10-10	46080	0,00709207	0
24	a-4-9-10	24576	0,00378244	0
24	a-5-8-10	24576	0,00378244	0
24	a-5-9-9	2304	0,0003546	0
24	a-6-7-10	24576	0,00378244	0
24	a-6-8-9	6144	0,00094561	0
24	a-7-7-9	2304	0,0003546	0
24	a-7-8-8	2304	0,0003546	0
24	2-2-10-10	17280	0,00265953	0
24	2-3-9-10	24576	0,00378244	0
24	2-4-8-10	24576	0,00378244	0
24	2-4-9-9	2304	0,0003546	0
24	2-5-7-10	24576	0,00378244	0
24	2-5-8-9	6144	0,00094561	0
24	2-6-6-10	9216	0,00141841	0
24	2-6-7-9	6144	0,00094561	0
24	2-6-8-8	2304	0,0003546	0
24	2-7-7-8	2304	0,0003546	0
24	3-3-8-10	9216	0,00141841	0
24	3-3-9-9	864	0,00013298	0
24	3-4-7-10	24576	0,00378244	0
24	3-4-8-9	6144	0,00094561	0
24	3-5-6-10	24576	0,00378244	0
24	3-5-7-9	6144	0,00094561	0
24	3-5-8-8	2304	0,0003546	0
24	3-6-6-9	2304	0,0003546	0
24	3-6-7-8	6144	0,00094561	0
24	3-7-7-7	384	5,9101E-05	0
24	4-4-6-10	9216	0,00141841	0
24	4-4-7-9	2304	0,0003546	0
24	4-4-8-8	864	0,00013298	0

24	4-5-5-10	9216	0,00141841	0
24	4-5-6-9	6144	0,00094561	0
24	4-5-7-8	6144	0,00094561	0
24	4-6-6-8	2304	0,0003546	0
24	4-6-7-7	2304	0,0003546	0
24	5-5-5-9	384	0,00005910	0
24	5-5-6-8	2304	0,0003546	0
24	5-5-7-7	864	0,00013298	0
24	5-6-6-7	2304	0,0003546	0
24	6-6-6-6	24	0,00000369	0
		Total	0,05838028	
25	a-4-10-10	46080	0,00709207	0
25	a-5-9-10	24576	0,00378244	0
25	a-6-8-10	24576	0,00378244	0
25	a-6-9-9	2304	0,0003546	0
25	a-7-7-10	9216	0,00141841	0
25	a-7-8-9	6144	0,00094561	0
25	a-8-8-8	384	0,00005910	0
25	2-3-10-10	46080	0,00709207	0
25	2-4-9-10	24576	0,00378244	0
25	2-5-8-10	24576	0,00378244	0
25	2-5-9-9	2304	0,0003546	0
25	2-6-7-10	24576	0,00378244	0
25	2-6-8-9	6144	0,00094561	0
25	2-7-7-9	2304	0,0003546	0
25	2-7-8-8	2304	0,0003546	0
25	3-3-9-10	9216	0,00141841	0
25	3-4-8-10	24576	0,00378244	0
25	3-4-9-9	2304	0,0003546	0
25	3-5-7-10	24576	0,00378244	0
25	3-5-8-9	6144	0,00094561	0
25	3-6-6-10	9216	0,00141841	0
25	3-6-7-9	6144	0,00094561	0
25	3-6-8-8	2304	0,0003546	0
25	3-7-7-8	2304	0,0003546	0
25	4-4-7-10	9216	0,00141841	0
25	4-4-8-9	2304	0,0003546	0

25	4-5-6-10	24576	0,00378244	0
25	4-5-7-9	6144	0,00094561	0
25	4-5-8-8	2304	0,0003546	0
25	4-6-6-9	2304	0,0003546	0
25	4-6-7-8	6144	0,00094561	0
25	4-7-7-7	384	0,00005910	0
25	5-5-5-10	1536	0,0002364	0
25	5-5-6-9	2304	0,0003546	0
25	5-5-7-8	2304	0,0003546	0
25	5-6-6-8	2304	0,0003546	0
25	5-6-7-7	2304	0,0003546	0
25	6-6-6-7	384	0,00005910	0
		Total	0,06116908	
26	a-5-10-10	46080	0,00709207	0
26	a-6-9-10	24576	0,00378244	0
26	a-7-8-10	24576	0,00378244	0
26	a-7-9-9	2304	0,0003546	0
26	a-8-8-9	2304	0,0003546	0
26	2-4-10-10	46080	0,00709207	0
26	2-5-9-10	24576	0,00378244	0
26	2-6-8-10	24576	0,00378244	0
26	2-6-9-9	2304	0,0003546	0
26	2-7-7-10	9216	0,00141841	0
26	2-7-8-9	6144	0,00094561	0
26	2-8-8-8	384	0,00005910	0
26	3-3-10-10	17280	0,00265953	0
26	3-4-9-10	24576	0,00378244	0
26	3-5-8-10	24576	0,00378244	0
26	3-5-9-9	2304	0,0003546	0
26	3-6-7-10	24576	0,00378244	0
26	3-6-8-9	6144	0,00094561	0
26	3-7-7-9	2304	0,0003546	0
26	3-7-8-8	2304	0,0003546	0
26	4-4-8-10	9216	0,00141841	0
26	4-4-9-9	864	0,00013298	0
26	4-5-7-10	24576	0,00378244	0
26	4-5-8-9	6144	0,00094561	0

26	4-6-6-10	9216	0,00141841	0
26	4-6-7-9	6144	0,00094561	0
26	4-6-8-8	2304	0,0003546	0
26	4-7-7-8	2304	0,0003546	0
26	5-5-6-10	9216	0,00141841	0
26	5-5-7-9	2304	0,0003546	0
26	5-5-8-8	864	0,00013298	0
26	5-6-6-9	2304	0,0003546	0
26	5-6-7-8	6144	0,00094561	0
26	5-7-7-7	384	0,00005910	0
26	6-6-6-8	384	0,00005910	0
26	6-6-7-7	864	0,00013298	0
		Total	0,06162711	
27	a-6-10-10	46080	0,00709207	0
27	a-7-9-10	24576	0,00378244	0
27	a-8-8-10	9216	0,00141841	0
27	a-8-9-9	2304	0,0003546	0
27	2-5-10-10	46080	0,00709207	0
27	2-6-9-10	24576	0,00378244	0
27	2-7-8-10	24576	0,00378244	0
27	2-7-9-9	2304	0,0003546	0
27	2-8-8-9	2304	0,0003546	0
27	3-4-10-10	46080	0,00709207	0
27	3-5-9-10	24576	0,00378244	0
27	3-6-8-10	24576	0,00378244	0
27	3-6-9-9	2304	0,0003546	0
27	3-7-7-10	9216	0,00141841	0
27	3-7-8-9	6144	0,00094561	0
27	3-8-8-8	384	0,00005910	0
27	4-4-9-10	9216	0,00141841	0
27	4-5-8-10	24576	0,00378244	0
27	4-5-9-9	2304	0,0003546	0
27	4-6-7-10	24576	0,00378244	0
27	4-6-8-9	6144	0,00094561	0
27	4-7-7-9	2304	0,0003546	0
27	4-7-8-8	2304	0,0003546	0
27	5-5-7-10	9216	0,00141841	0

27	5-5-8-9	2304	0,0003546	0
27	5-6-6-10	9216	0,00141841	0
27	5-6-7-9	6144	0,00094561	0
27	5-6-8-8	2304	0,0003546	0
27	5-7-7-8	2304	0,0003546	0
27	6-6-6-9	384	0,00005910	0
27	6-6-7-8	2304	0,0003546	0
27	6-7-7-7	384	0,00005910	0
	Total		0,06176009	
28	a-7-10-10	46080	0,00709207	0
28	a-8-9-10	24576	0,00378244	0
28	a-9-9-9	384	0,00005910	0
28	2-6-10-10	46080	0,00709207	0
28	2-7-9-10	24576	0,00378244	0
28	2-8-8-10	9216	0,00141841	0
28	2-8-9-9	2304	0,0003546	0
28	3-5-10-10	46080	0,00709207	0
28	3-6-9-10	24576	0,00378244	0
28	3-7-8-10	24576	0,00378244	0
28	3-7-9-9	2304	0,0003546	0
28	3-8-8-9	2304	0,0003546	0
28	4-4-10-10	17280	0,00265953	0
28	4-5-9-10	24576	0,00378244	0
28	4-6-8-10	24576	0,00378244	0
28	4-6-9-9	2304	0,0003546	0
28	4-7-7-10	9216	0,00141841	0
28	4-7-8-9	6144	0,00094561	0
28	4-8-8-8	384	0,00005910	0
28	5-5-8-10	9216	0,00141841	0
28	5-5-9-9	864	0,00013298	0
28	5-6-7-10	24576	0,00378244	0
28	5-6-8-9	6144	0,00094561	0
28	5-7-7-9	2304	0,0003546	0
28	5-7-8-8	2304	0,0003546	0
28	6-6-6-10	1536	0,0002364	0
28	6-6-7-9	2304	0,0003546	0
28	6-6-8-8	864	0,00013298	0

28	6-7-7-8	2304	0,0003546	0
28	7-7-7-7	24	0,00000369	0
		Total	0,06002032	
29	a-8-10-10	46080	0,00709207	0
29	a-9-9-10	9216	0,00141841	0
29	2-7-10-10	46080	0,00709207	0
29	2-8-9-10	24576	0,00378244	0
29	2-9-9-9	384	0,00005910	0
29	3-6-10-10	46080	0,00709207	0
29	3-7-9-10	24576	0,00378244	0
29	3-8-8-10	9216	0,00141841	0
29	3-8-9-9	2304	0,0003546	0
29	4-5-10-10	46080	0,00709207	0
29	4-6-9-10	24576	0,00378244	0
29	4-7-8-10	24576	0,00378244	0
29	4-7-9-9	2304	0,0003546	0
29	4-8-8-9	2304	0,0003546	0
29	5-5-9-10	9216	0,00141841	0
29	5-6-8-10	24576	0,00378244	0
29	5-6-9-9	2304	0,0003546	0
29	5-7-7-10	9216	0,00141841	0
29	5-7-8-9	6144	0,00094561	0
29	5-8-8-8	384	5,9101E-05	0
29	6-6-7-10	9216	0,00141841	0
29	6-6-8-9	2304	0,0003546	0
29	6-7-7-9	2304	0,0003546	0
29	6-7-8-8	2304	0,0003546	0
29	7-7-7-8	384	0,00005910	0
		Total	0,05797765	
30	a-9-10-10	46080	0,00709207	0
30	2-8-10-10	46080	0,00709207	0
30	2-9-9-10	9216	0,00141841	0
30	3-7-10-10	46080	0,00709207	0
30	3-8-9-10	24576	0,00378244	0
30	3-9-9-9	384	0,00005910	0
30	4-6-10-10	46080	0,00709207	0
30	4-7-9-10	24576	0,00378244	0

30	4-8-8-10	9216	0,00141841	0
30	4-8-9-9	2304	0,0003546	0
30	5-5-10-10	17280	0,00265953	0
30	5-6-9-10	24576	0,00378244	0
30	5-7-8-10	24576	0,00378244	0
30	5-7-9-9	2304	0,0003546	0
30	5-8-8-9	2304	0,0003546	0
30	6-6-8-10	9216	0,00141841	0
30	6-6-9-9	864	0,00013298	0
30	6-7-7-10	9216	0,00141841	0
30	6-7-8-9	6144	0,00094561	0
30	6-8-8-8	384	0,00005910	0
30	7-7-7-9	384	0,00005910	0
30	7-7-8-8	864	0,00013298	0
	Total		0,05428387	
31	a-10-10-10	53760	0,00827408	0
31	2-9-10-10	46080	0,00709207	0
31	3-8-10-10	46080	0,00709207	0
31	3-9-9-10	9216	0,00141841	0
31	4-7-10-10	46080	0,00709207	0
31	4-8-9-10	24576	0,00378244	0
31	4-9-9-9	384	0,00005910	0
31	5-6-10-10	46080	0,00709207	0
31	5-7-9-10	24576	0,00378244	0
31	5-8-8-10	9216	0,00141841	0
31	5-8-9-9	2304	0,0003546	0
31	6-6-9-10	9216	0,00141841	0
31	6-7-8-10	24576	0,00378244	0
31	6-7-9-9	2304	0,0003546	0
31	6-8-8-9	2304	0,0003546	0
31	7-7-7-10	1536	0,0002364	0
31	7-7-8-9	2304	0,0003546	0
31	7-8-8-8	384	0,00005910	0
	Total		0,05401791	
32	2-10-10-10	53760	0,00827408	0
32	3-9-10-10	46080	0,00709207	0
32	4-8-10-10	46080	0,00709207	0

32	4-9-9-10	9216	0,00141841	0
32	5-7-10-10	46080	0,00709207	0
32	5-8-9-10	24576	0,00378244	0
32	5-9-9-9	384	0,00005910	0
32	6-6-10-10	17280	0,00265953	0
32	6-7-9-10	24576	0,00378244	0
32	6-8-8-10	9216	0,00141841	0
32	6-8-9-9	2304	0,0003546	0
32	7-7-8-10	9216	0,00141841	0
32	7-7-9-9	864	0,00013298	0
32	7-8-8-9	2304	0,0003546	0
32	8-8-8-8	24	0,00000369	0
		Total	0,0449349	
33	3-10-10-10	53760	0,00827408	0
33	4-9-10-10	46080	0,00709207	0
33	5-8-10-10	46080	0,00709207	0
33	5-9-9-10	9216	0,00141841	0
33	6-7-10-10	46080	0,00709207	0
33	6-8-9-10	24576	0,00378244	0
33	6-9-9-9	384	0,00005910	0
33	7-7-9-10	9216	0,00141841	0
33	7-8-8-10	9216	0,00141841	0
33	7-8-9-9	2304	0,0003546	0
33	8-8-8-9	384	0,00005910	0
		Total	0,03806076	
34	4-10-10-10	53760	0,00827408	0
34	5-9-10-10	46080	0,00709207	0
34	6-8-10-10	46080	0,00709207	0
34	6-9-9-10	9216	0,00141841	0
34	7-7-10-10	17280	0,00265953	0
34	7-8-9-10	24576	0,00378244	0
34	7-9-9-9	384	0,00005910	0
34	8-8-8-10	1536	0,0002364	0
34	8-8-9-9	864	0,00013298	0
		Total	0,03074707	
35	5-10-10-10	53760	0,00827408	0
35	6-9-10-10	46080	0,00709207	0

35	7-8-10-10	46080	0,00709207	0
35	7-9-9-10	9216	0,00141841	0
35	8-8-9-10	9216	0,00141841	0
35	8-9-9-9	384	0,00005910	0
		Total	0,02535414	
36	6-10-10-10	53760	0,00827408	0
36	7-9-10-10	46080	0,00709207	0
36	8-8-10-10	17280	0,00265953	0
36	8-9-9-10	9216	0,00141841	0
36	9-9-9-9	24	0,00000369	0
		Total	0,01944778	
37	7-10-10-10	53760	0,00827408	0
37	8-9-10-10	46080	0,00709207	0
37	9-9-9-10	1536	0,0002364	0
		Total	0,01560255	
38	8-10-10-10	53760	0,00827408	0
38	9-9-10-10	17280	0,00265953	0
		Total	0,0109336	
39	9-10-10-10	53760	0,00827408	0
		Total	0,00827408	
40	10-10-10-10	43680	0,00672269	0
		Total	0,00672269	

Tabla 1.3: Combinaciones Para Cuatro Cartas.

Dado el caso de solicitar una nueva carta, el jugador solo deberá tener ahora un puntaje menor que veintiuno. Por tener cinco cartas y no superar el puntaje, el jugador gana inmediatamente el juego.

A continuación se muestran todas las posibles permutaciones de cinco cartas que se pueden obtener en el juego. Es válido anotar que estas permutaciones pueden servir para futuras investigaciones en juegos de cartas como el *Poker*. Las posibles permutaciones se basan en el principio de multiplicación combinado con las permutaciones, que nuevamente se encuentran dependiendo del número de cartas repetidas que estemos estudiando para cada una de las combinaciones planteadas.

1.3. Las Probabilidades Involucradas en el Juego de Blackjack Capítulo 1

Puntaje	Cartas	Permutaciones	Probabilidad
6	a-a-a-a-2	480	0,00000154
		Total	0,00000154
7	a-a-a-a-3	480	0,00000154
7	a-a-a-2-2	2880	0,00000923
		Total	0,00001077
8	a-a-a-a-4	480	0,00000154
8	a-a-a-2-3	7680	0,00002463
8	a-a-2-2-2	2880	0,00000923
		Total	0,00003540
9	a-a-a-a-5	480	0,00000154
9	a-a-a-2-4	7680	0,00002463
9	a-a-a-3-3	2880	0,00000923
9	a-a-2-2-3	17280	0,00005541
9	a-2-2-2-2	480	0,00000154
		Total	0,00009234
10	a-a-a-a-6	480	0,00000154
10	a-a-a-2-5	7680	0,00002463
10	a-a-a-3-4	7680	0,00002463
10	a-a-2-2-4	17280	0,00005541
10	a-a-2-3-3	17280	0,00005541
10	a-2-2-2-3	7680	0,00002463
		Total	0,00018623
11	a-a-a-a-7	480	0,00000154
11	a-a-a-2-6	7680	0,00002463
11	a-a-a-3-5	7680	0,00002463
11	a-a-a-4-4	2880	0,00000923
11	a-a-2-2-5	17280	0,00005541
11	a-a-2-3-4	46080	0,00014775
11	a-a-3-3-3	2880	0,00000923
11	a-2-2-2-4	7680	0,00002463
11	a-2-2-3-3	17280	0,00005541
11	2-2-2-2-3	480	0,00000154
		Total	0,00035399
12	a-a-a-a-8	480	0,00000154
12	a-a-a-2-7	7680	0,00002463
12	a-a-a-3-6	7680	0,00002463

12	a-a-a-4-5	7680	0,00002463
12	a-a-2-2-6	17280	0,00005541
12	a-a-2-3-5	46080	0,00014775
12	a-a-2-4-4	17280	0,00005541
12	a-a-3-3-4	17280	0,00005541
12	a-2-2-2-5	7680	0,00002463
12	a-2-2-3-4	46080	0,00014775
12	a-2-3-3-3	7680	0,00002463
12	2-2-2-2-4	480	0,00000154
12	2-2-2-3-3	2880	0,00000923
		Total	0,00059716
13	a-a-a-a-9	480	0,00000154
13	a-a-a-2-8	7680	0,00002463
13	a-a-a-3-7	7680	0,00002463
13	a-a-a-4-6	7680	0,00002463
13	a-a-a-5-5	2880	0,00000923
13	a-a-2-2-7	17280	0,00005541
13	a-a-2-3-6	46080	0,00014775
13	a-a-2-4-5	46080	0,00014775
13	a-a-3-3-5	17280	0,00005541
13	a-a-3-4-4	17280	0,00005541
13	a-2-2-2-6	7680	0,00002463
13	a-2-2-3-5	46080	0,00014775
13	a-2-2-4-4	17280	0,00005541
13	a-2-3-3-4	46080	0,00014775
13	a-3-3-3-3	480	0,00000154
13	2-2-2-2-5	480	0,00000154
13	2-2-2-3-4	7680	0,00002463
13	2-2-3-3-3	2880	0,00000923
		Total	0,00095885
14	a-a-a-a-10	1920	0,00000616
14	a-a-a-2-9	7680	0,00002463
14	a-a-a-3-8	7680	0,00002463
14	a-a-a-4-7	7680	0,00002463
14	a-a-a-5-6	7680	0,00002463
14	a-a-2-2-8	17280	0,00005541
14	a-a-2-3-7	46080	0,00014775

14	a-a-2-4-6	46080	0,00014775
14	a-a-2-5-5	17280	0,00005541
14	a-a-3-3-6	17280	0,00005541
14	a-a-3-4-5	46080	0,00014775
14	a-a-4-4-4	2880	0,00000923
14	a-2-2-2-7	7680	0,00002463
14	a-2-2-3-6	46080	0,00014775
14	a-2-2-4-5	46080	0,00014775
14	a-2-3-3-5	46080	0,00014775
14	a-2-3-4-4	46080	0,00014775
14	a-3-3-3-4	7680	0,00002463
14	2-2-2-2-6	480	0,00000154
14	2-2-2-3-5	7680	0,00002463
14	2-2-2-4-4	2880	0,00000923
14	2-2-3-3-4	17280	0,00005541
14	2-3-3-3-3	480	0,00000154
		Total	0,00145597
15	a-a-a-2-10	30720	0,00009850
15	a-a-a-3-9	7680	0,00002463
15	a-a-a-4-8	7680	0,00002463
15	a-a-a-5-7	7680	0,00002463
15	a-a-a-6-6	2880	0,00000923
15	a-a-2-2-9	17280	0,00005541
15	a-a-2-3-8	46080	0,00014775
15	a-a-2-4-7	46080	0,00014775
15	a-a-2-5-6	46080	0,00014775
15	a-a-3-3-7	17280	0,00005541
15	a-a-3-4-6	46080	0,00014775
15	a-a-3-5-5	17280	0,00005541
15	a-a-4-4-5	17280	0,00005541
15	a-2-2-2-8	7680	0,00002463
15	a-2-2-3-7	46080	0,00014775
15	a-2-2-4-6	46080	0,00014775
15	a-2-2-5-5	17280	0,00005541
15	a-2-3-3-6	46080	0,00014775
15	a-2-3-4-5	122880	0,00039400
15	a-2-4-4-4	7680	0,00002463

15	a-3-3-3-5	7680	0,00002463
15	a-3-3-4-4	17280	0,00005541
15	2-2-2-2-7	480	0,00000154
15	2-2-2-3-6	7680	0,00002463
15	2-2-2-4-5	7680	0,00002463
15	2-2-3-3-5	17280	0,00005541
15	2-2-3-4-4	17280	0,00005541
15	2-3-3-3-4	7680	0,00002463
		Total	0,00220242
16	a-a-a-3-10	30720	0,00009850
16	a-a-a-4-9	7680	0,00002463
16	a-a-a-5-8	7680	0,00002463
16	a-a-a-6-7	7680	0,00002463
16	a-a-2-2-10	69120	0,00022163
16	a-a-2-3-9	46080	0,00014775
16	a-a-2-4-8	46080	0,00014775
16	a-a-2-5-7	46080	0,00014775
16	a-a-2-6-6	17280	0,00005541
16	a-a-3-3-8	17280	0,00005541
16	a-a-3-4-7	46080	0,00014775
16	a-a-3-5-6	46080	0,00014775
16	a-a-4-4-6	17280	0,00005541
16	a-a-4-5-5	17280	0,00005541
16	a-2-2-2-9	7680	0,00002463
16	a-2-2-3-8	46080	0,00014775
16	a-2-2-4-7	46080	0,00014775
16	a-2-2-5-6	46080	0,00014775
16	a-2-3-3-7	46080	0,00014775
16	a-2-3-4-6	122880	0,00039400
16	a-2-3-5-5	46080	0,00014775
16	a-2-4-4-5	46080	0,00014775
16	a-3-3-3-6	7680	0,00002463
16	a-3-3-4-5	46080	0,00014775
16	a-3-4-4-4	7680	0,00002463
16	2-2-2-2-8	480	0,00000154
16	2-2-2-3-7	7680	0,00002463
16	2-2-2-4-6	7680	0,00002463

1.3. Las Probabilidades Involucradas en el Juego de Blackjack Capítulo 1

16	2-2-2-5-5	2880	0,00000923
16	2-2-3-3-6	17280	0,00005541
16	2-2-3-4-5	46080	0,00014775
16	2-2-4-4-4	2880	0,00000923
16	2-3-3-3-5	7680	0,00002463
16	2-3-3-4-4	17280	0,00005541
16	3-3-3-3-4	480	0,00000154
		Total	0,00321051
17	a-a-a-4-10	30720	0,00009850
17	a-a-a-5-9	7680	0,00002463
17	a-a-a-6-8	7680	0,00002463
17	a-a-a-7-7	2880	0,00000923
17	a-a-2-3-10	184320	0,00059101
17	a-a-2-4-9	46080	0,00014775
17	a-a-2-5-8	46080	0,00014775
17	a-a-2-6-7	46080	0,00014775
17	a-a-3-3-9	17280	0,00005541
17	a-a-3-4-8	46080	0,00014775
17	a-a-3-5-7	46080	0,00014775
17	a-a-3-6-6	17280	0,00005541
17	a-a-4-4-7	17280	0,00005541
17	a-a-4-5-6	46080	0,00014775
17	a-a-5-5-5	2880	0,00000923
17	a-2-2-2-10	30720	0,00009850
17	a-2-2-3-9	46080	0,00014775
17	a-2-2-4-8	46080	0,00014775
17	a-2-2-5-7	46080	0,00014775
17	a-2-2-6-6	17280	0,00005541
17	a-2-3-3-8	46080	0,00014775
17	a-2-3-4-7	122880	0,00039400
17	a-2-3-5-6	122880	0,00039400
17	a-2-4-4-6	46080	0,00014775
17	a-2-4-5-5	46080	0,00014775
17	a-3-3-3-7	7680	0,00002463
17	a-3-3-4-6	46080	0,00014775
17	a-3-3-5-5	17280	0,00005541
17	a-3-4-4-5	46080	0,00014775

17	a-4-4-4-4	480	0,00000154
17	2-2-2-2-9	480	0,00000154
17	2-2-2-3-8	7680	0,00002463
17	2-2-2-4-7	7680	0,00002463
17	2-2-2-5-6	7680	0,00002463
17	2-2-3-3-7	17280	0,00005541
17	2-2-3-4-6	46080	0,00014775
17	2-2-3-5-5	17280	0,00005541
17	2-2-4-4-5	17280	0,00005541
17	2-3-3-3-6	7680	0,00002463
17	2-3-3-4-5	46080	0,00014775
17	2-3-4-4-4	7680	0,00002463
17	3-3-3-3-5	480	0,00000154
17	3-3-3-4-4	2880	0,00000923
		Total	0,00461261
18	a-a-a-5-10	30720	0,00009850
18	a-a-a-6-9	7680	0,00002463
18	a-a-a-7-8	7680	0,00002463
18	a-a-2-4-10	184320	0,00059101
18	a-a-2-5-9	46080	0,00014775
18	a-a-2-6-8	46080	0,00014775
18	a-a-2-7-7	17280	0,00005541
18	a-a-3-3-10	69120	0,00022163
18	a-a-3-4-9	46080	0,00014775
18	a-a-3-5-8	46080	0,00014775
18	a-a-3-6-7	46080	0,00014775
18	a-a-4-4-8	17280	0,00005541
18	a-a-4-5-7	46080	0,00014775
18	a-a-4-6-6	17280	0,00005541
18	a-a-5-5-6	17280	0,00005541
18	a-2-2-3-10	184320	0,00059101
18	a-2-2-4-9	46080	0,00014775
18	a-2-2-5-8	46080	0,00014775
18	a-2-2-6-7	46080	0,00014775
18	a-2-3-3-9	46080	0,00014775
18	a-2-3-4-8	122880	0,00039400
18	a-2-3-5-7	122880	0,00039400

1.3. Las Probabilidades Involucradas en el Juego de Blackjack Capítulo 1

18	a-2-3-6-6	46080	0,00014775
18	a-2-4-4-7	46080	0,00014775
18	a-2-4-5-6	122880	0,00039400
18	a-2-5-5-5	7680	0,00002463
18	a-3-3-3-8	7680	0,00002463
18	a-3-3-4-7	46080	0,00014775
18	a-3-3-5-6	46080	0,00014775
18	a-3-4-4-6	46080	0,00014775
18	a-3-4-5-5	46080	0,00014775
18	a-4-4-4-5	7680	0,00002463
18	2-2-2-2-10	1920	0,00000616
18	2-2-2-3-9	7680	0,00002463
18	2-2-2-4-8	7680	0,00002463
18	2-2-2-5-7	7680	0,00002463
18	2-2-2-6-6	2880	0,00000923
18	2-2-3-3-8	17280	0,00005541
18	2-2-3-4-7	46080	0,00014775
18	2-2-3-5-6	46080	0,00014775
18	2-2-4-4-6	17280	0,00005541
18	2-2-4-5-5	17280	0,00005541
18	2-3-3-3-7	7680	0,00002463
18	2-3-3-4-6	46080	0,00014775
18	2-3-3-5-5	17280	0,00005541
18	2-3-4-4-5	46080	0,00014775
18	2-4-4-4-4	480	0,00000154
18	3-3-3-3-6	480	0,00000154
18	3-3-3-4-5	7680	0,00002463
18	3-3-4-4-4	2880	0,00000923
		Total	0,00635639
19	a-a-a-6-10	30720	0,00009850
19	a-a-a-7-9	7680	0,00002463
19	a-a-a-8-8	2880	0,00000923
19	a-a-2-5-10	184320	0,00059101
19	a-a-2-6-9	46080	0,00014775
19	a-a-2-7-8	46080	0,00014775
19	a-a-3-4-10	184320	0,00059101
19	a-a-3-5-9	46080	0,00014775

19	a-a-3-6-8	46080	0,00014775
19	a-a-3-7-7	17280	0,00005541
19	a-a-4-4-9	17280	0,00005541
19	a-a-4-5-8	46080	0,00014775
19	a-a-4-6-7	46080	0,00014775
19	a-a-5-5-7	17280	0,00005541
19	a-a-5-6-6	17280	0,00005541
19	a-2-2-4-10	184320	0,00059101
19	a-2-2-5-9	46080	0,00014775
19	a-2-2-6-8	46080	0,00014775
19	a-2-2-7-7	17280	0,00005541
19	a-2-3-3-10	184320	0,00059101
19	a-2-3-4-9	122880	0,00039400
19	a-2-3-5-8	122880	0,00039400
19	a-2-3-6-7	122880	0,00039400
19	a-2-4-4-8	46080	0,00014775
19	a-2-4-5-7	122880	0,00039400
19	a-2-4-6-6	46080	0,00014775
19	a-2-5-5-6	46080	0,00014775
19	a-3-3-3-9	7680	0,00002463
19	a-3-3-4-8	46080	0,00014775
19	a-3-3-5-7	46080	0,00014775
19	a-3-3-6-6	17280	0,00005541
19	a-3-4-4-7	46080	0,00014775
19	a-3-4-5-6	122880	0,00039400
19	a-3-5-5-5	7680	0,00002463
19	a-4-4-4-6	7680	0,00002463
19	a-4-4-5-5	17280	0,00005541
19	2-2-2-3-10	30720	0,00009850
19	2-2-2-4-9	7680	0,00002463
19	2-2-2-5-8	7680	0,00002463
19	2-2-2-6-7	7680	0,00002463
19	2-2-3-3-9	17280	0,00005541
19	2-2-3-4-8	46080	0,00014775
19	2-2-3-5-7	46080	0,00014775
19	2-2-3-6-6	17280	0,00005541
19	2-2-4-4-7	17280	0,00005541

1.3. Las Probabilidades Involucradas en el Juego de Blackjack Capítulo 1

19	2-2-4-5-6	46080	0,00014775
19	2-2-5-5-5	2880	0,00000923
19	2-3-3-3-8	7680	0,00002463
19	2-3-3-4-7	46080	0,00014775
19	2-3-3-5-6	46080	0,00014775
19	2-3-4-4-6	46080	0,00014775
19	2-3-4-5-5	46080	0,00014775
19	2-4-4-4-5	7680	0,00002463
19	3-3-3-3-7	480	0,00000154
19	3-3-3-4-6	7680	0,00002463
19	3-3-3-5-5	2880	0,00000923
19	3-3-4-4-5	17280	0,00005541
19	3-4-4-4-4	480	0,00000154
		Total	0,00852033
20	a-a-a-7-10	30720	0,00009850
20	a-a-a-8-9	7680	0,00002463
20	a-a-2-6-10	184320	0,00059101
20	a-a-2-7-9	46080	0,00014775
20	a-a-2-8-8	17280	0,00005541
20	a-a-3-5-10	184320	0,00059101
20	a-a-3-6-9	46080	0,00014775
20	a-a-3-7-8	46080	0,00014775
20	a-a-4-4-10	69120	0,00022163
20	a-a-4-5-9	46080	0,00014775
20	a-a-4-6-8	46080	0,00014775
20	a-a-4-7-7	17280	0,00005541
20	a-a-5-5-8	17280	0,00005541
20	a-a-5-6-7	46080	0,00014775
20	a-a-6-6-6	2880	0,00000923
20	a-2-2-5-10	184320	0,00059101
20	a-2-2-6-9	46080	0,00014775
20	a-2-2-7-8	46080	0,00014775
20	a-2-3-4-10	491520	0,00157602
20	a-2-3-5-9	122880	0,00039400
20	a-2-3-6-8	122880	0,00039400
20	a-2-3-7-7	46080	0,00014775
20	a-2-4-4-9	46080	0,00014775

20	a-2-4-5-8	122880	0,00039400
20	a-2-4-6-7	122880	0,00039400
20	a-2-5-5-7	46080	0,00014775
20	a-2-5-6-6	46080	0,00014775
20	a-3-3-3-10	30720	0,00009850
20	a-3-3-4-9	46080	0,00014775
20	a-3-3-5-8	46080	0,00014775
20	a-3-3-6-7	46080	0,00014775
20	a-3-4-4-8	46080	0,00014775
20	a-3-4-5-7	122880	0,00039400
20	a-3-4-6-6	46080	0,00014775
20	a-3-5-5-6	46080	0,00014775
20	a-4-4-4-7	7680	0,00002463
20	a-4-4-5-6	46080	0,00014775
20	a-4-5-5-5	7680	0,00002463
20	2-2-2-4-10	30720	0,00009850
20	2-2-2-5-9	7680	0,00002463
20	2-2-2-6-8	7680	0,00002463
20	2-2-2-7-7	2880	0,00000923
20	2-2-3-3-10	69120	0,00022163
20	2-2-3-4-9	46080	0,00014775
20	2-2-3-5-8	46080	0,00014775
20	2-2-3-6-7	46080	0,00014775
20	2-2-4-4-8	17280	0,00005541
20	2-2-4-5-7	46080	0,00014775
20	2-2-4-6-6	17280	0,00005541
20	2-2-5-5-6	17280	0,00005541
20	2-3-3-3-9	7680	0,00002463
20	2-3-3-4-8	46080	0,00014775
20	2-3-3-5-7	46080	0,00014775
20	2-3-3-6-6	17280	0,00005541
20	2-3-4-4-7	46080	0,00014775
20	2-3-4-5-6	122880	0,00039400
20	2-3-5-5-5	7680	0,00002463
20	2-4-4-4-6	7680	0,00002463
20	2-4-4-5-5	17280	0,00005541
20	3-3-3-3-8	480	0,00000154

20	3-3-3-4-7	7680	0,00002463
20	3-3-3-5-6	7680	0,00002463
20	3-3-4-4-6	17280	0,00005541
20	3-3-4-5-5	17280	0,00005541
20	3-4-4-4-5	7680	0,00002463
		Total	0,01113830
21	a-a-a-8-10	30720	0,00009850
21	a-a-a-9-9	2880	0,00000923
21	a-a-2-7-10	184320	0,00059101
21	a-a-2-8-9	46080	0,00014775
21	a-a-3-6-10	184320	0,00059101
21	a-a-3-7-9	46080	0,00014775
21	a-a-3-8-8	17280	0,00005541
21	a-a-4-5-10	184320	0,00059101
21	a-a-4-6-9	46080	0,00014775
21	a-a-4-7-8	46080	0,00014775
21	a-a-5-5-9	17280	0,00005541
21	a-a-5-6-8	46080	0,00014775
21	a-a-5-7-7	17280	0,00005541
21	a-a-6-6-7	17280	0,00005541
21	a-2-2-6-10	184320	0,00059101
21	a-2-2-7-9	46080	0,00014775
21	a-2-2-8-8	17280	0,00005541
21	a-2-3-5-10	491520	0,00157602
21	a-2-3-6-9	122880	0,00039400
21	a-2-3-7-8	122880	0,00039400
21	a-2-4-4-10	184320	0,00059101
21	a-2-4-5-9	122880	0,00039400
21	a-2-4-6-8	122880	0,00039400
21	a-2-4-7-7	46080	0,00014775
21	a-2-5-5-8	46080	0,00014775
21	a-2-5-6-7	122880	0,00039400
21	a-2-6-6-6	7680	0,00002463
21	a-3-3-4-10	184320	0,00059101
21	a-3-3-5-9	46080	0,00014775
21	a-3-3-6-8	46080	0,00014775
21	a-3-3-7-7	17280	0,00005541

21	a-3-4-4-9	46080	0,00014775
21	a-3-4-5-8	122880	0,00039400
21	a-3-4-6-7	122880	0,00039400
21	a-3-5-5-7	46080	0,00014775
21	a-3-5-6-6	46080	0,00014775
21	a-4-4-4-8	7680	0,00002463
21	a-4-4-5-7	46080	0,00014775
21	a-4-4-6-6	17280	0,00005541
21	a-4-5-5-6	46080	0,00014775
21	a-5-5-5-5	480	0,00000154
21	2-2-2-5-10	30720	0,00009850
21	2-2-2-6-9	7680	0,00002463
21	2-2-2-7-8	7680	0,00002463
21	2-2-3-4-10	184320	0,00059101
21	2-2-3-5-9	46080	0,00014775
21	2-2-3-6-8	46080	0,00014775
21	2-2-3-7-7	17280	0,00005541
21	2-2-4-4-9	17280	0,00005541
21	2-2-4-5-8	46080	0,00014775
21	2-2-4-6-7	46080	0,00014775
21	2-2-5-5-7	17280	0,00005541
21	2-2-5-6-6	17280	0,00005541
21	2-3-3-3-10	30720	0,00009850
21	2-3-3-4-9	46080	0,00014775
21	2-3-3-5-8	46080	0,00014775
21	2-3-3-6-7	46080	0,00014775
21	2-3-4-4-8	46080	0,00014775
21	2-3-4-5-7	122880	0,00039400
21	2-3-4-6-6	46080	0,00014775
21	2-3-5-5-6	46080	0,00014775
21	2-4-4-4-7	7680	0,00002463
21	2-4-4-5-6	46080	0,00014775
21	2-4-5-5-5	7680	0,00002463
21	3-3-3-3-9	480	0,00000154
21	3-3-3-4-8	7680	0,00002463
21	3-3-3-5-7	7680	0,00002463
21	3-3-3-6-6	2880	0,00000923

1.3. Las Probabilidades Involucradas en el Juego de Blackjack Capítulo 1

21	3-3-4-4-7	17280	0,00005541
21	3-3-4-5-6	46080	0,00014775
21	3-3-5-5-5	2880	0,00000923
21	3-4-4-4-6	7680	0,00002463
21	3-4-4-5-5	17280	0,00005541
21	4-4-4-4-5	480	0,00000154
		Total	0,01412411
22	a-a-a-9-10	30720	0,00009850
22	a-a-2-8-10	184320	0,00059101
22	a-a-2-9-9	17280	0,00005541
22	a-a-3-7-10	184320	0,00059101
22	a-a-3-8-9	46080	0,00014775
22	a-a-4-6-10	184320	0,00059101
22	a-a-4-7-9	46080	0,00014775
22	a-a-4-8-8	17280	0,00005541
22	a-a-5-5-10	69120	0,00022163
22	a-a-5-6-9	46080	0,00014775
22	a-a-5-7-8	46080	0,00014775
22	a-a-6-6-8	17280	0,00005541
22	a-a-6-7-7	17280	0,00005541
22	a-2-2-7-10	184320	0,00059101
22	a-2-2-8-9	46080	0,00014775
22	a-2-3-6-10	491520	0,00157602
22	a-2-3-7-9	122880	0,00039400
22	a-2-3-8-8	46080	0,00014775
22	a-2-4-5-10	491520	0,00157602
22	a-2-4-6-9	122880	0,00039400
22	a-2-4-7-8	122880	0,00039400
22	a-2-5-5-9	46080	0,00014775
22	a-2-5-6-8	122880	0,00039400
22	a-2-5-7-7	46080	0,00014775
22	a-2-6-6-7	46080	0,00014775
22	a-3-3-5-10	184320	0,00059101
22	a-3-3-6-9	46080	0,00014775
22	a-3-3-7-8	46080	0,00014775
22	a-3-4-4-10	184320	0,00059101
22	a-3-4-5-9	122880	0,00039400

22	a-3-4-6-8	122880	0,00039400
22	a-3-4-7-7	46080	0,00014775
22	a-3-5-5-8	46080	0,00014775
22	a-3-5-6-7	122880	0,00039400
22	a-3-6-6-6	7680	0,00002463
22	a-4-4-4-9	7680	0,00002463
22	a-4-4-5-8	46080	0,00014775
22	a-4-4-6-7	46080	0,00014775
22	a-4-5-5-7	46080	0,00014775
22	a-4-5-6-6	46080	0,00014775
22	a-5-5-5-6	7680	0,00002463
22	2-2-2-6-10	30720	0,00009850
22	2-2-2-7-9	7680	0,00002463
22	2-2-2-8-8	2880	0,00000923
22	2-2-3-5-10	184320	0,00059101
22	2-2-3-6-9	46080	0,00014775
22	2-2-3-7-8	46080	0,00014775
22	2-2-4-4-10	69120	0,00022163
22	2-2-4-5-9	46080	0,00014775
22	2-2-4-6-8	46080	0,00014775
22	2-2-4-7-7	17280	0,00005541
22	2-2-5-5-8	17280	0,00005541
22	2-2-5-6-7	46080	0,00014775
22	2-2-6-6-6	2880	0,00000923
22	2-3-3-4-10	184320	0,00059101
22	2-3-3-5-9	46080	0,00014775
22	2-3-3-6-8	46080	0,00014775
22	2-3-3-7-7	17280	0,00005541
22	2-3-4-4-9	46080	0,00014775
22	2-3-4-5-8	122880	0,00039400
22	2-3-4-6-7	122880	0,00039400
22	2-3-5-5-7	46080	0,00014775
22	2-3-5-6-6	46080	0,00014775
22	2-4-4-4-8	7680	0,00002463
22	2-4-4-5-7	46080	0,00014775
22	2-4-4-6-6	17280	0,00005541
22	2-4-5-5-6	46080	0,00014775

22	2-5-5-5-5	480	0,00000154
22	3-3-3-3-10	1920	0,00000616
22	3-3-3-4-9	7680	0,00002463
22	3-3-3-5-8	7680	0,00002463
22	3-3-3-6-7	7680	0,00002463
22	3 -3-4-4-8	17280	0,00005541
22	3-3-4-5-7	46080	0,00014775
22	3-3-4-6-6	17280	0,00005541
22	3-3-5-5-6	17280	0,00005541
22	3-4-4-4-7	7680	0,00002463
22	3-4-4-5-6	46080	0,00014775
22	3-4-5-5-5	7680	0,00002463
22	4-4-4-4-6	480	0,00000154
22	4-4-4-5-5	2880	0,00000923
		Total	0,01753932
23	a-a-a-10-10	57600	0,00018469
23	a-a-2-9-10	184320	0,00059101
23	a-a-3-8-10	184320	0,00059101
23	a-a-3-9-9	17280	0,00005541
23	a-a-4-7-10	184320	0,00059101
23	a-a-4-8-9	46080	0,00014775
23	a-a-5-6-10	184320	0,00059101
23	a-a-5-7-9	46080	0,00014775
23	a-a-5-8-8	17280	0,00005541
23	a-a-6-6-9	17280	0,00005541
23	a-a-6-7-8	46080	0,00014775
23	a-a-7-7-7	2880	0,00000923
23	a-2-2-8-10	184320	0,00059101
23	a-2-2-9-9	17280	0,00005541
23	a-2-3-7-10	491520	0,00157602
23	a-2-3-8-9	122880	0,00039400
23	a-2-4-6-10	491520	0,00157602
23	a-2-4-7-9	122880	0,00039400
23	a-2-4-8-8	46080	0,00014775
23	a-2-5-5-10	184320	0,00059101
23	a-2-5-6-9	122880	0,00039400
23	a-2-5-7-8	122880	0,00039400

23	a-2-6-6-8	46080	0,00014775
23	a-2-6-7-7	46080	0,00014775
23	a-3-3-6-10	184320	0,00059101
23	a-3-3-7-9	46080	0,00014775
23	a-3-3-8-8	17280	0,00005541
23	a-3-4-5-10	491520	0,00157602
23	a-3-4-6-9	122880	0,00039400
23	a-3-4-7-8	122880	0,00039400
23	a-3-5-5-9	46080	0,00014775
23	a-3-5-6-8	122880	0,00039400
23	a-3-5-7-7	46080	0,00014775
23	a-3-6-6-7	46080	0,00014775
23	a-4-4-4-10	30720	0,00009850
23	a-4-4-5-9	46080	0,00014775
23	a-4-4-6-8	46080	0,00014775
23	a-4-4-7-7	17280	0,00005541
23	a-4-5-5-8	46080	0,00014775
23	a-4-5-6-7	122880	0,00039400
23	a-4-6-6-6	7680	0,00002463
23	a-5-5-5-7	7680	0,00002463
23	a-5-5-6-6	17280	0,00005541
23	2-2-2-7-10	30720	0,00009850
23	2-2-2-8-9	7680	0,00002463
23	2-2-3-6-10	184320	0,00059101
23	2-2-3-7-9	46080	0,00014775
23	2-2-3-8-8	17280	0,00005541
23	2-2-4-5-10	184320	0,00059101
23	2-2-4-6-9	46080	0,00014775
23	2-2-4-7-8	46080	0,00014775
23	2-2-5-5-9	17280	0,00005541
23	2-2-5-6-8	46080	0,00014775
23	2-2-5-7-7	17280	0,00005541
23	2-2-6-6-7	17280	0,00005541
23	2-3-3-5-10	184320	0,00059101
23	2-3-3-6-9	46080	0,00014775
23	2-3-3-7-8	46080	0,00014775
23	2-3-4-4-10	184320	0,00059101

1.3. Las Probabilidades Involucradas en el Juego de Blackjack Capítulo 1

23	2-3-4-5-9	122880	0,00039400
23	2-3-4-6-8	122880	0,00039400
23	2-3-4-7-7	46080	0,00014775
23	2-3-5-5-8	46080	0,00014775
23	2-3-5-6-7	122880	0,00039400
23	2-3-6-6-6	7680	0,00002463
23	2-4-4-4-9	7680	0,00002463
23	2-4-4-5-8	46080	0,00014775
23	2-4-4-6-7	46080	0,00014775
23	2-4-5-5-7	46080	0,00014775
23	2-4-5-6-6	46080	0,00014775
23	2-5-5-5-6	7680	0,00002463
23	3-3-3-4-10	30720	0,00009850
23	3-3-3-5-9	7680	0,00002463
23	3-3-3-6-8	7680	0,00002463
23	3-3-3-7-7	2880	0,00000923
23	3-3-4-4-9	17280	0,00005541
23	3-3-4-5-8	46080	0,00014775
23	3-3-4-6-7	46080	0,00014775
23	3-3-5-5-7	17280	0,00005541
23	3-3-5-6-6	17280	0,00005541
23	3-4-4-4-8	7680	0,00002463
23	3-4-4-5-7	46080	0,00014775
23	3-4-4-6-6	17280	0,00005541
23	3-4-5-5-6	46080	0,00014775
23	3-5-5-5-5	480	0,00000154
23	4-4-4-4-7	480	0,00000154
23	4-4-4-5-6	7680	0,00002463
23	4-4-5-5-5	2880	0,00000923
		Total	0,02143627
24	a-a-2-10-10	345600	0,00110814
24	a-a-3-9-10	184320	0,00059101
24	a-a-4-8-10	184320	0,00059101
24	a-a-4-9-9	17280	0,00005541
24	a-a-5-7-10	184320	0,00059101
24	a-a-5-8-9	46080	0,00014775
24	a-a-6-6-10	69120	0,00022163

24	a-a-6-7-9	46080	0,00014775
24	a-a-6-8-8	17280	0,00005541
24	a-a-7-7-8	17280	0,00005541
24	a-2-2-9-10	184320	0,00059101
24	a-2-3-8-10	491520	0,00157602
24	a-2-3-9-9	46080	0,00014775
24	a-2-4-7-10	491520	0,00157602
24	a-2-4-8-9	122880	0,00039400
24	a-2-5-6-10	491520	0,00157602
24	a-2-5-7-9	122880	0,00039400
24	a-2-5-8-8	46080	0,00014775
24	a-2-6-6-9	46080	0,00014775
24	a-2-6-7-8	122880	0,00039400
24	a-2-7-7-7	7680	0,00002463
24	a-3-3-7-10	184320	0,00059101
24	a-3-3-8-9	46080	0,00014775
24	a-3-4-6-10	491520	0,00157602
24	a-3-4-7-9	122880	0,00039400
24	a-3-4-8-8	46080	0,00014775
24	a-3-5-5-10	184320	0,00059101
24	a-3-5-6-9	122880	0,00039400
24	a-3-5-7-8	122880	0,00039400
24	a-3-6-6-8	46080	0,00014775
24	a-3-6-7-7	46080	0,00014775
24	a-4-4-5-10	184320	0,00059101
24	a-4-4-6-9	46080	0,00014775
24	a-4-4-7-8	46080	0,00014775
24	a-4-5-5-9	46080	0,00014775
24	a-4-5-6-8	122880	0,00039400
24	a-4-5-7-7	46080	0,00014775
24	a-4-6-6-7	46080	0,00014775
24	a-5-5-5-8	7680	0,00002463
24	a-5-5-6-7	46080	0,00014775
24	a-5-6-6-6	7680	0,00002463
24	2-2-2-8-10	30720	0,00009850
24	2-2-2-9-9	2880	0,00000923
24	2-2-3-7-10	184320	0,00059101

24	2-2-3-8-9	46080	0,00014775
24	2-2-4-6-10	184320	0,00059101
24	2-2-4-7-9	46080	0,00014775
24	2-2-4-8-8	17280	0,00005541
24	2-2-5-5-10	69120	0,00022163
24	2-2-5-6-9	46080	0,00014775
24	2-2-5-7-8	46080	0,00014775
24	2-2-6-6-8	17280	0,00005541
24	2-2-6-7-7	17280	0,00005541
24	2-3-3-6-10	184320	0,00059101
24	2-3-3-7-9	46080	0,00014775
24	2-3-3-8-8	17280	0,00005541
24	2-3-4-5-10	491520	0,00157602
24	2-3-4-6-9	122880	0,00039400
24	2-3-4-7-8	122880	0,00039400
24	2-3-5-5-9	46080	0,00014775
24	2-3-5-6-8	122880	0,00039400
24	2-3-5-7-7	46080	0,00014775
24	2-3-6-6-7	46080	0,00014775
24	2-4-4-4-10	30720	0,00009850
24	2-4-4-5-9	46080	0,00014775
24	2-4-4-6-8	46080	0,00014775
24	2-4-4-7-7	17280	0,00005541
24	2-4-5-5-8	46080	0,00014775
24	2-4-5-6-7	122880	0,00039400
24	2-4-6-6-6	7680	0,00002463
24	2-5-5-5-7	7680	0,00002463
24	2-5-5-6-6	17280	0,00005541
24	3-3-3-5-10	30720	0,00009850
24	3-3-3-6-9	7680	0,00002463
24	3-3-3-7-8	7680	0,00002463
24	3-3-4-4-10	69120	0,00022163
24	3-3-4-5-9	46080	0,00014775
24	3-3-4-6-8	46080	0,00014775
24	3-3-4-7-7	17280	0,00005541
24	3-3-5-5-8	17280	0,00005541
24	3-3-5-6-7	46080	0,00014775

24	3-3-6-6-6	2880	0,00000923
24	3-4-4-4-9	7680	0,00002463
24	3-4-4-5-8	46080	0,00014775
24	3-4-4-6-7	46080	0,00014775
24	3-4-5-5-7	46080	0,00014775
24	3-4-5-6-6	46080	0,00014775
24	3-5-5-5-6	7680	0,00002463
24	4-4-4-4-8	480	0,00000154
24	4-4-4-5-7	7680	0,00002463
24	4-4-4-6-6	2880	0,00000923
24	4-4-5-5-6	17280	0,00005541
24	4-5-5-5-5	480	0,00000154
		Total	0,02601040
25	a-a-3-10-10	345600	0,00110814
25	a-a-4-9-10	184320	0,00059101
25	a-a-5-8-10	184320	0,00059101
25	a-a-5-9-9	17280	0,00005541
25	a-a-6-7-10	184320	0,00059101
25	a-a-6-8-9	46080	0,00014775
25	a-a-7-7-9	17280	0,00005541
25	a-a-7-8-8	17280	0,00005541
25	a-2-2-10-10	345600	0,00110814
25	a-2-3-9-10	491520	0,00157602
25	a-2-4-8-10	491520	0,00157602
25	a-2-4-9-9	46080	0,00014775
25	a-2-5-7-10	491520	0,00157602
25	a-2-5-8-9	122880	0,00039400
25	a-2-6-6-10	184320	0,00059101
25	a-2-6-7-9	122880	0,00039400
25	a-2-6-8-8	46080	0,00014775
25	a-2-7-7-8	46080	0,00014775
25	a-3-3-8-10	184320	0,00059101
25	a-3-3-9-9	17280	0,00005541
25	a-3-4-7-10	491520	0,00157602
25	a-3-4-8-9	122880	0,00039400
25	a-3-5-6-10	491520	0,00157602
25	a-3-5-7-9	122880	0,00039400

25	a-3-5-8-8	46080	0,00014775
25	a-3-6-6-9	46080	0,00014775
25	a-3-6-7-8	122880	0,00039400
25	a-3-7-7-7	7680	0,00002463
25	a-4-4-6-10	184320	0,00059101
25	a-4-4-7-9	46080	0,00014775
25	a-4-4-8-8	17280	0,00005541
25	a-4-5-5-10	184320	0,00059101
25	a-4-5-6-9	122880	0,00039400
25	a-4-5-7-8	122880	0,00039400
25	a-4-6-6-8	46080	0,00014775
25	a-4-6-7-7	46080	0,00014775
25	a-5-5-5-9	7680	0,00002463
25	a-5-5-6-8	46080	0,00014775
25	a-5-5-7-7	17280	0,00005541
25	a-5-6-6-7	46080	0,00014775
25	a-6-6-6-6	480	0,00000154
25	2-2-2-9-10	30720	0,00009850
25	2-2-3-8-10	184320	0,00059101
25	2-2-3-9-9	17280	0,00005541
25	2-2-4-7-10	184320	0,00059101
25	2-2-4-8-9	46080	0,00014775
25	2-2-5-6-10	184320	0,00059101
25	2-2-5-7-9	46080	0,00014775
25	2-2-5-8-8	17280	0,00005541
25	2-2-6-6-9	17280	0,00005541
25	2-2-6-7-8	46080	0,00014775
25	2-2-7-7-7	2880	0,00000923
25	2-3-3-7-10	184320	0,00059101
25	2-3-3-8-9	46080	0,00014775
25	2-3-4-6-10	491520	0,00157602
25	2-3-4-7-9	122880	0,00039400
25	2-3-4-8-8	46080	0,00014775
25	2-3-5-5-10	184320	0,00059101
25	2-3-5-6-9	122880	0,00039400
25	2-3-5-7-8	122880	0,00039400
25	2-3-6-6-8	46080	0,00014775

25	2-3-6-7-7	46080	0,00014775
25	2-4-4-5-10	184320	0,00059101
25	2-4-4-6-9	46080	0,00014775
25	2-4-4-7-8	46080	0,00014775
25	2-4-5-5-9	46080	0,00014775
25	2-4-5-6-8	122880	0,00039400
25	2-4-5-7-7	46080	0,00014775
25	2-4-6-6-7	46080	0,00014775
25	2-5-5-5-8	7680	0,00002463
25	2-5-5-6-7	46080	0,00014775
25	2-5-6-6-6	7680	0,00002463
25	3-3-3-6-10	30720	0,00009850
25	3-3-3-7-9	7680	0,00002463
25	3-3-3-8-8	2880	0,00000923
25	3-3-4-5-10	184320	0,00059101
25	3-3-4-6-9	46080	0,00014775
25	3-3-4-7-8	46080	0,00014775
25	3-3-5-5-9	17280	0,00005541
25	3-3-5-6-8	46080	0,00014775
25	3-3-5-7-7	17280	0,00005541
25	3-3-6-6-7	17280	0,00005541
25	3-4-4-4-10	30720	0,00009850
25	3-4-4-5-9	46080	0,00014775
25	3-4-4-6-8	46080	0,00014775
25	3-4-4-7-7	17280	0,00005541
25	3-4-5-5-8	46080	0,00014775
25	3-4-5-6-7	122880	0,00039400
25	3-4-6-6-6	7680	0,00002463
25	3-5-5-5-7	7680	0,00002463
25	3-5-5-6-6	17280	0,00005541
25	4-4-4-4-9	480	0,00000154
25	4-4-4-5-8	7680	0,00002463
25	4-4-4-6-7	7680	0,00002463
25	4-4-5-5-7	17280	0,00005541
25	4-4-5-6-6	17280	0,00005541
25	4-5-5-5-6	7680	0,00002463
Total			0,03055684

26	a-a-4-10-10	345600	0,00110814
26	a-a-5-9-10	184320	0,00059101
26	a-a-6-8-10	184320	0,00059101
26	a-a-6-9-9	17280	0,00005541
26	a-a-7-7-10	69120	0,00022163
26	a-a-7-8-9	46080	0,00014775
26	a-a-8-8-8	2880	0,00000923
26	a-2-3-10-10	921600	0,00295503
26	a-2-4-9-10	491520	0,00157602
26	a-2-5-8-10	491520	0,00157602
26	a-2-5-9-9	46080	0,00014775
26	a-2-6-7-10	491520	0,00157602
26	a-2-6-8-9	122880	0,00039400
26	a-2-7-7-9	46080	0,00014775
26	a-2-7-8-8	46080	0,00014775
26	a-3-3-9-10	184320	0,00059101
26	a-3-4-8-10	491520	0,00157602
26	a-3-4-9-9	46080	0,00014775
26	a-3-5-7-10	491520	0,00157602
26	a-3-5-8-9	122880	0,00039400
26	a-3-6-6-10	184320	0,00059101
26	a-3-6-7-9	122880	0,00039400
26	a-3-6-8-8	46080	0,00014775
26	a-3-7-7-8	46080	0,00014775
26	a-4-4-7-10	184320	0,00059101
26	a-4-4-8-9	46080	0,00014775
26	a-4-5-6-10	491520	0,00157602
26	a-4-5-7-9	122880	0,00039400
26	a-4-5-8-8	46080	0,00014775
26	a-4-6-6-9	46080	0,00014775
26	a-4-6-7-8	122880	0,00039400
26	a-4-7-7-7	7680	0,00002463
26	a-5-5-5-10	30720	0,00009850
26	a-5-5-6-9	46080	0,00014775
26	a-5-5-7-8	46080	0,00014775
26	a-5-6-6-8	46080	0,00014775
26	a-5-6-7-7	46080	0,00014775

26	a-6-6-6-7	7680	0,00002463
26	2-2-2-10-10	57600	0,00018469
26	2-2-3-9-10	184320	0,00059101
26	2-2-4-8-10	184320	0,00059101
26	2-2-4-9-9	17280	0,00005541
26	2-2-5-7-10	184320	0,00059101
26	2-2-5-8-9	46080	0,00014775
26	2-2-6-6-10	69120	0,00022163
26	2-2-6-7-9	46080	0,00014775
26	2-2-6-8-8	17280	0,00005541
26	2-2-7-7-8	17280	0,00005541
26	2-3-3-8-10	184320	0,00059101
26	2-3-3-9-9	17280	0,00005541
26	2-3-4-7-10	491520	0,00157602
26	2-3-4-8-9	122880	0,00039400
26	2-3-5-6-10	491520	0,00157602
26	2-3-5-7-9	122880	0,00039400
26	2-3-5-8-8	46080	0,00014775
26	2-3-6-6-9	46080	0,00014775
26	2-3-6-7-8	122880	0,00039400
26	2-3-7-7-7	7680	0,00002463
26	2-4-4-6-10	184320	0,00059101
26	2-4-4-7-9	46080	0,00014775
26	2-4-4-8-8	17280	0,00005541
26	2-4-5-5-10	184320	0,00059101
26	2-4-5-6-9	122880	0,00039400
26	2-4-5-7-8	122880	0,00039400
26	2-4-6-6-8	46080	0,00014775
26	2-4-6-7-7	46080	0,00014775
26	2-5-5-5-9	7680	0,00002463
26	2-5-5-6-8	46080	0,00014775
26	2-5-5-7-7	17280	0,00005541
26	2-5-6-6-7	46080	0,00014775
26	2-6-6-6-6	480	0,00000154
26	3-3-3-7-10	30720	0,00009850
26	3-3-3-8-9	7680	0,00002463
26	3-3-4-6-10	184320	0,00059101

1.3. Las Probabilidades Involucradas en el Juego de Blackjack Capítulo 1

26	3-3-4-7-9	46080	0,00014775
26	3-3-4-8-8	17280	0,00005541
26	3-3-5-5-10	69120	0,00022163
26	3-3-5-6-9	46080	0,00014775
26	3-3-5-7-8	46080	0,00014775
26	3-3-6-6-8	17280	0,00005541
26	3-3-6-7-7	17280	0,00005541
26	3-4-4-5-10	184320	0,00059101
26	3-4-4-6-9	46080	0,00014775
26	3-4-4-7-8	46080	0,00014775
26	3-4-5-5-9	46080	0,00014775
26	3-4-5-6-8	122880	0,00039400
26	3-4-5-7-7	46080	0,00014775
26	3-4-6-6-7	46080	0,00014775
26	3-5-5-5-8	7680	0,00002463
26	3-5-5-6-7	46080	0,00014775
26	3-5-6-6-6	7680	0,00002463
26	4-4-4-4-10	1920	0,00000616
26	4-4-4-5-9	7680	0,00002463
26	4-4-4-6-8	7680	0,00002463
26	4-4-4-7-7	2880	0,00000923
26	4-4-5-5-8	17280	0,00005541
26	4-4-5-6-7	46080	0,00014775
26	4-4-6-6-6	2880	0,00000923
26	4-5-5-5-7	7680	0,00002463
26	4-5-5-6-6	17280	0,00005541
26	5-5-5-5-6	480	0,00000154
		Total	0,03555884
27	a-a-5-10-10	345600	0,00110814
27	a-a-6-9-10	184320	0,00059101
27	a-a-7-8-10	184320	0,00059101
27	a-a-7-9-9	17280	0,00005541
27	a-a-8-8-9	17280	0,00005541
27	a-2-4-10-10	921600	0,00295503
27	a-2-5-9-10	491520	0,00157602
27	a-2-6-8-10	491520	0,00157602
27	a-2-6-9-9	46080	0,00014775

27	a-2-7-7-10	184320	0,00059101
27	a-2-7-8-9	122880	0,00039400
27	a-2-8-8-8	7680	0,00002463
27	a-3-3-10-10	345600	0,00110814
27	a-3-4-9-10	491520	0,00157602
27	a-3-5-8-10	491520	0,00157602
27	a-3-5-9-9	46080	0,00014775
27	a-3-6-7-10	491520	0,00157602
27	a-3-6-8-9	122880	0,00039400
27	a-3-7-7-9	46080	0,00014775
27	a-3-7-8-8	46080	0,00014775
27	a-4-4-8-10	184320	0,00059101
27	a-4-4-9-9	17280	0,00005541
27	a-4-5-7-10	491520	0,00157602
27	a-4-5-8-9	122880	0,00039400
27	a-4-6-6-10	184320	0,00059101
27	a-4-6-7-9	122880	0,00039400
27	a-4-6-8-8	46080	0,00014775
27	a-4-7-7-8	46080	0,00014775
27	a-5-5-6-10	184320	0,00059101
27	a-5-5-7-9	46080	0,00014775
27	a-5-5-8-8	17280	0,00005541
27	a-5-6-6-9	46080	0,00014775
27	a-5-6-7-8	122880	0,00039400
27	a-5-7-7-7	7680	0,00002463
27	a-6-6-6-8	7680	0,00002463
27	a-6-6-7-7	17280	0,00005541
27	2-2-3-10-10	345600	0,00110814
27	2-2-4-9-10	184320	0,00059101
27	2-2-5-8-10	184320	0,00059101
27	2-2-5-9-9	17280	0,00005541
27	2-2-6-7-10	184320	0,00059101
27	2-2-6-8-9	46080	0,00014775
27	2-2-7-7-9	17280	0,00005541
27	2-2-7-8-8	17280	0,00005541
27	2-3-3-9-10	184320	0,00059101
27	2-3-4-8-10	491520	0,00157602

27	2-3-4-9-9	46080	0,00014775
27	2-3-5-7-10	491520	0,00157602
27	2-3-5-8-9	122880	0,00039400
27	2-3-6-6-10	184320	0,00059101
27	2-3-6-7-9	122880	0,00039400
27	2-3-6-8-8	46080	0,00014775
27	2-3-7-7-8	46080	0,00014775
27	2-4-4-7-10	184320	0,00059101
27	2-4-4-8-9	46080	0,00014775
27	2-4-5-6-10	491520	0,00157602
27	2-4-5-7-9	122880	0,00039400
27	2-4-5-8-8	46080	0,00014775
27	2-4-6-6-9	46080	0,00014775
27	2-4-6-7-8	122880	0,00039400
27	2-4-7-7-7	7680	0,00002463
27	2-5-5-5-10	30720	0,00009850
27	2-5-5-6-9	46080	0,00014775
27	2-5-5-7-8	46080	0,00014775
27	2-5-6-6-8	46080	0,00014775
27	2-5-6-7-7	46080	0,00014775
27	2-6-6-6-7	7680	0,00002463
27	3-3-3-8-10	30720	0,00009850
27	3-3-3-9-9	2880	0,00000923
27	3-3-4-7-10	184320	0,00059101
27	3-3-4-8-9	46080	0,00014775
27	3-3-5-6-10	184320	0,00059101
27	3-3-5-7-9	46080	0,00014775
27	3-3-5-8-8	17280	0,00005541
27	3-3-6-6-9	17280	0,00005541
27	3-3-6-7-8	46080	0,00014775
27	3-3-7-7-7	2880	0,00000923
27	3-4-4-6-10	184320	0,00059101
27	3-4-4-7-9	46080	0,00014775
27	3-4-4-8-8	17280	0,00005541
27	3-4-5-5-10	184320	0,00059101
27	3-4-5-6-9	122880	0,00039400
27	3-4-5-7-8	122880	0,00039400

27	3-4-6-6-8	46080	0,00014775
27	3-4-6-7-7	46080	0,00014775
27	3-5-5-5-9	7680	0,00002463
27	3-5-5-6-8	46080	0,00014775
27	3-5-5-7-7	17280	0,00005541
27	3-5-6-6-7	46080	0,00014775
27	3-6-6-6-6	480	0,00000154
27	4-4-4-5-10	30720	0,00009850
27	4-4-4-6-9	7680	0,00002463
27	4-4-4-7-8	7680	0,00002463
27	4-4-5-5-9	17280	0,00005541
27	4-4-5-6-8	46080	0,00014775
27	4-4-5-7-7	17280	0,00005541
27	4-4-6-6-7	17280	0,00005541
27	4-5-5-5-8	7680	0,00002463
27	4-5-5-6-7	46080	0,00014775
27	4-5-6-6-6	7680	0,00002463
27	5-5-5-5-7	480	0,00000154
27	5-5-5-6-6	2880	0,00000923
		Total	0,03994213
28	a-a-6-10-10	345600	0,00110814
28	a-a-7-9-10	184320	0,00059101
28	a-a-8-8-10	69120	0,00022163
28	a-a-8-9-9	17280	0,00005541
28	a-2-5-10-10	921600	0,00295503
28	a-2-6-9-10	491520	0,00157602
28	a-2-7-8-10	491520	0,00157602
28	a-2-7-9-9	46080	0,00014775
28	a-2-8-8-9	46080	0,00014775
28	a-3-4-10-10	921600	0,00295503
28	a-3-5-9-10	491520	0,00157602
28	a-3-6-8-10	491520	0,00157602
28	a-3-6-9-9	46080	0,00014775
28	a-3-7-7-10	184320	0,00059101
28	a-3-7-8-9	122880	0,00039400
28	a-3-8-8-8	7680	0,00002463
28	a-4-4-9-10	184320	0,00059101

28	a-4-5-8-10	491520	0,00157602
28	a-4-5-9-9	46080	0,00014775
28	a-4-6-7-10	491520	0,00157602
28	a-4-6-8-9	122880	0,00039400
28	a-4-7-7-9	46080	0,00014775
28	a-4-7-8-8	46080	0,00014775
28	a-5-5-7-10	184320	0,00059101
28	a-5-5-8-9	46080	0,00014775
28	a-5-6-6-10	184320	0,00059101
28	a-5-6-7-9	122880	0,00039400
28	a-5-6-8-8	46080	0,00014775
28	a-5-7-7-8	46080	0,00014775
28	a-6-6-6-9	7680	0,00002463
28	a-6-6-7-8	46080	0,00014775
28	a-6-7-7-7	7680	0,00002463
28	2-2-4-10-10	345600	0,00110814
28	2-2-5-9-10	184320	0,00059101
28	2-2-6-8-10	184320	0,00059101
28	2-2-6-9-9	17280	0,00005541
28	2-2-7-7-10	69120	0,00022163
28	2-2-7-8-9	46080	0,00014775
28	2-2-8-8-8	2880	0,00000923
28	2-3-3-10-10	345600	0,00110814
28	2-3-4-9-10	491520	0,00157602
28	2-3-5-8-10	491520	0,00157602
28	2-3-5-9-9	46080	0,00014775
28	2-3-6-7-10	491520	0,00157602
28	2-3-6-8-9	122880	0,00039400
28	2-3-7-7-9	46080	0,00014775
28	2-3-7-8-8	46080	0,00014775
28	2-4-4-8-10	184320	0,00059101
28	2-4-4-9-9	17280	0,00005541
28	2-4-5-7-10	491520	0,00157602
28	2-4-5-8-9	122880	0,00039400
28	2-4-6-6-10	184320	0,00059101
28	2-4-6-7-9	122880	0,00039400
28	2-4-6-8-8	46080	0,00014775

28	2-4-7-7-8	46080	0,00014775
28	2-5-5-6-10	184320	0,00059101
28	2-5-5-7-9	46080	0,00014775
28	2-5-5-8-8	17280	0,00005541
28	2-5-6-6-9	46080	0,00014775
28	2-5-6-7-8	122880	0,00039400
28	2-5-7-7-7	7680	0,00002463
28	2-6-6-6-8	7680	0,00002463
28	2-6-6-7-7	17280	0,00005541
28	3-3-3-9-10	30720	0,00009850
28	3-3-4-8-10	184320	0,00059101
28	3-3-4-9-9	17280	0,00005541
28	3-3-5-7-10	184320	0,00059101
28	3-3-5-8-9	46080	0,00014775
28	3-3-6-6-10	69120	0,00022163
28	3-3-6-7-9	46080	0,00014775
28	3-3-6-8-8	17280	0,00005541
28	3-3-7-7-8	17280	0,00005541
28	3-4-4-7-10	184320	0,00059101
28	3-4-4-8-9	46080	0,00014775
28	3-4-5-6-10	491520	0,00157602
28	3-4-5-7-9	122880	0,00039400
28	3-4-5-8-8	46080	0,00014775
28	3-4-6-6-9	46080	0,00014775
28	3-4-6-7-8	122880	0,00039400
28	3-4-7-7-7	7680	0,00002463
28	3-5-5-5-10	30720	0,00009850
28	3-5-5-6-9	46080	0,00014775
28	3-5-5-7-8	46080	0,00014775
28	3-5-6-6-8	46080	0,00014775
28	3-5-6-7-7	46080	0,00014775
28	3-6-6-6-7	7680	0,00002463
28	4-4-4-6-10	30720	0,00009850
28	4-4-4-7-9	7680	0,00002463
28	4-4-4-8-8	2880	0,00000923
28	4-4-5-5-10	69120	0,00022163
28	4-4-5-6-9	46080	0,00014775

1.3. Las Probabilidades Involucradas en el Juego de Blackjack Capítulo 1

28	4-4-5-7-8	46080	0,00014775
28	4-4-6-6-8	17280	0,00005541
28	4-4-6-7-7	17280	0,00005541
28	4-5-5-5-9	7680	0,00002463
28	4-5-5-6-8	46080	0,00014775
28	4-5-5-7-7	17280	0,00005541
28	4-5-6-6-7	46080	0,00014775
28	4-6-6-6-6	480	0,00000154
28	5-5-5-5-8	480	0,00000154
28	5-5-5-6-7	7680	0,00002463
28	5-5-6-6-6	2880	0,00000923
		Total	0,04444855
29	a-a-7-10-10	345600	0,00110814
29	a-a-8-9-10	184320	0,00059101
29	a-a-9-9-9	2880	0,00000923
29	a-2-6-10-10	921600	0,00295503
29	a-2-7-9-10	491520	0,00157602
29	a-2-8-8-10	184320	0,00059101
29	a-2-8-9-9	46080	0,00014775
29	a-3-5-10-10	921600	0,00295503
29	a-3-6-9-10	491520	0,00157602
29	a-3-7-8-10	491520	0,00157602
29	a-3-7-9-9	46080	0,00014775
29	a-3-8-8-9	46080	0,00014775
29	a-4-4-10-10	345600	0,00110814
29	a-4-5-9-10	491520	0,00157602
29	a-4-6-8-10	491520	0,00157602
29	a-4-6-9-9	46080	0,00014775
29	a-4-7-7-10	184320	0,00059101
29	a-4-7-8-9	122880	0,00039400
29	a-4-8-8-8	7680	0,00002463
29	a-5-5-8-10	184320	0,00059101
29	a-5-5-9-9	17280	0,00005541
29	a-5-6-7-10	491520	0,00157602
29	a-5-6-8-9	122880	0,00039400
29	a-5-7-7-9	46080	0,00014775
29	a-5-7-8-8	46080	0,00014775

29	a-6-6-6-10	30720	0,00009850
29	a-6-6-7-9	46080	0,00014775
29	a-6-6-8-8	17280	0,00005541
29	a-6-7-7-8	46080	0,00014775
29	a-7-7-7-7	480	0,00000154
29	2-2-5-10-10	345600	0,00110814
29	2-2-6-9-10	184320	0,00059101
29	2-2-7-8-10	184320	0,00059101
29	2-2-7-9-9	17280	0,00005541
29	2-2-8-8-9	17280	0,00005541
29	2-3-4-10-10	921600	0,00295503
29	2-3-5-9-10	491520	0,00157602
29	2-3-6-8-10	491520	0,00157602
29	2-3-6-9-9	46080	0,00014775
29	2-3-7-7-10	184320	0,00059101
29	2-3-7-8-9	122880	0,00039400
29	2-3-8-8-8	7680	0,00002463
29	2-4-4-9-10	184320	0,00059101
29	2-4-5-8-10	491520	0,00157602
29	2-4-5-9-9	46080	0,00014775
29	2-4-6-7-10	491520	0,00157602
29	2-4-6-8-9	122880	0,00039400
29	2-4-7-7-9	46080	0,00014775
29	2-4-7-8-8	46080	0,00014775
29	2-5-5-7-10	184320	0,00059101
29	2-5-5-8-9	46080	0,00014775
29	2-5-6-6-10	184320	0,00059101
29	2-5-6-7-9	122880	0,00039400
29	2-5-6-8-8	46080	0,00014775
29	2-5-7-7-8	46080	0,00014775
29	2-6-6-6-9	7680	0,00002463
29	2-6-6-7-8	46080	0,00014775
29	2-6-7-7-7	7680	0,00002463
29	3-3-3-10-10	57600	0,00018469
29	3-3-4-9-10	184320	0,00059101
29	3-3-5-8-10	184320	0,00059101
29	3-3-5-9-9	17280	0,00005541

29	3-3-6-7-10	184320	0,00059101
29	3-3-6-8-9	46080	0,00014775
29	3-3-7-7-9	17280	0,00005541
29	3-3-7-8-8	17280	0,00005541
29	3-4-4-8-10	184320	0,00059101
29	3-4-4-9-9	17280	0,00005541
29	3-4-5-7-10	491520	0,00157602
29	3-4-5-8-9	122880	0,00039400
29	3-4-6-6-10	184320	0,00059101
29	3-4-6-7-9	122880	0,00039400
29	3-4-6-8-8	46080	0,00014775
29	3-4-7-7-8	46080	0,00014775
29	3-5-5-6-10	184320	0,00059101
29	3-5-5-7-9	46080	0,00014775
29	3-5-5-8-8	17280	0,00005541
29	3-5-6-6-9	46080	0,00014775
29	3-5-6-7-8	122880	0,00039400
29	3-5-7-7-7	7680	0,00002463
29	3-6-6-6-8	7680	0,00002463
29	3-6-6-7-7	17280	0,00005541
29	4-4-4-7-10	30720	0,00009850
29	4-4-4-8-9	7680	0,00002463
29	4-4-5-6-10	184320	0,00059101
29	4-4-5-7-9	46080	0,00014775
29	4-4-5-8-8	17280	0,00005541
29	4-4-6-6-9	17280	0,00005541
29	4-4-6-7-8	46080	0,00014775
29	4-4-7-7-7	2880	0,00000923
29	4-5-5-5-10	30720	0,00009850
29	4-5-5-6-9	46080	0,00014775
29	4-5-5-7-8	46080	0,00014775
29	4-5-6-6-8	46080	0,00014775
29	4-5-6-7-7	46080	0,00014775
29	4-6-6-6-7	7680	0,00002463
29	5-5-5-5-9	480	0,00000154
29	5-5-5-6-8	7680	0,00002463
29	5-5-5-7-7	2880	0,00000923

29	5-5-6-6-7	17280	0,00005541
29	5-6-6-6-6	480	0,00000154
		Total	0,04816850
30	a-a-8-10-10	345600	0,00110814
30	a-a-9-9-10	69120	0,00022163
30	a-2-7-10-10	921600	0,00295503
30	a-2-8-9-10	491520	0,00157602
30	a-2-9-9-9	7680	0,00002463
30	a-3-6-10-10	921600	0,00295503
30	a-3-7-9-10	491520	0,00157602
30	a-3-8-8-10	184320	0,00059101
30	a-3-8-9-9	46080	0,00014775
30	a-4-5-10-10	921600	0,00295503
30	a-4-6-9-10	491520	0,00157602
30	a-4-7-8-10	491520	0,00157602
30	a-4-7-9-9	46080	0,00014775
30	a-4-8-8-9	46080	0,00014775
30	a-5-5-9-10	184320	0,00059101
30	a-5-6-8-10	491520	0,00157602
30	a-5-6-9-9	46080	0,00014775
30	a-5-7-7-10	184320	0,00059101
30	a-5-7-8-9	122880	0,00039400
30	a-5-8-8-8	7680	0,00002463
30	a-6-6-7-10	184320	0,00059101
30	a-6-6-8-9	46080	0,00014775
30	a-6-7-7-9	46080	0,00014775
30	a-6-7-8-8	46080	0,00014775
30	a-7-7-7-8	7680	0,00002463
30	2-2-6-10-10	345600	0,00110814
30	2-2-7-9-10	184320	0,00059101
30	2-2-8-8-10	69120	0,00022163
30	2-2-8-9-9	17280	0,00005541
30	2-3-5-10-10	921600	0,00295503
30	2-3-6-9-10	491520	0,00157602
30	2-3-7-8-10	491520	0,00157602
30	2-3-7-9-9	46080	0,00014775
30	2-3-8-8-9	46080	0,00014775

30	2-4-4-10-10	345600	0,00110814
30	2-4-5-9-10	491520	0,00157602
30	2-4-6-8-10	491520	0,00157602
30	2-4-6-9-9	46080	0,00014775
30	2-4-7-7-10	184320	0,00059101
30	2-4-7-8-9	122880	0,00039400
30	2-4-8-8-8	7680	0,00002463
30	2-5-5-8-10	184320	0,00059101
30	2-5-5-9-9	17280	0,00005541
30	2-5-6-7-10	491520	0,00157602
30	2-5-6-8-9	122880	0,00039400
30	2-5-7-7-9	46080	0,00014775
30	2-5-7-8-8	46080	0,00014775
30	2-6-6-6-10	30720	0,00009850
30	2-6-6-7-9	46080	0,00014775
30	2-6-6-8-8	17280	0,00005541
30	2-6-7-7-8	46080	0,00014775
30	2-7-7-7-7	480	0,00000154
30	3-3-4-10-10	345600	0,00110814
30	3-3-5-9-10	184320	0,00059101
30	3-3-6-8-10	184320	0,00059101
30	3-3-6-9-9	17280	0,00005541
30	3-3-7-7-10	69120	0,00022163
30	3-3-7-8-9	46080	0,00014775
30	3-3-8-8-8	2880	0,00000923
30	3-4-4-9-10	184320	0,00059101
30	3-4-5-8-10	491520	0,00157602
30	3-4-5-9-9	46080	0,00014775
30	3-4-6-7-10	491520	0,00157602
30	3-4-6-8-9	122880	0,00039400
30	3-4-7-7-9	46080	0,00014775
30	3-4-7-8-8	46080	0,00014775
30	3-5-5-7-10	184320	0,00059101
30	3-5-5-8-9	46080	0,00014775
30	3-5-6-6-10	184320	0,00059101
30	3-5-6-7-9	122880	0,00039400
30	3-5-6-8-8	46080	0,00014775

30	3-5-7-7-8	46080	0,00014775
30	3-6-6-6-9	7680	0,00002463
30	3-6-6-7-8	46080	0,00014775
30	3-6-7-7-7	7680	0,00002463
30	4-4-4-8-10	30720	0,00009850
30	4-4-4-9-9	2880	0,00000923
30	4-4-5-7-10	184320	0,00059101
30	4-4-5-8-9	46080	0,00014775
30	4-4-6-6-10	69120	0,00022163
30	4-4-6-7-9	46080	0,00014775
30	4-4-6-8-8	17280	0,00005541
30	4-4-7-7-8	17280	0,00005541
30	4-5-5-6-10	184320	0,00059101
30	4-5-5-7-9	46080	0,00014775
30	4-5-5-8-8	17280	0,00005541
30	4-5-6-6-9	46080	0,00014775
30	4-5-6-7-8	122880	0,00039400
30	4-5-7-7-7	7680	0,00002463
30	4-6-6-6-8	7680	0,00002463
30	4-6-6-7-7	17280	0,00005541
30	5-5-5-5-10	1920	0,00000616
30	5-5-5-6-9	7680	0,00002463
30	5-5-5-7-8	7680	0,00002463
30	5-5-6-6-8	17280	0,00005541
30	5-5-6-7-7	17280	0,00005541
30	5-6-6-6-7	7680	0,00002463
		Total	0,05157909
31	a a 9 10 10	345600	0,00110814
31	a-2-8-10-10	921600	0,00295503
31	a-2-9-9-10	184320	0,00059101
31	a-3-7-10-10	921600	0,00295503
31	a-3-8-9-10	491520	0,00157602
31	a-3-9-9-9	7680	0,00002463
31	a-4-6-10-10	921600	0,00295503
31	a-4-7-9-10	491520	0,00157602
31	a-4-8-8-10	184320	0,00059101
31	a-4-8-9-9	46080	0,00014775

31	a-5-5-10-10	345600	0,00110814
31	a-5-6-9-10	491520	0,00157602
31	a-5-7-8-10	491520	0,00157602
31	a-5-7-9-9	46080	0,00014775
31	a-5-8-8-9	46080	0,00014775
31	a-6-6-8-10	184320	0,00059101
31	a-6-6-9-9	17280	0,00005541
31	a-6-7-7-10	184320	0,00059101
31	a-6-7-8-9	122880	0,00039400
31	a-6-8-8-8	7680	0,00002463
31	a-7-7-7-9	7680	0,00002463
31	a-7-7-8-8	17280	0,00005541
31	2-2-7-10-10	345600	0,00110814
31	2-2-8-9-10	184320	0,00059101
31	2-2-9-9-9	2880	0,00000923
31	2-3-6-10-10	921600	0,00295503
31	2-3-7-9-10	491520	0,00157602
31	2-3-8-8-10	184320	0,00059101
31	2-3-8-9-9	46080	0,00014775
31	2-4-5-10-10	921600	0,00295503
31	2-4-6-9-10	491520	0,00157602
31	2-4-7-8-10	491520	0,00157602
31	2-4-7-9-9	46080	0,00014775
31	2-4-8-8-9	46080	0,00014775
31	2-5-5-9-10	184320	0,00059101
31	2-5-6-8-10	491520	0,00157602
31	2-5-6-9-9	46080	0,00014775
31	2-5-7-7-10	184320	0,00059101
31	2-5-7-8-9	122880	0,00039400
31	2-5-8-8-8	7680	0,00002463
31	2-6-6-7-10	184320	0,00059101
31	2-6-6-8-9	46080	0,00014775
31	2-6-7-7-9	46080	0,00014775
31	2-6-7-8-8	46080	0,00014775
31	2-7-7-7-8	7680	0,00002463
31	3-3-5-10-10	345600	0,00110814
31	3-3-6-9-10	184320	0,00059101

31	3-3-7-8-10	184320	0,00059101
31	3-3-7-9-9	17280	0,00005541
31	3-3-8-8-9	17280	0,00005541
31	3-4-4-10-10	345600	0,00110814
31	3-4-5-9-10	491520	0,00157602
31	3-4-6-8-10	491520	0,00157602
31	3-4-6-9-9	46080	0,00014775
31	3-4-7-7-10	184320	0,00059101
31	3-4-7-8-9	122880	0,00039400
31	3-4-8-8-8	7680	0,00002463
31	3-5-5-8-10	184320	0,00059101
31	3-5-5-9-9	17280	0,00005541
31	3-5-6-7-10	491520	0,00157602
31	3-5-6-8-9	122880	0,00039400
31	3-5-7-7-9	46080	0,00014775
31	3-5-7-8-8	46080	0,00014775
31	3-6-6-6-10	30720	0,00009850
31	3-6-6-7-9	46080	0,00014775
31	3-6-6-8-8	17280	0,00005541
31	3-6-7-7-8	46080	0,00014775
31	3-7-7-7-7	480	0,00000154
31	4-4-4-9-10	30720	0,00009850
31	4-4-5-8-10	184320	0,00059101
31	4-4-5-9-9	17280	0,00005541
31	4-4-6-7-10	184320	0,00059101
31	4-4-6-8-9	46080	0,00014775
31	4-4-7-7-9	17280	0,00005541
31	4-4-7-8-8	17280	0,00005541
31	4-5-5-7-10	184320	0,00059101
31	4-5-5-8-9	46080	0,00014775
31	4-5-6-6-10	184320	0,00059101
31	4-5-6-7-9	122880	0,00039400
31	4-5-6-8-8	46080	0,00014775
31	4-5-7-7-8	46080	0,00014775
31	4-6-6-6-9	7680	0,00002463
31	4-6-6-7-8	46080	0,00014775
31	4-6-7-7-7	7680	0,00002463

31	5-5-5-6-10	30720	0,00009850
31	5-5-5-7-9	7680	0,00002463
31	5-5-5-8-8	2880	0,00000923
31	5-5-6-6-9	17280	0,00005541
31	5-5-6-7-8	46080	0,00014775
31	5-5-7-7-7	2880	0,00000923
31	5-6-6-6-8	7680	0,00002463
31	5-6-6-7-7	17280	0,00005541
31	6-6-6-6-7	480	0,00000154
		Total	0,05395389
32	a-a-10-10-10	403200	0,00129282
32	a-2-9-10-10	921600	0,00295503
32	a-3-8-10-10	921600	0,00295503
32	a-3-9-9-10	184320	0,00059101
32	a-4-7-10-10	921600	0,00295503
32	a-4-8-9-10	491520	0,00157602
32	a-4-9-9-9	7680	0,00002463
32	a-5-6-10-10	921600	0,00295503
32	a-5-7-9-10	491520	0,00157602
32	a-5-8-8-10	184320	0,00059101
32	a-5-8-9-9	46080	0,00014775
32	a-6-6-9-10	184320	0,00059101
32	a-6-7-8-10	491520	0,00157602
32	a-6-7-9-9	46080	0,00014775
32	a-6-8-8-9	46080	0,00014775
32	a-7-7-7-10	30720	0,00009850
32	a-7-7-8-9	46080	0,00014775
32	a-7-8-8-8	7680	0,00002463
32	2-2-8-10-10	345600	0,00110814
32	2-2-9-9-10	69120	0,00022163
32	2-3-7-10-10	921600	0,00295503
32	2-3-8-9-10	491520	0,00157602
32	2-3-9-9-9	7680	0,00002463
32	2-4-6-10-10	921600	0,00295503
32	2-4-7-9-10	491520	0,00157602
32	2-4-8-8-10	184320	0,00059101
32	2-4-8-9-9	46080	0,00014775

32	2-5-5-10-10	345600	0,00110814
32	2-5-6-9-10	491520	0,00157602
32	2-5-7-8-10	491520	0,00157602
32	2-5-7-9-9	46080	0,00014775
32	2-5-8-8-9	46080	0,00014775
32	2-6-6-8-10	184320	0,00059101
32	2-6-6-9-9	17280	0,00005541
32	2-6-7-7-10	184320	0,00059101
32	2-6-7-8-9	122880	0,00039400
32	2-6-8-8-8	7680	0,00002463
32	2-7-7-7-9	7680	0,00002463
32	2-7-7-8-8	17280	0,00005541
32	3-3-6-10-10	345600	0,00110814
32	3-3-7-9-10	184320	0,00059101
32	3-3-8-8-10	69120	0,00022163
32	3-3-8-9-9	17280	0,00005541
32	3-4-5-10-10	921600	0,00295503
32	3-4-6-9-10	491520	0,00157602
32	3-4-7-8-10	491520	0,00157602
32	3-4-7-9-9	46080	0,00014775
32	3-4-8-8-9	46080	0,00014775
32	3-5-5-9-10	184320	0,00059101
32	3-5-6-8-10	491520	0,00157602
32	3-5-6-9-9	46080	0,00014775
32	3-5-7-7-10	184320	0,00059101
32	3-5-7-8-9	122880	0,00039400
32	3-5-8-8-8	7680	0,00002463
32	3-6-6-7-10	184320	0,00059101
32	3-6-6-8-9	46080	0,00014775
32	3-6-7-7-9	46080	0,00014775
32	3-6-7-8-8	46080	0,00014775
32	3-7-7-7-8	7680	0,00002463
32	4-4-4-10-10	57600	0,00018469
32	4-4-5-9-10	184320	0,00059101
32	4-4-6-8-10	184320	0,00059101
32	4-4-6-9-9	17280	0,00005541
32	4-4-7-7-10	69120	0,00022163

32	4-4-7-8-9	46080	0,00014775
32	4-4-8-8-8	2880	0,00000923
32	4-5-5-8-10	184320	0,00059101
32	4-5-5-9-9	17280	0,00005541
32	4-5-6-7-10	491520	0,00157602
32	4-5-6-8-9	122880	0,00039400
32	4-5-7-7-9	46080	0,00014775
32	4-5-7-8-8	46080	0,00014775
32	4-6-6-6-10	30720	0,00009850
32	4-6-6-7-9	46080	0,00014775
32	4-6-6-8-8	17280	0,00005541
32	4-6-7-7-8	46080	0,00014775
32	4-7-7-7-7	480	0,00000154
32	5-5-5-7-10	30720	0,00009850
32	5-5-5-8-9	7680	0,00002463
32	5-5-6-6-10	69120	0,00022163
32	5-5-6-7-9	46080	0,00014775
32	5-5-6-8-8	17280	0,00005541
32	5-5-7-7-8	17280	0,00005541
32	5-6-6-6-9	7680	0,00002463
32	5-6-6-7-8	46080	0,00014775
32	5-6-7-7-7	7680	0,00002463
32	6-6-6-6-8	480	0,00000154
32	6-6-6-7-7	2880	0,00000923
		Total	0,05653646
33	a-2-10-10-10	1075200	0,00344753
33	a-3-9-10-10	921600	0,00295503
33	a-4-8-10-10	921600	0,00295503
33	a-4-9-9-10	184320	0,00059101
33	a-5-7-10-10	921600	0,00295503
33	a-5-8-9-10	491520	0,00157602
33	a-5-9-9-9	7680	0,00002463
33	a-6-6-10-10	345600	0,00110814
33	a-6-7-9-10	491520	0,00157602
33	a-6-8-8-10	184320	0,00059101
33	a-6-8-9-9	46080	0,00014775
33	a-7-7-8-10	184320	0,00059101

33	a-7-7-9-9	17280	0,00005541
33	a-7-8-8-9	46080	0,00014775
33	a-8-8-8-8	480	0,00000154
33	2-2-9-10-10	345600	0,00110814
33	2-3-8-10-10	921600	0,00295503
33	2-3-9-9-10	184320	0,00059101
33	2-4-7-10-10	921600	0,00295503
33	2-4-8-9-10	491520	0,00157602
33	2-4-9-9-9	7680	0,00002463
33	2-5-6-10-10	921600	0,00295503
33	2-5-7-9-10	491520	0,00157602
33	2-5-8-8-10	184320	0,00059101
33	2-5-8-9-9	46080	0,00014775
33	2-6-6-9-10	184320	0,00059101
33	2-6-7-8-10	491520	0,00157602
33	2-6-7-9-9	46080	0,00014775
33	2-6-8-8-9	46080	0,00014775
33	2-7-7-7-10	30720	0,00009850
33	2-7-7-8-9	46080	0,00014775
33	2-7-8-8-8	7680	0,00002463
33	3-3-7-10-10	345600	0,00110814
33	3-3-8-9-10	184320	0,00059101
33	3-3-9-9-9	2880	0,00000923
33	3-4-6-10-10	921600	0,00295503
33	3-4-7-9-10	491520	0,00157602
33	3-4-8-8-10	184320	0,00059101
33	3-4-8-9-9	46080	0,00014775
33	3-5-5-10-10	345600	0,00110814
33	3-5-6-9-10	491520	0,00157602
33	3-5-7-8-10	491520	0,00157602
33	3-5-7-9-9	46080	0,00014775
33	3-5-8-8-9	46080	0,00014775
33	3-6-6-8-10	184320	0,00059101
33	3-6-6-9-9	17280	0,00005541
33	3-6-7-7-10	184320	0,00059101
33	3-6-7-8-9	122880	0,00039400
33	3-6-8-8-8	7680	0,00002463

33	3-7-7-7-9	7680	0,00002463
33	3-7-7-8-8	17280	0,00005541
33	4-4-5-10-10	345600	0,00110814
33	4-4-6-9-10	184320	0,00059101
33	4-4-7-8-10	184320	0,00059101
33	4-4-7-9-9	17280	0,00005541
33	4-4-8-8-9	17280	0,00005541
33	4-5-5-9-10	184320	0,00059101
33	4-5-6-8-10	491520	0,00157602
33	4-5-6-9-9	46080	0,00014775
33	4-5-7-7-10	184320	0,00059101
33	4-5-7-8-9	122880	0,00039400
33	4-5-8-8-8	7680	0,00002463
33	4-6-6-7-10	184320	0,00059101
33	4-6-6-8-9	46080	0,00014775
33	4-6-7-7-9	46080	0,00014775
33	4-6-7-8-8	46080	0,00014775
33	4-7-7-7-8	7680	0,00002463
33	5-5-5-8-10	30720	0,00009850
33	5-5-5-9-9	2880	0,00000923
33	5-5-6-7-10	184320	0,00059101
33	5-5-6-8-9	46080	0,00014775
33	5-5-7-7-9	17280	0,00005541
33	5-5-7-8-8	17280	0,00005541
33	5-6-6-6-10	30720	0,00009850
33	5-6-6-7-9	46080	0,00014775
33	5-6-6-8-8	17280	0,00005541
33	5-6-7-7-8	46080	0,00014775
33	5-7-7-7-7	480	0,00000154
33	6-6-6-6-9	480	0,00000154
33	6-6-6-7-8	7680	0,00002463
33	6-6-7-7-7	2880	0,00000923
		Total	0,05743374
34	a-3-10-10-10	1075200	0,00344753
34	a-4 9-10-10	921600	0,00295503
34	a-5-8-10-10	921600	0,00295503
34	a-5-9-9-10	184320	0,00059101

34	a-6-7-10-10	921600	0,00295503
34	a-6-8-9-10	491520	0,00157602
34	a-6-9-9-9	7680	0,00002463
34	a-7-7-9-10	184320	0,00059101
34	a-7-8-8-10	184320	0,00059101
34	a-7-8-9-9	46080	0,00014775
34	a-8-8-8-9	7680	0,00002463
34	2-2-10-10-10	403200	0,00129282
34	2-3-9-10-10	921600	0,00295503
34	2-4-8-10-10	921600	0,00295503
34	2-4-9-9-10	184320	0,00059101
34	2-5-7-10-10	921600	0,00295503
34	2-5-8-9-10	491520	0,00157602
34	2-5-9-9-9	7680	0,00002463
34	2-6-6-10-10	345600	0,00110814
34	2-6-7-9-10	491520	0,00157602
34	2-6-8-8-10	184320	0,00059101
34	2-6-8-9-9	46080	0,00014775
34	2-7-7-8-10	184320	0,00059101
34	2-7-7-9-9	17280	0,00005541
34	2-7-8-8-9	46080	0,00014775
34	2-8-8-8-8	480	0,00000154
34	3-3-8-10-10	345600	0,00110814
34	3-3-9-9-10	69120	0,00022163
34	3-4-7-10-10	921600	0,00295503
34	3-4-8-9-10	491520	0,00157602
34	3-4-9-9-9	7680	0,00002463
34	3-5-6-10-10	921600	0,00295503
34	3-5-7-9-10	491520	0,00157602
34	3-5-8-8-10	184320	0,00059101
34	3-5-8-9-9	46080	0,00014775
34	3-6-6-9-10	184320	0,00059101
34	3-6-7-8-10	491520	0,00157602
34	3-6-7-9-9	46080	0,00014775
34	3-6-8-8-9	46080	0,00014775
34	3-7-7-7-10	30720	0,00009850
34	3-7-7-8-9	46080	0,00014775

34	3-7-8-8-8	7680	0,00002463
34	4-4-6-10-10	345600	0,00110814
34	4-4-7-9-10	184320	0,00059101
34	4-4-8-8-10	69120	0,00022163
34	4-4-8-9-9	17280	0,00005541
34	4-5-5-10-10	345600	0,00110814
34	4-5-6-9-10	491520	0,00157602
34	4-5-7-8-10	491520	0,00157602
34	4-5-7-9-9	46080	0,00014775
34	4-5-8-8-9	46080	0,00014775
34	4-6-6-8-10	184320	0,00059101
34	4-6-6-9-9	17280	0,00005541
34	4-6-7-7-10	184320	0,00059101
34	4-6-7-8-9	122880	0,00039400
34	4-6-8-8-8	7680	0,00002463
34	4-7-7-7-9	7680	0,00002463
34	4-7-7-8-8	17280	0,00005541
34	5-5-5-9-10	30720	0,00009850
34	5-5-6-8-10	184320	0,00059101
34	5-5-6-9-9	17280	0,00005541
34	5-5-7-7-10	69120	0,00022163
34	5-5-7-8-9	46080	0,00014775
34	5-5-8-8-8	2880	0,00000923
34	5-6-6-7-10	184320	0,00059101
34	5-6-6-8-9	46080	0,00014775
34	5-6-7-7-9	46080	0,00014775
34	5-6-7-8-8	46080	0,00014775
34	5-7-7-7-8	7680	0,00002463
34	6-6-6-6-10	1920	0,00000616
34	6-6-6-7-9	7680	0,00002463
34	6-6-6-8-8	2880	0,00000923
34	6-6-7-7-8	17280	0,00005541
34	6-7-7-7-7	480	0,00000154
		Total	0,05686275
35	a-4-10-10-10	1075200	0,00344753
35	a-5-9-10-10	921600	0,00295503
35	a-6-8-10-10	921600	0,00295503

35	a-6-9-9-10	184320	0,00059101
35	a-7-7-10-10	345600	0,00110814
35	a-7-8-9-10	491520	0,00157602
35	a-7-9-9-9	7680	0,00002463
35	a-8-8-8-10	30720	0,00009850
35	a-8-8-9-9	17280	0,00005541
35	2-3-10-10-10	1075200	0,00344753
35	2-4-9-10-10	921600	0,00295503
35	2-5-8-10-10	921600	0,00295503
35	2-5-9-9-10	184320	0,00059101
35	2-6-7-10-10	921600	0,00295503
35	2-6-8-9-10	491520	0,00157602
35	2-6-9-9-9	7680	0,00002463
35	2-7-7-9-10	184320	0,00059101
35	2-7-8-8-10	184320	0,00059101
35	2-7-8-9-9	46080	0,00014775
35	2-8-8-8-9	7680	0,00002463
35	3-3-9-10-10	345600	0,00110814
35	3-4-8-10-10	921600	0,00295503
35	3-4-9-9-10	184320	0,00059101
35	3-5-7-10-10	921600	0,00295503
35	3-5-8-9-10	491520	0,00157602
35	3-5-9-9-9	7680	0,00002463
35	3-6-6-10-10	345600	0,00110814
35	3-6-7-9-10	491520	0,00157602
35	3-6-8-8-10	184320	0,00059101
35	3-6-8-9-9	46080	0,00014775
35	3-7-7-8-10	184320	0,00059101
35	3-7-7-9-9	17280	0,00005541
35	3-7-8-8-9	46080	0,00014775
35	3-8-8-8-8	480	0,00000154
35	4-4-7-10-10	345600	0,00110814
35	4-4-8-9-10	184320	0,00059101
35	4-4-9-9-9	2880	0,00000923
35	4-5-6-10-10	921600	0,00295503
35	4-5-7-9-10	491520	0,00157602
35	4-5-8-8-10	184320	0,00059101

1.3. Las Probabilidades Involucradas en el Juego de Blackjack Capítulo 1

35	4-5-8-9-9	46080	0,00014775
35	4-6-6-9-10	184320	0,00059101
35	4-6-7-8-10	491520	0,00157602
35	4-6-7-9-9	46080	0,00014775
35	4-6-8-8-9	46080	0,00014775
35	4-7-7-7-10	30720	0,00009850
35	4-7-7-8-9	46080	0,00014775
35	4-7-8-8-8	7680	0,00002463
35	5-5-5-10-10	57600	0,00018469
35	5-5-6-9-10	184320	0,00059101
35	5-5-7-8-10	184320	0,00059101
35	5-5-7-9-9	17280	0,00005541
35	5-5-8-8-9	17280	0,00005541
35	5-6-6-8-10	184320	0,00059101
35	5-6-6-9-9	17280	0,00005541
35	5-6-7-7-10	184320	0,00059101
35	5-6-7-8-9	122880	0,00039400
35	5-6-8-8-8	7680	0,00002463
35	5-7-7-7-9	7680	0,00002463
35	5-7-7-8-8	17280	0,00005541
35	6-6-6-7-10	30720	0,00009850
35	6-6-6-8-9	7680	0,00002463
35	6-6-7-7-9	17280	0,00005541
35	6-6-7-8-8	17280	0,00005541
35	6-7-7-7-8	7680	0,00002463
		Total	0,05528211
36	a-5-10-10-10	1075200	0,00344753
36	a-6-9-10-10	921600	0,00295503
36	a-7-8-10-10	921600	0,00295503
36	a-7-9-9-10	184320	0,00059101
36	a-8-8-9-10	184320	0,00059101
36	a-8-9-9-9	7680	0,00002463
36	2-4-10-10-10	1075200	0,00344753
36	2-5-9-10-10	921600	0,00295503
36	2-6-8-10-10	921600	0,00295503
36	2-6-9-9-10	184320	0,00059101
36	2-7-7-10-10	345600	0,00110814

36	2-7-8-9-10	491520	0,00157602
36	2-7-9-9-9	7680	0,00002463
36	2-8-8-8-10	30720	0,00009850
36	2-8-8-9-9	17280	0,00005541
36	3-3-10-10-10	403200	0,00129282
36	3-4-9-10-10	921600	0,00295503
36	3-5-8-10-10	921600	0,00295503
36	3-5-9-9-10	184320	0,00059101
36	3-6-7-10-10	921600	0,00295503
36	3-6-8-9-10	491520	0,00157602
36	3-6-9-9-9	7680	0,00002463
36	3-7-7-9-10	184320	0,00059101
36	3-7-8-8-10	184320	0,00059101
36	3-7-8-9-9	46080	0,00014775
36	3-8-8-8-9	7680	0,00002463
36	4-4-8-10-10	345600	0,00110814
36	4-4-9-9-10	69120	0,00022163
36	4-5-7-10-10	921600	0,00295503
36	4-5-8-9-10	491520	0,00157602
36	4-5-9-9-9	7680	0,00002463
36	4-6-6-10-10	345600	0,00110814
36	4-6-7-9-10	491520	0,00157602
36	4-6-8-8-10	184320	0,00059101
36	4-6-8-9-9	46080	0,00014775
36	4-7-7-8-10	184320	0,00059101
36	4-7-7-9-9	17280	0,00005541
36	4-7-8-8-9	46080	0,00014775
36	4-8-8-8-8	480	0,00000154
36	5-5-6-10-10	345600	0,00110814
36	5-5-7-9-10	184320	0,00059101
36	5-5-8-8-10	69120	0,00022163
36	5-5-8-9-9	17280	0,00005541
36	5-6-6-9-10	184320	0,00059101
36	5-6-7-8-10	491520	0,00157602
36	5-6-7-9-9	46080	0,00014775
36	5-6-8-8-9	46080	0,00014775
36	5-7-7-7-10	30720	0,00009850

1.3. Las Probabilidades Involucradas en el Juego de Blackjack Capítulo 1

36	5-7-7-8-9	46080	0,00014775
36	5-7-8-8-8	7680	0,00002463
36	6-6-6-8-10	30720	0,00009850
36	6-6-6-9-9	2880	0,00000923
36	6-6-7-7-10	69120	0,00022163
36	6-6-7-8-9	46080	0,00014775
36	6-6-8-8-8	2880	0,00000923
36	6-7-7-7-9	7680	0,00002463
36	6-7-7-8-8	17280	0,00005541
36	7-7-7-7-8	480	0,00000154
		Total	0,05246098
37	a-6-10-10-10	1075200	0,00344753
37	a-7-9-10-10	921600	0,00295503
37	a-8-8-10-10	345600	0,00110814
37	a-8-9-9-10	184320	0,00059101
37	a-9-9-9-9	480	0,00000154
37	2-5-10-10-10	1075200	0,00344753
37	2-6-9-10-10	921600	0,00295503
37	2-7-8-10-10	921600	0,00295503
37	2-7-9-9-10	184320	0,00059101
37	2-8-8-9-10	184320	0,00059101
37	2-8-9-9-9	7680	0,00002463
37	3-4-10-10-10	1075200	0,00344753
37	3-5-9-10-10	921600	0,00295503
37	3-6-8-10-10	921600	0,00295503
37	3-6-9-9-10	184320	0,00059101
37	3-7-7-10-10	345600	0,00110814
37	3-7-8-9-10	491520	0,00157602
37	3-7-9-9-9	7680	0,00002463
37	3-8-8-8-10	30720	0,00009850
37	3-8-8-9-9	17280	0,00005541
37	4-4-9-10-10	345600	0,00110814
37	4-5-8-10-10	921600	0,00295503
37	4-5-9-9-10	184320	0,00059101
37	4-6-7-10-10	921600	0,00295503
37	4-6-8-9-10	491520	0,00157602
37	4-6-9-9-9	7680	0,00002463

37	4-7-7-9-10	184320	0,00059101
37	4-7-8-8-10	184320	0,00059101
37	4-7-8-9-9	46080	0,00014775
37	4-8-8-8-9	7680	0,00002463
37	5-5-7-10-10	345600	0,00110814
37	5-5-8-9-10	184320	0,00059101
37	5-5-9-9-9	2880	0,00000923
37	5-6-6-10-10	345600	0,00110814
37	5-6-7-9-10	491520	0,00157602
37	5-6-8-8-10	184320	0,00059101
37	5-6-8-9-9	46080	0,00014775
37	5-7-7-8-10	184320	0,00059101
37	5-7-7-9-9	17280	0,00005541
37	5-7-8-8-9	46080	0,00014775
37	5-8-8-8-8	480	0,00000154
37	6-6-6-9-10	30720	0,00009850
37	6-6-7-8-10	184320	0,00059101
37	6-6-7-9-9	17280	0,00005541
37	6-6-8-8-9	17280	0,00005541
37	6-7-7-7-10	30720	0,00009850
37	6-7-7-8-9	46080	0,00014775
37	6-7-8-8-8	7680	0,00002463
37	7-7-7-7-9	480	0,00000154
37	7-7-7-8-8	2880	0,00000923
		Total	0,04905193
38	a-7-10-10-10	1075200	0,00344753
38	a-8-9-10-10	921600	0,00295503
38	a-9-9-9-10	30720	0,00009850
38	2-6-10-10-10	1075200	0,00344753
38	2-7-9-10-10	921600	0,00295503
38	2-8-8-10-10	345600	0,00110814
38	2-8-9-9-10	184320	0,00059101
38	2-9-9-9-9	480	0,00000154
38	3-5-10-10-10	1075200	0,00344753
38	3-6-9-10-10	921600	0,00295503
38	3-7-8-10-10	921600	0,00295503
38	3-7-9-9-10	184320	0,00059101

38	3-8-8-9-10	184320	0,00059101
38	3-8-9-9-9	7680	0,00002463
38	4-4-10-10-10	403200	0,00129282
38	4-5-9-10-10	921600	0,00295503
38	4-6-8-10-10	921600	0,00295503
38	4-6-9-9-10	184320	0,00059101
38	4-7-7-10-10	345600	0,00110814
38	4-7-8-9-10	491520	0,00157602
38	4-7-9-9-9	7680	0,00002463
38	4-8-8-8-10	30720	0,00009850
38	4-8-8-9-9	17280	0,00005541
38	5-5-8-10-10	345600	0,00110814
38	5-5-9-9-10	69120	0,00022163
38	5-6-7-10-10	921600	0,00295503
38	5-6-8-9-10	491520	0,00157602
38	5-6-9-9-9	7680	0,00002463
38	5-7-7-9-10	184320	0,00059101
38	5-7-8-8-10	184320	0,00059101
38	5-7-8-9-9	46080	0,00014775
38	5-8-8-8-9	7680	0,00002463
38	6-6-6-10-10	57600	0,00018469
38	6-6-7-9-10	184320	0,00059101
38	6-6-8-8-10	69120	0,00022163
38	6-6-8-9-9	17280	0,00005541
38	6-7-7-8-10	184320	0,00059101
38	6-7-7-9-9	17280	0,00005541
38	6-7-8-8-9	46080	0,00014775
38	6-8-8-8-8	480	0,00000154
38	7-7-7-7-10	1920	0,00000616
38	7-7-7-8-9	7680	0,00002463
38	7-7-8-8-8	2880	0,00000923
		Total	0,04495337
39	a-8-10-10-10	1075200	0,00344753
39	a-9-9-10-10	345600	0,00110814
39	2-7-10-10-10	1075200	0,00344753
39	2-8-9-10-10	921600	0,00295503
39	2-9-9-9-10	30720	0,00009850

39	3-6-10-10-10	1075200	0,00344753
39	3-7-9-10-10	921600	0,00295503
39	3-8-8-10-10	345600	0,00110814
39	3-8-9-9-10	184320	0,00059101
39	3-9-9-9-9	480	0,00000154
39	4-5-10-10-10	1075200	0,00344753
39	4-6-9-10-10	921600	0,00295503
39	4-7-8-10-10	921600	0,00295503
39	4-7-9-9-10	184320	0,00059101
39	4-8-8-9-10	184320	0,00059101
39	4-8-9-9-9	7680	0,00002463
39	5-5-9-10-10	345600	0,00110814
39	5-6-8-10-10	921600	0,00295503
39	5-6-9-9-10	184320	0,00059101
39	5-7-7-10-10	345600	0,00110814
39	5-7-8-9-10	491520	0,00157602
39	5-7-9-9-9	7680	0,00002463
39	5-8-8-8-10	30720	0,00009850
39	5-8-8-9-9	17280	0,00005541
39	6-6-7-10-10	345600	0,00110814
39	6-6-8-9-10	184320	0,00059101
39	6-6-9-9-9	2880	0,00000923
39	6-7-7-9-10	184320	0,00059101
39	6-7-8-8-10	184320	0,00059101
39	6-7-8-9-9	46080	0,00014775
39	6-8-8-8-9	7680	0,00002463
39	7-7-7-8-10	30720	0,00009850
39	7-7-7-9-9	2880	0,00000923
39	7-7-8-8-9	17280	0,00005541
39	7-8-8-8-8	480	0,00000154
		Total	0,04046850
40	a-9-10-10-10	1075200	0,00344753
40	2-8-10-10-10	1075200	0,00344753
40	2-9-9-10-10	345600	0,00110814
40	3-7-10-10-10	1075200	0,00344753
40	3-8-9-10-10	921600	0,00295503
40	3-9-9-9-10	30720	0,00009850

40	4-6-10-10-10	1075200	0,00344753
40	4-7-9-10-10	921600	0,00295503
40	4-8-8-10-10	345600	0,00110814
40	4-8-9-9-10	184320	0,00059101
40	4-9-9-9-9	480	0,00000154
40	5-5-10-10-10	403200	0,00129282
40	5-6-9-10-10	921600	0,00295503
40	5-7-8-10-10	921600	0,00295503
40	5-7-9-9-10	184320	0,00059101
40	5-8-8-9-10	184320	0,00059101
40	5-8-9-9-9	7680	0,00002463
40	6-6-8-10-10	345600	0,00110814
40	6-6-9-9-10	69120	0,00022163
40	6-7-7-10-10	345600	0,00110814
40	6-7-8-9-10	491520	0,00157602
40	6-7-9-9-9	7680	0,00002463
40	6-8-8-8-10	30720	0,00009850
40	6-8-8-9-9	17280	0,00005541
40	7-7-7-9-10	30720	0,00009850
40	7-7-8-8-10	69120	0,00022163
40	7-7-8-9-9	17280	0,00005541
40	7-8-8-8-9	7680	0,00002463
		Total	0,03560963
41	a-10-10-10-10	873600	0,00280112
41	2-9-10-10-10	1075200	0,00344753
41	3-8-10-10-10	1075200	0,00344753
41	3-9-9-10-10	345600	0,00110814
41	4-7-10-10-10	1075200	0,00344753
41	4-8-9-10-10	921600	0,00295503
41	4-9-9-9-10	30720	0,00009850
41	5-6-10-10-10	1075200	0,00344753
41	5-7-9-10-10	921600	0,00295503
41	5-8-8-10-10	345600	0,00110814
41	5-8-9-9-10	184320	0,00059101
41	5-9-9-9-9	480	0,00000154
41	6-6-9-10-10	345600	0,00110814
41	6-7-8-10-10	921600	0,00295503

41	6-7-9-9-10	184320	0,00059101
41	6-8-8-9-10	184320	0,00059101
41	6-8-9-9-9	7680	0,00002463
41	7-7-7-10-10	57600	0,00018469
41	7-7-8-9-10	184320	0,00059101
41	7-7-9-9-9	2880	0,00000923
41	7-8-8-8-10	30720	0,00009850
41	7-8-8-9-9	17280	0,00005541
41	8-8-8-8-9	480	0,00000154
		Total	0,03161880
42	2-10-10-10-10	873600	0,00280112
42	3-9-10-10-10	1075200	0,00344753
42	4-8-10-10-10	1075200	0,00344753
42	4-9-9-10-10	345600	0,00110814
42	5-7-10-10-10	1075200	0,00344753
42	5-8-9-10-10	921600	0,00295503
42	5-9-9-9-10	30720	0,00009850
42	6-6-10-10-10	403200	0,00129282
42	6-7-9-10-10	921600	0,00295503
42	6-8-8-10-10	345600	0,00110814
42	6-8-9-9-10	184320	0,00059101
42	6-9-9-9-9	480	0,00000154
42	7-7-8-10-10	345600	0,00110814
42	7-7-9-9-10	69120	0,00022163
42	7-8-8-9-10	184320	0,00059101
42	7-8-9-9-9	7680	0,00002463
42	8-8-8-8-10	1920	0,00000616
42	8-8-8-9-9	2880	0,00000923
		Total	0,02521470
43	3-10-10-10-10	873600	0,00280112
43	4-9-10-10-10	1075200	0,00344753
43	5-8-10-10-10	1075200	0,00344753
43	5-9-9-10-10	345600	0,00110814
43	6-7-10-10-10	1075200	0,00344753
43	6-8-9-10-10	921600	0,00295503
43	6-9-9-9-10	30720	0,00009850
43	7-7-9-10-10	345600	0,00110814

43	7-8-8-10-10	345600	0,00110814
43	7-8-9-9-10	184320	0,00059101
43	7-9-9-9-9	480	0,00000154
43	8-8-8-9-10	30720	0,00009850
43	8-8-9-9-9	2880	0,00000923
		Total	0,02022193
44	4-10-10-10-10	873600	0,00280112
44	5-9-10-10-10	1075200	0,00344753
44	6-8-10-10-10	1075200	0,00344753
44	6-9-9-10-10	345600	0,00110814
44	7-7-10-10-10	403200	0,00129282
44	7-8-9-10-10	921600	0,00295503
44	7-9-9-9-10	30720	0,00009850
44	8-8-8-10-10	57600	0,00018469
44	8-8-9-9-10	69120	0,00022163
44	8-9-9-9-9	480	0,00000154
		Total	0,01555853
45	5-10-10-10-10	873600	0,00280112
45	6-9-10-10-10	1075200	0,00344753
45	7-8-10-10-10	1075200	0,00344753
45	7-9-9-10-10	345600	0,00110814
45	8-8-9-10-10	345600	0,00110814
45	8-9-9-9-10	30720	0,00009850
		Total	0,01201096
46	7-9-10-10-10	1075200	0,00344753
46	8-8-10-10-10	403200	0,00129282
46	8-9-9-10-10	345600	0,00110814
46	9-9-9-9-10	1920	0,00000616
		Total	0,00585465
47	7-10-10-10-10	873600	0,00280112
47	8-9-10-10-10	1075200	0,00344753
47	9-9-9-10-10	57600	0,00018469
		Total	0,00643334
48	8-10-10-10-10	873600	0,00280112
48	9-9-10-10-10	403200	0,00129282
		Total	0,00409395
49	9-10-10-10-10	873600	0,00280112

		Total	0,00280112
50	10-10-10-10-10	524160	0,00168067
		Total	0,00168067

Tabla 1.4: Combinaciones Para Cinco Cartas.

Capítulo 2

TEORÍA RELACIONADA CON EL BLACKJACK

2.1. Introducción

El juego de *Blackjack* ha llamado la atención de muchos matemáticos debido a la simplicidad de sus reglas y su componente aleatorio que ha permitido estudios de simulación bastante conocidos a nivel mundial. Dichos estudios que datan desde hace más de medio siglo han abierto las posibilidades a intentar encontrar nuevos medios para el estudio del juego y las ventajas que puede tener el jugador que maneja *a priori* los estados y las probabilidades relacionadas en su desarrollo.

A continuación haremos un tratado de la teoría relacionada con el juego y las herramientas que necesitaremos en nuestro estudio respecto a las probabilidades en un problema de parada óptima aplicada al juego de *blackjack*.

2.2. Conceptos Previos

Se asume que el lector posee conocimientos básicos respecto a la teoría de las probabilidades, distribuciones de variables aleatorias discretas y continuas, valor esperado y varianza, entre otras. De lo contrario, es recomendando una lectura previa de estos conceptos debido a que serán frecuentemente mencionados y aplicados en las secciones posteriores.

2.3. Definiciones Básicas

Definición 1 Variables Independientes

Sea (Ω, \mathcal{F}, P) un espacio de probabilidad.

- Los eventos A_i , con $i = 1, 2, \dots, n$, son independientes si y sólo sí para cualquier subconjunto $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ de $\{1, 2, \dots, n\}$,

$$P(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}) = P(A_{i_1}) P(A_{i_2}) \dots P(A_{i_k})$$

- Las colecciones $\mathcal{C}_i \subset \mathcal{F}$, $i \in \mathcal{I}$ se dicen independientes si y sólo si los eventos en cualquier colección de la forma $\{A_i \in \mathcal{C}_i : i \in \mathcal{I}\}$ son independientes.
- Los vectores aleatorios $X_i : i \in \mathcal{I}$, se dicen independientes si y sólo si $\sigma(X_i) : i \in \mathcal{I}$ son independientes.

En pocas palabras, un par de variables independientes son dos variables que no influyen una en la otra, como el experimento de lanzar un dado y una moneda, la moneda no influirá en el puntaje obtenido en el dado y el dado no influirá en el lado de la moneda que caiga.

Definición 2 Probabilidad Condicional

En probabilidad elemental, se define la probabilidad de que ocurra un evento B dado un evento A , es definido como:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Para las variables que no son independientes, la ocurrencia de un evento influirá en la ocurrencia del otro. En el juego de blackjack por ejemplo, la probabilidad de recibir un as puede variar dependiendo de la cantidad de ases que ya hacen parte de nuestro juego.

Definición 3 Esperanza Condicional

sea X una variable aleatoria integrable en (Ω, \mathcal{F}, P) .

- Sea \mathcal{A} un campo sub- σ de \mathcal{F} . La esperanza condicional de X dado \mathcal{A} , denotado como $E(X|\mathcal{A})$, es la única variable aleatoria que satisface las siguientes condiciones:

1. $E(X|\mathcal{A})$ es medible desde (Ω, \mathcal{A}) hasta $(\mathbb{R}, \mathcal{B})$
 2. $\int_A E(X|\mathcal{A}) dP = \int_A X dP$ para cualquier $A \in \mathcal{A}$.
- Sea $B \in \mathcal{F}$. La probabilidad condicional de B dado \mathcal{A} es definida como $P(B|\mathcal{A}) = E(I_B|\mathcal{A})$.
 - Si Y es medible desde (Ω, \mathcal{F}, P) hasta (Λ, \mathcal{G}) , la esperanza condicional de X dado Y está definida como: $E(X|Y) = E[X|\sigma(Y)]$.

Definición 4 Filtración

Una filtración $\{\mathcal{F}_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ en un espacio de probabilidad (Ω, \mathcal{F}, P) es una sucesión de sub- σ -álgebras de \mathcal{F} monótona creciente. Se puede definir de forma más general con un conjunto indizado, pero no es de interés para el presente trabajo.

Definición 5 Proceso Estocástico

Sucesión de variables aleatorias que evolucionan en función de una variable, usualmente el tiempo.

El experimento con el que trabajamos en el presente proyecto es un proceso aleatorio pues cada evento de obtener una carta es una variable aleatoria.

Definición 6 Proceso Estocástico Adaptado

Dada una sucesión de variables aleatorias $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ definidas en el mismo espacio (Ω, \mathcal{F}, P) y dada una filtración $\{\mathcal{F}_n\}_{n \in \mathbb{N}}$. Diremos que $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ es un proceso estocástico adaptado a la filtración si se cumple que X_n es \mathcal{F}_n -medible, $\forall n \in \mathbb{N}$.

Definición 7 Proceso Browniano

El proceso estocástico $\{B(t), t \geq 0\}$ es un movimiento *Browniano* con varianza σ^2 , sí:

- $B(0) = 0$.
- Tiene incrementos independientes.
- $\forall s < t, B(t) - B(s) \sim N(0, \sigma^2(t-s))$.
- Las trayectorias del proceso $t \rightarrow B_t$ son funciones continuas.

Definición 8 Proceso de Poisson

Un proceso de *Poisson* con tasa $\lambda \geq 0$, es un proceso de contar en tiempo continuo $\{N(t), t \geq 0\}$, donde N_t es una colección de variables aleatorias y cumplen:

- $N(0) = 0$.
- Si $s < t$, entonces $N_s \leq N_t$.
- $\forall n > 0$ y $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$, las variables aleatorias $N_{t_1}, N_{t_2} - N_{t_1}, \dots, N_{t_n} - N_{t_{n-1}}$ son independientes.
- $\forall h > 0$ y $t \in \mathbb{R}^+$, N_h y $N_{t-h} - N_t$ tienen la misma distribución.
- $P(N(h) = 1) = \lambda h + o(h)$.
- $P(N(h) \geq 2) = o(h)$

Donde $o(h)$ es una función tal que $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{o(h)}{h}$.

Definición 9 Proceso Martingala.

Decimos que M_0, M_1, \dots es una martingala si:

1. $E|M_n| < \infty$.
2. Para cualquier sucesión de posibles valores m_0, m_1, \dots, m_n ,

$$E(M_{n+1} - M_n | M_0 = m_0, M_1 = m_1, \dots, M_n = m_n) = 0).$$

Lo que implica que la ganancia neta esperada luego del turno siguiente es cero, esto es, el juego es justo.

Definición 10 Filtración Generada por un Proceso

Si tenemos una sucesión de variables aleatorias $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ en (Ω, \mathcal{F}, P) y consideramos $\{\mathcal{F}_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ donde \mathcal{F}_n es la mínima sub- σ -álgebra de \mathcal{F} que hace medibles a $X_i : i = 1, 2, 3, \dots, n$, tenemos naturalmente, un proceso estocástico adaptado. A la filtración $\{\mathcal{F}_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ se le denomina filtración generada por el proceso $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$.

2.4. Teoría de Parada Óptima

Las definiciones citadas a continuación, nos permitirán comprender los procesos de Markov relacionados al estudio basados en la parada óptima de un proceso.

Definición 11 *Tiempo de Parada*

Un tiempo de parada respecto a una filtración $\{\mathcal{F}_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ es una función $T : \Omega \rightarrow \mathbb{N}$ tal que, para todo natural n , el conjunto $\{\omega : T(\Omega) = n\}$ es medible con respecto a \mathcal{F}_n y $P(T < \infty) = 1$.

Definición 12 *Estado del proceso en un Tiempo n*

Sea un proceso $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ en (Ω, \mathcal{F}, P) , $\{\mathcal{F}_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ una filtración y T un tiempo de parada; entonces:

$$X_T := \sum_{n \in \mathbb{N}} X_n \mathbb{I}_{\{T=n\}}$$

En el experimento estudiado, se definen los estados con la cantidad de cartas que posee el jugador.

Definición 13 *Clase C*

Sea (Ω, \mathcal{F}, P) un espacio de probabilidad, $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ una sucesión de variables aleatorias en dicho espacio y $\{\mathcal{F}_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ una filtración; se define la clase C como la clase de los tiempos de parada tales que:

$$E(X_T^-) < \infty$$

Dado el caso en que las variables sean no negativas, la clase sería la de todos los tiempo de parada en el espacio. En nuestro caso, el proceso es de clase C debido a que las variables que miden nuestro puntajes son no negativas.

Definición 14 *Caso Monótono*

Dados un espacio de probabilidad (Ω, \mathcal{F}, P) , una filtración $\{\mathcal{F}_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ y un proceso adaptado $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ a la filtración; consideramos los conjuntos A_n definidos como:

$$A_n := \{\omega : E(X_{n+1} | \mathcal{F}_n)(\omega) \leq X_n(\omega)\}$$

Un caso monótono se presenta cuando:

$$A_i \subseteq A_{i+1} \quad (i = 1, 2, 3, \dots)$$

y también

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = \Omega.$$

El proceso estudiado en el juego de blackjack es un caso monótono pues en cada estado del proceso, las cartas que el jugador posee son un superconjunto de las cartas contenidas en los estados anteriores.

Capítulo 3

SIMULACIONES Y ANÁLISIS ESTADÍSTICOS APLICADOS AL JUEGO

3.1. Dos Cartas

En el primer paso del juego, el *dealer* reparte un par de cartas al jugador. En este instante del juego no es posible sobrepasar los veintiún puntos; sin embargo, la idea es quedar lo suficientemente cerca de este puntaje como sea posible debido a que el *dealer* también se repartirá unas cartas para intentar sobrepasar al jugador.

A continuación se presenta una distribución de probabilidades de obtener un puntaje específico en esta primer tirada de las cartas.

Podemos observar que sobre los doce puntos obtenidos en el juego, encontramos las probabilidades mas grandes. Sin embargo, obtener un juego entre doce y diez y seis puntos no es una mano muy confiable. De hecho, se espera en los fundamentos del juego, que un jugador se detenga si obtiene un puntaje mayor o igual a diez y siete pues este sería un valor que usualmente es difícil de superar por parte del *dealer*.

Adicionalmente, podemos notar que tenemos un 69 % de probabilidad de obtener un juego mayor o igual a doce puntos y una probabilidad de 30 % de obtener un puntaje mayor o igual a diez y siete. Y no sobra decir que la probabilidad de obtener un puntaje mayor a 21 con las dos cartas es imposible.

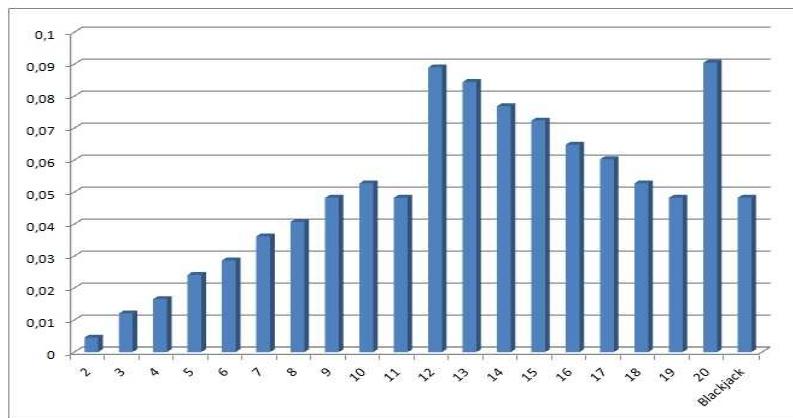


Figura 3.1: Probabilidades para dos cartas.

Puntaje	f.d.p.	f.d.a.
2	0,00452489	0,00452489
3	0,01206637	0,01659125
4	0,01659125	0,0331825
5	0,02413273	0,05731523
6	0,02865762	0,08597285
7	0,0361991	0,12217195
8	0,04072398	0,16289593
9	0,04826546	0,21116139
10	0,05279035	0,26395173
11	0,04826546	0,31221719
12	0,08898944	0,40120664
13	0,08446456	0,48567119
14	0,07692308	0,56259427
15	0,07239819	0,63499246
16	0,06485671	0,69984917
17	0,06033183	0,760181
18	0,05279035	0,81297134
19	0,04826546	0,8612368
20	0,09049774	0,95173454
Blackjack	0,04826546	1

Tabla 3.1: Probabilidades para dos cartas.

A partir de estas probabilidades y de cada valor obtenido, presentamos a continuación las probabilidades que están involucradas a partir de los resultados anteriores para solicitar una carta adicional. Se muestran las probabilidades de obtener un valor menor o igual a 21 puntos cuando tenemos un puntaje dado.

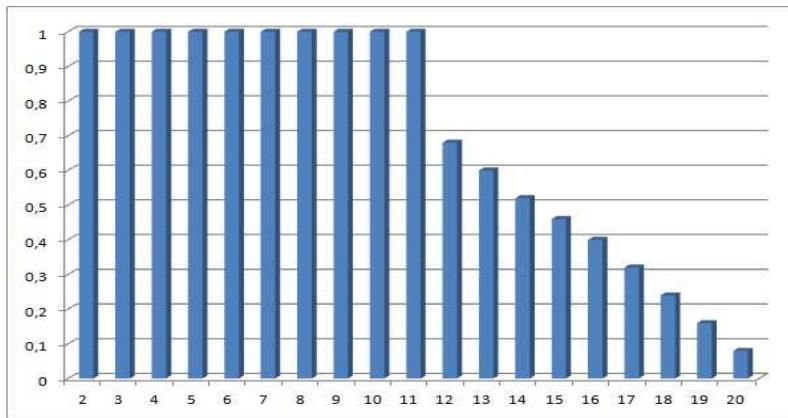


Figura 3.2: Probabilidades para pedir una tercera carta.

Puntaje	Probabilidad
2	1
3	1
4	1
5	1
6	1
7	1
8	1
9	1
10	1
11	1
12	0,68
13	0,6
14	0,52
15	0,46
16	0,4
17	0,32

18	0,24
19	0,16
20	0,08

Tabla 3.2: Probabilidades para pedir una tercera carta.

3.2. Tres Cartas

Dado el caso en que se haya escogido la opción de solicitar una carta adicional, nos encontramos ahora con un juego de tres cartas. La distribución de probabilidad para esta opción nos lleva a las siguientes conclusiones:

- La probabilidad de obtener un puntaje menor o igual a 21 es de 62 %.
- Hay mas de una tercera parte de probabilidad de perder el juego por exceder el máximo puntaje permitido.
- Hay una tercera parte de probabilidad de obtener un buen juego, mayor a diez y siete puntos y sin excederse.

A continuación se presentan la gráfica y la tabla de distribuciones asociada al juego con tres cartas. Es de notar lo mucho que sobresale la frecuencia asociada al evento de obtener 21 puntos con las tres cartas. Esto se debe a la cantidad de posibilidades diferentes de combinar estos 21 puntos y también a los valores asociados a los once puntos que poseen al menos un as. Estas combinaciones se toman en cuenta en este conteo y también en la simulación como un valor de 21 (por la versatilidad de puntos que puede tomar el as, uno u once según lo considere conveniente quien desarrolla el juego). En el desarrollo real del juego, al tener once puntos y entre estas cartas un as, debe hacerse valer esta carta por once puntos en vez de por un punto, y así ganar inmediatamente el juego.

La simulación se encuentra programada para decidir automáticamente que valor tomará el as para no exceder los 21 puntos. Estos detalles se tratarán a fondo en una sección posterior de este capítulo que trata a fondo la simulación generada.

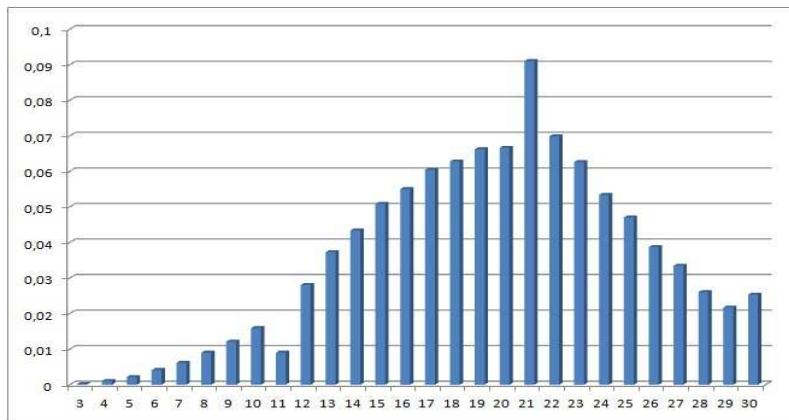


Figura 3.3: Probabilidades para tres cartas.

Puntaje	f.d.p.	f.d.a.
3	0,000181	0,000181
4	0,00108597	0,00126697
5	0,00217195	0,00343891
6	0,0041629	0,00760181
7	0,00615385	0,01375566
8	0,00904977	0,02280543
9	0,0121267	0,03493213
10	0,0159276	0,05085973
11	0,00904977	0,0599095
12	0,0280543	0,0879638
13	0,03728507	0,12524887
14	0,04343891	0,16868778
15	0,05085973	0,21954751
16	0,05502262	0,27457014
17	0,06045249	0,33502262
18	0,06280543	0,39782805
19	0,06624434	0,4640724
20	0,06660633	0,53067873
21	0,09104072	0,62171946
22	0,06986425	0,69158371
23	0,06262443	0,75420814
24	0,05339367	0,80760181

25	0,04705882	0,85466063
26	0,03873303	0,89339367
27	0,03348416	0,92687783
28	0,02606335	0,95294118
29	0,02171946	0,97466063
30	0,02533937	1

Tabla 3.3: Probabilidades para tres cartas.

Si en este proceso se hubiera obtenido un puntaje menor a 21, las probabilidades que debemos esperar al solicitar una carta adicional y que el puntaje total sea menor o igual a 21 puntos son las siguientes:

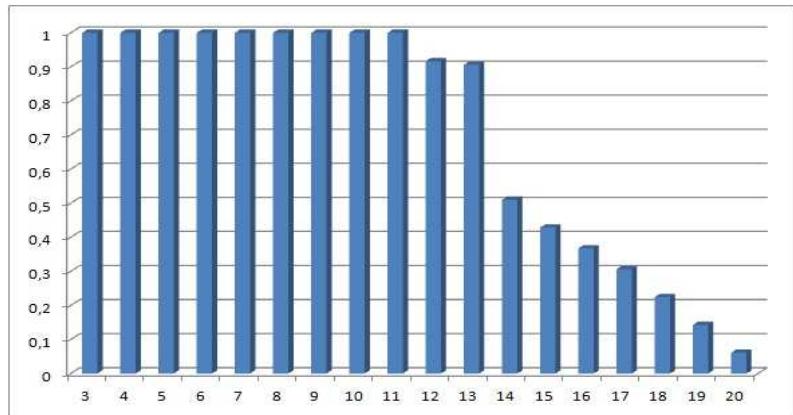


Figura 3.4: Probabilidades para pedir una cuarta carta.

Puntaje	Probabilidad
3	1
4	1
5	1
6	1
7	1
8	1
9	1
10	1
11	1

12	0,91666667
13	0,90625
14	0,51020408
15	0,42857143
16	0,36734694
17	0,30612245
18	0,2244898
19	0,14285714
20	0,06122449

Tabla 3.4: Probabilidades para pedir una cuarta carta.

3.3. Cuatro Cartas

Si en el proceso anterior se ha obtenido un puntaje menor que 21 puntos y se solicita una carta adicional, nos encontramos con un juego de cuatro cartas. De este juego podemos notar lo siguiente:

- Hay un 61 % de probabilidad de obtener un puntaje que es mayor a 21; es decir, de perder el juego.
- Hay menos de un cinco por ciento de probabilidad de obtener un juego entre diez y siete y veintiún puntos.
- La distribución parece normalizarse con estos valores. De hecho, una prueba de Kolmogorov presenta resultados favorables respecto a la normalidad. (Sig: 0,066. Kolmogorov-Smirnov). Sin embargo, esta distribución presenta un valor estimado para la media que supera los valores del juego ($E(\mathbf{X})=26,18$); es decir, el valor esperado excede el puntaje que un jugador puede tener en el blackjack. Por esto, se puede esperar basados en el teorema central del límite que en este estado del juego, el jugador exceda los veintiún puntos y pierda la partida.
- Se nota una tendencia leve hacia el lado izquierdo de la distribución. Esta tendencia es explicada por la cantidad de cartas a las que se les asocia el valor de diez puntos (diez y seis de las cincuenta y dos). De hecho, aunque no era tan simple de visualizar en los gráficos anteriores, vamos a tener unas probabilidades mayores asociadas siempre a una combinación de más alto puntaje.

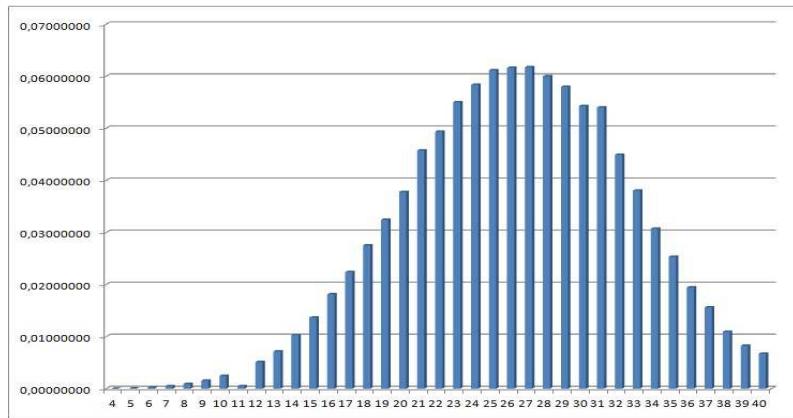


Figura 3.5: Probabilidades para cuatro cartas.

Puntaje	f.d.p.	f.d.a.
4	0,00000369	0,00000369
5	0,00005910	0,00006279
6	0,000192077	0,00025487
7	0,00047280	0,00072768
8	0,00090498	0,00163265
9	0,00153661	0,00316927
10	0,00245267	0,00562194
11	0,00047280	0,00609475
12	0,00511589	0,01121064
13	0,007151168	0,01836181
14	0,010268723	0,02863053
15	0,01365223	0,04228276
16	0,018132792	0,06041555
17	0,022399113	0,08281466
18	0,027540862	0,11035553
19	0,032446209	0,14280174
20	0,037768954	0,18057069
21	0,045743836	0,22631453
22	0,04934897	0,2756635
23	0,055022624	0,33068612
24	0,058380275	0,3890664

25	0,061169083	0,45023548
26	0,061627112	0,51186259
27	0,061760089	0,57362268
28	0,060020316	0,633643
29	0,057977653	0,69162065
30	0,054283867	0,74590452
31	0,054017915	0,79992243
32	0,044934897	0,84485733
33	0,038060763	0,88291809
34	0,030747068	0,91366516
35	0,025354142	0,9390193
36	0,019447779	0,95846708
37	0,015602549	0,97406963
38	0,010933604	0,98500323
39	0,008274079	0,99327731
40	0,006722689	1

Tabla 3.5: Probabilidades para cuatro cartas.

Es de anotar que los puntajes mayores o iguales a 31 puntos hacen solo parte del conteo, pero que es imposible llegar a ellos a partir del juego sin haber llegado o superado los 21 puntos en el procedimiento inmediatamente anterior.

Ahora, en este punto del juego, las probabilidades de solicitar una nueva carta disminuye notoriamente debido a que para que en este momento obtengamos un puntaje menor a 21 es muy baja y esta combinación debe formarse con cartas que poseen un puntaje bajo. Adicionalmente, para no exceder los 21 puntos, necesitaríamos una carta que tenga un valor bajo. Si tenemos un juego con cartas bajas, es muy poco probable que obtengamos una nueva carta que posea un valor bajo también. Estas probabilidades pueden encontrarse en las tablas relacionadas en el primer capítulo. Allí se encontrará la probabilidad de obtener cualquier combinación de cartas si estamos en un punto del juego donde contamos con dos, tres, cuatro o cinco cartas.

Puntaje	Probabilidad
4	1
5	1

6	1
7	1
8	1
9	1
10	1
11	1
12	0,66666667
13	0,58333333
14	0,5
15	0,41666667
16	0,35416667
17	0,27083333
18	0,1875
19	0,125
20	0,02083333

Tabla 3.6: Probabilidades para pedir una quinta carta.

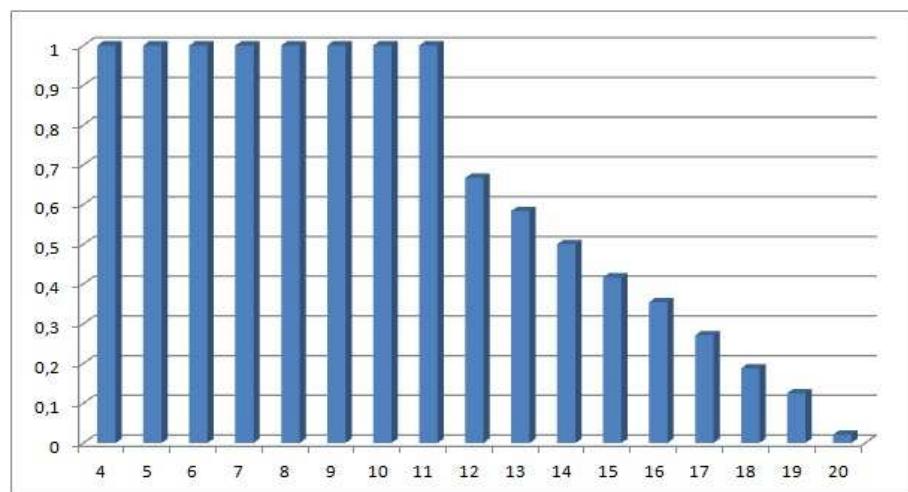


Figura 3.6: Probabilidades para pedir una quinta carta.

3.4. El Proceso de Markov

Mediante estos valores obtenidos, podemos generar una política de control para el proceso de Markov que estará determinado en cuatro tiempos: el tiempo inicial en el cual el jugador recibe las dos cartas, un segundo tiempo si el jugador solicita una tercera carta, un tercer tiempo cuando el jugador solicita una cuarta carta y un cuarto tiempo que sería la finalización del juego al solicitar la quinta carta.

Al iniciar el proceso y recibir las dos primeras cartas, debemos considerar la variable X_0 que definirá el puntaje obtenido con las dos primeras cartas; esto es: $X_0 = 2, 3, 4, \dots, 21$.

Se asume que debería pedirse una carta adicional si $X_0 \leq 17$, lo cual es considerado un juego débil. Dado que hay una probabilidad de 0,7 de que suceda esto con la variable en este estado, podría esperarse que tuviéramos que pedir una tercera carta. De hecho, el valor esperado de X_0 es 13,5596 y este resultado nos llevaría teóricamente a la necesidad de solicitar una tercera carta. Adicionalmente, la probabilidad de no superar los 21 puntos si tenemos 14 puntos es de 0,52.

Ahora, si se ha solicitado un tercera carta, estamos en el estado X_1 donde el valor esperado de obtener tres cartas es de 19,952 y las probabilidades asociadas a la solicitud de una cuarta carta no se muestran muy convenientes. De hecho, hay aproximadamente un 0,06 de probabilidad de solicitar una cuarta carta y no exceder los veintiún puntos. Sin embargo, como el valor esperado es aproximadamente veinte, se esperaría que un jugador no solicitará una carta adicional.

Dado el caso de solicitar una carta adicional, el estado X_2 del proceso nos genera un valor esperado de 26,1851 que es muy elevado; es decir, se puede esperar que con cuatro cartas, el jugador habrá superado los veintiún puntos y habrá perdido el juego. De hecho, la probabilidad de obtener veintiún puntos o menos en una mano con cuatro cartas es de 0,22 solamente.

Para el juego con cinco cartas, el valor esperado de X_3 es de 32,6958 y se encuentra definitivamente muy lejos del límite del juego. En las probabilidades calculadas anteriormente, se mostró que sólo un 22 % de los resultados obtenidos en este estado del juego serán menores o iguales a veintiún puntos.

A continuación se muestran los detalles de la simulación generada, el desarrollo de la misma y como se logra adaptar a un juego real, verificando minuciosamente cada uno de los detalles que pueden pasar en la realidad. Luego de obtener resultados de la simulación, podremos corroborar los estados de las variables que se acaban de mencionar con los valores obtenidos en

la práctica que se ha simulado, para justificar o desaprobar las acciones que teóricamente nos presentan los análisis de las permutaciones y los valores esperados que hemos visto hasta el momento.

3.5. Simulación del Juego

Con ayuda de una hoja de cálculo de Microsoft Excel®, se realizó una simulación Montecarlo del problema estudiado para corroborar los resultados obtenidos en la investigación. Mediante una selección de números pseudoaleatorios, desde 1 hasta 52 se presentan las diferentes cartas de la baraja, corrigiendo la poco probable opción de que se repitan. Es decir, la selección de las cartas al igual que en el juego real consiste en cartas diferentes y esto ha sido contemplado en la simulación del juego.

En un paso siguiente, se discrimina la puntuación que se ha de asociar a cada carta y posteriormente, se evalúa este conteo para paso a paso darnos cuenta si en los juegos obtenidos poseemos menos de veintiún puntos con dos, tres, cuatro o cinco cartas.

Este paso de evaluar los puntajes es delicado y se ha programado de la siguiente manera:

- Se generan cinco números aleatorios diferentes entre 1 y 52 para escoger cinco cartas en total, teniendo en cuenta que los números aleatorios generados no sean iguales entre sí, para asegurar que el juego tenga cinco cartas diferentes de la baraja. Dado el caso de que se haya generado un número repetido, la hoja de cálculo generará otro condicionada iterativamente a volverlo a generar hasta que todos sean diferentes.
- Se discriminan cuatro grupos de trece cartas, las cuales pueden verse como los diferentes palos¹ de tal manera que las trece primeras cartas indiquen un palo, las trece segundas otro palo y así sucesivamente hasta completar los cuatro palos de la baraja.
- Se corrigen los valores del 14 al 26, del 27 al 39 y del 40 al 52, restando respectivamente 13, 26 y 39 a cada valor, para definir las cartas como: A, 2, 3, ..., 10, J, Q y K.
- Se presenta un grupo de cuatro valores que implican la suma de los puntajes de las dos primeras cartas, de las tres primeras, de las cuatro

¹Diamantes, corazones, tréboles y picas.

primeras y finalmente de las cinco cartas con un formato condicional que nos indica cuando la suma de los puntajes supera los 21 puntos.

- En la suma de los dos primeros valores no es posible exceder lo 21 puntos, sin embargo, existe un formato condicional adicional que nos indica que se ha obtenido un blackjack con un as y una carta que tenga un valor de diez puntos.
- En las tres casillas adicionales, donde tenemos las sumas de los puntajes para tres, cuatro y cinco cartas, existe una corrección adicional en la cual por defecto el computador toma la carta asignada como un as con el valor de un punto. Sin embargo, como esta carta puede tomar los valores de uno u once, antes de mostrarnos un resultado en pantalla, se ha programado una verificación adicional con la cual se verifica que pasa si el as tomara el valor de once. Si el as toma el valor de once puntos y no excedemos los veintiún puntos, en pantalla nos aparecerá la suma de puntuación con un as que vale once puntos. Si con estos once puntos nos excedemos, veremos en pantalla que el computador asumió que el as vale un punto solamente. En síntesis, evaluando el puntaje con ciertas funciones lógicas, el computador decidirá si en su juego le conviene tener un uno o un once.
- Tenemos adicionalmente una casilla indicadora de la cantidad de cartas que tenemos en cada juego y no exceden los veintiún puntos. Es decir, cuantas cartas se requirieron para no superar este puntaje.
- Por otra parte, la simulación muestra las gráficas asociadas a las frecuencias absolutas del número de cartas con las que se jugó sin exceder el puntaje y las frecuencias absolutas del puntaje en cada mano que fue menor de 21.
- Una corrección adicional e importante que se aplicó en el conteo es que paso a paso el computador verifica los puntajes que puede asociarle a un as, dado el caso que este estuviera en su mano. Por ejemplo, si tenemos un cinco y un as con las dos primeras manos, el computador asumirá que debe asociar un once al valor del as. Si se solicita una carta adicional y esta fuera un seis, el computador verificará que si asocia un valor de once al as, excederá el puntaje y entonces decidirá que el as debe valer un punto solamente.

3.6. Análisis Comparativo

3.6.1. Dos Cartas

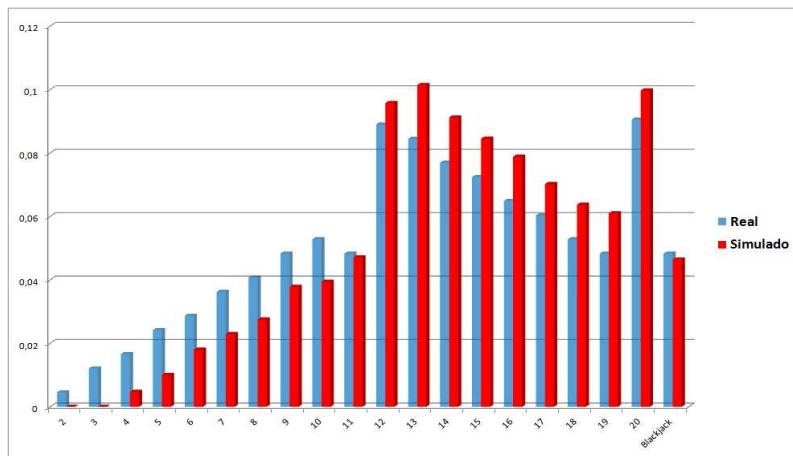


Figura 3.7: Comparación para dos cartas.

Podemos observar en la gráfica que los valores reales aparecen con mayor frecuencia hasta los once puntos y una menor en los puntajes de doce a veintiún puntos. Esto se debe a que en la simulación, el computador por defecto asume que el as que aparece en estos valores pequeños puede hacerlo valer por once puntos. Esto hace que los puntajes pequeños que son obtenidos teniendo un as en las cartas obtenidas, se aumenten en diez puntos. Sin embargo, la diferencia de medias entre los valores real y simulado es aproximadamente cero como se muestra a continuación.

Valor Real	Valor Simulado
$E(\mathbf{X})=13,5596$	$\bar{\mathbf{X}}=14,5048$
$Var(\mathbf{X})=22.0805$	$s^2=16.535$

Tabla 3.7: Comparaciones para dos cartas.

El promedio de la diferencia entre los valores real y esperado es de $6,94 \times 10^{-19}$ comprobando así que las simulación muestra perfectamente el experimento, aunque saque ventaja de ciertos valores, tal y como lo haría un jugador en la vida real.

3.6.2. Tres Cartas

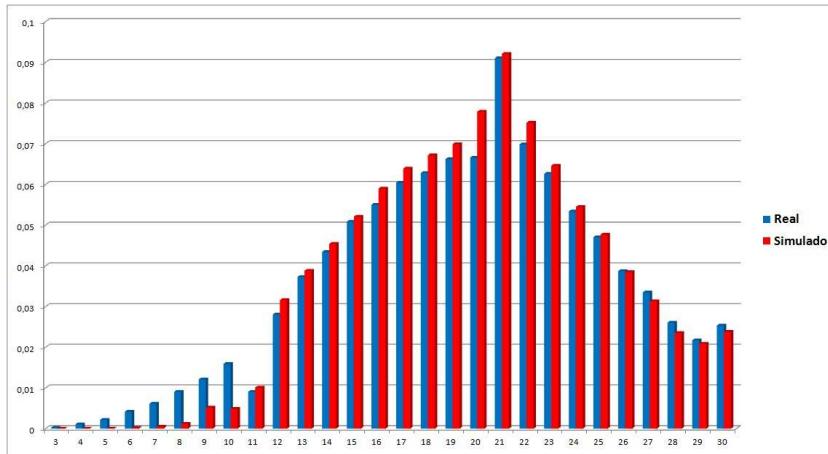


Figura 3.8: Comparación para tres cartas.

En un juego con tres cartas, podemos observar el mismo efecto que se visualizaba con las dos cartas. El computador toma en los valores más pequeños que contienen un as, la decisión de hacer valer esta carta por once puntos. Es por esto que los valores reales se ven con mas frecuencia en los puntajes pequeños y con una frecuencia menor que los simulados en los puntajes desde once hasta veintiún puntos. Los valores posteriores no tienen una diferencia definida debido a que el computador no tomó ninguna elección con respecto al valor que debe darle a un as cuando se han superado los veintiún puntos, es decir, cuando se ha perdido el juego.

A continuación se muestran resultados que se calculan de los datos teóricos y de los obtenidos en la simulación.

Valor Real	Valor Simulado
$E(X)=19,952$	$\bar{X}=20,0811$
$Var(X)=27,9079$	$s^2=22,639$

Tabla 3.8: Comparaciones para tres cartas.

3.6.3. Cuatro Cartas

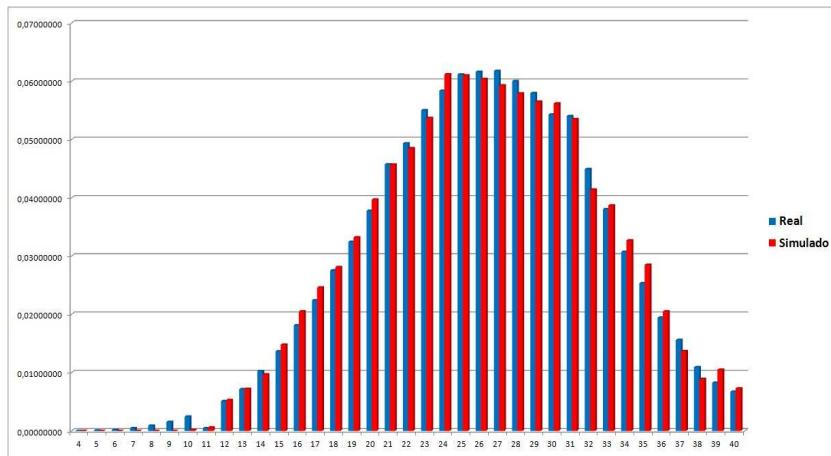


Figura 3.9: Comparación para cuatro cartas.

Nuevamente se puede visualizar la diferencia de los puntajes obtenidos con la corrección que se hace en la simulación, donde los puntajes menores que once tienen tendencia a ser mayores en los resultados reales y a ser mayores los simulados desde once hasta 21 puntos. No se observa ninguna tendencia en los puntajes que exceden los veintiún puntos por las razones que se han explicado anteriormente.

A continuación se muestran los estadísticos de valores reales y simulados.

Valor Real	Valor Simulado
$E(X)=26,1851$	$\bar{X}=26,2447$
$Var(X)=36,7872$	$s^2=35,5956$

Tabla 3.9: Comparaciones para cuatro cartas.

3.6.4. Cinco Cartas

Aunque en esta parte del juego, se observa la corrección que hace el computador en la simulación para los puntajes pequeños, pero no se nota para los puntajes entre once y veintiún puntos. Sin embargo, las diferencias no son muy notables en este estado del proceso debido a que las frecuencias de cada puntaje son muy pequeñas. De hecho, hay unas probabilidades

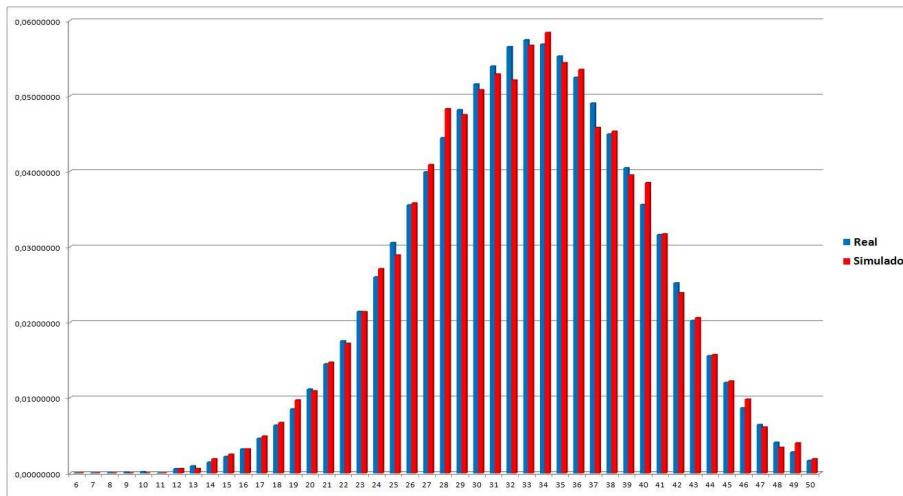


Figura 3.10: Comparación para cinco cartas.

muy bajas de llegar en el desarrollo del juego a encontrarnos con cinco cartas. A continuación se muestra la comparación de los datos teóricos y los obtenidos en la simulación.

Valor Real	Valor Simulado
$E(X)=32,6958$	$\bar{X}=32,6578$
$Var(X)=45,6881$	$s^2=45,8035$

Tabla 3.10: Comparaciones para cinco cartas.

3.7. Parada del Proceso

Hemos visto los datos y las gráficas con las que nos vemos relacionados en el desarrollo del juego de blackjack y hemos observado teóricamente como disminuyen las posibilidades de llegar a un puntaje menor o igual a veintiuno cuando empezamos a solicitar cartas adicionales.

A continuación se presentan los resultados de las frecuencias absolutas en una corrida de diez mil partidas en la simulación indicando con cuántas cartas debe detenerse el proceso para no superar los veintiún puntos.

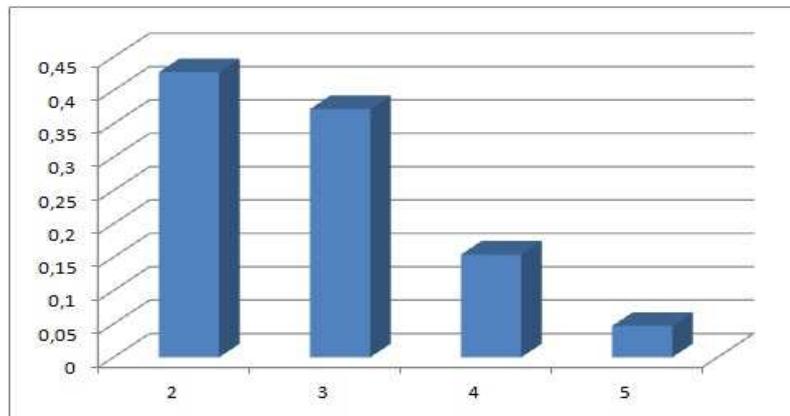


Figura 3.11: Parada del proceso.

No. de Cartas	Frecuencia Absoluta
2	0.4273
3	0.372
4	0.1539
5	0.0468

Tabla 3.11: Parada del Proceso.

Podemos ver que contamos con cerca de un ochenta por ciento de probabilidades de detener el juego con dos o tres cartas; mientras que las probabilidades de no superar los veintiún puntos con cuatro y cinco cartas son sucesos muy poco probables.

Estos resultados obtenidos de la simulación son decisiones que ha tomado el computador para detener el juego con cierta cantidad de cartas y sin superar el puntaje límite del juego.

Capítulo 4

CONCLUSIONES

A partir de las probabilidades calculadas y los resultados obtenidos en la simulación, podemos concluir en el presente estudio que:

- Mediante las permutaciones que se encontraron, es poco probable predecir una combinación cualquiera de dos, tres o cuatro cartas. Es más prudente calcular y analizar rangos de puntajes para algún estudio posterior.
- Las probabilidades asociadas a cada uno de los estados del proceso parecen indicar tanto en la teoría como en la práctica que el juego es más favorable al jugarse con dos o tres cartas en la mano. El solicitar cartas adicionales a partir de este estado reduce drásticamente la probabilidad de obtener un puntaje menor o igual a veintiuno.
- Las características que podemos asociar a las simulaciones en cualquier experimento, pueden lograr un acercamiento bastante objetivo a casi cualquier tipo de experimento. En nuestro caso, la simulación generada evitó un proceso físico de repartir diez mil partidas por cada corrida¹. Y es de notar, que los resultados obtenidos causan cierto asombro debido a la decisión de favorabilidad que se le ha dado al computador para decidir que valores debe asociar a las cartas y no exceder los puntajes involucrados en el juego.
- Bajo la información obtenida, podemos posteriormente generar otro tipo de situaciones para estudiar basadas en este juego. Unas de las

¹Generación de datos diferentes en la simulación.

posibilidades que han surgido hasta el momento son el estudio de juegos cooperativos y las probabilidades que va a tener un dealer de superar a un jugador en cierta partida. Este último estudio puede ser interesante debido a que nos llevaría a concluir cuál es la probabilidad de que un casino llegue a perder en el desarrollo del juego de blackjack.

Bibliografía

- [1] Thorp, Edward. *Beat The Dealer*, Vintage Books, **1** (1966).
- [2] Uston, Ken. *Ken Uston On Blackjack*, Ishi Press, **5** (2011).
- [3] Uston, Ken. *Million Dollar Blackjack*, carol Publishing Group, **7** (1992).
- [4] Rubinstein, Reuven. *Simulation And The Monte Carlo Method* , Wiley, **1** (2007).
- [5] Gilks, W.R. *Markov Chain. Monte Carlo In Practice*, Chapman & Hall, **1** (1996).