LA ENSEÑANZA DEL SABER MATEMÁTICO EN LA UNIVERSIDAD: ESTUDIO EPISTEMOLÓGICO, DIDÁCTICO Y TEXTUAL EN TRES PROGRAMAS ACADEMICOS DE LA UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

GEOFFRIN NINOSKA GALLEGO CORTÉS

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRIA EN EDUCACIÓN
PEREIRA
2010

LA ENSEÑANZA DEL SABER MATEMÁTICO EN LA UNIVERSIDAD: ESTUDIO EPISTEMOLÓGICO, DIDÁCTICO Y TEXTUAL EN TRES PROGRAMAS ACADEMICOS DE LA UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

GEOFFRIN NINOSKA GALLEGO CORTÉS

Tesis de grado para optar el titulo de Magister en educación

Director
Dr. Miguel Ángel Gómez
Doctor en Educación

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRIA EN EDUCACIÓN
PEREIRA
2010

Nota de aceptación.

____

____

____

Jurados

Carlos Javier Mosquera

Oscar Eugenio Tamayo

Pereira ---- Mayo 2010

INTRODUCCIÓN

Un requisito primordial en un gran porcentaje de programas universitarios son los cursos de matemática. La matemática considerada como una ciencia, se convierte desde la formación, en una disciplina fundamental para un profesional. La matemática como ciencia ha necesitado de los axiomas para realizar sus comprobaciones a partir de los cuestionamientos hechos por Lakatos[1]. La matemática necesita ser elaborada también como un conocimiento falible posible de errores y de una mirada holística de su enseñanza desde la escuela cuasi-empirista; en palabras de Popper, la falsación se convierte en un elemento fundamental en la matemática, según Lakatos no basta con analizar su estructura lógica, se hace necesario mirar diversos aspectos que construyen la naturaleza de este conocimiento, tales como la enseñanza que hacen los profesores. Sin embargo, el ingreso a un curso de matemáticas I, implica para un alto número de profesores y de estudiantes un camino casi seguro hacia el fracaso académico. Asistir a clase de matemática durante once años escolares, no garantiza tener los conocimientos que lo hacen competente para enfrentarse a un curso de matemáticas en la universidad.

Comprender lo que está internamente ocurriendo en la enseñanza de la matemática es el interés de esta investigación. La disciplina matemática[2] se convierte cada día en un factor predominante en los programas ofrecidos por las universidades, siendo la educación matemática un agente crítico en la cultura académica. La formación en ésta disciplina se convierte regularmente en aspecto de distinción y diferenciación de conocimiento, y es requisito para ser "aceptado"

1 LAKATOS 1994

2 La matemática es tomada como ciencia y como disciplina. Como ciencia está vinculada al esquema en el cual se basa la ciencia moderna, y en el que también se desarrolla la evolución de la tecnología. Y, como disciplina está vinculada a la didáctica.

en el mundo universitario y su cultura. En el libro la revolución de las ciencias de Peter Dear se comenta al respecto:

Galileo no estaba nada satisfecho, él presuponía que con la clase de matemáticas se comprendía el mundo desde lo físico. De ahí que su nuevo cargo fuera <filósofo y matemático de la corte>[3]. Por otro lado, Johanes Kepler, cuando publicó en el año de 1609 su libro sobre Astronomía Nova se identificaba simplemente como <*matemático de su santa e imperial majestad*> La Academia de los Linces fue una de las sociedades académicas que daba estatus a disciplinas como las matemáticas, en dicha academia Galileo mencionaba siempre su posición como filósofo y matemático del gran Duque de Toscana.

Ahora, teniendo en cuenta que la matemática incluye en sí misma un saber, dicho saber matemático, visto como un bien público y privado, posee una particularidad en su difusión y otra en la apropiación de sus propuestas hacia el conocimiento, éste tiene un poder que depende de su reputación social. Si la ciencia manifiesta el conocimiento que ha sido elaborado por el hombre, éste pasa a tener un valor fundamental para la sociedad, el conocimiento se convierte en el primer elemento de poder y de acción con el entorno, si tienes el conocimiento es posible participar de los diversos eventos sociales a los cuales se somete su imagen de validación y, si tienes el conocimiento matemático se abre una puerta de saber disciplinar categorizado pública, social y científicamente.

A nivel global y local las universidades desarrollan un status o posicionamiento dentro de una categoría social y cultural. Los comentarios indiferentes y descalificadores en algunos programas, o de admiración y supremacía en otros, hace notorio en forma continua la posición que se ocupa al interior de las universidades por el hecho de estudiar una profesión que tenga una alta dosis de matemáticas. Este posicionamiento se convierte en parte fundamental de la subsistencia universitaria. Estudios como los realizados por Berry y

3 DEAR Peter 2007. La revolución de las ciencias

Sahlberg,1996, Berry y Nyman 2002,Crawford et al, 1998 nos muestran que los estudiantes entran a la universidad pensando que la matemática es un serie de conocimientos fragmentados de gran complejidad y, por eso, no necesitan hacer ningún tipo de reflexión sobre ella como disciplina.

Otro parámetro que permite observar la importancia y relevancia de la matemática al interior de diferentes universidades nacionales e internacionales, es precisamente la gran cantidad de cursos de matemáticas que se ofrecen en primer semestre de programas como: ingenierías, tecnologías, administración, economía, licenciaturas en física y matemáticas, licenciaturas en preescolar, en pedagogía infantil, ciencias de la comunicación, finanzas, diseños, y artes. En estudios como el realizado por la universidad de Zulia (2005) muestran que el 50% de los estudiantes que llegan a la universidad fracasan académicamente y que el fenómeno de la repitencia ocurre usualmente en los cuatro primeros semestres. También afirman que el rendimiento académico, la deserción y la repitencia se agravan en mayor medida en aquellas carreras de nivel superior que requieren del pensamiento lógico abstracto. Otros estudios, muestran el bajo rendimiento académico y los altos niveles de repitencia en áreas asociadas a la matemática en programas de Ingeniería[4]

Puede verse que el aspecto asociado a la repitencia es para los maestros parte de su curso, ellos casi que tienen por antecedente que el porcentaje de perdida en el primer semestre de matemáticas es tan alto que “no deben sentir gran angustia por esta situación”.

¿Es tan difícil enseñar matemáticas?, la matemática ha sido a través de la historia un recurso polivalente, usado durante siglos para dar respuestas a miles de preguntas hechas en la humanidad[5] Lo que sucede entonces con este saber disciplinar es que lo enseñan ingenieros, licenciados en matemáticas, economistas y todos aquellos profesionales en cuya formación haya existido un alto énfasis en

4 WILLS;E 1997 Estudio cuantitativo de rendimiento y repitencia estudiantil.
5 GUZMÁN M. 1993 Documento matemática universitaria

matemáticas. La formación pedagógica y didáctica, incluso para los licenciados, ha sido un aspecto menos relevante. Por ejemplo, en el programa de licenciatura en matemáticas de la universidad de Nariño de 55 asignaturas en su plan de estudios sólo tienen 6 asignaturas asociadas directamente a lo pedagógico y a lo didáctico.

En otros programas de formación en matemáticas se ve una situación muy similar. La universidad de San José en Costa Rica tiene el programa de educación con énfasis en matemáticas y sólo tiene 3 asignaturas relacionadas con la formación docente. En la formación del licenciado en matemáticas de la universidad de Sevilla el plan de estudios tiene 66 asignaturas ninguna tiene nada que ver con pedagogía o didáctica. Aclarando que, la concepción de Licenciado en España es diferente a la de Colombia, se tiene en cuenta, que así ellos se gradúen para hacer matemáticas, también, terminan siendo en muchos casos "profesores que enseñan matemáticas" según la encuesta de la RSME y ANECA[6] el 38.3% de la totalidad de profesionales en matemáticas consiguen empleo estable en centros docentes, y en menores porcentajes en otras entidades como bancos(16.4%), administración pública (14.5%), telecomunicaciones (1.1%), informática (7,0 %) y otras como farmacéutica, consultorías, ciencia y tecnología, editoriales (que también está asociada a la docencia). Este estudio en una de sus conclusiones expresa: "*La Educación Matemática o Didáctica de la Matemática debería estar incluida en la formación de la Licenciatura o si no, en forma de Máster, ya que la docencia es la salida profesional de la mayoría (al menos simple) de los licenciados en matemáticas."*

Es entonces posible, considerar la existencia de una gran problemática asociada a la enseñanza de este saber disciplinar. Deseo, desde ésta investigación, acercar al lector a un conocimiento desde la ciencia misma, a este accionar fusionado entre conocimiento, saberes disciplinares, lenguaje, medios, hábitos, ambientes,

6 RSME Real Sociedad Matemática Española y ANECA Asociación nacional de evaluación de la calidad y la acreditación. Este estudio se encuentra como: salidas profesionales de los estudios de matemáticas. Análisis de la inserción laboral y ofertas de empleo. Julio 9 de 2007 Zaragosa

objetos y actitudes (conocer, saber, comunicar, resolver, y actuar), deseo que se pueda asomar a la ventana del laboratorio para contar desde allí las maravillas y grandezas que existen en este saber disciplinar y descubrir nuevas maneras de pensar el *acto de saber enseñar matemáticas*. Aspecto que se descubre desde la observación directa de tres profesores de matemáticas a quienes agradezco su colaboración por haber permitido ser filmados, entrevistados y acompañados en sus clases por varias horas.

Esta investigación sirve a todos aquellos que deseen pensar, como lo decía antes, *el acto de saber enseñar matemáticas* teniendo en cuenta elementos teóricos, desde lo didáctico, la textualización y lo epistemológico del conocimiento matemático asociado a aspectos como las limitaciones propias del saber y de la docencia, la problematización y las prácticas.

Reflexionar desde la investigación la cuestión de la enseñanza del saber matemático, llevará a profundizar distintos aspectos que posibilitan la ampliación del concepto de enseñanza de la matemática teniendo en cuenta que este conocimiento permitirá enlazar los diversos aspectos pedagógicos y didácticos asociados a dicho proceso.

CAPITULO 1

ENFOQUE TEÓRICO Y METODOLÓGICO

"La ciencia seria una cosa muy loca si la dejaran hacer, véanse si no las matemáticas, que no son una ciencia si no un prodigioso argot y además nomádico. Incluso en el dominio teórico, y especialmente en él, cualquier argumentación precaria y pragmática vale más que la reproducción de conceptos con sus cortes y sus progresos que nada cambian. Antes la imperceptible ruptura que el corte significante." [7]

Comprender el saber matemático requiere establecer una relación entre aquellos elementos que hacen de la enseñanza un valor requerido en todo proceso educativo teniendo en cuenta sus limitaciones, sus prácticas, su problematización y los contratos didácticos establecidos para dicho encuentro. Estos elementos implican, entonces, entender tres ejes alrededor de los cuales se dará el desenvolvimiento teórico de esta investigación; lo textual, lo didáctico y lo epistemológico.

A través de estos ejes se pretende penetrar en la relación entre el saber y la enseñanza de dicho saber disciplinar expresados en: las limitaciones asociadas a las prácticas, la problematización y el contrato didáctico como se mencionó anteriormente. Es importante, entonces, tener en cuenta la interacción teórica

7 DELEUZE Y GUATTARI 2005. En las raíces del saber científico. Rizoma Barcelona.

dada desde cinco aspectos fundamentales en el saber enseñado a) *Los saberes enseñados considerados en términos de "práctica" y de "limitación" b) Otras prácticas: práctica-objetivo y práctica-fuente c) los elementos de la problemática y de las hipótesis d) La cuestión del sentido del saber e) las relaciones entre devolución, problematización y didactización.* A continuación se hace referencia a cada uno de estos aspectos.

(a) Los saberes enseñados considerados en términos de "práctica" y de "limitación"

En la tentativa de identificación de la naturaleza específica de los saberes enseñados en la educación superior, es necesario elaborar la hipótesis de la existencia de *obligaciones* que intervienen en la actividad de enseñanza. Si se toman en cuenta las limitaciones, es porque no se puede comprender la naturaleza de los saberes enseñados sin referirse a las *prácticas* en las cuales se les encuentra (práctica de la enseñanza, práctica del estudiante, y otras.). Ahora bien, estas prácticas están estructuradas por un conjunto de limitaciones u obligaciones.

Estos conceptos de "limitación" y de "práctica" provienen de trabajos de diferentes autores que se han interesado en la cuestión del origen de los saberes en el campo científico[8]. Una de las ideas fundamentales de sus trabajos, es que no se pueden concebir los saberes científicos independientemente de la práctica de los investigadores, práctica que debe tener en cuenta una multiplicidad de limitaciones (materiales, financieras, institucionales, epistemológicas, técnicas, entre otras).

Se considera, de entrada, que dos prácticas se encuentran cuando se entra en una clase o salón universitario: la del profesor y la de los estudiantes. Ambas son *prácticas*, en el sentido que ellas son conjuntos de acciones, orientadas por ciertos fines determinados, y se definen por un conjunto de obligaciones o limitaciones

8 LATOUR Y STENGERS, 1996; LATOUR Y WOOLGAR, 1996; STENGERS, 1993, 1997

que le son propias, creando de esta forma una cierta comunidad entre sus miembros.

Antes de avanzar son necesarias unas palabras para precisar algunos aspectos de lo que se entiende por *práctica*. Imaginemos un profesor que descuida toda obligación o limitación asociada a la presentación progresiva de los saberes para los estudiantes; que no tendría en cuenta las limitaciones institucionales; y que se burlaría de las limitaciones científicas relacionadas con el saber que él intenta transmitir. Este profesor tendría probablemente dificultades para hacerse reconocer por los otros, como uno de sus pares.

Pero, cada práctica implica también los objetos que le son propios. Por ejemplo, un profesor de matemáticas construye alguna cosa particular relacionándose con la disciplina de las matemáticas en la óptica de enseñar a los estudiantes de tal edad, con estos u otros logros, en tales condiciones (número de estudiantes, local o espacio, número de horas por semana, etc.), todo esto actúa sobre el profesor y sobre el objeto enseñado como limitaciones asociadas a su práctica de enseñanza. Igualmente, un estudiante considera el saber, sus profesores y las limitaciones logísticas en una u otra perspectiva, que es la *del estudiante*, asociada a otros intereses, a otros objetivos, a otras limitaciones.

Parece entonces que la *limitación* no debe aparecer únicamente como “limitación” o como “obstáculo”, sino como lo que permite a una práctica diferenciarse de otra. ¿Por qué un médico no es un mecánico o un profesor o un comerciante? Porque cada uno responde, en su práctica, a otras limitaciones u obligaciones asociadas a otros objetos.

Entre las limitaciones u obligaciones propias a una práctica, hay lugar para distinguir entre las *exigencias* que esta práctica hace pesar sobre los objetos, y otras prácticas a las cuales se orienta, y las *obligaciones* que la práctica hace pesar sobre sus propias practicantes[9].

Se puede decir, por ejemplo, que un profesor está *obligado*, por su práctica, de presentar el saber de una manera que favorezca el acceso a los estudiantes. Esto hace parte de su núcleo de limitaciones. Todo profesor se ve entonces *obligado*, si desea continuar siendo profesor, a hacer jugar esta limitación didáctica en su práctica. De otra parte, la práctica de enseñanza somete el saber "científico" que le viene de *afuera* (de la práctica científica que lo produce), y tiene una *exigencia*: el profesor *exige* del saber que este pueda didactizarse, e igualmente que este saber se deje poner en una forma tal que el profesor pueda evaluar "objetivamente" si ha sido adquirido o no por el estudiante. Aquí también, un profesor que no hace existir esta exigencia propia a la práctica de enseñanza corre el riesgo de ser cuestionado por la comunidad de la cual pretende hacer parte.

Se puede decir igualmente, que el profesor *exige* de los estudiantes que estos ofrezcan cierto trabajo personal con el fin de que su enseñanza pueda dar los frutos previstos; pero también, como corolario, los estudiantes exigen de su profesor que el trabajo que les exige no supere ciertos límites de manera tal que ellos puedan hacerlo simultáneamente al trabajo exigido por los otros profesores. La práctica de los estudiantes va igualmente a exigir que la materia enseñada por el profesor les permita pasar con éxito la prueba de la evaluación.

Parece entonces que si las prácticas tienen limitaciones u obligaciones mutuas unas sobre otras, no se trata de una reciprocidad: cada una desarrolla las limitaciones que le son propias y que se dirigen tanto a los miembros que la constituyen como a los objetos a los cuales se dirige.

---

9 STENGERS, 1998: 73-90 El poder y la invención. En la tradición de la historia y teoría de las ciencias en lengua francesa, Isabelle Stengers, ha pensado, específicamente en el campo de las ciencias, la problemática del reconocimiento entre diferentes prácticas, así como la traducción de los enunciados en el paso de una práctica a otra. Ver: *Cosmopolitiques*, Tome I y VII, *Pour en finir avec la tolérance*. La découverte-Synthéalbo, Les Empêcheurs de penser en Rond, Paris, 1997.

El supuesto es entonces, que el análisis de los cursos universitarios en términos de prácticas y de limitaciones podría aclarar; que el *saber enseñado* revela una serie de limitaciones que tienen una incidencia sobre su forma misma, en un alcance y forma que no se han dilucidado satisfactoriamente.

(b) Otras prácticas: práctica-objetivo y práctica-fuente

La reflexión sobre la enseñanza universitaria, permite afirmar que al lado de la práctica del profesor y de la práctica de los estudiantes, otros horizontes prácticos entran en juego: los estudiantes *exigen* igualmente de la materia que en un primer momento, ella les permita el acceso a la continuación de sus estudios; y que en un segundo momento, ella responda a las exigencias del mundo del empleo y del trabajo y, más específicamente, al oficio o profesión al cual se dirige. Hay un efecto entonces, que se puede llamar una “práctica-objetivo”.

Un estudiante de ingeniería industrial, por ejemplo, tiene derecho a exigir legítimamente que su formación le permita convertirse en ingeniero teniendo un dominio de las herramientas que le son necesarias para tal efecto. Además, hay una presión social que exige de los *saberes enseñados* que tomen en cuenta los elementos del *saber sabio*, que son inevitables en el mundo social intelectual. Esta presión asociada a lo que “debe ser visto” en un currículo semejante al currículo “socialmente aceptable”, es un fenómeno que sobrepasa de lejos las exigencias de los estudiantes, difícil de localizar precisamente. Así, Chevallard, Arsac, Martinand, Tiberghien, Chevallard y Bordet , en su tentativa de comprenderlo y de abordarlo en detalle en el marco de sus investigaciones, han retomado un concepto que se había utilizado previamente, el de “noosfera”[10]

10 Se puede señalar, en la genealogía del concepto de noosfera, la referencia al concepto popperiano de “mundo tres”, desarrollado por Karl Popper 1979

La noosfera designa esa entidad relativamente indefinida de la sociedad, esfera intelectual, que manifiesta su inconformidad cuando el saber enseñado es juzgado obsoleto o *muy distante* con relación al saber científico.

Si se puede hablar de limitaciones asociadas a la *práctica-objetivo*, parece de manera evidente que lo que iría a determinar con más fuerza el saber enseñado serían las limitaciones asociadas a la *práctica-fuente*, esto es, la práctica de donde emerge el saber en cuestión. Esta práctica-fuente se busca y encuentra en los laboratorios científicos y en los centros de investigación, pero también en los múltiples lugares donde se teje la elaboración de diversos saberes: derecho, práctica de la medicina o la psicoterapia, o donde tiene lugar la creación artística y literaria, donde se inventa la gastronomía, etc. Porque todas estas prácticas hacen pesar o sentir sus exigencias sobre el saber que habrá de ser "transmitido". Si se escribe transmisión entre comillas, es porque se aprecia antes que una transmisión, verdaderamente una reconstrucción y una nueva forma del saber que se cuestiona en la enseñanza de una disciplina.

(c) Consideraciones sobre los elementos de la problemática y de las hipótesis

Si bien algunos de los elementos serán abordados teóricamente durante el análisis de la investigación, aquí se nombran determinados límites o contornos de la problemática, con base en las nociones de: transposición didáctica y didactización; contrato didáctico; devolución; y problematización. Estos elementos serán expuestos con base en la revisión de la literatura, en particular en lengua francesa, sobre el tema y tal como ellos influyeron en la elaboración de los objetivos, la problemática y los supuestos de esta investigación.

(d) La cuestión del sentido del saber

¿Cómo evaluar la importancia de un problema? ¿Cómo elaborar el sentido?[11], Deleuze ha profundizado sobre el asunto del sentido y determinó tres grandes

11 DELEUZE Gilles 1994. Lógica del sentido

dimensiones de la producción de sentido. Estas tres dimensiones se presentan (a veces simultáneamente) en el discurso, y es necesario distinguirlas porque el paso no anunciado de una a la otra puede ser perturbador en la buena comprensión de la intención del locutor, en este caso el profesor. Estas tres dimensiones, denominadas por Deleuze como manifestación, designación y significación se explicarán y se emplearán en el capitulo tres durante el proceso de análisis de esta investigación.

(e) Las relaciones entre devolución, problematización y didactización

A priori, se podrían concebir diferentes relaciones entre estas nociones que nos ofrece la didáctica, a saber:

(e_1) la noción de *problema* parece íntimamente asociada a la de *devolución*. La devolución es el lugar que el profesor deja a sus estudiantes en el saber: la manera como les permite volver a apropiarse el saber, de hacer ellos mismos esta apropiación, a la manera de un encadenamiento de preguntas y de conceptos que se definen los unos con relación a los otros, y que avanzan a la par con la reflexión del profesor. Responder a estas preguntas o planteárselas con el profesor, implica dejar el tiempo y la posibilidad a los estudiantes para hacerlo.

Si se acepta que la apropiación de conocimientos se lleva a cabo en el trabajo personal del estudiante, antes que en la "transmisión" efectuada por el profesor, es necesario que este último cree un "espacio didáctico" (quizás se debería decir "adidáctico") para que el saber en cuestión se convierta en "el problema" del estudiante. Pero, ¿cómo dar sentido a los saberes que no responden a verdaderos desafíos para el estudiante?. Este es uno de los grandes desafíos de la pedagogía y la didáctica, que, entre otros aspectos, esta investigación pretende observar y destacar en el marco de los cursos de matemáticas en la Universidad Tecnológica de Pereira.

(e_2) Dos nociones (devolución, problematización), entran también en una relación compleja con la dimensión de *didactización* de los saberes enseñados. Las definiciones de qué es la didactización son múltiples, lo que hace el trabajo más complejo. No obstante, si esta última, es entendida como la presentación del saber organizado de tal manera que sea abordado de manera progresiva, de lo más fácil a lo más complejo, con una introducción progresiva de las nociones propias a la disciplina, entonces la didactización parece difícilmente compatible con la problematización, que necesita una cierta inmersión en el saber. ¿Las dos nociones son compatibles en momentos de enseñanza distintos? O bien, el asunto es todavía más complejo: ¿la problematización no es, a veces, la sola didactización posible, la única entrada posible en la materia del saber?

Cualquiera que sea la pregunta, habría que ser prudente a la hora de prescribir y/o describir. No se trata aquí ni de prescribir o prohibir tal o cual aspecto de la forma como se inscribe el saber en la universidad; más bien, se pretende comprender como todos estos aspectos juntos en una enseñanza universitaria, dan forma a una “asignatura”.

En este sentido, conviene agregar tres precisiones sobre el alcance de esta investigación: *primera*, el estudio de la influencia de estas variadas formas del saber sobre la manera cómo se vuelve a apropiar el saber y el logro por parte de los estudiantes, supera el marco de esta investigación; *segunda*, no es competencia de esta, intentar clasificar o determinar las buenas y/o malas formas de saber, el buen o mal agenciamiento o manejo de las limitaciones, ni tampoco, denunciar las unas o las otras; *tercera,* el camino recorrido por este estudio de investigación enfoca el rumbo hacia las relaciones de la enseñanza del saber matemático. No está dentro de sus objetivos profundizar en aspectos relacionados con el aprendizaje.

Pero, la comprensión de cómo se *forma* un saber –el cual puede por supuesto ser percibido por los estudiantes como una entidad coherente-- podría ciertamente contribuir a poner en evidencia los problemas que el *saber en sí mismo*, *en tanto saber que es enseñado*, plantea o genera en la nebulosa del "fracaso académico universitario".

Ahora bien, para continuar comprendiendo los elementos teóricos que fundamentan la investigación se hace necesario una explicación conceptual de los ejes epistemológico, textual y didáctico.

La apropiación de conocimientos ligados a nociones epistemológicas del saber matemático permite abordar la relación existente entre lo epistemológico del saber y su enseñanza; para Chevalard (1991) el saber es un propiciador de lo epistemológico, así: "cuando se le asigna al saber sabio su justo lugar en el proceso de transposición y, sin que el análisis de la transposición didáctica sustituya indebidamente al análisis epistemológico *stricto sensu*, se hace evidente que es precisamente el concepto de transposición didáctica lo que permite la articulación del análisis epistemológico con el análisis didáctico, y se convierte entonces en guía del buen uso de la epistemología para la didáctica.[12]

En ésta investigación, el punto de vista epistemológico se entiende como el fundamento del conocimiento asociado a la génesis del saber matemático, es mirar de dónde provienen los saberes enseñados por los profesores, cuál es el origen de esos saberes matemáticos, es mirar, hasta qué punto el profesor en su clase hace relación con la génesis del saber para que éste pueda ser enseñado, relacionando, cada uno de los elementos de cada saber, se pone en juego los contenidos estudiados y los sistemas que los conforman. En ésta génesis se encuentran implicadas unas legitimidades de orden cultural.

Entender el saber enseñado en matemáticas desde el punto de vista textual, es reconocer que el saber necesita de ser explicitado, de ser producido como texto, mirar este saber presentado como un texto, entendiendo por éste tanto el escrito

12 CHEVALLARD, 1991,p.23.

tal como se encuentra en los diversos programas propuestos por el profesor como en el discurso de este, el cual es con frecuencia, el más estructurado como un texto. La textualización lleva a cabo, en segundo lugar, la disociación entre el pensamiento, en tanto que expresado como subjetividad, y sus producciones discursivas: el sujeto está expulsado fuera de sus producciones; el saber está entonces sometido a una transformación en el sentido de despersonalización[13].

La textualización pone en juego lo expresado por el profesor, lo oral, lo escrito en el tablero, la forma de problematizar un saber para llegar a ser enseñado en palabras de Deleuze con base en su manifestación, la forma de designarlo y de asignarlo.

Desde el punto de vista de la didactización, entender este saber es ingresar en las formas de hacer en el aula, en la reflexión sobre el saber qué se va a enseñar, en la búsqueda de la transformación del conocimiento para ser transmitido, la didactización es saber qué se va a hacer con el saber sabio para que usando herramientas didácticas indicadas se logre transformar dicho saber a un saber para ser enseñado. La didactización es la elaboración realizada a partir de un proceso didáctico en el aula de clase, la visualización de la transposición didáctica a través de las situaciones didácticas ocurridas en el quehacer diario del profesor.

La didactización se relaciona con la formación del profesor, con las posibilidades de hacer transferibles sus saberes para transformar ese conocimiento y hacerlo enseñable. El profesor está en medio de cuestionamientos, ¿Qué debe enseñar?, ¿Para qué lo enseña?, ¿Cómo lo debe enseñar?, ¿Hay otras maneras de abordar ese saber matemático?, ¿Qué debe saber para hacer mejor el proceso de enseñanza?, ¿Se posee el saber para realizar su transposición? Sin embargo, la didactización no se reduce a buscar las mejores formas de enseñar un determinado tipo de conocimiento, la didactización, busca ir más allá, abarcando la

13 CHEVALLARD, 1991, p.71.

transmisión de los conocimientos, se interesa por la ciencia que implica el proceso de enseñanza desde el saber.

Se ha visto a lo largo de este enfoque teórico que la investigación se mueve en diversos campos[14]: La teoría de la transposición didáctica de Chevalard,[15] la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau,[16] la teoría del conocimiento de Bruno Latour[17] y la lógica del sentido de Deleuxe[18], construyendo con ellos esquemas que permiten abrirse a las relaciones del saber de Blanchard laville(1996), apoyándose para encontrar elementos de relación contextual en documentos de Eco(1981), Duval(1999), D'amore(2006), la visión de investigaciones hechas por Godino, y perspectivas de etnometodología que apoyan la investigación desde Garfinkel(2006), y Coulon(1995).

Con este marco teórico es posible moverse para profundizar en la cuestión de la didáctica de la matemática universitaria. Estas teorías, se centran en aspectos asociados a la enseñanza, en especial de la matemática, y permiten desarrollar todo un bagaje de conocimientos empalmados desde la construcción y el análisis interpretativo de la enseñanza de las matemáticas universitarias. Este empalme

---

14 Estos enfoques teóricos serán profundizados simultáneamente en la realización del análisis de esta investigación que se encuentra en cada capítulo.

15 La teoría de la transposición didáctica se asume como, un conjunto de relaciones establecidas entre el saber sabio, y su paso al saber enseñado. En este paso se considera la distancia que los separa y la transformación de un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza.

16 La teoría de las situaciones didácticas implica las interacciones explícita o implícitamente establecidas desde medios didácticos en los cuales se encuentra: el alumno, el medio, y el profesor, en esta interacción el objeto de conocimiento es considerado necesario para crear alrededor de éste una situación, un medio que lleve a un proceso de enseñanza y aprendizaje. Esto ocurre a partir de 4 situaciones denominadas: acción, formulación, validación, e institucionalización. En la *acción*, el alumno interactúa con el objeto de conocimiento ofrecido por el profesor, el alumno establece contacto con la situación propuesta por el profesor, formula, prevé, organiza estrategias. En la *formulación* existe una comunicación con el objeto de conocimiento, se intercambian mensajes, pone en juego su saber con el de otras personas. En la *validación* se tienen en cuenta las dos situaciones anteriores, el alumno pone en consideración sus elaboraciones, buscando vincular el conocimiento de forma segura, somete a juicio del interlocutor sus ideas, se discute. En la *institucionalización* el profesor da claridad a la construcción ocurrida en las situaciones propuestas anteriormente, el alumno atiende a las consideraciones hechas por el profesor y a las que ha venido elaborando para concluir, y estar más seguro de su saber.

17 El conocimiento, está vinculado con las interacciones que se establecen a partir de la observación científica del entorno que rodea al objeto de conocimiento en sí mismo. Los hechos científicos son construidos a partir de un proceso social e histórico. Ver modelo de la rosácea.

18 La lógica del sentido ubica el estado de las cosas, el objeto designado, asignado y manifestado con el lenguaje, con lo que se dice de las cosas.

sé irá viendo teóricamente a partir del segundo capítulo donde inicia el proceso de análisis de esta investigación.

1.1 PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

> “El trabajo de campo en la enseñanza, a través de su inherente carácter reflexivo, ayuda a los investigadores y a los docentes a hacer que lo familiar se vuelva extraño e interesante nuevamente.
> Lo común se vuelve problemático.
> Lo que está sucediendo puede hacerse visible
> y se puede documentar sistemáticamente”
>
> (Wittrock, 1989).

La matemática es una de las ciencias considerada como un bien cultural en toda la civilización. Como ciencia, se encuentra en todos los aspectos de desarrollo del ser humano influyendo permanentemente en los avances de carácter científico, tecnológico, social, político, cultural, y económico. Como disciplina es imprescindible en todos los ámbitos de formación. La matemática es considerada una asignatura irremplazable en los currículos educativos del mundo. Profesores y estudiantes se esmeran día a día por hacer de ella un medio de acceso a mejores conocimientos. Unos los profesores, se preocupan por enseñarla, y los otros, los estudiantes, se dedican a aprenderla, presentándose en ocasiones, situaciones de “fracaso académico”, lo cual ha originado en los últimos años un incremento en investigaciones dedicadas a su enseñanza y a su aprendizaje.

Uno de los principales participantes en la enseñanza del saber matemático en la universidad es el profesor. Él con sus saberes, con sus conocimientos, con sus costumbres culturales, políticas, sociales, con sus creencias, asume posiciones llevando a clase todo aquel saber que él considera necesario para ser enseñado.

Preocuparse por la enseñanza de la actividad matemática, disciplina que está caracterizada por un desarrollo de saberes específicos es un espacio relevante a nivel de investigación. La actividad matemática se organiza a partir de situaciones problemas que generan la interpretación de conocimientos matemáticos, relacionándolos en ocasiones, con las nociones matemáticas.

Dichas nociones matemáticas en palabras de Chevalard son construidas o definidas en los contextos de enseñanza. En el caso de esta investigación el contexto de enseñanza es el objeto de estudio centrado en la enseñanza del saber matemático dado al interior del aula de clase, en un ambiente de formación profesional universitaria.

Teniendo en cuenta lo anterior se analiza aquí la noción de enseñar, pues tal como lo expresa Chevalard[19] paradójicamente la forma clásica de entender la didáctica no incluye entre sus objetos de estudio las nociones de enseñar matemáticas hoy en día. Como lo expresa el mismo autor, *la noción de enseñar matemáticas pasa a ser un objeto de estudio en sí mismo*, así, la didáctica de las matemáticas se vio forzada a cuestionar la transparencia del conocimiento matemático.

Ahora, es necesario tener claro que la naturaleza del saber matemático está conjugada con la cultura, el hecho de saber está ligado al instrumento de conocimiento que se desee ejecutar, así dicho conocimiento queda vinculado al instrumento de mediación que el individuo esté usando. De una u otra manera el saber matemático está en la enseñanza que realizan los docentes cada día en sus salones de clase, este saber entonces emerge como un sistema gravitacional (*se hace relación a la atracción que posee el profesor para hacer transferible un saber, para transformarlo en un conjunto de ideas organizadas que funcionen en forma colaborativa para ser enseñadas*) que tiene las herramientas didácticas[20] con las cuales los docentes lograrán finalmente realizar su transposición didáctica.

---

19 CHEVALARD 1991.La transposición didáctica, del saber sabio al saber enseñado. La pensé sauvage
20 Se concibe herramientas didácticas, como todos aquellos elementos que se hacen parte de la complejidad del proceso de enseñanza.

Dicha transposición lleva a hacer la inmersión en los saberes implicados en la enseñanza de la matemática. Al respecto conviene tener en cuenta tres aspectos fundamentales en la educación matemática uno, la naturaleza propia de la enseñanza del saber, dos la influencia de las actitudes de los jóvenes universitarios para aprender matemáticas y, tres la naturaleza propia del saber matemático. Entonces, esta investigación hizo su énfasis en la enseñanza del saber matemático en la universidad.

El saber matemático se entiende como un conjunto de habilidades desarrolladas desde la identificación y reconocimiento de los razonamientos y los argumentos originados en los conceptos. Estos conceptos son obtenidos desde un conocimiento, que, usando un lenguaje matemático da estructura a la transformación que sufre el contenido disciplinar a partir de las relaciones de orden epistemológico, didáctico y textual influenciados por lo social, lo político, lo cultural, e histórico de su enseñanza.

Este saber hace relación a los argumentos y razonamientos hechos desde el conocimiento matemático. A nivel universitario se podría decir que el saber matemático es necesario en la formación de todo tipo de profesional. Mundialmente la enseñanza universitaria era y sigue siendo motivo de grandes encuentros como el de la declaración de Bolonia[21]. En dicho encuentro se vio que una de las dificultades para lograr los objetivos al 2015 era precisamente la existencia de una alta tasa de fracaso académico. (Un alto porcentaje de este fracaso está asociado a las asignaturas de matemáticas) Ahora bien, si esa es una de las preocupaciones de la declaración de Bolonia, en donde la educación superior Europea es motivo de análisis, en Latinoamérica otra preocupación es la deserción sumada a este fracaso.

Un estudio de la Universidad del Valle demostró que desde el 2001 alrededor del 60% de los estudiantes que matriculan el curso de matemáticas I, lo pierde o lo

---

21 Si se desea conocer sobre esta, consulte The Bolonia Declaration of 19 June 1999**.** Joint declaration of the European Ministers of Education.

cancela. Durante el segundo semestre del 2004 de 1374 estudiantes, perdieron 553 estudiantes y cancelaron 314 o sea el 63 % fracaso en la asignatura de matemáticas I [22]

De este fracaso académico universitario se responsabilizan pocos, los estudiantes asumen generalmente una posición de bajo perfil donde ser víctima refleja su papel para ser defendido. El docente asume una posición clara, firme, dudosa, culpable, confusa, pero definitivamente es la posición más puntual que existe ante un saber que fue enseñado pero que no fue aprendido. Este saber puede ser el que se expresa cuando la enseñanza universitaria de la matemática está asociada al llamado fracaso y a la deserción académica universitaria que ha sido objeto de muchos artículos de investigación como los de Blankley, Nongxa, Gerardi[23]. El fracaso es visto como aquel espacio donde el estudiante no responde a los objetivos propuestos por el docente en un programa especifico dentro de una asignatura. El fracaso académico universitario es convertido en rito y en un abrumador espacio de responsabilidades ajenas y ocultas.

Bernard Charlot[24] lo subraya, esta noción es una nebulosa conceptual que cubre una multiplicidad de realidades que no pueden reducirse una a otra. La expresión "fracaso académico" es de cierta manera poner en palabras la experiencia, el vivir y la práctica y por ello una cierta manera de delimitar, interpretar y categorizar el mundo social. Entre más amplia sea la noción de fracaso y construida de esta forma, es más polisémica y ambigua. Llama la atención como el fracaso afecta a la mayoría de estudiantes universitarios. Romainville[25] expresa al respecto: "quejarse y lamentarse del fracaso en la educación superior constituye paradójicamente un proceso considerable…" y continúa diciendo: "Acercar a la universidad sus fracasos, es en primer lugar estimar que estos son molestos… El crecimiento de la demanda social por la educación conlleva una diversificación de

22 ROBLEDO J.2003 Formación matemática en un primer curso de matemáticas. Universidad del Valle.
23 GERARDI,BLANKLEY,NONGXA 1990,1994,1996
24 CHARLOT B.1997:11-12 La relación con el saber.
25 ROMAIVILLE 2002 La réussite á l'université,éclairages pédagogiques. <<promouvoir la réussite á l'université>>

los públicos, en particular el desarrollo de los estudiantes asalariados. El fracaso se ha convertido socialmente en una situación más intolerable porque él toca la mayor parte de la población que espera enseñanza superior. Más prosaicamente, el fracaso cuesta caro. La crisis de las finanzas públicas ha incitado a considerar los fracasos como un real desperdicio financiero."

Para enfrentar el problema del fracaso académico universitario, se han implementado en las universidades una serie de dispositivos pedagógicos de acompañamiento a los estudiantes, susceptibles de reducir el fracaso en la educación superior. Algunos de ellos han sido fruto de una actividad científica que busca poner en evidencia un aspecto pertinente de este problema, con el fin de permitir pensar en soluciones posibles[26]. La enseñanza de la matemática no ha estado al margen de la puesta en marcha de las posibles soluciones planteadas: cursos de habilidades matemáticas, cursos vacacionales de matemáticas, cursos de remediación con participación de estudiantes tutores, cursos intersemestrales con menores niveles de exigencia, procedimientos complementarios a través de tareas y talleres, entre otras.

La universidad como institución ha intentado entonces darle al estudiante una serie de herramientas necesarias para abordar las materias universitarias, herramientas que están desigualmente repartidas entre los estudiantes, según su situación familiar, su pasado, su medio social, etc. Al conversar con algunos estudiantes después de sus clases ellos comentan: "los profesores deben explicar más claramente", esto, lleva a interpretar la situación de transposición del saber sabio al saber enseñado; también expresan: "el profesor sabe mucho pero no sabe explicar". Estas afirmaciones por parte de los estudiantes exponen la necesidad de analizar el saber matemático enseñado en la universidad.

26 Para un panorama de los estudios sobre el tema en lengua española se puede consultar el volumen coordinado por los profesores Carlos Monereo y Juan Ignacio Pozo (2003) *La Universidad ante la nueva cultura educativa. Enseñar y aprender para la autonomía*. Barcelona: Universitat Autónoma de Barcelona-Editorial Síntesis.

Cuando ingresan a la universidad se ponen en consideración las competencias que han adquirido previamente, sin embargo, se les dificulta, tal como lo expresa el profesor Carlos Abel Álvarez, decano de matemáticas de la escuela colombiana de Ingeniería “En el ámbito universitario las competencias matemáticas apuntan al desarrollo de procesos de pensamiento como el análisis, la síntesis y la abstracción, y los estudiantes están en niveles bajos en relación con estos procesos. A esto se suma que sus hábitos de estudio no les permiten afrontar el trabajo independiente propio de este nivel de educación”[27].

Ahora bien, el fracaso está unido a varios factores dentro de esa enseñanza de la matemática en la universidad, uno de estos es precisamente esa relación que adquiere el saber de la disciplina con la transformación que hace el docente de cada contenido, con su transmisión, con su recepción y con el proceso particular ocurrido en todo espacio de enseñanza y de aprendizaje.

27 ALVAREZ 2009 Entrevista: EL espectador “Necesitamos profesores más preparados”. 21 de Octubre

El siguiente esquema muestra la relación del fracaso académico en matemáticas con la naturaleza de la enseñanza del saber matemático en la universidad.

Esquema 1 Relación fracaso, enseñanza

Complementario al esquema anterior, en la enseñanza universitaria de los saberes, entre ellos la matemática, y desde la perspectiva de los profesores y de las instituciones, los estudios muestran las dificultades asociadas a la confrontación con un público heterogéneo y numeroso, a las relaciones pedagógicas, a la falta de recursos materiales y humanos, a los ritmos impuestos, a las metodologías pedagógicas, y otras[28].

Existen varios factores que influyen en este fracaso, esta investigación parte de algunos en particular asociados directamente con la enseñanza de estos saberes

28 Sin duda al respecto el estudio etnometodológico del sociólogo de la educación francés Alain Coulon es una referencia obligada: *Le métier d´étudiant. L´entrée dans la vie universitaire*. Paris: Antrophos. 2005. Un fragmento muy corto por cierto de este estudio se incluye en el volumen en español: Coulon, Alain. Etnometodología y educación. Buenos Aires: Paidos. (Capítulo 4. Los trabajos de inspiración etnometodológica en educación-El oficio del estudiante. Pp.158-163).

teniendo en cuenta: uno, el saber enseñado que transmite el docente, dos, ese mismo saber que ya ha sido transformado por el docente para hacerlo llegar a sus estudiantes, y tres la recepción hecha por los estudiantes.

Ahora bien, este proyecto parte del supuesto que para conocer la naturaleza de la enseñanza del saber matemático en la universidad, es necesario estudiar su relación con los saberes, esto es *los saberes enseñados* en la universidad, entendiendo por el término "saber", el conjunto de conocimientos teóricos, pero también, de los conocimientos prácticos, actitudinales, entre otros, en este caso, los de las matemáticas. Y sus razonamientos. Sin embargo, los diferentes saberes encontrados en la enseñanza superior son particularmente complejos desde diversas miradas[29].

Aquí se plantea entonces el supuesto que, paralelamente a las dificultades específicamente inherentes al estudiante, así como aquellas asociadas a los profesores y a la institución, *una parte de dificultad puede nacer de la naturaleza misma de los saberes enseñados y otra del trabajo desde el conocimiento intuitivo realizado desde los objetos matemáticos.*

La originalidad teórica de este proyecto de investigación, estaría entonces en el énfasis de lo que sucede con la enseñanza del saber matemático, así como sobre su "transmisión" antes que sobre las dificultades propias del estudiante y sus relaciones con el aprendizaje.

Constituye, este estudio, un preámbulo inevitable del análisis de la relación eventual entre la naturaleza del *saber enseñado* y los desempeños del estudiante, el cual no podrá ser abordado como tal en el marco de esta investigación por razones de tiempo y de medios. En efecto, tal análisis exige que se tenga en

29 Esta complejidad se evidencia, en el caso colombiano, con los diferentes textos oficiales que intentan precisamente, organizarla de manera racional en los diferentes ciclos de la enseñanza superior. Cfr., por ejemplo, la Ley 30 de diciembre 28 de 1992, relativa a la estructura general de la enseñanza superior o universitaria así como los diversos decretos que distinguen la enseñanza profesional universitaria de la enseñanza técnica y tecnológica en la educación superior.

cuenta el tiempo de estudiar previamente las formas que asume el saber enseñado en el contexto de la matemática. La enseñanza del saber matemático constituirá entonces la materia de la investigación.

En el marco de este proyecto, se crearon unos indicadores que permitieron hacer un análisis de la forma de los saberes, tal como se les encuentra en las clases, en los salones universitarios, es decir, tal como el saber matemático es efectivamente enseñado en la universidad.

Estos indicadores fueron investigados en los diferentes cursos observados y, obviamente, en el marco del tipo de enseñanza superior o universitaria[30].

Esta investigación, estará entonces circunscrita, en una serie de “casos” [31] que se podrán observar concretamente, incluso, ella tenderá a buscar las pistas y aportes que podrían eventualmente generalizarse hacia una comprensión más vasta de lo que es un *saber matemático tal como él es enseñado en la educación superior.*

El saber matemático, se puede analizar desde dos perspectivas, una, la estructura de la formación matemática donde se visualizan la diversidad de conocimientos adquiridos desde este saber matemático; y la otra, desde donde se conciben las competencias específicas del profesor cuando en palabras de Chevallard, acontece una transformación desde ese saber específico hasta un saber que va a ser enseñado.

Estos saberes matemáticos se desarrollan a través de conjuntos disciplinares tales como el algebra, la geometría, el cálculo (diferencial, integral), la trigonometría y la estadística. La revisión en forma particular de estos saberes abarca una gran complejidad en los procesos de conocimientos realizados por los diferentes

30 Tanto los cursos como los indicadores se pueden leer más adelante en este mismo capítulo, en el aparte de metodología: “Muestra de cursos a estudiar” e “indicadores para las observaciones”.
31 La serie de “casos” corresponderían a las matemáticas enseñadas en el primer semestre de tres programas académicos en la Universidad Tecnológica de Pereira: licenciatura en pedagogía infantil, Ingeniería y licenciatura en matemáticas y física.

profesores que asumen esta asignatura a partir de ejercicios, definiciones y trabajo con fórmulas desde la resolución de situaciones problema que producen el conocimiento matemático propio de su profesión.

De hecho, frente a la formación didáctica de todos estos conocimientos existe preocupación por el manejo precisamente de esos saberes adquiridos en las diferentes profesiones[32]. Las evidencias empíricas muestran que existe una realidad apremiante ante los saberes matemáticos adquiridos en la formación profesional donde la constante está enmarcada en explicar teoremas y demostraciones que son complicadas.

Schulman, considera que cada área del conocimiento posee una especificidad propia y ve relevante la necesidad de que sea el docente quien estudie el conocimiento que él va a enseñar teniendo en cuenta su disciplina.[33] La abstracción que tienen los contenidos en el dominio de éstos dentro de las matemáticas, hace que se hable de niveles de enseñanza. Los profesores hacen una diferenciación entre el saber que van a enseñar a futuros profesionales y el saber que van a enseñar en grados básicos de educación.

Llama la atención que en una consulta realizada por Do Santos los profesores del programa de licenciatura en matemáticas en Brasil, expresan que les gustaría que hubiese habido mayor detenimiento en contenidos de enseñanza fundamental y media pues poseen dudas en ellos. Hay una idea que parte de la formación de profesores de matemáticas, en cuanto más matemáticas se enseñan mejor se forma el profesor.[34]

32 RICO y SIERRA 1994 educación matemática e investigación.
33 SHULMAN 1986 Those who understood: knowledge grow teaching Educational Research V15 n2.
34 DO SANTOS 2003

Estos contenidos de la enseñanza universitaria de la matemática tienen un grado de complejidad como se ilustra en la relación de temáticas que se enseñan en los cursos seleccionados para analizar.[35]

En este contexto, la matemática aparece como una disciplina que presenta muchas dificultades para los estudiantes por tener contenidos que son difícilmente ejemplificados en términos de utilidad, porque “una matemática está constituida de saberes que toman sentido dentro de un universo de saber como objetos intelectuales que raramente tienen sentido como saberes útiles”[36]

El panorama de la enseñanza de la matemática, según Zambrano se presenta como “Una forma mitológica que aparece en la escuela y que comienza, precisamente, con el Saber Matemático: el Saber Matemático es para “inteligentes”, no es para todo el mundo.”[37] Esta mitificación de un saber causa transformaciones en su transmisión donde el profesor es un utilizador de un saber exógeno y en alguna medida ingresar a la construcción de un saber de conocimiento, es un campo que solo él conoce como su herramienta de poder ante el avance de ese conocimiento, asociarlo a desarrollos intelectuales y así cambiar o reafirmar posiciones socioculturales para acceder al saber matemático. En la conferencia the dynamics of knowledge production: intervetion and transformation processes estudio expuesto en la tercera conferencia de investigación sociocultural realizada en Sao Paulo Brasil en Julio del año 2000 se dice” Maths was only for a few gifted ones (…)"[38]

A continuación se relacionan los supuestos que subyacen en esta investigación formulados de la siguiente manera:

---

35 Estos cursos son: números enteros, números racionales, irracionales, reales, complejos, polinomios operaciones algebraicas, ecuaciones, desigualdades e inecuaciones, sistemas lineales, análisis combinatorio, cálculo diferencial, secuencias, progresiones aritméticas.
36 CHARLOT 1997: 19
37 ZAMBRANO 1996 Del mito del número a la provocación del saber. Seminario venezolano de educación matemática. II foro internacional 2005-2006
38 OLIVEIRA I. 2000 III conferencia for sociocultural research.

(a) Los procesos de didactización en la textualización del saber matemático enseñado en las aulas de clase universitarias están limitados en un sentido epistemológico que todavía no ha sido esclarecido.

(b) La enseñanza del saber matemático en la universidad posee una serie de limitaciones[39] que inciden en la forma como éste es mostrado a los estudiantes y por lo tanto afecta su aprendizaje.

(c) Las dificultades[40] que posee el saber enseñado tienen su origen en la naturaleza del saber científico matemático.

1.2. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Si las exigencias que los profesores de matemáticas desarrollan frente a los estudiantes no alcanzan a coincidir con lo que estos se sienten *obligados* a responder a través de su práctica; si el saber presentado por el profesor no consigue responder a las exigencias de una evaluación "objetiva"; ¿qué es lo que está involucrado en la enseñanza de los saberes matemáticos al establecer relaciones que puedan describir y comprender las situaciones de enseñanza de la matemática en la universidad con base en *la problematización, la transposición didáctica, el contrato didáctico, la didactización*, *y las situaciones didácticas;* las cuales, permiten identificar las limitaciones y exigencias determinantes del saber tal como es él enseñado en tres programas, ingeniería industrial, licenciatura en pedagogía infantil y licenciatura en Matemáticas de la Universidad Tecnológica de Pereira?

---

39 En términos generales, se puede afirmar que por "*limitación*" se debe entender en los estudios de la ciencia, los espacios restrictivos que puede tener el conocimiento a partir de aspectos como lo material, lo institucional, lo financiero, dados en ocasiones, por las relaciones interinstitucionales o entre los profesores o entre los profesores y los funcionarios. Pero también, dada desde los espacios que delimitan el saber sabio de una profesión a otra, que hace que cada uno responda a su práctica.

40 Por "*dificultad*" se debe entender, aquella representación de aspectos asociados al complejo proceso que implica la enseñanza del saber. Estas dificultades están asociadas a los usos y las aplicaciones del saber matemático.

Se puede también, entonces, plantear las preguntas de investigación en los siguientes términos:

- ¿Qué es la enseñanza de la matemática considerando como perspectivas que ayudan a interpretar tan complejo proceso en un contexto universitario; la textualización, la didactización y lo epistemológico a partir de elementos fundamentales de la enseñanza como son la problematización, la transposición didáctica y las situaciones didácticas?

- ¿Cuáles son las implicaciones dadas en la enseñanza de los saberes matemáticos considerando la transposición didáctica y las situaciones didácticas ocurridas desde las perspectivas epistemológica, didáctica y textual de dichos saberes en tres programas de la universidad tecnológica de Pereira?

1.3 OBJETIVOS

Objetivo General

Estudiar la estructura de la enseñanza del saber matemático desde tres perspectivas epistemológica, didáctica y textual con base en la transposición didáctica, las situaciones didácticas y la problematización ocurridas en las clases de matemáticas de primer semestre en tres programas de la universidad tecnológica de Pereira. (Licenciatura en matemáticas y física, licenciatura en pedagogía infantil y básicos de ingeniería).

Objetivos específicos

1. Comprender desde un punto de vista "*epistemológico*" las modalidades de presentación de la validez del saber enseñado en la matemática.

2. Analizar la relación entre el saber matemático que se presenta como *texto y textualidad* y su saber enseñado.
3. Indagar desde un punto de vista "*didáctico*" como el saber de la matemática en la universidad está marcado por limitaciones y situaciones inherentes a la práctica del profesor y de los estudiantes universitarios.

1.4 METODOLOGÍA

> Observar las aulas, mientras en ella trabajan profesores y alumnos
> permite comprobar que constituyen un contexto sumamente
> complejo donde suceden muchos acontecimientos
> al mismo tiempo, a veces imprevisibles, y a un ritmo tal,
> que el profesorado se enfrenta a ellos casi sin reflexionar
> (Güemes, 1994: 90).

La tesis, como resultado de un proceso de investigación requiere de diversas interacciones que ocurren entre un conocimiento tácito (aquel que posee el profesor) con un conocimiento explicito (la forma cómo él lo transmite para ser enseñado) al interior de una clase de matemáticas, es ver la manera en que los profesores crean y construyen el orden de su enseñanza, las formas de vivir una clase, un conocimiento elaborado, darle sentido a un contexto, ver lo indexicable del contenido a través de la textualización de los profesores, ver la relación de la enseñanza del saber con lo hecho por el profesor en las prácticas, determinar los fines con los que organizan sus saberes, su actividad en el aula de clase, todos estos aspectos requieren de una metodología abierta y emergente que permita un análisis cualitativo de la cuestión.

Necesidad de una metodología abierta y emergente

Una metodología abierta y emergente es necesaria para lograr relacionar el enfoque teórico que se ha elaborado como referencia. Este enfoque resulta de diversas corrientes recientes de análisis de los saberes y el objeto mismo del estudio que se pretende emprender, el cual ha sido poco estudiado, o ha sido estudiado de manera parcial. Esta circunstancia excluye la posibilidad de explotar las herramientas de observación estandarizadas. No se opta desde un comienzo por las entrevistas cuantitativas o cualitativas como método único. En efecto, si nos interesamos por la enseñanza de los saberes y por sus prácticas, no se puede interrogarlas como se interrogaría a profesores y estudiantes. Igualmente, parecería poco económico, esto es irrealista, poner a punto las herramientas de observación directa sistemáticas como los son las “rejillas” con categorías rígidamente definidas como comportamientos observables. Las recomendaciones metodológicas establecidas de antemano, redujeron considerablemente la perspectiva exploratoria de la investigación. Porque no es posible fiarse completamente de los métodos preexistentes, el problema de la escogencia o elección metodológica se plantea de una manera aguda para este estudio. ¿Qué se va a hacer cuando se vaya a observar en los cursos o en los salones de clase? o ¿Qué se va a hacer cuándo se realicen intercambios con los estudiantes? Para responder a estas preguntas, se considera que se recogerán informaciones y datos, sin duda alguna. Pero, ¿cómo todas estas informaciones pueden articularse? Al tomar la decisión de no centrar el enfoque metodológico de este estudio sobre una metodología de entrevistas o cuestionarios, se ha buscado otro conjunto de instrumentos, entre estos, los *indicadores* de observación, como se muestra más adelante. De cierta manera, con esta propuesta metodológica se multiplican los instrumentos de análisis, porque se ha constituido una especie de caja de herramientas.

Así, se ve que esta propuesta metodológica desde la práctica de observación tiene ciertas *similitudes* con la *etnometodología*, al menos se puede justificar por razones similares. Esto no significa que se haya adoptado totalmente esta orientación, que en ciencias sociales tiene este nombre. Ahora bien, un rápido rodeo por esta corriente permitirá entender mejor la perspectiva metodológica de este proyecto de investigación.

La etnometodología no es una nueva metodología de la etnografía, pero según Alain Coulon y Harold Garfinkel, su fundador, esta es la ciencia (*logos*) de los etnométodos, es decir, los procedimientos de lo que Garfinkel llama "el razonamiento sociológico práctico".[41] La etnometodología no es entonces una metodología más de las ciencias sociales y humanas, sino una *actitud* del investigador hacia cualquier metodología de estas ciencias; se trata de tomar en serio un famoso aforismo de la etnometodología, que dice: "todos somos sociólogos prácticos". Según sus partidarios, es a partir del contenido de este aforismo que se puede elaborar una teoría. Si se olvida que el primer terreno sociológico, es nuestra propia vivencia, es decir, el conjunto de nuestros gestos y palabras diarias, entonces la teoría que se podrá presentar será forzosamente desencarnada. El etnometodólogo se esmera por entender las formas en que las personas, en este caso los profesores, viven el mundo de la enseñanza tal y como esta es. En este caso, se encarga de describir, de construir todo lo que sucede desde la interacción con su mundo laboral.

De esta forma, y en el caso de esta investigación, se supone que todos nosotros hemos sido estudiantes y estamos más o menos comprometidos en nuestras prácticas como profesores universitarios. Sería absurdo olvidar de repente todas las marcas que nos dejaron cuando asistíamos como estudiantes a los cursos universitarios. De otra parte, en la medida en que deseamos abordar las *prácticas*, es útil acordarse de nuestras propias prácticas, presentes o pasadas.

La etnometodología, estima que toda acción es *situada: a priori* no se pueda hacer abstracción del contexto; toda descontextualización, toda teorización, se hace *a posteriori*. Las expresiones y los gestos de los actores son significativos sin teoría sociológica *a priori*: se puede partir de las teorías que los actores tienen a propósito de sus actos. En la vida cotidiana, los sujetos prestan de los otros las intenciones y una cierta coherencia, incluso cuando se está deliberadamente ausente. Es entonces el caso del estudiante frente al profesor, y a veces del

41 COULON 1987, GARFINKEL 2001: 31-56

profesor frente al estudiante. Esto no impide naturalmente las expresiones que poseen otros significados, que pueden surgir de una u otra teoría. El sociólogo se apoya necesariamente sobre una teoría de los fenómenos que estudia. Es lo mismo para el actor social, que posee también los elementos teóricos de su realidad. Simplemente, el sociólogo, está mejor ubicado para articular el conjunto de estos elementos teóricos. La prescripción etnometodológica, no olvida las *prácticas*, incluidas las suyas, en tanto investigador. Los hechos sociales no deben ser tratados como las cosas, sino como *realizaciones prácticas.*

¿En qué medida la etnometodología se suma u orienta este proyecto de investigación?[42] En el campo de la educación, Alain Coulon considera que la etnometodología permite completar las aproximaciones macrosociológicas: "Tomemos como ejemplo el tema de la movilidad social, tradicionalmente investigado por la micro sociología y las teorías de la estratificación social. Los estudios sobre la movilidad tratan en su mayoría sobre el empleo y la escolaridad de un grupo de personas y de sus padres, y miden variaciones de movilidad intergeneracional. Pero hay aún otras cuestiones que cabría examinar, como el desarrollo de la trayectoria de los individuos, o el modo en que se han tomado las decisiones en cada uno de los momentos importantes de la orientación escolar y profesional de los interesados." [43]

La etnometodología, pone en tela de juicio la idea de tratar o estudiar los fenómenos educativos como un proceso que ha de ser entendido como una "caja negra", que se descuida deliberadamente en el análisis, para interesarse solo en su entrada y su salida, sin examinar directamente los procesos educativos. Al ir a observar los cursos, en este proyecto interesa entonces, esa caja negra situada entre el saber encarnado por el profesor y el estudiante "receptáculo" de este saber. Sin embargo este estudio sólo entrará en la caja negra situándose entre el

42 Como se aclaro en la página anterior, esta investigación no adopta totalmente la orientación etnometodológica. Se pretende hacer un acercamiento para mejor desenvolvimiento del lector dentro de la investigación.
43 COULON ALAIN 1995:49 Etnometodología Ediciones cátedras S.A.-Lerner.

saber del profesor y su transposición didáctica. A la manera de los etnometodólogos, no se formula en este proyecto, supuestos rígidamente preestablecidos antes de ir al terreno. La etnometodología busca especificar lo que falta y volver a retomarlo o sea la re especificación del objeto de estudio, buscando encontrar mayor sentido en lo simple de la practica humana y desde allí su propia complejidad dándole un sentido maravilloso al hacer humano dentro de una actividad cotidiana, en este caso, llegar a comprender el quehacer del grupo de enseñantes en los tres cursos de matemáticas haciendo del proceso de observación algo fundamental para el registro de las acciones sucedidas en el aula y así hacerlas notificables para el estudio.

Al igual que la perspectiva etnometodológica, este proyecto de investigación, tiene una ambiciosa pretensión descriptiva. No se trata de estigmatizar algunos cursos ni mostrar a otros como ejemplos. Este enfoque autoriza o permite componer los cursos a observar en *casos*. No los casos generales, típicos, sino al contrario, los casos singulares que refieren lo que un profesor hace en circunstancias de enseñanza.

En la medida en que el enfoque etnometodológico es también un cuestionamiento sobre los métodos y sus articulaciones, este parece como el más coherente con los objetivos de este proyecto de investigación. Las situaciones de enseñanza en las cuales el tratamiento del saber tiene lugar, presentan sus especificidades, que este estudio tratará en primer lugar de circunscribir o delimitar en su complejidad.

En conclusión, se optará por un enfoque abierto y pragmático, considerando la construcción de nuevas herramientas más que como un resultado, una construcción progresiva en la medida en que avancen las observaciones y sus confrontaciones. El enfoque entonces es abierto, porque hay interés por los diversos métodos ya empleados en las investigaciones sociales y educativas; es también pragmático, porque se han seleccionado y adaptado los métodos al objeto de estudio. Ya que el objeto de este estudio es particularmente complejo, se operará por *co-construcción del objeto de análisis y el método de análisis*. Abordar el objeto de la investigación desde diversos puntos de vista (para lo cual se tienen los tres aspectos epistemológico, didáctico y textual) permitirá afinar desde una dinámica reflexiva y progresiva las herramientas conceptuales y prácticas que llevarán a su análisis. En resumen, se considera que este enfoque es, también característico de la actividad científica.

Afinar la actividad científica requiere de pensar como lo hacen los científicos, ingresando hasta parámetros de observación rigurosos como los propuestos en los indicadores, por tal razón, algunas de las observaciones de las sesiones fueron filmadas y, todas fueron descritas teniendo en cuenta esos parámetros de observación pero sobre todo lo que hacia el profesor. De esta manera, se asegura una observación más nítida de la labor de enseñanza para ser investigada.

Indicadores para el tratamiento de los saberes

Los diferentes aspectos metodológicos descritos anteriormente, permitieron elaborar una lista de indicadores que se propone más adelante (Ver: "*Indicadores susceptibles de guiar las observaciones de curso y los soportes escritos a recoger*"). Esta relación o lista está constituida, de una parte, sobre la base de un marco teórico que se la ha dado a este proyecto, de otra parte, sobre la base de algunas observaciones realizadas por el grupo de investigación, (GIPE)[44] que apoya este proyecto en particular. Con el objetivo de especificar los indicadores para el tratamiento de los saberes se realizaron, por parte del grupo de investigación, observaciones colectivas de partida, tomando dos formas: primero la observación de un curso universitario y segundo, el análisis de un programa (syllabus) de un curso en el programa de licenciatura en pedagogía infantil de la Universidad Tecnológica de Pereira logrando con estas observaciones determinar pautas para exponer los indicadores. A partir de este momento, los indicadores de

44 GIPE grupo de investigación en pedagogía reconocido en categoría A Colciencias con producción de investigación en textos escolares. Dirigido por el Dr. Miguel Ángel Gómez M.

observación que se exponen, son afinados y calibrados, durante la ejecución de este proyecto de investigación, con el desarrollo de las observaciones y las entrevistas a realizar. Se aclara que los indicadores elaborados con el grupo, son tomados por la investigadora para realizar las observaciones a las clases de los profesores, en ningún momento son usados como preguntas hacia ellos, las preguntas que aparecen son las que se hace la investigadora en el momento de tomar los registros y si es necesario será pensada en forma de entrevista al profesor después de finalizar la clase.

A continuación se presenta la tabla usada para realizar las observaciones en cada una de las clases de matemáticas. Vale la pena aclarar que la investigadora asumió aquello que consideró necesario para esta disciplina modificando la propuesta inicial dada por el grupo de investigación GIPE. La tabla que se muestra a continuación fue validada de igual forma por este grupo.

TABLA No.1

INDICADORES PARA LAS OBSERVACIONES

INDICADORES RELEVANTES DE LA PERCEPCIÓN GENERAL DEL CURSO
Calma, adormecimiento generalizado, personalidad típica del profesor que marca el curso con una atmósfera particular, participación de los estudiantes.

INDICADORES RELACIONADOS CON LA "ESCENIFICACIÓN"
(a) ¿El profesor está parado, sentado? ¿O más bien dinámico y captura la atención, o más bien estático? ¿Este estatismo provoca o no un efecto de "adormilamiento"? (b) ¿Utiliza el espacio que le corresponde por derecho, se dirige a todo el

auditorio o solamente a una parte?
(c) ¿Lee él las notas? ¿O se centra sobre las notas sin leerlas? ¿Esto implica un problema?
(d) ¿Cuál es el tono de la voz? ¿El profesor da la impresión de estar en su “burbuja”? ¿Se dirige a sus estudiantes?
(e) ¿Induce al diálogo? ¿Incita a una devolución del problema por el hecho de poner a los estudiantes en situación de obligación de plantearse buenas preguntas en el contexto de la lección?
(f) ¿Desde cuál perspectiva el profesor deja lugar o no a los estudiantes? ¿Cómo incluye o no a los estudiantes en la dramatización del problema?

INDICADORES RELACIONADOS CON EL GRADO DE DIDACTIZACIÓN

(a) El saber responde:
¿A la “forma escolar”, lugar por excelencia de la didactización? El profesor
¿El profesor hace sentir que se está “fuera del mundo real” y de sus desafíos, que alguien conoce ya las respuestas a las preguntas?

(b) Respecto a la asignatura
¿Qué forma toma la progresividad en el abordaje de la asignatura? Esta aparece como: ¿una reconstrucción del saber en una progresión que va de lo fácil a lo difícil?, ¿Como una explicitación de los términos?, ¿Una ayuda al seguimiento, tal o cual indicación de los casos o el sentido especializado de un término difiere del sentido usual?, ¿Una indicación de las rupturas a realizar con relación al pensamiento corriente (“entradas” en el nudo del problema).
(c) Cuando el saber es reconstruido en un texto/discurso en apariencia autosuficiente:
¿Se presenta como en la práctica de la investigación científica, bajo la forma de un mosaico de investigaciones parciales que algunas veces se confirman mutuamente, algunas veces se critican unas a otras, cada una de las cuales no puede comprenderse sino con referencia a aquellas que la han precedido y cuyos conceptos están en constante evolución? ¿Se tiene que tratar con el

resultado de una “transposición didáctica”, presentando un saber estabilizado que el debutante o iniciado puede comprender sin haberse referido a las etapas precedentes de la evolución de la investigación?

INDICADORES RELACIONADOS CON EL CONTRATO DIDÁCTICO
(a) Las exigencias del profesor son explicitadas con relación a las expectativas que él tiene frente a los estudiantes, a nivel de: . la evaluación, . la presencia en el curso, . las lecturas (sugeridas, recomendadas, obligatorias, etc.), . los trabajos. . verificación con la realidad de las expectativas del profesor: en especial, luego de la evaluación. b .Marco de la presentación general del objeto del curso. ¿Se hace mención de la necesidad interna de abordar diferentes registros de “transmisión del saber”: curso, trabajos prácticos, salidas de campo, relación con la memoria? ¿Hay una explicitación y/o justificación cuando presenta cambios de registro? Los cambios en los registros delimitados por el profesor son momentos que se dan al interior de una situación específica de la clase generalmente frente al retomar una explicación de un tema ya trabajado. ¿El contrato didáctico en la asignatura es claro, se manifiesta verbalmente, se hace explícito? ¿Las expectativas relativas a diferentes modos de transmisión durante la clase son explícitas? **(**c) Articulación entre cursos y trabajos prácticos. ¿Los trabajos prácticos son una preparación para la evaluación, un aporte de la asignatura, un tiempo para reformular los problemas, los ejercicios de competencias necesarias para el examen (por ejemplo: “calculus” en lógica, y otros.)?

¿Son los trabajos el lugar de una devolución importante que luego del curso, se aprende para reapropiar el saber hacer?

(d) Articulación entre lo oral y escrito.
¿Cuáles son los respectivos roles de lo escrito y lo oral?
¿Dónde está situada la referencia explícita de la asignatura "oficial" (aquella que será objeto de la evaluación)?
¿Cuál es el rol de lo que excede esta asignatura (si la asignatura, es el syllabus/programa?
¿Cuál es el rol del curso oral?: explicitaciones, profundización simple "primera lectura" del syllabus, ilustración, se habla de otra cosa…?
¿Es un ejemplo de una práctica (práctica del comentario de texto "en directo"?
¿Cuáles son las intenciones del profesor con relación a: el papel de la lección, y el papel del soporte?
¿Abordan los estudiantes al profesor con relación a otros temas de interés en la asignatura?
¿Cuáles son las prácticas de los estudiantes relacionados con el hecho de preguntar por otros temas de interés? ¿Son igualmente interesantes las entrevistas con los estudiantes?

(d) Articulación con los elementos exteriores del curso.
¿El curso implica las "llamadas" a lo exterior? Es decir, ¿referencias a: los libros, los cursos que se dan paralelamente, las conferencias, los artículos de revista, al "semestre pasado", o a otras cosas?

¿Las llamadas o referencias a lo exterior son *requeridos* (Cf.: requisitos: *exigencias*), deseadas, útiles al estudiante, un mejor título "informativo"? De manera más precisa: ¿las lecturas son obligatorias? ¿Indicativas? ¿Sugeridas?

¿Representan las llamadas, las referencias científicas que se impone el profesor?

¿El dominio de nociones enseñadas en las otras disciplinas se señala a título indicativo? ¿Tiene el profesor interés en dominar los prerrequisitos y son requeridos para la evaluación, para la comprensión, para seguir de manera útil el curso?

INDICADORES RELACIONADOS CON LA PROBLEMATIZACIÓN
(a) En el marco del curso: ¿Se hace mención de las intenciones y del problema general del curso, así como de su justificación y articulación? ¿Se explica el por qué de tal o cual método? ¿Durante el desarrollo del curso, hay un hilo conductor, o una explicación del hecho de que el estudiante deba elaborar él mismo sin ninguna otra comunicación el problema del curso? ¿El *contrato didáctico*, con relación a este hilo conductor es explicito? (b) En el marco de la enunciación (escrita, oral) localizada en el desarrollo de los cursos: ¿Se hace mención del *problema*[45] en cuestión en el curso? Es decir: el problema se explicita como tal; la explicitación aparece con un "nosotros veremos más claro más tarde" ya que el problema está en proceso de construcción; lo que se podría llamar la "pedagogía en la niebla"; el estudiante está completamente sumergido en una asignatura sin haber un apoyo exterior y está pendiente de que éste último aparecerá a medida que avanza el curso o no aparecerá nunca[46]. En este sentido, la cuestión ¿qué es lo que *hace saber* en este curso /lección/syllabus/capítulo? puede ser un indicador de la manera como el problema se *ofrece* para la reapropiación por parte de los estudiantes. Esto implica entonces: ¿se puede responder a esta pregunta?; ¿el profesor ya la ha

45 La noción de *problema* remite a la manera como ha sido concebido en el capitulo tres de esta investigación.

46 Este último punto de los indicadores, se relaciona con la problemática de la *devolución*. En efecto, la devolución es el proceso por el cual el profesor permite a los estudiantes volver a apropiar el problema, volver a representarlo por sí mismos, de habitar y poder proyectar la realidad (de otra manera a la presentada en el curso) por ellos mismos, teniendo la actitud para tal efecto.

respondido?; ¿ha dejado que los mismos estudiantes la respondan?; ¿han sido incitados en este sentido?; ¿se hace una relación, o se suscita, entre el problema de la lección y, en sentido más general, el del curso?

(c) En el marco del problema propiamente dicho.

Puede ser que este problema para ser planteado, debe ser siempre *puesto en escena*[47]. Para ser abordado, un saber se sitúa a veces *relativamente* a un saber previo, que se supone existe en la cabeza de los estudiantes. Se *precisa* un saber, se invalidan las opiniones previas, se presenta una posición adversa a otra, ya conocida, etc. Es posible determinar esta *dramaturgia* del problema, y se pregunta: ¿es ella eficaz en el nivel de los estudiantes? ¿Teniendo el saber que se suponen ellos poseen, y *viviendo* ellos esta dramaturgia del saber, comprenden lo *que es pregunta* para el profesor? Dicho de otra manera, ¿perciben los estudiantes el problema? ¿Se deja tiempo a los estudiantes para hacer este trabajo (pausas de enunciación, preguntas que esperan verdaderas respuestas, momentos que se dejan para registrar y para el cuestionamiento...?

El problema gira alrededor de cuestiones como:

¿Hay trabajos prácticos que dan lugar a esta devolución?

¿Qué tipo de ejemplos se presentan en el curso?

¿Cómo estos ejemplos ilustran el problema?

¿Están ya los ejemplos prefigurados en su exposición, con relación al régimen de significación establecido por el problema?

¿Presentan los ejemplos la ocasión para dejar el tiempo a los estudiantes de reflexionar sobre su pertinencia con relación al problema?

(d) La observación de la escenificación, es decir, la dramaturgia del problema puede ser visible cuando se observan a los estudiantes y al profesor, y *permite* ver:

¿Cómo se presenta el profesor como tal?

¿Cómo poseedor del saber? Poseer el saber disciplinar está asociado a la forma como él transmite su mensaje Los momentos donde se presenta el profesor

47 Es posible, por lo demás, que un problema se *constituya* en tanto problema para ser *expuesto*.

como poseedor del saber ¿De manera asertiva o interrogativa? (e) Si el problema general está planteado o no, entonces: ¿Hay un conjunto de elementos presentes, que permiten una distinción entre lo esencial y lo anecdótico? ¿Se le plantea al estudiante que cuando vuelva a realizar su trabajo pueda establecer esta distinción? (bajo la perspectiva de la devolución o de la didactización)

INDICADORES RELACIONADOS CON EL ENFOQUE EPISTEMOLÓGICO DEL SABER
(a) Manera como se plantea el problema y se articulan los conceptos: ¿Se pone énfasis sobre la metodología de esta construcción? ¿El enfoque de producción de los “resultados” (cualquiera que sea) es explicitado y justificado? Si, se trata de la exposición de resultados de una práctica científica, ¿estos resultados están presentes en una teoría organizada? Si es así, ¿los principios y presupuestos de la teoría son explícitos? (b) La articulación del enfoque epistemológico con la perspectiva general del curso se lleva a cabo: ¿Por ejemplo, en la enseñanza universitaria, las iniciativas de acompañamiento de los estudiantes luego de las sesiones habituales del curso, mediante las “guías” que aseguran la continuidad entre las clases y el curso principal? (c) Respecto a los “resultados: ¿Se *presentan, interpretan y problematizan*? ¿El curso se remonta hasta la génesis del saber? (d) A propósito de eventuales incertidumbres de los resultados presentados: ¿Se relacionan y encuentran estos con las exigencias didácticas? (e) El registro del sentido dominante en el curso: ¿Se desarrolla una tipología de tres géneros discursivos, que responde cada uno a ciertas características: la *manifestación*, la *designación,* la *significación*? El hecho de identificar a cual registro de sentido responde el discurso de un profesor

ayudaría a comprender la eventual dificultad que tendrían los estudiantes para volver apropiar el discurso, o simplemente para comprenderlo. El salto entre diferentes registros o la posición de un discurso simultáneo sobre varios de estos registros, puede ser perturbador de la buena comprensión de la intención del profesor. (f) Si se trata de una exposición de las reglas de trabajo (método experimental, reglas para la presentación de trabajos o ejercicios, reglas del método de la disciplina objeto del curso): ¿La naturaleza de estas reglas se precisa (reglas epistemológicas, deontológicas, prácticas.)? ¿Estas reglas se justifican? ¿Estas reglas se someten a discusión? (g) Cuando se presentan "cambios de registros" (paso a la narración de una experiencia, comentario de texto, y otras.), así como los cambios de régimen de sentido: ¿Se determina si el estatus de lo que se dice es diferente? ¿Su validez se establece de manera diferenciada? ¿Esta validez se percibe? ¿Las exigencias y las expectativas relacionadas con estos registros son explicitas?
INDICADORES RELACIONADOS CON LAS PRÁCTICAS
(a) ¿En cuáles aspectos un curso presenta las reglas metodológicas, deontológicas asociadas a la prácticas objetivo (esto es, extrauniversitarias)? ¿Son estas prácticas justificadas?

Una vez se tuvieron estos indicadores se procedió a analizar que las observaciones se debían realizar en forma continua y no cada 8 días como se pensó al inicio del proyecto, por tal razón y partiendo de la teoría propuesta en la cual se reconoce que, "una matemática está constituida de saberes que toman sentido dentro de un universo de saber como objetos intelectuales que raramente tienen sentido como saberes útiles"[48], se deduce que esos objetos intelectuales no son desde la transmisión del saber que hace el docente, objetos fraccionados para ser enseñados. Ese saber lo expresa el docente de forma secuencial y continua

48 CHARLOT 1992:19

“la clase anterior vimos que la pendiente de la recta …..” este inicio de clase mostraba la continuidad, por tal razón se concluyó que la forma en que se venían haciendo las primeras cinco observaciones no eran correctas para lo propuesto desde la investigación, pues desde la etnometodología se invita al investigador a realizar una mirada más comprensiva del objeto de estudio y este proceso de observación debe realizarse de manera continua, asistiendo mínimo a cinco clases seguidas del maestro para lograr retomar un tema y, desde allí, realizar el análisis de la enseñanza del saber con base en los criterios de observación propuestos.

Se retoman constantemente todos los registros elaborados y en varias ocasiones las percepciones de la investigadora como elemento fundamental en la percepción del profesor frente al desarrollo de la clase. El análisis se hizo a partir de una mirada transversal a los cursos de matemáticas, caracterizando la disciplina dentro de un contexto de enseñanza con sus relaciones dispuestas a partir de la transposición didáctica y la teoría de las situaciones didácticas mostrando formas singulares del saber enseñado. De igual forma la entrevista se consideró un instrumento fundamental en este análisis pues permitió hacer un acercamiento al profesor desde aquellos aspectos que están implícitos en la clase pero que no logran ser vistos de manera objetiva y por lo tanto es necesario preguntar y profundizar en las ideas que tienen el profesor desde cada una de las características vistas en las observaciones. La entrevista entonces adquiere en la investigación un papel de mediación entre lo observado y aquello que se desea saber pero que solamente lo puede decir quien está implicado en el proceso de transmisión del saber, el profesor.

A continuación se presenta la entrevista utilizada en la investigación, aclarando que fue hecha en un espacio de conversación ameno donde se logro, incluso, acudir a otras preguntas que surgieron en el momento de la entrevista, consecuencia de la observación realizada y de las inquietudes surgidas desde la investigadora.

GUÍA DE ENTREVISTA AL PROFESOR

Al terminar la observación de cada uno de los cursos, se llevó a cabo una entrevista con el profesor. Esta actividad tenía como objetivo aclarar las siguientes cuestiones:

Guía de entrevista **Profesor**
(a) ¿Cómo evaluar la dimensión crítica de una situación de enseñanza? (b) ¿Cómo evaluar la distancia entre las intenciones del profesor, sus proyecciones, sus representaciones y la realidad del curso? (c) ¿Cuáles preguntas se plantea para actualizar el por qué y los desafíos del curso? (d) ¿En qué aspectos los cursos responden a las exigencias y limitaciones del contexto, pero también a las necesidades del estudiante?

Notas importantes

(1) La entrevista, se centró ante todo sobre las intenciones y los presupuestos del profesor (el *por qué*, tal como se lo representa el profesor), también se buscó que aportara una información complementaria a los seguimientos realizados durante las observaciones (el qué y el cómo tal cual se constataría), y cuanto más se diga sobre lo que determina la constitución del saber tal como se encontró en el salón de clase, mucho mejor.

(2) Contextualizar el sentido y utilidad de esta guía de entrevista a lo observado y registrado durante las sesiones del curso.

(3) Se pudo, obviamente, plantear preguntas específicas sobre el contenido y actividades desarrolladas en el curso observado. Aquí importó tener en cuenta la particularidad del conocimiento o saber de la materia del curso universitario estudiado.

(4) Se hizo una lectura global de los registros para juzgar o evaluar la necesidad de plantear preguntas complementarias o de profundización de los "*indicadores para el tratamiento de los saberes*"

Impresión general del curso

1. ¿Qué opinión general tiene usted sobre el desarrollo del curso que está a punto de terminar?

2. ¿Cómo considera usted que ha sido el proceso de enseñanza de su curso hasta ahora?

3. ¿Qué aspectos cree usted que son fundamentales en la enseñanza de las matemáticas en su curso? ¿Por qué?

Contrato didáctico

4. ¿Cuáles exigencias se plantea usted en relación con las expectativas que tiene frente al desempeño de los estudiantes?

5. ¿Qué relación tienen estas exigencias con los criterios y pruebas de evaluación aplicados en el curso?

6. ¿En términos generales, cuál es el enfoque que tuvo el curso?

7. ¿Cómo aprecia usted la relación entre la actividad escrita y oral de los estudiantes durante el curso?

8. ¿Cómo considera esta misma relación desde el punto de vista de la actividad oral y escrita de usted como profesor?

9. ¿Cuáles son los prerrequisitos y capacidades que debe tener el estudiante para seguir un curso como este de manera satisfactoria?

10. ¿Planteó usted referencias a otras lecturas y autores diferentes a los sugeridos en el programa para el mejor desarrollo del curso?

Problematización

11. ¿Considera usted que el curso se ha planteado desde un punto problematizador?

12. Si es así, coménteme por favor algunos momentos del curso donde esta problematización estuvo ampliamente presente.

13. Si es así, ¿cómo aprecia usted el papel o la actividad del estudiante en este proceso problematizador?

14. Si no es así, entonces ¿me podría decir qué entiende usted por problematización en el desarrollo de un curso universitario cómo el que usted ha orientado?

Escenificación

15. ¿Cree usted que cuando se ofrece un curso universitario tiene lugar un proceso de "escenificación" o de "puesta en escena" por parte del profesor?

16. Si es así, ¿podría comentarme sobre los elementos que intervienen en la es cenificación? (espacios, tonos de voz, gestos, participación de los estudiantes, entre otros).

Enfoque epistemológico

17. ¿Considera usted que su curso guarda relación con la manera cómo se produce el conocimiento científico que está en la base de los contenidos del mismo?

18. ¿Los resultados que se han expuesto en el curso se pueden interpretar desde un punto de vista de la producción de conocimiento que atiende la lógica o el proceso de la llamada investigación científica?

19. ¿Los comentarios de texto que se desarrollaron en el curso le permitieron a usted plantear o introducir aspectos relacionados con la manera como se produce el conocimiento o saber de que se ocupa el curso que usted ha orientado? ¿podría usted darme ejemplos o situaciones en la cuales usted considera que así se planteó?

Grado de didactización

20. ¿Qué es para usted enseñar matemáticas?
21. ¿Cuál fue el proceso general o cómo se dio la introducción de los contenidos de la asignatura en el curso que está a punto de terminar?
22. ¿Cree usted que se puede hablar de transposición didáctica como proceso para el desarrollo de su curso? ¿cómo describiría este proceso?
23. ¿Cuáles aspectos considera usted importantes para que los estudiantes hagan una devolución del contenido trabajado en una clase?
24. ¿Profundizó de igual manera todos los temas vistos?
25. ¿Diferencia usted el saber sabio del saber enseñado en su clase?

Prácticas “objetivo” y prácticas “fuente”

26. ¿Qué relación existe entre su curso y el eventual desempeño profesional que irán a tener los estudiantes que terminen este programa?
27. Una vez terminado el curso, ¿Qué implicaciones prácticas tiene este curso con relación a los otros cursos del plan de estudios de la carrera donde usted ofreció éste?
28. ¿Con qué tipo de práctica se puede asociar o relacionar el enfoque y el contenido general de la asignatura que usted acaba de ofrecer en este curso?

Selección de los cursos a estudiar

Los cuadros que se exponen a continuación, presentan el conjunto de cursos a estudiar, clasificados por campo, programa universitario, semestre y denominación del curso[49].

Como se trata de un estudio sobre los saberes matemáticos enseñados en la educación superior, se impone entonces tener en cuenta algunos criterios para elegir los profesores que serán parte de la investigación desde los cuales se analizará la enseñanza del saber matemático en la universidad, dentro de estos criterios están: enseñar mínimo cuatro horas semanales, llevar mínimo dos años enseñando, ser profesional formado en la disciplina en la cual va a enseñar y aceptación por parte del profesor para hacer el registro correspondiente del desarrollo del curso.

49 La fuente de información que contiene los cuadros es de carácter institucional, se extrae de la publicidad oficial de la Universidad Tecnológica de Pereira elaborada para el proceso de inscripción y admisión de estudiantes para el segundo semestre académico de 2008, facilitada por el Centro de Registro y Control Académico el día 20 de mayo de 2008.

CAMPO PROFESIONAL
INGENIERIAS

Programa	Semestre a observar	Denominación del curso
Ingeniería industrial	I	Matemáticas I

CAMPO PROFESIONAL
LICENCIATURAS

Programa	Semestre a observar	Denominación del curso
Licenciatura en pedagogía Infantil	I	Habilidades matemáticas
Licenciatura en matemáticas y física	I	Matemáticas básicas

Cuadros No. 1 y 2

Para un mayor acercamiento a los cursos observados se muestra a continuación tres fichas que describen algunos elementos de los cursos.

FICHAS DESCRIPTIVAS DE LOS CURSOS OBSERVADOS

Campo "Ciencias de la educación"

Curso: matemáticas I

Profesor : 1

Tipo de enseñanza	Universitaria
Facultad y/o departamento	Facultad de ciencias básicas
Semestre, ciclo, año	primer semestre

Estatuto de la enseñanza	Curso magistral
Número de horas	92 horas semestrales, 7 horas semanales
Salón de clase	Y 503 Salón de clase amplio
Número de estudiantes	25
Referencias o soporte (s) explícitamente indicados a los estudiantes para estudiar	Las guías y talleres trabajados en clase
Modalidades generales de evaluación	Cuantitativa , quices cada quince días y parciales
Número de horas observadas	30

Campo: “Ciencias de la educación”

Curso: Matemáticas I

Profesor : 2

Tipo de enseñanza	Universitaria
Facultad y/o departamento	Facultad de ciencias básicas
Semestre, ciclo, año	primer semestre
Estatuto de la enseñanza	Curso magistral
Número de horas	92 horas semestrales, 7 horas semanales
Salón de clase	A 103. Salón amplio
Número de estudiantes	35
Referencias o soporte (s) explícitamente indicados a los estudiantes para estudiar	El modulo de matemáticas I de la U.T.P.
Modalidades generales de evaluación	Cuantitativa , qüices cada quince días y parciales
Número de horas observadas	30

Campo: "Ciencias de la educación"

Curso: Habilidades Matemáticas

Profesor 3

Tipo de enseñanza	Universitaria
Facultad y/o departamento	Facultad de educación, departamento de psicopedagogía.
Semestre, ciclo, año	primer semestre
Estatuto de la enseñanza	Curso magistral
Número de horas	92 horas semestrales, 4 horas semanales
Salón de clase	L 137. Salón de clase amplio
Número de estudiantes	38
Referencias o soporte (s) explícitamente indicados a los estudiantes para estudiar	TEXTOS de matemáticas para grado 6 y 7
Modalidades generales de evaluación	Cuantitativa , ejercicios en clase, talleres y parciales
Número de horas observadas	16

Para el desarrollo inicial de la investigación es importante anotar que se tuvo en cuenta:

a. Lo concerniente a la observación de las sesiones de clase.
b. Lo concerniente al registro de las observaciones realizadas.

a. La observación de clases

Para lograr observar las sesiones de clase después de haber determinado la disciplina dentro de los campos profesionales que se deseaban estudiar, se buscó contacto con los coordinadores de cada programa seleccionado, y se mostraron los criterios previamente establecidos. De este modo cada coordinador con el apoyo de la investigadora seleccionaron los profesores que serian observados en sus espacios de clase, teniendo en cuenta su aceptación. Luego se buscó contacto con estos profesores solicitando su permiso para asistir a sus espacios de clase. Desde ese momento la investigadora y el profesor establecieron el espacio de encuentro para realizar la observación de las clases. La investigadora asistió a mínimo cinco sesiones seguidas del curso, con el fin de poder determinar la continuidad en la enseñanza de un tema. Además, asistió a la primera y última lección del curso, con el fin de ver cómo el profesor introdujo la problemática general del curso, planteó las modalidades de evaluación y finalizó el curso.

En la observación de cada sesión de clase, la investigadora tomo apuntes, en algunas sesiones de clase filmó y tomo notas sobre el curso y la manera como se desarrolló la clase según los criterios establecidos para dicha observación que son expuestos más adelante en este apartado metodológico.

b. El registro de las observaciones

A la salida de cada sesión observada o en los días posteriores, la investigadora se encargó de relatar el conjunto de las observaciones consignadas a propósito del curso observado y filmado. Se organizaron los registros, digitalizando en forma secuencial las diferentes sesiones de clase por cada uno de los profesores. Luego de recolectar toda la información sobre cada curso se solicitó un espacio diferente a las clases para realizar una entrevista a profundidad con cada profesor participante en la investigación. Se procedió entonces a digitalizar dicha entrevista organizando los registros de las observaciones y la entrevista correspondiente a cada profesor de cada programa.

En los siguientes capítulos el lector encontrará un análisis de la enseñanza de la matemática tal y como se da en las aulas de clase universitarias, seleccionadas como muestra en esta investigación, basado en las filmaciones, observaciones y entrevistas realizadas. Dicho análisis le permitirá encontrar elementos contextuales, teóricos y situacionales que fundamentan los aspectos tenidos en cuenta al caracterizar dichas clases.

En dicho análisis se podrá reconocer que la enseñanza es un proceso complejo que implica el saber desde un conocimiento como una propiedad especial que difiere de los productos o secretos que existan a su alrededor. La incertidumbre que se ha producido en forma continua frente al conocimiento ha hecho que este adquiera valor siempre y cuando no se haya revelado todo lo que él en sí mismo signifique.

CAPITULO 2

MIRADA TRANSVERSAL A LOS CURSOS DE MATEMÁTICAS DESDE LAS DIMENSIONES EPISTEMOLÓGICA, DIDACTICA Y TEXTUAL

A partir de este capítulo se inicia el análisis de la enseñanza del saber matemático en la universidad y se esclarece de manera específica las dimensiones epistemológica, didáctica y textual implicadas en un proceso tan complejo como lo es la enseñanza de esta disciplina en un contexto universitario. Dicho análisis obliga a mirar estas tres dimensiones como magnitudes que en forma conjunta estructuran esa enseñanza. Este análisis se apoya en la comparación de los tres cursos de matemáticas especificados en el capitulo anterior. En este capítulo se relatan en forma paralela las observaciones de los cursos teniendo en cuenta los indicadores propuestos en cada una de las dimensiones entendidas como:

A) La textualización realizada por el profesor en el aula de clase a partir de sus discursos, de sus explicaciones, de sus exposiciones, crea descripciones que le abren camino a la transmisión de un conocimiento matemático cuya transformación conlleva en su procesamiento una serie de elementos[50] que constituyen un proceso de enseñanza y de interacción entre lo ocurrido en el aula de clase a partir del conocimiento científico, la transmisión del saber hecha por el profesor y la devolución realizada por los estudiantes. Todo esto conforma un espacio concebido para la enseñanza.

50 Los elementos a los que se hace referencia son: el saber sabio, el saber a enseñar, saber enseñado, y la cohesión y coherencia que exista al hacer un texto oral y escrito.

B) Ir a la génesis del saber, conocer el origen del saber a enseñar conduce a lo epistemológico, visto así desde la labor que ejerce el profesor sobre el buscar las partes del proceso de conocimiento[51] ¿toma el profesor el origen de este saber, lo considera para ser enseñado? Esta dimensión epistemológica se relaciona de manera permanente con la modalidad de presentación de la validación del saber enseñado teniendo en cuenta la metodología en la presentación de los resultados y la problematización desde la designación, la manifestación y la significación[52].

C) La didactización por su parte se da a partir de la reconstrucción del saber, conforma las limitaciones inherentes a las prácticas realizadas por el profesor desde sus exigencias, sugerencias, presentaciones de contenidos a desarrollar durante el curso; registra las transformaciones realizadas a partir del conocimiento e indica la reconstrucción de ese saber.

Así, teniendo una mirada desde lo epistemológico, lo textual y lo didáctico se obtienen algunas de las implicaciones a partir de la naturaleza ocurrida en cada una de estas dimensiones. Los registros producto de las observaciones, las filmaciones, algunas conversaciones esporádicas en las clases y las entrevistas permiten acercarse a estas dimensiones y profundizar en ellas a partir de la conceptualización teórica elaborada, para lograr una mirada desde cada una de estas en las cuales se basa la investigación.

De este modo, para realizar esa mirada transversal a los cursos de matemáticas en la universidad, se hace necesario caracterizar esta disciplina en sí misma, logrando con esta descripción abrir un camino hacia la complejidad que la implica desde sus propios atributos y por lo tanto, explicitar que lo que la conforma conlleva un ritmo de conocimiento de su objeto, de las relaciones implicadas, de supuestos que la fundamentan, y de las reglas que la acompañan. Se abordan

51 LAKATOS 1978 Pruebas y Refutaciones: la lógica del descubrimiento matemático. Alianza Universidad.
52 La designación, la manifestación y la significación son determinados por Deleuze como relaciones dadas desde el sentido del saber. Estas serán trabajadas en el capitulo tres.

entonces en este aparte las comparaciones y las peculiaridades de la enseñanza de la matemática, partiendo primero de aspectos básicos que permiten ubicar de manera general particularidades de los profesores a partir de un primer encuentro, para luego avanzar, como se menciona, haciendo una caracterización disciplinar e internándose aún más en el objeto de investigación.

2.1 CARACTERIZACIÓN DE LOS PROFESORES DE MATEMÁTICAS

Ser profesor universitario posee algunas particularidades diferentes a las de un profesor de grados escolares básicos, tales como la necesidad de profundizar en un tema específico dentro de su formación, su experiencia en el campo disciplinar y la posibilidad de estar más cercano a procesos de investigación. Los siguientes cuadros, resumen algunas características que se tienen en cuenta en la labor de ser profesor universitario para ubicar de este modo en la investigación un conocimiento general de los tres profesores participantes en la investigación.

Cuadro No. 4 Concerniente al profesor

Profesor	P1	P2	P3
Años de experiencia universitaria	6	3	2
Formación	Licenciado	Ingeniero	Licenciado
Horas de clase total en la semana	8	10	19
Número de alumnos en clase	35	35	36
Tiempo dedicado a la universidad semanalmente	8 horas	10 horas	40 horas
Tiempo dedicado a investigación	0 horas	4 horas	0 horas

Ante la inquietud de considerar si es necesario cambiar la forma de enseñar la matemática se registra.

Cuadro No. 5 Concerniente a la forma de enseñar

Forma de enseñar	P1	P2	P3
Debe mejorar	siempre	siempre	siempre
Acorde con la disciplina	quizás	Tal vez si	Claro que si
Está bien	si	si	Si, a mi me parece

Consideraciones respecto a cambiar las prácticas

Cuadro No. 6 concerniente a la práctica

Cambio prácticas	P1	P2	P3
Quitar los ejercicios	No creo	imposible	Se necesitan
Quitar los quices	No	No	No
Incremento de trabajo grupal	Puede ser	No estoy de acuerdo	En ocasiones
Trabajo colaborativo	¿No es lo mismo?	No. Eso es igual al grupal	Es mejor individual

Consideraciones necesarias para mejorar las prácticas de enseñanza.

Cuadro No. 7 concerniente a la práctica

Mejorar prácticas	P1	P2	P3
Incremento conocimientos	si	si	si
Tener pedagogía	si	No es necesario	No sé nada
Tener didáctica	algo	No sé nada	Si
Tener recursos o material	si	si	Si, solo que no se usan
Formación en pedagogía	si	No necesariamente	Sería interesante
Formación en didáctica	si	Me gustaría	si
Mayor discursividad	si	Si. Hace falta	No. Se adquiere con la práctica.

Los cuadros anteriores muestran aspectos que se tuvieron en cuenta al inicio del proceso de investigación a partir de una primera conversación donde se usaron los cuadros propuestos para que cada uno de los profesores escribiera su opinión respecto a cada consideración. Al analizar la información obtenida en estos cuadros se puede determinar que los profesores consideran que es necesario mejorar sus prácticas de aula sin embargo, expresan que está bien la forma como lo están haciendo hasta ahora. Se puede observar una contradicción a partir de sus respuestas. Se continúa viendo la discursividad como una herramienta fundamental para la clase y ven también la necesidad de recibir formación en didáctica, no obstante es preocupante observar como uno de ellos piensa que no es necesario tener formación pedagógica. De manera global nos podemos dar cuenta de la coincidencia existente en la baja o poca formación docente y de la demanda generalizada de profesores de matemáticas con alta formación relacionada con la didáctica de la matemática y la consideración de tener recursos o material didáctico para mejorar sus espacios de enseñanza y de aprendizaje. También, llama la atención las pocas horas dedicadas a la investigación por parte de los profesores de matemáticas, teniendo en cuenta que a un profesor universitario se le exige de una u otra manera fortalecer sus espacios de investigación y producción.[53]

Otro aspecto a considerar desde esta caracterización de los profesores es un poco la formación que ellos tuvieron, como adquirieron de algún modo su saber lo cual se muestra en las respuestas dadas durante la entrevista.

¿Hay algunos autores que usted considere básicos en su formación como maestro?

P: Los textos guía son autores de libros de bachillerato, porque esta asignatura está orientada en elementos básicos de matemáticas para el desarrollo de su quehacer como docentes son de los grados 6º. , 7º. y 9º. Donde se ven algunos temas que están relacionados muy bien con los temas que van a trabajar ellas a un bajo nivel, los autores, matemática progresiva edit. Norma, matemática de Santillana, estadística y muestreo de Ciro Morales que es la última parte del programa.

E: ¿Algún autor a parte de los textos, que haya influido en su formación como licenciado?

P: El libro fuerte para mí que me fundamento en matemáticas fue el cálculo de Leyton es muy didáctico tiene elementos muy poderosos para la formación de docentes en matemáticas, además

53 Se considera que esta afirmación puede ser debatida, pues el incremento de profesores investigadores es una situación notoria con el trabajo conjunto entre Colciencias y las universidades. Además ser profesor universitario no implica necesariamente hacer investigación.

de ese libro otro de ecuaciones diferenciales de Denyz Hill y también el de algebra lineal que no me acuerdo el autor la parte de física de Howard Resnik.

P: en cuanto al curso siempre cuando arranco determinado tema no todos los temas del curso al estudiante se le hace, se le busca el inicio de por qué, de dónde viene el tema que se va a tratar o sea, la procedencia por qué ese tema, y cómo salió ese tema y bajo que necesidades resultó ese tema para desarrollarlo en el curso, un ejemplo son los sistemas numéricos lo que llamamos hoy en día los conjuntos numéricos se les hace un esquema por qué fueron surgiendo las series numéricas hasta lo que estamos ahora, es decir, se les hace un recuento de por qué surgieron los números naturales, por qué hubo necesidad de ampliar esos números naturales y así sucesivamente llegar a los números enteros y luego pasar a los números racionales debido a que ya se presentaron otras situaciones las cuales no pueden resolver estas series numéricas y así sucesivamente hasta llegar a la serie numérica de la elaboración de Reales.

En este caso el profesor también considera la programación curricular, y desde allí establece la relación con el origen de ese conocimiento. Esta programación es organizada a partir de una necesidad tenida al interior de un programa universitario (Licenciatura en Pedagogía Infantil).

Veamos otro caso

¿Considera usted que su curso guarda relación con la manera como se produce el conocimiento científico que está en la base de los contenidos del mismo?
Sí, claro porque hay que realizar pasos, seguir instrucciones la matemática en si misma ya guarda relación con el conocimiento científico.

¿Los resultados que se han expuesto en su curso se pueden interpretar desde un punto de vista de la producción de conocimiento que atiende la lógica o el proceso de la llamada investigación científica?
Considero que la matemática en si misma posee procesos lógicos y los desarrolla dentro de la misma solución de ejercicios y esto en gran parte es producción de conocimiento.

En estas dos respuestas se observa la asociación que el profesor hace con el método científico y asocia la lógica con la solución de ejercicios considerando el proceso que conlleva su solución. Realmente al solucionar ejercicios no se está produciendo conocimiento. El conocimiento está dado por el recorrido hecho desde el origen de un saber específico. $X^0 = 1$. Veamos otra respuesta al respecto.

"Yo tomo de varios libros, busco el escrito más simple para presentarlo y no causar ninguna dificultad en su apropiación, entre más claro mejor para presentárselo a ellos. Me gusta presentar de dos autores diferentes, en otros casos yo me sé la definición, la cual es construida a partir de un dibujo y la escribo de una manera diferente a como está en los libros. Yo uso un cuaderno que he ido recopilando <u>a partir de lo que entiendo</u> y ejercicios <u>que considero son buenos para enseñar</u>, creo que debo reescribirlo".

Los profesores retoman aquello que les enseñaron, desde allí construyen su saber para ser enseñado (a partir de lo que entiendo), ninguno manifestó construir su saber a partir de investigaciones o consultas realizadas históricamente sobre el objeto de conocimiento a trabajar con sus estudiantes, incluso tienen en cuenta los ejercicios seleccionados bajo sus consideraciones, no aquellos que han sido seleccionados bajo parámetros de investigación conjunta con un equipo de profesores de matemáticas o como resultados de investigaciones hechas a partir de procesos de enseñanza y de aprendizaje de estudiantes universitarios.

Lo anteriormente descrito caracteriza de manera general a los profesores de matemáticas de la universidad y abre una de las puertas al camino que se emprende en esta investigación respecto a la enseñanza del saber matemático.

Antes de emprender el camino de análisis a profundidad se hará la caracterización disciplinar mencionada al iniciar este capítulo, para luego analizar esa mirada dada a partir de cada una de las dimensiones ya presentadas.

2.2 CARACTERIZACIÓN DE LA MATEMÁTICA

La matemática históricamente ha dado respuesta a miles de cuestionamientos realizados por el hombre. La palabra matemática ha estado asociada al conocimiento, a la posibilidad de ir más allá de lo evidente, a lograr encontrar las estructuras que conforman lo observable, a lograr descubrir en la ciencia misma su esencia, su naturaleza; parece como si la naturaleza hubiese escrito su construcción desde las configuraciones dadas por las matemáticas; el universo entero se mueve alrededor de ellas, las otras disciplinas la necesitan desde la historia hasta la tecnología. La matemática se convierte entonces en una construcción cultural realizada desde las abstracciones humanas, con constantes transformaciones.

El diccionario de la Real Academia de la Lengua hace alusión a la etimología de la palabra matemática como τὰ μαθηματικά, der. de μάθημα originaria del griego que significa conocimiento, su significado en este mismo diccionario se refiere a ella como una ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos y sus relaciones.

La matemática pasa a ser una disciplina fundamentada en procesos de conocimientos involucrados en la universalidad de la naturaleza. Es la disciplina del conocimiento que permite explicar el mundo desde sus estructuras más implícitas hasta las que se pueden visualizar. El sistema de transformaciones de la matemática obtiene en su esencia de la lógica una singularidad que para Lautman[54], filósofo inglés es una estructura determinada por una oposición entre su diseño estructural y su diseño dinámico las matemáticas existen como un todo con el mundo. Para Wittgenstein es solo un sistema de transformaciones formales que permite la conexión con el mundo físico. Él también tiene en cuenta al igual que Lautman, la estructura de la matemática, y hace una observación sobre cómo la matemática es poseedora de un lenguaje indiferente a los conceptos expresados a partir de este “mathematics is nothing more than a language indifferent to the contents that it expresses”

Ese mundo que está implicado en la matemática posee dentro de su esencia histórica una búsqueda para ser transmitido. A través de la historia, la matemática ha sido una disciplina posicionada como prevalente, como primordial dentro de las

54 LAUTMAN Albert 2008 Essai sur les Notions de Structure et d'Existence en Mathématiques en *fractalontology*

disciplinas que deben estar en los currículos escolares. Desde esta inclusión permanente en los currículos, su enseñanza también ha sido una preocupación por parte de la academia.

Desde Platón la matemática es considerada como indispensable para el hecho de pensar, él solicitaba que para ingresar a la academia era necesario saber geometría, pues esto le permitiría un nivel de pensamiento más amplio para filosofar. También existió un humanista, matemático y filósofo del siglo XVI Petro Ramus quien con su entusiasmo dedicó toda su vida a la enseñanza y poseía un gran compromiso con la universidad, él abre una mirada a la matemática en la universidad, promulga el deseo constante por una universidad pública dada por el monarca y sobre todo un lugar donde se enseñe la matemática (para él “les premières des sciences libérales”). Ramus concibe que la retórica sea una cuestión de estilo cuya función es sencillamente vestir los razonamientos desnudos que proporciona la lógica. Razonamientos que se producen continuamente en la elaboración de procesos lógico-matemáticos (teniendo en cuenta que la lógica apoya el razonamiento matemático) llevando a adquirir un conocimiento imperfecto en términos de dialéctica como bien lo dijo Aristóteles, será lo que se promueve en dicha enseñanza en la universidad.[55]

La matemática desde su heterogeneidad disciplinar, necesita del conocimiento como un punto de partida para su ejecución, por ejemplo:

Pr: :A ver, cuéntenme. ¿Cómo definimos una función logarítmica?
Los estudiantes responden: - tiene que ver con lo exponencial, no, con el contrario, el logaritmo
-es la función inversa a la exponencial.
Pr: bien
Pr: ¿Y la grafica cómo la hallamos?

Para lograr enseñarla es necesario llegar al fondo de los conocimientos que conforman los saberes de esta disciplina, para que desde su diversidad de contenidos y desde los procesos didácticos se abra igualmente una variedad de construcciones y de transformaciones desde la lógica del propio saber. Ese cuerpo

55 LARA A. 2008 Petrus Ramus and the Demise of Civic Rhetoric. *UPL*.Online

de conocimientos es abordado por una serie de contenidos que sistemáticamente van conformando todo un saber estructurado, un conjunto organizado de contenidos que deben ser descifrados, para ser transmitidos, para ser luego enseñados. En la entrevista podemos ver lo expresado por los profesores en dos preguntas:

¿Cómo transcurrió la introducción de los contenidos de la materia en el curso que estás dando?
"El curso se da en forma organizada primero se trabaja la solución de ecuaciones".

"Lo primero que se hizo fue mirar cómo iban entrelazados esos contenidos necesarios para los estudiantes pensando en el quehacer de ellos como docentes, es decir pensando en los diferentes temas que ellos iban a desarrollar en su quehacer como docentes".

_"Los contenidos, empezamos entonces con la lógica de conjuntos, las definiciones, los elementos de un conjunto, las operaciones como la unión, la intersección, la diferencia y esto, aplicadas a los diagramas de Venn, y pasamos a las series numéricas con las cuatro operaciones básicas y la aplicación de estas cuatro operaciones, es donde hago bastante énfasis en ellas porque está relacionado el lenguaje y las matemáticas y, luego paso a la potenciación donde se ve que la potenciación es una simplificación de la multiplicación o sea que existe esa relación, la radicación y los logaritmos que están relacionados con la potenciación, luego pasamos a los polinomios aritméticos donde encontramos la relación entre todas estas operaciones, un polinomio aritmético que contenga raíces, logaritmos, potencias y, en otra unidad ampliamos esta serie de los naturales viendo la necesidad desde donde viene y por qué salió ese conjunto y pasamos a la serie de los enteros porque se da la necesidad de la serie de los enteros debido a que ya cuando realizamos algunas operaciones como 5 - 10 esta operación ya no cabe en la serie de los naturales y por eso hay la necesidad de ampliar la serie de los naturales a los enteros, en los cuales empezamos a trabajar ya los problemas de aplicación con las operaciones básicas teniendo en cuenta la suma de números enteros con igual signo y con distinto signo y llegando así a los problemas de aplicación, luego trabajamos la potenciación, la radicación o sea las mismas operaciones que trabajamos con los naturales, luego, pasamos a las serie de los números racionales porque ya aparecen otras operaciones por ejemplo 5 / 3, el resultado es un número decimal y por eso se amplía la serie de los enteros a los racionales, se ven las cuatro operaciones básicas con estos números racionales recordemos que aquí están los fraccionarios y los números decimales y entonces se habla de la potenciación y los problemas de aplicación para el desarrollo del curso y luego, se pasa a la parte geométrica y encontramos la reacción de los estudiantes porque es la parte que menos les gusta a los estudiantes, la geometría, que es la más linda porque allí se ve la aplicabilidad y arrancamos dándoles la construcción, no la definición de cómo se forma un punto, una línea, un plano, luego al ángulo basado en las líneas, triángulos, tipos de ángulos y *llegamos a las rectas paralelas, el concepto más elemental que son dos rectas que por más que se prolonguen nunca se van a encontrar porque eso tiene otra definición más elevada en otros cursos de matemáticas y llegamos a formar los ángulos entre dos rectas y una secante".*

Pensando en los contenidos propios que tiene tu curso, ¿consideras que esto les va a servir para construir un saber más específico de esos conocimientos?

"El curso es la base para que los estudiantes de esta asignatura proyecten su desarrollo para la enseñanza de quienes van a ser sus estudiantes para realizarlo de mejor manera es decir, para su quehacer cotidiano como docente en el día de mañana si eso no fuese así el curso no tendría ninguna esencia, el curso es una base, un puntal que los va llevando a los estudiantes, que les va a servir a ellos para ir profundizando más en ello y a medida que van adquiriendo una experiencia van mejorando en su quehacer como docentes".

¿Considera usted que su curso guarda relación con la manera como se produce el conocimiento científico que está en la base de los contenidos del mismo?
"Sí !claro¡ porque hay que realizar pasos, seguir instrucciones, la matemática en si misma ya guarda relación con el conocimiento científico".

Mostrar la relación entre el conocimiento matemático que poseen los profesores y la enseñanza de este saber, ha llevado a realizar diversos esfuerzos por encontrar dicho engranaje, sin embargo, estos han sido insuficientes. Se ve la necesidad de entender qué es eso de enseñar matemáticas (tal como se expone en el primer capítulo), cuáles son las implicaciones ocurridas al interior de su enseñanza. Es relevante para el conocimiento, tener mayor claridad desde la ciencia y abordar una reconsideración desde el medio de la enseñanza matemática en la universidad para comprender el papel que desempeña este saber en el aula de clase. ¿De dónde proviene ese saber, cuál es su naturaleza, esa naturaleza determina su enseñanza? Se debe ver entonces la relación del conocimiento con el saber matemático buscando lo que está involucrado en su enseñanza.

Ciertamente el examinar los innumerables rasgos que posee el conocimiento matemático como elemento fundamental de su enseñanza, es una labor titánica pensada como el llegar al trasfondo que implica su lenguaje, y el funcionamiento de las conexiones neuronales ocurridas al interior del cerebro. ¿Cómo se conjugan esa transmisión desde el lenguaje que ocurre en el cerebro para que dicho suceso textual (transmisión) no cause malentendidos al oyente y su mente haga una fusión para que su cerebro más adelante, logre transformar dicho conocimiento y pueda así mismo aplicarlo en aquello que debe ser mostrado y elaborar la "devolución"? Es realmente complejo lo que sucede en todo este entramado de transmisión y de enseñanza de un conocimiento.

Esta enseñanza de la matemática ha sido a través de la historia, influenciada por pensamientos absolutistas "Bajo esta concepción, la matemática puede ser vista como un 'objeto de enseñanza: el matemático la 'descubre' en una realidad externa a él, una vez descubierto un resultado matemático es necesario 'justificarlo' dentro de una estructura formal y queda listo para ser enseñado [...] la tarea del profesor consiste en 'inyectar' el conocimiento en la mente del estudiante a través de un discurso adecuado. El estudiante, por su parte, no puede modificar la estructura del discurso, su tarea consiste en decodificarlo. La didáctica, bajo este punto de vista, busca optimizar la tarea del profesor mediante una especie de combinatoria de contenidos, generalmente apoyada en preceptos universales -como paso de lo simple a lo complejo, de lo particular a lo general, de lo concreto a lo abstracto, del análisis a la síntesis- y poniendo especial "énfasis en el contexto de la justificación, como estado superior del conocimiento".[56]

Ahora bien, compartir conocimientos no es tan especifico como podría creerse, de este modo la enseñanza no tendría ningún proceso, los profesores intentan transmitir sus conocimientos, ninguno de ellos pensó en "inyectar" al estudiante un saber, los tres desean que sus estudiantes logren asimilar aquello que ellos transmiten, que vean las imágenes de lo que ellos explican, que retomen lo que ellos les dicen, que crean que la matemática es necesaria para su desarrollo personal. Veamos las siguientes situaciones:

---

56 MORENO Y WALDEGG 1992

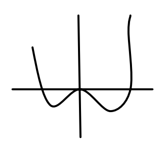
(P1 entrega un quiz) Les fue muy regular (les pregunta) ¿muchachos que les está pasando con los quices? (Los estudiantes ríen un momento y el profesor espera a que sigan resolviendo el ejercicio)
P1 sigue y pregunta por el ejercicio que les puso y lo explica en el tablero.
Un estudiante pregunta: Profe, si el creciente no se hace en la derivada?
"yo les he dicho muchas veces, no den toda la vuelta porque ya tienen todas las propiedades"
(P1 responde y continúa preguntando) ¿Cuántos intervalos vamos a tener allí?
P1:"Siempre que tengan un cociente o un producto les queda fácil ahí", ¿Qué más necesitan para graficar?
Los estudiantes responden coreando, "los cortes"

En este caso el profesor manifiesta una afirmación que considera relevante para la situación de enseñanza, se podría decir que le interesa aclarar o reafirmar un conocimiento que es considerado necesario para acceder a otro conocimiento.

Veamos otro caso:

No quiero que se confundan (va mostrando la grafica). Acuérdense que son curvas suaves no hay picos. Cómo hacer para hallar los valores de los máximos y los mínimos?

I: El profesor dibuja la gráfica en el tablero



Y va señalando

Ahorita si, vamos a entrar en la recta final de esto. Miren que casi siempre cuando escribimos un titulo en el tablero ya hemos hablado de eso pero aun no lo hemos definido, vamos a formalizar. Tenemos que decir cuando tiene un máximo y cuando tiene un mínimo para poder definir qué decir de un punto en particular.
P2: Vamos a ver la descomposición de un número en factores primos. Ustedes saben por qué ésta asignatura está acá en el programa? Porque una vez una estudiante en práctica no sabía dividir.

I: el profesor inicia con un ejemplo, se observa cómo va directamente al ejercicio y las dudas del tema anterior dentro de la misma clase no fueron aclaradas ni aplicadas. Los niveles de textualización son cortos a partir de conceptos.

P2: vamos a ver por ejemplo con el 24, eso debe darles exacto porque estamos hablando de Números Naturales.

I: El tono de voz del profesor es seco, y su rostro se refleja firme. Se podría pensar que ese comentario no abre espacio para la devolución, corta la comunicación desde su textualización, el profesor es el que reconoce de forma inmediata que da exacto y que está hablando de números naturales los rostros de las estudiantes informan que el nivel de comunicación es inicial respecto al reconocimiento de los números y de la cantidad que estos implican….

La suposición del profesor desde su saber, hace un corte donde el estudiante no participa en esa textualización y, el proceso de didactización se hace necesario para este tipo de relación con el saber que usa el profesor.

P2: si ese número fuera más grandote qué? Hay que hacerlo por partes, háganlo parte por parte para que no se confundan.

I: ¿cómo sabe el profesor de antemano que los estudiantes llegan a un estado de confusión? Si asume esta claridad, porque razón no hace la explicación con un contexto que él considere pertinente para lograr que los estudiantes logren la comprensión?
El profesor va resolviendo el ejercicio a medida que cuestiona ¿por qué?, va aclarando cosas como…

P2: "no pueden decir mitad de uno" apareció un número impar

24	2	$2^3 \times 3 = 24$
12	2	
6	2	
3	3	
1		

Como ustedes ya vieron la potenciación conmigo, ¿ese número de forma potencia cómo quedaría?

También, los profesores piensan en la diferencia de la enseñanza en la universidad, uno de ellos expresa: *"creo que el estudiante viene acostumbrado a una forma de trabajar diferente en el bachillerato y llega a la universidad pensando que es lo mismo y encuentra el gran abismo y el gran choque porque aquí en la universidad se enseña es a pensar y no a repetir conceptos*".[57] De hecho los tres cursos ofrecidos en la universidad tienen como objetivo fundamentar en sus estudiantes un conocimiento básico de las matemáticas para enfrentarse a conocimientos de mayor especificidad.

Ahora, la didáctica es un saber fundamental, se hace necesaria para enseñar, para saber cómo transformar el conocimiento adquirido y, para encontrar las transformaciones del conocimiento que se dan en el paso del saber sabio al saber

57 Los profesores de secundaria pueden manifestar su desacuerdo con esta aseveración. Esta investigación desde su espíritu metodológico considera las respuestas de los profesores como elemento de la investigación, con criterio para asumir distancia al respecto.

para ser enseñado. Así mismo, esa enseñanza está vinculada a una transformación formal de conocimientos que permite la conexión con el mundo físico, está conjugada con la cultura, la sociedad, el contexto político e incluso aspectos asociados a condiciones de orden emocional por parte del enseñante.

En las observaciones se puede tener en cuenta las siguientes situaciones ocurridas con los profesores durante la clase: uno de ellos expresa: *"Que para enseñar tiene que saber lo que va a enseñar"*, otro dice: (refiriéndose a lo que sucede cuando él explica) *"Usted empieza a ver foticos de esta $(ax+b)^t$ lineal*", y otro ante una pregunta de un estudiante responde: *"los fraccionarios son elegantes"*. En esas frases los tres profesores recurren a una conexión de carácter emocional con sus estudiantes, intentan hacer reír, y en su expresión se reflejan los deseos por hacer entender a sus estudiantes aquello que están transmitiendo.

Cuando se retoma esta situación durante la entrevista se analiza que uno de los profesores ante la pregunta ¿cuál es el enfoque que le dio al curso? afirma el hecho de que sus estudiantes deben saber mucho porque ellos van a enseñar. Este profesor hace un mayor énfasis en el hecho de tener conocimientos para ser enseñados. De hecho, la matemática está conformada por una estructura compleja desde la abstracción de sus conocimientos y se puede ver, como la estructura, las transformaciones, el lenguaje propios de la disciplina otorgan esa naturaleza que hace que ésta disciplina como asignatura, esté llena de complejidad desde situaciones problema y sea encauzada por la comunicación que hace el docente de esos conocimientos que la conforman, que la hacen ser una disciplina incluida como prioritaria en los currículos universitarios, gracias a que ha colaborado en construir gran parte del conocimiento de la humanidad. Sin embargo, es una preocupación para el país ver como se ha ido disminuyendo la cantidad de profesionales universitarios que se gradúan en matemáticas, tal como lo muestra el informe del CONPES (2009) "En educación superior la información del Observatorio Laboral del Ministerio de Educación Nacional muestra que, de los 884.893 títulos entregados por las instituciones de educación superior colombianas entre 2001 y 2007, menos del 3% son en áreas de formación relacionadas con ciencias básicas como matemáticas, ciencias naturales, agronomía y veterinaria." De acuerdo al informe dado por el boletín No. 11 de Alerta estadística de la oficina de planeación nacional en el año 2005 se matricularon en el país tan solo 38.493 estudiantes en las áreas de matemáticas y ciencias naturales.

Ahora, se debe tener claro que la conformación de ese mundo profesional matemático como disciplina es realmente compleja, su identidad desde el conocimiento hace que la cientificidad de los elementos abstractos que la constituyen estén en cada momento siendo visibles. La visibilidad dada a partir de lo que existe hace que las matemáticas puedan ser modelizadas, esta concepción de imágenes visibles le sirve a la matemática como puente entre lo que se puede ver y aquello que se puede representar, quizás por esto Platón expresaba que la matemática ayuda a la enseñanza de la moralidad.

La matemática establece su práctica a través de las relaciones que constituye con la naturaleza de las cosas, con la capacidad que posee para expresar desde la abstracción aquello que está presente pero que aun no ha sido visibilizado.

P: ahora ustedes me van a decir cómo son estas funciones

I: El profesor toma el libro que utiliza que se encuentra sobre el escritorio y pasa al tablero con el abierto y va copiando los ejercicios:

a) $f(x) = x+1$ *b)* $g(x) = x^2+1$ *c)* $f(x) = x^2$ *d)* $f(x) = x$

La matemática elabora sus propios registros a partir de dos grandes aspectos, uno, la matemática como disciplina de conocimiento y dos su enseñanza como medio para la adquisición y construcción de nuevos conocimientos. Desde ella como disciplina, la semiótica le permite establecer un lenguaje particular y una forma determinada de comunicación, donde aspectos de su enseñanza como la textualización hecha por el profesor a partir del saber y la transacción para ser enseñado juegan un espacio importante en esta comparación.

P2: miren que esta ecuación no es verdadera para todo valor de X en cambio y da el ejemplo:

1/ sec Θ que es 1/ secΘ = cosΘ esto es una identidad.

I: El profesor va expresando verbalmente cada parte del ejemplo colocado, da otro ejemplo.

2. $Tang^2\ \Theta + 1/\ tang\Theta = sec^2\ \Theta.\ cot\Theta$

$Sec^2\ \Theta\ /\ tang\Theta = sec^2\Theta.\ cot\Theta$

$Sec^{\ 2}\ \Theta/1.\ 1/\ tang\Theta = sec^2\ \Theta\ .\ cot\Theta$

P2: los que terminaron inicien con el otro ejercicio

I: en el tablero esta

3. $sec\Theta\text{-}cos\Theta/\ csc\Theta - sen\Theta = tan^{\ 3}\Theta$

Se ven así los registros dados desde el lenguaje propio de la matemática otros registros como los ejercicios, el manejo de los números, las letras y las gráficas en todas las situaciones de enseñanza de la matemática que hacen que adentrarse en un recorrido detallado por su enseñanza permita mostrar lo que se produce en ella desde lo concreto, poniendo con exactitud e idoneidad las expresiones, las representaciones usadas según el contexto especifico, o sea lo indexicable como apoyo para esta investigación.

A continuación se presentan los tres aspectos macro de la investigación lo epistemológico, lo didáctico y la textualización ocurrida en los diferentes registros realizados durante las clases de los profesores (P1, P2, P3). A partir de los puntos de comparación propuestos desde las observaciones se explicitan los análisis realizados desde cada uno de los cuadros y algunas conclusiones previas.

2.3. TRANSVERSALIDAD EPISTÉMICA

Se considera esta transversalidad desde la mirada hecha a los tres profesores (P1, P2, P3) con base en las diferentes características del primer punto de comparación (PC), la dimensión epistemológica.

Lo epistemológico concebido como la génesis del conocimiento matemático como parte del legado construido desde la filosofía de las ciencias tal como expresaban los griegos en la antigüedad "la ciencia no puede ser entendida sin su parte filosófica, separarlas involucraría un desconocimiento del conocimiento mismo"[58].

El reconocimiento epistemológico del saber matemático le hace adquirir dentro del proceso de enseñanza un espacio de comprensión a este saber, espacio que ocurre a través de una serie de transformaciones (dadas por medio del lenguaje especializado) del conocimiento científico en matemáticas. Es decir, el saber matemático necesita de encontrar evidencias que desde el lenguaje lo lleven a hacer transferibles los conocimientos científicos y el conocimiento que el profesor apropia en sus prácticas de enseñanza.

En lo epistemológico el saber se da o se supone como válido ocurriendo una articulación desde los conceptos y principios poseídos por la teoría. La cuestión del sentido de ese saber[59] dado desde lo epistemológico ocurre alrededor de la designación, la significación y la manifestación conceptos que serán analizados y mostrados con mayor profundidad en el capitulo tres.

Se encuentra en el cuadro lo ocurrido en la clase tal cual como fue expresado por los profesores. En algunas situaciones de clase aparece con una I (investigadora) la percepción tenida durante la elaboración de los registros aspecto que considera el contexto de manera objetiva. Se toman de los registros de observación aquellos aspectos que desde la investigación se consideran que están presentes en los momentos de enseñanza, teniendo en cuenta los indicadores de observación de cada uno de los puntos de comparación, en éste caso lo relacionado con el enfoque epistemológico del saber. Siendo estos: Articulación de conceptos, articulación enfoque epistemológico y perspectiva del curso, exposición de resultados a partir de prácticas científicas (el curso se remonta hasta la génesis

58 DE BEAUVOIR SIMON.
59 Deleuze (1994) explica tres relaciones del sentido del saber: la manifestación, la designación y la significación donde propone el valor del saber, adquirido desde las interacciones ocurridas entre estas tres relaciones.

del saber), cambios de registro (determina si el estatus de lo que se dice es diferente, se determina y se diferencia su validez).

Cuadro No 8.

Registro de la matemática como conocimiento desde lo epistemológico

P C	CARACTERISTICAS DE LOS P.C.	P1	P2	P3
E P I S T E M O L O G I C O	Articulación de conceptos	La clase de los ángulos el profesor hace mención a la teoría que se ha propuesto siempre definiendo los tipos de ángulos según su abertura, posición, forma y según su suma. “ya vimos los divisores que era lo más difícil”. Escribe dos conjuntos en el tablero y el titulo del tema “ teoría de números divisores” inicia poniendo dos ejemplos D8:(1,2,4,8,) D27:(1,3,9,27) D60: 1,2,3,4,5,6,10,12,15,20, 30,60) El profesor expresa: “son finitos e inmediatamente pregunta ¿Que son los múltiplos?	Se expresa el contenido a trabajar desde el miércoles hasta el lunes. No lo contextualiza inicia “vamos a ver los desplazamientos” dibuja la gráfica en el tablero e inicia a escribir. Expresiones como: el profesor pregunta ¿ahora qué hago para encontrar otro valor? Y él mismo responde: “cementerio”. El profesor revisa el libro de ejercicios espera que los estudiantes terminen de copiar el ejercicio anterior, borra e inicia con otro ejercicio del tema.	Hay funciones que tienen ciertas características entonces vamos a definir funciones especiales, perdón son particulares por que las especiales son otras dos. Entonces una función uno a uno o inyectiva entonces decimos que una función cualquiera es inyectiva si para cada elemento del recorrido o sea cada elemento del conjunto imagen es imagen de un único elemento del conjunto ¿cierto? Vamos a ver cómo identificar cuáles son identidades y a verificar desigualdades plantea un ejercicio pregunta ¿cual lado resolvemos? el estudiante responde el más difícil. El profesor lo resuelve todo en el

E P I S T E M O L O G I C O				tablero se sienta y espera que todos los estudiantes copien lo que él hizo.
	Articulación enfoque epistemológico y perspectiva del curso.	No se encuentra ningún registro acorde con esta característica.	No se encuentra ningún registro acorde con esta característica.	Es:Profe no entiendo la diferencia entre la inyectiva y la sobreyectiva. **I**: El profesor vuelve y lo explica con otra gráfica. Acude a la misma herramienta. Repite lo mismo que ha escrito en el tablero.
	Expone resultados a partir de prácticas científicas	¿Cuáles son los números más difíciles? **I**: El mismo se responde “los fraccionarios son elegantes”. P: “Los múltiplos son la tabla. Los divisores son dividir.”	(escribe en el tablero) $\mathrm{Log}_2(2x-1)+\log_2(x+1)=1$ Ojo que aquí hay algo nuevo, los logaritmos para resolverlos tienen que tener la misma base sino son incompatibles. Para resolverlo igual, es decir para hallar el valor de x. ¿Qué hacemos que propiedad aplicamos? aplicamos la propiedad y que nos queda $\log_2((2x-7)(x+1))=1$	El profesor inicia el primer tema dibujando en el tablero el plano cartesiano y escribiendo la ecuación. $X+2Y-2=0$ $Y=mx+b$
	El curso se remonta hasta la génesis del saber	No presentó evidencia al respecto.	No presentó evidencia al respecto.	No presenta evidencia al respecto.
	Determina si el estatus de lo que	Dos elevado a la tres (2^3 X 3 X 7 = 84) por tres por siete es igual a	Dónde puede estar el máximo y el mínimo si la función tiene un	Estamos bosquejando polinomios

	se dice es diferente	84 Y dos a la tres por tres por cinco es igual a 120. Vamos a hallar el m.c.d !ojo¡ vamos a tomar las potencias que aparezcan en los dos números pero las de menor exponente. Es:¿todo se puede juntar? P1: si… pero yo se los hago separado, por qué si <u>no, no me entienden</u>	intervalo donde puede estar y él mismo responde, o que estén en el extremo del intervalo o en el punto crítico entonces, función creciente les voy a dar un ejemplo para definirla, pero vamos a restringir su dominio a un intervalo resulta que para cualquier X_1 y cualquier X_2 con $X_1 < X_2$ cómo es la imagen de x_1 con respecto a la imagen de X 2	**1.** $y= (x-1)^2*(x+3)* *(2x-5)\ (x-6)^3$ **2.** $y=(x^2+1) * (x+2)$ (X-3) ¿Cómo se aplica la división sintética? ¿Qué es lo que ustedes tienen que aprender a manejar? Este es el principal (señala el tablero) y esta es la constante $Y=anx^{n-1} +\ldots. A_1x+a_0$ $\longrightarrow$ Constante

Se puede encontrar entre los profesores consideraciones que destacan desde los PC la posición de asumir los conceptos ya elaborados por los estudiantes, como conceptos determinados para ser utilizados. En los tres cursos desde lo epistemológico observamos como el hacer el énfasis sobre la metodología de la construcción epistemológica del contenido específico no se presenta como una consideración primordial durante su explicación. Esto quiere decir, en ninguna de sus clases los profesores hicieron algún tipo de consideración o comentario respecto al origen del conocimiento que estuvieran presentando. Partir del título del tema a trabajar es común a los tres profesores, el manejo metodológico no está relacionado con hacer en algún momento énfasis por ejemplo en la conceptualización del término que se está usando “ángulo, inyectiva, sobreyectiva, logaritmo, múltiplo, divisor,” los tres abordan estos contenidos de manera directa por ejemplo cuando un estudiante pregunta por la diferencia de dos conceptos, el profesor acude de manera repetitiva a otra ejemplificación veamos:

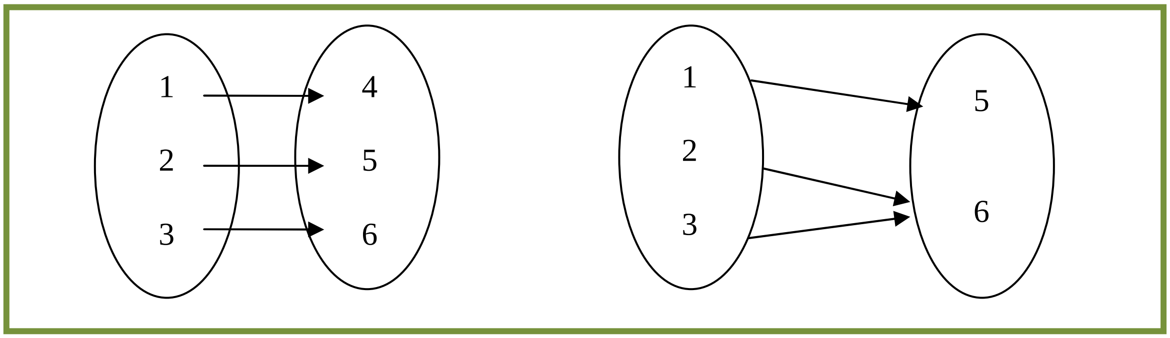


Gráfico dibujado en el tablero por P3 durante su explicación.

ES: profe ¿una recta horizontal es una función?

P3: ¿el dominio siempre es Y? se acostumbra a llamarlo así por conveniencia

La segunda función sobreyectiva entonces vamos a escribirlo si cada elemento del recorrido es imagen de por lo menos un elemento del dominio entonces las dos son diferentes, ¿en qué radica la diferencia? Por ejemplo

I: todo lo anterior fue escrito en el tablero. Se rasca la frente y piensa un momento

P3: tomemos esta función Y= x+2 esta recta grafiquemos ¿Cuál es el dominio? R, ¿Cuál es el rango? R, entonces es sobreyectiva pero además es uno a uno también es inyectiva, finalmente cuando encontramos que una función es inyectiva y sobreyectiva hablamos de la tercera la biyectiva que es inyectiva y sobreyectiva

***E**: ¿Profe no entiendo la diferencia?*

***I**: P3 vuelve y explica usando la gráfica, repitiendo lo mismo que ha escrito en el tablero, le recuerda repitiendo con las mismas palabras, le muestra el tablero y escribe en el espacio donde está ubicada la segunda función la sobreyectiva.*

***P**: una función es sobreyectiva si el rango coincide con el codominio de la función. Entonces ahora su inquietud ….*

***I**: P3 se queda en silencio y continúa*

***P**: ahora ustedes me van a decir ¿cómo son estas funciones?*

***I**: P3 toma el libro que se encuentra sobre el escritorio, pasa con el libro abierto al tablero y va copiando los ejercicios en este:*

a) $f(x) = x+1$ b) $g(x) = x^2+1$ c) $f(x) = x^2$ d) $f(x) = x$

***I**: los estudiantes se quedan en silencio y solo algunos empiezan a trabajar*

En todo este contexto hay dos aspectos que llaman la atención uno, los términos utilizados, inyectiva, biyectiva, sobreyectiva, dominio, rango, codominio en ningún momento son retomados por parte de P3 para contextualizarlos o para cuestionar frente a ellos su conceptualización, dos, con la entrevista hecha a P1, P2 y P3 podemos observar como el profesor asume en sus explicaciones el uso del lenguaje matemático como una apropiación previa a la universidad, motivo por el cual no se preocupa en retomarlos. Veamos una de las preguntas ¿Qué aspecto considera usted que es fundamental en la enseñanza de su curso? ¿Por qué?
P3: "Es fundamental que el alumno tenga muy claro el concepto más que lo mecánico, porque a partir de esto él puede construir". Y observemos lo que sucede en la clase: "*A ver, cuéntenme. ¿Cómo definimos una función logarítmica?"*
El profesor pregunta en la clase interesado en aclarar el concepto antes de iniciar su exposición sin embargo, en términos de situaciones didácticas (Brousseau) no se dio una institucionalización de este concepto. Así, se puede encontrar que para el profesor es necesaria la claridad conceptual pero cuando la necesidad de esta claridad se presenta en su clase no se hace el énfasis en ello. Veamos otra consideración del profesor que es de importancia en este PC (punto de comparación) el profesor expresa:"*Hay que trabajar todos los temas o saberes si les falta un saber quedan cojeando, ellos deben ver primero la solución de ecuaciones para que puedan trabajar las funciones, porque todo tiene un orden, uno primero camina y luego corre, no se tiene una cosa sin la otra".*

Es necesario destacar que los tres profesores de los tres cursos en cuestión manifiestan interés por la conceptualización de términos usados en la disciplina, sin embargo, ninguno acude a la génesis del saber para su explicación, acudir a la génesis del saber sobre los ángulos, los divisores, las clases de funciones o sobre los polinomios parece estar fuera de toda concepción asociada a una situación de acción en la clase. Ninguno tiene en cuenta la concepción científica de determinado conocimiento para ser enseñado dentro de su práctica. Existe entonces una serie de limitaciones asociadas a la enseñanza que hace el profesor, no se observa una relación consciente con el saber a enseñar por tal razón se puede decir que: “El acceso al saber puede ser limitado de acuerdo con los contextos en los cuales se desenvuelva, estas limitaciones ejercen relaciones atemporales no reconociendo el saber que va a ser enseñado por parte del enseñante[60]. Esta afirmación de Chevalard apoya la observación realizada en este primer punto de comparación (PC) y lleva a pensar que concebir la enseñanza de un saber posee desde su propia naturaleza una limitación que hace que su enseñanza no recurra a estipular dentro de ella una situación didáctica como la validación y la institucionalización al final de cada clase. Hablaré entonces de LE (limitaciones epistemológicas) entendidas como el establecimiento de esquemas, lenguajes, concepciones que restringen o evitan que un saber sea nuevamente elaborado o construido a partir de nuevos esquemas de análisis de este mismo saber. Una limitación epistemológica llega a interrumpir en la enseñanza del saber matemático los espacios de construcción dados por la interacción entre el conocimiento y su didactización.

Los tres cursos muestran el hecho de:

- Hacer una relación constante de los temas vistos en grados anteriores a la universidad con los temas vistos en la escuela.
- Hacer uso de su saber para ser enseñado.
- No acudir a la génesis del saber para ser enseñado.
- Considerar un saber como algo concreto, específico para ser enseñado tal y como el profesor lo interpretó y lo concibió en su formación.

Considerar los saberes enseñados en términos de práctica y de limitación explicados en el capitulo uno invita a realizar un análisis a partir de la interacción teórica de la textualización.

Cada práctica implica también los objetos que le son propios. Por ejemplo, un profesor de matemáticas construye alguna cosa particular relacionándose con la

60 CHEVALARD 1991: 82.

disciplina de la matemática en la óptica de enseñar a los estudiantes de tal edad, con estos u otros logros, en tales condiciones (número de estudiantes, local o espacio, número de horas por semana, etc.), todo esto actúa sobre el profesor y sobre el objeto enseñado como limitaciones asociadas a su práctica[61] de enseñanza. Veamos lo que sucede en uno de los casos observados:

P2: esto es una identidad llamada identidad trigonométrica básica, a partir de esa salen las demás y de dónde sale esta? Yo les recuerdo aunque me vuelva cansón
$Sen^2\Theta + cos\Theta = x/y$ entonces
I: escribe otra muestra y pregunta y^2 / r^2 y nadie responde las preguntas que se hacen

P2: Y eso de dónde lo sacamos?
I: acude a otros conceptos les recuerda que va en sexta identidad básica pitagórica los estudiantes que se encuentran en la parte delantera copian y los de la parte de atrás del salón conversan y se explican entre ellos un ejercicio anterior, el se desplaza y vuelve al tablero hace preguntas e invita a los estudiantes a resolver el ejercicio, sus gestos son agradables y se muestra amable.

P2: recuerden que cuando ustedes falten a una clase es su responsabilidad desatracarse
I: le pregunta a un estudiante ¿qué le pasa por qué está bravo?

ES: porque es difícil

I: P2 no le dice nada y continúa con la identidad 8 en el tablero y va preguntando al tiempo que escribe ¿qué es? luego pregunta, Y ¿esto?, Y el profesor va escribiendo en el tablero. Ningún estudiante responde. El profesor continúa

P2: ahora, vamos a ver cómo identificar cuáles son identidades y vamos a verificar las desigualdades.

I: P2 toma un cuaderno que tiene en el escritorio escribe un ejercicio en el tablero lo deja y simultáneamente entrega un parcial.

P2: listo muchachos vamos a verificar la identidad 8 quiero que me pongan mucha atención, que se graven esto. No es una ecuación, es una identidad y ya nunca más van a pasar de un lado al otro que quede muy claro.

I: inicia a elaborar preguntas y de nuevo, nadie le responde.

P2: Qué significa trabajar para un lado? que a partir de las identidades básicas que uno se las debe saber ¿Cuál es el lado más fácil?

1.$tan\Theta + cot\Theta = sec^2\ \Theta .\ cot\ \Theta$
sen/cos= tang entonces $tan\Theta + 1/tang\Theta = Sec^2\ \Theta.\ Cot\ \Theta$

---

61 Por limitaciones asociadas a su práctica, se entiende como, las restricciones que afectan o influyen en el desempeño de su quehacer en el aula.

entonces hagamos una cosa conviertan solamente la tangente

I: P2 lo escribe todo en el tablero.

Al considerar las limitaciones, se puede observar que para el profesor el hecho de no obtener ningún tipo de devolución por parte de los estudiantes implica detenerse para realizar un proceso de enseñanza. Si pensamos en la transposición por ejemplo, en este caso el profesor no considera las preguntas que elaboró como un medio para generar un saber y enseñarlo, y si lo vemos desde la teoría de las situaciones didácticas, el profesor se mantiene en una situación de acción y formulación. Aspectos que son importantes para el desarrollo de una situación de enseñanza. El hecho de escribir todo en el tablero implica un proceso de comunicación, de transformación de su lenguaje para que los estudiantes logren visualizar su texto.

Desde este contexto se podrían hacer varias reflexiones:
Una, los espacios de clase no transforman el hacer del estudiante como un miembro participativo, dos, el estudiante universitario continúa siendo receptivo, tres, la enseñanza de la matemática continua dándose desde una comunicación profesor- emisor y estudiante-receptor, cuatro, los estudiantes consideran que copiar del tablero al cuaderno es un recurso importante, cinco, el profesor parece no considerar su texto como un medio generador de conversación desde el conocimiento.

Se puede también pensar en otras limitaciones, más “institucionales, muy presentes en la relación que el profesor mantiene con el saber que enseña: el lugar del curso en cuestión, en la trayectoria general de los estudiantes; el título del curso impuesto por la institución con todas las exigencias relativas a los contenidos enseñados y lo que esto implica para el profesor. Un profesor está comprometido y a veces obligado a ofrecer *tal* o *cual* curso; e incluso si hay una relativa libertad en el título del curso, el saber que él tendrá que enseñar deberá organizarse en función de ese tema. En el siguiente cuadro se ejemplifican las diferentes limitaciones de los tres profesores durante sus espacios de enseñanza LE (limitaciones epistemológicas)[62], LAP (limitaciones asociadas a la práctica), LI (limitaciones institucionales)

Cuadro No. 9

Las limitaciones dadas en la enseñanza de los saberes matemáticos

I		P1	P2	P3
LIMITACIONES	LE	El desconocimiento del origen de varios conceptos usados es una limitación para profundizar. No se ve la necesidad de profundizar en el tema.	El desconocimiento del lenguaje matemático por parte de los estudiantes, hace que el profesor no logre avanzar al ritmo que él considera debe hacerlo. Sin embargo el profesor no acude al concepto, a su origen para generar una mejor transposición desde el lenguaje.	
	LAP	El profesor desea tener herramientas didácticas para lograr mejorar su proceso de enseñanza de los ángulos. No cuenta con estas herramientas. Expresa que no puede profundizar en los temas pues los estudiantes solamente necesitan los saberes básicos.	El profesor manifiesta la dificultad tenida en su proceso de enseñanza por causa de la falta del lenguaje apropiado para profundizar en los temas. Los estudiantes no poseen lenguaje matemático.	El profesor expresa que el tiempo de trabajo con el grupo es corto.
	LI	Institucionalmente cada programa les solicita a los profesores el programa con anterioridad. El profesor entrega el primer día su programa.	Los paros promovidos por los estudiantes generan un atraso en los temas.	Los paros afectan la dinámica de los temas.

Un aspecto que llama la atención desde estas limitaciones es que desde las limitaciones asociadas a la práctica fuente ninguno de los profesores hizo relación con la posibilidad de realizar otro tipo de prácticas, por ejemplo, usando TICS

62 Se entiende por Limitaciones asociadas a lo epistemológico las restricciones que pueda tener el profesor tanto desde el acceso a los orígenes del saber a enseñar o los originados por obstáculos del mismo carácter.

como computadores, video beam, o softwares que les permitieran acceder de otro modo al conocimiento. Es significativo ver como ninguno de los tres profesores pensó en la falta de instrumentos como: transportadores, escuadras, curvígrafos, tablero cuadriculado para graficar, y otros, este tipo de aspectos que podrían determinarse como limitaciones no están consideradas por los docentes universitarios.

Así mismo, cada momento de su práctica discursiva está limitada también a las preguntas que elaboren sus estudiantes, no habrá conversación de ningún modo si solo se transmite el discurso, lo cual requiere de una secuencialidad previamente diseñada para este. El discurso que usa el profesor en el aula también está determinado por el local o el espacio del aula de clase, el eco que este tenga afecta los tonos de voz. Desde este aspecto los tres profesores tenían buen tono de voz, sin embargo, sí se presentó la limitación desde la devolución hecha por los estudiantes como se mostró en el ejemplo anterior ocurrido en una de las clases donde la devolución de los estudiantes no se hizo presente durante un tiempo aproximado a los 15 minutos, ahí, entra en juego la escenificación que realiza como parte de su discurso.

El profesor en el caso anterior expuesto se movía de un lado a otro del tablero, miraba constantemente a los estudiantes cuando hacia las preguntas (como invitando a responder). No hacia ningún tipo de gesto (disgusto, tristeza, sorpresa) ante la devolución de sus estudiantes, en este caso el silencio. Veamos:

P: *una función es sobreyectiva si el rango coincide con el codominio de la función. Entonces ahora su inquietud ….*

I: *P3 se queda en silencio y continúa*

P: *ahora ustedes me van a decir ¿cómo son estas funciones?*

I: *P3 toma el libro que se encuentra sobre el escritorio, pasa con el libro abierto al tablero y va copiando los ejercicios en este:*

a) $f(x) = x+1$ *b)* $g(x) = x^2+1$ *c)* $f(x) = x^2$ *d)* $f(x) = x$

I: *los estudiantes se quedan en silencio y solo algunos empiezan a trabajar*

2.4 TRANSVERSALIDAD DIDÁCTICA

Se considera esta transversalidad desde la mirada hecha a los tres profesores (P1, P2, P3) basada en el segundo punto de comparación (PC) la didactización, en la cual se analizan varias características tales como: La progresividad en el abordaje del curso, reconstrucción del saber en una progresión que va de lo fácil a lo difícil, la explicitación de los términos como ayuda o aspecto complementario a los contenidos, la crono génesis y la topo génesis se hacen presentes en el curso, el objeto transaccional, la practica objetivo y la práctica fuente son explícitos en la clase, el contrato didáctico y la escenificación como características que conforman la estructura implicada en la didactización.

Desde la didáctica se entra a hablar de la didactización. "La Didáctica es la ciencia que estudia la difusión de los *conocimientos* útiles a los hombres que viven en sociedad. Se interesa por la producción, la difusión y el aprendizaje de los conocimientos, así como por las instituciones y actividades que los facilitan."(Brousseau)[63]

En esta investigación, la didactización posee un gran peso debido a la relación que la implica dentro de la teoría de las situaciones didácticas, y la transposición didáctica, teorías que constituyen un conjunto de situaciones que espera ser engranada en el momento de la enseñanza hecha por los profesores en los tres cursos. Esta didactización vista como la estructura donde el profesor logra realizar la elaboración de sus saberes y hacer desde allí la transformación para la transposición didáctica es la que se considera en esta investigación como la más involucrada en la enseñanza.

En el cuadro se encuentra lo ocurrido en la clase tal cual como fue enseñada por los profesores, en algunas situaciones de clase aparece con una I (investigadora) la percepción tenida durante la elaboración de los registros, aspecto que se considera permite aclarar el contexto de manera objetiva. Se toma de los registros

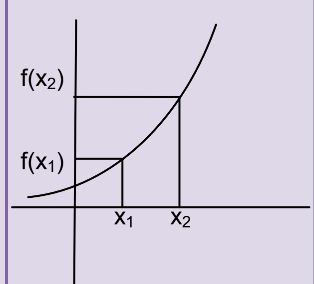
63 BROUSSEAU. Investigaciones en educación matemática.

aquellos aspectos que desde la investigación se consideran pertinentes de acuerdo a la característica propuesta.

Cuadro No 10.

Registro de la matemática como conocimiento desde la didactización

P C	CARACTERISTICAS DE LOS P.C.	P1	P2	P3
DIDACTIZACIÓN	La progresividad en el abordaje del curso. Reconstrucción del saber en una progresión que va de lo fácil a lo difícil.	Se hará en cada clase dos horas de explicación de lo matemático y las otras dos horas es para que ustedes hagan ejercicios (contrato didáctico). yo enseño de lo fácil a lo más difícil porque así me enseño mi profesor xxx. los divisores que era lo más difícil ya lo vimos ahora veamos un ejemplo fácil .	Y otra es $Y = X^2$ es la función cuadrática es la que mas vamos a utilizar. Usted que se ahorra y lleva esto a la forma canónica, manejar una básica y saber que números constantes que positivos o negativos hacen algo, estamos dando brochazos para que usted coja agilidad en las gráficas.	**Pr:** Entonces que hago (escribe) 2x+1= x-2 2x-x= - 2 – 1 X= -3 (El profesor describe el proceso, como pasan los términos de un lado al otro del igual) **Es:** ya, eso está muy fácil. **Pr:** es que es solo aprenderse las propiedades. **Es:** hay que saber la tablita **Pr:** (escribe) $\text{Log}_2\,(2x\text{-}1) + \log_2(x\text{+}1)\text{=}1$ Ojo que aquí hay algo nuevo, los logaritmos para resolverlos tienen que tener la misma base sino son incompatibles.
	La explicitación de los términos como ayuda o aspecto complementario a los contenidos.	El profesor escribe en el tablero un ejemplo. Hallar el m.c.d de 84 y 120 y pasa a una estudiante a realizar la descomposición. **Pr**: "haga eso a ver, yo hago el trabajo difícil."	**Pr:** vean estas son funciones básicas que ustedes tienen que vivir con ellas de aquí en adelante. F(X) = K es constante Si la K es + esta encima del eje x Si la K es – está por debajo O sea Y= -3 es 3 unidades por debajo Otra función es f(x)= X se llama idéntico valor de x es idéntico en y Línea recta cuando x= 1 Y= -1	**Pr:** espero que tengan la tabla de resumen (Escribe) In (2x+1/x-1) =0 Ya habíamos hecho esta? **Es:** no **Pr:** ojo, que es lo que tengo que hacer, ¿Cómo son los valores dentro del paréntesis? **Es:** mayores que cero. (El profesor se dirige hacia la gráfica y señala f(x) logaritmo **Pr:** esto se convierte en logaritmo natural, por lo tanto no puede ser cero (Vuelve a la parte izquierda del tablero y señala el ejercicio)

D I D A C T I Z A C I Ó N	La crono génesis y la topo génesis se hacen presentes en el curso. Objeto transaccional.	Hoy tenemos un cambio, vamos a conversar sobre cosas más reales ¿a qué me refiero? más o menos. ***S***: a geometría profe vamos a ver la parte de la geometría que ustedes van a utilizar vamos a hablar de un modelo geométrico bien al nivel que ustedes lo necesitan El léxico que manejo lo hago a nivel de los estudiantes para que ellos puedan entenderme de que estoy hablando y que estoy diciendo porque a veces como docentes manejamos un léxico muy elevado que no está al nivel está muy por encima de los estudiantes creando confusiones en estos y ese léxico infunde la parte pedagógica de uno como docente, porque recordemos que en la parte pedagógica es en la forma como yo voy a impartir mis conocimientos es decir si yo manejo una parte oral muy compleja para el estudiante el siempre va a estar perdido y más en los conceptos matemáticos.	Porque para usted saber lo de la modelización tiene mucho tema, mañana vamos a ver lo de los números complejos,	Que es resolver, despejar a x y que debo hacer? **Es:** despejar, luego cementerio. **Pr:** Despejar y luego cementerio, pero lo que está en el paréntesis está influenciado por el logaritmo así que debo despejar el logaritmo. bueno hoy vamos definiendo cosas Dónde puede estar el máximo y el mínimo si la función tiene un intervalo donde puede estar? y ella misma responde o que estén en el extremo del intervalo o en el punto crítico entonces función creciente les voy a dar un ejemplo para definirla pero vamos a restringir su dominio a un intervalo resulta que para cualquier X_1 y cualquier X_2 con $X_1 < X_2$ cómo es la imagen de x_1 con respecto a la imagen de X 2 Es: menor I:La profesora escribe en el tablero 
	La practica objetivo y la práctica fuente son explícitos en la clase	Aquí no va alfa, beta, gama, no usamos letras griegas la idea es que manejemos estos concepticos que aparecen aquí miren el borde del piso con el de la pared superior, no tiene que saber el nombre entonces esos ángulos tienen unas clasificaciones y van a ser las siguientes: según	I: P2 muestra que. P2: es mejor factorizar por agrupación que la división sintética eso es lo que usted va a enseñar entonces usted lo tiene que saber. Para eso estamos aquí.	Se dice que una función es creciente y decreciente si para todo $x_1 < x_2$ en (a,b) se tiene o se cumple que $f(x_1)$ sea menor que $f(x_2)$. (Cuando llega aquí borra) Pregunta: ¿cómo puede definir una función decreciente?, escríbanlo siguiendo este modelo…

D I D A C T I Z A C I Ó N		su abertura, según su posición, según su suma, miren que esto es más teórico que otra cosa. el obtuso es el mayor de 90 grados se dan cuenta de que no estamos haciendo nada, mera teoría. el escritorio del profesor se encuentra como siempre ordenado con los marcadores, dos celulares, el borrador, la planilla y un libro de matemáticas. ya saben que si ustedes la van a dar allá en el colegio hay unos transportadores…. Bueno el obtuso y está el llano la carretera al llano, si un ángulo llano es este piso por ejemplo aquí esta.		En ninguna de las clases se hizo explicito algún tipo de enseñanza asociada con la practica objetivo.
	La escenificación Considera varios elementos como: ¿El profesor está parado, sentado o más bien dinámico y captura la atención, o más bien estático? ¿Este estatismo provoca o no un efecto de adormilamiento?	El profesor se desplaza con calma durante su exposición por el salón generalmente lo hace hacia su izquierda, utiliza las manos y es muy expresivo con su rostro, continuamente expresa ante las preguntas de las estudiantes "si ve que estamos bien" hace un gesto de ánimo y su tono de voz es contundente. Se desplaza frente al tablero de un lado a otro escribiendo en él y cuando desea hacer énfasis en algo se baja de la tarima se ubica frente a todo el grupo y expresa verbalmente aquello que desea aclarar. Usa marcadores de colores para escribir en el tablero. Siempre	EL profesor camina de un lado a otro frente al tablero, siempre sonríe, en algunas ocasiones se desplaza por todo el salón de clase especialmente cuando hay quices o parcial. Posee un tono de voz suave pero sabe proyectar la voz hacia todos los estudiantes. Después de que escribe los ejercicios en el tablero se sienta en la silla de su escritorio y toma una posición pensante mientras espera, mira a sus estudiantes o mira su cuaderno. Usa marcadores de colores para mostrar en el tablero los ejercicios.	El profesor es muy dinámico se desplaza de derecha a izquierda frente al tablero y en ocasiones lo hace entre los estudiantes, es hábil y capta fácilmente la atención de su grupo, sube y baja el volumen de su voz. Tiene un tono de voz fuerte y posee una clara dicción. La dirección y proyección de su voz es acorde con el espacio del salón. Cuando se sienta lo hace por muy poco tiempo y se ubica encima del escritorio. Su desplazamiento lo realiza en forma segura y siempre se dirige a todo el grupo inclusive en algunas ocasiones pasa puesto por puesto y en ocasiones busca conversar con el estudiante que él observa que ha tenido alguna dificultad. Es fuerte en su

D I D A C T I Z A C I O N	se centra sobre las notas sin leerlas Incita a una devolución del problema por el hecho de poner a los estudiantes en situación de obligación de plantearse buenas preguntas en el contexto de la lección	señala. Tan solo el primer día de clases algunos estudiantes parecían adormilados, el profesor explicaba el programa, a los estudiantes parecía no interesarles y se disponían con la cabeza sobre la mesa de su pupitre. El profesor está de pie frente al tablero y señala de un lado al otro del tablero. El profesor tiene sobre su escritorio un libro de texto y unas copias de talleres sin embargo no acude durante la clase al uso de ninguno de los dos tipos de texto, en la segunda mitad de la clase entrega los talleres de ejercicios sobre el tema que se esté dando. Siempre propone los ejercicios escribiéndolos en el tablero, escribe uno muy sencillo y de fácil solución, gradualmente va complejizando el ejercicio pero siempre los resuelve el mismo en el tablero. Durante la escritura de los ejercicios hace algunas preguntas de lo que va escribiendo, esto puede invitar a la devolución por parte de los estudiantes. **Pr**: ¿Por qué no da quinta de tres? **Es**: es porque es menor que cinco **Pr**: entonces….¿cómo queda? **Es**: dos por cinco a la dos por siete **Pr**: !eso¡ ¿ahí está descompuesto? **Es**: otro ejemplo profe. **Pr**: si !claro¡ una más grande, miren que todo está encadenado	La continuidad de sus movimientos de desplazamiento en el salón de clase ayuda a sus estudiantes a permanecer atentos a su labor. Le gusta acercarse a los estudiantes, los mira y en ocasiones los toca en la espalda con amabilidad. Un gran tiempo de la clase permanece de pie frente al tablero y señala con los mismos marcadores aquello que más llama la atención de su explicación. El profesor tiene sobre el escritorio el modulo elaborado por el departamento de matemáticas. En algunas ocasiones el profesor utiliza el modulo para copiar ejercicios en el tablero o en ocasiones lleva copias de talleres los cuales entrega a los estudiantes para que los lleven de trabajo a casa. En un gran porcentaje el profesor no utiliza ningún tipo de notas para realizar los ejercicios en el tablero.	forma de caminar. Es muy cordial, hace comentarios chistosos, mueve bastante los brazos, siempre llena el tablero de izquierda a derecha y usa marcadores de diferentes colores los cuales utiliza en la medida que va escribiendo el ejercicio en el tablero. Su rostro se muestra calmado y cuando habla y escribe en el tablero explicando mira a sus estudiantes y continua escribiendo a veces se detiene verbaliza lo escrito mirando a sus estudiantes y continua. El rol que asume el curso desde la oralidad es relevante pues la voz del profesor marca el ritmo de la clase, es bastante activo y rápido en sus explicaciones tan solo cuando termina se escucha la voz de los estudiantes haciendo algunas preguntas. Al iniciar la clase el profesor llega saluda caminando hacia el escritorio se sienta y mira el modulo (libro hecho para los primeros semestres de matemáticas I). Cuando está haciendo la explicación no se remite a ningún tipo de documento. Cuando desea poner un ejercicio lo copia del modulo y luego inicia la solución y no vuelve a mirar el texto. En algunas clases revisó el libro cuando finalizaba la explicación del ejercicio, (***lo hacía como para verificar***) y luego proponía otro. No trae ningún tipo de notas personales a la clase.

D I D A C T I Z A C I Ó N	El contrato didáctico	Se hará en cada clase dos horas de explicación de lo matemático y las otras dos horas es para que ustedes hagan ejercicios		Durante las clases observadas no se presentó para el profesor ningún tipo de dificultad por el hecho de no tener notas, la solución de los ejercicios siempre fue hecha con gran propiedad. Durante las clases observadas el profesor invita constantemente al dialogo, hace preguntas continuas para ir resolviendo de forma conjunta el ejercicio propuesto. **Pr**: Tengo exponentes en base qué? **Es:** 1/3 **Pr:** necesito bajar esos x ¿Qué hago? **Es:** aplico la propiedad **Pr:** **¿**cuál? La de logaritmo Estamos bosquejando polinomios **1.** y= $(x-1)^2*(x+3) * *(2x-5) (x-6)^3$ **2.** y=$(x^2+1) * (x+2) (X-3)$ ¿Cómo se aplica la división sintética? ¿Qué es lo que ustedes tienen que aprender a manejar? Este es el principal (señala el tablero) y esta es la constante $Y=anx^{n-1} + \ldots. A_1x+a_0 \longrightarrow$ Constante. Listo tengo el logaritmo, ¿puedo aplicar alguna propiedad? Miren bien la tabla y hagan la semejanza. **Es:** no **Pr:** ¿Por qué? **Es:** porque no están multiplicando en el mismo cuadrito. **Pr:** si **Es:** (alza las manos en señal de victoria) **Pr:** tengo un producto y una desigualdad Cuando es > 0 **Es:** cuando ambos sean > 0

D I D A C T I Z A C I Ó N		El profesor presenta su programa y hace explicito los parámetros de las evaluaciones, la importancia de asistir a las clases para lograr comprender aquello que para ellas sea difícil. **Pr:** " es mejor que estén en la clase así pueden hacer las preguntas que quieran pero si no están es más difícil para preguntar con la amiga"	Esta establecido en forma implícita todos los estudiantes toman apuntes de lo escrito en el tablero P2 siempre espera hasta que finalicen de copiar, luego explica y luego coloca más ejercicios.	**Pr:** bien, pero ¿Qué tengo que hallar de esas f(x)? **Es:** el dominio **Pr:** y cuales son Estas situaciones se presentan como un medio para ir aclarando la solución de un ejercicio. El profesor logra hacer participar a los estudiantes, su escenificación juega un papel importante en el momento del dialogo. P3 expresó la importancia de tener el libro de ejercicios y las fotocopias que él les recomendaba para trabajar. Los estudiantes toman apuntes del tablero en todas las clases, algunas veces P3 borraba el tablero antes de que los estudiantes finalizaran la copia.

La relación didáctica se ejerce a partir del conocimiento asociado a los saberes para ser puestos en situaciones didácticas que hagan del saber una transmisión posible desde el que enseña un saber y una transferencia que sea aplicada a partir de la recepción que haga el estudiante. En la didactización, el hacer del profesor es considerado elemento primario de la enseñanza, la cantidad de conocimientos que el profesor ha ido estructurando, los ha utilizado y por su puesto ha realizado una transferencia desde el saber sabio para volverlo enseñable.

Desde el PC que corresponde es necesario destacar las características particulares de las situaciones ocurridas en las clases. En las clases los profesores se muestran como conocedores del saber, van reconstruyendo el saber en forma lineal de lo fácil a lo difícil de acuerdo a sus supuestos, la organización de los temas está dada desde el programa de cada uno de los cursos, lo cual ha venido siendo así durante varios años.

Algunos temas dados en cada curso se han considerado dentro del grupo de profesores para no ser vistos o primero ver por ejemplo ecuación de la recta y luego si ver funciones. Este tipo de análisis lo hacen los profesores cuando se reúnen para ver el desarrollo de esta asignatura Matemáticas I.

Los profesores P1, P2 Y P3 escriben en el tablero explicitando los términos que usan en sus contenidos, coinciden en hacer preguntas de los contenidos que están haciendo explícitos e ir ellos mismos dando respuesta desde la solución del ejercicio, señalando aquellos términos a los cuales hacen referencia en la medida de su texto oral. Desde este aspecto se puede observar constantemente en los tres profesores el efecto Topaze denominado por Chevalard como lo que le ocurre al profesor ante una pregunta hecha por él mismo y la necesidad inmediata de responderla.

Al continuar mirando la didactización se encuentra la transacción de los saberes matemáticos dentro del aula de clase, el profesor logra tener su saber y hacer un cambio a partir de aquello que él como profesor considera que sus estudiantes le van a entender, cambia su lenguaje busca otros términos similares que le puedan abrir el camino hacia el conocimiento. Esta cronogénesis[64] del saber se evidencia en la concepción que tienen los profesores respecto a la forma como transmiten el conocimiento. ¿Por qué razón no le podemos decir a un estudiante de primer semestre de licenciatura toda la connotación teórica implicada en las funciones? El profesor continúa pensando y buscando los términos que hagan "fácil" la escucha y el entendimiento de un concepto. Así encontramos en la entrevista que los profesores consideran que para enseñar un saber matemático ellos hacen lo siguiente: "Busco el escrito más simple para presentarlo y no causar ninguna dificultad en su apropiación, entre más claro mejor para presentárselo a ellos. Me gusta presentar de dos autores diferentes, en otros casos yo me sé la definición, la cual es construida a partir de un dibujo y la escribo de una manera diferente a

64 CHEVALARD 1991

como esta en los libros. Yo uso un cuaderno que he ido recopilando a partir de lo que entiendo y ejercicios que considero son buenos para enseñar, creo que debo reescribirlo."

Otro de los profesores expresa "yo enseño de lo fácil a lo difícil. Antes de empezar a trabajar el saber yo hago un ejercicio y es pensar cómo voy a hacer llegar esta información del tema en cuestión a mis estudiantes para que estos lo asimilen de una manera más sencilla, busco la metodología, la forma didáctica, la forma pedagógica más propicia, más fácil sencilla para llegarle a los estudiantes para que asimilen estos conceptos manejando bien sea la terminología que esté al nivel de ellos para que ellos entiendan bien el tema que se esté trabajando o que se esté tratando, esta para mi es la pedagogía que yo manejo interiormente, pensar en cómo transmitirle de la manera más sencilla a mis estudiantes el concepto que yo voy a trabajar."

En primer lugar, el proceso de enseñanza se presenta desde un saber sabio, desde un saber que ha tenido una transformación histórica y cultural. En este caso los profesores en los tres cursos hacen la transformación pensando siempre en hacerlo fácil, considerando que hacerlo fácil permite que este saber sea aprendido. El saber usado por los profesores muestra el deseo por establecer diferentes vínculos con el conocimiento por ejemplo desde el orden de lo afectivo o en el orden de lo emocional podríamos darnos cuenta la gran insistencia que se hace respecto a lo fácil que es el saber matemático y en algunos casos se asume una posición de protección buscando hacer lo más difícil dejando que los estudiantes hagan lo más fácil.

Surge a raíz de la respuesta dada por parte de los profesores la siguiente inquietud, ¿Cuál es la preocupación de causar en el desarrollo del conocimiento algún nivel de dificultad? toda elaboración de conocimiento presenta un nivel de esfuerzo, de hecho las dificultades son las que hacen surgir esquemas de producción de nuevos conocimientos. Esto lleva a pensar incluso en la reforma curricular de las universidades; si se busca profesionales competentes a nivel nacional e internacional, ¿dónde queda la capacidad del profesional para enfrentar un cierto número de dificultades respecto a la creación y solución de situaciones problema presentadas desde el lenguaje y desde los conceptos? ¿Cuál es el temor?. Cada vez más la formación adquiere un sentido de considerar incapaces a los que tiene capacidad (pobre cerebro menos uso aun) veamos, los profesores consideran que la enseñanza debe hacerse de lo fácil a lo difícil e incluso uno de ellos considera que debe seguir haciendo la transmisión de manera generacional, casi que heredada por parte de quien le enseñó. El profesor expresa: “El léxico que manejo lo hago a nivel de los estudiantes para que ellos puedan entenderme de qué estoy hablando y qué estoy diciendo porque a veces como docentes manejamos un léxico muy elevado que no está al nivel, está muy por encima de los estudiantes[65] creando confusiones en estos y ese léxico infunde la parte pedagógica de uno como docente, porque recordemos que en la parte pedagógica es en la forma como yo voy a impartir mis conocimientos es decir si yo manejo una parte oral muy compleja para el estudiante él siempre va a estar perdido y más en los conceptos matemáticos. Yo enseño de lo fácil a lo más difícil porque así me enseño mi profesor n.n”.

Ahora, aquí existe una condición respecto al análisis que se ha hecho en diferentes investigaciones sobre el uso del lenguaje matemático. Hay dos aspectos distintos a partir del lenguaje, uno: una situación está dada desde el uso de un lenguaje adecuado para construir conocimiento y dos: pensar, que debo usar términos facilitadores para la transmisión de un saber que lo transforme de tal manera que a través del tiempo va quedando sin gran parte de su esencia. El hecho de usar un lenguaje que permita entender de manera sencilla la explicación del profesor es precisamente la transformación que hace el profesor a partir del conocimiento que él ha ido adquiriendo y ha ido transformando en su propia experiencia.

65 El profesor se sigue considerando superior y se continua viendo al estudiante como incapaz

El saber del enseñado y el saber del enseñante[66] adquieren dos sentidos epistemológicos en la didactización, esta dicotomía en la transmisión del saber matemático es compleja, aquí se pone en juego el deseo del profesor por enseñar, por mostrar de manera entendible el saber que él como adulto ya ha elaborado durante algunos años, que al explicarlo lo ha ido comprendiendo y por tal razón lo escribe, lo define, lo ejemplifica, lo verifica, lo comprueba. Dentro de las situaciones analizadas los tres profesores P1, P2 y P3 acuden a mostrar lo que ellos como profesores saben sobre la matemática, los tres dibujan en el tablero para especificar algún contenido, los tres parten de ejercicios para abordar el tema, los tres inician la clase dando el tema y los tres dictan las definiciones del tema que estén trabajando.

Otro aspecto a analizar en la didactización es la relación entre la práctica que hace el profesor desde su saber para ser enseñado, para qué enseña este saber, o sea la practica fuente y la práctica que realiza como objetivo del enseñante para que él como estudiante use ese saber al finalizar su profesión, o sea la práctica objetivo. En este caso particular los estudiantes serán profesionales en ingeniería, y los otros serán licenciados. Si bien es cierto, las licenciaturas tienen competencias laborales similares al finalizar su programa, en el caso de este estudio, las dos licenciaturas tienen perfiles que las hacen diferentes.

Veamos algunos aspectos paralelos a la práctica fuente obtenida en la entrevista, lo que permite profundizar más en la didactización.

¿Qué formación ha tenido para que usted hoy sea profesor de matemáticas?

Práctica fuente	**P1**	**P2**	**P3**
Formación universitaria pregrado	Licenciado en matemáticas y física.	Licenciada en matemáticas y física	Ingeniero mecánico

66 CHEVALARD 1991 La transposición didáctica del saber sabio al saber enseñado Aique grupo editor Argentina

Formación en pedagogía	La recibida en la licenciatura	La recibida en la licenciatura	No ha recibido ninguna
Formación en didáctica	Lo que ha leído en el libro de ejercicios, pero no ha recibido ningún curso en especial	Lo que se da en la licenciatura, en un semestre se vio algo de didáctica.	No sabe nada

Los continuos cambios en la forma en la que se estructura el hecho de enseñar matemáticas (¿dónde se forman los profesores de matemáticas?) es reflejo de una comprensión insuficiente del conocimiento necesario para enseñar matemáticas y de la forma en la que se genera. Para superar esta situación, desde hace algunos años, se ha estado desarrollando un esfuerzo investigador dirigido a aumentar nuestra comprensión del conocimiento necesario para enseñar matemáticas, sobre la práctica de enseñar matemáticas y sobre el proceso de aprendizaje del profesor[67]; sin embargo, aun falta conjugar conocimientos que fortalezcan la necesidad de la formación en didáctica por parte de todos aquellos que deseen dedicarse a enseñar matemáticas. El hecho de no tener ningún tipo de formación asociada directamente a la didáctica de la matemática es una consideración relevante en el proceso de enseñanza.

Veamos entonces algunas diferencias que influyen en la forma como los profesores asumen la didactización de su asignatura. En la licenciatura en matemáticas el profesor hace mayor alusión al conocimiento especifico que va a ser enseñado, el profesor hace referencia respecto al hecho de que ellos deben saber mucho porque van a enseñar mucho, su formación desde lo matemático se puede asegurar es de un alto nivel de contenidos específicos asociados a los contenidos que han sido propuestos en los planes curriculares para la básica secundaria y la universidad. En la licenciatura en pedagogía infantil el enfoque es hacia temas asociados a los conocimientos básicos de las matemáticas para ser enseñados en el preescolar y la básica primaria, estos saberes son específicos (conjuntos, ángulos, resolución de polinomios, clases de triángulos y otros) sin

67 JIMÉNEZ ET AL. 1996; LLINARES, 1998

embargo, estos temas son vistos tal como se vieron en el colegio, no se da ningún tipo de profundización en la enseñanza de estos conocimientos, inclusive el profesor expresa que ellas no necesitan conocer las teorías a fondo pues "es un poquito lo que ellas van a enseñar" Aquí se podría hacer una buena discusión al respecto sin embargo este no es el objeto de estudio de esta investigación.

Continuando con la didactización y la practica objetivo[68] y la práctica fuente[69] dos profesores hicieron relación a la práctica objetivo cuando les nombró lo que podían hacer "allá" al finalizar su formación profesional, el otro profesor en ninguna de sus clases hizo algún tipo de mención respecto a su práctica objetivo. Por lo tanto, desde la práctica fuente vemos como los tres profesores realizan su enseñanza a partir de los contenidos establecidos en el programa. Incluso los profesores del programa de ingeniería si bien es cierto en ningún caso hace mención a su práctica objetivo profesionalmente, tampoco desde su práctica fuente se ve una diferenciación en la enseñanza de la matemática en los tres programas pues los tres parten de los contenidos específicos para poder ver la matemática dos o en el caso de pedagogía infantil para recordar habilidades matemáticas vistas en la formación básica. Ahora, también se puede tener en cuenta que a pesar de ser saberes con prácticas objetivo diferentes los tres profesores enseñan la matemática de la misma forma.

Pasando a otra característica de la didactización se verá el contrato didáctico. La noción de contrato sugiere el carácter explicito de la creación de una situación que involucra varias personas. Un contrato está firmado deliberadamente por diferentes *partes*. En el contrato didáctico, se construye de esta forma una relación que determina lo que cada una de las partes, el profesor y el estudiante, tendrá la responsabilidad de gestionar o administrar y como cada uno será responsable frente al otro. Se construirá entonces entre enseñante y enseñado una serie de expectativas más o menos recíprocas que entrañarán y legitimarán ciertos

68 La práctica objetivo hace referencia a las prácticas realizadas para ejercer su labor profesional.
69 La práctica fuente es la práctica de la formación, la práctica que hace al futuro profesional.

comportamientos. Pero en el juego pedagógico de las exigencias y de las obligaciones, no se debe olvidar que el término “contrato” plantea problemas: en efecto, la presentación del contrato no podrá ser totalmente explícita en la medida en que él pretenda ocuparse sobre los resultados de la acción del profesor. El solo contrato absolutamente implícito sería aquel donde el profesor detallará exactamente los resultados que espera de los estudiantes luego de su evaluación. No solamente, esto no es realista, y tampoco deseable. De otra parte, nadie conoce los medios infalibles que garantizarían la apropiación por el estudiante de los conocimientos que se buscan o pretenden.

Es entonces esencialmente en las crisis de la relación didáctica que el contrato se explicitará por fragmentos. También, “un contrato de este tipo, totalmente explícito, está condenado al fracaso. En particular las cláusulas de rompimiento y el tema o asunto del contrato no pueden ser descritos de antemano. El conocimiento será justamente el que resuelva las crisis de estas rupturas.”[70] Es entonces más en los procesos de búsqueda del ajuste de un contrato hipotético que debe ser definida la relación didáctica. Sin embargo, se plantea aquí la hipótesis, según la cual, la explicitación por parte del profesor de sus exigencias con relación a los estudiantes, así como la observación de su coherencia frente a estas exigencias (especialmente en la evaluación), nos enseñaría o diría mucho sobre la manera como el saber del curso se introduce e implementa en la universidad. El contrato didáctico posee una serie de particularidades que hacen que estudiante y profesor asuman una posición dentro de su oficio, por eso ese contrato es entendido como un sistema de obligaciones reciprocas que permanecen estableciendo una relación constante que recuerdan las obligaciones contraídas por parte y parte y a medida que transcurre el curso puede ser cambiante o evolucionar para favorecer las situaciones presentadas dentro de la escolaridad universitaria.

70 BROUSSEAU 1998:62

Los tres profesores hacen sus exigencias con claridad, aunque en algunos momentos dejan lugar para la incertidumbre respecto a cómo van a evaluar lo hecho en clase. En los programas están cada uno de los temas a ver consignados y en uno de los casos están los porcentajes dados por el profesor para cada uno de los procesos de evaluación. En un momento determinado uno de los profesores presenta el curso como algo muy sencillo para que los estudiantes no sientan miedo hacia la asignatura, menciona los talleres y su metodología fortaleciendo el marco de presentación general del objeto del curso. De la misma forma presenta la realización de los talleres como un trabajo práctico que les ayudará a resolver luego los parciales.

La didactización realiza una elección entre aquello que el saber matemático posee y le ha sido dado al profesor y aquello que la universidad exige a partir de todas las reformas curriculares, influenciadas por las políticas educativas, sociales y culturales, que afectan la forma en que todo este conjunto de conocimientos del saber matemático es transmitido para ser enseñado.

2.5 TRANSVERSALIDAD TEXTUAL

Se considera esta transversalidad desde la mirada hecha a los tres profesores (P1, P2, P3) con base en el tercer (PC) la textualización. En el cuadro se encuentra lo ocurrido en la clase tal cual como fue enseñada por los profesores, en algunas situaciones de clase aparece con una I (investigadora) la percepción tenida durante la elaboración de los registros aspecto que se considera permite aclarar el contexto de manera objetiva. Se toma de los registros aquellos aspectos que desde la investigación se consideran pertinentes de acuerdo a la característica propuesta.

Para lograr hacer esta transversalidad es necesario profundizar frente a la textualización, esta dimensión es un elemento que conforma gran parte del hacer del profesor desde su texto. La clase es texto en un 80% de su espacio de enseñanza por tal razón a esta dimensión se le da en este análisis un mayor énfasis desde lo teórico. En esta transversalidad, entonces, se hará primero un abordaje a la textualización para lograr entenderlo en un contexto teórico y luego se hará la comparación que ha venido siendo propuesta en las anteriores dimensiones.

La textualización

La elaboración de la textualización en el aula de clase requiere de todo un sistema organizado y transformado de saberes que llevan al profesor a construir también su propio discurso, sin embargo, el discurso en matemáticas tiene la particularidad de la universalización de los términos usados para finalizar en la producción y conceptualización. Por ejemplo "Los ceros del denominador entregan las asíntotas verticales de la gráfica"

¿Cuáles son entonces las reglas que usa el profesor para elaborar su discurso durante la formulación de una situación problema asociada al contenido? Dichas reglas se obtienen de una regulación hecha desde la tradición, desde la construcción paulatina de saberes hechos por el diálogo con otros, por el legado del saber, lo social, lo cultural. Cuando el estudiante escucha necesita abstraer una serie de códigos fundamentales para la comprensión y asimilación de dichos conceptos, si no los apropia no construye nada con ellos, no podrá usarlos tan solo podrá mecanizarlos[71] aspecto que es notorio en la enseñanza de la matemática en la universidad.

Los códigos del lenguaje construidos al parecer con palabras claves dan una organización a la textualización del profesor en la clase de matemática, los códigos acuden a reglas organizacionales las cuales tienen gobernabilidad sobre

71 De los 98 estudiantes participantes de las clases el 61.74 % memorizaba los ejercicios para resolverlos en los quices y parciales realizados, el porcentaje de pérdida de la asignatura continuo siendo alto, en el grupo donde iniciaron 35 estudiantes al final del semestre quedaron 15.

una cantidad de elementos lingüísticos[72] ésta construcción tiene un lenguaje propio, especifico, complejo que debe ser primero apropiado para luego ser entendido y aplicado a las diversas situaciones, términos como inverso, intervalo, exponencial y otros no son nunca explicados en contexto, simplemente son usados de manera natural dentro de la textualización realizada por el profesor.

El texto que usa el profesor es un texto continuo sin ningún tipo de retroceso, cuando el profesor explica, realiza una serie de frases concatenadas que surgen a partir de un saber sabio que es el tema con el cual el profesor espera desarrollar todo su espacio, este saber posee limitaciones epistemológicas cuando el profesor no acude a la génesis de ese saber disciplinar, en ese momento el profesor pone en juego una serie de elementos lingüísticos para hacer su texto, ese que necesita para hacerse entender y lograr mostrar la interpretación del tema ordenando el mundo interno de los términos y de todo el lenguaje que se expone en su textualidad. El profesor tiene una intencionalidad clara o específica para elaborar su texto en conjunto con los estudiantes. En palabras de Brousseau el profesor hace una interacción con el medio y con el estudiante. En esta interacción el profesor usa elementos lingüísticos los cuales en determinados contextos poseen desde el mismo lenguaje unas limitaciones lingüísticas para ser transmitidos. El profesor espera desde su textualización ejercer un papel de validador del conocimiento, espera que su discurso sea verosímil pero además necesita que exista una devolución por parte del estudiante, una devolución del mismo texto pues algunos términos matemáticos son complejos en su conceptualización.

El profesor dentro de la clase al hacer la conceptualización les da a los conceptos desde un contexto la cohesión y la coherencia que le van a abrir el camino para su discurso, para su proceso de textualización. En este proceso los códigos asumen una intencionalidad, el profesor clarifica sus códigos desde el propósito que conforma su texto para luego hacer la interpretación de los conceptos que ha ido

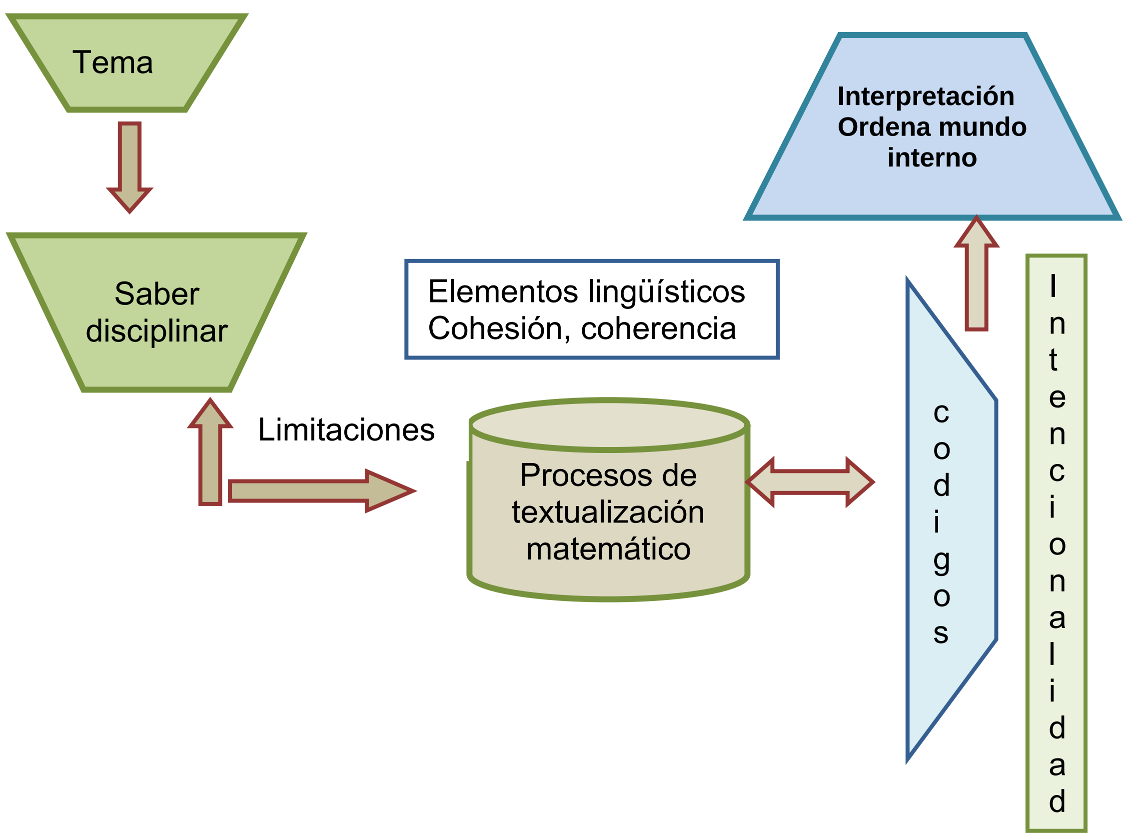
---

72 ECO 1968

elaborando desde su formación como profesor. El profesor posee una serie de interpretaciones internas que conforman su mundo interno de conceptos.

Ese mundo interno de conceptos ha sido construido culturalmente en los lugares donde él como profesor se ha ido formando, por lo tanto cuando el profesor va a transmitir una información se ponen en juego una serie de elementos lingüísticos que él debe procesar o sea transformar para poder ser convertido en texto.

A continuación veremos el esquema que representa la estructura de la construcción de la textualización del lenguaje hecha por el profesor en la clase de matemáticas.



Esquema No. 2: Interpretación de la textualización en clase

Mostrar el saber enseñado es parte esencial en la trasposición didáctica, el lenguaje matemático en particular requiere de expresiones y mecanismos para poder ser representados. La representación de formulas matemáticas necesita de ciertos códigos, la simbolización a través del uso de dígitos, letras, caracteres requiere de textos específicos dentro de un lenguaje que también debe ser expresado con puntualidad, el $(a+b+c)^3$ es tan sencillo pero a la vez complejo dentro del lenguaje oral, requiere de un lenguaje verbal especializado, requiere de comprender los diversos registros que son elaborados a partir del saber matemático. La conversión que deben realizar los estudiantes a partir de las representaciones hechas se convierten en una dificultad. El profesor sabe lo que está expresando pero, ¿es capaz el estudiante de transformar esta información y hacer una representación propia de aquello que acabo de escuchar? A este fenómeno Duval lo denomina el fenómeno de no congruencia.

Este fenómeno se puede presentar cuando existen expresiones regulares utilizadas en el aula de clase por parte del profesor que en ocasiones no son asociadas por parte del estudiante como un medio de expresión para comunicar aquello que se acaba de decir en una situación de clase, por ejemplo la siguiente expresión por parte del profesor durante la clase de mínimo común múltiplo y máximo común divisor en primer semestre, muestra como muchas veces esas expresiones no se encuentran reguladas *" el 5 no porque lo divide el 1 y 5, cualquiera el 2500, el 4, todos son compuestos por que los puedo dividir por más de dos números. Hagamos la diferencia."* Esta expresión sin el contexto adecuado es inclusive para los matemáticos un problema a descifrar, se podría proponer una proposición lógica que lleve a comprender la situación. Veamos otra expresión hecha por otro profesor universitario *"si ustedes miran el tanque está lleno y en esta ecuación que parece canción estoy verificando R = r siempre tiene que haber una ecuación que me modele el ejercicio y los otros puntos r y r entonces"* el profesor queda en silencio y manifiesta *"parece un trabalenguas pero así es"* ante estas manifestaciones de lenguaje podríamos crear dos proposiciones lógicas.

P: la textualización en la enseñanza del saber matemático posee términos regulares

Q: todo término regular utilizado en la textualización del saber matemático tiene una implicación matemática.

La textualización es fundamental en el proceso de enseñanza de las matemáticas, mirar el interior del mensaje, abstraer aquello que se desea transmitir, la necesidad de una secuencia clara de información para no confundir, ser consciente de su expresión, son aspectos que fundamentan el proceso de textualización de los saberes disciplinares, teniendo en cuenta estos aspectos surgen aquí varios cuestionamientos ¿Se escucha el profesor cuando hace la textualización? ¿Escucha todos los códigos y términos usados para construir dicho contenido? ¿Logra diferenciar los agregados que utiliza para la situación de clase? Así, los procesos discursivos del docente en la clase están asociados a la enseñanza.

Si se tiene en cuenta que la sola representación de los sistemas numéricos ya requiere por parte del estudiante un conocimiento amplio de los N, Z, Q, R y que dicho mundo posee per se un esquema de códigos propios al cual los estudiantes van a ser sometidos desde su primer encuentro, esto de por sí ya implica una gran demanda cognitiva "Los sistemas numéricos disponen de símbolos y presentaciones propias, mediante las que se expresan las propiedades y relaciones que constituyen su correspondiente estructura conceptual y que satisfacen unas determinadas funciones cognitivas" [73]

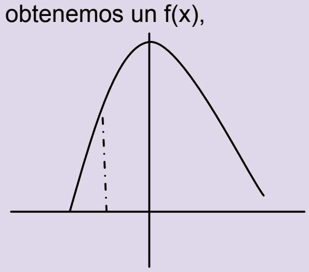
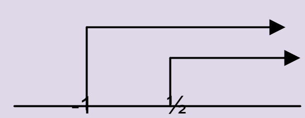
El discurso del profesor tiene grandes implicaciones desde lo conceptual por ejemplo al enseñarle el concepto de clasificación a una persona sorda el docente no logra tan siquiera analizar que en el lenguaje de señas este término no existe por tal razón su comprensión se hace más compleja, igual sucede en otros idiomas; en swahili no hay ninguna palabra que exprese el concepto de diagonal y los matemáticos no ven en ello ningún tipo de dificultad.[74]

73 CANTORAL 2000
74 PIMM 1990.

Es oportuno ahora, con el objetivo de sintetizar el conjunto de observaciones mostrar el siguiente cuadro donde se observa desde la textualización la comparación de los tres profesores en sus clases. Las columnas hacen referencia a lo ocurrido con cada uno de los profesores en diferentes clases lo cual se cruza con criterios del (PC).

Cuadro No 11.

Registro de la matemática como conocimiento desde la textualización

PC	**CARACTERISTICAS DE LOS P.C.**	**P1**	**P2**	**P3**
TEXTUALIZACION	Sincretismo (una forma desempeña distintas funciones gramaticales) El uso de términos matemáticos Generaliza.	**Pr:** escribe en el tablero máximo común divisor **Pr**: ¿Qué significa la palabra máximo?. **Es**: mucho **Pr**: y…¿común? **Es**: Es el número común mayor **Es**: Es el mayor número de los comunes. **Pr:** Ustedes tienen la razón pero se enredan un poquito, es el mayor de los divisores comunes, uno enreda la pita. **I**: el profesor hace un comentario al margen sobre las personas que se aburren con la matemática y observa a una estudiante que se encuentra acostada sobre el pupitre.	Esta es la gráfica de una **función polinomia**, vamos a seguir haciendo gráficas de función polinomia Como ustedes ya saben, hallar los **ceros de los polinomios,** es decir, en otras palabras, hallar los cortes de la función con el **eje x** y también saben hallarlos con el **eje y**, entonces como ustedes ya saben eso, … Ustedes teniendo los cortes de la función y la función; esto es parte fundamental para hacer bosquejo de la grafica, y decimos que bosquejo porque lo que vamos a hacer no es una grafica exacta. ____________________ **Pr :** entonces podemos ver que más o menos por aquí (señala un punto del eje x) recorriendo la gráfica de izquierda a derecha como siempre lo hacemos, obtenemos un f(x), 	si ustedes miran el tanque está lleno y en ***esta ecuación que parece canción*** estoy verificando R = r siempre tiene que haber una ecuación que me modele el ejercicio y los otros puntos r y r entonces" ____________________ **Es:** ya, eso está muy fácil. **Pr:** es que es solo aprenderse las propiedades. **Es:** hay que saber la tablita **Pr:** (escribe) $Log_2 (2x-1) + log_2 (x+1)=1$ Ojo que aquí hay algo nuevo, los logaritmos para resolverlos tienen que tener la misma base sino son incompatibles. Para resolverlo igual, es decir para hallar el valor de x ¿Qué debemos hacer? **Es:** Aplicar las propiedades. **Pr:**¿Cuáles? **Es:** 1, 2 Nuestra recta real será:  **Pr:** x podrá ser cero.

T E X T U A L I Z A C I Ó N	La cohesión La coherencia La devolución del estudiante La pragmática del discurso	**Pr**: bueno se puede conocer por las iniciales en mayúscula o minúscula eso no tiene nada que ver M.C.D o m.c.d yo por ahí traje un problemita van a ver, a ver si me lo entienden o no y yo les coloco a ver quien se quiere ganar una nota hoy. **I**: el profesor escribe en el tablero un ejemplo. Hallar el m.c.d de 84 y 120 y pasa a una estudiante a realizar la descomposición. **Pr**: haga eso a ver, yo hago el trabajo difícil. **I:** la estudiante hace la descomposición de los números en el tablero solo dos estudiantes le colaboran diciéndole los resultados de las divisiones. El profesor observa JS: muy bien y ¿cómo da eso en forma de potencia?. I: el profesor lo va escribiendo en el tablero y va hablando **Pr**: dos elevado a la tres (2^3 X 3 X 7 = 84) por tres por siete es igual a 84 Y dos a la tres por tres por cinco es igual a 120. Vamos a hallar el m.c.d !ojo¡ vamos a tomar las potencias que aparezcan en los dos números pero las de menor exponente. **Es:** ¿todo se puede juntar? **Pr**: si… pero yo se los hago separado, porque si no, no me entienden.	Para un f(y), más para la derecha. Luego, que f(x) es cómo con respecto al f (y)? **Es:** Mayor **Pr:** Y habrá un punto por aquí, donde f(x) alcanza su punto máximo. Y a partir de ahí empezamos a la derecha. Entonces f(x) cómo es? **Es:** menor. **Pr:** empieza a disminuir, cierto?. Mientras los valores del dominio aumentan. Entonces los valores de la función empiezan a aumentar hasta cierto punto y de ese punto para allá vuelve a disminuir. (Señala la gráfica) Y cuando esto ocurre decimos que la gráfica es cóncava hacia abajo. **Es:** Profe ¿cuál es la factorización? **Pr:** Bueno, si hacen silencio la podemos hacer. Puedo agrupar y separar $\underbrace{X^3-4x^2+3x}+\underbrace{2x-2}=0$ X (x^2-4x+3) +2 (x-1)=0 ¿Esto por qué? No porque me lo haya inventado yo, sino porque al multiplicar x por (x^2-4x+3) me da los valores de la ecuación inicial. Eso es una cuadrática y ustedes ya lo saben factorizar, normalmente se factoriza como: X(x-3) (x-1) Esto lo pongo igual porque no se puede factorizar más 2(x-1)=0 Esto lo saco, esto también y que sobrevive: (x-1) (x(x-3)+2)=0 ***<u>E: eso es tan fácil cuando lo hace el profesor</u>.***	**Es:** no **Es:** si **Pr:** ¿Por qué? **Es:** no está en el dominio de f(x) **Pr:** muy bien, eso queda abierta mayor que cero. ¿Qué hacemos que propiedad aplicamos? **Es:** 1 **Pr:** aplicamos la propiedad y que nos queda (Escribe) $\log_2$ ((2x-7)(x+1))=1 Tengo que tomar log en base e, porque el log estaba en base e, recuerdan (señala al tablero) para que sea 1 ¿Qué propiedad tengo que aplicar? **Es:** la 5 **pr:** La 5, eso nos queda (Escribe) (2x-7) (x+1)=2 Eso nos da una ecuación…. **Es:** cuadrática. **Pr:** listo, copien pues muchachos. (Escribe) $2x^2+2x-x-1=2$ **I:** El profesor termina el ejercicio en el tablero mientras los estudiantes lo resuelven en el tablero, revisa el libro de ejercicios y supervisa el trabajo de los estudiantes, mirando en forma periférica. **Es:** no se, tengo una duda. **I:** (se acerca al profesor y pregunta, estos hablan y el profesor da indicaciones) **Pr:** la variable es 2x A ver cómo queda $2x^2 + x – 3 = 0$ Para completar cuadrados debe separar estas x, lo demás es factorizar. Aplico cuadráticos **I:** el profesor escribe

	Limitaciones epistemológicas Reconocimiento de los términos conceptualmente	Usa sus manos para mostrar el concepto *Pr: Cómo se llama esto? Que señalo de aquí hasta aquí yo quiero que ustedes me digan, miren que me estoy devolviendo antes de decir que es ángulo para saber de dónde viene las cosas.*	**Pr:** Recuerden que a nosotros nos enseñaron la suma, la resta, la multiplicación y la división así, la expresión más básica es una suma y debemos reducirlo a una suma, aquí todavía tenemos un producto. - ------------- De este libro todos los ejercicios son diferentes, limites, funciones, derivadas, integrales, así que ¿cómo los resuelvo si no son mecánicos y son diferentes?.	**P**: Son funciones de forma. Solo nos interesa cuál es el dominio de cualquier función? entonces es el cociente de dos polinomios en palabras más sencillitas. Y ¿cómo puedo hallarla? **I**: Algunos estudiantes responden **E**: …es como teniendo en cuenta los cocientes resultantes o algo así.

Al realizar el análisis de lo sucedido en el espacio de enseñanza de los tres cursos a partir de la textualización se encuentra que en las aulas de clase los profesores hacen una elaboración, un texto que no se prepara previamente, este texto es el resultado de un saber disciplinar, es su textualización. Esta es asumida como transmisión desde el lenguaje, en dicho espacio de clase cada profesor organiza su texto para ser expuesto, los tres profesores dicen con sus palabras aquello que está representado de forma escrita en el tablero, señalan y usan lenguaje matemático, van desarrollando desde este lenguaje narraciones que hacen en cada clase, en ocasiones buscan los términos indicados para lograr expresar aquello que piensan para ser transmitido y la forma de expresarlo, su actuación sobre lo que ellos escriben en el tablero a partir de ese mismo texto.

De acuerdo a la entrevista y a las conversaciones sostenidas con los tres profesores sobre aspectos relacionados con la textualización, se puede decir que, ese texto es el resultado de sus interpretaciones, generalizaciones y objetivaciones de esos conocimientos tal como lo afirma Saenz-Ludlow[75] .

Veamos algunas de estas situaciones "*Yo creo que aquí en la u los profesores de castellano con los de matemáticas tenemos que hacer un trabajo fuerte, integrado el cual es llevar a la interpretación de conceptos de lectura para ir a fortalecerlos y llegar a entender los conceptos matemáticos porque ahí creo está el meollo del asunto porque para mí como he dicho siempre los problemas de la aplicación del curso los problemas de aplicación de las operaciones básicas así sean geométricas o matemáticas o estadísticos son para mí la base del entendimiento matemático hay que leer bien para poder desarrollar bien cualquier problema que sea matemático de la parte estadística o geométrica."* En este caso el profesor considera que la comprensión está asociada a procesos de lectura (textos escritos) que afectan o influyen en el desarrollo de una situación problema.

Otro aspecto que consideran los profesores que influye como resultado de su textualización es el léxico "*El léxico que manejo lo hago a nivel de los estudiantes para que ellos puedan entenderme de que estoy hablando y que estoy diciendo porque a veces como docentes manejamos un léxico muy elevado que no está al nivel está muy por encima de los estudiantes creando confusiones en estos y <u>ese léxico infunde la parte pedagógica de uno como docente,</u> porque recordemos que en la parte pedagógica es en la forma como yo voy a impartir mis conocimientos es decir si yo manejo una parte oral muy compleja para el estudiante el siempre va a estar perdido y más en los conceptos matemáticos".*

Otra situación explicitada por el profesor respecto al texto es: *A nivel de los estudiantes es el léxico que manejan los estudiantes a veces utilizamos una terminología muy elevada que el estudiante con una frase que uno diga con un determinado contenido cualquiera que sea puede llegar a tener confusiones para el desarrollo de esta.*

El profesor universitario insiste en que: "*Si los estudiantes no saben escribir usando el lenguaje que corresponde a lo matemático sus resultados no son los esperados, ellos deben ser capaces de explicar y escribir usando el lenguaje específico para cada uno de los casos vistos".* Y consideran que lo miso ocurre en ellos como enseñantes, ellos como profesores deben tener claro el lenguaje específico y saberlo transmitir.

---

75 SAENZ-LUDLOW 2006.

Cuando uno de los profesores expresa, "estamos bosquejando polinomios" tanto profesor como estudiantes están asumiendo un código establecido disciplinarmente, esto no lo expresaría un profesor de derecho laboral, el profesor de matemáticas en su clase hace una serie de textos que conjugan el uso de signos para comunicarse con el mundo, $y = (x-1)^2 \times (x+3) \times (2x-5) \times (x-6)^3$ esa transmisión verbal elaborada a partir de sus pensamientos, de sus vivencias con el conocimiento se fortalece con la experiencia, con la apropiación de dicho conocimiento.

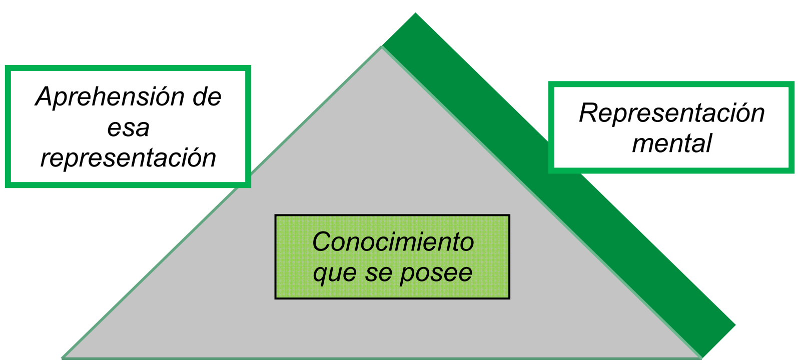
La textualización adquiere un carácter fundamental en el proceso de enseñanza, los tres profesores acuden a un uso constante de términos directamente relacionados con el saber disciplinar, los términos son utilizados para ayudar a describir lo que ocurre al interior de la solución de un ejercicio, este texto se transforma entonces en argumentos que validan dicha solución, que permiten que ese ejercicio adquiera un carácter científico desde la expresión de su solución. El hecho de generalizar nos muestra que los tres profesores tienen en cuenta saberes disciplinares para dar un juicio respecto a los conceptos que desean enseñar durante la clase.

Los tres profesores hacen un llamado permanente a los supuestos de los saberes de los estudiantes en el aula de clase, los tres hacen su textualización con base en los conocimientos que ellos esperan que los estudiantes hayan adquirido durante su escolaridad. Veamos este caso: la investigadora pregunta "*Dime un ejemplo de un saber que te haya tocado transformar para ser enseñado"*

P: Podía ser por ejemplo lo que son las rectas paralelas y las perpendiculares en un saber más fuerte, podíamos trabajarlo como el producto de dos pendientes cuyo resultado es menos 1, o la pendiente de la una es la inversa negativa de la otra pero, ya con los estudiantes según su labor el día de mañana y bajando este nivel se les podía decir que dos rectas son perpendiculares cuando forman un ángulo de 90 grados, o la de las paralelas que dos rectas son paralelas si nunca se encuentran y en otro nivel más profundo más elevado es que lleven la misma pendiente"

Los tres profesores suponen que todos los estudiantes de su clase escuchan su lenguaje con claridad, que ellos como profesores están comunicando una serie de términos específicos (desde el saber sabio) a un público apto para este discurso. Ninguno de los tres profesores se dispuso o se preocupo por la claridad escuchada en su transmisión, siempre se continúo el tema en una secuencialidad de lenguaje matemático propio de la disciplina, y se continúo bajo los supuestos de un entender por parte de los estudiantes que escuchan. ¿Cómo se da cuenta el profesor que aquel texto que está expresando es realmente claro para su estudiante? ¿Posee el estudiante una representación mental del concepto expresado? Duval lo denomina como Noesis. ¿Posee el estudiante la claridad lingüística, ¿Es claro el significado del concepto escuchado? Semiosis[76] .

Cuando el estudiante está en posición de receptor, el conocimiento se vuelve protagonista de la historia, en matemáticas los signos y los símbolos escritos en el tablero son la literatura de los escritores, ese texto que emite el profesor posee sentido, se hace valido en la solución de los ejercicios, pero, ¿se hace valido en la interpretación dada por el estudiante? Realmente, ¿comprende lo que escucha? o solo, ¿copia como autómata? De este modo, cuando el profesor está emitiendo su texto no se condiciona para emitirlo de tal forma que establezca una relación tríadica entre: el conocimiento que se posee, la representación mental de este conocimiento y la aprehensión de esa representación.



Esquema No. 3 relación tríadica en la enseñanza

76 DUVAL 1999

El conocimiento que él posee y que ha transformado para ser enseñado, es visto de acuerdo a sus concepciones, este saber debe ser expresado de x o y manera. Para Duval si el estudiante no ha logrado una representación mental de aquello que está escuchando no va a lograr una aprehensión conceptual. “Las representaciones no solamente son necesarias para fines de comunicación, sino que son igualmente esenciales para la actividad cognitiva del pensamiento” [77]. Ahora, aquí surge una condición, en las clases de matemáticas los profesores P1, P2 y P3 escriben en el tablero todo lo que expresan (registros pictóricos), escriben los ejercicios y los van resolviendo con sus parámetros, no hay espacio para establecer una relación desde el conocimiento con los estudiantes, en los tres casos ellos, los estudiantes son receptores, escuchan, observan y copian. Podría decirse desde la teoría de las situaciones didácticas que existe una interacción entre el objeto de estudio y la comunicación que se requiere con este objeto desde la situación propuesta por el profesor, pero en la comunicación (situaciones didácticas) el alumno interactúa cuestionando el objeto de conocimiento estudiado, conversa con este para entenderlo para acercarlo a su saber, el profesor establece el medio para esta interacción, pero en los tres casos ninguno de los profesores dio tiempo para que esto sucediera, el alumno copia del tablero sin hacer ningún tipo de discusión ni de contradicción o de codificación propia. Los estudiantes simplemente copian y escuchan lo presentado por el profesor en el tablero.

Para los profesores, el tablero es un medio que siempre se utiliza para mostrar el mensaje dado en forma verbal, la relación es directa desde su textualización hacia el mensaje escrito en el tablero. Aquí vale la pena hacer una pequeña digresión, *La escritura en el tablero es esquematizar un concepto para ser aclarado. El uso de colores se presenta en los ejercicios escritos en el tablero,* pero tener claro alguna razón específica para su uso es una situación no pensada aún. Los profesores usan el tablero durante todo el tiempo de clase, desarrollando los ejercicios propuestos y explicando simultáneamente. Se tiene claro que en la

77 DUVAL, 1999

enseñanza de la matemática en la universidad el uso del tablero es fundamental para lograr mostrar los conceptos de una forma escrita.

Del mismo modo como se mencionó anteriormente, los profesores usan un lenguaje particular (Léxico) que permite la comunicación de aquello que desean transmitir, en este caso ese lenguaje debe adquirir un significado para los estudiantes pues este uso y comprensión del lenguaje es prioritario en el proceso de enseñanza. Al entrevistar a uno de los profesores este expresa: “La mayor dificultad en la enseñanza es el lenguaje, su idioma es diferente, a pesar de recoger definiciones de la vida real, su lenguaje es diferente, porque hay simbología, palabras universales, el estudiante debe apropiarse del lenguaje en el inicio del curso pues generalmente no llegan con este y se debe fomentar. Ellos deben decir f compuesto g, por ejemplo, y no f bolita g” (P1)

Otro de los criterios que se debe comprender ahora es lo sucedido desde la cohesión y la coherencia importante dentro de la textualización, pues es donde los signos y símbolos entran a exteriorizar las representaciones mentales del lenguaje usado por los profesores. La cohesión y la coherencia han sido discutidas por muchos lingüistas, “un concepto básico que hace referencia a aquellos rasgos de la estructura superficial de un enunciado o texto que une partes distintas de las oraciones o unidades mayores del discurso” [78] Por su parte, la coherencia “hace referencia al principio fundamental de organización postulado para justificar la conectividad o identidad funcional subyacente de un fragmento de la lengua escrita o hablada (texto, discurso) [...] En este contexto, la coherencia se opone generalmente a la cohesión”, si se mira otro enfoque la cohesión es considerada como una propiedad estructural de las expresiones verbales, es decir, “una característica inherente de los sistemas naturales o artificiales del procesamiento del lenguaje, por lo que sólo puede ser buscada en el texto mismo”.[79]

78 CRYSTAL 2000
79 HALLIDAY Y HASAN 1976

Estas dos características de la dimensión textual se analizan teniendo en cuenta: uno, en la cohesión la clase de conectores que se utilizan y dos, en la coherencia el principio que rige el cual se devela desde el léxico usado en la textualización.

- Los tres profesores usan tres conectores con gran frecuencia: *así que*, *entonces* y *puede ser*; estos tres conectores son de explicación y de causa el *entonces* es usado con mayor frecuencia, 14 veces en una clase de dos horas mientras que, el conector puede ser, es usado tan solo 5 veces en la misma clase y el conector *así que*, es usado 4 veces en la misma clase. El uso de estos conectores implica la intención que posee el profesor por dar fin a su explicación utilizando continuamente conectores que desde el punto de vista gramatical no necesitaría para dar dicha explicación. Este uso continuo del mismo conector alarga el tiempo que se tiene para desarrollar un tema y muestra la falta de atención por parte del profesor hacia lo que está hablando, falta de concentración en el tema que él está tratando, lo cual puede ocurrir por desconocimiento de cómo expresarlo para que sea entendido por los estudiantes. O sea, el uso excesivo del mismo conector se convierte en un distractor y muestra algunas falencias de la transposición didáctica por parte del profesor a partir de la enseñanza.
- El propósito que se tiene al elaborar el texto se presenta desde una de las instancias de la coherencia que es el principio que rige, este, está enmarcado por el léxico que usan los profesores, este lenguaje particular del saber matemático está enfocado desde los signos, los símbolos, y el significado que estos adquieren en un texto presentado por el profesor en la clase. En los cursos de matemáticas usan un lenguaje disciplinar que da pie a su transmisión. Al tener en cuenta el propósito de los profesores el cual está relacionado directamente con la enseñanza de un saber específico para un primer semestre y el uso del lenguaje matemático como medio para desenvolverse en el campo disciplinar, se ve que los términos frecuentemente usados por los profesores en las clases tales como logaritmo, propiedad, factoriza, funciones, recta, pendiente, identidad, valor,

desigualdad, dominio, rango, verdad, negativo, positivo, despejar, resolver, hacer, hallar, conllevan a un contexto donde el léxico enmarca el saber matemático. Ahora, este es el léxico más usado en los cursos pero existe uno que no se da en forma oral pero que está presente todo el tiempo en las clases, es el término ejercicio. Esta palabra se evidencia en un 95 % del tiempo de cada clase formando ya una lógica dentro de un espacio de clase de matemáticas. Clase de matemáticas es igual a ejercicios. También, es importante tener en cuenta el nivel de asertividad con que los profesores usaron algunos de estos términos en sus clases, por ejemplo, el termino, hacer para una situación donde para el estudiante implica la posibilidad de resolver el ejercicio propuesto y para el docente implica el que el estudiante haga aquello que se espera " Es: hay profe, ya sé cómo hacer" el hacer lleva al profesor a las preguntas, a una de las situaciones didácticas donde la validación se hace necesaria para el profesor, "¿cómo hacer para hallar el valor de los máximos y los mínimos?" y ésta lleva al profesor a determinar una forma de pensar, y una forma de que el estudiante le dé una realidad, una existencia para solucionar, para resolver la pregunta o el ejercicio propuesto "*Tenemos que decir cuando tiene un máximo y cuando tiene un mínimo para poder definir qué decir de un punto en particular*." Ahora, ¿se es consciente en el momento de la enseñanza del uso del lenguaje para lograr por ejemplo determinar que el uso del término hacer en matemáticas corresponde a "la acción matemática de un grupo sobre un conjunto" (wikipedia) y que, además, acción matemática está relacionado con una función biyectiva?. Otro aspecto que llama la atención es que siendo la clase de matemáticas una clase donde las explicaciones son primordiales, el nivel de pregunta hecho por los docentes es mínimo, es el caso de la pregunta ¿por qué? la cual sólo se usó en uno de los cursos.

Teniendo en cuenta esta dimensión textual, el rol del curso desde la oralidad se hace fundamental en el contexto de clase. Cada tema es desde lo oral mostrado a los estudiantes y la textualización es permanente, tanto así que la voz de los estudiantes se escucha rara vez. Los cursos están enmarcados por una transmisión continua de información desde la solución de ejercicios a través de variedad de ejemplos. Los cursos inician con un ejemplo los cuales llevan directamente a ejercicios y en la mayoría de ocasiones las dudas del tema anterior dentro de la misma clase no son aclaradas ni aplicadas. Los cursos comunican el saber matemático de forma oral, gestual y gráfica.

La textualización se da en forma corta a partir de conceptos que en ocasiones dejan algunos contenidos sueltos dentro de la cohesión misma de la clase. Esto quiere decir que el profesor no finaliza la explicación que inició. No concatena, parece como si él desde su textualización necesitara acudir a otro saber para lograr relacionar y explicar aquello que inicio como otro texto. Veamos: *"Usted empieza a ver foticos de esta* $(ax+b)^t$ *lineal,* $(ax^2+bx+c)^m$ *factor cuadrático irreducible* $\sqrt{b^2}$*-9ac, uno cuando x* 1_0*=0 lo soluciona con la formula cuadrática. ¿Sí o no?"* En el curso el profesor se continua dando la respuesta asumiendo la voz del estudiante *"¿Cuando me doy cuenta si es real o de los imaginarios que ya vimos? Para que genere imaginarios tiene que ser"* se corta el texto, en ese momento, P3 se salta el concepto que iba a explicar y pasa a profundizar en otro, dedicándose a esto y dejando lo que iba a realizar al principio de esta explicación, tomando entonces el siguiente texto: *"Hablo de factor cuadrático irreducible, lo que pasa es que esto en los números complejos*." Se toma este ejemplo de clase considerando el significado que tiene en la textualización de los cursos la pragmática del texto y la devolución que ocurre a partir del mismo.

Los cursos muestran el reconocimiento inmediato que ocurre en una clase ante una situación de explicación continua del profesor y el absoluto silencio de los estudiantes, sus rostros informan que el nivel de comunicación es directo, profesor - estudiante, es una transmisión donde los elementos asociados a la devolución están en proceso de ocurrir. El profesor explica qué es cada concepto, hace continuamente la ejemplificación de cada contenido visto. La suposición del profesor desde su saber hace un corte donde el estudiante no participa en esa transposición y el proceso de didactización se hace necesario para establecer un tipo de relación entre el saber que usa el profesor y la representación que hace el estudiante de aquello que está escuchando e interpretando.

La textualización es realmente uno de los aspectos de la enseñanza de la matemática que más se pone en consideración al analizar la transposición didáctica. Tanto el uso del lenguaje como las conexiones que haga el profesor en el momento de sus explicaciones es para el paso del saber un momento crucial en el acto de enseñar. Entonces el acto de enseñar depende en gran medida del acto de comunicar, porque en este acto se ocurren una serie de transformaciones del lenguaje y una serie de transmisiones de mensajes que son las que percibe el estudiante al cual se le va a enseñar. El texto per se no transmite lo que se quiere enseñar, el texto es el resultado de la transposición que hace el profesor de un saber que él como profesor ha logrado decodificar, organizar y elaborar a partir de sus propias interpretaciones y de sus propios análisis. El texto del profesor se convierte en un medio canalizador de la enseñanza. Si lo sabe decir, si sabe generar espacios de preguntas generadoras de conocimiento, si sabe esperar para escuchar un término que permita crear un espacio de enseñanza desde la textualización que se está realizando has creado un momento para enseñar.

CAPITULO 3

PROBLEMATIZACIÓN, TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA Y SITUACIONES DIDÁCTICAS

Desde la perspectiva de la enseñanza del saber matemático, introducirse en la relación existente entre la problematización que debe darse en la clase de matemáticas, la transposición didáctica que ocurre al relacionar la transmisión del conocimiento, el estudiante, el saber, el profesor y las situaciones didácticas explicitas o implícitas que suceden dentro de una situación de enseñanza, es de interés para esta investigación porque permite además profundizar la visión transversal hecha en el capitulo anterior y encontrar las condiciones ocurridas al interior de una estructura de enseñanza.

Una estructura de enseñanza es un sistema como tal conformado por varios elementos que trabajan en forma conjunta y paulatina para construir un espacio pedagógico en el cual un profesor, un estudiante, un saber, un ambiente, un lenguaje, un código[80] y un legado se ponen en juego para realizar una transposición didáctica que desde la problematización podrá implicar las situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización en el momento de la transmisión del saber y de la devolución ocurrida. ¿Qué es entonces la problematización al interior de una clase de matemáticas en la universidad?

80 Para Saussure el código es independiente del individuo, es analizable y objetivo.

Las clases de matemáticas en la universidad, se concentran en la realización de ejercicios mostrando la solución de estos en el tablero para que luego los estudiantes realicen muchos de ellos en su trabajo extra-clase y logren así ir transformando la información del conocimiento escuchado en la clase. De esta manera yuxtaponer y extrapolar los contenidos hace que los estudiantes practiquen diariamente aquello que se ha visto en cada clase. La enseñanza desde este ámbito ocurre particularmente a partir de las manifestaciones del profesor. Existen espacios desligados del lenguaje que se utilizan en el aula de clase, en esta se muestra constantemente un saber procedimental ofreciendo espacios de enseñanza donde la textualización (analizada en el capitulo anterior) se refleja durante toda la clase. Es un profesor que habla, que explica, ¿es un profesor que enseña? Son estudiantes que escuchan, copian, y realizan.

La visibilización de espacios de discusión que pueden ser provocados a partir de conjeturas hechas en diversas situaciones que estructuren los contenidos no se constituyen como parte de la clase, desde aquí es difícil entonces percibir la construcción de espacios de diálogo disciplinar, de preguntas, de cuestionamientos de aquel saber que está puesto en “juego”.

Si se tiene en cuenta que la devolución puede operar, como se ha mostrado, bajo la forma de una tarea que el estudiante tiene que cumplir en las sesiones de ejercicios, o en ocasiones en los trabajos a presentar, cabe entonces la pregunta, ¿si la devolución no se lograría verdaderamente sino en las situaciones exteriores a las sesiones de cursos propiamente dichas? O sea ¿será que los estudiantes sólo le preguntan al profesor cuando la clase ha finalizado, cuando la sesión ha terminado y él como estudiante considera que tan sólo allí, en ese espacio puede acceder al saber del profesor? No se excluye, obviamente, que pueda haber, en el marco de un curso de forma tradicional (curso magistral), episodios de devolución. Pero un punto que llama la atención de esta investigación es que los marcos de devolución sean solo episódicos, pues en los tres cursos un alto porcentaje de estudiantes tan solo escuchan lo manifestado por los profesores y copian durante toda la clase.

Se considera entonces, que uno de los medios para que sea posible acercarse a una devolución constante, es que el profesor exponga el saber bajo una forma *problematizada.* Esto sucede de manera práctica cuando en el marco de su discurso, los problemas se planteen para que los estudiantes puedan apropiarlos, es decir, para que puedan intentar responderlos. Dicho de otra manera, se trata de no presentar el saber solamente bajo la forma de enumeración de resultados, sino que los resultados aparezcan como respuestas a los problemas previamente planteados tal como se expone en la función social o de referencia (una de las características de un problema)[81]

En el marco de esta investigación se realizaron registros de observación y entrevistas desde los cuales se puede analizar que en los tres cursos de matemáticas los contenidos dados siempre están en proceso de construcción, los estudiantes están sumergidos en la asignatura desde el constante deseo de solucionar todos los ejercicios propuestos por el profesor. No se maneja ningún tipo de apoyo al contenido desde el exterior, el contenido se asume de forma inmediata desde el ejercicio mismo. Lo conocido como la "pedagogía en la niebla" se pone en juego a partir de las transmisiones hechas en las clases. En ninguno de los cursos observados, se hace mención a las intenciones de este, no se hace ningún tipo de justificación de su realización, ni tampoco ubican el curso como una posible solución a alguna problemática existente en el programa. Tampoco se plantea algún tipo de problema general a resolver a partir del desarrollo del curso.

Se puede decir que los profesores presentan los contenidos en forma de enumeración aspecto opuesto a la *problematización,* sin ser esta por supuesto, la única forma de oposición. Cuando los profesores presentan una serie de

81 FABRE M. 2006 Situations de formation et problematisation. De Boeck université editions.Belgique.

elementos articulados haciendo la transmisión de cada uno de ellos, menos posibilidades existen de acercarse a una *problematización.* La enumeración se presenta entonces como una serie de elementos donde la articulación de estos los hace tomar distancia de la dimensión problémica del saber matemático. De hecho, al tener en cuenta el planteamiento de la problematización por parte de los profesores, se encuentra que en los tres cursos se refieren a esta como la resolución de los ejercicios propuestos en el curso, e incluso, se hace referencia al apoyo dado por los monitores para esta solución. Un profesor expresa: *"Cuando se van a realizar las evaluaciones algunos profesores y monitores analizan la resolución de problemas para mostrar y que los estudiantes puedan trabajar con los monitores, a ellos se les pide que no los resuelvan, que trabajen los ejercicios pero que se los expliquen para que los estudiantes los hagan." Y otro profesor dice: "No entiendo problematizador, ¿en cuanto a los problemas que puse en mi curso?"* [82]

Al tener en cuenta el predominio en los espacios de enseñanza del saber matemático se puede ver la constante realización de ejercicios y la permanencia del uso de tablero como herramienta indispensable para realizar la transmisión de los conocimientos en forma de ejercicios que logran ubicar al estudiante en un contexto matemático. La enseñanza de la matemática en la universidad brinda un espacio donde realizar el análisis de la problematización se hace posible. La problematización como proceso permite localizar un problema en un contexto determinado antes de ser localizado y resuelto una vez que el problema se ha establecido, el trabajo de problematizar conduce a la realización de dos dimensiones: a) las condiciones necesarias que deben tenerse en cuenta en el establecimiento de un problema para que lo que es dado sea posible de solución y b) proveer elementos dados por el tema sobre el cual está relacionado el problema.

- a) Los tres cursos tienen la posibilidad de establecer situaciones problemas que lleven a la transmisión del conocimiento a partir de la búsqueda del conocimiento científico. Sin embargo se ve como en los cursos las

82 El profesor no logró ubicar a qué se refería el contexto problematizador

situaciones de enseñanza están enmarcadas por la presentación de contenidos puntuales tales como la solución de ejercicios relacionados con el tema que se desea enfatizar en el programa(ver anexo No.1), al respecto un profesor expresa*: "la matemática da herramientas para la vida porque todo lo que hacemos está involucrado." "Hay que trabajar todos los temas o saberes, si les falta un saber quedan cojeando, ellos deben ver primero la solución de ecuaciones para que puedan trabajar las funciones, porque todo tiene un orden, uno primero camina y luego corre, no se tiene una cosa sin la otra."* En estas frases resultado de la entrevista a los profesores se puede observar la relación existente entre las creencias de la secuencia de los contenidos para ser enseñados y lo referente a la enseñanza, esta relación marca una pauta en las didácticas y en las formas asociadas a la adquisición del conocimiento, en este caso el matemático. Todo lo propuesto en los cursos es posible de ser solucionado desde el ejercicio propiamente dicho, veamos lo sucedido en un curso

P: "ahora vamos a ver cómo identificar cuáles son identidades y vamos a verificar las desigualdades.

I: toma un cuaderno que tiene en el escritorio escribe un ejercicio en el tablero lo deja y paralelamente entrega un parcial.

P: listo muchachos vamos a verificar la identidad 8 quiero que me pongan mucha atención que se graven esto. No es una ecuación es una identidad y ya nunca más van a pasar de un lado al otro que quede muy claro"

- b) El tema provee elementos para problematizar un conocimiento que desea ser transformado para ser enseñado, pero, a pesar de esto, en los cursos no se vio esta posibilidad. Los cursos abordaron los elementos del tema directamente relacionado con el ejercicio a solucionar; para los estudiantes, esta es una situación problema por las implicaciones de solución, pero, no son ejercicios propuestos desde una contextualización, veamos*. "¿Cuál es el lado más fácil? 1.tan Ө+ cot Ө= sec*^{2} *Ө . cot Ө sen/cos= tang entonces tan Ө + 1/ tang Ө = Sec*^{2} *Ө.Cot Ө entonces hagamos una cosa conviertan solamente la tangente"*

La problematización no se encarga de hacer un cuestionamiento al tema propuesto para indagar por él, desde un espacio de indagación, la problematización estará en procura de fomentar más las provocaciones en el orden de lo cognitivo, buscando siempre la manera de promover el deseo por conocer, por analizar aquello que se muestra. El trabajo hecho a partir de la problematización continúa siendo un espacio de estudio en la pedagogía y en este caso en la enseñanza de la matemática.

Al hablar de una representación proporcional del saber matemático se ve como las clases muestran en su desarrollo una necesidad por la transmisión de información y por mostrar de manera específica el conocimiento que ha sido elaborado sin pensar en las situaciones problema que podrían posiblemente constituir el saber como referencia de estos problemas. Una inquietud al respecto es el desconocimiento de la problematización por parte de los profesores universitarios veamos en este caso la respuesta del profesor. Ante la pregunta de la investigadora *¿Qué es para usted la problematización en el desarrollo de un curso universitario como el que usted orienta?* El profesor responde: "*No un grupo de profesores de matemáticas se reúnen y hacen problemas de aplicación al final del curso para resolver con los monitores y para el final".* El profesor hace referencia a que los monitores resuelven una serie de problemas ya dados desde el curso para que logren practicar. Surge otra inquietud ¿por qué les dejan este trabajo a los monitores? ¿Es posible dinamizar los espacios de clase usando los problemas y así propender por la aplicación de los objetos de conocimiento matemático específicos al interior de cada clase?

La presentación del saber como respuesta a los problemas, que constituye otra manera de devolución, presenta también la ventaja de ser análoga o semejante a lo que sucede en la práctica científica. El investigador es alguien que pasa su tiempo intentando resolver los problemas. Como lo sugiere Bachelard, antes de saber, es necesario preguntarse. "En la vida científica, los problemas no se plantean por sí mismos. Es precisamente, este sentido del problema que da la marca del verdadero espíritu científico. Para un espíritu científico, todo conocimiento es una respuesta a una pregunta. Este espíritu científico existe en los matemáticos cuando con sus conocimientos logran arraigar los problemas dados en el saber propio de las matemáticas para la elaboración de sus axiomas y teoremas. Si no ha habido pregunta, no puede haber conocimiento científico. Nada va de por sí. Nada está dado. Todo es construido.”[83]

El problema del cual se habla aquí se asemeja al *desafío*. Se podría entonces apostar al hecho que dar sentido a un problema podrá ser el motor de la construcción y de la apropiación de los saberes, sin negar otras formas de enseñanza posibles que podrían alcanzar los mismos objetivos.

En efecto, el saber adquiere una nueva consistencia cuando el problema lo hace necesario, y articula sus diferentes conceptos alrededor del desafío que constituye el hilo conductor que conduce al problema. Es en este hilo que los estudiantes podrían apoyarse para entrar en la materia, poco a poco, y volver *suyo* el problema. Hacer matemáticas.

De esta forma, una presentación problematizada del saber parece a primera vista, garantizar que habría devolución, y que los estudiantes darían sentido al saber. En realidad, las cosas son más complejas y puede haber formas de problematización del saber que no generen la devolución, porque los problemas son formulados de tal forma que el estudiante no pueda apropiárselos o que le aparezcan como arbitrarios.

P:“*vamos a hablar de ellos ¿Qué son los números primos?, yo sé, ustedes lo conocen pero se les ha olvidado…cuál es el único par primo?*
E: el 2
P: aparece por allá una tablita que aparece del número primo el 2, 3, 7, 11,13, no me digan el 9
I: repite la numeración aclarando
P: no me digan el 9
E: el 21
P: el 21 no porque lo divido ¿Cuál es la razón de ser de ellos?
E: profe yo no entiendo eso de los números primos
P: a ver (nombrando a la estudiante)
I: El profesor señala el tablero explicando, lo hace a partir de la ejemplificación y una estudiante opina
P: no se les debería decir primos.

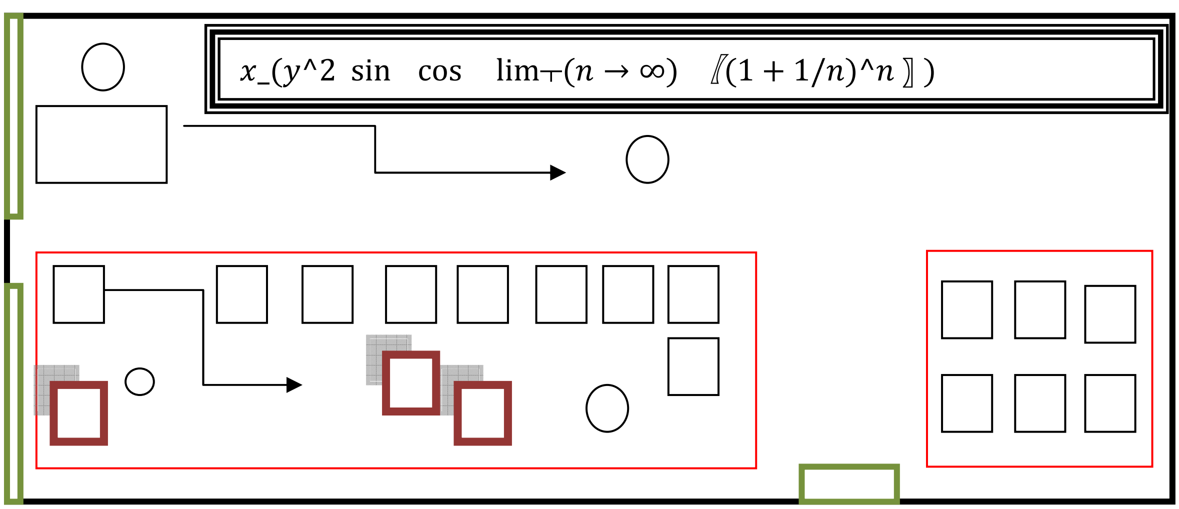
83 BACHELARD 1985 *La formación del espíritu científico,* Ediciones Siglo XXI. Mexico.

En consecuencia, no se puede evitar la pregunta por las condiciones para que los problemas del saber tengan sentido para los estudiantes.

¿Cuáles son las condiciones para que desde la problematización el estudiante logre realizar las representaciones que necesita para hacer la devolución desde la apropiación del conocimiento?

Para Dewey en Fabre “un savoir n'a de sens qu'en référence á des problémes résolus ou á résoudre”. “un conocimiento sólo tiene sentido en referencia a los problemas solucionados o resueltos” de esta manera la problematización le ofrece condiciones específicas para abordar este conocimiento. Esas condiciones están involucradas en la comunicación, en la formulación dada desde el saber mismo, desde su construcción.

Desde esta condición el sentido del saber prevalece como algo significativo dentro del proceso de enseñanza, este proceso ocurre en un espacio de clase el cual se esquematiza a continuación.



Profesor en el salón de clase

Movilización del profesor

Escritorio para el profesor

Pupitre del estudiante

Puerta y ventanas del salón de clase

Tablero

EL ESPACIO FÍSICO DE LA CLASE DE MATEMÁTICAS UNIVERSITARIA

El salón de clase como espacio físico se convierte en un elemento del proceso de enseñanza, allí se transmite el saber, allí se logra generar interés o desinterés por el conocimiento. La acción de los profesores en el salón de clase comprende un fuerte componente de información y transmisión de conocimientos.

En los cursos se ofrecen condiciones para que los estudiantes elaboren una devolución a partir del saber propuesto. Las condiciones en el espacio de enseñanza implican la movilidad del profesor dentro del aula, la posibilidad de acercarse a cada uno de los estudiantes participantes, la posibilidad de moverse frente al tablero de izquierda a derecha marca la necesidad de este elemento en el aula. El tablero se convierte en un aliado para el profesor, en los tres cursos se solicita (y en otros observados a partir del interés por el tema) que el tablero sea grande, el profesor busca tener espacio para representar aquello que intenta explicar oralmente.

En los cursos se ve la disponibilidad de sillas, ventilación y espacio para realizar nuevas propuestas de trabajo al interior del aula. Se observa siempre la organización hecha de manera lineal en posición frente al tablero. Los estudiantes deben mirar, para copiar todo aquello que el profesor considera necesario e indispensable para su saber.

El tablero se llena permanentemente de izquierda a derecha de arriba abajo, se borra y se continúa en esta labor. El tablero se convierte en un instrumento fundamental para la enseñanza del saber matemático en la universidad. Es allí donde el profesor plasma todo su saber, es de allí de donde los estudiantes copian sin cesar todo lo escrito por el profesor.

hallamos los cortes con el eje x haciendo
$f(x)=x^3-3x=0$ $X(x^2-3)=0$
$X=0$ $y=\sqrt{3}$, $x=\sqrt{3}$
Si $f(x)=x^4/4-x^2/2$ halle los intervalos donde f es creciente o decreciente
$F(x)=1/4*4x^3-1/2*2x=x^3-x=0/x(x^2-1)=0$ $x=0$ o, $x=\pm1$

- + - +

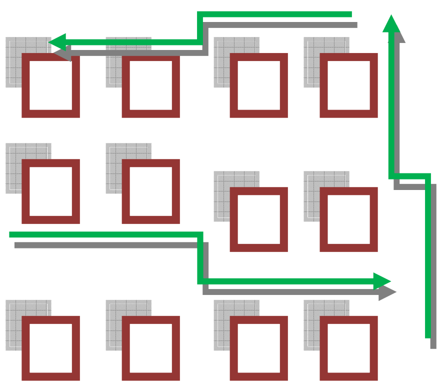
-1 0 1

$X^4/4-x^2/2=0$
$X^4/4 = x^2/2$
$2x^4 = 4x^2$
$2x^4 - 4x^2=0$
$2x^2(x^2-2)=0$, $x=0$ $x\pm\sqrt{2}$
Además F(0), $F(-1)=-1/4$, $F(1)=1/4$

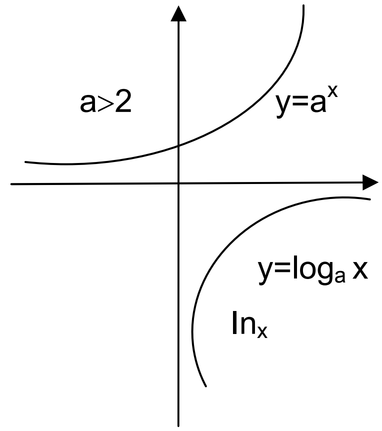
Este texto escrito en el tablero de una de las últimas clases del semestre, refleja lo que copian 16 estudiantes luego de haber iniciado un grupo de 35. La enseñanza está marcada por el uso del tablero.

El profesor muestra, hace una revelación de su saber, lo hace explicito en el tablero. La interacción constante entre el conocimiento y su enseñanza se refleja en el compartir en el salón de clase. En este espacio se encuentran el lenguaje usado por el profesor, el lenguaje asumido por el estudiante, los ejercicios propuestos, lo escrito en el tablero, los procedimientos o las técnicas que use el profesor para su explicación. A pesar de presentarse el saber desde lo escrito en el tablero, el hecho de que sea reafirmado por el docente desde la oralidad parece darle un cierto grado de validez al saber del docente, aquí la transposición juega un papel fundamental y dentro de ella hay criterios como la textualización y la problematización que deben direccionar el hacer de este saber.

El rol que asume el curso desde la oralidad es relevante pues la voz del profesor marca el ritmo de la clase, por ejemplo, si el profesor es bastante activo y rápido en sus explicaciones, tan solo cuando él termina se escucha la voz de los estudiantes haciendo algunas preguntas. Hay otros docentes que tienen un ritmo pausado que se podría incluir dentro de la cotidianidad, en ocasiones se encuentran profesores con un ritmo lento y en ocasiones estos mismos intentan hacer sus clases más participativas. Los ritmos de los profesores los marcan los cambios en el tono de su voz, la capacidad de escenificación frente al tablero y la posibilidad de desplazamiento dentro del salón. Estos desplazamientos son por lo general de izquierda a derecha frente al tablero, en algunas ocasiones uno de los profesores de desplazaba constantemente entre los estudiantes, la disposición de los pupitres marca la forma de desplazamiento lineal.



Veamos otro tablero de otra clase donde se refleja el uso de gráficas, de lenguaje matemático propio de este curso, propio del objeto de estudio al cual se hace referencia durante este tiempo del curso.
Los profesores tienen marcadores de colores, los usan para las gráficas, para diferenciar algunos de los términos a los cuales hacen referencia.



ln (2x+1/x-1) =0 F, 2x -1 > 0 x + 7> 0

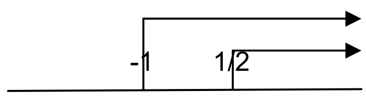
e^{lnx}=x

E^{lnx} (2x+1/x-2) = e^0 X >1/2 x > -7

2x+1= x-2

2x-x= - 2 – 1

X= -3



Log_2 (2x-1) + log_2 (x+1)=1

log_2 ((2x-7)(x+1))=1 (2x-7) (x+1)=2 $2x^2$+2x-x-1=2 $2x^2$ + x – 3 = 0

A=2

B=1 x=-b±√b^2-4ac /2aC=3

-1±√25 =-1± 5/4 -3/2 01

En las condiciones ofrecidas a los estudiantes, ellos podían copiar todo lo que sucedía y escribir las manifestaciones hechas por el profesor para luego lograr comprender lo que se había copiado del tablero. Los cursos de matemáticas se mueven alrededor del conocimiento, el saber se manifiesta desde el profesor, construyendo relaciones entre ese conocimiento haciendo que adquiera una significación dentro del contexto del saber a enseñar.

El aula de clase continúa siendo un recinto cerrado, con un tablero para escribir información, y una serie de pupitres para ubicar personas que van a recibirla. En todas las clases observadas ninguno de los docentes salió de su aula para realizar alguna de estas clases, cuando se les pregunto si era posible hacer algo fuera del salón de clases los tres coincidieron en expresar que: *" es muy difícil" , "es mejor trabajar aquí en el salón de clase", "no, ¿cómo?".*

En estas aulas se transmite información todos los días, los docentes llegan a las aulas a "dictar" la clase de matemáticas, el tablero es una de sus principales herramientas y por supuesto todo el conocimiento que tiene sobre el tema que van a enseñar. El saber presenta una serie de secuencias que son razonadas a través de las cuales se va dando una progresión paulatina del saber que está enseñando, ese conocimiento se convierte en algo realmente valioso para el docente pues se inicia, en palabras de Delprato[84] la complejidad del diálogo entre el saber cotidiano y el saber formal diferenciándolos centralmente por su equiparación con la oralidad y la escritura. Veamos una situación en clase donde es evidente la complejidad del diálogo que ocurre con el saber.

(El profesor habla mientras copia en el tablero)

1. Log_a 1 =0. Si el logaritmo de una función está definido para a mayor que cero; por eso se escribe que el logaritmo en base a de 1 es igual a 0

2. $a^{\log_a x}$=x, ósea tenemos un número elevado al logaritmo, y estos dos números las bases son iguales, cierto?.

3. Log_a a^x= x; ósea que la base y el número son los mismos.

Se podría decir que el profesor conversa con el tablero, los estudiantes en consideración, escuchan y copian en sus cuadernos lo escrito por el profesor en el tablero, no obstante no escriben lo expresado por este cuando lo escribió. El saber está delimitado por el saber que conoce el docente; Verret señala que hay saberes especializados los cuales desde sus prácticas se hacen particulares pues sufren una separación desde lo personal y desde el saber propio, él lo denomina "despersonalización del saber"[85]. En este momento, el docente hace su

84 DELPRATO (2005:9) ¿Saberes matemáticos previos o saberes previos a los matemáticos? Relime Vol. 8 No. 2 pp 129-144 Mexico
85 VERRET 1975

transformación del saber, lo cambia, lo asocia y lo agrupa en su pensamiento para ser expresado según su necesidad, según lo programado para ser enseñado.

Veamos otra situación de dialogo con el saber y su despersonalización.

"$\log_a (x+y)=\log_a * \log_a y$; aquí hay que tener en cuenta que el logaritmo de una suma no es la suma del logaritmo. Si yo tengo el producto de dos logaritmos lo puedo pasar como una suma, o sea, me puedo devolver.
$\log_a (x/y)= \log_a x – \log_a y$; aquí tenemos el logaritmo de un cociente, entonces el logaritmo de un cociente es la propiedad de un logaritmo, no, a nosotros nos enseñaron en el colegio que sí."

Aquí vemos como el docente hace la despersonalización del saber incluso recuerda aspectos enseñados en grados anteriores a la universidad.

Los cursos de matemáticas pasan de un lugar a otro el saber, desde la transposición didáctica la constante que se presenta es: expresar el concepto, luego hacer el ejercicio, resolverlo mostrando en el tablero, volver a expresar el concepto asociado al ejercicio siempre mostrando cómo se soluciona y ejemplos de ejercicios del mismo saber. En estos espacios de clase se limitan las interacciones ocurridas entre el profesor y el estudiante, de una u otra manera se espera garantizar de esta forma la devolución[86], con frecuencia la actividad de aprendizaje se refiere al estudiante, a su actitud frente al saber, esa devolución se dará en la medida en que el estudiante logre buscar por sí mismo en el campo del saber para proponer, construir y resolver problemas. El porcentaje de pérdida en cada curso continúa siendo alto, de 35 estudiantes que iniciaron un curso al final solo había 16.

La enseñanza de la matemática en la universidad no está enmarcada en situaciones problematizadoras. Esta estructura (la de la problematización) fundamenta la propuesta de mirar el saber científico, el saber que ejerce desde la misma ciencia, la matemática usa el saber que le da la posibilidad de modelizar

86 Concepto propuesto por Brousseau(1998)

los elementos que la constituyen, de mostrar con partes, un sistema para simular las diversas situaciones que suceden en la misma existencia del saber propio de esta disciplina.

Desde aquí, se tiene una mirada distinta de la enseñanza de la matemática en la universidad. La cuestión del saber, se pone en otro plano, hay que formar desde el conocimiento científico para que usen la matemática como herramienta que permite modelizar el mundo y colabora en la solución de los problemas que se presentan alrededor de los acontecimientos. En el estudio hecho por el *International study group on the relation between the history and pedagogy of mathematics* No. 66 noviembre 2007 en la conversación entre Judith Gabrier and Nikos Kastanis, se hace referencia a la matemática como parte de la cultura humana la cual responde preguntas de interés y de importancia para la sociedad.

El contexto cultural, las primeras enseñanzas recibidas por el ahora enseñante están ahí existen y se manifiestan en su saber, este aspecto se puede observar en la expresión de uno de los profesores al preguntarle respecto a su interés por las matemáticas, él responde*: "cuando vi el algebra de grado octavo y de ahí fueron los indicios de mi motivación por las matemáticas, porque eran unos maestros que a partir de cosas reales, de relacionar la realidad que estaba viviendo, yo quería estar en ese medio con el tema en cuestión que estábamos trabajando".*

La naturaleza del saber matemático está, como lo mencionaba antes, conjugado con la cultura, el hecho de saber está ligado al instrumento de conocimiento que se desee elaborar, así, dicho conocimiento queda vinculado al instrumento de mediación que el individuo este usando. De una u otra manera el saber matemático está en la educación matemática que realizan los docentes cada día en sus aulas de clase, este emerge como un sistema gravitacional para tener los criterios con los cuales el docente realizará su transposición didáctica, pues ese saber está permanentemente girando alrededor de una fuerza ejercida desde el conocimiento dominado por el docente, siendo un sustento que le da forma a aquello que va a ser enseñado.

El progreso de la matemática no solamente prevalece por el uso de sus ideas y de sus técnicas sino también por sus transformaciones y trascendencia. De ahí la necesidad de tener en cuenta su sentido del saber. Este aspecto, la cuestión del sentido del saber es analizado a continuación a partir de lo ocurrido en los tres cursos de matemáticas.

3.1 LA CUESTIÓN DEL SENTIDO DEL SABER

¿Cómo evaluar la importancia de un problema? ¿Cómo elaborar el sentido?[87], Deleuze ha profundizado sobre el asunto del sentido y determinó tres grandes relaciones de la producción de sentido. Estas tres relaciones se presentan (a veces simultáneamente) en el discurso, y es necesario distinguirlas porque el paso no anunciado de una a la otra puede ser perturbador en la buena comprensión de la intención del locutor, en este caso el profesor. Estas tres relaciones ocurridas desde las proposiciones hechas por los profesores en sus clases, son las que se emplearán en el análisis de este estudio: (a) manifestación, (b) designación y (c) significación.

(a) Manifestación: remite a la subjetividad de aquel que se expresa, a sus posiciones, sus opiniones. Los enunciados destacan la manifestación cuando no están propiamente hablando, no están asociados a la verdad o la falsedad, sino sobre todo a la intuición, a la veracidad o a la equivocación. El "yo" es un marcador privilegiado en este tipo de enunciación. Relación de la proposición con el sujeto que habla. Pone de relieve la intencionalidad del sujeto que habla.

A continuación veremos un cuadro comparativo de la manifestación hecha por los profesores P1, P2 y P3 en los tres cursos.

87 DELEUZE G.(1994) Lógica del sentido, Paidos. Barcelona

Cuadro No 12

Manifestación

Manifestación	***P2***	***P3***	***P1***
El yo como marcador privilegiado en la transmisión. ***M A N I F E S T A C I Ó N***	*Coja el cero y póngale un chulito.* ***Yo** le estoy dando otra visión de este ejemplito que cuadra.* $M(x)= (x^3+x^2-3x-3)\ (x-2)$ $p(x)=q(x) * (x-r) + R$ $M(x)=((x^3+x^2)- (3x+3)) * (x-2)$ $M(x)= ((x^2(x+1)-3(3x+1)) * (x-2)$ *Por ahora solo vamos a calcular el dominio y los ceros**, yo** le pido que lo haga por pasos:* *El dominio de la función.* *Dominio $f(x)= R\{$ceros del denominador / $m(x)=0\}$* *Ceros de $f(x)$= son los ceros del numerador $(h(x)=0)$* Para factorizar el polinomio que sea hay que aplicar la división sintética. *Escriba los p escriba los q y empieza a tantear.*	*Entonces, **yo** le pongo este ejemplo:* *Si **yo** estoy aquí parada y **yo** soy la función original, yo soy la función f(x)* *Entonces digo a f(x) que es la función original, **yo** la voy a desplazar una unidad a la derecha y una unidad hacia arriba (la profesora hace los movimientos con su cuerpo)* *Si **yo** quiero volver a la función inicial ¿qué debo hacer?* *Bueno entonces cuando **yo** digo que el análisis de los signos del punto de corte de la función.*	***Yo** transversalizo todos los contenidos.* ***yo** enseño de lo fácil a lo más difícil porque así me enseño mi profesor Dossier.* *bueno **yo** digo así pero, sabemos que hay más ¿verdad?, bueno, ese es el m.c.m vamos a tomar dos números y hallar el m.c.m de 48,28 y 35* *¿Cómo se llama esto? Que señalo de aquí hasta aquí **yo** quiero que ustedes me digan ..miren que me estoy devolviendo antes de decir que es ángulo para saber de dónde viene las cosas*

En los cursos se encuentra un gran predominio del yo, analizando entonces la manifestación ocurrida por parte de los profesores, se ve como el yo es utilizado para suponer el pensamiento del estudiante, (*Si **yo** quiero volver a la función inicial*) el profesor remplaza las ideas de los estudiantes no se permite la opinión del estudiante, todo el tiempo se escucha la voz del profesor diciendo aquello que él considera necesario para la comprensión del estudiante. Por ejemplo en esta parte de la expresión "***yo** quiero que ustedes me digan…miren que me estoy devolviendo antes de decir que es…"* el deseo del profesor por escuchar aquello que solo él como profesor sabe en ese momento, pero que ningún estudiante hace desde la devolución. Cuando el profesor manifiesta su deseo para que el estudiante haga lo que él considera que debe hacer *"Coja el cero y póngale un chulito"* , se propone entonces hablar aquí de tres elementos desde la manifestación pensando en el análisis de las expresiones hechas por los profesores una como enunciación de deseo, dos como supuesto, y tres como orden imperativa, sin embargo se puede ver como prevalece lo imperativo a partir de las siguientes frases: yo le pido, yo quiero, yo les estoy dando, yo le pongo, yo digo (pedir, querer, dar, poner , decir).

Ahora, apartarse de ese pronombre yo, tener voluntad para lograr desde las manifestaciones hechas por él como profesor entregarle al otro, a su estudiante lo que él saber le está demandando, lograr no apoderarse del conocimiento desde su propio saber, si no, transmitirlo haciendo que sea el otro quien desee escucharlo, quien quiera apoderarse de él y a partir de ésta condición el estudiante cuestione, aprisione un saber y lo pueda transformar, un saber que en sí mismo ya ha sido transformado por el docente quien hizo la transformación desde el conocimiento.

(b) *Designación*: se trata de la referencia, de la denotación. La designación remite a un estado de cosas, a un acontecimiento. La proposición se verifica (es declarada "verdadera") si corresponde efectivamente al estado de cosas que ella da cuenta. También puede ser declarada falsa en caso de no corresponder al estado de cosas que se eligieron para asociar en el caso de las matemáticas los elementos demostrables. Al ocurrir la designación la persona asume una posición que marca su identidad desde la manifestación que realiza, por esta razón la designación no se evidencia sin la manifestación, esta la hace posible. Es deíctica,[88] revela las situaciones, el estado de las cosas (tiempo, lugar y persona).

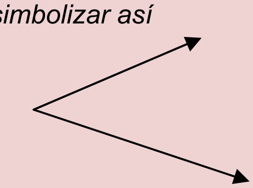
---

88 Cuando se emplea la expresión "yo como marcador" su alcance es de naturaleza textual, esto es, la manera como él establece relaciones con el lenguaje formal de la matemática. "el yo es el manifestante base". Los manifestantes, a partir del Yo, constituyen el dominio de lo personal que sirve de principio a toda designación posible. Deleuze

A continuación se muestra un cuadro comparativo de la designación hecha por los profesores P1, P2 y P3 en los tres cursos.

Cuadro No 13

Designación

	P2	P3	P1
DESIGNACIÓN	*vean **estas** son funciones básicas que ustedes tienen que vivir con ellas de aquí en adelante,* *$F(X) = K$ es constante* *Si la K es + esta encima del eje x.* *Si la K es – está por debajo o sea $Y= -3$ es 3 unidades por debajo.* *Otra función es $f(x)= X$ se llama idéntico valor de x es idéntico en y* *Línea recta cuando $x= 1$ $Y= -1$* *Y otra es $Y = X^2$ es la función cuadrática es la que mas vamos a utilizar.* *$f(x)=x^3-2x^3-x+2 / x^2-3x+2$* *Recuerden que en la sintética uno no coloca x. si un término no existe posición cero.* *Si $f(x)=x^4/4-x^2/2$ halle los intervalos donde f es creciente o decreciente* *Si la f no es continua en **ese** punto de la función.*	*Bueno muchachos, quien podría ser la función más interna, sería algo más 6, quien es lo más externo y la más interna la que me lo va a cambiar.* *$F(x) = x+6$ $(f \circ g)_x = f(1/x) = 1/x + 6$* *$G(x) = 1/x$* *Ahora en el 5 solo me piden hallar una función que no sé cuál es y me piden que haga la compuesta entre esta función que conozco.* *Miren que esta ecuación no es verdadera para todo valor de X en cambio y da el ejemplo: $1/ \sec \Theta$ que es $1/ \sec\Theta = \cos\Theta$ esto es una identidad* *vamos a ver **antes** de ver las funciones polinómicas, necesitamos saber cuál es la forma general de un número complejo vamos a ver las operaciones básicas **solo vemos eso** porque es lo que necesitamos, parte de raíces complejas.* *muy bien, eso, queda abierta mayor que cero**.** Ese es el dominio de la función a, se toman los valores sin la raíz*	*El ángulo **lo mido** con el transportador y… cómo se forma un ángulo? miren que me estoy devolviendo **antes** de decir que es ángulo para saber de dónde viene las cosas.* *la unión de dos semirrectas que tienen un punto en común, ahora lo vamos a simbolizar así*  *si la flechita va en sentido contrario de las manecillas del reloj decimos que el ángulo es positivo y si va en el mismo sentido es negativo. **Ahora sí,** ¿cómo bautizamos el ángulo que está ahí?* *tiene que sacarse el miedo al tablero porque **ese** es el pan de cada día aquí, estamos en los números naturales*

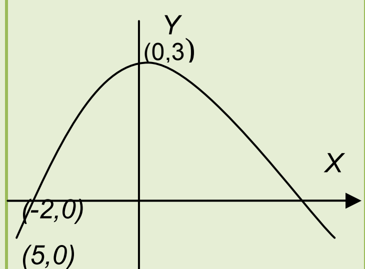
En estas situaciones ocurridas en los cursos, los profesores desde su textualización buscan manifestar, buscan enseñar contenidos puntuales que consideran son de importancia o van a ser usados por los estudiantes cuando estén realizando un ejercicio. Los profesores determinan qué deben saber, qué deben conocer, dan pautas que se podrían llamar "pistas" para enfrentar otro saber. En los cursos se manifiesta la posesión del saber, por esta razón deciden los conocimientos transmitidos a los estudiantes desde el "vamos a ver", "es lo que necesitamos", "ustedes tienen que vivir con ellas". Otro aspecto notorio desde la designación es el prevalecimiento del hecho de señalar los conceptos que se están realizando en los ejercicios.

(c) *Significación*: el sentido emerge de las relaciones entre las palabras y los conceptos generales que se presentan en el discurso. La relación proposición con conceptos universales. Es el sentido que surge de las relaciones entre proposiciones quien define en esta articulación sus propias condiciones de verdad y de falsedad. Su contrario no es, en sentido estricto, lo falso, sino ante todo lo absurdo. Se aprecia que las nociones de problema y de problematización van a ser desarrolladas ante todo en esta dimensión de sentido (es el problema quien va a determinar el sentido exacto de las palabras, quien va a hacer la diferencia entre lo importante y lo accesorio, quien determinará la pertinencia de algunas nociones, quien decidirá las herramientas que es posible emplear para resolverlos).

Cuadro No. 14

Significación

	P2	P3	P1
S I G N I F	*Recuerden que en la sintética uno no coloca x.* *La función resulta de procesos de cancelación y procesos de factorización. ¿Esa lo podemos graficar si o no?*	*Ese es el único valor que hayamos y será logaritmo natural de 1 sobre 1 y el 1 está dividiendo todo* *In 1 / 1 = In 1 =0* *¿Qué valor no podría tomar?* *decíamos que una función*	*¿Qué significa la palabra máximo?.* *S: mucho* *P: y…¿común?* *S: Es el número común mayor* *S: Es el mayor número de los comunes.*

I C A C I O N	¿Cómo sería lo recomendable del orden que usted debería llevar? Los p son los enteros del a $m(x)=x^4-x^3-5x^2+3x+6$ Los ceros del denominador son de la forma p/q P={±1,±2,±3,±6} Q= {± ± } Ceros de m(x) son: p/q= {±±,±2,±3,±6} Ds con r=2 $\longrightarrow$ (x-r)	es 1=1 si solo si esta todo en x diferente de y entonces: f(x) es diferente de f(y) que sería algo similar a decir que si X=y; si f(x) = y entonces x=y. Esta es la gráfica de una función que está desplazando una unidad a la derecha y que está desplazando una unidad hacia arriba, según los criterios de desplazamiento. Se tiene la gráfica de y = f (x-1)+1 	P: Ustedes tiene la razón pero se enredan un poquito, es el mayor de los divisores comunes, uno enreda la pita.

Considerar la significación hecha por los profesores en estas condiciones de enseñanza solo fue posible a partir de la filmación realizada y una conversación desde la entrevista para lograr encontrar cuál es el sentido que ellos le dieron a la textualización desarrollada en las clases. Cuando los profesores expresaron sus textos, consideraron:

Primero, que lo que decían era pertinente para el tema que estaban explicando, segundo, ninguno de los tres lo consideró como un discurso y mucho menos de carácter científico o que pudiese generar en los estudiantes dicha connotación, tercero, no pensaron en darle un significado a algún concepto en especial, por ejemplo: al referirse a “los p” o “todo x” “logaritmo natural de 1”, si se considera que el significado dado a ciertos términos desde lenguaje posee un carácter cultural[89], nos podemos dar cuenta en estas situaciones en particular que el análisis del lenguaje matemático debe tener mayores consideraciones, por ejemplo, si tomamos ahora el termino desplazamiento para un sociólogo o para un profesor de sociales inmediatamente lo relacionaría con el movimiento humano de un lugar a otro, sin embargo si lo pensamos en matemáticas el desplazamiento está asociado al movimiento en esta caso de los puntos de X o Y, según la situación con un profesor de física, este término tiene en común la relación con el movimiento pero él ya nos hablaría de otros tipos de desplazamientos. Se ve entonces, como un profesor de matemáticas debe considerar la significación de los términos a usar en su clase cuando él hace la transposición didáctica cuando “planea su clase” y asume la transformación del saber sabio, organiza su lenguaje. Aquí surge preguntarse ¿El profesor de matemáticas en la universidad planea su clase considerando todos los términos usados y la conceptualización que posee de ellos para ser expresados durante sus explicaciones? Los profesores coincidieron en no realizar esta acción previa a sus clases.

Se debe anotar que estas tres dimensiones (manifestación, designación y significación) no son *exclusivas*, y que en el discurso efectivo –por ejemplo el de un profesor- se recorta permanentemente. Incluso en el desarrollo de un problema, los estudiantes estarían confrontados a la dificultad de la obligación de seleccionar entre los diferentes régimen de sentido, a menudo mezclados, para comprender lo que *está en juego*.[90]

Al asociar las palabras puede ocurrir un acontecimiento que lleve al profesor a realizar una manifestación desde su saber, esta manifestación utiliza el lenguaje como medio de relación entre el saber y aquello que desea expresar. “se trata de la relación de la proposición con el sujeto que habla y que se expresa”. La

89 ECO (1981)

90 Para este punto, el trabajo de Michel Fabre (*Situations-problémes et savoir scolaire*, PUF, Paris, 1999) es pertinente, porque todo el trabajo de este autor en esta obra, es el determinar, en el marco de los problemas planteados en la enseñanza, la indispensable presencia de estas tres dimensiones.

manifestación se presenta desde los deseos inferenciales. “El deseo es la causalidad interna de una imagen” [91].

A la manera de la lógica del sentido las singularidades en la oscilación entre el sentido y el sinsentido van transformando un conocimiento el cual ha sido asumido por el profesor desde la construcción que ha hecho de su saber. Las singularidades permiten al individuo fortalecer en forma biunívoca o mejor bidireccional el sentido que le da a aquello que para él es objeto de conocimiento matemático, esas singularidades se desplazan, se distribuyen, cambian de naturaleza. Las singularidades presiden la génesis de las soluciones de una ecuación. $(X + 1/y) = (X + 1/x^2)$.

Cuando hablamos de univocidad en matemáticas se hace referencia a aquello que solo tiene una relación en el contexto del profesor de matemáticas, en su espacio de enseñanza parece que la univocidad adquiere un valor significante desde su apropiación del conocimiento, su voz se interioriza hasta tal punto que hacerla visible es denominar un espacio de creación y de transformación. “la univocidad del ser significa que el ser es voz que se dice, y se dice en un solo y mismo sentido de todo aquello de lo cual se dice. Aquello de lo cual se dice no es en absoluto lo mismo”, el profesor acude a decir una sola vez aquello que considera debe ser escuchado por el estudiante aquello que él considera que conceptualmente el estudiante debe aprender, por tal razón hace una interrelación con su lenguaje. Desde allí, la manifestación y la designación se hacen posibles a través de la textualización del profesor en el aula de clase. Al designar, el profesor realiza una denotación de la palabra, le da singularidad, la hace posible desde las asociaciones que plasma de acuerdo al conocimiento, es una situación sistemática donde lo personal juega un papel relevante para la expresión, para la manifestación, donde lo verdadero y lo falso entran en una relación de biunivocidad matemática desde el lenguaje.

91 DELEUZE (1994-1996) ibid

La significación que asume entonces la palabra designada en el lenguaje matemático en particular se hace explicita, el lenguaje matemático adquiere su singularidad, los símbolos, lo semiótico es expresado en un absoluto que permanece implicado en los conceptos que el profesor argumenta durante su elaboración.

En los tres cursos se manejaron varios saberes en las clases, trataron los temas con gran seguridad, desde su palabra, se observó dominio del lenguaje matemático, uso de términos y signos al escribir que denotan un saber disciplinar por ejemplo: "*Escribamos entonces: 2^4= X+1/ 5, eso es lo que dice la definición, eso es volver a la forma exponencial. Cuando es el exponente que le debo poner a la base para que me dé el resultado, así vuelvo a la exponencial. Entonces (escribe) 16= x+1 / 5 de donde X = 80+1=79. Ahora el $\log_e$ X es llamado el logaritmo natural. Estos logaritmos en base diez o en base e son conocidos como logaritmos comunes o hiperbólicos.*"

Allí la manifestación, la designación y la significación se hicieron evidentes. Se ha visto hasta ahora como el proceso de naturalización del saber matemático está conformado por varios momentos y criterios, relacionar entonces el conocimiento con el saber matemático es entrar en una interacción entre dos o más situaciones donde se encuentra vinculado un objeto matemático que afilia dicha relación entrando a observar la conexión con el objeto de estudio, en este caso el saber matemático.

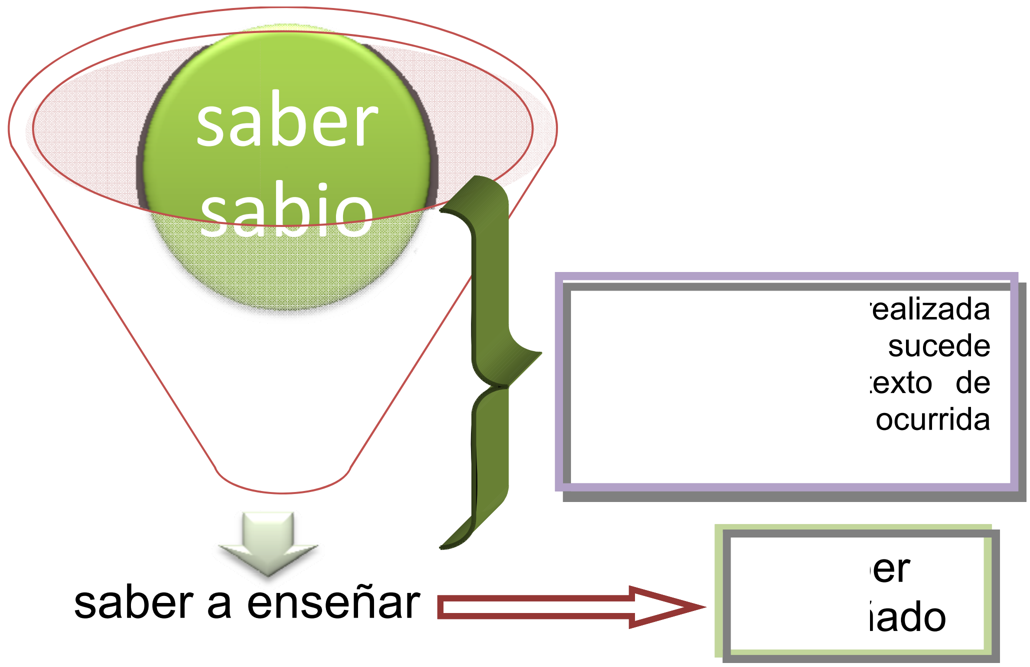
Los docentes evidenciaron en sus clases los saberes prácticos, los saberes delimitados por un conocimiento a profundidad el cual debían programar según el tema que deseaban enseñar. El conocimiento lleva a enfrentar diversas circunstancias y contextos que implican en la vida humana un desarrollo hacia lo cognoscente, hacia aquello que lo lleva a elaborar ciencia desde el pensamiento.

3.2 EL HACER DE LA TRANSPOSICIÓN DE LOS SABERES UNA INVENCIÓN DIDÁCTICA

Los saberes enseñados en la universidad desde la matemática han tenido que ser manipulados a través de la historia para obtener precisamente un espacio dentro de la transmisión de estos que les permita ser enseñados. Desde las clases, los saberes han permanecido definidos por una naturaleza común a todos estos saberes matemáticos a partir de los programas propuestos por los profesores. Ellos han tenido una preocupación para que los estudiantes se apropien de este saber. Estudios han comprobado que los estudiantes se proponen objetivos distintos para su aprendizaje y que la apropiación de estos saberes no la realizan de la misma forma dentro de una clase, de hecho para los estudiantes los saberes enseñados por el profesor en la misma clase tienen intereses diferentes, por eso la transmisión de los saberes matemáticos elaborados por el profesor son inicialmente provocadores de toda la complejidad ocurrida en el proceso de enseñanza, esta trasmisión proviene de afuera de la transformación que hizo su profesor para enseñársela desde la transposición didáctica.

En el año de 1975 el sociólogo Michell Verret introduce el concepto de transposición. Éste es tomado desde la matemática más adelante por Chevallard, mostrando la fuerza existente entre la enseñanza y las situaciones que de ella se derivan en la transformación que ocurre con un contenido visto a partir de un saber científico o saber sabio y desde éste su elaboración por parte del profesor[92] para tener el saber a enseñar y desde allí, saber cuál es el saber enseñado.

92 El profesor posee una historia de la transmisión que hace del saber. Esta historia también hace parte de la transposición didáctica.



Esquema No.4 Transposición didáctica.

Esta transformación del saber sabio para ser enseñado, tiene una serie de limitaciones en su transposición las cuales dependen de esa génesis del conocimiento científico, origen que para ser enseñado tiene la necesidad de ser transformado. Como se ha planteado anteriormente, el concepto de transposición didáctica intenta dar cuenta de la manera como el "saber sabio" (el saber tal como es *practicado* en la disciplina del cual se origina) debe ser transformado, *didactizado*, con el fin de poder ser enseñado a los estudiantes, a las personas exteriores a la práctica de esta disciplina[93]. Este proceso de *didactización* no concierne solamente a la formalización escolar del discurso científico, sino que también comienza desde la difusión de los resultados de las investigaciones por los científicos. Consiste en una larga purificación que apunta a que el "productor del saber despersonalice, descontextualice y destemporalice lo más posible sus

93 CHEVALLARD, (1985, 1991). La transposición didáctica del saber sabio al saber enseñado Aique grupo editor Argentina.

resultados"[94], estos últimos se convierten así en comunicables en tanto que "saberes" y transformables luego en "saberes escolares" y "saberes universitarios". Esta transformación de *saberes* que las prácticas hacen emerger para convertirse en autónomos, va a implicar varias consecuencias en la forma que toman estos saberes, consecuencias que Chevallard detalla con el nombre de "transposición didáctica". Una de estas consecuencias particularmente importante, es hacer el saber programable, es decir, presentarlo no en el orden en el que ha sido establecido en la práctica de investigación, sino en el orden más adecuado para que él sea accesible al "debutante". En la entrevista se puede observar este aspecto "*todos los contenidos que se fueron desarrollando se fueron encadenando interrelacionados es decir a medida que íbamos pasando de un contenido a otro y se iba viendo la necesidad del contenido anterior por ejemplo cuando empezamos a trabajar las operaciones básicas. En los contenidos empezamos entonces con la lógica de conjuntos, las definiciones los elementos de un conjunto las operaciones como la unión la intersección la diferencia y esto aplicadas a los diagramas de Venn, y pasamos a las series numéricas con las cuatro operaciones básicas y la aplicación de estas cuatro operaciones es donde hago bastante énfasis en ellas por que está relacionado el lenguaje y las matemáticas y luego paso a la potenciación donde se ve que la potenciación es una simplificación de la multiplicación o sea que existe esa relación la radicación y los logaritmos que están relacionados con la potenciación, luego pasamos a los polinomios aritméticos donde encontramos la relación entre todas estas operaciones un polinomio aritmético que contenga raíces, logaritmos, potencias y en otra unidad ampliamos esta serie de los naturales viendo la necesidad desde donde bien y por qué salió ese conjunto y pasamos a la serie de los enteros por qué se da la necesidad de la serie de los enteros debido a que ya cuando realizamos algunas operaciones como 5- 10 esta operación ya no cabe en la serie de los naturales y por eso hay la necesidad de ampliar la serie de los naturales a los enteros en los cuales empezamos a trabajar ya los problemas de aplicación con las operaciones básicas teniendo en cuenta la suma de números enteros con igual signo y con distinto signo y llegando así a los problemas de aplicación luego trabajamos la potenciación, la radicación o sea las mismas operaciones que trabajamos con los naturales luego pasamos a las serie de los números racionales porque ya aparecen otras operaciones por ejemplo 5/ 3 el resultado es un número decimal y por eso se amplía la serie de los enteros a los racionales se ven las cuatro operaciones básicas con estos números racionales recordemos que aquí están los fraccionarios y los números decimales y entonces se habla de la potenciación y los problemas de aplicación para el desarrollo del curso y luego se pasa a la parte geométrica y encontramos la reacción de los estudiantes porque es la parte que menos les gusta a*

94 Ibid, 1998:48

los estudiantes la geometría que es la más linda porque allí se ve la aplicabilidad y arrancamos dándoles la construcción, no la definición de cómo se forma un punto una línea un plano luego al ángulo basado en las líneas, triángulos tipos de ángulos y llegamos a las rectas paralelas el concepto más elemental que son dos rectas que por más que se prolonguen nunca se van a encontrar porque eso tiene otra definición más elevada en otros cursos de matemáticas y llegamos a formar los ángulos entre dos rectas y una secante luego … "

Otro profesor responde a la misma situación del orden de los contenidos "*El curso se da en forma organizada primero se trabaja la solución de ecuaciones" "todos los contenidos siempre tienen un orden"*

La concepción de Chevallard, refiere los procesos de transposición didáctica no tanto como una simplificación del saber proveniente del campo de la investigación, sino la de los *saberes enseñados* que serían el resultado de un "*preparativo didáctico*", que lo haría diferenciarse cualitativamente de los *saberes sabios*. Se trata de un proceso a la vez inevitable y necesario en la enseñanza del saber.

En este contexto, parece claro el impacto que puede tener este elemento *didáctico* sobre el aspecto *epistemológico* del saber enseñado y los tres ejes de trabajo mostrados en el capitulo anterior (textual, epistemológico y didáctico), se podrían considerar como tres perspectivas que aclaran cada una a su manera, un fenómeno complejo y único: la enseñanza del saber matemático.

Desde esta enseñanza la noción de didactización puede, no obstante, ser entendida de manera más amplia, como toda presentación del saber que procura facilitar su acceso a los estudiantes. Por ejemplo, cuando un profesor procura definir, explícitamente, y uno a uno, los nuevos términos técnicos que utiliza en su curso, él se entrega a una operación que entra en el campo de la didactización, entendida esta como la estructura donde el profesor logra realizar la elaboración de sus saberes y hacer desde allí la transformación para la transposición didáctica.

Teniendo en cuenta que, para establecer relaciones entre el saber y su transformación para ser enseñado la matemática posee su registro propio, los profesores de matemáticas buscan que en la clase se den desde la explicación, las condiciones que ellos al enseñar necesitan para que sean suficientes las manifestaciones, y designaciones hechas en el aula. Esto, esperando que los estudiantes asuman un papel de aprendices y tengan la posibilidad de realizar una devolución sobre el conocimiento propuesto. La posibilidad de que los estudiantes acudan a las demostraciones es mínima, es en el marco del aula de clase que los profesores acuden a demostraciones empíricas. Se ve en los cursos que esta transposición está alejada del marco histórico del saber teniendo en cuenta que hay una progresividad en la textualización realizada en cada clase *"Ahí tiene usted la teoría entonces usted diría que este vale cero cuando x vale 1 por eso aquí se llama cero racionales. Pero alguien va a decir "oe" (x-1) (x-1). Vea x+3 está repetido solo una vez, y está repetido 3 veces, ahí sume y verá que le da para las 7 raíces, pero algunas sean repetidas o que sean diferentes complejos. Entonces, analice, vea la repetición, uno lo denota con un exponente sí o no? ¿Estamos?"*

Al analizar la situación anterior cuando el profesor realiza la explicitación o sea cuando desde la textualización pone en textos su saber, se introduce en los requisitos de la transposición didáctica: la exigencia del saber propio de la matemática, la delimitación de esos saberes o sea la división de la práctica teórica la desincretización del saber para lograr delimitar aquello que él como profesor ya sabe y pueda desde allí dar lugar a transformaciones que le permitan abordar el saber para ser enseñado, para despersonalizarlo.

La despersonalización del saber (explicada en el punto anterior) lleva al profesor a realizar desde la transmisión, una definición explicita veamos una situación de clase *" P:¿cómo se llama eso que es un pedazo de recta?*

I: señalando un segmento de recta de una de las semirrectas que forman el ángulo
E: Una semirrecta
P: ahora, si ven como ¡sí ! recordamos y refrescamos que es ángulo.
I: Algunos de los estudiantes empiezan a dar diferentes respuestas ninguna es correcta entonces inmediatamente P les da la definición.
P: la unión de dos semirrectas que tienen un punto en común, ahora lo vamos a simbolizar así"

En esta situación, se refleja la publicidad del saber por parte del profesor, él construye una nueva forma para transmitirlo pero el concepto ya esta creado no es de su creación, él lo comprende y por esta razón lo transforma para hacerlo un saber a enseñar.

Otro aspecto que se tiene en cuenta en el hacer de la transposición en cuanto al saber que la conforma es la programabilidad de la adquisición de ese saber. En los cursos observados se lleva una programación determinada por los planes de estudio y por los programas propuestos desde el departamento de matemáticas de la universidad. Todos los cursos inician con números reales, dominio, imagen, gráficos de ecuaciones, funciones, línea recta, sistemas de ecuaciones lineales y otros tal como se muestra en el programa entregado a los estudiantes al inicio del semestre.

La práctica del profesor de matemática se da en el aula de clase (la versión comprensible del saber sabio en matemáticas) el saber a enseñar. La enseñanza de la matemática se adecúa, se justifica y se explicita a partir de lo que muestran los profesores.

3.3. EL SABER ENSEÑAR, UN PARTIR DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS

Enseñar matemáticas es desde la acción, tomar un conjunto de objetos de conocimiento matemático en un orden secuencial y desde allí buscar la manera de hacer que estos conocimientos a partir de una situación problema logren engranarse de tal forma que al ser transformados usando un lenguaje propio, otro individuo interesado y en interacción con ellos los comprenda y sea capaz de aplicarlos en un contexto social, y cultural. Se hace necesario en este proceso tener en cuenta varios aspectos:

a. El saber disciplinar es un conocimiento adquirido a partir de un proceso histórico y cultural del individuo. Los textos leídos, y la formación profesional que le permitió construir su saber son legados aportados por la disciplina por lo tanto su epistemología es fundamental en la enseñanza.

b. La enseñanza del saber matemático no puede seguir siendo solamente el "mostrar cómo se hace"

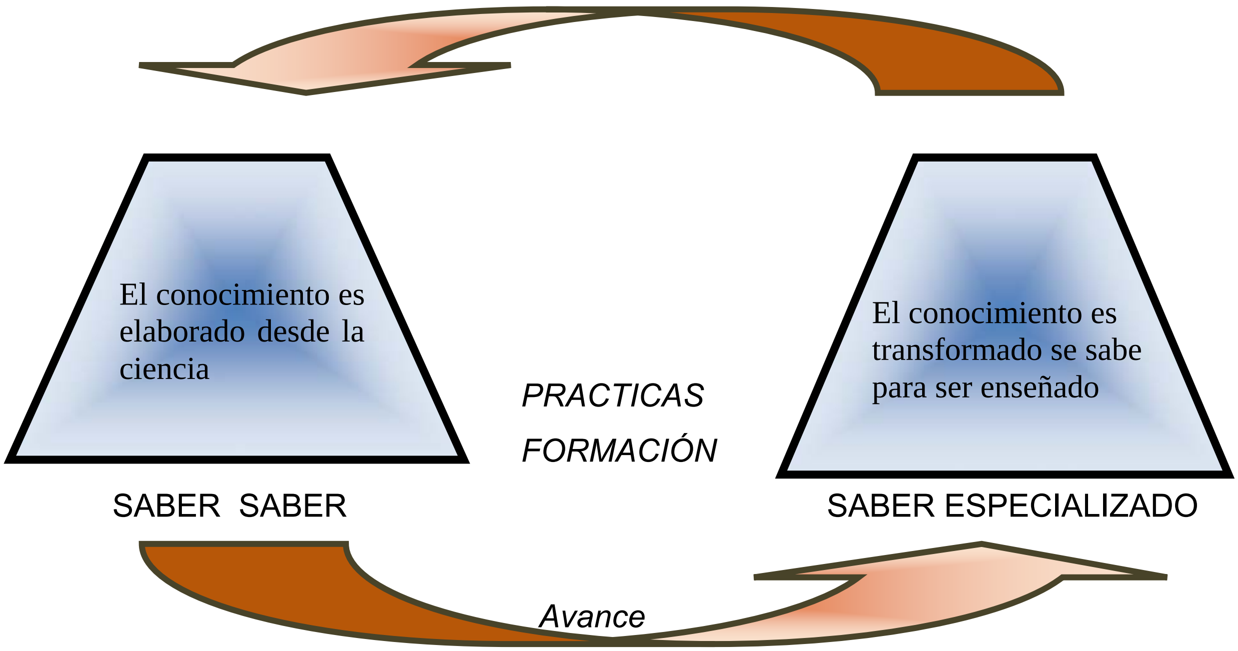
c. La interacción desde la enseñanza con el saber, debe ser un tema de reflexión para los docentes universitarios fijando su atención en cada saber disciplinar y en su didactización.

El maestro de matemáticas no lucha contra ninguna distinción desde su saber, por el contrario, lo que se observa constantemente es que los maestros buscan desde su textualización hacer que el estudiante se aproxime más al saber disciplinar, de hecho el deseo por mostrar un saber para investigar ese no es observado en ningún momento de la clase, se muestra el interés por enseñar elementos matemáticos que lo hagan competente como estudiante.

Para los profesores conocer su asignatura está influenciado por los supuestos y creencias que a través de su propia formación disciplinar han venido construyendo en forma paulatina desde la experiencia y desde sus propios saberes sobre lo que es enseñar, lo que es aprender, lo que es un estudiante, lo que es una aula de clase, lo que es un medio de enseñanza, una herramienta didáctica, y el contexto en el cual se desempeñan.

En el saber matemático, la elaboración de los discursos es, desde determinado punto de vista un rito, una tradición en el momento de la manifestación, la designación que hace el profesor del estado del concepto se especializa en la medida en que su saber como docente tiene cierto espacio de experiencia que le da la cualificación.

Esa cualificación se gesta desde la formación del docente allí se puede denominar que inicia ese saber que va a ser enseñado, allí se aclaran las secuencias y se dan las interacciones de los diversos tipos de saber.



Esquema No. 5 *Interacciones del saber*

Para esto propongo dos espacios dados en la naturalización del saber matemático ocurrido desde la lógica del sentido de Delueze la *simbiosis del conocimiento* abriendo un camino hacia la *concreción* del mismo, la dependencia del saber del profesor en la relación establecida con el saber, lo manifestado y aquello que el estudiante recibe se transforma en un sin saber, en un significado adquirido desde la comunicación, desde la elaboración del saber en la cual se evidencian estos dos espacios *simbiosis y concreción.*

"P: ¿Cómo se aplica la división sintética?

P: ¿Qué es lo que ustedes tienen que aprender a manejar?

P: Este es el principal (señala) y este es la constante (señala)

$Y=anx^{n-1} + \ldots A_1x+a_0 \longrightarrow$ *Constante*

Racionales es sinónimo de razón cociente. En esta "bolsita" (señala) va a ubicar los posibles ceros y esa combinación porque es lo que genera los posibles ceros… aquellos que en división sintética de ceros.
I: El recuerda los conceptos cada vez que va explicando.
P: No lo vamos a necesitar para nada pero vamos a sacar información allá al final se da cuenta. No se les olviden que los ceros son los puntos del eje x. Ahí tiene usted la teoría entonces usted diría que este vale cero cuando x vale 1 por eso aquí se llama cero racionales.
P: Pero alguien va a decir
"oe" (x-1) (x-1)
Vea x+3 esta repetido solo una vez, y esta repetido 3 veces, ahí sume y vera que le da para las 7 raíces, pero algunas sean repetidas o que sean diferentes complejos."

Estos dos espacios (simbiosis y concreción) dados en forma interseca (con dos o más puntos en común) desde los procesos de didactización donde Deleuze le da sentido a un estado de pensamiento, se construyen paulatinamente en las áreas del conocimiento científico. La lógica alimenta continuamente la verdad o la falsedad de los conocimientos dados en la intuición, el profesor manifiesta un saber disciplinar, lo nomina y adquiere un significado pero ese significado puede tener validez o no para el que lo recibe de acuerdo a sus saberes, por esto la simbiosis del conocimiento influye en la conciencia que se tiene de este en el momento de ser enseñado por el docente.

"P***:*** *Graficamos la función original. Que en este caso estamos hablando de la función exponencial y la reflejamos con respecto a ¿qué?*
Es***:*** *al eje y*
P***:*** *no."*

No es posible confundir la valides del conocimiento matemático con su origen pues de esta manera es posible que la enseñanza que haga el maestro de este conocimiento sea descontextualizada y es necesario para el estudiante que el saber matemático al cual él acude a través de la enseñanza de su maestro sea totalmente contextualizada, "todo conocimiento matemático es falible y mutable" [95]

95 ROWLANDS T, STUART G..The vigotskian perspective and the radical verses the socialconstructivism debate. pag 49

En palabras de Deleuxe desarrollar un "habito de pensamiento" matemático implica entonces la continuidad de su lenguaje. La posibilidad de intervenir en el mundo de la ciencia desde la matemática misma logra que el docente desde su saber ejecute la transposición didáctica que lo lleva a un metalenguaje donde su discurso parece querer estar fuera de ese mismo lenguaje, desea hacerse a un lado, buscando la verdad del saber, lo real de esa transformación del saber. Veamos:

P: "esta es la forma general de la recta, ahora necesito hallar la pendiente,¿por qué hallar la pendiente? por qué para hallar la ecuación de una recta es necesario tener…….. hay dos formas entonces veamos punto a punto …. Pendiente Entonces es necesario tener la pendiente y un punto sobre la recta……"

En la manifestación hecha por el profesor prima la continuidad de ese lenguaje pero necesita, como lo expresa Stengers, tener la claridad "Si no hay separación entre el mundo y la palabra la dilucidación que se haga desde el contexto del saber no será expresada con la especificidad requerida para su interpretación"[96].

P: " No se les olviden que los ceros son los puntos del eje x
Ahí tiene usted la teoría entonces usted diría que este vale cero cuando x vale 1 por eso aquí se llama cero racionales
Pero alguien va a decir (el profesor va escribiendo en el tablero)
"oe" (x-1) (x-1)
Vea x+3 esta repetido solo una vez, y esta repetido 3 veces, ahí sume y vera que le da para las 7 raíces, pero algunas sean repetidas o que sean diferentes complejos."

Existen entonces controversias presentadas durante la enseñanza que harán del saber un elemento fundamental en los procesos de *simbiosis y de concreción* al interior del aula de clase, debemos aterrizar la conciencia del saber a enseñar, la viabilidad del lenguaje teniendo claro el contexto, analizar desde el pensar la clase para los estudiantes que, no solo se trata de tener el saber, este saber que está

96 STENGERS 1998 El poder y la invención.

claro para el docente, y es posible de ser textualizado a través de la designación que haga de cada uno de los saberes específicos a implementar.

Dichas controversias se hacen visibles en el aula desde diferentes puntos de vista, uno el hecho de clase y dos la regulación de la clase. En el hecho de clase se observa las acciones producidas por el docente, la implementación de la clase en sí misma y en la regulación se conjugan una serie de mecanismos ajustándose un dispositivo (en este caso el saber) a su propia condición, a su esencia epistemológica, a lo que ese saber ha desarrollado, sus métodos, sus transformaciones conceptuales, las formas como ha sido revelado. Es aquí donde la acción, la formulación, la validación y la institucionalización[97] deben emerger en el aula de clase para acceder al saber matemático. “Saber matemáticas no es sólo aprender las definiciones y los teoremas para reconocer la ocasión de utilizarlos y aplicarlos; sabemos bien que hacer matemáticas implica que uno se ocupe de los problemas... pero a veces se olvida que resolver un problema no es más que una parte del trabajo; encontrar las buenas preguntas es tan importante como encontrar las soluciones. Una reproducción por parte del alumno de una actividad científica exigirá que actúe, que formule, que pruebe, que construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías, que las intercambie con otras, que reconozca aquellas que son conformes a la cultura, que tome aquellas que le son útiles, etc.” [98].

Entonces, el docente que desea enseñar matemáticas posee en su saber los dos momentos mencionados anteriormente, ahora, si bien es cierto al enseñar él transforma aquello que él ha operado mentalmente (procesos metacognitivos) cuando lo describe y lo escribe en el tablero de su salón de clases o en el papel de un estudiante, la simbiosis y la concreción es incierta, el docente ha (en palabras de Piaget) realizado la asimilación y acomodación necesarias pero la

97 Estos son 4 elementos fundamentales en la teoría de las situaciones didácticas

98 BROUSSEAU, GUY 1986 Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, recherches en didactique des mathématiques, vol. 7, n° 2. Grenoble.

interacción de los contenidos para que esa simbiosis exista, aun esta por producir otro cambio, un cambio que se dará en el segundo momento la concreción.

Aquí existe algo especial y es precisamente a lo que se hace referencia en el saber matemático y es el lenguaje matemático. Estudios realizados en Costa Rica en los años 2004 y 2007 demuestran el desconocimiento del lenguaje matemático por parte de estudiantes de secundaria y la disminución en la comprensión del mismo, en otro estudio hecho por Ortega y Ortega "el desconocimiento del lenguaje matemático en estudiantes que acceden a estudios universitarios es francamente preocupante independiente de las diferentes opciones de bachiller cursadas"[99]. Ellos hacen relación al bajo rendimiento académico causado precisamente por la baja comprensión del lenguaje matemático y afirman "el desconocimiento del lenguaje matemático complica la transmisión de conceptos."

Si esa transmisión de conceptos se complica a causa del mal manejo y comprensión del lenguaje matemático es necesario que dentro de la didactización el lenguaje usado por el docente sea totalmente clarificado durante este espacio didáctico.

El saber matemático estará entonces encauzado por la comunicación que haga el docente de su saber, esa transposición juega un papel fundamental pero hay otros aspectos que se ponen en juego por ejemplo la textualización, desde este punto de vista la capacidad del docente para abordar los diferentes libros de texto que le servirán de apoyo para ejercer su labor en el aula debe ser reconocida.

Brousseau expresa "En todas las situaciones didácticas, el maestro procura hacer saber al alumno lo que quiere que haga, pero no puede decirlo de tal manera que al alumno no le quede más remedio que ejecutar una serie de órdenes". Ese contrato funciona, dice, como un "sistema de obligaciones reciprocas que

99 ORTEGA Y ORTEGA Experiencias sobre el lenguaje matemático

determinan la responsabilidad que cada participante, enseñante y enseñado, tiene que realizar algo y que, de una forma o de otra, será responsable ante el otro."[100]

Al estudiante se le dificulta de una u otra manera entender y saber aquello que aun no sabe, aquello que aún no tiene claro y no ha logrado entender. Se puede ver en esta situación de clase donde en un grupo de 30 solo participó un estudiante.

P: ¿cuál es la verde?
Es: logaritmo
P: y esta es?
Es: a^x
P: ¿dónde a es?
Es: mayor que uno
P: dominio de la verde
Es: x mayor que cero
P: ¿de dónde a dónde va x?
Es: 0 al $\propto$
P: todos los reales, ahí se ve la imagen; bueno tenemos una tabla de resumen.
De este libro todos los ejercicios son diferentes, limites, funciones, derivadas, integrales, así que como los resuelvo si no son mecánicos y son diferentes.
P: espero que tengan la tabla de resumen
(Escribe)
In (2x+1/x-1) =0
Ya habíamos hecho esta
Es: no
P: ojo, que es lo que tengo que hacer, ¿Cómo son los valores dentro del paréntesis?
Es: mayores que cero.
(El profesor se dirige hacia la grafica y señala f(x) logaritmo
P: esto se convierte en logaritmo natural, por lo tanto no puede ser cero
(Vuelve a la parte izquierda del tablero y señala el ejercicio)
Qué es resolver, despejar a x y qué debo hacer?
Es: despejar, luego cementerio.
P: Despejar y luego cementerio, pero lo que está en el paréntesis está influenciado por el logaritmo así que debo despejar el logaritmo.
(Este tipo de lenguaje es muy particular entre los profesores de matemáticas son términos para hacer relación a que hay muchos positivos o sea muchas cruces entonces parece un cementerio, lo denominan así para que el estudiante recuerde lo que debe hacer o lo que debe aplicar.)
(Escribe) $e^{lnx}=x$
E^{lnx} *(2x+1/x-2) =* e^0
Ojo con este detalle que aparece en el parcial, no solo es plantear la solución, sino decir de dónde viene.
Entonces que hago (escribe)
2x+1= x-2
2x-x= - 2 – 1
X= -3
(El profesor describe el proceso, como pasan los términos de un lado al otro del igual)
Es: ya, eso está muy fácil.
P: es que es solo aprenderse las propiedades. (supone) necesidad de hacer explicito

100 BROUSSEAU (1986:37) ibid

Es: hay que saber la tablita
P: (escribe)
Log_2 (2x-1) + log_2 (x+1)=1
Ojo que aquí hay algo nuevo, los logaritmos para resolverlos tienen que tener la misma base sino son incompatibles.
Para resolverlo igual, es decir para hallar el valor de x ¿Qué debemos hacer?
Es: Aplicar las propiedades.
P:¿Cuáles?
Es: 1, 2
Pr: vamos a la gráfica, para la f(x), cual es el valor de x, veamos (escribe)
F, $2x - 1 > 0$ $\quad$ $x + 7 > 0$

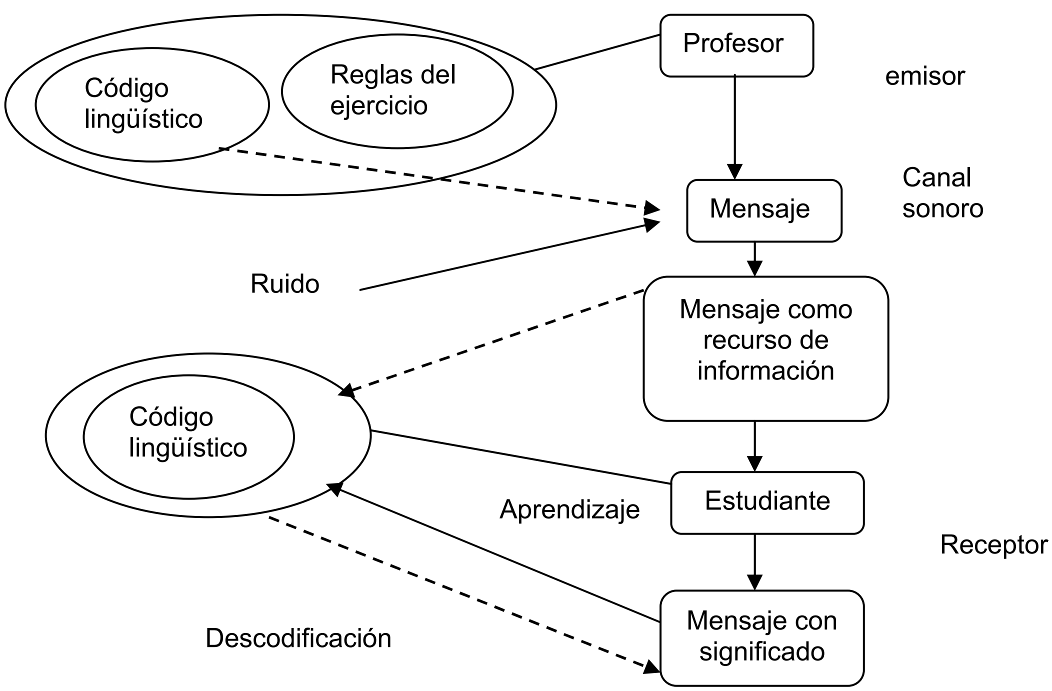
$X > 1/2$ $\quad$ $x > -7$

¿Qué pasa si el que enseña tiene el saber pero no sabe cómo enseñarlo? De hecho la transposición didáctica podrá ser ejecutada en forma distinta (es diferente, su lenguaje está dirigido hacia sí mismo). El que tiene el saber y además (valga la redundancia) además sabe enseñarlo, logrará realmente aclarar en el otro, en el sujeto que le oye, que espera que él como hablante le aclare, le guie, lo ponga en el mismo territorio para poder caminar al lado y conversar el tema relacionado con el saber, pero si el hablante no logra en su exposición, en su textualización hacer un puente de comunicación entre el saber que posee, lo que él desea enseñarle y lo que el estudiante desea aprender, o la forma como el estudiante asimila o asume lo escuchado, dicho saber no va a ser igualmente procesado. La consolidación de ese saber debe ser constantemente puesta en ejecución para fortalecer el tema del saber enseñado.

Un alto porcentaje de las clases observadas no presenta preguntas hechas por el estudiante, ¿por qué el estudiante no pregunta? ¿Qué lo hace dudar o que lo hace pensar en no preguntar? Hay dos respuestas expresadas en las conversaciones sostenidas con algunos estudiantes al finalizar las clases en los tres grupos, Una: el estudiante considera que entendió y es suficiente con la explicación dada por el profesor. Cuando llega a su casa y se enfrenta solo al ejercicio se da cuenta que no se encuentra en condiciones de enfrentar desde su aprendizaje lo enseñado por el profesor. Dos: El estudiante considera que no posee los elementos necesarios para realizar la pregunta y por tal razón prefiere permanecer en la duda pues no encuentra la manera de expresarla.

Como se pudo observar en lo expuesto anteriormente en los cursos de matemáticas permanentemente están ocurriendo interacciones, estas relaciones entre los profesores, el medio en el cual se desempeñan, los estudiantes y el saber nos permite retomar las situaciones didácticas de acción, formulación, validación e institucionalización. En el marco de la teoría Brousseau hace colación a una situación de juego con niños, en el contexto universitario el juego no se presenta jamás en los cursos dados, ahora, si bien es cierto esto no ocurre, las situaciones didácticas tampoco están conscientes en los espacios de enseñanza dados por los profesores universitarios.

Lo sucedido en los cursos muestra las situaciones desde el punto de vista de Brousseau como esa interacción de un sujeto (en este caso el estudiante) con el medio en el cual se desempeña (en este caso los salones de clase) y el conocimiento surgido al interior de este (cursos de matemáticas).



Esquema No 6 Las acciones en el curso (Brousseau)

A partir de las interacciones mostradas en el esquema anterior Brousseau, determina la ocurrencia de una dialéctica de la acción donde se da la interacción entre una serie de situaciones y la representación construida para poder tomar una decisión.

Al analizar las tres dialécticas iniciales (acción, formulación y validación) se puede observar como el hecho de tener en cuenta la retroalimentación constante al estudiante sobre lo que está realizando es determinante en su proceso de comunicación con el conocimiento. En los cursos universitarios la retroalimentación ocurre en algunos momentos pues, como se ha venido mostrando, el hecho de resolver ejercicios en el tablero da a pocos estudiantes la oportunidad de recibir esta retroalimentación, la masificación de la universidad no aboga por fortalecer los espacios para la retroalimentación. El estudiante debe esperar hasta hablar con el tutor (estudiante) para entablar la conversación que debió realizar en el aula de clase con su profesor y con ese saber matemático.

Descodificar la información brindada por el profesor en la clase, se convierte en un largo camino hacia el saber. Desde este punto de vista dicha enseñanza depende también de todas las interacciones ocurridas en las situaciones de didactización del saber matemático.

Cuando el estudiante se enfrenta a una situación brindada por su profesor (en el caso de los cursos serian los ejercicios) el estudiante es un receptor pasivo que recibe la información del ejercicio propuesto para asumirlo e iniciar su propio procesamiento.

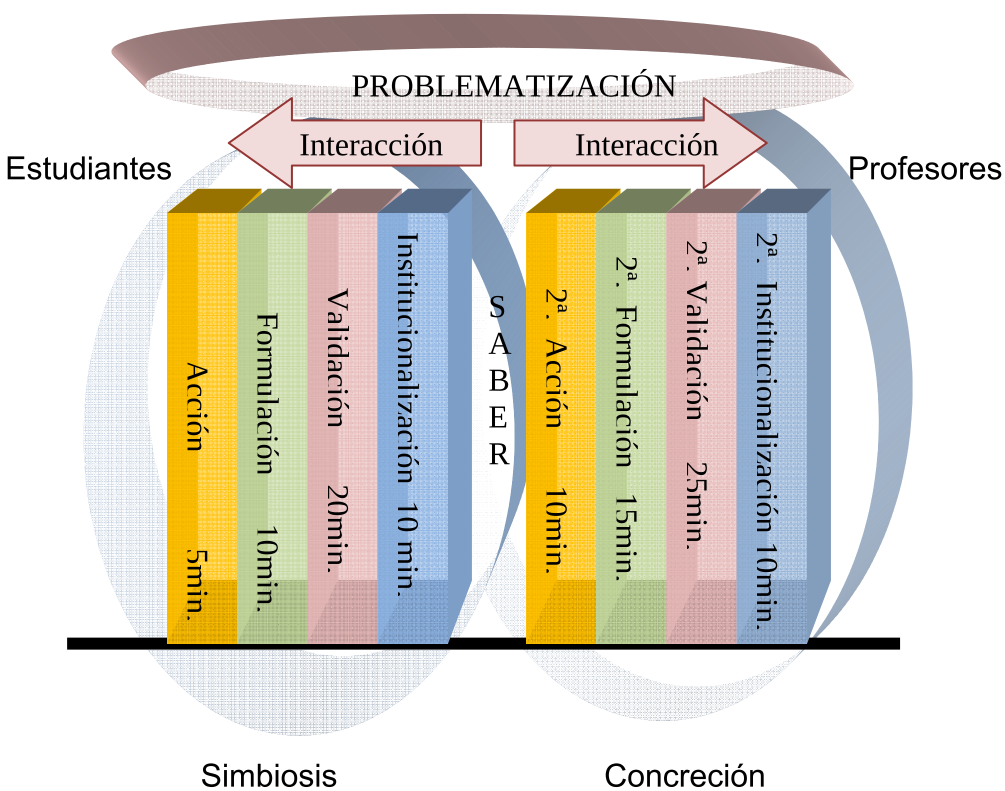
Ejercicio $Y=(x^2+1)\ (x+2)\ (x-3)^2\ (x-5)^5$

El profesor lo copia en el tablero y se sienta a esperar que los estudiantes lo resuelvan, lo que ocurre en este momento de clase es: *Los estudiantes empiezan a escribir en sus cuadernos, rumoran en voz baja. Solo dos estudiantes levantan el brazo, se preguntan "¡no parce y ¡¿eso por qué no nos da huevón!" ¡ Profe venga.! Ellos trabajan por parejas*

El profesor no se acercó a los estudiantes, inmediatamente se levantó borró el tablero con una hoja y empezó a escribir toda la solución del ejercicio. Los estudiantes en absoluto silencio copiaron.

Como se puede ver la retroalimentación queda en un segundo plano, la consideración de enseñanza esta en el hecho de mostrar la solución, no se da la posibilidad de formular con otros lenguajes la misma situación propuesta la acción ejecutada por el profesor y por el estudiante no brinda una sucesión de interacciones[101] que lleve al estudiante a realizar una representación de la situación que le guía para tomar decisiones entre los objetos que sean pertinentes a esta situación(en el caso de los cursos los ejercicios).

El siguiente diagrama muestra las situaciones en la clase de matemáticas y los momentos durante los cuales podría fortalecerse las situaciones didácticas.



Esquema No.7 Relación espacios de enseñanza con las situaciones didácticas

101 BROUSSEAU 2004: 33 da la definición de las situaciones de acción donde la sucesión de interacciones entre el estudiante y el medio constituyen una dialéctica de la acción.

La teoría de las situaciones didácticas en la clase de matemáticas universitarias se desarrollaría, entonces, desde una situación problema propuesta y pensada previamente para el estudiante en la cual se ponga en condición, en un medio que lo lleve a pensar sobre aquel saber que se quiere relacionar. Esta primera acción del profesor demanda de su parte el conocimiento epistemológico del saber, se continua la clase desde la formulación donde el estudiante pone en juego todo aquello que considera conocer del tema, aquí el profesor ubica al estudiante desde las preguntas, el profesor debe saber preguntar para hacer que sea el estudiante el que acceda al saber y lo procese (es una tarea difícil por el "afán" del profesor de dar respuesta a lo que ya sabe el efecto topaze (Brousseau)), saber preguntar implica una interacción continua en el curso y lleva al estudiante a ubicarse en diferentes posiciones frente a ese conocimiento. El lenguaje que le permite comprender las relaciones existentes en el saber, este lenguaje le facilita la construcción dada en el esquema dialéctico de la formulación[102] y debe ser eficaz porque además este se rige por las leyes de la comunicación:

- Condiciones cualitativas de inteligibilidad (un repertorio y una sintaxis)
- Condiciones cuantitativas de inteligibilidad (la velocidad, el ruido, la ambigüedad, la redundancia, la capacidad de contrastar, y de controlar las condiciones de la situación)

Aquí, expresa Brousseau, el estudiante pone en juego su voluntad para enfrentar el ejercicio y dos su capacidad para abordarlo y ponerse en comunicación con este o sea conversar con el conocimiento en este caso con el saber matemático.

Estas dos situaciones anteriores conllevan entre sí, la simbiosis que realiza el profesor al depender de un conocimiento que sabe resolver como ejercicio pero que aún no ha profundizado en su enseñanza, por esta razón se hace compleja la contrastación de los saberes al interior del curso.

102 La formulación en la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau. Traducción hecha del francés.

Las dificultades que ofrece el lenguaje matemático como se mencionaba antes y a lo cual hacen referencia los profesores es un obstáculo para esta dialéctica de la formulación en el salón de clase.

"*La profesora refleja en su rostro preocupación cuando recibe los quices de sus estudiantes ella expresa "creo que no estudio nada, y ella en ese momento considera respecto a su enseñanza que…"me desilusiona por que uno se desgasta insistiendo a veces no les mete el cuento" La profesora se pregunta: Por qué estudia esto (la profesión) y no está estudiando? Inmediatamente hace referencia al lenguaje matemático "Si no hablamos del lenguaje no vamos a aprender. Es necesario que digan cómo se llama en realidad lo van a necesitar para luego enseñarlo".*

Otros profesores expresan:

"Hay que saber leer para poder interpretar en el caso de los problemas de aplicación de las matemáticas y ahí es donde yo encuentro la esencia de la materia, en los problemas de aplicación son bien fundamentales porque hay una transposición del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático."

"Si los estudiantes no saben escribir usando el lenguaje que corresponde a lo matemático sus resultados no son los esperados, ellos deben ser capaces de explicar y escribir usando el lenguaje específico para cada uno de los casos vistos."

En los cursos se refleja constantemente la falta de apropiación del lenguaje matemático, los profesores hacen llamados para que la devolución al respecto sea eficaz. Veamos lo expresado por uno de los profesores.

"Uno enseña cuando es capaz de escribir una definición usando sus palabras, las de estudiante y las del maestro ahí se pueden enseñar. La mayor dificultad en la enseñanza es el lenguaje su idioma es diferente a pesar de recoger definiciones de la vida real, su lenguaje es diferente, porque hay simbología, palabras universales, el estudiante debe apropiarse del lenguaje en el inicio del curso pues generalmente no llegan con este y se deben fomentar. Ellos deben decir f compuesto g por ejemplo y no f bolita g"

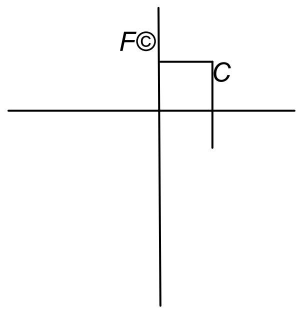
Teniendo en cuenta esta situación la formulación por parte de profesores y estudiantes implica realizar una serie de discusiones espontáneas respecto a la necesidad de fortalecer el lenguaje con los estudiantes que ingresan a la universidad. Los vínculos que se puedan crear con las instituciones educativas de educación media servirán para clarificar y aclarar las necesidades que tiene la universidad frente al desempeño de los estudiantes en estos cursos.

A partir de la formulación, continúa dándose otra situación que es la validación este esquema dialectico permite entonces la elaboración de conjeturas partiendo de lo elaborado en la acción y en la formulación, dichas conjeturas serán comprobadas para realizar el teorema que se está considerando en el momento. Modelizar, hacer matemáticas, Jugar a ser matemáticos, todo esto lo permite la validación. El hecho de comprobar aquello que se propuso de manera inicial en la acción hace dar un sentido a lo que se está trabajando. El profesor se encarga entonces de saber implementar las partes que en forma conjunta tejen la red de la enseñanza del saber matemático. Este saber es complejo y como tal la complejidad de su enseñanza deberá continuar siendo estudiada y analizada en diferentes cursos y semestres.

Desde la validación Brousseau considera que “hacer matemáticas no consiste solamente en aprender a recibir y transmitir los mensajes correctos y pertinentes de la matemática.”[103] De hecho comunicar una conjetura para ser comprobada requiere de cierto conocimiento. El papel del profesor en esta situación es importante, su validación pone en consideración el saber del estudiante, cuando el profesor valida la información de la devolución hecha en la clase el estudiante sube un escalón que le permite ir ascendiendo de su intuición a la formalización de ese conocimiento. En la siguiente situación de clase el profesor se moviliza en forma permanente en la validación pero no se permitió el trabajo del estudiante, hacer la contrastación, elaborar conjeturas, comunicar lo formulado a partir de su realización, estos espacios no se dieron.

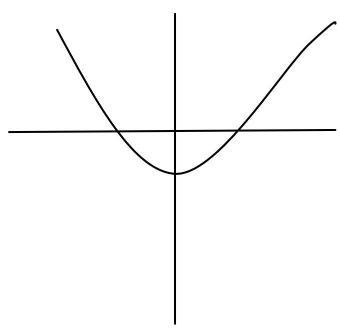
P: “Tenemos que decir cuando tiene un máximo y cuando tiene un mínimo para poder definir qué decir de un punto en particular.
F tiene un máximo en x= c si F© (ósea la función calculada de ese valor) es el mayor valor que toma la función, en otras palabras como lo podríamos decir? < >

103 BROUSSEAU 2004: 39 Theorie des situations didactiques



Para cualquier x como es f©? es decir >
De igual manera para decidir si la F tiene un mínimo en x=0 si f© es el menor valor que toma la función, es decir, f© es menor o igual que f(x)
El ritmo de este curso es muy acelerado por eso si perdemos una clase es grave.(P hace este comentario en medio de la explicación y continúa)

Porque hay asíntota vertical en T T/2 (P les hace la conexión con la función de la tangente)
Y=tan x
No tiene puntos máximos y mínimos entre –T T/2 y T T/2
(Hay estudiantes que al mismo tiempo le explican a otros estudiantes)
Ejemplo: $Y=x^2$ No tiene máximo pero el mínimo esta en x=0 y tiene el valor de 0



(El se queda callado y escribe un ejercicio en el tablero)
Hallar el máximo y el mínimo de $F(x)=1/3x^3+1/2x^2-2x$ en (-3,4) (pero de forma inmediata inicia a solucionarlo.)
P:¿Cómo se llaman los puntos donde están los máximos y los mínimos?
E: Puntos críticos.”

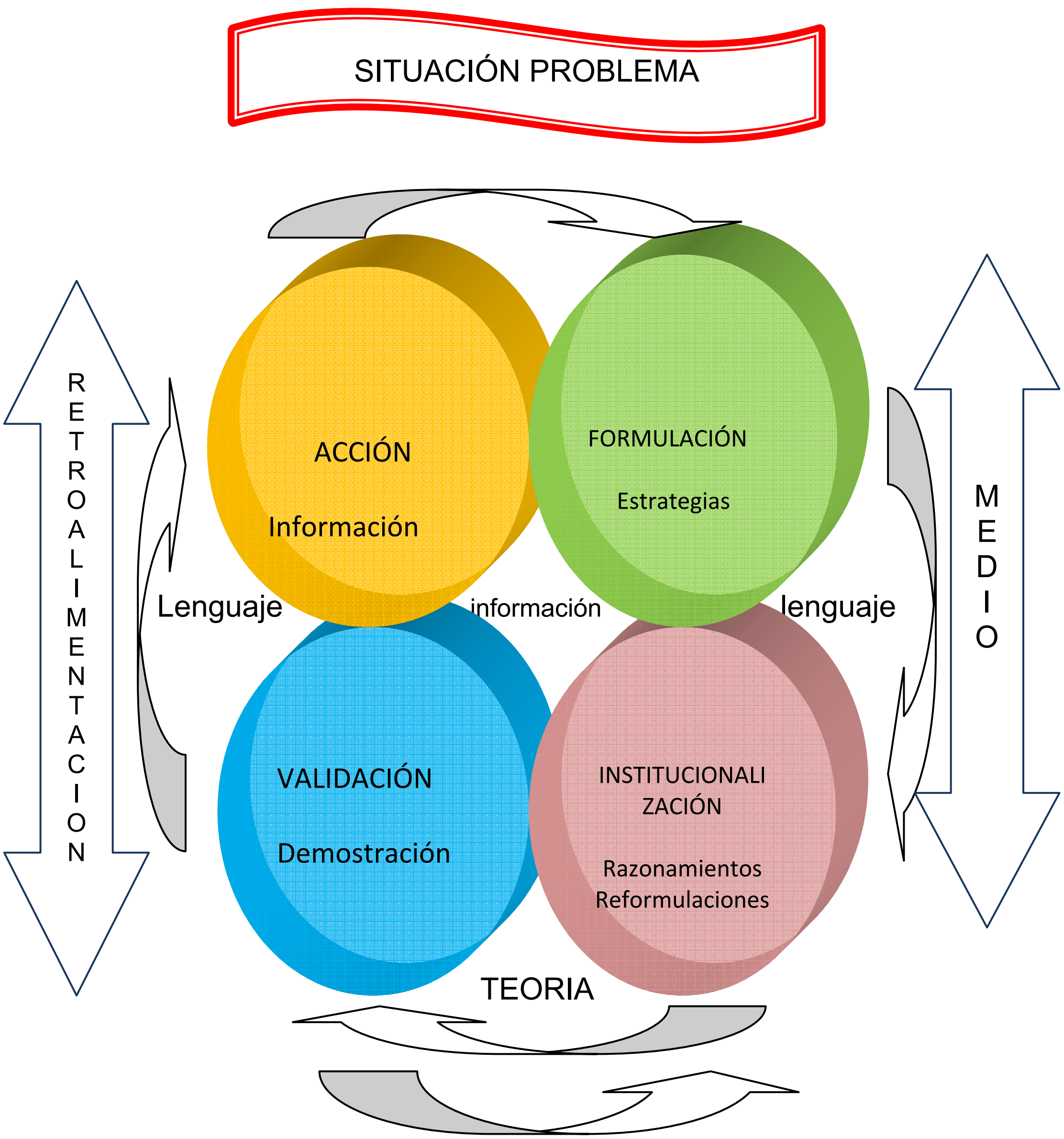
Se observa que la constante de la clase es teoría – resolver un ejercicio – teoría – explicación con un ejercicio. En esa clase el profesor les habló de un final con aplicación. Generalmente el profesor pone un ejercicio, después va a la teoría espera a que ellos (los estudiantes) resuelvan algo y luego vuelve a explicar con base en la solución que él como profesor tiene planteada y recurre nuevamente a la teoría. Siempre acude a las definiciones de los términos relacionados con el tema dado). Incluso en este caso los estudiantes podrían romper el contrato didáctico establecido pues no existe una participación cognitiva-dinámica de su parte.

Los diferentes tipos de situaciones didácticas llevan consigo situaciones adidácticas; Brousseau se refiere a ellas como las presentadas en forma institucional, por ejemplo las que el plan de estudios no determinó para ser enseñadas en el curso pero si son necesarias para la devolución del conocimiento, estas situaciones están en la matemática que hacen los matemáticos y en aquellos espacios de clase donde se ponen en juego otros espacios no didácticos dentro de la interacción del saber con el medio y con el profesor en la clase.

La institucionalización se revierte en el momento que el profesor valida al estudiante aquel conocimiento que ha venido transformando, y quizás este se pueda seguir utilizando siempre bajo la forma en la cual fue puesto para resolver una situación problema. Este saber se institucionaliza, se dan principios que regulan la transformación ocurrida durante la acción, la formulación y la validación, incluso en una de estas situaciones el profesor en colaboración con el estudiante institucionaliza el conocimiento necesario para ser enseñado nuevamente y usado en la aplicación de este.

Finalmente para partir de las situaciones didácticas quisiera mostrar mediante un esquema las conexiones dadas entre cada una de las situaciones didácticas y como el medio influye en esas relaciones dadas a partir de la teoría, la información el uso del lenguaje y la retroalimentación desde la acción para llegar a la institucionalización del saber.

A nivel universitario, la implementación de la teoría en el aula de clase favorece la transformación de estructuras cognitivas en los estudiantes e incluso los profesores de matemáticas deberían ser formados más en su aplicación.



Esquema No. 8 Interacciones de las situaciones didácticas

En el proceso didáctico el maestro debe saber qué va a enseñar y tener recursos para enseñar, tener elementos que le permitan hacer, nada consigue si solo tiene el saber matemático, debe saber cómo preguntar, hacer las indagaciones en forma asertiva para generar desde su proceso didáctico nuevas adquisiciones de ese saber, si la pregunta no genera en el estudiante un cuestionamiento que lo lleve a una nueva reflexión del tema y así ir elaborando su propia conceptualización el maestro habrá perdido su saber, en el saber didactizar su saber el docente hará un ciclo de enseñanza donde su saber no emerge como solución o respuesta inmediata a un conocimiento que simplemente se desea escuchar como información, en ese momento el docente asume un saber oculto para permitir al otro su progresión hacia su propio saber. Ese ciclo de enseñanza ocurre en una clase y en varias sesiones de clase, se representa como una parábola donde la complejidad del tema se elabora dentro de los contenidos disciplinares.

En palabras de Mirieu el dominio de los contenidos disciplinares por muy perfecto que sea, no da automáticamente las claves de su transmisión. No basta entonces con saber para poder enseñar, “hay que saber mucho porque van a enseñar mucho” decía un profesor de matemáticas y definitivamente se necesita aprender a enseñar para lograr que los estudiantes obtengan más logros que fracasos.

En la transposición didáctica como en las situaciones didácticas se involucran otra serie de aspectos que se pueden tener en cuenta en las clases, pues de una u otra manera se presentan en la enseñanza del saber matemático, tales como el tipo de metodología usada, el uso de material didáctico, y las formas de evaluar usadas por los profesores universitarios.

Se presentan entonces, a continuación tres cuadros en los cuales se muestra las respuestas dadas por los profesores a cada uno de los ítems propuestos.

Cuadro No.15
Tipo de metodologías usadas en clase

Tipo de metodología	P1	P2	P3
Magistral	si	si	si
Trabajo en grupo	De las clases observadas sólo una vez	no	no
Situaciones problémicas	no	no	no
Debates	no	no	no
Presentación de problemas o ejercicios	si	si	si
Uso de tecnología	no	no	no
Aprendizaje colaborativo	no	no	no
Tutorías extraclase	no	si	si

Los profesores usan dos metodologías la clase magistral que fue analizada a mayor profundidad en el tema anterior y la presentación de problemas y ejercicios que es tomada como parte de la didactización. Se observa que el uso de otras metodologías no es abordado por ellos y en algunos casos no lo conciben como posible para cambiar sus espacios de enseñanza del saber matemático. En este espacio también se considera el uso de material didáctico, veamos qué sucedió.

Cuadro No. 16

Uso de material didáctico

Uso de material didáctico en la clase	P1	P2	P3
Reglas, escuadras, Transportadores Compas	no	no	no

Diapositivas	no	no	no
Software	no	no	no
tablero	si	si	si
Marcadores de colores	si	si	si
otro	no	no	no

Como se puede observar el material didáctico (sin entrar en sus clasificaciones) más usado son los marcadores de colores y el tablero. Los profesores consideran que los otros materiales no están disponibles para ser involucrados en los espacios de enseñanza.

Veamos ahora las formas de evaluar que usan los profesores de matemáticas en la universidad.

Cuadro No. 17
Formas de evaluar

Evaluación	P1	P2	P3
Trabajo en grupo	si	no	no
Quices	si	si	si
Tipo test	no	no	no
oral	no	no	no
Preguntas abiertas	no	no	no
Resolución de problemas	si	si	si
Hecha en casa	no	no	no
Ejercicios	si	si	si

Como se puede observar las formas más usadas de evaluación son los quices, los cuales, son parte del contrato didáctico y se programan con anticipación. Generalmente los quices se realizan a partir de un ejercicio similar a los propuestos durante las clases.

Los ejercicios deben hacerlos fuera del espacio de clase, pero cada profesor es autónomo para decidir si son o no tenidos en cuenta en la evaluación final del curso. La resolución de problemas está dentro de los parciales. Estos también son programados y en ellos se combinan ejercicios y problemas.

Los estudiantes no pueden escoger ningún tipo de evaluación, ellos son informados de la fecha de aplicación tanto de los quices como de los exámenes, el tiempo asignado para el examen, es el tiempo de clase, el tiempo de los qüices es más corto. Los tres profesores colaboran con este tipo de evaluación orientando a los estudiantes durante la realización, se observa su flexibilidad para recordar alguna clase de explicación. Se observa también que el uso de recursos como la calculadora, reglas, lápices, cuadernos y este tipo de elementos no tiene restricción, durante los qüices. En los exámenes existe mayor restricción respecto al uso del cuaderno.

El porcentaje asignado a cada una de las evaluaciones elaboradas siempre es acordado previamente.

CAPITULO 4

CONSIDERACIONES GENERALES Y CONCLUSIONES.

La complejidad existente en la naturaleza de la investigación sobre el saber matemático enseñado en la universidad es una tarea que poco a poco ha logrado obtener resultados y más interrogantes que llevan a caminar en búsqueda de nuevas respuestas y nuevas preguntas. El tema, abre puertas a nuevas líneas de investigación en el área de didáctica de la matemática sobre saberes y didáctica en la educación superior que contribuyan en la ampliación de la comunidad científica nacional en educación.

La investigación nace a partir de preguntas que buscan algún acercamiento a las respuestas, sin embargo, durante su realización se descubren más preguntas que hacen aun más interesante el camino de este estudio. El continuo ir y venir de acciones, lecturas, consultas y traducciones lograron una introducción a un mundo fascinante donde el descubrir seguirá siendo el camino que marque la ruta de este tema.

El recorrido realizado durante un año y medio marca gran parte de las conclusiones obtenidas. Primero, para abordar teóricamente el tema, las lecturas en francés, en inglés y en español permitieron emprender la situación problémica con profundidad pues el acceso a varias fuentes primarias conlleva per se una claridad en el camino transitado. Segundo, la recolección de videos, observaciones y entrevistas hizo que el análisis tuviese una credibilidad sentada en las bases teóricas del estudio. Tercero, la organización de la información recogida con base en fichas de observación propuestas previamente permitió mostrar todo lo que el investigador previó desde el mismo planteamiento de la situación problema. Cuarto, las conversaciones sostenidas con la persona que acompañó el proceso de investigación (Dr. Miguel Ángel Gómez M.) generaron inquietudes y dilemas que abrieron puertas al camino liberador de la escritura. Quinto, el camino de la escritura y la conversación con la información recogida y la teoría puesta en práctica lograron comunicar gran parte de lo que el estudio deja ver en su interior. Es válido expresar aquí que desde los instrumentos usados en esta investigación, se podrían obtener más resultados, sin embargo, en aras de dar fin a un proceso de formación es necesario poner un límite a esta investigación.

Las siguientes consideraciones y conclusiones a tener en cuenta en el estudio sobre la enseñanza del saber matemático en la universidad surgen del análisis realizado en los capítulos dos y tres a partir de las condiciones teóricas propuestas en cada uno de estos capítulos asociado siempre a las observaciones y recolección de información obtenida.

Estas conclusiones se organizan en dos grandes grupos:
Primero desde las condiciones generales y segundo desde las consideraciones de la enseñanza.

Desde las condiciones generales se va a tener en cuenta:

a. Las referentes a los sujetos directamente implicados en la enseñanza. Los profesores.
b. Las referentes al objeto de estudio implicado en la enseñanza. El saber matemático.

a) Los sujetos implicados. Los profesores

DESDE LO EPISTEMOLÓGICO

- Se muestran como sujetos conocedores de su saber, dominan el conocimiento en este caso el matemático, muestran lo que saben, lo transmiten. Aunque el hecho de no recurrir a la génesis del saber es un asunto que está presente en la enseñanza.

- Los profesores consideran que deben "meterles el cuento" "metiéndoles el curso", metiéndoles los contenidos" de la disciplina, pues los estudiantes deben desarrollar sus habilidades básicas y saber mucho. Los profesores consideran que enseñar se relaciona con "meter" un contenido dentro de un recipiente.

- Los profesores universitarios suponen que los estudiantes llegan a la universidad con conocimientos afianzados respecto a la escritura del lenguaje matemático, con capacidad para expresar oralmente aquello que piensan matemáticamente, con capacidad para analizar cualquier situación lógica y con capacidad para solucionar todo tipo de ecuaciones básicas.

- Los cursos de matemáticas aun no están totalmente concebidos desde la posibilidad de hacer ciencia a partir del saber matemático, pues una mínima parte (33%) de los profesores ven la investigación científica como una serie de pasos similar al método científico y la posibilidad de relacionar los conocimientos matemáticos con carácter científico no es asumida por ellos. Es más consideran improbable pasar de los contenidos trabajados en clase al conocimiento científico. Pero existe otro porcentaje de profesores (67%) el cual considera que los procesos lógicos implicados en la naturaleza del saber matemático y la solución de los ejercicios ya es un paso para que los estudiantes se acerquen a la producción de conocimiento científico.

- El contexto en el cual el profesor construyó su saber, marca una singularidad expresada a través de la manifestación hecha en su textualización de clase. La construcción del saber por parte del profesor no depende de un carácter científico si no cultural, social o de un legado adquirido durante sus prácticas pedagógicas.

- Los profesores no interpretan ni problematizan el objeto de estudio para ser enseñado. La verificación de la validez del saber no es una consideración prioritaria en el proceso de enseñanza.

- Los profesores consideran que los saberes básicos son suficientes para continuar con el curso.

- Los profesores en el espacio de clase crean de manera original saberes que les permiten abrirse camino en la transmisión de un conocimiento.

DESDE LA DIDACTIZACIÓN

- Los profesores son amables, cordiales, colaboradores, se preocupan por el conocimiento, le gusta lo que hacen y cómo lo hacen, son tolerantes, en ocasiones pacientes y cumplen con su horario de clase.

- Los profesores cumplen directamente con su labor de asistir puntualmente a las clases propuestas.

- Los profesores realizan sus clases a partir de la textualización de sus saberes, explicitando en el tablero toda la información que exponen.

- Los profesores siempre que están en clase se desplazan dentro del salón, expresando sus ideas o reafirmando aquellos interrogantes planteados durante la clase.

- Los profesores esperan que sus estudiantes hablen, y tengan capacidad para expresar por escrito aquello que piensan pero, que lo hagan en forma matemática y bien hecho.

- Los profesores siempre escriben ejercicios en el tablero para explicar o para que los estudiantes los resuelvan.

- Los profesores expresan su preocupación por la pérdida de la asignatura. Sin embargo no les afecta realmente el alto porcentaje de perdida, ellos manifiestan que a los estudiantes les falta estudiar y comprometerse más con la asignatura. En ningún momento se sienten responsables de esta situación.

- Los profesores dedican tiempo extra a sus estudiantes para explicarles aspectos puntuales de un tema por lo menos una vez a la semana.

- Los profesores siempre llenan el tablero de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo, son ordenados al escribir los ejercicios en este. Usan marcadores de diferentes colores.

- Los profesores de matemáticas usan libros de texto o notas para enseñar. En ocasiones copian ejercicios de libro guía o modulo.

- Los profesores se manifiestan consientes de la dificultad que existe en la enseñanza de la matemática.

- Los profesores consideran que la presencia de ellos en el curso es indispensable para lograr transmitir el conocimiento.

- Los profesores consideran que es fundamental que los estudiantes se apropien de los conceptos.

- Los profesores consideran que debe existir una secuencialidad en la presentación de los contenidos durante el semestre.

- Los profesores consideran que los cursos actuales son base fundamental para el desempeño de los estudiantes en los próximos cursos de formación profesional.

DESDE LA TEXTUALIZACIÓN

- Los profesores generalizan el uso de términos matemáticos durante las clases.

- El uso de preguntas es una constante durante las clases de matemáticas, sin embargo el 90% de las ocasiones que los profesores las realizan ellos mismos las responden. La pregunta no es usada como un medio para generar conversación sobre el conocimiento, la pregunta es usada para verificar o confirmar aquello que el profesor desea hacer explicito en su textualización.

- Los profesores desde su textualización muestran la transmisión constante de información, intentando siempre, ofrecer un lenguaje matemático sencillo que permita acceder a esta información de manera rápida y fácil.

- En el tablero, los textos de los profesores se caracterizan por las gráficas y por el uso permanente de expresiones algebraicas en forma de ejercicios.

- Los profesores siempre tienen claridad en el texto que transmiten, son coherentes y manifiestan una secuencialidad desde el contenido.

- En la textualización de los profesores las limitaciones epistemológicas del saber sabio están asociadas al uso del lenguaje o sea, al uso de términos difíciles de comprender al ser expresados por primera vez. Los profesores en sus clases usan un léxico propio del saber matemático, este léxico muchas veces no es claro para los estudiantes en las clases.

- Durante las observaciones, las devoluciones presentadas por los estudiantes desde el silencio, son mayores que aquellas en las cuales se da una respuesta acertada a los cuestionamientos de los profesores.

- Existe una complejidad inmersa en el lenguaje matemático que hace que la comprensión de los saberes matemáticos adquiera un carácter de dificultad para los profesores que enseñan matemáticas en la universidad.

b) El objeto de estudio implicado. El saber matemático.

- El saber matemático abre camino a un laberinto de reflexiones donde se debe continuar trabajando en la búsqueda científica de su enseñanza, por lo tanto tener en cuenta la validación del saber a partir de lo textualizado en los cursos hace ver que el lenguaje matemático es la base del proceso de comunicación entre el saber disciplinar y el saber matemático enseñado.

- Llegar a lo verdadero de la creación científica desde las matemáticas implica crear un espacio de interacción entre el saber, los estudiantes y el saber del profesor a partir de las intuiciones de los saberes matemáticos que lleven a analizar las demostraciones propuestas en los cursos de matemáticas y logren así una formalización de estos conocimientos.

- El saber matemático no puede concebirse como un grupo de contenidos que se enseñan de lo fácil a lo difícil pues este saber tiene todo un legado histórico y cultural que lo estructura como sistema dentro del conocimiento.

- El saber matemático que conocen los profesores universitarios es el resultado de un legado construido a partir de experiencias vividas desde su formación profesional, en las cuales han influido, los contextos históricos, culturales y los profesores que les han enseñado.

- El saber matemático posee per se un estatus que lo ubica en un lugar privilegiado para ser enseñado a partir de un lenguaje que le es propio. Esto lo lleva a abordar siempre de manera directa el uso de los conceptos y de la semiótica implicada en su lenguaje.

- El saber matemático debe ser reflexionado desde lo epistemológico para lograr adquirir y afianzar un lenguaje que permita hacer mayores acercamientos a la producción de conocimiento.

Consideraciones sobre la enseñanza del saber matemático.

- Es importante que los profesores adquieran consciencia sobre el lenguaje utilizado en sus explicaciones, esto los va llevar a elaborar con mayor claridad conceptual el discurso para realizar su transposición didáctica. Entonces esta transposición tendrá otro elemento a considerar: la concientización del profesor al elaborar su texto para la clase, dándose cuenta de los términos manifestados en el momento adecuado para potencializar las devoluciones en los estudiantes y al mismo tiempo los espacios de concreción.
- El saber matemático en la universidad se va transformando en la secuencialidad de su enseñanza, el tiempo de enseñanza lo construye como un saber a enseñar estructurado así el profesor lo textualiza, lo transmite.
- Los conocimientos adquieren significado en la medida en que los espacios de enseñanza y de aprendizaje se hagan válidos, abriendo sitios para la reflexión, para la confrontación, en donde el poder de la incertidumbre

genere deseo por descubrir, por conocer, donde el trabajo con pares se de cómo herramienta de producción oral, y escrita pues las matemáticas en la universidad deben tener origen en las abstracciones, argumentaciones y controversias que el estudiante logre con el medio y de la experiencia real para ir hacia una lógica-matemática progresiva que le permita inicialmente moverse entre el mundo de los enunciados haciendo sus cálculos y el mundo de los predicados diciendo sobre los enunciados.

- La no aplicación en las aulas de clase de aspectos asociados a lo didáctico para la enseñanza de un saber matemático, hace que su comprensión y aplicación se aleje cada vez más de lograr obtener un buen resultado académico.
- La falta de elaboración epistemológica respecto a un conocimiento específico de lo matemático ha hecho que su enseñanza se repita sin ningún tipo de reflexión frente a ella.
- No se enseña la matemática desde el mundo, se ve la matemática desde la solución de ejercicios asociados a las formulas y algunas veces a situaciones problema. No se enseña a pensar matemáticamente, se muestra la manera de resolver ejercicios o situaciones problemas similares a los que pueden presentarse en contextos de clase.
- La transmisión de conceptos matemáticos implica saber usar el lenguaje apropiado realizando una conexión clara y pertinente desde la manifestación que hagan de los conocimientos, la designación que denotan en los conceptos transmitidos y la significación de cada uno de estos teniendo claro la complejidad que se da en la abstracción del saber matemático.
- Es necesario que el maestro universitario revalúe su textualidad en el aula. Comprometerse con una comunicación a partir del mundo real, llevará al estudiante a asirse a situaciones concretas, a representarse procesos, momentos o relaciones, a ser capaz de negociar el conocimiento.
- La distribución que haga el profesor de ciertos términos para referirse a un concepto, puede lograr que su transmisión sea aceptada. La manifestación

o mejor, en palabras de spinoza[104], lo expresado tendrá una distribución secuencial, un orden regido por el conocimiento, por la tradición, por la esencia del conocimiento, ahí emerge su epistemología, aspecto que todo profesor debe conocer para poder pensar sobre él y desde allí lograr hacer con lo que él como profesor sabe para que exista y lo haga entonces desde su expresión que exista para otro.

- Es necesario tener en cuenta que para el proceso de enseñanza el uso del lenguaje por parte del profesor es parte fundamental de esta enseñanza, la asertividad en el uso de las palabras, y de las frases está implicado en la textualización del profesor. Las frases y palabras que usaban los profesores en los cursos eran asertivas para los temas que trabajaron y para el contexto al cual se estaban refiriendo. En algunas ocasiones estas frases o palabras eran más un llamado a la concentración dentro del tema.
- La matemática, es una disciplina que produce conocimiento a partir de un lenguaje abstracto y universal desde objetos matemáticos identificados como las ideas que deben ser representadas comenzando en lo abstracto para conformarse en una estructura. Así, los saberes matemáticos poseen una pericia que no está determinada por el tiempo que le atribuye un sentido de intangibilidad, de ideas que viajan, que se vislumbran en la mente y se signan a través del lenguaje matemático.
- Los niveles de cuestionamientos brindados por los profesores en los cursos son espacios que generan las respuestas inmediatas de ellos mismos y no la transformación esperada para recibir una devolución por parte de los estudiantes. Esos cuestionamientos son las formas de hacer que ese saber pase a otro nivel “el de las preguntas” para poder ser enseñado desde “las respuestas”
- La enseñanza del saber matemático es una estructura compleja que implica tener en cuenta un sistema que se desarrolla a partir de la conjugación de una situación problema desde el saber transformado, su comunicación con el lenguaje apropiado, y su didactización (con lo que ésta implica).

104 Para spinosa el conocimiento de las verdades matemáticas es el conocimiento auténtico.

- La enseñanza del saber matemático en la universidad ocurre a través de diversos espacios de clase en los cuales aún existe ausencia de procesos didácticos e inclusive pedagógicos para abordar este saber. Por tal razón es necesario aprender a enseñar matemáticas en la universidad, considerando la importancia de la adquisición de los saberes para la producción de conocimiento en nuestro país.
- La enseñanza del saber matemático no solamente tiene que ver con la formación del docente, también existe una relación directa con el objeto de conocimiento que se desea enseñar, en el caso de las matemáticas no es lo mismo enseñar teoría de conjuntos en primer semestre de ingeniería industrial, que teoría de números en licenciatura en matemáticas, que enseñar el mínimo común múltiplo en habilidades matemáticas para licenciados en pedagogía infantil.
- La enseñanza del saber matemático en la universidad es diferente desde cada uno de los profesores, pues ellos poseen individualidades que hacen que la apropiación del saber para ser transformado sea distinta, así, cada uno de ellos lo transforma según sus creencias, sus experiencias y sus limitaciones. Esto también se ha comprobado en otros estudios como los de de Kaiser Alemania 2007, de acuerdo a su lenguaje el cual está determinado y enmarcado según el nivel de conocimiento que tenga del tema a enseñar Bromme denomina objeto especifico de conocimiento pedagógico.
- La enseñanza del saber matemático considera una serie de implicaciones que la hacen compleja y por lo tanto no es suficiente con sólo tener el conocimiento matemático para que este pueda ser enseñado. Se vio a través del estudio, la importancia de los aspectos analizados como la textualización, lo epistemológico y la didactización para que éste proceso de enseñanza no sea tomado a la ligera si no por el contrario se asuma la gran complejidad que concierne el hecho de saber enseñar matemáticas en la universidad.

Como conclusión general se quiere expresar que, la enseñanza del saber matemático en la universidad de acuerdo a las observaciones realizadas está asociada directamente a unos espacios de clase donde aún prevalece el discurso del profesor como elemento primario, la observación y la escucha de los estudiantes como receptores constantes de información y las conclusiones elaboradas por el profesor, mostradas en el tablero, como proceso definitivo de enseñanza.

Desde ésta investigación se propone que la enseñanza del saber matemático en la universidad se asuma como un complejo sistema de interacciones, entre la transposición didáctica donde se encuentra el saber y su conocimiento epistemológico para poder ser transformado desde un lenguaje usado a partir de una textualización generada con coherencia, cohesión y léxico adecuados que, desde una situación problema contextualizada ponga al estudiante en un medio didáctico que le permita interactuar con un conocimiento que su profesor ha elaborado, para que él como estudiante, logre actuar sobre este conocimiento, comunicándose, elaborando conjeturas, discutiéndolo y luego validando su saber para poder concluir en una verdadera institucionalización, dada a partir del gran puente construido desde la transposición didáctica inicial hecha por el profesor.

Como se puede observar, la complejidad existe en la serie de elementos que en forma conjunta se deben poner a trabajar para lograr un verdadero espacio de enseñanza.

Se propone desde este estudio continuar con la investigación en formación de docentes universitarios en la enseñanza del saber matemático y se reitera que finalmente, el interés fundamental está en mejorar el conocimiento de la matemática buscando espacios mediados por la didáctica, incrementando de este modo, la concepción hacia esta ciencia, abriendo nuevos caminos de formación docente y de interés por el aprendizaje de la matemática.

Se insiste en que ser profesor es una labor muy compleja, y por lo tanto, es fundamental que exista formación permanente hacia la educación matemática de todos aquellos que de un modo u otro se involucran en la gran tarea de enseñar.

Se invita a continuar fortaleciendo la investigación en esta línea que es relativamente nueva, profundizando, por ejemplo, en aspectos asociados a la relación entre la devolución y la textualización del profesor; relación entre lo epistemológico y la textualización, los cambios que se generan en los procesos de enseñanza desde la formación en didáctica de los profesores.

Se espera que ésta investigación genere muchas inquietudes como paso imprescindible para la búsqueda de respuestas que puedan llegar a ser un aporte a la ciencia y al desarrollo del conocimiento.

BIBLIOGRAFÍA

ÁLVAREZ, Carlos Abel Entrevista: EL espectador "Necesitamos profesores más preparados". 21 de Octubre. 2009

ARSAC, CHEVALLARD, MARTINAND et TIBERGHIEN, «Les processus de transposition didactique et leur théorisation » en: *La transposition didactique à l'épreuve des faits,* La pensée sauvage, Grenoble. 1994

BACHELARD Gastón, La formación del espíritu científico*,* Ediciones Siglo XXI. Mexico. 1985.

BORDET, David. Transposition didactique, une tentative d.éclaircissement, *DEES n°110,* CNDP. 1997

BLANCHARD LAVILLE, Claudine. Saber y relación pedagógica. Ediciones novedades educativas Argentina. 1996.

BEILLEROT Jacky, Saber y relación con el saber Paidos educador. Argentina. 1998

BEILLEROT Jacky, La formación de formadores serie los documentos Ediciones novedades educativas Argentina. 1998.

BROUSSEAU, Guy. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, recherches en didactique des mathématiques, vol. 7, n° 2. Grenoble. 1986

BROUSSEAU, Guy.. Théorie des situations didactiques, La Pensée sauvage, Grenoble. Deuxiéme édition 2004

CANTORAL Y FARFAN Situaciones de cambio, pensamiento y lenguaje variacional. En *revista Desarrollo del pensamiento matemático*. Trillas, Mexico, D. F. 2000.

COULON, Alain. Etnometodología y educación ediciones Paidos España. 1995

COULON Alain Etnometodología Ediciones cátedras S.A.-Lerner. 1995

CONPES 3582 Documento nacional de política económica y social República de Colombia. Departamento nacional de planeación. Pag. 21 2009

CHARLOT. La relación con el saber. En América latina. Argentinos libro de UBA.

CHEVALLARD, Yves. La transposición didáctica del saber sabio al saber enseñado. Aique grupo editor Argentina. 1991

CHEVALARD,Yves. BOSCH, Marianna. GASCON Joseph,. Estudiar matemáticas: el eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. Editorial, Horsori Barcelona. 1995

CRYSTAL, David Diccionario de lingüística y fonética, trad Xavier Villalba, España: Octaedro. En GUILLEN E.Josaphat Coherencia lingüística disponible en: *lef.colmex.mx/Sociolinguistica/.../**Coherencia**%20linguistica.pdf* 2000

DELEUZE, Gilles. Lógica del sentido, Paidos. Barcelona. 1994

DELEUZE, Gilles. Spinoza y el problema de la expresión. Ed.Muchnik. Barcelona. 1996.

DELEUZE, Gilles, GUATTARI, F. En las raíces del saber científico. Rizoma Barcelona. 2005

DELPRATO María F. ¿Saberes matemáticos previos o saberes previos a los matemáticos? Relime Vol. 8 No. 2 pp 129-144 Mexico. 2005

DEROUET j-l (a paraitre) De la notion de transfert á ceññe de la circulation des savoirs? *In Actes du colloque La circulation des savoirs en éducation*. *Entre recherche et practique.* Paris, PUF.

DE LANGE, Jan mathematics, insight and meaning, Ulterch. 1987

DIKER, Gabriela y TERIGI, Flavia La formación de maestros y profesores : hoja de ruta. Edit Paidos. Argentina. 1997

DUVAL, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et functionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, IREM de Strasbourg. (Traducido por el departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV: IPN. México, 1997).

DUVAL, R. (1995). Sémiosis et pensée humaine: registres, sémiotiques et apprentissage intellectuels. Suisse: Peter Lang

ECO, Umberto. Tratado de semiótica. Lumen. Barcelona. 1968

ECO, Umberto. Lector in fabula. La cooperación interpretative en el texto narrativo. Editorial Lumen. España. 1981.

EDUCERE VOL10 No.32 en www.scielo.org.ve recuperado marzo de 2008.

FABRE, Michel. Situations-problèmes et savoir scolaire, PUF, Paris. 1999.

FABRE, Michel. VELLAS E. Situations de formation et problematisation.
De Boeck université. Editions.Belgique. 2006

GARCIA, G. (2003)

GARFINKEL, Harold. Le programme de l´.ethnométhodologie. En : *L´.ethnométhodologie. Une sociologie radicale*. Colloque de Cerisy, dir. M. de Fornel, A. Ogien & L. Quéré, La Découverte, Paris. 2001.

GARFINKEL, Harold Estudios de etnometodologia. Anthropos editorial. Mexico. 2006.

GODINO, Juan D. Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. Trabajo de investigación realizado en el marco del proyecto MCYT-FEDER Ministerio de ciencia y tecnología. VOL 9. No. 1, 2006 disponible en:
http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=33590106>
recuperado el 13 de mayo de 2008.

GÓMEZ M, Miguel Ángel. Pedagogía Definición, métodos y modelos. En *Revista Ciencias humanas* No.26. 2001

HERNÁNDEZ de R. A.I. El rendimiento académico de las matemáticas en alumnos universitarios. Encuentro educacional. Vol 12. Universidad de Zulia. Enero-Abril.2005. Disponible en http//revistas.luz.edu.ve/index.php/ed/article.
Recuperado marzo 2008.

HALLIDAY, M.A.K. y R. Hassan Cohesion in English, Londres: Longman. En: *lef.colmex.mx/Sociolinguistica/.../**Coherencia**%20linguistica.pdf* 1976.

LAKATOS, Y. Pruebas y Refutaciones: la lógica del descubrimiento matemático. Alianza Universidad. 1978

LARA ADRIAN, Laura. Petrus Ramus and the Demise of Civic Rhetoric**.** *UPL*.Online, 2008 vol.13, No.43, pag: 11-31 Available from World Wide Web: http://www.serbi.luz.edu.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1315-52162008012000002&lng=en&nrm=iso> recuperado mayo del 2009.

LATOUR, Bruno. (1995). Le metier de chercheur. Regard d´ un anthropologue, INRA editions les instituts de formation des maihes au tournont de leur premiere decennie, zool. Paris

LATOUR, Bruno. (1996) Laboraty life the construction of scientific of scientific facts. Paris.

LATOUR, Bruno. STENGERS. (1996) Sur la pratique des théoriciens, en : BARBIER, J.-M., (dir.), *Savoirs théoriques et savoirs d'action*, PUF, Paris.

LATOUR, Bruno. (1998). La esperanza de Pandora ensayos sobre la realidad de los estudios de la ciencia. Gedisa, Barcelona.

LATOUR, Bruno (1992) Ciencia en acción como seguir a los científicos e ingenieros a partir de la sociedad. Edit Labour, Barcelona.

LATOUR, Bruno. (2003). Llamada a revisión de la modernidad aproximaciones antropológicas. Conferencia seminario de Philippe Descola, Francia.

LAUTMAN, Albert (2008). Essai sur les Notions de Structure et d'Existence en Mathématiques en *fractalontology.wordpress.com/.../translation-albert-lautmans-essay-on-the-notions-of-structure-and-existence-in the journal of symbolic logic.*

MARTUCCELLI, d. (2002). Sociologie et posture antique in LahireB, dir, A quoi sert la sociologie, La decouverte. Paris.

MÉNDEZ DE GARAGOZZO Ana María. Los saberes, haceres del docente. Una mirada compleja desde la rutina a la cotidianidad. Ponencia II congreso internacional de pedagogía Medellín 2009

MILLSAPS, Gayle M. (2005). Interrelation ships between teachers' content knowledge of rational number, their instructional practice, and students' emergent conceptual knowledge of rational number.) Tesis doctoral [en línea], disponible en http://www.ohiolink.edu/etd/view.cgi?acc_num=osu1124225634>, recuperado el 30 de mayo de2008.

MIRIEU, Phillipe. (2007)

MIRIEU,Phillipe. (2009) entrevista

MORTINAND, J-L. (2000). Production, circulation et reproblematisation des savoirs communication a colloque international de sciences d l`education.

MOSCONI, Nicole. (1998). Diferencia de sexos y relación con el saber. Serie los documentos Ediciones novedades educativas. Argentina.

NOGUEIRA, Ronaldo. (2001). Relacoes com o saber: Um estudo sobre o sentido da matemática em uma escola publica Pontifícia Universidad Católica de são Paulo. Brasil.

OFICINA de planeación (2006) Alerta estadística Informe No. 11 Año 3

OLIVEIRA I. 2000 III conferencia for sociocultural research.

ORTEGA D, Juan fco. ORTEGA D, José Á. (2002). Experiencia sobre el conocimiento del lenguaje matemático Universidad de castilla.

PERRENOUD Philippe (2001) Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar edit Graó Paris.

PIMM D. (1990). El lenguaje matemático en el aula. Morata En http://books.google.es/books?id=f6Pjwz9ICKMC&pg=PA114&lpg=PA114&dq=lexpresi%C3%B3n+del+lenguaje+matem%C3%A1tico&source=bl&ots=kc5s2Nm4zz&sig=b3dwChM893pS4q8rxMdAHKXQ9ww&hl=es&ei=AmRRSoiXMtKetwfs5YisAQ&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=2 recuperado abril 2009.

ROBLEDO J. (2003) Formación matemática en un primer curso de matemáticas. Universidad del Valle.

ROMAINVILLE, M. (2002) La réussite á l'université,éclairages pédagogiques. promouvoir la réussite á l'université. En http://www.ulb.ac.be/preview1/poluniv-bxl/pole/collpole072.pdf recuperado febrero de 2009.

ROMBERG, T. A. (1991). Características problemáticas del currículo escolar de matemáticas. Revista de Educación.

ROWLANDS T. STUART G. ( ) The vigotskian perspective and the radical verses. The social constructivism debate. Plymouth university.
En *www.bsrlm.org.uk/IPs/ip16-3/BSRLM-IP-16-3-9.pdf* recuperado marzo de 2009

SAENZ, Ludlow. (2006). semiótica y educación matemática de Luis Radford revista latinoamericana de investigación en matemática educativa México. En Redalyc http:/redalyc.uaemex.mx consultada el 3 de junio de 2009

SCHULMAN,L,S. (1986). Those who understood: knowledge grow teaching Educational Research V15 n2.

STENGERS, (1998) El poder y la invención.

SUAREZ D. Martín E. (2006) El saber pedagógico de los profesores de la Universidad de los Andes Táchira y sus implicaciones en la enseñanza. Universidad Rovira i Virgili Cataluña España. En www.tesisenxarxa.net recuperado el 15 de febrero de 2008.

VERRET M (1975) en: Empirical research on environment education in Europe by Horst Baythuber 1999.

WILLS, E estudio cuantitativo del rendimiento y la repitencia estudiantil en el ciclo básico de la facultad de ingenieria, ucv. Periodo 1989 -1993. En *www.revele.com.ve/pdf/fiucv/vol14-n1/pag5.pdf recuperado el 4 de abril 2009.*

YUEH-HSIA, CHANG. (2005) The pedagogical content knowledge of teacher educators: a case study in a democratic teacher preparation program Tesis doctoral [en línea], disponible en: <http://www.ohiolink.edu/etd/send-pdf.cgi/Chang%20Yuehhsia.pdf?acc_num=ohiou1122493565>, recuperado mayo de 2008.

ZAMBRANO Armando (2006) del mito del número a la provocación del saber. Seminario venezolano de educación matemática II foro internacional 2005

ANEXOS

ANEXO 1

PROGRAMA DE MATEMÁTICAS I

OBJETIVOS

Conocer y aplicar los conceptos y técnicas del Cálculo Diferencial en la solución de problemas geométricos y físicos

Desarrollar la capacidad de análisis del estudiante y su destreza en la formulación y solución de problemas de matemáticas.

UNIDAD I: INTRODUCCION

1.) Construcción intuitiva de los números reales. Concepto de pareja ordena-da de números reales. Representación de las parejas ordenadas. Sistema de coordenadas cartesianas..Valor absoluto de un número real (2horas)

2.) Distancia entre 2 puntos de . Coordenadas del punto medio de un seg- mento. Coordenadas de un punto que divide un segmento en una relación dada. Ejercicios (1 hora)

3.) Relaciones: Definición, dominio imagen y gráfico de una relación. Gráficos simétricos con los ejes coordenados y el origen(1 hora).

4.) Definición de circunferencia como lugar geométrico. Dominio, imagen y gráficos de ecuaciones que representan circunferencias (1 hora).

5.) Definición de parábola, elipse e hipérbola como lugar geométrico. Dominio y rango de ecuaciones que representan estos lugares geométricos a partir del gráfico de ellas. Traslación de ejes. Ecuaciones de parábolas, elipse e hipérbolas con ejes de simetría paralelos a los ejes coordenados (3 Horas)

UNIDAD II: FUNCIONES Y ECUACIONES POLINOMICAS .ALGUNOS SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES Y CUADRATICAS.INECUACIONES POLINOMICAS

1.) Definición de función. Ejemplos de algunas funciones reales.

2.) Estudio de la línea recta. Distintas presentaciones de sus ecuaciones. Ejercicios de aplicación (2 horas)

3.) Sistemas de 2 ecuaciones lineales. Solución analítica y gráfica. Inecuaciones lineales en 1 y 2 variables. Problemas de aplicación que in-volucran ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales (3 Horas)

4.) Estudio de la función valor absoluto, de la función parte entera y gráficas de funciones definidas por varias fórmulas lineales (1 hora)
5.) Breve estudio de los números complejos (1 hora).

6.) Solución de una ecuación cuadrática en una y dos variables.(2 horas) 7.) Gráfico de una ecuación cuadrática .Intersecciones de este gráfico con los ejes coordenados.Inecuaciones cuadráticas en una y dos variables e interpretación gráfica de estas soluciones(3 horas)

8.) Solución de sistemas de ecuaciones lineales y cuadráticas.Problemas de aplicación (2 hora)

9.) Teorema fundamental del Algebra, teorema del residuo, teorema del factor, división sintética, ceros racionales de las funciones polinómicas, regla de los signos de Descartes, solución de ecuaciones polinómicas. Gráficos de algunas funciones polinómicas. Inecuaciones polinómicas (solución analítica y gráfica) (4 horas).

UNIDAD III: FUNCIONES RACIONALES Y OTRAS FUNCIONES ALGEBRAICAS

1.) Dominio, asintotas en forma intuitiva, gráfico (2 horas)

2.) Inecuaciones con funciones racionales Solución analítica y gráfica (1 hora)

3.) Desigualdades donde aparecen valores absolutos. Solución analítica y gráfica (2 horas)

4.) Funciones siendo n un número natural.Dominio,rango,gráfico de ellas.(1 hora)

5.) Composición de funciones .Dominio de la función compuesta.(1 hora)

6.) Funciones siendo n un número entero y p(x) y q(x) polinomios.Algunos gráficos de ellas(3 horas).

UNIDAD IV: FUNCIONES TRIGONOMETRICAS

1.) Definición de ángulo, definición de radián, angulos positivos y negativos, representación de las funciones trigonométricas de un ángulo en una circunferencia de radio unitario (1 hora)- Expresión de las funciones trigonométricas de un ángulo, en términos de las de un ángulo del 1er cuadrante (1 hora) Identidades fundamentales (2 horas) ; Ecuaciones trigonométricas (1 hora) Ley de Senos y cosenos. Problemas (2 horas)

Gráficas de las funciones trigonométricas y = A sen (W X +0) ; y = A Cos (W X +0) concepto de amplitud, periodo y fase (2 horas) Gráficas de las funciones y= (2 horas) Angulo entre dos rectas. Problemas de aplicación (1 hora). Forma polar de un complejo. Raices de una ecuación polinomial de grado n. Teorema de Demoivre (2 horas).

CALCULO DIFERENCIAL

UNIDAD V: LIMITES Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES REALES

1.)Límites de una función: Concepto intuitivo de límite, definición de Cauchy de límite y su interpretación geométrica Teoremas sobre límites, límites unilaterales. ejercicios (4 horas)

2.) Límites infinitos y límites al infinito: Graficas con con asintotas verticales y horizontales (3 horas)

3.) Continuidad de una función en un punto, en un intervalo abierto y en un intervalo cerrado. Ejercicios (2 horas)

4.) Propiedades de las funciones continuas. Continuidad de una función compuesta. Ejercicios (1 hora)

5.) Teorema del valor intermedio. Método de bisección para el cálculo aproximado de raíces reales de ecuaciones poli nómicas (2 horas)

6.) Teorema del encajonamiento. Límite fundamental para las funciones trigonométricas. Continuidad de las funciones trigonométricas (2 horas)

UNIDAD VI: LA DERIVADA

1.) Concepto de recta tangente a un gráfico en un punto. Definición de derivada de una función en un punto. Derivadas unilaterales (2 horas)

2.) Diferenciabilidad y continuidad: Teorema básico. Diverso casos de funciones continuas en un punto y no diferenciables en ese punto. Ejercicios (2 horas)

3.) Teoremas acerca de la diferenciación de funciones. Ejercicios (2 horas)

4.) Derivada de una función compuesta. Ejercicios (3 horas)

5.) Derivadas de las funciones trigonométricas. Ejercicios (2 horas)

6.) Diferenciación implícita. Ejercicios (2 horas)

7.) Funciones monótonas crecientes y decrecientes. Máximos y mínimos relativos de gráficos de funciones. Teorema del valor extremo. Ejercicios (3 horas)

8.) Derivadas de orden superior. Concavidad y puntos de inflexión. Ejercicios (2 Horas)

9.) Funciones inversas: Dominio, gráfico y derivada de la función inversa. Ejercicios (2 horas)

10.) Funciones trigonométricas inversas: Gráficos y derivadas (2 horas)

11.) Teorema de Rolle y teorema del valor medio. Ejercicios (2 horas)

12.) Ejercicios sobre el dibujo de gráficas de funciones algebraicas y trigonométricas, usando todas las herramientas del cálculo estudiadas hasta el momento (2 horas)

UNIDAD VII: OTRAS FUNCIONES TRASCENDENTES

1.) Funciones exponenciales y logarítmicas. Propiedades, derivadas, gráficas de ellas. Derivación logarítmica. Ejercicios (4 horas)

2.) Funciones hiperbólicas e hiperbólicas inversas. Derivadas . Gráficas. Expresiones de las funciones hiperbólicas inversas como funciones logarítmicas. Ejercicios (3 horas)

UNIDAD VIII: APLICACIONES DE LA DERIVADA.

3.) Variables relacionadas con el tiempo. Ejercicios (2 horas)

4.) Ejercicios de aplicación donde se piden extremos absolutos de funciones continuas en intervalos cerrados (2 horas)

5.) Ejercicios de aplicación donde se solicitan extremos absolutos de funciones definidas en un intervalo abierto (2 horas) 6.) Aplicación física de la derivada: movimiento rectilíneo, velocidad y aceleración. (2 horas)

7.) Crecimiento y decaimiento exponencial. Ejercicios (1 hora)

8.) Formas indeterminadas: Teorema de Cauchy del valor medio, regla de L`Hopital. Ejercicios (3 horas).

METODOLOGIA

El Profesor explicará (y motivará) los conceptos fundamentales e ilustrará las diversas técnicas; se asignarán ejercicios y problemas diariamente. Algunos de estos problemas se discutirán en clase o en sesiones especialmente dedicados a ello.

BIBLIOGRAFIA

1.) LUIS LEITHOLD. El cálculo con geometría analítica, Editorial Harla. 2.)LARSON Y HOSTETHLER Cálculo y geometría analítica, Editorial Mac Graw Hill. 3.)SWOKOISKI Algebra y Trigonometría. Editorial Wadswort. 4.)EDWARDS Y PENNEY Cálculo y Geometría analítica. Editorial Prentice Hall. 5.)GEORGE TOMAS Cálculo Editorial Aguilar. 6.)HOWARD ANTON Cálculo Editorial Limusa

ANEXO 2

Las observaciones

Los siguientes registros tomados a partir de las clases de matemáticas se disponen a mostrar los elementos a partir de los cuales ésta investigación adquiere la posibilidad de análisis y de conversación con el objeto de estudio propuesto.

P como serán denominados los profesores de matemáticas durante los registros, fueron observados durante más de 10 horas de clase cada uno. La I hace referencia a las anotaciones del investigador y la E hace referencia a los estudiantes.

Para lograr salir al medio la matemática crea y genera sus propios registros, las huellas, con las cuales se explicitan los saberes matemáticos en el hacer del profesor como se observo en varias ocasiones. Se encuentran así registros, que serán mostrados a partir de los indicadores referenciales expuestos en el capítulo 1 los cuales son utilizados para la observación del curso y otros asumidos para el análisis. Se registran a continuación las observaciones de forma continua y sin lo explicito de cada profesor a petición de ellos mismos desean tener algún tipo de anonimato, aspecto acordado y respetado por el investigador.

PROFESOR: MATEMÁTICAS I
PROGRAMA DE: INGENIERIAS
TIEMPO: 10 horas de clase
GRUPO DE ESTUDIANTES: 40
HORARIO: 4 horas 2 a 6 p.m.

AMBIENTE DEL SALÓN:

Es un aula amplia con grandes ventanales ubicados al frente de la puerta de ingreso cuenta con dos grandes tableros de fondo blanco uno al lado del otro. Las mesas de trabajo están dispuestas para dos personas distribuidas por todo el salón en forma ordenada, hay suficientes mesas y sillas para los estudiantes.

El profesor ilustra en forma rápida lo que se va a realizar durante el semestre, los invita a bajar el programa por Internet, tan pronto el profesor comenta los valores de las evaluaciones los estudiantes toman nota. Todos los estudiantes están listos con el cuaderno y su respectivo lápiz, esfero, No se presenta ningún tipo de conversación con los estudiantes.

El profesor se ubica frente a sus estudiantes tiene en su mano 4 marcadores de diferente color, se muestra amable y simpático, es dinámico su tono de voz es fuerte pero agradable, genera confianza en sus estudiantes, bromeando con el lenguaje matemático “si ustedes miran el tanque está lleno y en esta ecuación que parece canción estoy verificando R = r siempre tiene que haber una ecuación que me modele el ejercicio y los otros puntos r y r entonces “
El profesor hace casi que un trabalenguas de la r y la R y al final se ríe y les pregunta a los muchachos si es muy raro ese lenguaje? Los ubica diciendo “parece un trabalenguas verdad? Pero … en ese momento escribe en el tablero

$r^2 = r^2 — (R-h)^2$
$r^2 = r^2 - (R^2 - 2hR + h^2)$
$r^2 = R^2 \quad -R2 + 2hR$

P: hemos hecho aplicación con la elipse con la parábola y con el círculo
I: el profesor toma el libro que usan en el curso denominado talleres de matemática I editado por la universidad Tecnológica de Pereira

I: una estudiante comenta en voz alta

ES: ¡huy¡ el profe apenas uno acaba de escribir y el ya tiene el tablero lleno

P: vean. Estas son funciones básicas que ustedes tienen que vivir con ellas de aquí en adelante

F(X) = K es constante

Si la K es + esta encima del eje x

Si la K es – está por debajo

O sea Y= -3 es 3 unidades por debajo

Otra función es f(x)= X se llama idéntico valor de x es idéntico en y

Línea recta cuando x= 1 Y= -1

I: cada función está dibujada en el tablero

P: Y otra es Y = X^2 es la función cuadrática es la que mas vamos a utilizar.

I: el profesor habla rápido es bastante dinámico y se desplaza por todo el salón mientras elabora su comentario, el cual es claro y agradable. Todos los estudiantes están atentos, señalando una gráfica en el tablero

P: usted que se ahorra y lleva esto a la forma canónica, manejar una básica y saber que números constantes que positivos o negativos hacen algo, estamos dando brochazos para que usted coja agilidad en las gráficas.

E: profe qué pasa con Y = X digamos Y=2 X= 2 entonces donde corta, toca mencionar los puntos?

P: ojo muchachos en temas no es tan corto el parcial porque para usted saber lo de la modelización tiene mucho tema, mañana vamos a ver lo de los números complejos.

I: en ese momento reparte una fotocopia del tema son dos hojas. Y empieza a repartir un quiz

P: para que nos vayamos entendiendo en la parte evaluativo se califica procedimiento. Ojo revisen si tienen algún reclamo, hay gente que está bien y otros perdidos este quiz es para que nos empecemos a conocer.

I: los estudiantes le van recibiendo y algunos se ríen, el profesor hace el comentario respecto a que las mujeres van sacando la cara en ese momento les expresa "listo mañana continuamos"

NOTA: Se tiene la primera entrevista con el profesor, él expresa su incomodidad por ser observado, comenta que él no sabe de pedagogía pues su profesión es ingeniero mecánico pero que le gusta mucho enseñarle a los muchachos y que esta matemática es compleja, se aclara también que existe un grupo de primíparos y un grupo de repitentes completo de matemáticas uno, son casi 30 profesores de matemática I y todos van en el mismo tema para que los muchachos puedan estudiar con compañeros de otros grupos incluso los repitentes, en ocasiones hay jóvenes que piden cambio de grupo y no hay problema pero al máximo ubican en el grupo de los primíparos a los que están en el mismo programa. Expresa claramente que no dejaría que lo filmara en caso tal, pues no desea ser sometido a juicios con sus compañeros y… sugiere que observe a un grupo de repitentes para que vea la diferencia en la forma de enseñar…

P: Bueno, ¿en qué íbamos?

P: Estamos bosquejando polinomios

1. $y= (x-1)^2*(x+3) *(2x-5) (x-6)^3$

2. $y=(x^2+1) * (x+2) (X-3)$

¿Cómo se aplica la división sintética?

¿Qué es lo que ustedes tienen que aprender a manejar?

Este es el principal (señala) y este es la constante

$Y=anx^{n-1} + \ldots. A_1x+a_0 \rightarrow$ Constante

Racionales es sinónimo de razón cociente. En esta “bolsita” va a ubicar los posibles ceros y esa combinación porque es lo que genera los posibles ceros… aquellos que en división sintética de ceros.

I: El recuerda los conceptos cada vez que va explicando.

P: No lo vamos a necesitar para nada pero vamos a sacar información allá al final se da cuenta. No se les olviden que los ceros son los puntos del eje x . Ahí tiene usted la teoría entonces usted diría que este vale cero cuando x vale 1 por eso aquí se llama cero racionales

Pero alguien va a decir "oe" (x-1) (x-1)

Vea x+3 esta repetido solo una vez, y esta repetido 3 veces, ahí sume y vera que le da para las 7 raíces, pero algunas sean repetidas o que sean diferentes complejos.

Entonces analice vea la repetición uno lo denota con un exponente ¿sí o no? ¿Estamos?

Listo, entonces ya, con eso vamos a bosquejar el polinomio entonces vamos a bosquejar ¿qué ubico?, los ceros y traza el plano cartesiano.

Si b^2-4ac∠ 0 x= -b±√b^2-4ac/ 2a

Tablero.

Ceros del polinomio	X=1	P/q= { }
	X=-3	p= a_0 factores
	X=5/2	q=a_n enteros
	X=6	$ax^3+bx+c=0$

Usted empieza a ver foticos de esta

$(ax+b)^t$ lineal

$(ax^2+bx+c)^m$ factor cuadrático irreducible

$\sqrt{b^2-9ac}$

Uno cuando x 1_0=0 lo soluciona con la formula cuadrática.

¿Sí o no? ¿Cuando me doy cuenta si es real o de los imaginarios que ya vimos?

Para que genere imaginarios tiene que ser….

I: El profesor hizo un salto de lo que iba a explicar y se metió a profundizar en otro tema, se dedico a esto y dejo lo que iba a realizar al principio de esta explicación

Hablo entonces de factor cuadrático irreducible, lo que pasa es que esto en los números complejos.

Nuevamente tiene los marcadores en su mano; señala con sus dos manos,

P: tiene que aparecer factores lineales.

Entonces estamos acá

I: y vuelve a retomar lo que iba a hacer en el plano.

P: ¿Por qué el origen será un cero?

¿Cómo debe aparecer el factor en el polinomio?

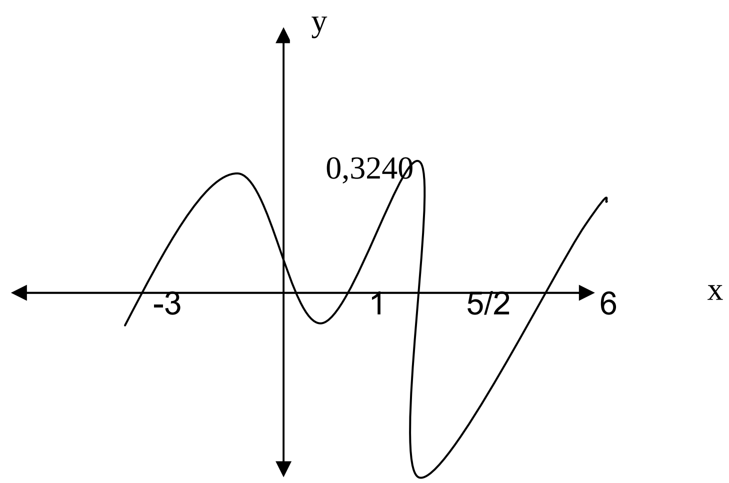
I: Nadie responde, él responde y sigue.

P: $Y = (x-1)^2 (x+3) (2x-5) (x-6)^3$

P: Por qué analiza los signos en cada intervalo

P: $(-\infty-3) \rightarrow x = -10$

P: Miren cositas que uno tiene que empezar analizar



P: Cuando x toman valores en x grandes negativos aumenta en y, en este caso ya sé que vienen (El profesor personaliza el objeto matemático) habla como si él hablara.

Entre (-3,1) el más facilito es el cero $(-3,1) \rightarrow x=0$

Un bosquejo es porque puede estar cerca a la representación real o sea para ubica hacia donde está la gráfica.

El punto de retorno lo puede hacer donde quiera, aquí o allá, mirar cuántos puntos de retorno tiene.

Entonces en el otro intervalo $(1,5/2) \rightarrow x=2$

Con y $(x-1)^2 (x+3) (2x-5) (x-6)^3$

+++- = +

Generó el mismo jueguito o sea que la gráfica continua por el eje.

Cuando el grado de repetición se conserva la de la gráfica.

I: (Termino metiéndome en la clase)

P: Pero hagámoslo cojamos entre (5/2,6) x=4 +++ -=- $\longrightarrow$

La gráfica cambia de posición ¡pum! Lo corto, usted no se complica tome un valor entre 6y-$\propto$ x=10

Si usted toma valores en x grandes más los valores en y también van a ser mayores.

¿Cuál es el valor agregado de este ejercicio?.

Mírenlo no sé si hay alguna pregunta Nos ahorraron la división sintética, ahora le agrego a la z (x-5).

Usted la que tiene que decirle usted se llama factor cuadrático irreducible.

Entonces

Este en la gráfica el valor de x el intervalo que quiera siempre el signo va a ser más, los cortes son en -2 en 3 y en 5. (Señalando la gráfica)

Este polinomio es de grado 10 y si empezaste a hacer la división sintética 8 raíces reales y 2 imaginarios, o sea va a tener hasta 10 raíces reales.

¿En que se tiene que fortalecer usted? en la división sintética.

Los estudiantes están haciendo otro ejercicio el número 2.

$Y=(x^2+1)\ (x+2)\ (x-3)^2\ (x-5)^5$

I: Los estudiantes trabajan. Solo dos le preguntan “¡no parce Y eso por qué no nos da huevon!” Profe venga. Ellos trabajan por parejas.

El profe borra el tablero con una hoja y empieza a escribir:

FUNCIONES RACIONALES. (Titulo en el tablero)

P: F(x) =h(x)/m(x)

Donde h(x) Y m(x) son polinomios.

I: Unas estudiantes comentan, “eso no nos sirven para nada, eso no existe”

P: Después de las funciones polinómias vamos a hablar de funciones racionales. Son funciones de forma. Solo nos interesa cuál es el dominio de cualquier función entonces es el cociente de dos polinomios en palabras más sencillitas.

Y ¿cómo puedo hallarla?

I: Algunos estudiantes responden

E: …es como teniendo en cuenta los cocientes resultantes o algo así

P: tienen la idea pero no han podido hablar, decir con el lenguaje que es.

Entonces ¿Cuál es el dominio de cualquier función racional?

Los ceros los denomina hay que excluirlos del dominio.

Y otra pregunta Que les van a hacer, es ¿cómo encuentro los ceros de una función racional?.

Y para que un cociente sea =0 ¿quién debe ser cero? Vea uno dice en x= a tanto en x = a tanto.

Ah! A mí me toca factorizar el numerador y el denominador.

Entonces

Ejemplito

Hallar el dominio y los ceros de estas funciones racionales

I: El profesor mira el taller de modulo de los ejercicios y los copia en el tablero

1. $f(x)= x^2-3x+2 / x^4-x^3-5x^2+3x+6$

P: Por ahora solo vamos a calcular el dominio y los ceros, yo le pido que lo haga por pasos:

1. El dominio de la función.

   Dominio f(x)= R{ceros del denominador / m(x)=0}

   Ceros de f(x)= son los ceros del numerador (h(x)=0)

   Para factorizar el polinomio que sea hay que aplicar la división sintética.

   Escriba los p escriba los q y empieza a tantear.

2. $f(x)=x^3-2x^3-x+2 / x^2-3x+2$

P: Recuerden que en la sintética uno no coloca x. si un término no existe posición cero.

I: El profesor va hablando mientras se desplaza por todo el salón acercándose a los estudiantes.

P: O sea ¿en dónde es la demora? En encontrar por lo menos uno.

Cómo sería lo recomendable del orden que usted debería llevar

I: y empieza a escribir en el tablero.

P: Los p son los enteros del a

$m(x)=x^4-x^3-5x^2+3x+6$

Los ceros del denominador son de la forma p/q

$P=\{\pm1,\pm2,\pm3,\pm6\}$

$Q= \{\pm \pm \}$

Ceros de m(x) son:

$p/q= \{\pm\pm,\pm2,\pm3,\pm6\}$

Ds con $r=2 \rightarrow (x-r)$

$\downarrow$

División sintética.

$$\begin{array}{rrrrr|r} 1 & -1 & -5 & 3 & 6 & 2 \\ & 2 & 2 & -6 & -6 & \\ \hline 1 & 1 & -3 & -3 & 0 & \end{array}$$

Coja el cero y póngale un chulito.

I: Cuando finaliza el tiempo de clase los estudiantes se levantan y salen del salón inmediatamente. No importa que haya terminado el tema.

P: Bien, buenas ¿cómo van?

P: a ver… ¿en qué íbamos? ¡Ah¡ si …..

Yo le estoy dando otra visión de este ejemplito que cuadra.

$M(x)= (x^3+x^2-3x-3)\ (x-2)\quad p(x)=q(x) * (x-r) + R$

$M(x)=((x^3+x^2)- (3x+3)) * (x-2)$

$M(x)= ((x^2(x+1)-3(3x+1)) * (x-2)$

$M(x)= (x+1)[x^2-3]) *(x-2)$

$M(x) =(x+1)*(x+\sqrt{3})* (x+\sqrt{3})* (x-2)$

Este fue el que me metí a procesar entonces su polinomio le va a quedar.

$$\begin{array}{rrrr|r} 1 & 1 & -3 & -3 & -1 \\ & -1 & 0 & +3 & \\ \hline 1 & 0 & -3 & 0 & \end{array}$$

$M(x)= (x^2-)\ (x \pm 1) * (x-2)$

M(x) = (x+√3) (x-√3) (x+1)(x-2)

Entonces escribo acá dominio de f(x) no son intervalos son conjunticos.

R= {-√3, -1, √3, 2}

Son los cuatro valores porque no van a tomar la función porque generarían cero.

$$F(x) = \frac{(x-1)\,(x-2)}{(x-\sqrt{3})\,(x+\sqrt{3})\,(x+1)\,(x-2)}$$

$$F(x) = \frac{(x-1)}{(x-\sqrt{3})\,(x+\sqrt{3})\,(x+1)} \qquad (x^2-3)$$

Ceros de f(x)= x =1

Ahora si para hallar los ceros de la función voy a ver el numerador No factoricen los dos al tiempo. El dominio es sobre la función original. Aquellos valores porque le hagan cero al denominador los excluyen del dominio.

Pensemos gráficamente:

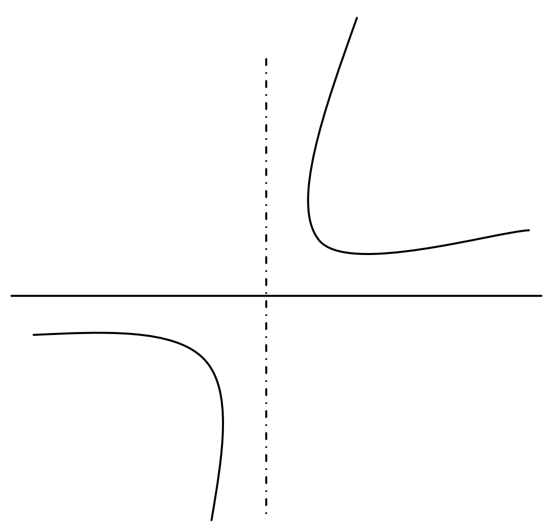
X= -√3 x=1

Los ceros del denominador entregan las asíntotas verticales de la gráfica, es decir, se lo voy con un ejemplito el más sencillo que hay, vea es esta:

Y= 1 / x grado cero el dominio

Grado 1 son todos los reales - {0}

O sea que en x=0 en una asíntota vertical de la gráfica. Ser asintótico es irme acercándola sin tocarla y sin traspasarla.



P: ¿Cuáles serían las asíntotas verticales?

Y ¿qué pasa en $x=2$? que no lo puedo tomar pero es una asíntota

Para graficarlo haría un huequito es porque ese valor no lo puede tomar

Cuando sea cuadrático no le vayan a meter sintética.

I: El profesor iba a borrar la gráfica. Una estudiante expresa ¡NO,NO,NO!

Él borra la parte que escribió al principio y continúa en la otra parte del tablero

P: entonces Todos los **R** Todo el mundo fue capaz de factorizar el numerador. La función resulta de procesos de cancelación y procesos de factorización. ¿Esa lo podemos graficar ¿sí o no?

P: Marquemos cositas por ahí rellenito, si usted mira la función resultante es la de una línea ¿sí o no?

O sea que en el punto de coordenadas $x=2$ $y=3$ voy a hacer un huequito y esa es la grafica de usted

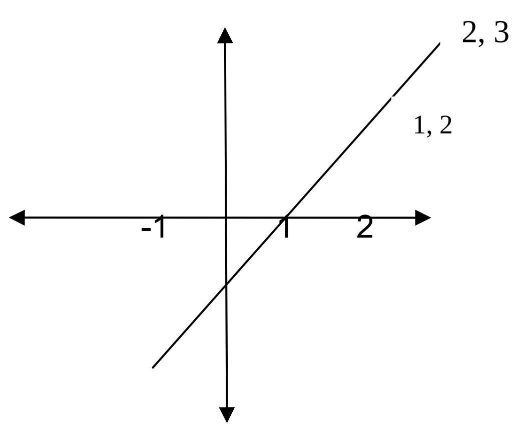
Porque la función resultante es la función de una línea recta

$$F(x) = \frac{x^3-2x^2-x+2}{(x-1)*(x+2)} \quad \text{dominio } f(x)\ \mathbf{R} - \{1,2\}$$

$$F(x) = \frac{(x-1)\,(x-2)(x+1)}{(x-1)*(x+2)}$$

$F(x)\ x+1 \rightarrow$ dominio $\mathbf{R}\ \{1,2\}$

Ceros de $f(x) \rightarrow x=-1$



P: Algún comentario del parcial

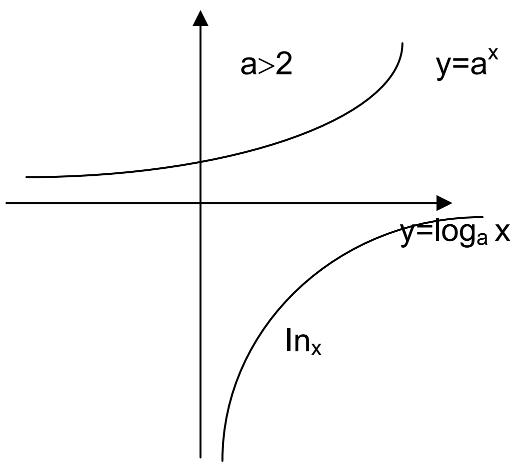
Ustedes tienen que mirar cómo están estudiando, lean la teoría tienen que aprender el lenguaje, todavía no tiren la toalla.

I: Me pregunto si será que ya está acostumbrado a que los estudiantes “tiren la toalla”

I: El profesor llega, se sienta en su escritorio y revisa su cuaderno de notas.

P: buenos días, bueno el parcial es hasta f(x) logarítmicas. Hoy vamos a ver desplazamientos y todo va ser lo mismo hasta el lunes.

I: El profesor escribe en el tablero, esquina derecha



I: La clase parte del tema anterior

P: **¿**cuál es la verde?

E: logaritmo

P:¿ y esta es?

E: a^x

P: **¿**dónde a es?

E: mayor que uno

P: dominio de la verde

E: x mayor que cero

P: de donde a donde va x?

E: 0 al $\propto$

P: todos los reales, ahí se ve la imagen; bueno tenemos una tabla de resumen.

De este libro todos los ejercicios son diferentes, limites, funciones, derivadas, integrales, así que como los resuelvo si no son mecánicos y son diferentes.

P: espero que tengan la tabla de resumen

I: El profesor escribe

In (2x+1/x-1) =0

P: Ya habíamos hecho esta

E: no

P: ojo, que es lo que tengo que hacer, ¿Cómo son los valores dentro del paréntesis?

E: mayores que cero.

I: El profesor se dirige hacia la grafica y señala f(x) logaritmo

P: esto se convierte en logaritmo natural, por lo tanto no puede ser cero

I: Vuelve a la parte izquierda del tablero y señala el ejercicio

P: Qué es resolver, despejar a x y ¿qué debo hacer?

E: despejar, luego cementerio.

P: Despejar y luego cementerio, pero lo que está en el paréntesis está influenciado por el logaritmo así que debo despejar el logaritmo.

I: Este tipo de lenguaje es muy particular entre los profesores de matemáticas son términos para hacer relación a que hay muchos positivos o sea muchas cruces entonces parece un cementerio, lo denominan así para que el estudiante recuerde lo que debe hacer o lo que debe aplicar.

El profesor escribe en el tablero

e^{Inx}=x

E^{Inx} (2x+1/x-2) = e^0

P: Ojo con este detalle que aparece en el parcial, no solo es plantear la solución, sino decir de dónde viene. Entonces que hago

I: El profesor escribe en el tablero

$2x+1= x-2$

$2x-x= - 2 – 1$

$X= -3$

I: El profesor describe el proceso, como pasan los términos de un lado al otro del igual

E: ya, eso está muy fácil.

P: es que es solo aprenderse las propiedades.

I: El profesor supone, pero se ve la necesidad de hacer explicito

E: hay que saber la tablita

I : El profesor escribe en el tablero

P: $\log_2 (2x-1) + \log_2 (x+1)=1$

P: Ojo que aquí hay algo nuevo, los logaritmos para resolverlos tienen que tener la misma base sino son incompatibles. Para resolverlo igual, es decir para hallar el valor de x ¿Qué debemos hacer?

E: Aplicar las propiedades.

P: ¿Cuáles?

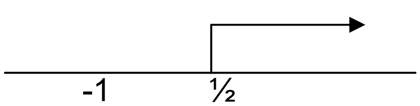
E: 1, 2

P: vamos a la gráfica, para la f(x), cuál es el valor de x, veamos

1. F, $2x -1 > 0$ $\qquad$ $x + 7> 0$

$X >1/2$ $\qquad$ $x > -7$

Nuestra recta real será:



P: x podrá ser cero.

E: no

E: si

P: ¿Por qué?

E: no está en el dominio de f(x)

P: muy bien, eso queda abierta mayor que cero. ¿Qué hacemos qué propiedad aplicamos?

E: 1

P: aplicamos la propiedad y que nos queda

$\log_2 ((2x-7)(x+1))=1$

Tengo que tomar log en base e, porque el log estaba en base e, recuerdan (señala al tablero) para que sea 1

¿Qué propiedad tengo que aplicar?

E: la 5

P: La 5, eso nos queda

$(2x-7)(x+1)=2$

Eso nos da una ecuación….

E: cuadrática.

P: listo, copien pues muchachos.

$2x^2+2x-x-1=2$

I: El profesor termina el ejercicio en el tablero mientras los estudiantes lo resuelven en el tablero, revisa el libro de ejercicios y supervisa el trabajo de los estudiantes, mirando de forma periférica.

E: no se, tengo una duda.

I: se acerca al profesor y pregunta, estos hablan y el profesor da indicaciones)

P: la variable es 2x

A ver cómo queda $2x^2 + x - 3 = 0$

Para completar cuadrados debe separar estas x, lo demás es factorizar.

Aplico cuadráticos

A=2

B=1 $x=-b\pm\sqrt{b^2-4ac} /2a$

C=3

I: leen la función a medida que la escribe el profesor. El profesor observa el desarrollo de los ejercicios y espera los resultados por parte de los estudiantes

P: ¿Cuánto da?

E: -1 -3 ½

E: no

P: esto da

I : escribe y lee

P: $-1\pm\sqrt{25} \quad =-1\pm 5/4$

La respuesta, ¿es cual?

E: la que está en el dominio.

P: -3/2 01

E: 1

I: Los estudiantes comparan sus resultados con los del profesor y los procedimientos entre ellos, se explican unos a otros la forma de culminar el ejercicio de la misma forma que el profesor. El profesor borra el tablero sección izquierda y escribe otro ejercicio

$\ln\ (x^2\text{-}x\text{-}1/2x\text{-}3) + \ln\ (2x\text{-}3)=0$

eso se termino ya I: (refiriéndose al ejercicio anterior)

P son ejercicios muy conceptuales, solo hay que hallar el valor de x

E: pero son de mucho análisis.

E: se necesita saber de muchas cosas para resolverlos.

P: aquí hay que hallar el dominio porque es igual a cero. En las f(x) anteriores, la grafica no la habíamos igualado a cero, no miramos su valor a cero.

(Escribe y lee) Entonces $2x-3 > 0$

$X > 3/2$

$$\frac{X^2-x-1}{2x-3} > 0$$

2x-3 diferente a 0 x diferente 3/2

E: profe, yo no entiendo, se supone que en la división el de arriba debe ser > 1 y el de abajo diferente a 0 y usted los pone aparte (señalando el tablero)

P: no es todo lo del paréntesis lo que debe ser > 0

Cuando resuelvo es para el análisis, el dominio lo saco de la f(x) original o sea nuestra recta real será

0 3/2 x

P: Ahora, ¿qué hago para encontrar el otro valor?

E. Cementerio

P: ¿Por qué tengo que hacer cementerio?

E. Porque es una desigualdad.

I: El profesor camina por el salón mirando el trabajo de los estudiantes y da algunas explicaciones individuales

P: ¿Cuánto da eso?, vamos a implementar

(Escribe y lee) x^2-x-1=0

¿Qué vamos a hacer? Buscar raíz, factorizar

E: no

P: entonces aplico cuadrática

(Escribe y lee)

I $\pm\sqrt{}$- 5 (1)(-1) / 2

$X=1\pm\sqrt{2}$ /5

$X_1= 1+\sqrt{5}$ /2

$X_2=1 + \sqrt{5}$ /2

Ahora si factorizamos, pero con signos.

E: positivo y negativo.

P: Cuando yo reemplazo esto, se me va a hacer

(Escribe) $(X-1(1\pm\sqrt{5}/2)\ (x-(1\pm\sqrt{5}/2))=0$

Con signos contrarios eso me da 1,6 y 0,6

En el cementerio eso me queda así, ubicamos

I: Realiza un ejercicio del cementerio, haciendo la respectiva gráfica

P: Entonces ¿Cuál es el dominio?

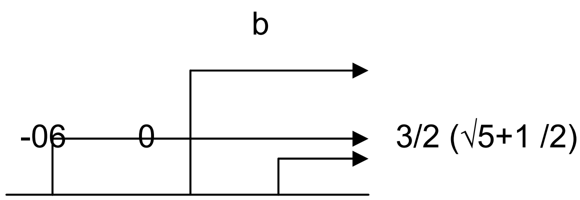
(lee y escribe) $(1-\sqrt{5}/2 \quad 3/2)$ U $(1+\sqrt{5}/2 \ \propto)$

Ese es el dominio de la función a, se toman los valores sin la raíz, ahora ¿la función b esta en U o N con la a?

E: U

P: debe ser intersección porque el dominio de a es diferente al de b, solo donde se interceptan se cumple la función.

La intercepción queda:



Y la de b donde queda

(Dibuja sobre la recta real)

Así el dominio real será la n

Resuelvo, ahora si tomo todo eso

(escribe y lee)

$\ln [(x^2-x-1\ / (2x-3) * (2x-3)] = 0$

$E^{\ln (2x-x-1)} = e^0$

$X^2-x-2=0$

$(x-2)\ (x+1) = 0$ $\qquad$ $x_1=2$

$X_2=-1$ no está en el dominio

E: ahhhh

P: así les puede salir en el parcial, mucho dominio conceptual.

I: El profesor revisa nuevamente el libro de ejercicios y espera a que los estudiantes terminen de copiar el ejercicio, borra el tablero y plantea otro ejercicio

P: (escribe y lee) “resuelve la desigualdad”

$\ln (x+1\ / x-2) < 0$

Analicemos este, también tipo parcial.

Encontrar el rango de valores de x menores que 0, ahora que me tiene que dar <0, y. ¿Cuánto debe valer x entonces?

Ahora con cual trabajamos con la azul o con la verde?

E: con la azul

P: ¿con cuales valores trabajamos para que la imagen sea negativa?

(Escribe y lee)

$0 < x + 1 / x - 2 < 1$

Este valor (señala el tablero) puede ser igual que cero o menor que uno, puede ser mayor, no, en este caso tengo una doble desigualdad.

(Escribe y lee)

1 2

$0 <$	$x+1 / x-2$	< 1

$X+1 / x-2 < 1$

$X+1 / x-2 < 0$

¿Qué debo hacer para resolverlo, igualarlo a cero, mover el 1 y luego aplicar el cementerio, pero debo tener…?

E: factores.

P: entonces ¿qué hago?

Cambiamos y nos queda

(Escribe y lee) $x+1 - (x-2) < 0 \ / x-2 = 3 / x-2 < 0$

Tengan mucho cuidado esta es nuestra desigualdad ¿habrá que aplicar cementerio?

E: no

P: ¿Por qué?

E: porque es una constante.

P: así que solo me concentro en $x-2 < 0$

(Escribe y lee) $x < 2$

Ya resolví la primera desigualdad

La otra ya es muy simple, y me da otro valor, entonces puede que cumpla una u otra, pero no las dos, entonces que hago ¿Cuál es el rango? Valores que estén entre una y otra.

Será U o n ¿entonces?

E: n

P: resuélvanlo pues.

Las raíces ¿son cuales?

E: -1, -2

P: Háganle pues.

Listo que intervalo me da esta?

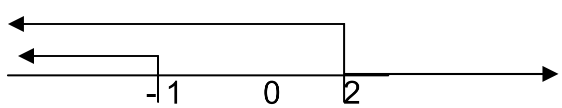
(Escribe) (-∝ - 1) U (2∝)

¿Por qué no puede ser -1? Porque se sale.

¿Por qué no puede ser 2? Porque se hace cero abajo

Entonces…

(Escribe)



Entonces la respuesta es: {x:/x<-1}

¡Qué tal!

Quiere decir que para cualquier valor x< -1, que reemplazo aquí (señala el tablero) el logaritmo natural me va a dar una imagen < 0

I: El profesor revisa nuevamente el libro de ejercicios

Hoy voy a terminar con logaritmo, así que algo particular de la clase pasada, el que se quiera ir a las 12, se va, pero quiero terminar bien el tema.

Va, (escribe) $(1/3)^{x+2} < (1/3)^{3x-1}$

Tengo exponentes en base qué?

E: 1/3

P: necesito bajar esos x ¿Qué hago?

E: aplico la propiedad

P: ¿cuál?

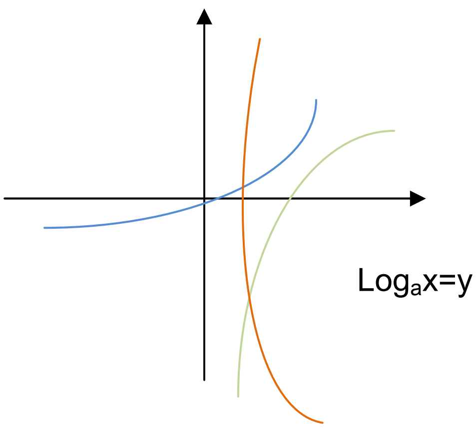
La de logaritmo

(Escribe y lee) $\log_a a^x = x \log_a a$

Esto es igual a 1 porque $\log_a a$ es 1

Logaritmo en base 1/3, cual es la azul o la verde

Pero esto está en base 1/3 ósea que la grafica es como:



$0<a<1$

Aplique logaritmos a ambos lados y por propiedades pasa a multiplicar.

(Escribe) $\log_{1/3} (1/3)^{x+2} > \log_{1/3} (1/3)^{3x-1}$

$(x+2)\,[\log_{1/3} (1/3)] > (3x-1)\,[\log_{1/3} (1/3)]$

La desigualdad cambia o no muchachos, que dicen

Lo digo porque si tengo valores con esta grafica, los valores menores que 1 la imagen me da –

¿La desigualdad cambia o no cambia?

E: no

P: no cambia

La pregunta es cómo me queda esto acá.

$(x+2) > (3x-1)$

$X+2-3x+1>0$

$-2x+3>0$

$-2x / -2 > -3/-2$

$x<3/2$ ojo cambio de sentido.

(El profesor retoma el ejercicio señalando los puntos y explicando las operaciones realizadas, operando, cambiando signos y especificando los pasos, dando mayor claridad a los estudiantes y resolviendo dudas; los estudiantes preguntas por puntos y operaciones especificas y el profesor las retoma en tres ocasiones; el profesor toma el libro de ejercicios y platea otro)

P: (escribe y lee) resolver:

$(\ln x) * \ln(x+2) > 0$

Listo tengo el logaritmo, ¿puedo aplicar alguna propiedad? Miren bien la tabla y hagan la semejanza.

E: no

P: ¿Por qué?

E: porque no están multiplicando en el mismo cuadrito.

P: si

E: (alza las manos en señal de victoria)

P: tengo un producto y una desigualdad

Cuando es > 0

E: cuando ambos sean > 0

Pr: bien, pero ¿Qué tengo que hallar de esas f(x)?

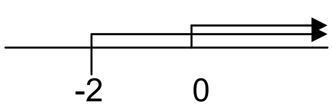
E: el dominio

P: y cuales son

(Escribe) $x > 0$

$X+2>0$

$x>-2$

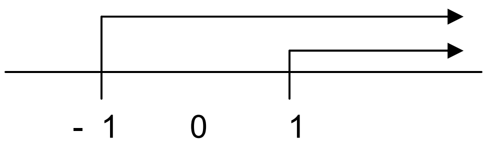


Primer caso

(Escribe)

$In_x > 0 = e^{In\,x} = X > 1$

$In(x+2) > 0 \quad e^{Inx}\,(x+2) = x+2 > 1 = x > -1$



¿Está dentro del dominio?

E: si

P: en el Segundo caso, cuando este factor sea - y cite otro sea - (señala el ejercicio)

$Inx < 0$

$In\,(x+2) < 0$

Miremos la grafica ¿cuáles son los valores?

E: de 0 a $-\propto$

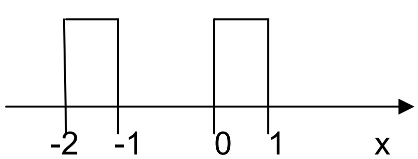
P: entonces nuestro dominio real será:

(Escribe) $\quad < x < 1$

$X+2 < 1$; $x < -1 = -2 < x < -1$

Los valores deben fluctuar entre -2 y -1

Los de la primera función salieron de la primera intercepción y la segunda son de esta forma.



Para el Segundo caso no hay valores que satisfagan la ecuación; por lo tanto la respuesta es no hay solución.

P: Vamos a escribir entonces las propiedades de los logaritmos.

A ver cuéntenme ¿cómo definimos una función logarítmica?

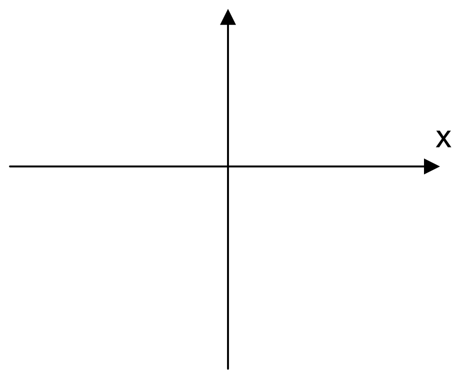
(Los estudiantes responden.)

P: bien

¿y la grafica cómo la hallamos?

(Los estudiantes responden y ella complementa la respuesta de sus estudiantes, sonriendo)

(Escribe en el tablero) y



Bueno, vamos a obtener la gráfica de la función inversa de otra función.

Cierto, de la inversa de otra función.

¿Qué hacemos?

P. Graficamos la función original. Que en este caso estamos hablando de la función exponencial y la reflejamos con respecto a ¿qué?

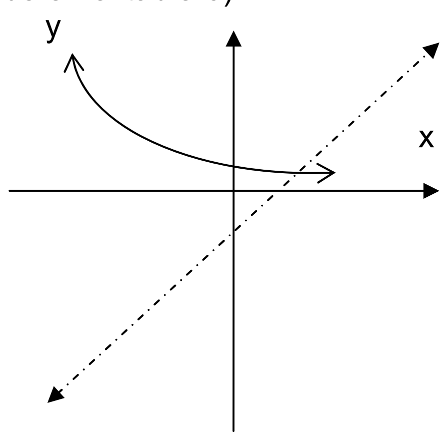
E: al eje y

P: no.

I: Algunos estudiantes hablan entre ellos, sobre la pregunta que el profesor acaba de hacer

A la siguiente recta:

(Escribe en el tablero)



P: pero como no son seguros. Lo dicen con inseguridad. Por allí estaban diciendo. Entonces necesito que lo que respondan, lo respondan con seguridad, así este malo no importa, si de pronto está equivocado aquí lo corregimos.

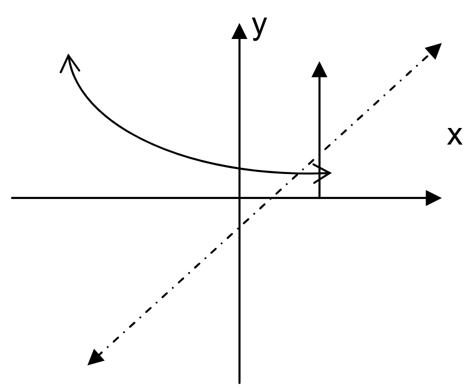
Bueno, entonces lo que está por encima de esta recta, lo reflejamos y queda por debajo, cierto.

Si nosotros definimos que esta, (señala la grafica) la función exponencial es $y=a^x$, esta es la función $y=a^x$ (señala la exponencial), pero cuando $o < a < 1$

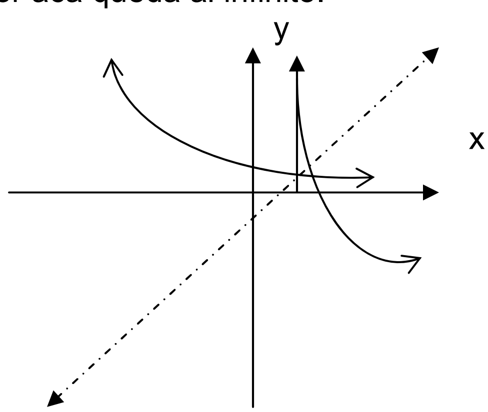
Entonces el eje x es la parte horizontal de la grafica.

Y todos los puntos de esta grafica serán idénticos a la grafica de la inversa, con respeto a esta recta, cierto. (Señala la recta)

Entonces nos dejamos llevar por la recta (señala, la recta que corto la exponencial) que es esta parte, quedo por encima (escribe lo siguiente), creamos un punto paralelo al eje y que da hacia el infinito.



Y otra por acá queda al infinito.



Entonces esta es la gráfica de la función, ¿Qué?

E. Responde

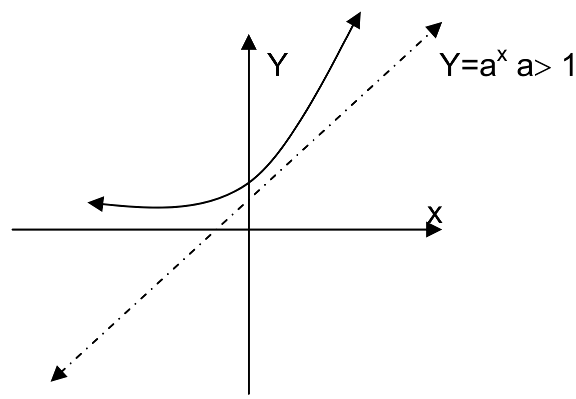
P: ella escribe: y=log$_a$ x, cuando o < a < 1

Por qué cual es la grafica log $_a$ x cuando a > 1

También lo hacemos de la misma manera, de la misma manera.

(Realiza la siguiente grafica)

Escribe en el tablero)

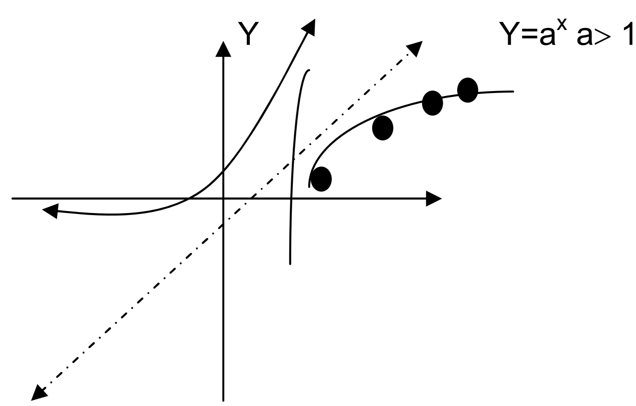


Ahora la reflejamos con una gráfica en el centro.

Entonces cada punto de esta gráfica es idéntico al inverso de esta recta.

Entonces a un punto de por acá me da el idéntico acá, a un punto por acá me da el idéntico acá, cierto.

I: Realiza la siguiente gráfica. Escribe en el tablero.



I: El profesor empieza a explicar las propiedades de los logaritmos, para esto comienza diciendo:

P: Ahora, hay algunas propiedades que se cumplen aquí en los logaritmos que son muy útiles a la hora de hacer funciones de logaritmación.

I: A continuación escribe en el tablero como titulo

Propiedades de los logaritmos.

P: ahora las vamos a enumerar:

No es que una sea antes de la otra, sino que las vamos a enumerar.

(Habla mientras copia en el tablero)

1. Log_a 1 =0. Si el logaritmo de una función está definido para a mayor que cero; por eso se escribe que el logaritmo en base a de 1 es igual a 0
2. $a^{log_a x}$=x, ósea tenemos un número elevado al logaritmo, y estos dos números las bases son iguales, cierto.
3. Log_a a^x= x; ósea que la base y el numero son los mismos.
4. log_a (x+y)=log_a * log_a y; aquí hay que tener en cuenta que el logaritmo de una suma no es la suma del logaritmo. Si yo tengo el producto de dos logaritmos lo puedo pasar como una suma, ósea, me puedo devolver.
5. log_a (x/y)= log_a x – log_a y; aquí tenemos el logaritmo de un cociente, entonces el logaritmo de un cociente es la propiedad de un logaritmo, no, a nosotros nos enseñaron en el colegio que sí.
6. log_a x^p= p log_a x; ¿Qué fue lo que se hizo ahí?

E: (responde)

P: bajo el exponente cierto, este bajo porque al aplicar el logaritmo, que es la función inversa de la función inicial, entonces es algo similar a cuando tiene x^2 y lo igualo a algo,(x^2=4) entonces debo despejar x ¿y cuál es la inversa de este?

E: raíz cuadrada

P: raíz cuadrada de x, cierto.

Entonces: x=±2

7. log_a $\sqrt[p]{x}$ 1/p log_a x

8. $\log_a 1/x = -\log_a x$

I: Después de explicar el punto 8, va hasta su puesto coge su cuaderno de apuntes y vuelve al tablero diciendo que falta una propiedad y la copia

9. $\text{Log}_a\, a = 1$

10. Si $\text{Log}_a\, x = \text{Log}_a\, y =\quad x=y$

I: Cada una de estas propiedades fue explicada por la profesora, en algunas ocasiones realizaba preguntas a los estudiantes para saber si el tema sí fue entendido; a continuación la profesora realiza ejemplos o ejercicios en el tablero para que los estudiantes descubran las propiedades y así haya un mejor entendimiento.

Escribe en el tablero Por ejemplo: Hallar

P: Entonces yo voy a poner unos ejemplos y ustedes lo que van a hacer es descubrir que propiedades intervienen en este

I: El profesor coge su cuaderno de apuntes y empieza escribir los ejemplos en el tablero teniendo en cuenta sus apuntes

1. $\text{Log}_2\, 32$
2. $\text{Log}_3\, (-9)$
3. $\text{Log}_5\, (\text{Log}_3\, 243)$
4. $4^{\text{Log}_4\, 7}$
5. $\text{Log}_b\, b^b$

Exprese en términos de logaritmos:

1. $\text{Log}_a\, (x^3 y)$
2. $\text{Log}_b\, (x^3+y)$
3. $\text{Log}_a(\sqrt{}xy/Z^{3)}$

I: El profesor deja de copiar y después de dos minutos empieza con la ayuda de los estudiantes a resolver los ejercicios de la siguiente forma:

P: Bueno, entonces

(SEÑALA EL PRIMER EJERCICIO)

P: ¿Cuál es el exponente?

E: 2^5

P: que es igual a 32 Entonces el $\text{Log}_2 32=5$ ¿Quién ya hizo el segundo?

E: yo, profe esa no esta

I: El profesor realiza la explicación del porque este ejercicio no puede ser resuelto y pone al frente de este "No está d o f ?

P: Ahora si ¿Quién hizo el tres?

E: Profe yo da 1

I: da la respuesta correcta y el profesor le pide que argumente porque realizó de esta forma el ejercicio y cuando el estudiante argumenta el lo ayuda complementando.

P: bueno, entonces aquí aplicamos las reglas que nosotros nos ya nos sabemos, que cuando tenemos operaciones limitadas lo que hacemos es comenzar por lo más interno para ir simplificando lo del exterior. Entonces lo adecuado es resolver el logaritmo ¿Cómo?

I: Escribe en el tablero

$\text{Log}_3 243=5 =$ $\log_5 5=1$ $\longrightarrow$ Propiedad 9

P: el ejercicio 4. ¿Quién lo hizo?

I: un estudiante da la respuesta

P: es la propiedad dos mírenlo bien, entonces ¿cuánto da?

E: 7

P: en el siguiente ejercicio ¿Cuántos nos da?

E: 6

P: y es la propiedad tres.

El profesor señala los ejercicios siguientes y espera un momento para que los estudiantes los resuelva. Mientras esto sucede pasa por todo el salón mirando el trabajo de los estudiantes. Algunos de ellos le piden explicación y él se la da. Después de tres minutos pregunta:

P: ¿Cuánto nos dio en el primero?

E: la mayoría responden

1. $Log_a (x^3 y)= Log_a \ x^3 + log_a y= 3 \ log_a x +Log_a a \ y$

P: entonces ahí tocaría aplicar cual, esta cierto (señala la propiedad cinco)

I: Los estudiantes realizan preguntas y el se las resuelve

El docente señala el ejercicio número dos y pregunta:

P: ¿y este?

¿Se puede separar?

E: no.

P: y entonces ¿Qué hacemos con ese?

¿Se puede separa de la manera más simple o ahí está de la manera más simple?

I: Un estudiante da la respuesta y ella se aproxima al tablero y da una pequeña explicación del ejercicio y lo resuelve.

2. $Log_b (x^3+y)$

P: y este (señala el ejercicio tres)

I: Los estudiantes permanecen callados y ella pasa por los puestos, algunos de los alumnos se paran del puesto y le muestran los cuadernos para saber si el ejercicio que realizaron esta bien o mal

P: entonces ¿Cómo quedo?

(Los estudiantes iban diciendo la respuesta y la docente iba copiando en el tablero)

3. $Log_a(\sqrt{xy}/Z^{3)} = Log_a\sqrt{xy} - Log_a\ z^3$

$=1/2\ Log_a\ xy - 3\ log_a\ z$

$= ½\ (Log_a\ x + log_a\ y\ ) - 3\ Log_a\ z$

I: El profesor se va hacia el otro extremo del tablero y copia:

Ejercicios:

- Hallar x en cada caso:

1. $2^{x+1}=3$
2. $½\ log_2\ (x+1)=2+ ½\ log_2\ 5$

I: Mientras el profesor escribe en el tablero un estudiante interrumpe y le realiza una pregunta y él se la responde, cuando acaba de escribir los ejercicios explica lo que deben hacer con las siguientes palabras:

P: Bueno, cuando nosotros estuvimos hallando los valores de x tratamos de igualar las bases, en cada uno de los casos que hicimos era posible hacerlo, cierto.

E: si

P: pero ¿Qué pasa ahí?

En algunos casos no es muy evidente o simplemente no se pude aplicar a ambos lados de la desigualdad en términos de la misma base. Entonces lo que debemos hacer es aplicar el Logaritmo; podemos aplicar logaritmo en una desigualdad este se puede aplicar en cualquier parte pero obviamente que tenga la misma base en ambos lado.

Vamos a tomar el Logaritmo natural, el logaritmo natural es el que tiene ¿Qué base?

E: los estudiantes responden

I: El docente copia en el tablero mientras explica:

$2^{x+1}=3$ = Tomamos Ln en ambos lados

P: entonces ¿Qué es lo que hace esas propiedades logarítmicas?

I: todos los estudiantes están callados, después de unos segundos se escuchan algunas opiniones

P: este ¿Qué es lo que hace? (señala la propiedad seis)

I: los estudiantes responden.

P: entonces (la docente copia en el tablero mientras explica)

$2^{x+1}=3$ = Tomamos Ln en ambos lados= (x+1) Ln 2= Ln3

¿Por qué lo hice en ambos lados de la igualdad?

E: dan la respuesta

P: porque les dije, puede tomar el logaritmo en cualquier parte, siempre y cuando sea el mismo; si usted toma el logaritmo en base dos acá lo debe tomar en base dos también acá (señala en el tablero) si lo toma con base diez debe ir acá también ese logaritmo.

I: En este momento un estudiante le hace una pregunta y el la responde explicándole en el tablero y después de dar la respuesta vuelve al ejercicio que estaban resolviendo

P: pero si usted decide tomar aquí el logaritmo en base dos de dos para x+1 igual a log en base dos de 3.

¿Cuál es esta propiedad?

E: la seis.

P: si ve que le da eso mismo.

Eso es lo ustedes están haciendo ahí

E: ¿profe, yo no entiendo cuál es la diferencia entre un logaritmo normal y uno natural?

P: no hay diferencia entre un logaritmo normal y uno natural

PROFESOR: P

CURSO: Matemáticas I

PROGRAMA**:** Licenciatura en Matemáticas y física

GRUPO DE ESTUDIANTES: 35

HORARIO: La clase inicia a las 6 y finaliza a las 8 p.m

Ambiente del salón

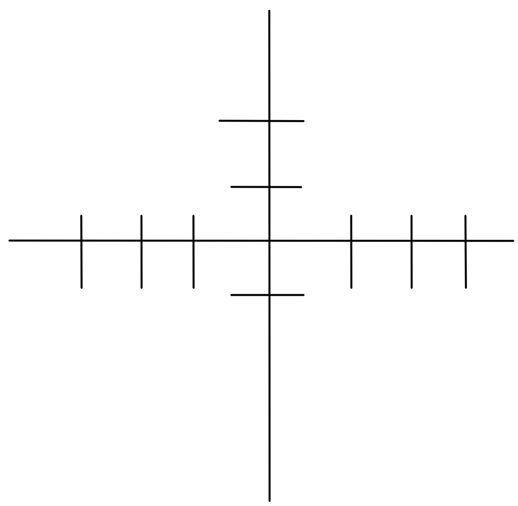
Es un aula con grandes ventanales sobre el lado izquierdo a partir de la puerta de entrada, al frente se encuentran dos tableros de fondo blanco uno al lado del otro. Hacia los ventanales al lado izquierdo del tablero se encuentra un escritorio pequeño y una silla.

El salón está organizado en forma de filas con los pupitres individuales tipo universitario. Es amplio aproximadamente de 6 metros de frente por unos 5metros de fondo. La gran mayoría de estudiantes prefiere ubicarse en la parte delantera del salón más cerca al tablero, quedando la zona de atrás del salón con espacios desocupados.

El curso de matemáticas I del programa en licenciatura y física de la universidad Tecnológica de Pereira inicia con un grupo de 40 estudiantes entre hombres y mujeres que oscilan entre los 15 y los 24 años aproximadamente.

El profesor ingresa a la hora acordada en el horario. Saluda a los estudiantes se presenta y les comenta en forma general como va a desarrollar los temas a través de explicaciones y de ejercicios y sobre todo la importancia de las evaluaciones. La mayor parte del tiempo de la clase se desarrolla contándoles a los estudiantes cómo va a ser el ritmo de la clase, lo importante de la asistencia, los invita a preguntar ante cualquier tipo de duda, los horarios de atención para asesorías de su parte, la existencia de tutores que les pueden ayudar antes de perder.

I : El profesor inicia el primer tema dibujando en el tablero el plano cartesiano y escribiendo la ecuación X+ 2Y -2 = 0
Y= mx + b



P: esta es la forma general de la recta, ahora necesito hallar la pendiente, ¿por qué hallar la pendiente? porque para hallar a la ecuación de una recta es necesario tener…….. hay dos formas entonces veamos punto a punto …. Pendiente
Entonces es necesario tener la pendiente y un punto sobre la recta…

Al ingreso del profesor la mayoría de estudiantes se encuentran en el salón esperándo, la clase da inicio a las 6:00 p.m.
I: El profesor saluda e inmediatamente inicia el tema con identidades trigonométricas, para hallar la diferencia entre una identidad y una ecuación verbaliza la definición da el concepto y luego pasa al ejemplo, escribe la definición en el tablero, y lo va leyendo.

P: yo les pongo este ejemplo no lo copien todavía

I: escribe el ejemplo hace una pregunta y va haciendo la aclaración

P: miren que esta ecuación no es verdadera para todo valor de X en cambio y da el ejemplo: 1/ sec Θ que es 1/ secΘ = cosΘ esto es una identidad

I: El profesor va expresando verbalmente cada parte del ejemplo colocado da otro ejemplo diferente

P: veamos uno donde sea el valor verdadero

I: hace preguntas respecto a las identidades

P: ¿cuales son las tres básicas?

I: el va escribiendo en el tablero es ordenado y las escribe

P: recuérdenme, ¿cuáles son las funciones que se dan de las tres identidades? senΘ, cosΘ, tanΘ

1/senΘ = csΘ identidades reciprocas ustedes se preguntan para qué me servirán esas identidades trigonométricas?, Observemos con bastante detenimiento esta ecuación

I: la escribe y ..

P: esto es una identidad llamada identidad trigonométrica básica, a partir de esa salen las demás y de dónde sale esta? Yo les recuerdo aunque me vuelva cansona

$Sen^2\Theta$ + cosΘ= x/y entonces

I: escribe otra muestra y pregunta y^2 $/r^2$

¿y la ecuación?

P: Y eso ¿de dónde lo sacamos?

I: acude a otros conceptos les recuerda que va en sexta identidad básica pitagórica los estudiantes que se encuentran en la parte delantera copian y los de la parte de atrás del salón conversan y se explican entre ellos un ejercicio anterior, ella se desplaza y vuelve al tablero hace preguntas e invita a los estudiantes a resolver el ejercicio, sus gestos son agradables y se muestra amable.

Al inicio de la clase explica sobre el quiz, algunos estudiantes refutan con la pregunta desde otra ecuación llega a la identidad numero 7 sen Ө/senӨ + cosӨ/senӨ= 1/sen

P: recuerden que cuando ustedes falten a una clase es su responsabilidad desatrasarse

I: le pregunta a un estudiante ¿qué le pasa porque esta bravo?

E: porque es difícil

I: el profesor no le dice nada y continua con la identidad 8 en el tablero y va preguntando al tiempo que escribe que es? Y esto? Y va escribiendo

P: ahora vamos a ver como identificar cuáles son identidades y vamos a verificar las desigualdades

I: toma un cuaderno que tiene en el escritorio escribe un ejercicio en el tablero lo deja y paralelamente entrega un parcial.

P: listo muchachos vamos a verificar la identidad 8 quiero que me pongan mucha a tención que se graven esto. No es una ecuación es una identidad y ya nunca más van a pasar de un lado al otro que quede muy claro

I: ella inicia a elaborar preguntas

P: Qué significa trabajar para lado que a partir de las identidades básicas que uno se las debe saber ¿Cuál es el lado más fácil?

1.tanӨ+ cotӨ = $\sec^2$ Ө . cot Ө

sen/cos= tang entonces tanӨ + 1/tangӨ = Sec^2 Ө. Cot Ө

entonces hagamos una cosa conviertan solamente la tangente

I: el profesor lo escribe

P: esta es la manera correcta de escribir

I: hace el reemplazo a partir de la observación de la identidad 8, ella hace una pregunta y un estudiante le responde.

P: ¿es claro para todos, eso? Yo lo puedo separar en factores como un producto de dos factores

I: borra el tablero para iniciar nuevamente, coloca otro ejemplo en el tablero, y pregunta cuál lado resolvemos? Inmediatamente ella da la respuesta,

P: el más difícil

I: al tiempo una estudiante dijo lo mismo. El profesor lo va escribiendo y lo hace todo, se sienta y espera que los estudiantes copien, algunos charlan y la mayoría copia del tablero.

2.$Tang^2\ \Theta + 1/\ tang\Theta = sec^2\ \Theta.\ cot\Theta$

$Sec^2\ \Theta\ /\ tang\Theta = sec^2\Theta.\ cot\Theta$

$Sec\ ^2\ \Theta/1.\ 1/\ tang\Theta = sec^2\ \Theta\ .\ cot\Theta$

SM: los que terminaron inicien con el otro ejercicio

I: en el tablero esta

3.$sec\Theta - cos\Theta/\ csc\Theta - sen\Theta = tan\ ^3\Theta$

I: entrega otro parcial el estudiante saco 1, El profesor espera sentado en su escritorio, los estudiantes están conversando, otros se miran, otros trabajan, otro mira con detenimiento un libro. Se levanta y escribe sin decir nada otro ejercicio el 4 dado que

$tan\Theta = ½$ y $sen\Theta < 0$, determinar $cos\Theta$

P:¿ya la están trabajando? ¿Qué lado están trabajando?

I: Se levanta y se acerca a un estudiante que estaba leyendo un libro, se le acerca a otro y le pregunta

E: y esto porque?

I: otros estudiantes la llaman el se acerca, con una sonrisa y les ayuda haciéndoles una pregunta, otra estudiante y la toca y le hace otra pregunta.

P: bueno ya terminaron, verifiquemos esta identidad, alguien que haya hecho ¿me quiere decir?

I: pasa un estudiante, escribe en el tablero y va hablando lo que escribe, el profesor lo mira, no dice nada se levanta y borra el tablero

P: y ese ejercicio 4 que? Para resolver ese ejercicio quiero que se devuelvan un poquito a la gráfica,

I: hace la explicación a medida que resuelve el ejercicio, ahora despejemos aquí la secante, cómo lo hacemos?, un estudiante inicia a responder y el continua hace gestos al verbalizar sobre las preguntas.

P: ¿no hay preguntas? Los que terminaron inicien con el otro ejercicio

I: porque era importante la gráfica que les solicitó al principio.

----

6 p.m.

Nota**:** al iniciar estaba explicando que el quiz era parte del 20% con la tarea y que la próxima clase habría parcial.

1. Listo vamos con otro de la compuesta, hagan esto: h(x) = 1/x + 6 hallar f y g tal que $(f \circ g)_{(x)} = h(x)$.

Esta mirando de una hoja y va copiando el ejercicio.

2. Determine g(x) de modo que $(f \circ g)_{(x)} = 2x + 7$ siendo f(x)=5x – 3
Y esta otra va copiando en el tablero, sea f(x) =8-5x determinar g(x) de modo que $(f \circ g)_{(x)} = x$
I: Los estudiantes empiezan a resolver. La distribución de los estudiantes en el salón no permite que ella se desplace ni que se acerque, solo lo puede hacer con los que están adelante. Un estudiante se acerca a preguntar, le señala diciéndole esto está bien y le va leyendo lo que él escribió; mire a ver si le da.
P: usted dice que va a calcular entre esta y esta.
I: El profesor habla en voz suave y le explica a los tres estudiantes que se encuentran sentados en la parte delantera del salón. En el tablero esta la nota del tutor y el horario de atención. Algunos estudiantes hacen el ejercicio y otros conversan, otro estudiante pasa al frente donde se encuentra el profesor y este le señala.
P: ¿y qué va a calcular?
I: Pregunta en voz alta.
P:¿Alguien ya termino por aquí?
I: Vuelve a bajar su tono de voz y a preguntar a una estudiante de la primera fila. Le dice: “escríbalo”
P:y esa es f(x)?
I: Vuelve y la busca el primer estudiante,

P: ¿cuánto le dio? Bueno usted me dice que…

I: EL profesor pasa al tablero en una esquina, les explica en voz suave a esos dos estudiantes que le preguntaron. En el mismo instante hay un estudiante explicándole a otros 3 compañeros. De repente, se escucha en voz alta.

P: Bueno muchachos, ¿quién podría ser la función más interna?, ¿sería algo más 6?

I: empieza a resolver la primera,

P: ¿quién es lo más externo y la más interna? ¿ La que me lo va a cambiar?.

I: Escribe en el tablero

$F(x) = x+6 \quad (f \circ g)_x = f\,(1/x) = 1/x + 6$

$G(x) = 1/x$

P: Ahora en el 5 solo me piden hallar una función que no se cual es y me piden que haga la compuesta entre esta función que conozco.

I: Voltea su cuerpo totalmente y vuelve a mirar al grupo sonríe y escribe en el tablero

$F(g_{(x)})$

P: hagan la compuesta 1° compóngalas manejen a gx así donde vaya a quedar usted la pasen así,(va mostrando en el tablero) así que van a reemplazar a x y porque pregunta por la función que van a encontrar; así como si estuviéramos hallando j(x), f(..)……..

P: ¿Ya copiaron el horario del tutor? Él no dejo el salón averigüen en la licenciatura I: Vuelve a mirar en forma individual a algunos estudiantes y sonríe.

Continúa en el tablero

$F(g(x)) = 2x + 7$

P: Pongan atención que el compañero les va a explicar cómo es el ejercicio.

Esta diciendo que el resultado es 2x + 7. Yo hice fue que la pregunta es buscar a g(x)

Explicación del primer estudiante: el estudiante pasa sin hablar y escribe en el tablero.

5(g(x))-3 = 2x + 7.

5gx = 2x + 10

gx = 2x + 10 / 5

gx = 2x /5 + 2

Ahora:

F(2x/5 +2)

5(2x/5 +2)-3

2x+10 -3=2x+7

P: Él hallo la función y comprobó que efectivamente hacer la composición entre dos funciones era igual a f(x). Vamos a hacerlo más organizado.

I: Hay algo muy especial, los estudiantes que entienden le explican de manera inmediata a sus compañeros. Una niña se me acerca y me pregunta ¿usted entiende? Y ella me dice, yo no entiendo nada y se sale del salón. El profesor no dice nada respecto a la salida del estudiante.

P: Ojo con esta, cuando hago la compuesta de estas dos funciones y esto lo igualo (señalando el tablero) por ahora hagamos el ejercicio.

¿Quién será el compuesto?

(f o g) (x) = f(gx) = 8-5g(x) =x

g(x) = x-8/-5 intercambio, eliminar el signo.

g(x) =5-x/5

Muchachos una recomendación, acostumbrémonos a llamar las cosas por su nombre, aterricemos ahí, no decir la cosita esa que es lo que estamos haciendo acostumbrémonos a las expresiones. Les voy pedir que se organicen lo más separados que puedan para que… levantemos la silla por favor.

I: Los estudiantes se organizan en filas, ella entrega una hoja blanca para pasar.

P: Son dos puntitos con a, b, c y d

I: los escribe en el tablero y se ubica en la parte de atrás del grupo, se sienta y observa a todos. El grupo trabaja su quiz en silencio, inicio a las 7:15, una hora después de iniciar la clase. Un estudiante le dice: ¿puedo preguntar algo?

P: Sí

I: El estudiante le pregunta y él lo ubica en lo que está haciendo leyéndole lo que hizo

P: pero no me deja ver, párese a este lado, le estaba tapando al grupo.

I: El profesor se levanta y camina entre las filas, y su rostro muestra tranquilidad.

Una estudiante llega tarde y el profesor le permite hacer el quiz, la ubica en un puesto; continua de pie vigilante desde la puerta.

Un estudiante termina, entrega, el pregunta ¿listo? Y él se va.

Otro estudiante llega tarde se excusa y entra a realizar el quiz. Es un grupo de 35 estudiantes. Una estudiante llama le pregunta algo, el profesor se acerca y da respuesta. A los 20 minutos empiezan la gran mayoría a entregar, el profesor está con un estudiante el cual le está contando cómo hizo un ejercicio la semana pasada y le pregunta por los temas del parcial.

Cuando ellos le preguntan, el profesor los ubica con algún termino, ¿la distancia, cierto?

QUIZ.

1. a. $y=2+\sqrt{2x-x^2+3}$, halle el dominio
   b. $y=2+\sqrt{x-1}$, halle el dominio

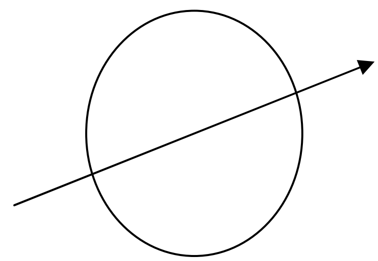
2. Halle la ecuación de la circunferencia que tiene en el centro sobre la recta $y=x+1$ y que pasa por los puntos (1,4) y (5,2) un estudiante pregunta esos puntos hacen parte de la recta?

P: esos puntos son de la circunferencia ilustra gráficamente.

A los 15 minutos de haber iniciado les hace una aclaración en el tablero

P: !ojo¡ recuerden la definición de circunferencia, por favor.

I: les dibuja la circunferencia



Hace una raya y escribe: hallamos los cortes con el eje x haciendo $f(x)=x^3-3x=0$

$X(x^2-3)=0$

X=0 y=√3, x=√3

I: va llenando el tablero y va borrando

P:Ustedes van a hacer esto, este que está más difícil.

Si $f(x)=x^4/4-x^2/2$ halle los intervalos donde f es creciente o decreciente

Si la f no es continua en ese punto de la función.

I: El grupo se encuentra bastante disminuido, se le pregunta al profesor por qué y me dice que la mayoría ya cancelaron solamente quedaron 16 estudiantes de 40 entrega un qüiz Les fue muy regular (les pregunta) ¿muchachos que les está pasando con los quices?

I: Ellos ríen un momento y el profesor espera a que sigan resolviendo el ejercicio, con esta clase faltarían dos clases más, miércoles y jueves y terminan, el parcial final esta propuesto para el martes primero de junio. El sigue y pregunta por el ejercicio que les puso y lo explica en el tablero

E: Profe si el creciente no se hace en la derivada?

P: yo les he dicho muchas veces no den toda la vuelta porque ya tienen todas las propiedades

I: El profesor responde y continúa preguntando ¿Cuántos intervalos vamos a tener allí?

P: Siempre que tengan un cociente o un producto les queda fácil ahí.

¿Qué más necesitan para graficar?

Responden los cortes

$F(x)=1/4*4x^3-1/2*2x=x^3-x=0/x(x^2-1)=0$ x=0 o, $x=\pm 1$

- + - +

-1 0 1

Para los cortes

$X^4/4-x^2/2=0$

$X^4/4 = x^2/2$

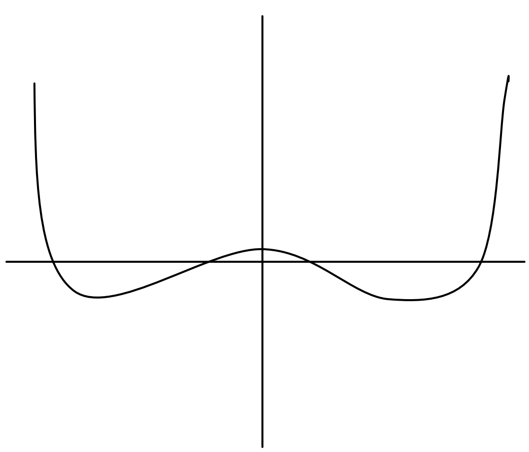
$2x^4 = 4x^2$

$2x^4 - 4x^2=0$

$2x^2(x^2-2)=0$, $x=0$ $x\pm\sqrt{2}$

Además F(0), F(-1)=-1/4, F(1)=1/4

Cómo es la gráfica

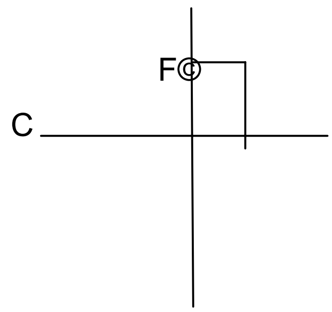


No quiero que se confundan (va mostrando la gráfica). Acuérdense que son curvas suaves no hay picos. ¿Cómo hacer para hallar los valores de los máximos y los mínimos?

Ahorita si vamos a entrar en la recta final de esto. Miren que casi siempre cuando escribimos un titulo en el tablero ya hemos hablado de eso pero aun no lo hemos definido, vamos a formalizar.

Tenemos que decir cuando tiene un máximo y cuando tiene un mínimo para poder definir qué decir de un punto en particular.

F tiene un máximo en x= c si F© (ósea la función calculada de ese valor) es el mayor valor que toma la función, en otras palabras como lo podríamos decir? < >



Para cualquier x cómo es f©? es decir >

De igual manera para decidir si la F tiene un mínimo en x=0 si f© es el menor valor que toma la función, es decir, f© es menor o igual que f(x)

El ritmo de este curso es muy acelerado por eso si perdemos una clase es grave.

Porque hay asíntota vertical en TT/2

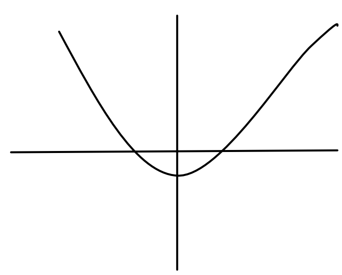
I: les hace la conexión con la función de la tangente

Y=tan x

No tiene puntos máximos y mínimos entre –TT/2 y TT/2

I: Hay estudiantes que le explican a otros estudiantes

Ejemplo: $Y=x^2$ No tiene máximo pero el mínimo esta en x=0 y tiene el valor de 0



I: El se queda callado y escribe un ejercicio en el tablero

P: Hallar el máximo y el mínimo de $F(x)=1/3x^3+1/2x^2-2x$ en (-3,4)

¿Cómo se llaman los puntos donde están los máximos y los mínimos?

Puntos críticos.

I: Se observa que la constante de la clase es teoría – resolver un ejercicio – teoría – explicación con un ejercicio. Hoy les hablo de un final con aplicación. El pone un ejercicio después de la teoría espera a que ellos lo resuelvan y luego vuelve a explicar con base en la solución recurriendo a la teoría. Siempre acude a la teoría relacionada con el tema dado.

P: ¿quién realizó el ejercicio dos?

(Pasa un estudiante al tablero y empieza a resolver el ejercicio mientras explica con lo que realizó con las siguientes palabras:

E: como acá nos dicen que los valores tienen que ser mayores que cero vamos a hacer solo los intervalos.

(Escribe en el tablero)

(2x- 1 / x+2)

2x-1 /x+2 > 0   x=1/2   x=-2

+++----++++++

-2   ½

Df= (-∞-2) U (1/2 ∞)

I: El profesor interrumpe con las siguientes palabras:

P: no podemos tomar a ½ cierto, porque se hace cero. Ahí tenemos un producto.

(Escribe)

(x+2) In x =0

Entonces qué valores de x nos dan cero.

E: profe esa todavía no.

P: ¿dónde van? Ahhh bueno

(Escribe)

F(x)= In (1x – 1I/2x-1)

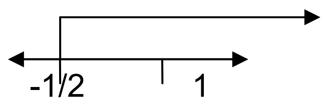
x-1 / 2x-1>0

¿Para qué valores de x se restringe la función?

E: 1

P: Bien entonces el 1 no va a estar en el dominio, cierto, es decir, esto va a tener sentido de 1,5 hasta el ∞ cierto.

(Escribe)



P: Por lo tanto hay que excluir el 1 porque la función no llega al 1, cierto, y el dominio será (Escribe)

Dom F: (1/2, ∞) - {1}

Entonces, resolver, escribe:

In x /x=0

¿Cuántos valores de x van a encontrar?

E: 1

P: uno cierto, entonces lo que tienen que hacer es mirar en la definición y determinar para qué valor es cero.

(Escribe)

In x / x = 0   = x=1

Ese es el único valor que hayamos y será logaritmo natural de 1 sobre 1 y el 1 está dividiendo todo

(Escribe)

In 1 / 1 = In 1 =0

¿Qué valor no podría tomar?

E: cero

P: bien, ¿Cuáles si podrá tomar?

E: los demás.

P: ¿y negativos también?

E: si

P: Claro, porque el cociente será positivo.

¿Alguien resolvió el otro?

E: profe son las 7:55

P: Ahhhh, Bueno mañana seguimos.

I: Ingreso a la clase cuando ya han iniciado en ese momento el profesor está explicando

P: si lo vamos a ver antes de ver las funciones polinómicas, necesitamos saber cuál es la forma general de un número complejo vamos a ver las operaciones básicas solo vemos eso porque es lo que necesitamos, parte de raíces complejas

Recuerden que el primer parcial es en la cuarta semana, les propone un quiz para el viernes

I: el se ríe y todos los estudiantes le piden que cambie la fecha, sonríen en general.

P: yo les quería como mirar cómo están con lo del algebra, me interesa que sepan las funciones en los libros hay varias y me interesa cómo hallan los dominios, ustedes verán el viernes o el martes ahora me dicen piénsenlo. Bueno allá sabemos que no puede toma r el valor pero…..

I: el sonríe señalando y pregunta

P: ¿puede tomar valores negativos?

I: mostrando h(X)= 7/x

P: ¿de qué otra manera puede decir o expresar la idea de que X no puede tomar el valor de cero? Que la función no está definida en cero decimos que el dominio de h: R-{0} lo escribimos utilizamos la llave, si es un solo punto es solamente 0 el que no está en la función,

I: el explica lo que sucede cuando está en forma de intervalo y arranco con esa función

Dominio h: R-{0}

Rango h:

P: entonces cuál es el dominio? El rango es el mismo conjunto.

I: un estudiante le pregunta qué pasa con el rango

P: cualquier valor para h(x) y para valores mayores a x el valor se hace más pequeño ¿Qué pasa con esta función?

F(x)= -3x + 8 fácil porque es lineal la representación en el plano cartesiano es cuál?

Hay algún valor que x no puede tomar aquí x puede tomar el valor de 0 o valores negativos, entonces para un valor negativo de x f(x) toma un valor para un valor positivo de x la imagen en un valor + - pero puede tomar cualquier valor cuando tomará esa función el valor de 0 entonces es cuando

$-3x+ 8 = 0$

$-3x = -8$

$X= 8/3$

Entonces cuál es el dominio? Todos los R cuál es el rango de esta función?

Los R

I: en ese momento ella pasa al escritorio y mira el libro y dice

P: ¡Ah! No hemos terminado. Tienen un ejercicio.

I: ella vuelve al tablero y escribe

P: hallar el dominio de f(x) = √x+1/x-1

I: Un estudiante se acerca y le dice

E: hay¡ profe ya sé cómo hacerlo,

I: ella lo mira se ríe y le pregunta

P: ¿cómo?

E: bueno profe una partecita

I: los estudiantes murmuran e intentan hacer el ejercicio, el en su escritorio atiende al que se acerca a preguntarle algo, luego pasa al tablero y pregunta:

P: inicialmente cómo tiene que ser lo que está dentro del radical?

I: en el tablero se encuentra

Dominio f(x) : (1,&)   R – {0}

R^+ -{1}   R-{0,1,-1}

El profesor sale un momento del salón y les dice

P: revisen ese dominio por que tienen un error allí

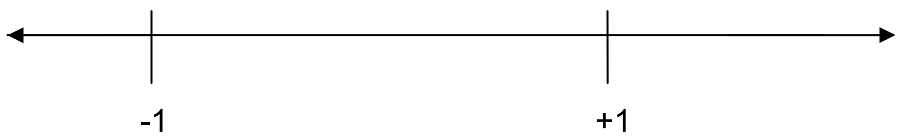
I: el grupo sigue trabajando mientras él sale y regresa rápidamente, los estudiantes siguen trabajando.

P: bueno muchachos ustedes ya lo resolvieron?

E: todos los reales menos 1?

P: bueno vamos a salir de la duda, entonces comencemos por lo más sencillo, la raíz puede ser ≥ 0, ahora… ¿cómo debe ser lo que está dentro del radical para que tenga sentido?

$\sqrt{x+1/x-1} \geq 0$ $x+1/ x-1 \geq 0$ para mirar la desigualdad tengo que mirar cuales son los valores la raíz de cero está definido, cero no puede ir en el denominador, denme un valor entre menos infinito y menos uno los que van a estar en el dominio -1 ahora miremos si los de este intervalo satisfacen la igualdad.



O sea que los que viven aquí

I: El profesor señala el espacio entre +1 en adelante

P: satisfacen la desigualdad

Dom f: $(-\infty,1]$ U $(1,\infty)$

Entonces yo les aconsejo que solucionen la desigualdad este método se llama análisis de signos

E: ¿y el método del cementerio?

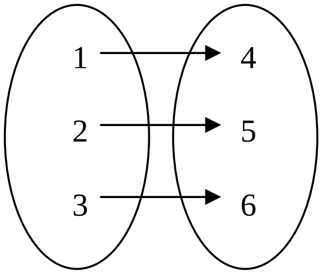
P: es más largo entre -1 y 1 hay infinitos reales

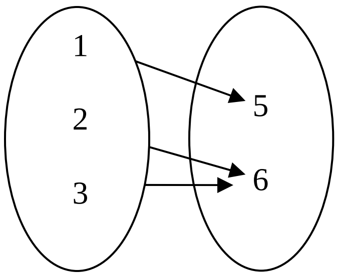
I: el borra todo el tablero y pregunta entonces ¿cuando el quiz?

E: profe el martes en la última media hora de clase

I: sale nuevamente del salón un segundo y regresa a borrar el tablero, el ambiente del salón es pacífico.

P: aquí no terminamos de hallar dominios durante todo el curso vamos a hallar dominios, cuando hablamos de relaciones les mostré.





Estas dos son funciones, entonces ya dijimos cuando una relación es función. Hay funciones que tienen ciertas características entonces vamos a definir

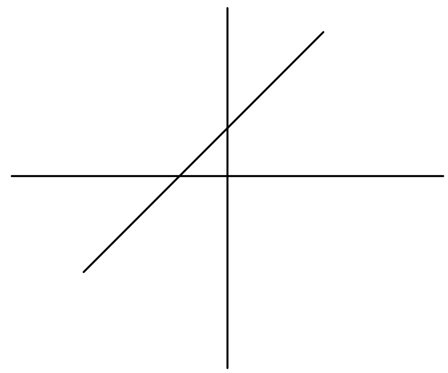
Funciones especiales. Perdón son particulares por que las especiales son otras dos. Entonces, una función uno a uno o inyectiva entonces decimos que una función cualquiera es inyectiva si para cada elemento del recorrido, o sea, cada elemento del conjunto imagen es imagen de un único elemento del conjunto. ¿Cierto?

I: Señala el primer dibujo y la nombra como inyectiva

P: por ejemplo Y= 3x +1 cada x me da solo un Y

I: El profesor vuelve y repite la definición mostrando la ecuación

P: bueno tratemos de graficar esta función



Hay otra forma de saber cuántas veces corta la recta la línea imaginaria -----------

E: profe una recta horizontal es una función?

P: el dominio siempre es Y? se acostumbra a llamarlo así por conveniencia

La segunda función sobreyectiva entonces vamos a escribirlo si cada elemento del recorrido es imagen de por lo menos un elemento del dominio entonces las dos son diferentes, en que radica la diferencia? Por ejemplo

I: se rasca la frente y piensa un momento

P: tomemos esta función Y= x+2 esta recta grafiquemos

Cuál es el dominio? R

Cuál es el rango? R

Entonces es sobreyectiva pero además es uno a uno también es inyectiva

Finalmente cuando encontramos que una función es inyectiva y sobreyectiva hablamos de la tercera la biyectiva que es inyectiva y sobreyectiva

E: Profe no entiendo la diferencia?

I: El profesor vuelve y explica usando la gráfica, ante una inquietud de otro estudiante el profesor le recuerda y le aclara y lo escribe en el espacio donde está ubicada la segunda función la sobreyectiva, una función es sobreyectiva si el rango coincide con el codominio de la función entonces ahora su inquietud

I: El profesor sigue respondiendo la inquietud de la diferencia repite lo mismo que ha escrito.

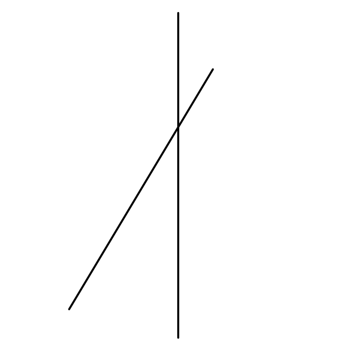
P: ahora ustedes me van a decir cómo son estas funciones

I: El profesor toma el libro que utiliza que se encuentra sobre el escritorio y pasa al tablero con el abierto y va copiando los ejercicios:

a) $f(x) = x+1$ b) $g(x) = x^2+1$ c) $f(x) = x^2$ d) $f(x) = x$

el profesor se sienta y los estudiantes permanecen en mucho silencio inician el trabajo, se escuchan algunos murmullos el profesor revisa unas hojas, una estudiantes preguntan si tienen que mirar el dominio y el rango para la sobreyectiva? El profesor le responde que si, vuelve y toma una posición pensativa con la mano en su cabeza, mira de vez en cuando hacia los estudiantes y sonríe, otro estudiante se acerca a su escritorio y le muestra uno de los ejercicios, le cuestiona y él cae en cuenta del error y pasa a su pupitre, inmediatamente el profesor se pone en pie (pasaron más o menos 5 minutos) se ubica de pie frente al tablero y va solucionando cada uno de los ejercicios hace el a, el b y se acaba la clase.

a) uno a uno sobreyectiva

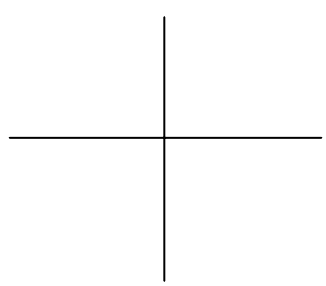


b) no cumple con el criterio de la recta horizontal entonces no es inyectiva es sobreyectiva? El rango coincide con el codominio.

$Y = x^2+1$

$X^2 = y-1$

$X = \sqrt{y-1}$



Y -1≥ 0

I: AL finalizar el tiempo de clase de inmediato los estudiantes se retiran del salón así el tema no haya terminado. Dos estudiantes del total se acercan a preguntarle algo. La gran mayoría se despide y el profesor sonríe.

P: bueno hoy vamos definiendo cosas

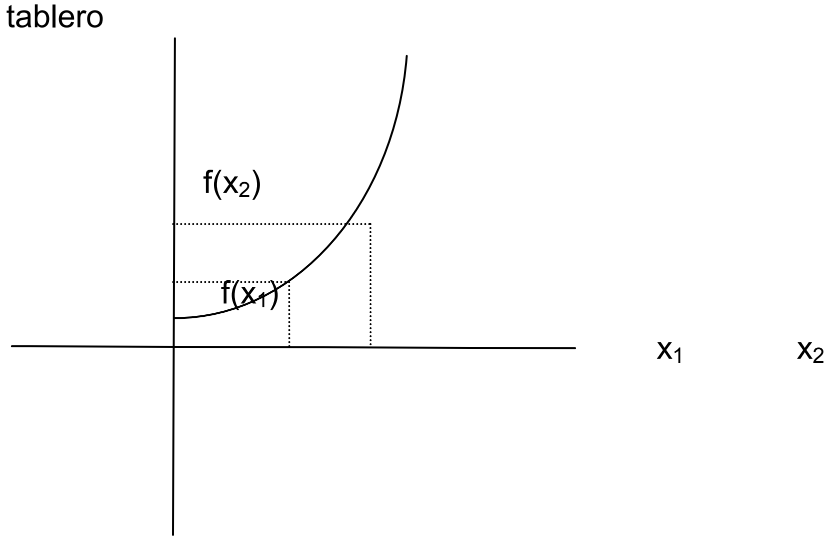
Dónde puede estar el máximo y el mínimo si la función tiene un intervalo donde puede estar?

I: En ese instante responde

P: O que estén en el extremo del intervalo o en el punto crítico entonces función creciente les voy a dar un ejemplo para definirla pero vamos a restringir su dominio a un intervalo resulta que para cualquier X_1 y cualquier X_2 con $X_1 < X_2$ cómo es la imagen de x_1 con respecto a la imagen de X 2

E: menor

El profesor escribe en el tablero

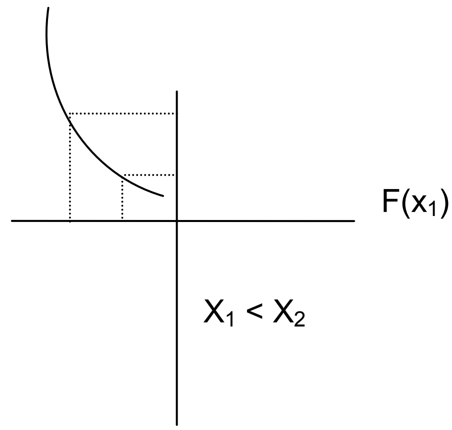


Se dice que una función es creciente y decreciente si para todo $x_1 < x_2$ en (a,b) se tiene o se cumple que $f(x_1)$ sea menor que $f(x_2)$.

(Cuando llega aquí borra)

Pregunta: cómo puede definir una función decreciente, escríbanlo siguiendo este modelo… (Espera un momento) listo ¿ya la escribieron? Tomemos esta misma función

Dibuja en el tablero: Los valores que toma la función para todos los X en el intervalo



El menor es el que me da el orden en los reales, es decreciente en (a,b) si para todo x_1 es menor x_2 en (a,b).

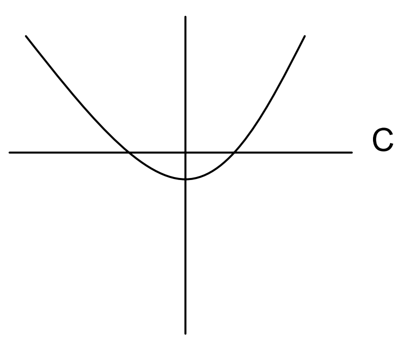
Se tiene que $f(x_1) > f(x_2)$ Recuerden que $-x^2$ es diferente a $(-x)^2$

Ojo miren tenemos el criterio de la primera derivada para mirar si la función es creciente o decreciente.

I: El sigue explicando

P: es decir, si el punto es – en el intervalo es decreciente (el mueve las manos)

(El dibuja en el tablero)



P:¿Qué es lo que está pasando con la pendiente es creciente o decreciente? Estas pendientes son decrecientes porque vienen de izquierda a derecha.

I: Luego dibuja y explica, mueve sus brazos y hace énfasis para que no se les olvide

Vamos con esos criterios

- Criterio de la primera derivada: para decidir si F es creciente o decreciente en un intervalo (a,b) ¿Cuáles son las tres posibilidades?

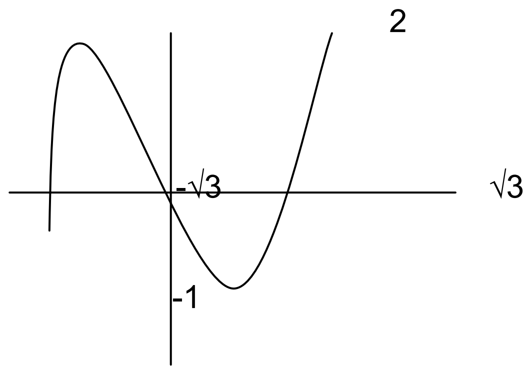
Si f es una función derivable en (a,b) entonces:

a. Que f(x) sea + > 0, si es + un el intervalo, decimos que es creciente en el intervalo (a,b)
b. F(x)<0, F es decreciente en (a,b)
c. F(x)=0, F es constante en (a,b)

I: Explicó que era constante
P: Esto para todo X (todo lo que escribimos) en el intervalo (a,b) por ejemplo…..por ejemplo (pensándolo) (tiene un cuaderno y mira para seguir explicando)
P: Y ¿cómo hacemos para definir esos intervalos? Miren muchachos tenemos una función… Cuando derivamos la F podemos hallar los valores que hacen que F (x)=0.
¿Podemos hallar los ceros de esa función? Lo que nosotros queremos mirar es donde F es creciente o decreciente.
Si vamos a utilizar el criterio de la primera derivada debemos derivar los puntos críticos de F que me definen los intervalos; pero lo primero es derivar la función para determinar esos intervalos.
$F(x)=3x^2-3=0$ Para qué valores de X esto es=0?
X=±1
¿Cuáles son los puntos críticos de la función? -1, +1 ¿Por qué?
Cómo se yo ese criterio…
I: Para y retoma el ejercicio. Dibuja en el tablero y escribe las preguntas

-1 +1

No se puede graficar?
Que más necesita?



I: Se llega a la observación y ya ha iniciado la clase.

P: La inversa de la función dada, entonces yo les quiero preguntar si hay claridad hay en ese punto, son tres cosas que hay que hacer en ese punto:

Primero, verificar la función del 1, entonces ustedes tienen que buscar la definición de función directiva y luego buscar la función inversa de otra función, decíamos que una función es 1=1 si solo si esta todo en x diferente de y entonces:

f(x) es diferente de f(y)

Que sería algo similar a decir que si X=y; si f(x) = y entonces x=y.

Ustedes en el paralelo pueden comprobar o designar si esa función sea un ovalo

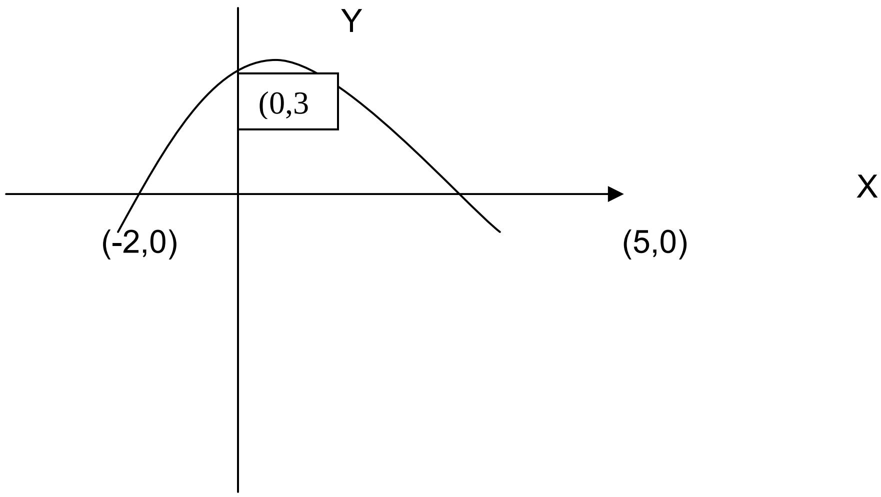
En el segundo punto hay que hallar un punto de correspondencia para hallarlo acostúmbrese n a hacerlo por la definición no despejando la variable y; ese es el ejercicio que quiero que hagan con ese punto.

Y por último, entonces verifiquen o comprueben que la función de ustedes allá, si es realmente la inversa de la dada; esto como lo comprueban, pues haciendo la compuesta entre la función que ustedes hallaron, que es la inversa, y la función original, haciendo el compuesto de -1.y eso debe ser igual en los dos casos a x.

Si tienen alguna duda con el curso, entonces en las horas de asesoría entonces lo miramos. Para finalizar vamos a mirar el siguiente punto:

En el tablero:

Se tiene la gráfica de y = f(x-1)+1



Esta es la grafica de una función que está desplazando una unidad a la derecha y que está desplazando una unidad hacia arriba, según los criterios de desplazamiento. Entonces si esa es la función desplazada, grafique entonces la función original.

I: Copia en el tablero

f(x)

P: Ó sea en dónde estaba esta función antes de desplazarse, antes de correrla hacia la derecha y hacia arriba.

Entonces, yo le pongo este ejemplo:

Si yo estoy aquí parada y yo soy la función original, yo soy la función f(x)

Entonces digo a f(x) que es la función original, yo la voy a desplazar una unidad a la derecha y una unidad hacia arriba

I: el profesor hace los movimientos con su cuerpo

P: Si yo quiero volver a la función inicial ¿qué debo hacer?

I: Un estudiante participo

El continúa la clase diciendo,

P: devolverme cierto, entonces me devuelvo una unidad y corro una a la izquierda

I: el profesor hace el movimiento con su cuerpo

P: Esto es un poco lo que nos muestra la gráfica. La gráfica que vamos a trabajar es una grafica que tiene una unidad abajo con respecto a esta (señala la gráfica) y una a la derecha con respecto a esta (repite esto dos veces, señalando la gráfica) Y entonces ¿cómo quedaría la grafica original?

I: Un estudiante responde y él lo ayuda señalando la grafica y especificando lo que él dice

P: Entonces cada punto de la grafica va a estar corrida una unidad hacia abajo y una unidad a la derecha.

I: Los estudiantes sacan el cuaderno y empiezan a copiar y a hacer el ejercicio. Muchos lo hacen de manera individual pero la mayoría lo realizan en parejas. Pasa por todos los puestos y resuelve las preguntas que tienen los estudiantes. Después de unos minutos empieza a explicar:

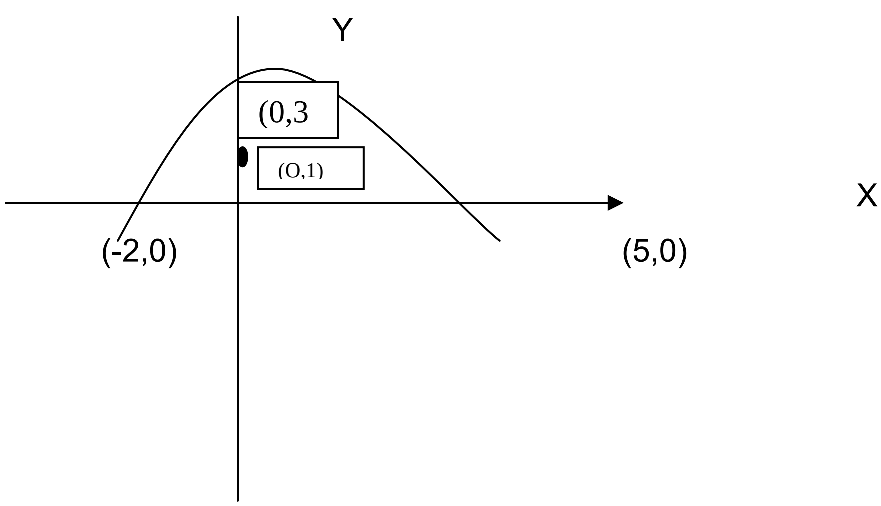
P: Bueno entonces, a ver

I: Señala la grafica que tiene en el tablero y señala un punto en específico

P: Si vamos a bajar una unidad entonces este punto que es (0,3)

¿Dónde va a quedar?

I:Los estudiantes responden



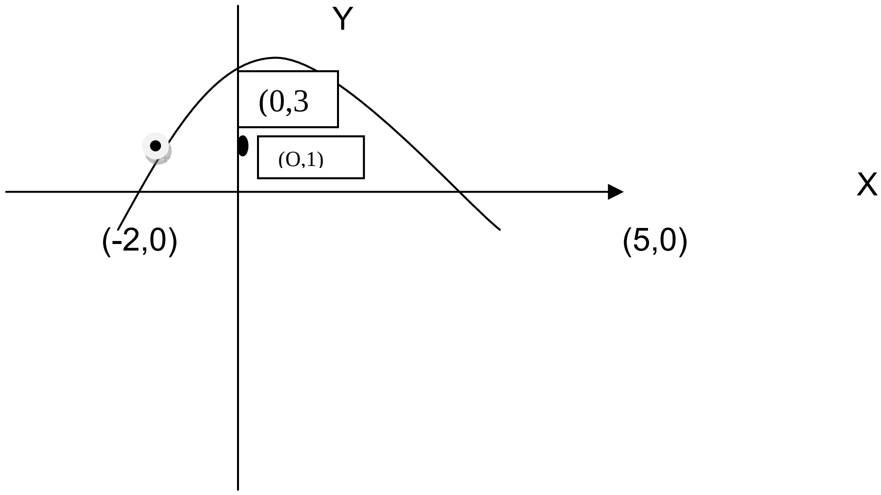
Y luego la corro hacia la izquierda.

E**:** una unidad

P**:** Si una unidad

I: Continúa señalando la imagen

Entonces como queda, por acá. (hace el punto en la grafica)



Este punto (señala (5,0)) dónde queda, si lo quiero bajar?

I: Espera un momento y los estudiantes responden

P: Y si lo corro una unidad hacia acá (señala la izquierda)

I: Los estudiantes responden.

P: Y este ¿dónde queda si lo bajo una unidad?

I: Señala el punto (2,0). Una estudiante responde.

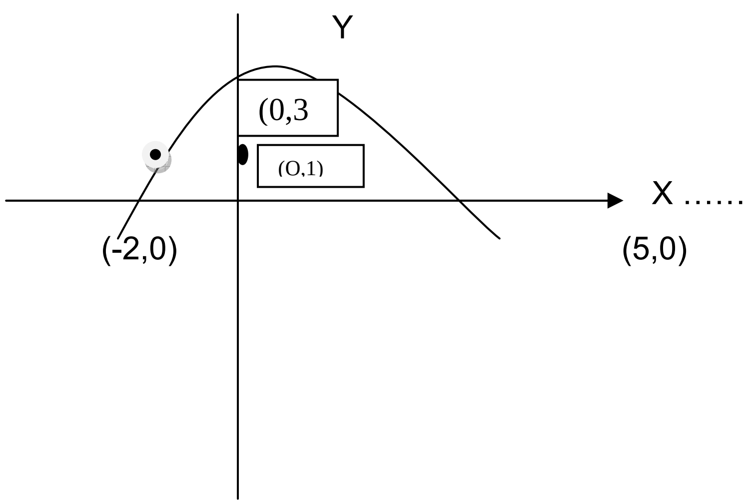
P: Y si lo corro una unidad

I: señala hacia donde debe correrse. Los estudiantes responden

P**:** Entonces, cómo me queda la grafica?

I: Los estudiantes le dicen cómo debe quedar y ella lo grafica en el tablero.

P: Entonces, cómo queda, por acá. (hace el punto en la grafica)



P: Y así que da la grafica, corrida una unidad a la izquierda y una unidad hacia abajo. Esta es la grafica y=f(x)

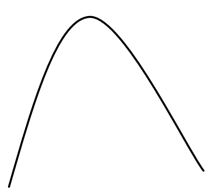
I: Pasa por todos los puestos mirando el trabajo de los estudiantes

P: Entonces sigamos con graficas

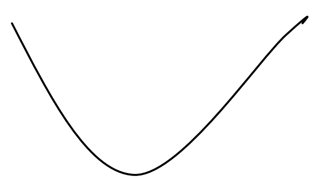
I: Dibuja en el tablero

P: Esta es la gráfica de una función polinomia, vamos a seguir haciendo graficas de función polinomia. Como ustedes ya saben, hallar los ceros de los polinomios, es decir, en otras palabras, hallar los cortes de la función con el eje x y también saben hallarlos con el eje y, entonces como ustedes ya saben eso, …Ustedes teniendo los cortes de la función y la función ; esto es parte fundamental para hacer bosquejo de la gráfica, y decimos que bosquejo porque lo que vamos a hacer no es una grafica exacta. Lo que vamos a hacer es graficar unos puntos por los cuales pasa la curva de la función polinómica, recordando que la grafica de una función polinomica, es una grafica de una curva suave que no tiene tipo ni esquinas, sino que es una curva suave. Bueno, que debemos tener en cuenta para hacer un bosquejo de una función polinomia: Debemos tener en cuenta algo que se llama concavidad. Puede haber dos tipos de concavidad, una donde la grafica queda cóncava hacia abajo, y la curva tiene alguna forma en algunos intervalos, entonces decimos que la grafica es cóncava hacia arriba.

Como hacemos nosotros para saber, como se determina de una forma analítica si la curva es cóncava hacia abajo o cóncava hacia arriba

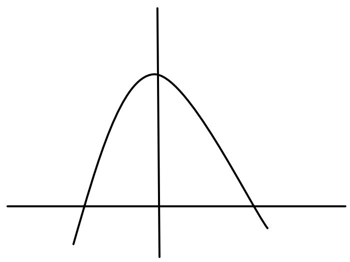


Cóncava hacia abajo



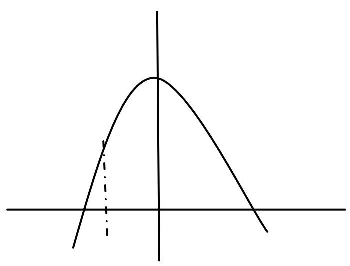
Cóncava hacia arriba.

Para esto hacemos un eje así (lo hace en el tablero)



I: Un estudiante viendo la gráfica de la respuesta.

P: Entonces podemos ver que más o menos por aquí (señala un punto del eje x) recorriendo la gráfica de izquierda a derecha como siempre lo hacemos, obtenemos un f(x),



Para un f(y), más para la derecha.

Luego que f(x) es como con respecto al f (y)?

E**:** Mayor

P**:** Y habrá un punto por aquí, donde f(x) alcanza su punto máximo. Y a partir de ahí empezamos a la derecha. Entonces f(x) ¿cómo es?

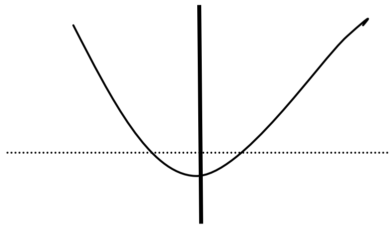
E**:** menor.

P**:** empieza a disminuir, cierto. Mientras los valores del dominio aumentan.

Entonces los valores de la función empiezan a aumentar hasta cierto punto y de ese punto para allá vuelve a disminuir. (Señala la grafica)

Y cuando esto ocurre decimos que la grafica es cóncava hacia abajo.

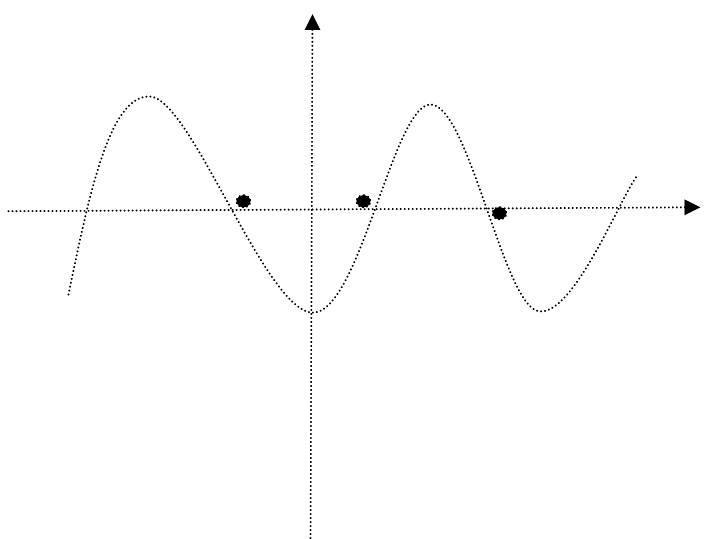
Cuando ocurre todo lo contrario



P: Más o menos por aquí obtengo un f(x) (señala en la grafica) el cual es?

E**:** menor

P: Recorriendo la gráfica hacia la derecha. Vemos que f(x) empieza a disminuir hasta el punto más bajo de la curva. Y a partir de este punto f(x) empieza a aumentar. Que nos interesa aquí, (señala la gráfica cóncava hacia abajo) que empieza a crecer y luego empieza decrecer. Y aquí (señala la gráfica cóncava hacia arriba) que comienza a decrecer y después a crecer. Esas concavidades se van a dar por intervalos (dibuja en el tablero)



P: Vamos a decir que desde el menos infinito hasta acá es cóncavo bajo, (señala la gráfica) Y de acá hasta acá la gráfica es?

E: Cóncava hacia a arriba

P: Y de este valor a este valor, la gráfica es?

E**:** cóncava hacia abajo

P**:** Entonces, ¿cuántas concavidades hay acá? (señala la gráfica y las enumera)

Ahora vamos a saber cuántos cambios de concavidad hay, bueno, de cóncava hacia arriba a cóncava hacia abajo, de cóncava hacia arriba a cóncava hacia abajo. Entonces dependiendo de sus cambios vamos a tener unos puntos claros (señala los puntos en la gráfica) donde cambia la concavidad. Con esto vamos a tener algo que se llama: punto de inflexión de la grafica. Este punto es donde ocurre exactamente el cambio de concavidad, pero ahorita no nos interesa calcularla; por eso les digo que estamos haciendo un bosquejo. Solamente vamos a practicar haciendo puntos en la curva y esos puntos son por donde pasa la grafica. (La profesora escribe en el tablero) Cuando ocurre un cambio de concavidad en la grafica de F decimos que en ese punto ocurre un punto de inflexión Ojo hay cuatro concavidades y cuatro cambios de concavidades, miren los cambios (señala el tablero)

I: Algunos estudiantes hacen preguntas de la grafica y ella le responde

P: Bueno que más nos falta definir ahí

I: El profesor copia en el tablero

P: Hallando los ceros del polinomio sabemos los puntos en los cuales la gráfica se corta al eje x, haciendo x=0; hallamos el corte con el I eje y. y haciendo un análisis de los signos de los puntos de corte de F sabemos en qué intervalos la grafica está por encima y por debajo del eje x . Bueno entonces cuando yo digo que el análisis de los signos del punto de corte de la función.

I: Para un momento porque un estudiante le realiza una pregunta

P: Vea que pena con ustedes pero están haciendo mucha bulla, no sé si es que no les interesa, yo pensé que el ruido era de afuera, pero es de ustedes.

I: se refiere a un grupo en especial

P: Bueno, cuando yo les digo lo del análisis de los signos, es lo que hemos venido haciendo todo el tiempo, hallamos los puntos de corte, y entonces tengo unos puntos del polinomio y tengo tres intervalos aquí en la recta real. (Dibuja en el tablero)

+ - + x

P: Si en un intervalo esto es positivo (señala la gráfica) eso significa que la gráfica esta cóncavo hacia abajo y si en el otro intervalo hay un negativo significa que la gráfica está por debajo del intervalo. Y si en el otro hay un positivo quiere decir que la gráfica vuelve y sube. Todo esto con respecto a que, con respecto al eje x Entonces la gráfica está por encima o está por debajo del eje x, y los intervalos me determinan los puntos de corte. (Copia en el tablero) Por ejemplo:

(Mira en su cuaderno de apuntes)

Graficar: $f(x)= x^3+x^2-2x$

P**:** es cúbica ¿Cuántos ceros tiene ese polinomio?

E: Tres

P: no necesariamente reales, no necesariamente diferentes. ¿Qué es lo que debemos hacer primero?

E: Factorizar.

P: ¿factorizar qué?

E: a los x

P: vamos por pedacitos. Nosotros no factorizamos las x. Lo que factorizamos es la ecuación polinomica. ¿Cuál es la ecuación polinomica?

E: $x^3+x^2-2x=0$

P: ¿Cómo factorizamos nosotros esta? (señala la ecuación)

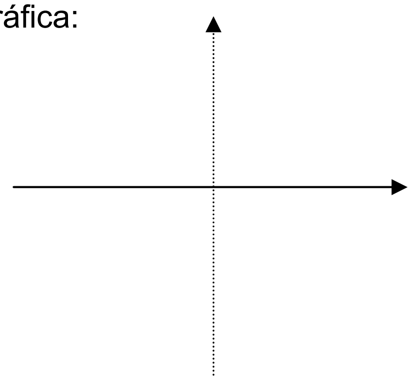
Esta muy fácil, no hay que hacer agrupación ni nada.

E: Un estudiante responde. Copia en el tablero.

$X(x^2+x-2)=0$

P**:** $X(x+2)(x-1)=0$ esto debe ser igual cero todo el tiempo. Cuáles son los cortes con el eje x son: 0,-2 y 1

Realiza una gráfica:

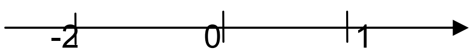


P: Entonces esos puntos de corte que son tres, ¿Cuántos intervalos están definiendo?

I: Nadie responde

P: Son esos más uno. Si es un punto de corte, entonces son dos intervalos

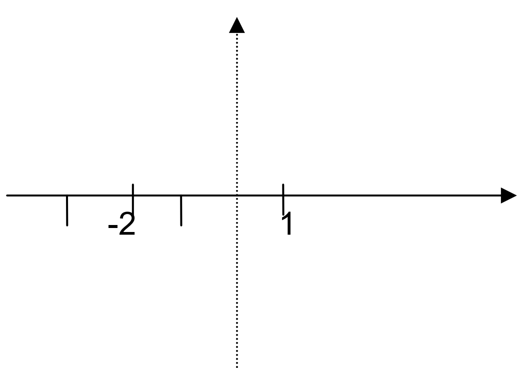
Si son tres puntos entonces son cuatro intervalos. Miremos la grafica, hagamos el análisis desde acá:



P: Cuántos puntos de cortes, tres.

I: Señala los intervalos.

P: Tenemos cuatro intervalos donde la gráfica puede estar por encima por debajo, dependiendo del signo. Y estos mismos puntos los voy a graficar acá:



P: Por estos tres puntos está pasando la gráfica. Entonces, ¿Cómo hacemos para averiguar el signo?.

E: los estudiantes responden

P**:** Pero ¿dónde nos queda más fácil.

Con el producto, cierto.

X(x+2) (x-1) =0

Por ejemplo para el menos como sería

X(x+2) (x-1) =0

-   -   -

Entonces aplicamos la ley de los signos, menos por menos igual a más; más por menos igual a menos. Entonces la gráfica entre menos infinito y menos dos está por debajo del eje x, ó sea que viene aquí (señala la gráfica)

Ahora que hay entre -2 y 0

E: -1

P: entonces:

X(x+2) (x-1) =0

-   +   -

Menos por más igual a menos, menos por menos igual a más.

Entonces aquí en la grafica está por encima

Aquí entre 0 y 1 que hay

E: ½

P**:** entonces:

X(x+2) (x-1) =0

+   +   -

+ por + da + por – da –

Y aquí (señala desde el 1 hasta el infinito)

Esto me da:

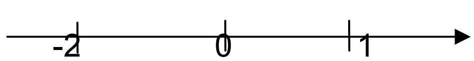
X(x+2) (x-1) =0

+   +   +

Y eso me da positivo.

(la grafica quedo de la siguiente manera)

-             +   -   +



Bueno, ahorita sí, ya podemos graficar

E**:** no

P: ¿por qué nos faltan algunos valores?

Entonces a quien podemos hallar a f(-1), aquí, cierto (señala: $f(x)= x^3+x^2-2x$)

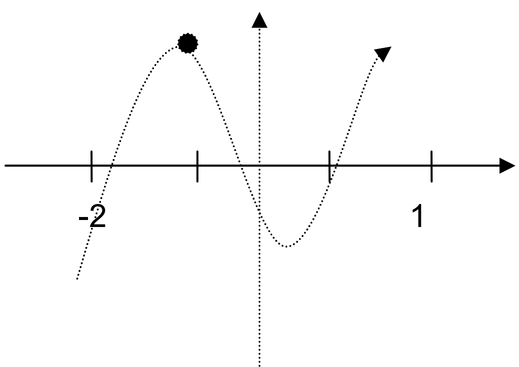
¿Quién es f(-1)?

E: -1 al cubo.

P: f(-1)=2

F(1/2)= -0.3

(Grafica estos puntos)



P: Entonces la gráfica está pasando por aquí, en algún momento. Ella baja hasta donde, hasta cero. Y entre cero y uno la gráfica está por debajo y luego sube por uno y de uno al infinito está por encima. Y entonces según el análisis de los signos del 1 al infinito está por encima del eje, acá, está por encima del eje (señala la grafica)

I: borra el tablero y escribe:

P: Ejercicio: graficar: $y = x^3-4x^2+5x-2$

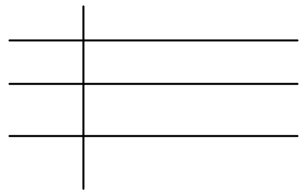
I: da una vuelta por el salón y resuelve las dudas de los estudiantes

P: Bueno sigan ahora ustedes

E**:** nooo (en forma de murmullo)

I: La clase continua realizando el ejercicio por la profesora, los estudiantes resuelven el ejercicio dialogando entre ellos, el profesor da explicaciones y resuelve inquietudes de forma individual.

P**:** Si ustedes hacen la ley del cementerio les da esto? Cómo es más fácil? …. Porque yo veo que hacen una cosa así (dibuja en el tablero)



E**:** (explica), Usted coge tres así y dos así

I: Se acercan y le muestran a la profesora el procedimiento. Un estudiante (repitente) discute en el tablero el ejercicio. El profesor explica y escribe $(x-1)^2$

$(x-1)\ (x-1)$

E: profe

P: dígame ¿me necesita?

Después de cinco minutos

P: cuáles son los valores de x (escribe)

$X^3-4x^2+5x-2=0$

E: Profe ¿cuál es la factorización?

P**:** Bueno, si hacen silencio la podemos hacer.

Puedo agrupar y separar

$\underbrace{X^3-4x^2+3x}+\underbrace{2x-2}=0$

$X\ (x^2-4x+3)\ +2\ (x-1)=0$

P: ¿Esto por qué? No porque me lo haya inventado yo, sino porque al multiplicar x por (x^2-4x+3) me da los valores de la ecuación inicial. Eso es una cuadrática y ustedes ya lo saben factorizar, normalmente se factoriza como:

$X(x-3)\ (x-1)$

Esto lo pongo igual porque no se puede factorizar más $2(x-1)=0$

Esto lo saco, esto también y que sobrevive:

$(x-1)\ (x(x-3)+2)=0$

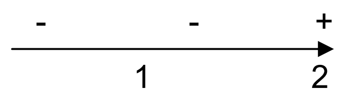
E**:** eso es tan fácil cuando lo hace el profesor.

P**:** Recuerden que a nosotros nos enseñaron la suma , la resta, la multiplicación y la división así, la expresión más básica es una suma y debemos reducirlo a una suma, aquí todavía tenemos un producto.

Listo los factores son 1 y2

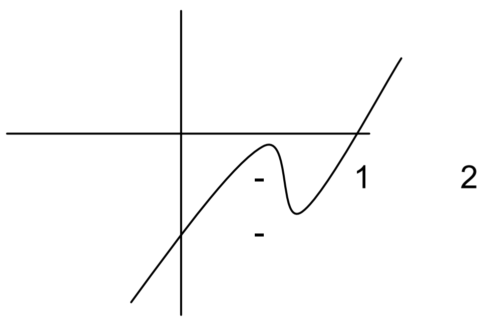
Que me falta hagamos el análisis de los signos

(Escribe)



En la ecuación final de los factores, reemplaza x por los números 1 y 2 determinando el símbolo resultante.

Grafiquemos:



El profesor explica paso a paso la forma de graficar teniendo en cuenta el análisis de signos previo y los puntos seleccionados para graficar.

¿Alguien tiene el libro?

Bueno ahorita grafiquemos esto de acá:

1. $Y=x^4+2x^3-5x^2-4x+6$

2. $Y= x^3-2x$

Listo ya.

E: ese es otro o es…..

P**:** Si, uno y dos.

Bueno, tienen ahí cinco minuticos para que continuemos.

Los estudiantes escriben el ejercicio, discuten entre ellos la forma de resolverlo e inician la grafica.

El profesor supervisa el trabajo, recorre el salón observando el trabajo de los estudiantes y hace sugerencias.

P: ¿cuál está haciendo ¿el primero?

E: si

P: ¿cómo factoriza usted eso?

E: no

I: El profesor se dirige al tablero (escribe) x^2-2=0

P: ¿Cuánto vale x?

I: El profesor continúa desplazándose por el salón después de dar la pista al estudiante para que encuentre a solución por sí mismo.

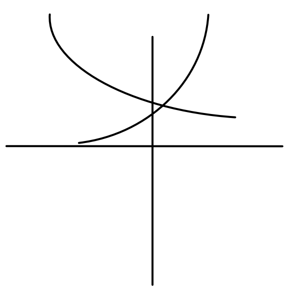
E: (discute con sus compañeros) eso da….. no eso no, profe eso no.

P**:** bueno ya continuamos.

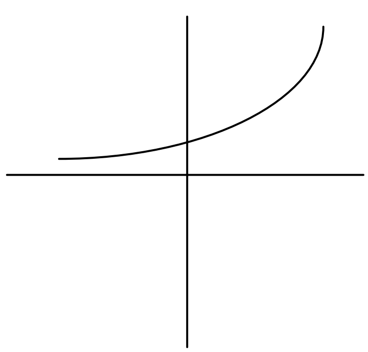
Escribe:

Y= a^x=0$<$ a$<$ 1

Y=a^x, a $>$ 1



P: Si recuerdan esta es una función exponencial, ya no vamos hacer polinomios. Voy a borrar.



P: De ésta gráfica ustedes me van a decir el dominio.

E: reales

E: positivos

P: Rango

E: positivos

P: entonces ya tenemos dos cosas y todavía nos la hemos definido, es una función especial como las funciones exponenciales y logarítmicas.

No vamos a trabajar todavía todo, solo algunas características y propiedades particulares que se cumplen en ella

Si ustedes recuerdan esa función en algunos libros la escriben así …….

Ustedes recuerdan como la escriben?

E: $y = e^x$

P**:** eso es correcto, esta función la describe Euler un matemático de por allá de 1700

Vamos a ver las aplicaciones de esta función exponencial o este número E

Este número lo utilizan en ingeniería, matemáticas.

Por ejemplo en el censo que se hace cada año, la utilizan para ver la población; y cada vez son más.

Si usted encierra una conejita y un conejito, la gestación dura un mes? ¿No es cierto? En cuatro meses la conejita tiene 12 conejos entre machos y hembras.

En un año, en dos o en tres, sus valores serán mayores y los podemos representar en el eje **x** y será cada vez mayor (señala), crecerá exponencialmente.

Por ejemplo: si quiere ahorrar y lo hace de forma exponencial, en teoría va a ahorrar mucho, pero el bolsillo no va a alcanzar.

Si empiezan a ahorrar $1000, $1000 no es mucho al otro día, si continua, de forma exponencial no aguantara el bolsillo, pero podríamos calcular la cantidad y sería un número incomparable con respecto al momento inicial, ni siquiera comparable con x^2 o a la cuatro.

E**:** eso es la propia pirámide.

E: jajajaja

E: recuerda la historia del rey de ajedrez que pidió de recompensa algo muy poco y se convirtió en algo muy impresionante

Pr: listo calculemos, les voy a mostrar la formulita:

2^{n-1a}

Entonces n=1,2,2, son los días y así lo podemos calcular cualquier día.

E: porque -1

P: porque el primer día será 1 y con -1 nos da el valor inicial por 2

La próxima clase continuamos

E: ¿Vamos a profundizar más en eso?

P: Apenas estamos empezando.

PROFESOR: P
CURSO: Habilidades Matemáticas
PROGRAMA: Licenciatura en pedagogía infantil
GRUPO DE ESTUDIANTES: 35 estudiantes todas mujeres entre los 16 y los 20 años de edad.
HORARIO: La clase inicia a las dos de la tarde y finaliza a las 6 los días lunes. 4 horas semanales.

El salón de clases es amplio, posee ventanales grandes hacia el oriente, cuenta con un tablero de material sintético color blanco, posee sillas tipo universitario individuales color beige, estas sillas se encuentran distribuidas por todo el salón formando filas uniformes.

A la hora de ingreso del profesor P ya se encuentran en el salón algunas estudiantes ubicadas en las sillas, las otras estudiantes ingresan y se localizan en el lugar de su agrado, incluso mueven las sillas de lugar. El salón posee una pequeña tarima frente al tablero en la cual se encuentra ubicado el escritorio del profesor hacia el lado derecho observando de frente a las estudiantes, al lado izquierdo de este se encuentra el tablero adherido a la pared.

Primer día de clases

Lunes 4 de agosto Hora: 2:00 P.M.

I: Profesor saluda y presenta el programa del curso realizando una lectura del mismo.

Hace entrega de fotocopia del programa trasladándose por todo el salón, luego, regresa a la parte delantera, se ubica frente a todo el grupo e inicia la lectura.

Las estudiantes se encuentran ubicadas al frente en filas. El profesor se desplaza a lo largo de la tarima frente al tablero blanco. Usa marcadores de varios colores (Negro, rojo, azul) los cuales están ubicados encima del escritorio dispuestos ordenadamente. Inicia la lectura se detiene y hace verbalmente una remembranza de los términos, de los contenidos hechos en el bachillerato. Él mismo se hace las preguntas.

P: ¿cuáles son los números más difíciles?

I: El mismo se responde "los fraccionarios son elegantes". El profesor hace una relación constante de los temas vistos en grados anteriores a la universidad con la escuela durante su textualización.

P: miren que los logaritmos los trabajan en primaria.

I: continúa leyendo el programa. Creo que debe referirse a los algoritmos no logaritmos

P: ¿Dónde se aplican los casos de factorización?

I: EL profesor hace una explicación oral diciendo que esto se da en otro contexto

P: esto va en cadena de lo más fácil a lo más difícil.

I: Su forma de expresar manifiesta como si todo eso que ellas van a ver en el programa fuera muy fácil.(impresión de la investigadora) JS aclara constantemente.

P: no se asusten, ahora se los voy a explicar muy fácil, es una ecuación deben "cobrar" atención. ¿para qué esa bendita matemática?. Esa regla de tres simple sí que es importante. A casi nadie le gusta la geometría pero, esa ¡sí! que es buena.

I: JS hace una ejemplificación a través de una situación de baldosas en forma muy rápida.

P: tener unas baldosas y usted necesita saber cuántas necesita para cubrir este piso del salón ahí está la geometría, debe medir y hallar el área o el perímetro para poder usar las baldosas.

I: la impresión general de P es de gran calma, es sonriente, amable, cuidadoso y ordenado, coloca los marcadores en línea el borrador al lado y al lado la libreta de las notas

I: las estudiantes muestran adormecimiento en un gran porcentaje. Las que están activas observan al tablero cuando P hace los ejemplos y siguen con su mirada el escrito que P entregó al inicio.

I: P expresa que las explicaciones se hacen en forma bidireccional. Solo hace énfasis en el taller en clase.

P: La participación activa de ustedes es muy interesante (contrato Didáctico)

I: cambia el tono de voz cuando hace esta afirmación y lee lo de la evaluación, explicando cómo es lo del 20%

E: pregunta ¿cuánto es lo mínimo para ganar la materia?

I: otra estudiante responde

E: pues 3.0

P: lo que yo tengo en cuenta al evaluar son las actitudes. (Contrato didáctico)

I: Las estudiantes lo miran sorprendidas y P explica.

P: en mi curso pido los trabajos escritos, deben estar completos los ejercicios, el procedimiento y sus respuestas. No se hace examen de refuerzo. Yo transversalizo todos los contenidos.

I: se queda pensando por un momento silencioso, contextualiza su futura labor con la metodología.

P: se explica se piden trabajos siempre hay talleres para hacer (contrato didáctico)

I: Honestamente no se que le paso el profesor de pronto se desconecto y expreso.

P: “donde iba me perdí”

I: luego les nombra un libro que van a leer (Articulación con elementos exteriores del curso). El profesor se desplaza con calma durante su exposición por el salón generalmente lo hace hacia su izquierda, utiliza las manos y es muy expresivo con su rostro, continuamente expresa ante las preguntas de las estudiantes (escenificación)

P: “si ve que estamos bien”

I: el profesor propone el trabajo de diagnóstico y las S se ríen. P aclara que se hará por grupos y que deben trabajar en una serie de ejercicios matemáticos (contrato didáctico)

P: es fácil

I: luego les aclara como va a realizar las clases (metodología)

P: se hará en cada clase dos horas de explicación de lo matemático y las otras dos horas es para que ustedes hagan ejercicios (contrato didáctico)

E: pregunta “Profe y si uno no se acuerda de nada

P! hágale!

I. hace un gesto de ánimo y su tono de voz es contundente

P: yo enseño de lo fácil a lo más difícil porque así me enseño mi profesor Dossier.

I: en un momento de trabajo de las estudiantes yo le pregunto Porque planeo ese taller? O para qué taller 1 de diagnóstico?

P: Para saber si saben porque casi siempre me preguntan (refiriéndose a situaciones de semestres anteriores) en la división se cuelgan.

I : el profesor entrega el taller a todas las estudiantes y ellas inician a desarrollarlo la gran mayoría le preguntan , la clase finaliza a las 5:40 recogiendo el taller .

P: “Con esos talleres ustedes van practicando para su parcial” pregunten.
A partir de los ejercicios del taller el explica a cada grupo.

Fecha: Septiembre de 2008

La clase inicia a las 2:20 p.m. en el mismo salón descrito anteriormente conserva el orden de los marcadores en el escritorio, su libro y la carpeta con la planilla de notas.

I: saluda y de inmediato expresa

P: ya los divisores que era lo más difícil

I: dos estudiantes llegan tarde

P: en el tablero titulo Teoría de números divisores ej: D8 (1,2,4,8,), D27(1,3,9,27) D60 (1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60) son finitos ¿Que son los múltiplos?

I: expresa media respuesta colabora desde su textualización, cuando escribe en el tablero usa marcadores de colores y voltea a mirar vuelve y pregunta

P: son finitos o infinitos

E: Infinitos

P: ¿Por qué sabe usted eso?

E: porque uno multiplica y va dando

I: En el tablero están escritos los múltiplos de 2

P:"eso que yo coloco es la tabla del 2….. si ve como son las cosas?

I: habla y escribe simultáneamente en el tablero "los múltiplos son la tabla"
Los divisores son dividir.

P: quien me quiere sacar los múltiplos de 5?

E: 5.10, 15,20…

P: tiene que sacarse el miedo al tablero porque ese es el pan de cada día aquí, estamos en los números naturales ¿hasta aquí alguna pregunta? Ustedes tienen la palabra. !Listo¡ ¿cómo se llaman los números que se dividen por la unidad y por si mismos?

I: espera un momento observando a todo el grupo

P: lo dije ahorita

I: inmediatamente responde él mismo (efecto topaze) "primos y compuestos"

P: vamos a hablar de ellos ¿Qué son los números primos?, yo sé, ustedes lo conocen pero se les ha olvidado…cuál es el único par primo?

E: el 2

P: aparece por allá una tablita que aparece del número primo el 2 ,3 7, 11,13, no me digan el 9

I: repite la numeración aclarando

P: no me digan el 9

E: el 21

P: el 21 no porque lo divido ¿Cuál es la razón de ser de ellos?

I: queda en el aire la inquietud, si ya finalizo con el tema de conjuntos, qué paso con la respuesta de la pregunta inicial?

E: profe yo no entiendo eso de los números primos

P: a ver (nombrando a la estudiante)

I: El profesor señala el tablero explicando, lo hace a partir de la ejemplificación y una estudiante opina

E: no se les debería decir primos.

P: esos compuestos son los que tienen más de dos divisores cuál es un ejemplo?

E: el 5

P: el 5 no porque lo divide el 1 y 5, cualquiera el 2500, el 4, todos son compuestos por que los puedo dividir por más de dos números. Hagamos la diferencia.

I: el profesor inmediatamente textualiza la diferencia.

P: ese es el problema que si yo no entiendo esto no entiendo lo de allá.

I: el profesor señala lo escrito en el tablero

Divisores (Aquí)	No. Primos (Allá)
Múltiplos	No. Compuestos

P: con todo esto que hemos visto desde aquí hasta allá

I: está de pie frente al tablero y señala de un lado al otro del tablero.

P: Vamos a ver la descomposición de un número en factores primos. Ustedes saben porque esta asignatura esta acá en el programa? Porque una vez una estudiante en práctica no sabía dividir.

I: el profesor inicia con un ejemplo se observa como nuevamente va directamente al ejercicio y las dudas del tema anterior dentro de la misma clase no fueron aclaradas ni aplicadas. Los niveles de textualización son cortos a partir de conceptos.

P: vamos a ver por ejemplo con el 24, eso debe darles exacto porque estamos hablando de Números Naturales

I: ese comentario no abre espacio para la devolución, corta la comunicación desde su textualización el profesor es el que reconoce de forma inmediata que da exacto y que está hablando de números naturales los rostros de las estudiantes informan que el nivel de comunicación es inicial respecto al reconocimiento de los números y de la cantidad que estos implican….
La suposición del profesor desde su saber hace un corte donde el estudiante no participa en esa textualización y el proceso de didactización se hace necesario para este tipo de relación con el saber que usa el profesor.

P: si ese número fuera más grandote qué? Hay que hacerlo por partes, háganlo parte por parte para que no se confundan.

I: ¿cómo sabe el profesor de antemano que los estudiantes llegan a un estado de confusión? Si asume esta claridad, porque razón no hace la explicación con un contexto que él considere pertinente para lograr que los estudiantes logren la comprensión?
El profesor va resolviendo el ejercicio a medida que cuestiona porque? Va aclarando cosas como…

JS: "no pueden decir mitad de uno" apareció un número impar

13 2		$2^3 \times 3 = 24$
12	2	
7	2	
3	3	
1		

Como ustedes ya vieron la potenciación conmigo ¿ese número de forma potencia cómo quedaría?

I: el profesor escribe en el tablero y va diciendo

P: 2 elevado a la tres por 3 es igual a 24, ¿recuerdan ese concepto?.

E: hagamos con un número grande profe.

P: vamos subiendo a ver, no se pude devolver tiene que ser ascendente de menor a mayor

I: el profesor se está refiriendo a la dificultad de lo que les presenta de menor a mayor dificultad.

P: a ver uno más grande cualquiera, todo número que termine en número par o cero es divisible por…… eso es un criterio de divisibilidad.

I: se queda pensando luego de su expresión y

P: 350, Ángela, arranquemos a ver cómo nos va?

I: él lo escribe en el tablero

350	2	350	2
		175	

I: La estudiante pasa toma el marcador pero no hace nada,

P: Es que debe sacar la mitad

P:¿cuánto me falta para llegar al tres? ¿Qué número por 2 me da 15 sin que se pase? ojo con este por favor¡

E: permanece de pie junto al tablero con el marcador en la mano mirando al profesor

I: P escribe y pregunta

P: ¿Qué número por 3 me da aproximadamente 3 o por debajo de 3? ¿Qué hago con ese 1?

E: ¿Se le suma al 5?

P: !no¡

E: ¿se lo antepongo?

P: y… ¿Qué hago?

E: profe…. no entendí

I: solo tres levantaron la mano de todo el grupo. Las expresiones de la mayoría era de desconcierto, algunas prefirieron mirar revistas y las otras copiaban al parecer, cada respiro del profesor.

P: Ahí (señalando) en el ultimo ya no puede sobrar, los que terminan en 0 y en 5 tienen quinta al final no pueden sobrar entonces de una vez esto tiene quinta y ese dos ¿qué lo hago?

$$\begin{array}{r|l} 350 & 2 \\ & \\ & \\ & \\ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 350 & 2 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

I: Hasta ahora va en la primera parte. El profesor explica descomponiendo el número para que el estudiante logre ir haciendo el cálculo, sin embargo la gran mayoría de las estudiantes no logran comprender la unión de las cantidades para hacer la relación que él asume como comprensible.

P: ¿Por qué no da quinta de tres?

E: es porque es menor que cinco

P: entonces….¿cómo queda?

E: dos por cinco a la dos por siete

P: !eso¡ ¿ahí está descompuesto?

E: otro ejemplo profe.

P: si !claro¡ una más grande, miren que todo está encadenado.

I: La estudiante que está a mi lado me dice en voz baja cuál todo, ¿qué es lo que esta encadenado usted sabe? JS escribe en el tablero 36488 y pregunta

P: ¿Cómo me queda descompuesto eso?

I: una estudiante pasa al tablero voluntariamente e inicia sacando la mitad

P: ¿mitad por qué?

I: la estudiante halla la mitad y sigue

JS: miren a ver....¿tendrá quinta? No importa que se equivoque

36488	2
18244	2
9122	2
4561	

P: !ya listo¡ ese, es un número primo

I: el profesor borra el tablero y le va hablando

P: de pronto ustedes no tienen que usar esos números tan grandes,…¿ preguntas?

I: todas quedan en silencio

P: ¿más preguntas?........ ¿Alguna duda?....... es el tiempo de ustedes.

I: todas continúan en silencio y el profesor hace un comentario al margen sobre el aguacero que está ocurriendo en ese momento. Espera un poco observando al grupo en general. (Me encantaría saber que piensa el profesor en ese momento después de tanto silencio)

P: listo otro tema

I: escribe en el tablero máximo común divisor

P: ¿Qué significa la palabra máximo?.

E: mucho

P: y…¿común?

E: Es el número común mayor

E: Es el mayor número de los comunes.

P: Ustedes tiene la razón pero se enredan un poquito, es el mayor de los divisores comunes, uno enreda la pita.

I: el profesor hace un comentario al margen sobre las personas que se aburren con la matemática y observa a una estudiante que se encuentra acostada sobre el pupitre.

P: bueno se puede conocer por las iniciales en mayúscula o minúscula eso no tiene nada que ver M.C.D o m.c.d yo por ahí traje un problemita van a ver, a ver si me lo entienden o no y yo les coloco a ver quien se quiere ganar una nota hoy.

I: el profesor escribe en el tablero un ejemplo.
Hallar el m.c.d de 84 y 120 y pasa a una estudiante a realizar la descomposición.

P: haga eso a ver, yo hago el trabajo difícil.

I: la estudiante hace la descomposición de los números en el tablero solo dos estudiantes le colaboran diciéndole los resultados de las divisiones. El profesor observa

P: muy bien y ¿cómo da eso en forma de potencia?.

I: el profesor lo va escribiendo en el tablero y va hablando

P: dos elevado a la tres ($2^3 \text{ X } 3 \text{ X } 7 = 84$) por tres por siete es igual a 84
Y dos a la tres por tres por cinco es igual a 120. Vamos a hallar el m.c.d !ojo¡ vamos a tomar las potencias que aparezcan en los dos números pero las de menor exponente.

E: ¿todo se puede juntar?

P: si… pero yo se los hago separado, porque si no, no me entienden

I : en todas las clases parece que el profesor percibe a las estudiantes como incapaces, hace énfasis en hacer las cosas más fáciles, y lo que es difícil lo hace él.

P: bueno repito vamos a tomar las potencias que sean comunes las de menor exponente.

E: ¿por qué toma las de menor exponente?

P: por qué se llama máximo, es el mayor de los divisores que lo puede dividir exactamente y sigue entonces tomamos

I: el profesor escribe en el tablero M.C.D

P: dos a la tres por tres y entonces cuanto me da 12 entonces, o sea que… ¿12 es el número que divide exactamente a quienes?, escucho propuestas, ¿alguna voluntaria?

Ustedes saben que uno sale de su casa es a sufrir uno no sabe si va a volver uno tiene que esperar la dificultad para afrontarla.

I: el comentario del profesor en ese momento parecía fuera de contexto sin embargo llamo la atención de aquellas estudiantes que se encontraban en otro asunto distinto a poner atención a su explicación.

P: a ver…. digan ustedes mismas los números

E: 320, 184, y 150

P: muy bien Tatiana ¿muy difícil?

I: Las estudiantes resuelven el ejercicio en el tablero con ayuda del profesor y continúan.

P: Hasta ahí, ¿dudas que haya para aclarar? esto es como bueno, hoy no vamos ni en la mitad, luego vemos los problemas de aplicación.

E: profe ¿usted nos va a hacer sobre todos los temas?, es mucho tema y a uno se le olvidan algunas cosas.

P: lo que tienen que ir haciendo es que como saben la fecha deben ir repasando

I: las estudiantes se dedican a mirar revistas y algunas se untan crema en las manos, el profesor las mira y sigue..

P: Bueno, vamos con otro y empezamos a pensar un poquito más ¿cierto?

I: la intención del profesor en mostrar la dificultad y la dificultad del pensar al respecto persiste.

P: m.c.m la palabra mínimo ¿qué dice? Ustedes lo van a definir con sus palabras se conoce como m.c.m. es el mínimo común de dos números

E: no debemos decir de dos números porque a veces hay más

P: bueno yo digo así pero, sabemos que hay más ¿verdad?, bueno, ese es el m.c.m vamos a tomar dos números y hallar el m.c.m de 48,28 y 35

I: algunas estudiantes inmediatamente manifiestan desagrado.

P: ustedes, ¿por qué le tienen miedo a los números impares, si les pongo en un examen impares qué pasa?

E: pues se hace, pero es más difícil

P: Bueno…. ¿cómo queda? a ver, !digan¡

I: el profesor va escribiendo en el tablero lo que dice las estudiantes.

48	2	28	2	35	5
24	2	14	2	7	7
12	2	7	7	1	
6	2	1			
3	3				
1					
2^4 X 3		2^2 X 7		5 X 7	

P: Entonces este m.c.m ojo con el juego de palabras, aquí ya vamos a tomar cualquiera pero ojo todos, el de mayor exponente en orden m.c.m : dos elevado a la cuarta potencia por tres por cinco por siete.

E: profe ¿se toman todos?

P: si, pero si hay repetido se toma el de mayor exponente, y por todo eso el m.c.m es 1680 ese es el mayor número que es múltiplo de esos tres., perdón me equivoque es el menor múltiplo común o sea que no va a ver un número menor que este 1680. Vamos a hacer una aplicación.

I: ante la equivocación del profesor los estudiantes no realizaron ningún tipo de devolución, y ante la corrección algunas estudiantes expresaron.

E: profe pensamos que nosotras éramos las equivocadas.

P: vamos a hacer una aplicación, ustedes saben, a mi me gusta, darles lo fácil, ojo en este libro cuando ustedes usen un libro, no vayan a usar un solo libro, cojan cualquiera un pedazo de aquí otro de allá, saquen de varios libros.

I: las estudiantes hablan de quiz comentan entre ellas, “nos fue mal”

P: a la mayoría les fue bien pero algunas estaban desubicadas.

I: las estudiantes hacen comentarios en voz baja entre ellas

P: bueno vamos a ver las aplicaciones. Un problemita que saque de ahí yo lo voy a hacer pero traten de hacerlo ustedes a ver, así se equivoquen ,4 tubos con…cada uno de 420, 300,270, y 200cm, yo pa dictar soy como malito se quieren partir para obtener trozos de igual longitud, debiendo ser lo mayor posible. Cuando yo digo mayor ¿a qué me estoy refiriendo?

E: a MCD

P: eso muy bien el problemita nos va llevando, ¿cuál será la longitud de cada trozo? Y ¿la otra? ¿Cuántos trozos se obtendrán en total? Pensemos a ver cómo nos va con esta. Traten de hacerlo no importa si se equivocan y quien lo haga le pongo una nota y pasa al tablero.

I: es evidente la relación que el docente hace desde la calificación estimulo-respuesta usted piensa y yo califico, esta condición se presenta en forma repetida en varias clases. A partir de ese momento hay un silencio total la mayoría de estudiantes se disponen a realizar el problema algunas siguen mirando la revista y otras se salen del salón, paralelo a esto, el profesor se dispone a borrar el tablero intentando quitar un mensaje hecho con marcador no borrable, el profesor siempre organiza sus marcadores de diferentes colores encima del escritorio en orden uno al lado del otro al igual que su borrador, dos celulares, un libro y la carpeta con las planillas. Las estudiantes continúan trabajando en forma individual. La clase finaliza haciendo un taller sobre el tema. Las estudiantes trabajan en grupo.

Octubre de 2008

I: La clase da inicio más tarde, el salón es el mismo y el número de estudiantes continúa igual.

P: ¿arrancamos? Ustedes están llegando más tarde a mi no me gusta entregar los exámenes cuando la gente no viene porque prefiero que el reclamo me lo hagan a mí.

I: el profesor entrega los parciales que faltan y manifiesta la importancia de usar el parcial para mejorar aquello en lo que tiene dificultades. El profesor se ubica frente al grupo totalmente.

P: Hoy tenemos un cambio, vamos a conversar sobre cosas mas reales ¿a qué me refiero? más o menos

E: a geometría profe

P: vamos a ver la parte de la geometría que ustedes van a utilizar vamos a hablar de un modelo geométrico bien al nivel que ustedes lo necesitan

I: se vuelve a observar lo reiterativo del profesor respecto al bajo nivel

P: ángulos, rectas, paralelas , no va a ser la pendiente de la recta, solo para los ángulos nada más, hay que ponerle cuidado a la parte teórica, no piensen que es geometría analítica.

I: el profesor pasa al tablero escribe la palabra geometría y lo separa geo—metría

P: con esto vamos a hablar de ángulos, no pongan esa cara

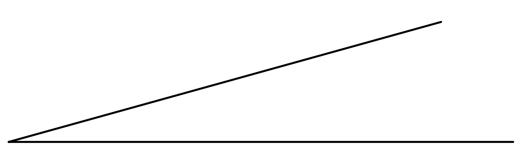
I: las estudiantes hacen cara de preocupación y algunas de disgusto, es de considerar si la textualización utilizada por el profesor logra afectar directamente el tema al cual se va a referir

P: el ángulo lo mido con el transportador y… cómo se forma un ángulo?

I: ningún estudiante da respuesta. No existe ningún tipo de devolución desde la introducción aunque la expresión en sus rostros es una forma de devolución.
Luego de unos segundos, el profesor dibuja en el tablero.

P: esto es y me voy ¿qué pasaría?

I: señala el dibujo que realizo e insiste ¿qué es eso? A lo que me estoy refiriendo’



P: ¿Cómo se llama esto? Que señalo de aquí hasta aquí yo quiero que ustedes me digan ..miren que me estoy devolviendo antes de decir que es ángulo para saber de dónde viene las cosas.

I: el profesor acude a su textualización intentado generar deducción en los estudiantes sin embargo no lo logra
Hay aquí varios cuestionamientos el profesor no acude a su saber sabio para elaborar la pregunta, el profesor no encuentra términos para hacer referencias que lleven a un proceso de deducción.
En el tablero esta dibujado el ángulo usa dos colores para marcarlo rojo y morado luego se va al concepto de punto hace nuevamente la aclaración que es para llegar al concepto de ángulo

P: ¿cómo se llama eso que es un pedazo de recta?

I: señalando un segmento de recta de una de las semirrectas que forman el ángulo

E: Una semirrecta

P: ahora, si ven como ¡sí ! recordamos y refrescamos que es ángulo.

I: Algunos de los estudiantes empiezan a dar diferentes respuestas ninguna es correcta entonces inmediatamente él les da la respuesta.

P: la unión de dos semirrectas que tienen un punto en común, ahora lo vamos a simbolizar así

I: escribe en el tablero

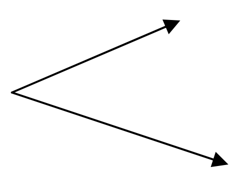
P: ese punto común ¿cómo se llama?

E: vértice

I: esa respuesta la dieron tres estudiantes en coro

P: el ángulo entonces va a ser la porción correspondida entre las dos semirrectas

I: dibuja en el tablero



P: si la flechita va en sentido contrario de las manecillas del reloj decimos que el ángulo es positivo y si va en el mismo sentido es negativo. Ahora si como bautizamos el ángulo que está ahí

I: señala el que esta dibujado

P: yo puedo decir esto y escribe <ABC no porque ¿dónde está el vértice? <BAC siempre el vértice está en la mitad o también <CAB

E: Profe el ángulo no se puede representar con vocales? O minúsculas?

I: el profesor se sale del salón, en el salón siguiente hay mucho ruido, regresa inmediatamente.

P: aquí no va alfa, beta, gama, no usamos letras griegas la idea es que manejemos estos concepticos que aparecen aquí miren el borde del piso con el de la pared superior, no tiene que saber el nombre entonces esos ángulos tienen unas clasificaciones y van a ser las siguientes: según su abertura, según su posición, según su suma, miren que esto es más teórico que otra cosa.

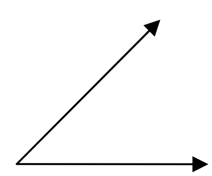
I: se observa que el profesor no encuentra otra forma de llegar a lo teórico en un tema

P: vamos a ver eso entonces muchachas lo siguiente cómo podríamos clasificarlos según su abertura hay unos que miden menos de 90 grados y se llaman agudos

E: puede llegar ¿hasta dónde?

P: hasta 89.99 más o menos bueno

I: dibuja en el tablero



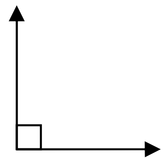
P: ¿cuánto mide, no hay transportador cierto? Necesito uno de madera grande, bueno… digamos que mide 60 grados

I: se observa una expresión aliciente por parte del profesor hacia sus estudiantes, se acerca a las estudiantes y regresa al tablero.

P: a mí me gusta bautizar los ángulos rectos poniendo un cuadrito así y aquí la flechita.

I: el profesor va dibujando y señalando en el tablero

<RST



I: El profesor camina se desplaza al tablero y al grupo. Está hablando de los ángulos

P: el obtuso es el mayor de 90 grados se dan cuenta de que no estamos haciendo nada, mera teoría.

I:el escritorio del profesor se encuentra como siempre ordenado con los marcadores, dos celulares, el borrador, la planilla y un libro de matemáticas.

P: Ya saben que si ustedes la van a dar allá en el colegio hay unos transportadores…. Bueno el obtuso y está el llano la carretera al llano, si un ángulo llano es este piso por ejemplo aquí esta

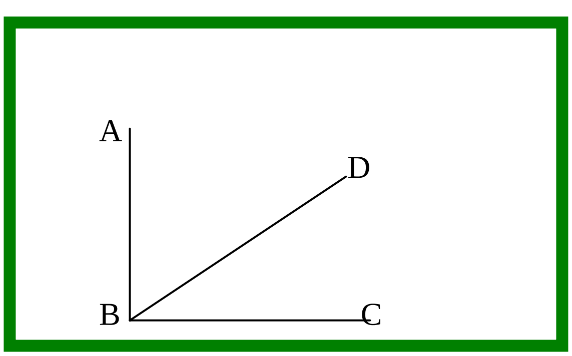
I: el profesor dibuja en el tablero .______________________ ese es un
A B C
Angulo llano. Toquemos uno que casi no se ve es el ángulo plano ¡uff¡

Mide 180 grados bueno hasta ahí alguna pregunta
Sobre esa teoría, ahora vamos a la parte matemática ¿alguna pregunta sobre eso?

E: eso es lo malo tanta teoría

P: ahora sigamos con teoría según su posición vamos a ver unos que se llaman consecutivos aquí aparecen dos ángulos tiene un lado común y aparecen pares de ángulos.

I: el profesor dibuja en el tablero



Usa sus manos para mostrar los ángulos y muestra los dibujados en el tablero y les informa que cuando estén enseñando les pueden hacer cierto tipo de preguntas como

P: ¿cuántos ángulos hay allí? ojo con esas preguntas aparecen otros que son los adyacentes, supongan que se les quedo el libro en la casa, ojo los adyacentes son también consecutivos, pero tienen un par de lados opuestos.

I: el profesor dibuja en el tablero usa colores diferentes para cada ángulo y les pregunta

P: ¿todos los consecutivos son adyacentes?

I: algunas permanecen calladas y otras responden si y otras no

P: ¿lo contrario puede ser cierto o no? !Ahí si¡ , esa es la forma como enfoca las cosas a ver hasta dónde llegan ustedes.

I: el profesor en todo momento acude al argumento de cómo es su explicación y la razón por la cual lo hace de esa manera. Una estudiante pide otro ejemplo de adyacente, el profesor se lo dibuja en el tablero, la estudiante manifiesta sorprendida en voz alta ¡uy! profe se me acabo el cuaderno.

P: no vamos tan rápido es que no están en el colegio

I: Escribe en el tablero y pregunta esto lo han escuchado

P: opuestos por el vértice

I: el profesor intenta hacerlo con las manos y no puede…..entonces toma dos marcadores y lo muestra, les aclara que para hacer la definición no pueden meter la palabra en la definición.

ANEXO 3

Las entrevistas

Las entrevistas presentadas a continuación resultan del formato guía mostrado en el capítulo 1. En las entrevistas (I) hace referencia al investigador quien realiza las entrevistas y (P) hace referencia al profesor.

Solo aparecen dos entrevistas registradas pues uno de los profesores observados solicito que no fuera expuesta su entrevista en la investigación solo podía ser usada para el análisis, incluso no permitió grabarla como si se pudo hacer con los otros profesores participantes. Sea este el espacio para agradecer la colaboración de estos profesores de matemáticas.

Se aclara que durante las clases se logro conversar de manera informal con los profesores y así generar confianza para realizar la investigación con mayor veracidad.

I: ¿Cómo considera usted que ha sido el proceso de enseñanza de su curso?
P: Hasta ahora el proceso de enseñanza del curso ha sido bueno pero con una gran dificultad por parte de las estudiantes debido a las falencias y dificultades que traen desde el bachillerato me doy cuenta que hacen mella aquí en la universidad y el modelo de trabajo aquí en la universidad pues son dos modelos totalmente diferentes y creo que el estudiante viene acostumbrado a una forma de trabajar diferente en el bachillerato y llega a la universidad pensando que es lo mismo y encuentra el gran abismo y el gran choque porque aquí en la universidad se enseña es a pensar y no a repetir conceptos.

I: Pensando en usted, en lo que usted ha hecho como maestro Cómo vio ese proceso de enseñanza del curso, esa elaboración del proceso del curso, cómo fue, tuvo en cuenta el programa?

P: El curso se desarrolló en el 100% y el proceso de enseñanza en cuanto a los contenidos se le dan todos los criterios con los cuales se va a desarrollar el curso tanto de la forma evaluativa y de otros aspectos a tener en cuenta y en ese desarrollo uno como docente no puede pasar por alto las dificultades de los estudiantes hay que bajarse nuevamente al nivel de los estudiantes para que ellos retroalimenten esas dificultades que tienen y las potencien para poder desarrollar un buen curso, Pero se encuentra a veces que es tanta la dificultad en algunos que no alcanzan a realizar el proceso de enseñanza aprendizaje en cuanto a la evaluación que es al final del producto que sacamos.

I:¿Qué exigencias plantea usted con relación, o frente al desempeño de los estudiantes?

P: Las exigencias como tal como su nombre la materia lo dice, habilidades matemáticas que el estudiante desarrolle unas habilidades básicas con las cuatro operaciones básicas por que estos estudiantes van a ir a las instituciones educativas en el nivel de preescolar y básica primaría en los cuales ellos tienen que, allá potenciar con una serie de niños y niñas estos aprendizajes de las habilidades matemáticas para crear conciencia en estos chiquillos y empiecen a cogerle amor a estas matemáticas es decir, para mí en términos generales quiero y pretendo es que el estudiante que le tomen amor a esto, porque son muy pocos los estudiantes a los que les gusta esta materia y ya uno metiéndole al estudiante el curso por la asignatura pueda que el estudiante traiga del año de atrás o del colegio muchas ideas malucas sobre lo que son las matemáticas pero aquí lo que yo pretendo particularmente es motivarlo incentivarlos para que él vea que verdaderamente las dificultades que tuvo en esas instituciones educativas aquí se pueden despejar y pueden llegar a demostrar verdaderamente lo que ellos saben de matemáticas.

I: ¿Hay alguna exigencia en particular que haya especificado como parte de su curso?

P: La exigencia frente al desempeño para mí lo vital es el trabajo en equipo, ¿por qué el trabajo en equipo? Porque en este tipo de trabajo es donde interactúan entre sí con el apoyo continuo del profesor presente durante el curso. En estos trabajos en equipo es donde los estudiantes que tiene un poco de falencia se encuentran con otro estudiante que puede tener un poco más de habilidades y se pueden coadyuvar el uno al otro, con el apoyo permanente y continuo del profesor es decir los talleres que se desarrollan durante el curso el trabajo practico en clase es un trabajo que refleja el éxito o la perdida de la asignatura.

I: Para usted en esta misma elaboración que hace, ¿Cuál es el pensamiento lógico que se debe desarrollar?

P: El pensamiento lógico para mi tiene que manejar muy bien las operaciones básicas que son las que nos permiten ir fortaleciendo las estructuras mentales que tenemos mediante estas cuatro operaciones que ya manejaríamos y llegar a las esferas de otros conocimientos más avanzados pero siempre apoyándonos en conocimientos previos de estas operaciones como son las básicas los números fraccionarios, los decimales y otra cosa bien importante la lectura, Hay que saber leer para poder interpretar en el caso de los problemas de aplicación de las matemáticas y ahí es donde yo encuentro la esencia de la materia, en los problemas de aplicación son bien fundamentales porque hay una transposición del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático.

I: ¿Qué relación tienen las exigencias con los criterios y las pruebas de evaluación aplicadas en el curso?

P: Las pruebas aplicadas en el curso o sea los parciales más los exámenes los quices mas las participaciones activas en clase que son otros criterios que tengo en cuenta para evaluar el cual tiene mayor validez que es 35% estas evaluaciones están bien relacionadas con los criterios exigidos por el curso y con el desempeño y el desarrollo de la asignatura durante todo el proceso del semestre siempre tienen que ir bien ligados porque no se pueden desligar los criterios con las exigencias con las evaluaciones del desempeño académico de los estudiantes siempre tiene que ir bien ligados no suelto uno de otro para llegar a un buen objetivo que es ganar el curso.

I: ¿Qué enfoque le dio usted al curso?

P: Llegar a crear conciencia de la necesidad que tienen estos estudiantes en que las matemáticas son básicas para el desarrollo de cualquier competencia y que estas matemáticas son un asignatura que si practica bien durante las clases y los talleres podemos llegar a tener niveles de comprensión y luego impartirlas en el quehacer cotidiano de ellos como futuros docentes.

I: ¿Cuál es entonces la relación entre la actividad escrita y oral que hacen los estudiantes?

P: Algunos en la actividad escrita yo he notado como matemático que tienen falencias en la comprensión de un enunciado porque a veces no entienden lo que leen y si yo no entiendo lo que leo y voy a leer un problema de tipo matemático la dificultad va a ser más grande. Yo creo que aquí en la u los profesores de castellano con los de matemáticas tenemos que hacer un trabajo fuerte, integrado el cual es llevar a la interpretación de conceptos de lectura para ir a fortalecerlos y llegar a entender los conceptos matemáticos porque ahí creo está el meollo del asunto porque para mí como he dicho siempre los problemas de la aplicación del curso los problemas de aplicación de las operaciones básicas así sean geométricas o matemáticas o estadísticos son para mí la base del entendimiento matemático hay que leer bien para poder desarrollar bien cualquier problema que sea matemático de la parte estadística o geométrica.

I: ¿Qué relación existe para usted como profesor entre lo escrito y lo oral?

P:La actividad escrita y oral mía como profesor siempre que yo desarrollo cualquier asignatura El léxico que manejo lo hago a nivel de los estudiantes para que ellos puedan entenderme de que estoy hablando y que estoy diciendo porque a veces como docentes manejamos un léxico muy elevado que no está al nivel está muy por encima de los estudiantes creando confusiones en estos y ese léxico infunde la parte pedagógica de uno como docente, porque recordemos que en la parte pedagógica es en la forma como yo voy a impartir mis conocimientos es decir si yo manejo una parte oral muy compleja para el estudiante el siempre va a estar perdido y más en los conceptos matemáticos.

I: ¿Cuáles son los prerrequisitos y las capacidades que debe tener el estudiante para seguir el curso de manera satisfactoria?

P: Los prerrequisitos como lo dije antes, ellos vienen de las instituciones educativas deben manejar muy bien las cuatro operaciones básicas y el pensamiento lógico matemático que debe tener este estudiante. Debe pensar lógicamente en cuanto a los problemas de aplicación que son los que nos dan la capacidad de pensar para resolver problemas de modelos matemáticos para alcanzar un nivel matemático satisfactorio que pueda cumplir con las expectativas dadas por el curso. El estudiante también debe tener malicia porque esta es interesante en las matemáticas.

I: ¿Planteo usted, referencias a otras lecturas y autores referidos en el programa para el mejor desarrollo del curso?

P: Le hice referencia a textos que tiene que ver con trucos y operaciones matemáticas como el hombre que calculaba, el diablo de los números, que son libros que motivan al estudiante para el gusto con las matemáticas y el desarrollo del pensamiento lógico matemático.

I: ¿Hay algunos autores que usted considere básicos en su formación como maestro?

P: Los textos guía son autores de libros de bachillerato, porque esta asignatura está orientada en elementos básicos de matemáticas para el desarrollo de su quehacer como docentes son de los grados 6º. , 7º. y 9º. Donde se ven algunos temas que están relacionados muy bien con los temas que van a trabajar ellas a un bajo nivel, los autores, matemática progresiva edit. Norma, matemática de Santillana, estadística y muestro de Ciro Morales que es la última parte del programa.

I: ¿Algún autor a parte de los textos, que haya influido en su formación como licenciado?

P: El libro fuerte para mí que me fundamento en matemáticas fue el cálculo de Leyton es muy didáctico tiene elementos muy poderosos para la formación de docentes en matemáticas, además de ese libro otro de ecuaciones diferenciales de Denyz Hill y también el de algebra lineal que no me acuerdo el autor la parte de física de Howard Resnik

I: ¿Consideras que el curso se ha planteado desde un punto de vista problematizador?

P: No entiendo problematizador, ¿en cuanto a los problemas que puse en mi curso?

I: Nota: "el profesor no logro ubicar a qué se refería el contexto problematizador este es un esquema que los profesores no reconocen dentro del lenguaje usual de una clase" El profesor intento darse él mismo una explicación y lo asumió con otra interpretación lo que se observa en sus respuestas a continuación.

El curso se desarrolló convocando solución a las dificultades que traían los estudiantes en años anteriores en el programa por eso apareció esta asignatura por que los docentes en las practicas docentes presentaban dificultades en matemáticas , estos estudiantes en las diferentes instituciones guían las falencias de estos estudiantes en cuanto a las matemáticas desde esta tónica se planteó este curso para solucionar estos problemas y estas dificultades que habían visto en estos estudiantes de pedagogía.

I: el curso soluciona un problema como usted plantea pero, además de eso, ¿el curso usted lo propone a partir de situaciones problematizadoras y que se hayan dado dentro del curso a partir de dichas situaciones?

P: a partir de soluciones problematizadoras, en el sentido de situaciones problémicas en el curso? ¿Cierto? Lo que se hace es asemejar las matemáticas a estas situaciones para ver su aplicabilidad porque hay cuestiones de la vida cotidiana que tienen mucho que ver con las matemáticas entonces si se dan estas semejanzas con la situación problémica que se presente en el curso y se hacen problemas aplicados a estas situaciones se va viendo más el sentido de la asignatura.

I: un ejemplo

P: Un ejemplo práctico fue en estadística cuando tabulamos, hicimos un ejemplo de la tabulación con las edades de los integrantes del curso, a eso le dimos la salida a un problema donde se hace sus respectivas graficas y miramos en qué edad están los integrantes del curso para graficarlos con su tabla de valores y graficas de pastel o circular.

I: ¿Cuál es el papel del estudiante en ese proceso problematizador?

P: Es un estudiante activo, porque él se está viendo reflejado en el ejemplo, está siendo participe como una persona que esta asimilando un conocimiento y que está haciendo parte de este conocimiento aplicado a su realidad. También hay variedades, hay estudiantes que asumen el papel con mucha responsabilidad son muy activos lo toman con tanta propiedad que a veces hasta uno aprende como docente de los mismos estudiantes y esa forma como el estudiante interpreta los conceptos y los expone ante sus compañeros como hay otros estudiantes que pasan desapercibidos debido a, puede ser el temor de pararse frente a sus compañeros o debido a que los conceptos no les quedan tan claros pero tienen el problema de la pena, les da pena preguntar y no entienden tal parte para poder afianzar y rellenar estas dificultades que tienen ellos.

I: Plantee algunos momentos del curso donde esta problematización estuvo ampliamente presente.

P: Cuando al estudiante se le da la oportunidad que demuestre los conocimientos adquiridos en las actividades desarrolladas en clase, porque no solamente se desarrolla la clase para aprender matemáticas sino que hay que manejar la forma pedagógica la forma como ellos van a trabajar allá frente a su grupo de estudiantes ahí se evidenció cuando algunos estudiantes no participan activamente de su clase y siempre son los mismos estudiantes o las mismas estudiantes y lo que se busca es que sean todos o la gran mayoría que demuestren estas habilidades frente a sus compañeros para ver como manejan la parte del conocimiento y la parte pedagógica.

I: ¿Qué entiende por problematización en el desarrollo de un curso universitario?

P: Problematización, yo creo que cuando se da un curso universitario es buscando la solución a un requisito que se necesita para desarrollar futuros aprendizajes esta problematización resolverá motivando a los estudiantes viéndoles la necesidad que tienen del curso para sus futuros compromisos como profesionales en el mañana.

I: ¿Cree usted que cuando se ofrece un curso universitario tiene lugar el proceso de escenificación o puesta en escena por parte suya?

P: El proceso de escenificación por parte del profesor, yo creo a manera personal que hay que mirar el escenario y de acuerdo a ese escenario que tengamos en frente poder mirar y hacer un tanteo de cuáles son las necesidades del escenario en el cual estamos inmersos para empezar a buscarle soluciones a las dificultades que se presentan en el.

I: Pero, más allá de esa escenificación de mirar el escenario como tal, ese proceso que usted hace de poner en escena, usted es el maestro y todos los elementos, el movimiento, los gestos, juegan un papel importante dentro de su curso?

P: me parece que esa escena es fundamental, porque debido a los gestos y a la forma como el profesor expresa su contenido le va dando al estudiante una confianza uno como docente no puede ser un docente estático debe ser dinámico porque en el dinamismo como se realice la clase también va la motivación de esta, si un profesor se queda estático en un solo punto el estudiante puede llegar el momento en que considera que es maluca la clase pero si hay un dinamismo donde hay un desplazamiento por todo el salón yo creo que el estudiante va a estar más pendiente de lo que se está haciendo bien sea verbal o gesticular, también debemos tener en cuenta que hay que manejar diferentes tonos de voz para un buen desarrollo de algún aprendizaje porque manejando igual tono de voz podemos hacer caer al estudiante en dormir.

I: ¿Qué elementos intervienen en esa escenificación a nivel universitario?

P: Además de los gestos y los tonos de voz debemos tener en cuenta para el buen desarrollo del curso la pedagogía, yo siempre tengo como lema que nosotros los maestros somos comerciantes de pedagogía cuando uno hace llegar La pedagogía a los estudiantes bien sea en forma verbal, expositiva, gesticular, con la terminología a nivel de los estudiantes considero que la pedagogía es la base fundamental del desarrollo de un buen curso.

I: dame un ejemplo de esa terminología a nivel de los estudiantes

P: A nivel de los estudiantes es el léxico que manejan los estudiantes a veces utilizamos una terminología muy elevada que el estudiante con una frase que uno diga con un determinado contenido cualquiera que sea puede llegar a tener confusiones para el desarrollo de esta.

I: ¿Cuál considera usted que es la diferencia real de ser profesor de matemáticas en la básica secundaria y en la universidad?

P: la diferencia que se hace se la enseñanza secundaria y en la universitaria es que ya en la universidad ya los docentes debemos tener bien claro que los estudiantes vienen con un bagaje matemático de la secundaria pero debido al sistema educativo en Colombia hay un abismo entre la enseñanza pero a veces no alcanzan a ver contenidos básicos necesarios para el desarrollo de los programas que se ven en la universidad y también el mismo modelo evaluativo del bachillerato prácticamente hay una promoción automática donde se tiene en más que todo en cuenta que la mayoría de los estudiantes no pueden perder las diferentes asignaturas, es decir que solo el 5% puede perder el año, a pesar de que salió un nuevo decreto, es decir, la parte evaluativa es diferente, en la de la universidad la evaluación es más exigente por que en la universidad se vienen es a formar para desempeñarse como tal, según la carrera que estén estudiando entonces en el bachillerato es solamente por cumplir por sacar la nota mínima para pasar la asignatura , en cambio en la universidad es un nivel más elevado en el cual hay más exigencia y ese nivel debe ser siempre así porque la exigencia da calidad.

I: Ejemplifícame algo que tenga que ver con ese nivel más elevado, con un tema específico

P: Un tema puede ser los problemas de aplicación con los números racionales en el bachillerato son más sencillos que los de la universidad a pesar de que llegan en un momento a ser muy relacionados pues el nivel en el que están estas estudiantes que oriento yo son para la básica primaria.

Enfoque epistemológico

I: Consideras que tu curso guarda relación con la manera como se produce el conocimiento científico que está en la base de los contenidos del mismo?

Nota: se le debió explicar nuevamente la pregunta.

P: en cuanto al curso siempre cuando arranco determinado tema no todos los temas del curso al estudiante se le hace, se le busca el inicio de por qué, de dónde viene , el tema que se va a tratar o sea la procedencia por qué ese tema, y cómo salió ese tema y bajo que necesidades resulto ese tema para desarrollarlo en el curso, un ejemplo son los sistemas numéricos lo que llamamos hoy en día los conjuntos numéricos se les hace un esquema porque fueron surgiendo las series numéricas hasta lo que estamos ahora es decir se les hace un recuento de por qué surgieron los números naturales, por qué hubo necesidad de ampliar esos números naturales y así sucesivamente llegar a los números enteros y luego pasar a los números racionales debido a que ya se presentaron otras situaciones las cuales no pueden resolver estas series numéricas y así sucesivamente hasta llegar a la serie numérica de la elaboración de reales.

I: Desde el ejemplo de los números reales consideras que el curso aporta en algo al desarrollo del conocimiento científico?

P: hay que hacerlo despacio, uno se pone a reflexionar y a pensar que esto tiene que llegar más allá, de que este no es un proceso acabado y para llegar al conocimiento hay que pasar por muchas etapas de profundización de los conceptos para llegar a este.

I: ¿Los resultados que has trabajado en el curso se pueden interpretar desde un punto de vista de la producción de conocimiento que atiende a la lógica o al proceso de la llamada investigación científica?

P: El resultado que se tiene al finalizar el semestre más que todo apuntan a la lógica , porque yo particularmente considero que en este curso no se pasa a lo científico, se maneja más que todo la lógica y para llegar a ello hay que hacer un proceso más profundo para llegar al conocimiento a la investigación científica.

I: durante el curso tú hiciste diferentes comentarios de texto, estos, ¿te permitieron plantear o introducir aspectos relacionados con la manera como se produce el conocimiento o el saber del que se ocupa este curso de matemáticas?

P: Cada vez uno debe mirar textos nuevos a pesar de lo que ya viene trabajando para ver los diferentes modelos como se manejan ahí el desarrollo de los contenidos para ver otros enfoque diferentes a lo que se ha venido manejando y estar al tanto con el desarrollo de los diferentes modelos de enseñanza con los contenidos.

I: Pensando en los contenidos propios que tiene tu curso ¿consideras que esto les va a servir para construir un saber más especifico de esos conocimientos?

P: El curso es la base para que los estudiantes de esta asignatura proyecten su desarrollo para la enseñanza de quienes van a ser sus estudiantes para realizarlo de mejor manera es decir, para su quehacer cotidiano como docente en el día de mañana si eso no fuese así el curso no tendría ninguna esencia , el curso es una base un puntal que los va llevando a los estudiantes , que les va a servir a ellos para ir profundizando mas en ello y a medida que van adquiriendo una experiencia van mejorando en su quehacer como docentes.

I: ¿Cómo considera usted como maestro que se ha producido el saber matemático en usted?

P: Eso es un proceso muy largo me remonta a mi Buenaventura en el colegio Pascual de Andagoya en Bachillerato, tuve buenos docentes y en especial Nelson Muñoz y Felipe Valencia cuando vi el algebra de grado octavo y de ahí fueron los indicios de mi motivación por las matemáticas, porque eran unos maestros que a partir de cosas reales, de relacionar la realidad que estaba viviendo yo en ese medio con el tema en cuestión que estábamos trabajando, el algebra aplicada a los conceptos de matemáticas de séptimo con los mismos números donde él planteaba y nos decía que 2+ 4 era 6 y ese 2+4 era 6 y lo relacionaba con el algebra y solamente nos planteaba y nos decía solamente colóquenle una X al 2 y una X al 4 y 2X +4X serán 6X entonces esa relación y la forma como el transmitía esos conceptos, su vocabulario y su forma de ser, su forma alegre como transmitía esos conceptos y luego ya pase cuando estaba en grado decimo que vi trigonometría fue cuando ya vi la aplicabilidad de las matemáticas , porque es que las matemáticas sin aplicación no son nada yo creo que a las matemáticas hay que buscarles un sentido hay temas en matemáticas que no tienen aplicación pero cuando uno encuentra estos modelos de docentes uno empieza a cogerle amor a esto y desde ahí fue mi motivación por las matemáticas y desde ahí ya llegue a grado once ya me iba muy bien y en las pruebas ICFES me fue muy bien mas que todo en la parte matemáticas porque estaba motivado y tenía una formación matemática básica para llegar a una universidad cualquiera luego llegue a la universidad tecnológica el dos de febrero del 85 un poco desubicado por el medio por que yo venía de otra tierra a pesar de que ya mi hermano estaba graduado en ingeniería mecánica y encontré unos docentes los cuales me fueron motivando y llevando hacia lo que debe ser un docente donde empecé a cogerle más amor a esto porque transmitir el conocimiento es lo más lindo que nos puede pasar como seres humanos y cuando se transmite este conocimiento y nos damos cuenta que a los estudiantes les está llegando este conocimiento cualquiera que sea en el caso de las matemáticas, se va sintiendo uno como algo estoy aportando para el cambio de estos estudiantes por que cuando uno aprende algo ya no es la misma persona ya es otra persona diferente y esa motivaciones y esa forma como los docentes me fueron llevando encontré a Dosier Marino Ceballos que es mi docente estrella el cual me marco para toda la vida por la forma , la pedagogía y la manera como él maneja los conceptos a pesar de que la matemática con él es muy difícil él me fue llevando y llevando y me fue motivando y fui subiendo hasta que termine mi licenciatura y aquí estoy y ya.

I: ¿Cómo fue el transcurso, desde la introducción el desarrollo de los contenidos en general desde la introducción en la asignatura?

P: En cuanto al desarrollo de los contenidos cuando construimos el programa de habilidades matemáticas lo primero que se hizo fue mirar cómo iban entrelazados esos contenidos necesarios para los estudiantes pensando en el quehacer de ellos como docentes, es decir pensando en los diferentes temas que ellos iban a desarrollar en su quehacer como docentes. De ahí nació el programa de habilidades matemáticas y todos los contenidos que se fueron desarrollando se fueron encadenando interrelacionados es decir a medida que íbamos pasando de un contenido a otro y se iba viendo la necesidad del contenido anterior por ejemplo cuando empezamos a trabajar las operaciones básicas. En los contenidos empezamos entonces con la lógica de conjuntos, las definiciones los elementos de un conjunto las operaciones como la unión la intersección la diferencia y esto aplicadas a los diagramas de Venn, y pasamos a las series numéricas con las cuatro operaciones básicas y la aplicación de estas cuatro operaciones es donde hago bastante énfasis en ellas por que está relacionado el lenguaje y las matemáticas y luego paso a la potenciación donde se ve que la potenciación es una simplificación de la multiplicación o sea que existe esa relación la radicación y los logaritmos que están relacionados con la potenciación , luego pasamos a los polinomios aritméticos donde encontramos la relación entre todas estas operaciones un polinomio aritmético que contenga raíces, logaritmos, potencias y en otra unidad ampliamos esta serie de los naturales viendo la necesidad desde donde bien y por qué salió ese conjunto y pasamos a la serie de los enteros por qué se da la necesidad de la serie de los enteros debido a que ya cuando realizamos algunas operaciones como 5- 10 esta operación ya no cabe en la serie de los naturales y por eso hay la necesidad de ampliar la serie de los naturales a los enteros en los cuales empezamos a trabajar ya los problemas de aplicación con las operaciones básicas teniendo en cuenta la suma de números enteros con igual signo y con distinto signo y llegando así a los problemas de aplicación luego trabajamos la potenciación, la radicación o sea las mismas operaciones que trabajamos con los naturales luego pasamos a las serie de los números racionales porque ya aparecen otras operaciones por ejemplo 5/ 3 el resultado es un número decimal y por eso se amplía la serie de los enteros a los racionales se ven las cuatro operaciones básicas con estos números racionales recordemos que aquí están los fraccionarios y los números decimales y entonces se habla de la potenciación y los problemas de aplicación para el desarrollo del curso y luego se pasa a la parte geométrica y encontramos la reacción de los estudiantes porque es la parte que menos les gusta a los estudiantes la geometría que es la más linda porque allí se ve la aplicabilidad y arrancamos dándoles la construcción, no la definición de cómo se forma un punto una línea un plano luego al ángulo basado en las líneas, triángulos tipos de ángulos y llegamos a las rectas paralelas el concepto más elemental que son dos rectas que por más que se prolonguen nunca se van a encontrar porque eso tiene otra definición más elevada en otros cursos de matemáticas y llegamos a formar los ángulos entre dos rectas y una secante luego …

I: perdón que te interrumpa, ¿por qué no les das el concepto más elevado de paralelas a las estudiantes?

P: en cuanto a la parte más elevada solamente les hice el comentario dos rectas son paralelas por ejemplo si tiene el mismo ángulo, dos rectas son perpendiculares si el producto de sus pendientes son iguales a menos 1 ,y así hablando de los conceptos se los decía que los tomaran si querían dentro de los apuntes pero que estos conceptos no los iban a trabajar en la básica primaria pero siempre se le s comenta para que lo tengan en cuenta por si lo llegan a escuchar nuevamente.

Luego pasamos a la aplicabilidad que tiene que ver con las áreas que es una utilidad muy buena para la geometría no solamente la fórmula del área como tal sino la aplicabilidad en problemas prácticos, reales y construcciones, problemas que se trabajaban sobre el papá de ellos, cubrir una determinada área y que ellos vieran el concepto en el desarrollo estos con el problema del papa de ellos y luego pasamos al concepto de volumen con su aplicación hasta terminar la parte de las unidades de longitud, capacidad, volumen y de masa y de tiempo para que hagan sus respectivas conversiones y terminamos con la parte de estadística y empezamos a ver los términos como población, muestra, que es estadística inferencial, descriptiva y llegar hasta la construcción de la tabla de frecuencias y de variable discreta con su correspondientes gráficos de barra circular y de puntos y de las medida de tendencia central. Porque esta parte se introduce en este curso por que las estudiantes lo necesitan para su tesis de grado, si tiene que hacer estudios estadísticos, hacer gráficos hacer análisis estadísticos si va a ser determinada investigación.

I: Teniendo en cuenta el desarrollo de los contenidos, porque consideras que es necesario iniciar por conjuntos, podrías haber empezado por magnitudes, por el pensamiento métrico, por ejemplo, sin embargo no lo hiciste es realmente importante iniciar por conjuntos, ese orden crees que te permite enseñarlo mejor?

P: Esto fue basado en los contenidos que los estudiantes empiezan a ver en ese nivel de básica primaria por que empiezan a interactuar los niños y las niñas desde los conjuntos, la reunión de objetos, la reunión de los colores, por esa razón empiezo el programa con lo que tiene que ver con los conjuntos y la parte de las unidades de longitud ya se van viendo en otro nivel más, me fui ubicando por los grados , yo no olvido la secuencia , se observa que los contenidos no hayan cambiado porque a veces el ministerio los va cambiando y así hago el programa cada semestre.

I: ¿Cómo enseña usted uno de esos contenidos, que considera lo más importante en esa enseñanza, podría darme un ejemplo?

P: por ejemplo la de los fraccionarios, es uno de los temitas espinosos, uno de los temas con más dificultades para las matemáticas, yo la hago primero partiendo del significado de lo que es una fracción, y este significado se plasma en la aplicabilidad de la fracción, es decir tenemos por ejemplo cinco medios y ese significado es que la unidad se ha repartido en dos partes por que este denominador, el numerador es cinco y el denominador es dos, es el que me está diciendo que la unidad la he repartido en dos partes y cada dos partecitas le van a dar uno y entonces esto se representa bien puede ser en un círculo o en una barra, entonces representar 5/2 en una barra es dividir la unidad en dos partes , es decir sacamos cinco partes de dos, en qué sentido me explico una barrita con dos cuadritos donde cada cuadrito representa la mitad ½ otros dos cuadritos separados me representan la mitad otros dos medios que serian dos y así sucesivamente hasta representar los 5/2 también podemos decir una barrita sacada en 5 partes y si yo por ejemplo en esa barrita partida en cinco partes voy a colorear dos la representación ahí sería lo contrario las dos quintas partes

E: ¿Qué diferencia entonces habría entre enseñar ese mismo tema de fraccionarios por ejemplo a estudiantes de ingeniería mecánica y a estudiantes de decimo grado que también necesitan fraccionarios?

JS: Los básicos de ingeniería lo que se hace es que algunos docentes lo que hacen es decirle a los estudiantes eso ustedes ya lo saben y seguir con el tema, creándole a los estudiantes una gran dificultad para el entendimiento de los futuros conceptos que necesitan de esta base de los números fraccionarios.

E: ¿si usted lo tuviera que enseñar en los básicos de ingeniería lo haría igual?

JS: Haría lo mismo porque al estudiante. Yo personalmente lo que hago es recordarle yo no pierdo nada con recordarle los preconceptos necesarios para el futuro tema que vamos a ver creo que ahí está la grandeza del profesor de uno llegar bueno muchachos ustedes no recuerdan pero en un momentico veamos esto partamos el tablero y en el lado derecho recordar los conceptos necesarios, porque es una costumbre usar el lado derecho y así los estudiantes se toman más confianza, en conclusión en decimo y en universidad lo enseñaría igual.

E: ¿Qué herramientas usas para enseñar los saberes que tienes a tus estudiantes?

JS: considero que como docente siempre debemos irlo transformando, irlo llevando al grupo para bajarlo desde el saber sabio al saber de los estudiantes para así lograr un mejor entendimiento de estos porque si se les trabaja solo desde el saber, desde lo que yo tengo, desde el saber sabio de pronto podemos tener muchas dificultades por el nivel que maneja uno desde le saber sabio para la emisión de estos conceptos hay que transformarlos para que ellos pueden llegar a entender los conceptos que vayan a trabajar desde este saber y lo puedan entender.

E: Dime un ejemplo de un saber que te haya tocado transformar para ser enseñado

JS: Podía ser por ejemplo lo que son las rectas paralelas y las perpendiculares en un saber más fuerte le podíamos trabajarlo como el producto de dos pendientes cuyo resultado es menos 1, o la pendiente de la una es la inversa negativa de la otra pero ya con los estudiantes según su labor el día de mañana y bajando este nivel se les podía decir que dos rectas son perpendiculares cuando forman un ángulo de 90 grados o la de las paralelas que dos rectas son paralelas si nunca se encuentran y en otro nivel más profundo mas elevado es que lleven la misma pendiente

E: ¿Cuál sería la dificultad para un estudiante de habilidades matemáticas de enseñarle el concepto tal y como es a un nivel elevado como usted expresa?

JS: la complejidad es que ya entraría el estudiante a encontrar lo que son las pendientes de la recta y para hallar esto debe dársele los puntos por donde pasan esas dos rectas o debe dárseles la pendiente de una de las rectas para que el estudiante lo transforme bajo el concepto de número fraccionario al inverso negativo manejar el concepto de lo que es el inverso negativo porque si tiene una pendiente de ½ el estudiante debe manejar lo que es el inverso negativo de ½ y este es -2 de tal manera que al multiplicarlo le dé -1 de pronto nos encontramos esa pequeña dificultad porque él lo que va a ser es bregar a transmitirle ese mismo conocimiento de esa forma o mejorarlo según sus estudios para mejorarlo en la básica primaria llegando a que el estudiante no lo entienda.

E: Podría comentarme qué relación existe entre su curso y el eventual desempeño profesional que van a tener los estudiantes al finalizar el curso

JS: Para ellos desempeñarse bien en la parte de matemáticas tiene que ver mucho la relación que existe entre este curso y el desempeño profesional en su quehacer docente por que este programa se construyo con base en los contenidos de básica primaria y cada vez que el ministerio cambia se van mejorando para estar acorde.

E: Una vez terminado el curso, ¿cuales considera usted que son las implicaciones prácticas que tiene este curso respecto al plan de estudios del programa.?

JS: Los estudiantes deben manejar los conceptos para trabajarlos en las didácticas, en su práctica docente trabajar con los estudiantes del nivel que les corresponda de cualquier institución educativa.

E: Qué aspectos considera usted importante en el proceso de devolución, qué sucede ahí con la enseñanza?

JS: Cuando el estudiante se encuentra con dificultades que no puede demostrar lo que se le ha enseñado yo lo atribuyo a varios factores. Uno la falta de seguridad en si mismo, el otro factor que el estudiante no tiene bien definido los conceptos que se han trabajado aquí y otro es que como siempre busco la aplicabilidad de los conceptos para ver el servicio que prestan estos temas puede estar ahí el problema cuando el estudiante maneja bien los conceptos, los tiene bien claros es un estudiante que viene con plena seguridad para desarrollar o resolver cualquier problema aplicado a esos conceptos que se aplican en cualquier momento.

E: Teniendo en cuenta el saber disciplinar que usted conoce, cómo considera usted que presenta el saber a sus estudiantes?

JS: Antes de empezar a trabajar el saber yo hago un ejercicio y es pensar cómo voy a hacer llegar esta información del tema en cuestión a mis estudiantes para que estos lo asimilen de una manera más sencilla, busco la metodología, la forma didáctica, la forma pedagógica más propicia, más fácil sencilla para llegarle a los estudiantes para que asimilen estos conceptos manejando bien sea la terminología que este al nivel de ellos para que ellos entiendan bien el tema que se esté trabajando o que se esté tratando, esta para mi es la pedagogía que yo manejo interiormente, pensar en cómo transmitirle de la manera más sencilla a mis estudiantes el concepto que yo voy a trabajar.

E: ¿Cuándo sabes que te entendieron bien?

P: Yo aplico como estrategia colocarle un ejercicio de los temas que esté trabajando, bien sea de geometría o de matemáticas, colocarle un ejercicio de las guías de trabajo que yo desarrollo en clase cuando se ve la motivación que la mayoría de los estudiantes quieren salir al tablero a resolver el problema me doy cuenta que si la mayoría quieren salir es porque el concepto que estoy trabajando está ya en su forma un poco clara, porque hay que tener en cuenta que no solamente trabajamos matemáticas sino la parte pedagógica y ahí es cuando aprovecho para decirle al estudiante cómo se debe gesticular ante un determinado auditorio que son los que ellos futuramente van a manejar como son los niños de básica primaria y del preescolar.

E: ¿Qué es para usted enseñar matemáticas?

P: Para mí es lo más rico que me puede haber pasado, porque yo disfruto de las matemáticas, porque me gustan, porque es algo que yo aprendí bien, porque es algo que me gusta transmitírselo a los estudiantes, porque es un área la cual la mayoría de los estudiantes le tienen un poco de fobia. Enseñar matemáticas para mi es buscarle el camino a la aplicabilidad de ella, en algunos temas porque no todos los temas tiene aplicación, pero cuando yo veo que el tema se le puede llevar a alguna aplicabilidad es cuando más hago hincapié en el. Hay temas como la factorización particularmente no tiene aplicabilidad en el quehacer cotidiano pero hay otras como la parte geométrica el área, en la estadística se ve la aplicación, las derivadas tienen mucha aplicabilidad en la vida diaria son temas hermosos, las integrales y cuando el estudiante ve la utilidad empieza a cogerle amor a estas.

Entrevista No. 2

A. Impresión General del curso

I: ¿Cómo considera usted que ha sido el proceso de enseñanza de su curso hasta ahora?
P: Ha sido un curso en el cual se tienen varias posibilidades, el curso da flexibilidad desde el uso de diferentes textos (libros) la idea es usar cualquier libro que tenga el tema (limites, derivadas) los estudiantes pueden buscar en cualquier texto el tema.

B. Contrato didáctico.

I: ¿Cuáles exigencias se plantea usted con relación a las expectativas que tiene frente al desempeño de los estudiantes?
P: Que hablen bien, que escriban bien, que tengan capacidad de expresar por escrito lo pensado pero en forma matemática.

I: ¿Qué aspectos considera usted que son fundamentales en la enseñanza de su curso? ¿Por qué?
P: Es fundamental que el alumno tenga muy claro el concepto más que lo mecánico, porque a partir de esto él puede construir. También es necesario que tenga capacidad de análisis y pensamiento lógico.

I: ¿Qué es para usted ese pensamiento lógico?

P: Es el método usado en la demostración de cualquier cosa, son los pasos a seguir.

I:¿Considera usted que se enseña?

P: Sí, claro eso se puede aprender yo lo enseño en geometría axiomática con el seguimiento de instrucciones.

I: ¿Qué relación tienen estas exigencias con los criterios y pruebas de evaluación aplicados en el curso?
P: Son totalmente necesarias porque si no, pierden el examen, si ellos no saben leer, sino interpretan, la comprensión de lectura es fundamental, lo que ellos interpretan de lo que leen en los talleres o en los exámenes.

I: ¿Cuál es el enfoque que le dio al curso?
P: Ellos deben tener las bases o sea lo que deben saber (algebra, y trigonometría) para poder hallar los límites de esas funciones tienen que ver algebra hay un engranaje, después las analiza si es continua, discontinua en algunos puntos y luego las derivadas.

Hay que trabajar todos los temas o saberes si les falta un saber quedan cojeando, ellos deben ver primero la solución de ecuaciones para que puedan trabajar las funciones, porque todo tiene un orden, uno primero camina y luego corre, no se tiene una cosa sin la otra.

Cuando los estudiantes llegan al último piso o sea donde ya tienen los conocimientos necesarios para avanzar es tener ya pleno dominio, es como construir las bases de un edificio, ya se dominan los conceptos y las aplicaciones en el medio que los rodea y…. puedan hacer matemática, o sea es saber que la música es matemática. Ellos deben saber porque ellos van a enseñar.

I: ¿Cómo aprecia usted la relación entre la actividad escrita y oral de los estudiantes durante el curso?

P: Si los estudiantes no saben escribir usando el lenguaje que corresponde a lo matemático sus resultados no son los esperados, ellos deben ser capaces de explicar y escribir usando el lenguaje específico para cada uno de los casos vistos.

I: ¿Cómo considera esta misma relación desde el punto de vista de la actividad oral y escrita de usted como profesor?
P: Igual

I: ¿Cuáles son los prerrequisitos y capacidades que debe tener el estudiante para seguir un curso como este de manera satisfactoria?

P: Deben tener las bases hay unos que vienen de buenos colegios y su desempeño es bueno sobre todo los que llegan a los programas de ingeniería en la jornada de la mañana, pero a los que más se les dificulta es a los que llegan a la licenciatura en la jornada nocturna ellos vienen de diferentes colegios y algunos llevan mucho tiempo sin estudiar. Ellos deben saber algebra y trigonometría reconocer lo básico de estos dos temas para poder resolver todo lo de matemática I .

I: ¿Planteó usted referencias a otras lecturas y autores diferentes a los sugeridos en el programa para el mejor desarrollo del curso?

P: Ellos como estudiantes pueden tomar el texto que deseen mientras tenga el tema relacionado con funciones, yo les digo que cualquier libro de texto de grado 10 y 11 les puede servir. Es importante ser flexible y tomar de varios textos.

C. Problematización

I: ¿considera usted que el curso se ha planteado desde un punto de vista problematizador?

P: Cuando se van a realizar las evaluaciones algunos profesores y monitores analizan la resolución de problemas para mostrar y que los estudiantes puedan trabajar con los monitores, a ellos se les pide que no los resuelvan, que trabajen los ejercicios pero que se los expliquen para que los estudiantes los hagan.

I: ¿Qué es para usted la problematización en el desarrollo de un curso universitario como el que usted orienta?

P: No un grupo de profesores de matemáticas se reúnen y hacen problemas de aplicación al final del curso para resolver con los monitores y para el final.

D. Escenificación

I: ¿Cree usted que cuando se ofrece un curso universitario tiene lugar un proceso de escenificación o de puesta en escena por parte del profesor?

P: La escenificación es fundamental en la clase porque si no los estudiantes se duermen.

I: ¿Podría usted comentarme sobre los elementos que intervienen en ella (tonos de voz, gestos, espacios...)
P: En la escenificación no dejas de ser otra persona, yo por ejemplo me rio de cualquier cosa, el salón de clase es un espacio de convivencia por eso también yo me los bataneo a ellos. Siempre existen límites en el territorio, ellos se dan cuenta cuando algo me molesta, pero también considero que la clase debe tener espacios para reír y estar seria cuando se necesita.

E. Enfoque epistemológico

I: ¿Considera usted que su curso guarda relación con la manera como se produce el conocimiento científico que está en la base de los contenidos del mismo?
P: Sí, claro porque hay que realizar pasos, seguir instrucciones la matemática en si misma ya guarda relación con el conocimiento científico.

I: ¿Los resultados que se han expuesto en su curso se pueden interpretar desde un punto de vista de la producción de conocimiento que atiende la lógica o el proceso de la llamada investigación científica?
P: Considero que la matemática en si misma posee procesos lógicos y los desarrolla dentro de la misma solución de ejercicios y esto en gran parte es producción de conocimiento.

I: ¿Los comentarios de texto que se desarrollan en el curso le permitieron a usted plantear o introducir aspectos relacionados con la manera como se produce el conocimiento o saber de que se ocupa el curso que usted ha orientado?
P: Yo tomo de varios libros, busco el escrito más simple para presentarlo y no causar ninguna dificultad en su apropiación, entre más claro mejor para presentárselo a ellos. Me gusta presentar de dos autores diferentes, en otros casos yo se me la definición, la cual es construida a partir de un dibujo y la escribo de una manera diferente a como esta en los libros. Yo uso un cuaderno que he ido

recopilando a partir de lo que entiendo y ejercicios que considero son buenos para enseñar, creo que debo reescribirlo.

F. Didactización

I: ¿Qué es para usted enseñar matemáticas?
P: Es como enseñar a que el alumno piense de una manera más racional, más metódica y también más inteligente.

I: ¿Cómo transcurrió la introducción de los contenidos de la materia en el curso que estás dando?
P: El curso se da en forma organizada primero se trabaja la solución de ecuaciones

I: ¿Cuáles aspectos considera usted importantes para que los estudiantes hagan una devolución del contenido trabajado en clase?
P: Si los estudiantes no me hacen la devolución es que no entendieron, entonces acudo al plan B "dígalo de otra manera, con otro lenguaje o preguntar cuál es el lenguaje para no tener que repetir todo.

I: ¿Profundizó de igual manera todos los temas vistos?
P: La libertad de cátedra le da la posibilidad de saber en cual tema se debe profundizar más o menos esto también se decide de acuerdo a las devoluciones que van haciendo los estudiantes durante el curso .Por ejemplo un tema en el que hay que profundizar es la inversa de una función, la parte de trigonometría.

I: ¿Cómo considera usted que presenta a sus estudiantes el saber?
P: Uno enseña cuando es capaz de escribir una definición usando sus palabras, las de estudiante y las del maestro ahí se pueden enseñar. La mayor dificultad en la enseñanza es el lenguaje su idioma es diferente a pesar de recoger definiciones de la vida real, su lenguaje es diferente, porque hay simbología, palabras universales, el estudiante debe apropiarse del lenguaje en el inicio del curso pues generalmente no llegan con este y se deben fomentar. Ellos deben decir f compuesto g por ejemplo y no f bolita g

I: ¿Detecto en su curso alguna dificultad que obstaculice el aprendizaje de sus estudiantes?

P: Las dificultades puede estar en uno mismo, si yo como maestro pienso que el tema a enseñar es difícil inconscientemente yo transmito esta dificultad a mis estudiantes.

I: ¿diferencia usted el saber sabio del saber enseñado en su clase?

P: Es necesario guardar fidelidad en la finalidad, el concepto es ese y no se puede cambiar, el concepto tal y como es, debe siempre ser así, porque si no se enseña un error. Todo lo que se hace dentro de la clase tiene una forma para que el estudiante lo pueda interiorizar.

G. Practica Objetivo y practica fuente.

I: ¿Podría comentarme qué relación existe entre su curso y el eventual desempeño profesional que irán a tener los estudiantes que terminen este programa?

P: Los estudiantes deben saber mucho porque ellos van a enseñar mucho, el curso es fundamental porque ellos van a ser licenciados deben tener muy claros los conceptos y su aplicación, es diferente con los de ingeniería con ellos no se necesita la aplicación pero con los licenciados deben manejar también el lenguaje para que ellos se expresen como debe ser.